

Aprender Matemática com Recurso a Tecnologias Robots na sala de aula

TESE DE DOUTORAMENTO

Paula Cristina Reis Lopes

DOUTORAMENTO EM MATEMÁTICA
ESPECIALIDADE DE ENSINO DA MATEMÁTICA



UNIVERSIDADE da MADEIRA

A Nossa Universidade

www.uma.pt

outubro | 2016

Aprender Matemática com Recurso a Tecnologias Robots na sala de aula

TESE DE DOUTORAMENTO

Paula Cristina Reis Lopes

DOUTORAMENTO EM MATEMÁTICA

ESPECIALIDADE DE ENSINO DA MATEMÁTICA

ORIENTADORA

Elsa Maria dos Santos Fernandes

RESUMO

Os Robots têm vindo a afirmar-se, nos últimos anos, como uma ferramenta pedagógica extremamente útil. Contudo, são poucos os estudos acerca da sua usabilidade nas salas de aula de Matemática, no 3.º Ciclo do Ensino Básico.

Nesta investigação pretendemos compreender de que forma o uso de tecnologias, com especial enfoque nos Robots, contribui para que os alunos desenvolvam a literacia, o pensamento e o raciocínio estatístico, produzindo significado e fomentando a aprendizagem da Estatística e a aprendizagem da Cidadania. Assumimos como fenómeno em estudo a Aprendizagem da Estatística e da Cidadania e utilizamos como quadro teórico da investigação a Educação Matemática Crítica e a Educação Estatística.

Esta investigação inclui uma componente empírica – *Design* e Implementação de um Cenário de Aprendizagem: *Uma Corrida com Robots* – que serviu de suporte à recolha de dados, numa sala de aula de Matemática, numa turma de 8.º ano, de uma Escola Básica do 2.º e 3.º Ciclo do Ensino Básico, localizada na periferia do Funchal.

Discutimos e analisamos como é que a aprendizagem ocorreu nas aulas de Matemática em que alunos, juntamente com a professora e connosco, organizaram e realizaram *Corridas com Robots* e definiram o vencedor das mesmas. Nesta investigação de natureza qualitativa, a observação participante foi uma estratégia central na recolha dos dados, possibilitando um contacto estreito e pessoal com os alunos. A análise dos dados seguiu um esquema analítico de natureza interpretativa.

Os resultados deste estudo apontam que foi importante prover um contexto relevante, *as Corridas com Robots*, para nos alunos emergirem *intenções-de-aprendizagem* e com elas agirem e refletirem de modo a construírem conhecimento e consciência sobre os dados estatísticos a tratar. Desta forma, reconheceram o contexto em que os dados foram recolhidos e a finalidade do seu uso. Foram capazes de raciocinar com as ideias e com os conceitos estatísticos, dando sentido às informações estatísticas. Nesse processo, aprenderam Estatística e a atuar de uma forma refletida e crítica, isto é, aprenderam Cidadania.

Palavras-chave: Robots, Educação Estatística, Literacia Estatística, Raciocínio Estatístico, Pensamento Estatístico, Educação Matemática Crítica, Aprendizagem-como-Ação-Dialógica.

ABSTRACT

Robots have come to claim itself, in recent years, as an extremely useful pedagogical tool. However, there are few studies about its usability in mathematics classrooms, namely in the Middle School classes.

In this research we aim to understand how the use of technologies, with particular focus on Robots, helps students to develop their literacy and their statistical thinking and reasoning, producing meaning and fostering the learning of Statistics and the learning of Citizenship. We assume as phenomenon under study the Learning of Statistics and Citizenship and we use as theoretical framework the Critical Mathematical Education and the Statistical Education.

This research includes an empirical component – Design and Implementation of a Learning Scenario: A Robot Race, which supported the data collection, in a math classroom, from an 8th grade class, in a Middle School in the suburbs of Funchal.

We discuss and analyse how learning occurred in math classes where students, together with their teacher and with us, organized and held Races with Robots and defined who should be the winner. In this qualitative research the participant observation was a central strategy in data collection, allowing a close and personal contact with the students. Data analysis followed an analytical scheme with an interpretative nature.

The results of this study points that it was important to provide a relevant context – the Races with Robots – for the emergence of intentions-in-learning in students and with those intentions, students act and reflect in order to build knowledge and awareness of the statistical data. Thus, they recognised the context in which the data were collected and the purpose of its use. They were able to reason with the ideas and statistical concepts, giving meaning to the statistical information. In that process, students learned Statistics and also learned to act in a reflected and critical manner, that is, they learned Citizenship.

Keywords: Robots, Statistical Education, Statistical Literacy, Statistical Reasoning, Statistical Thinking, Critical Mathematical Education, Learning-as-Dialogic-Action.

AGRADECIMENTOS

Um trabalho como este era impossível realizar sozinha! Por isso, quero aqui registrar os meus sinceros agradecimentos às pessoas que, de uma maneira ou de outra, contribuíram para que este trabalho fosse concretizado.

À Elsa Fernandes, que na orientação desta investigação soube, de uma forma extraordinária, conciliar a transmissão da segurança, fundamental para conseguir realizar este trabalho, com as criteriosas sugestões, ideias e críticas. Além de orientadora, foi amiga, conselheira e parceira no meu processo de crescimento.

Aos membros do DROIDE II, pelas discussões, pelas partilhas, pelas ideias que contribuíram para a construção do troço de corrida, pela ajuda na programação do Robot para seguir a linha e pelos comentários pertinentes que contribuíram para a escrita de artigos.

À Universidade da Madeira, nomeadamente à Faculdade de Ciências Exatas e da Engenharia, pelas condições que me proporcionou, sem as quais não poderia realizar esta investigação.

À Escola Básica dos 2.º e 3.º Ciclos Dr. Eduardo Brazão de Castro, por ter aberto as suas portas e permitido que eu realizasse a recolha dos dados.

À Marlene Silva por ter-me permitido estar e atuar na sua sala de aula, pela amizade, disponibilidade e colaboração.

Aos alunos que no ano letivo 2011-2012 aceitaram-me como professora e contribuíram como participantes desta investigação.

À Sónia Abreu e à Sónia Martins, pela amizade, ajuda e compreensão, pelo companheirismo, ombro amigo e incentivo, nos momentos em que o cansaço e os nervos eram evidentes.

À minha família, em especial à minha mãe, Ana Azevedo, ao Duarte Azevedo, à minha avó Serafina e ao meu marido, Hugo Pereira, por tudo o que fazem para que eu possa atingir os meus objetivos, pela paciência demonstrada, pelo apoio, pelas palavras de amizade e incentivo.

Um especial obrigado às estrelinhas da minha vida, as minhas filhas Laura e Eva, pelos momentos de felicidade e pelos abraços apertadinhos que me revitalizam para o trabalho. Desculpem ter sido, com frequência nos últimos tempos, a “*mamã aborrecimento*”.

Por fim, agradeço a todos os meus amigos que, apesar das minhas ausências, continuaram presentes e com palavras amigas.

ÍNDICE

RESUMO	iii
ABSTRACT	iv
AGRADECIMENTOS	v
ÍNDICE	vii
ÍNDICE DE GRÁFICOS	x
ÍNDICE DE FIGURAS.....	x
ÍNDICE DE TABELAS.....	x
CAPÍTULO UM – INTRODUÇÃO.....	1
1.1. Origem e Motivação do Estudo	1
1.1.1. Os Projetos em que Participei e Participo.....	1
1.2. Justificativa e Relevância	5
1.2.1. As Tecnologias na Sala de Aula.....	5
1.2.2. Os Robots na Sala de Aula.....	6
1.2.3. Aliar os Robots à Estatística	8
1.2.4. Aliar Educação Estatística à Educação Matemática Crítica	9
1.2.5. A Aprendizagem.....	11
1.3. O Problema em Estudo e as Questões de Investigação	14
1.4. A Organização deste Trabalho de Investigação.....	15
CAPÍTULO DOIS – ESTADO DA ARTE: DA ROBÓTICA EDUCATIVA À EDUCAÇÃO ESTATÍSTICA CRÍTICA	17
2.1. A Robótica Educativa.....	17
2.2. Da Educação Matemática Crítica à Educação Estatística	27
2.2.1. Educação Matemática Crítica	27
2.2.2. Educação Estatística	31
CAPÍTULO TRÊS – EDUCAÇÃO MATEMÁTICA CRÍTICA	39
3.1. Educação Crítica: Origem e Fundamentos	39
3.1.1. Jürgen Habermas	40
3.1.2. Paulo Freire	41
3.1.2.1. Educação Bancária versus Educação Problematicadora (ou Libertadora) ...	42
3.1.3. Henry Giroux	44
3.1.4. Aspectos Fundamentais na Educação Crítica	45

3.2. Educação Matemática Crítica.....	47
3.2.1. A Cidadania	48
3.3. A Aprendizagem vista pela lente da Educação Matemática Crítica.....	51
3.3.1. Modelo de Cooperação Investigativa (Modelo-CI)	53
3.3.1.1. Estabelecer Contacto (<i>Getting in Contact</i>).....	55
3.3.1.2. Perceber (<i>Locating</i>).....	56
3.3.1.3. Reconhecer (<i>Identifying</i>)	58
3.3.1.4. Posicionar-se (<i>Advocating</i>).....	60
3.3.1.5. Pensar Alto (<i>Thinking Aloud</i>)	61
3.3.1.6. Reformular (<i>Reformulating</i>)	62
3.3.1.7. Desafiar (<i>Challenging</i>)	63
3.3.1.8. Avaliar (<i>Evaluating</i>).....	64
3.3.2. Aprendizagem-como-Ação.....	65
3.3.2.1. Vistas Privilegiadas (<i>Vantage Points</i>).....	66
3.3.2.2. <i>Zooming-in</i>	67
3.3.3. Diálogo e Aprendizagem.....	68
3.3.3.1. Realizar uma Investigação (<i>Making an Inquiry</i>)	68
3.3.3.2. Correr Riscos (<i>Running a Risk</i>)	70
3.3.3.3. Promover a Igualdade (<i>Maintaining Equality</i>)	71
3.3.4. Aprendizagem-como-Ação-Dialógica	72
3.3.4.1. Intenções-de-Aprendizagem (<i>Intentions-in-learning</i>).....	73
CAPÍTULO QUATRO – EDUCAÇÃO ESTATÍSTICA	77
4.1. Literacia Estatística.....	81
4.2. Pensamento Estatístico.....	85
4.3. Raciocínio Estatístico.....	88
4.4. Competência Estatística	91
CAPÍTULO CINCO – METODOLOGIA	97
5.1. Opções Metodológicas.....	97
5.2. Os Participantes	104
5.2.1. Caracterização da Escola e do Meio	105
5.2.2. Caracterização da Turma.....	106
5.3. A Recolha dos Dados.....	108
5.4. Tratamento e Análise dos Dados	110
5.5. O Cenário de Aprendizagem: <i>Uma Corrida com Robots</i>	111

CAPÍTULO SEIS – DAS CORRIDAS COM ROBOTS À APRENDIZAGEM DA ESTATÍSTICA E DA CIDADANIA	115
6.1. Os <i>Backgrounds</i> e os <i>Foregrounds</i> dos Alunos.....	115
6.2. O Convite Feito aos Alunos: <i>Realizar Corridas com Robots</i>	119
6.2.1. A Construção do Robot	121
6.2.2. A Programação do Robot.....	123
6.2.2.1. Correr à Volta de Quatro Mesas, Dispostas Duas a Duas.....	124
6.2.2.2. Realizar Corridas em Linha Reta	126
A Programação do Grupo M, P e R.....	126
A Programação do Grupo N e D	129
A Programação do Grupo H, T e G.....	130
6.2.2.3. Programar para Seguir a Linha Preta.....	130
6.2.3. A Construção do Protótipo do Troço de Corrida	136
6.2.4. A Escolha do Troço para Realizar as Corridas	140
6.3. A Realização das Corridas com Robots	143
6.4. A Definição do Robot Vencedor.....	147
6.4.1. Os Critérios Estabelecidos pelo Grupo do <i>Vinagre</i>	148
6.4.2. Os Critérios Estabelecidos pelo Grupo do <i>DNR</i>	152
6.4.3. O Critério Estabelecido pelo Grupo do <i>Jagunço</i>	156
6.4.4. Apresentação dos Critérios Estabelecidos ao Grande Grupo	159
6.4.5. A Construção do Diagrama de Caule-e-folhas.....	165
6.4.6. A Construção dos Diagramas de Extremos e Quartis	173
6.4.7. A Construção de Outros Gráficos	174
6.5. A Concluir.....	178
CAPÍTULO SETE – CONCLUSÕES	181
7.1. A <i>Ação-Dialógica</i> e a Aprendizagem	181
7.1.1. A Construção do Significado Através da <i>Ação-Dialógica</i>	181
7.1.2. A <i>Ação-Dialógica</i> e a Aprendizagem da Estatística e da Cidadania	183
7.2. A Importância do CA na Aprendizagem dos Alunos.....	184
7.2.1. A Importância do CA na Participação Crítica e Construtiva dos Alunos.....	185
7.2.2. O <i>design</i> e implementação do CA e a Aprendizagem da Estatística e da Cidadania	187
7.2.3. A Reconstrução dos <i>Foregrounds</i> dos Alunos.....	189
7.3. Os Robots e as Aprendizagens dos Alunos	190
7.3.1. O Papel dos Robots e as <i>Intenções-de-Aprendizagem</i>	191

7.3.2. Os Robots e a Construção da Plataforma de Conhecimento Partilhado pelos Alunos	191
7.3.3. A Importância dos Robots no Processo de Ação e Reflexão dos Alunos	193
7.3.4. Os Robots e a Aprendizagem da Estatística e da Cidadania.	194
7.4. Novos Caminhos.....	198
7.5. A Fechar	198
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	201
ANEXOS	215
Anexo 1: Autorizações	217
Anexo 2: Cenário de Aprendizagem	221

ÍNDICE DE GRÁFICOS

Gráfico 6.1: Gráfico construído pelo grupo do <i>Vinagre</i>	150
Gráfico 6.2: Gráfico criado, no Excel, pelo grupo do <i>X-5</i> , para apresentar o tempo mínimo e máximo de cada Robot.	163
Gráfico 6.3: Diagrama de caule-e-folhas, com os tempos das corridas do <i>Jagunço</i> e do <i>Vinagre</i>	166
Gráfico 6.4: Diagrama de caule-e-folhas com os tempos das corridas do <i>DNR</i> e do <i>X-5</i> elaborado pelo P.T.....	168
Gráfico 6.5: Histograma e gráfico de linhas construído pela S.	177

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 4.1: Ciclo Investigativo (Martins & Ponte, 2010; Selmer et al., 2011).	91
Figura 4.2: O conjunto universo da Educação Estatística contém a Competência Estatística mas também pode conter elementos que não desenvolvem qualquer aspeto da Competência Estatística.	92
Figura 6.1: Programação construída pelos alunos para o Robot seguir a linha preta.	133
Figura 6.2: Os troços de corrida construídos pelos três grupos de trabalho.....	138
Figura 6.3: O troço de corrida construído pelos alunos M, P.M e C.	138
Figura 6.4: Os troços de corrida construídos, tendo em conta as dimensões da sala.	140
Figura 6.5: Tabela construída pelo T, na folha de cálculo do Excel.....	176

ÍNDICE DE TABELAS

Tabela 4.1: Tipos de raciocínio identificados por Garfield e Gal (1999).....	89
Tabela 4.2: Síntese do modelo de raciocínio estatístico desenvolvido por Garfield (2002). .	90
Tabela 4.3: O objetivo da situação pode diferenciar o domínio que está a ser desenvolvido (delMas, 2002, p. 6).	94

Tabela 6.1: As corridas a realizar na turma.	144
Tabela 6.2: Os tempos das corridas realizadas na turma.	145
Tabela 6.3: Os dados recolhidos durante as corridas.....	148
Tabela 6.4: Pontuação atribuída aos Robots, pelo grupo do <i>Vinagre</i>	150
Tabela 6.5: Soma dos tempos das corridas e classificação atribuída.	151
Tabela 6.6: Tabela criada pelo grupo do <i>DNR</i> para classificação dos Robots.....	154
Tabela 6.7: Tabela criada, na folha de cálculo do Excel, pelo grupo do <i>Jagunço</i> , para classificar os Robots.	156
Tabela 6.8: Critério apresentado pelo grupo do <i>DNR</i>	159
Tabela 6.9: Tabela criada e apresentada pelo grupo do <i>X-5</i>	162
Tabela 6.10: Tabela criada pelo grupo do <i>X-5</i> para classificar os Robots utilizando o tempo máximo de cada Robot.....	164
Tabela 6.11: Tempos, em segundos, das corridas dos Robots <i>X-5</i> e <i>DNR</i>	167

CAPÍTULO UM – INTRODUÇÃO

1.1. Origem e Motivação do Estudo

No livro *The global achievement gap*, Tony Wagner, investigador de Inovação na Educação no Centro de Tecnologia e Empreendedorismo da Universidade de Harvard, defende que a Escola deve desenvolver “sete competências de sobrevivência” necessárias para que as crianças e os jovens possam enfrentar os desafios futuros. Essas são: pensamento crítico e capacidade de resolução de problemas, cooperação, agilidade e adaptabilidade, iniciativa e empreendedorismo, boa comunicação oral e escrita, capacidade de aceder à informação e analisá-la e, por fim, curiosidade e imaginação.

Criar estratégias e utilizar ferramentas que sejam eficazes no processo de aprendizagem dos alunos e que permitam desenvolver, de uma forma progressiva, as “sete competências de sobrevivência” deve ser um dos principais objetivos de qualquer profissional de educação. Todo o professor, certamente, deseja encontrar uma ferramenta que motive os seus alunos, potencie a aprendizagem de um leque o mais abrangente possível de conteúdos e propicie também o desenvolvimento de competências.

Como professora de Matemática (desde 1999), sempre tive curiosidade em encontrar ferramentas que despertassem *intenções-de-aprendizagem* nos meus alunos e que lhes propiciassem o desenvolvimento de competências.

1.1.1. Os Projetos em que Participei e Participo

Entre 1999 e 2002 pertenci à equipa de investigação do *Projeto Materiais na Aula de Matemática* do Núcleo de Investigação em Didática da Matemática (NIDMA) da Universidade da Madeira (UMa). Enquanto membro desse projeto criei, juntamente com o meu grupo de investigação, várias atividades investigativas para serem trabalhadas, em sala de aula, por alunos do 3.º Ciclo do Ensino Básico (CEB). Para explorar essas atividades, os alunos utilizavam um programa de geometria interativa (*Sketchpad* ou *Cabri – Géomètre*). Todas as atividades foram criadas com vista a promover uma aprendizagem significativa da Matemática e, efetivamente, as atividades que implementámos em sala de aula motivaram os alunos para essa aprendizagem. Mesmo os alunos que usualmente não participavam nas aulas, quando era utilizado o *Sketchpad* ou o *Cabri – Géomètre* tinham um papel mais participativo.

Em janeiro de 2009 fui convidada para tornar-me membro da equipa de investigação do Projeto DROIDE – *Os Robots como Elementos Mediadores da Aprendizagem da Matemática/Informática*, do então Departamento de Matemática e Engenharias (DME), da

UMa. A partir dessa altura apaixonei-me pelos Robots e comecei a pensar que eles poderiam ser a “tal ferramenta”.

Entretanto, no final de 2009, o projeto DROIDE chegou ao fim. Contudo, a vontade de continuar a explorar as potencialidades dos Robots no contexto educativo manteve-se para os membros deste projeto e, assim, para compreender de que forma o uso dos Robots como artefactos mediadores da aprendizagem contribui para que os jovens produzam significado e desenvolvam uma aprendizagem de tópicos e conceitos matemáticos, informáticos e outros, foi criado o projeto DROIDE II – *Os Robots na Educação Matemática e Informática* (Fernandes, 2013b), sob a coordenação da Professora Doutora Elsa Fernandes.

O DROIDE II desenvolveu-se entre 2010 e 2013 e adotou uma estratégia que colocou em diálogo o campo teórico e o campo empírico em quatro fases: 1) criação de problemas na área da Matemática e/ou Informática a serem resolvidos através dos Robots e criação de Robots para abordar problemas específicos em Matemática e/ou Informática; 2) criação de Cenários de Aprendizagem (CA) utilizando os Robots, em diferentes contextos de aprendizagem (escolares, não escolares e virtuais); 3) análise da prática dos alunos aquando da implementação dos cenários criados; 4) desenvolvimento de um conjunto de linhas orientadoras sobre a utilização destes artefactos em ambientes de aprendizagem (da Matemática e da Informática) (Fernandes, 2013b).

Participei nos Projetos DROIDE e DROIDE II com intenção de aprender mais acerca dos Robots da LEGO e na tentativa de explorar as potencialidades destas ferramentas para a aprendizagem dos alunos, principalmente no contexto da sala de aula de Matemática.

Em 2006 surge o projeto CEM – Construindo o Êxito em Matemática. Este é um programa de formação contínua de professores de Matemática do Ensino Básico. Sob a coordenação da Professora Doutora Elsa Fernandes, através de um esforço conjunto da Direção Regional de Educação (DRE) e do então DME da UMa, iniciou-se a referida formação para os professores do 1.º CEB. Estava previsto o projeto ter uma duração de três anos, contudo, devido ao seu sucesso com os professores da Região Autónoma da Madeira, o projeto CEM, mantém-se até à atualidade e sou formadora do projeto desde o seu início.

No projeto CEM começou-se por propiciar formação aos professores que no ano letivo 2006-2007 estavam a lecionar o 3.º ano de escolaridade. No ano seguinte, acompanhámos esses professores, que estavam nessa altura a lecionar o 4.º ano, e recebemos novos professores que estavam a lecionar o 3.º ano. E assim sucessivamente. No ano letivo 2009-2010 iniciou-se a formação para os professores que estavam a lecionar o 7.º ano de escolaridade. Nessa altura, passei para a formação dos professores do 3.º CEB, deixando a formação dos professores do

1.º CEB, embora com alguma pena, uma vez que a experiência e a aprendizagem tinham sido deveras interessantes.

O projeto CEM tem como grande objetivo melhorar as aprendizagens e desenvolver competências matemáticas nos alunos através de um trabalho conjunto com os docentes envolvidos no projeto. Assim pretendemos: a) promover um aprofundamento dos conhecimentos matemáticos e didáticos nos professores do Ensino Básico; b) favorecer a realização de experiências de desenvolvimento curricular que contemplem a planificação e condução de aulas e posterior reflexão; c) promover o trabalho cooperativo entre docentes (Fernandes, 2014a).

No final de 2014 aceitei mais um desafio proposto pela Professora Doutora Elsa Fernandes e tornei-me numa das formadoras da oficina de formação: iTEC – *Cenários de Aprendizagem com Tecnologias Interativas*. Esta oficina tem o intuito de desenvolver competências essenciais para o século XXI, dar a conhecer ferramentas tecnológicas aos professores e apoiá-los na criação de CA nos quais os alunos poderão trabalhar cooperativamente, utilizando tecnologias, contribuindo assim para o desenvolvimento da sua literacia digital. As aprendizagens têm sido muitas.

Esta oficina de formação surge em mais uma colaboração da UMa com a DRE, sob a coordenação da Professora Doutora Elsa Fernandes, e pelo facto de a UMa ter-se tornado um *Associate Partner* do Projeto iTEC – *Innovative Technologies for an Engaging Classroom* – que tem como orientação o *design* da sala de aula do futuro e constitui um *large scale project* coordenado pela EUN – European Schoolnet – na Comunidade Europeia, agrupando 27 *partners* de diversos países da Europa. Este projeto, como podemos verificar através da sua página oficial (<http://itec.eun.org/web/guest/home>), desenvolveu-se ao longo de 4 anos e terminou a 31 de agosto de 2014, continuando, a partir daí, o processo de disseminação e *mainstreaming* dos resultados. O projeto iTEC, através da EUN, decidiu na fase final do projeto expandir a sua rede, criando o estatuto de *Associate Partner*. Em particular, o projeto iTEC e a EUN decidiram avançar com uma iniciativa de desenvolvimento da integração de atividades na formação inicial e contínua de professores e educadores. Foi nessa altura que a UMa se tornou *Associate Partner*, o que implicou assumir o compromisso de incluir, nalgumas das suas atividades, a preocupação com a disseminação das ideias, recursos e estratégias de trabalho com professores e educadores, beneficiando do acesso a todos os recursos e ferramentas do mesmo.

O gosto por explorar ferramentas digitais está bastante aguçado mas também pretendo perceber como é que os alunos aprendem enquanto utilizam essas ferramentas.

No início da formação, quer do CEM quer do iTEC, ouvimos muitas vezes os professores a lamentarem-se que, hoje em dia, os alunos estão mais desinteressados, com grande frequência perturbam o bom funcionamento da aula, existe indisciplina, poucos hábitos de estudo, que, de uma forma geral, os alunos não gostam da Escola. Os professores vêm frequentemente para a formação à procura de estratégias para motivar os seus alunos para a aprendizagem. Tanto no CEM como no iTEC temos tentado apoiar os professores na procura de respostas para essas preocupações, e cada uma de nós, formadoras, também tem vindo a investigar sobre esta temática em questão.

Em 2006, acabei o meu Mestrado em Matemática – Área de especialização Matemática para o Ensino, com a dissertação sobre o tema: *Construções dos Números Reais* (Lopes, 2006). Foi uma experiência importante no meu percurso académico e deixou-me a vontade de continuar a aprender. Daí nasceu a intenção de realizar uma nova investigação, agora no âmbito do Doutoramento. Almejava também que essa investigação tivesse uma parte empírica, no terreno com os alunos, para poder analisar como é que eles aprendem enquanto participam.

O meu interesse pelas tecnologias é grande e despertou-me a intenção de analisar práticas em que os alunos usam tecnologias enquanto aprendem Matemática.

Como veremos adiante, embora a aprendizagem seja uma experiência pessoal, ocorre em contextos sociais, repletos de relações interpessoais (Alrø & Skovsmose, 2006). Assim, considero que o meu conhecimento foi construído com os outros, através da discussão de ideias, da partilha de saberes, da leitura de documentos, etc., por isso, apesar do meu conhecimento ser individual, foi construído no coletivo. Uma vez que até agora estive a escrever sobre a minha experiência profissional, decidi utilizar a primeira pessoa do singular porque pretendia marcar que, apesar de esta se tratar de uma experiência construída com outros, reflete uma trajetória única – a minha. A partir do capítulo dois, inclusive, utilizei a primeira pessoa do plural para marcar que estou a lidar com ideias, que refletem a minha interpretação do trabalho de outros, que refletem que as construí com outros, no diálogo com os muitos artigos científicos, teses de mestrado ou de doutoramento, atas de congressos, livros, etc. que consultei. Ou seja, é o momento de marcar que acredito que a aprendizagem e o conhecimento são construções sociais, como veremos ao longo deste trabalho. Contudo, na restante parte deste capítulo senti necessidade de intercalar a escrita na primeira pessoa do singular com a escrita na primeira pessoa do plural, consoante estava a falar de algo mais pessoal ou trazendo as ideias de outros. Ao finalizar a escrita deste trabalho, voltarei à primeira pessoa do singular para enfatizar o que aprendi com a realização deste trabalho.

1.2. Justificativa e Relevância

1.2.1. As Tecnologias na Sala de Aula

Até ao momento, as ferramentas que têm oferecido mais esperanças à Educação têm sido as Tecnologias da Informação e Comunicação (TIC). Estas desempenham um papel importante como ferramentas privilegiadas ao serviço dos professores e da Educação em geral e a questão que se coloca é como devemos utilizá-las para delas tirar o melhor rendimento. Por isso, temos debatido com esta questão e vindo a investigar este assunto.

A partir do século XX, os avanços tecnológicos facilitaram o acesso à informação, modificando a maneira como vivemos e, conseqüentemente, a maneira como aprendemos. Hoje a tecnologia assume um papel central no desempenho das nossas funções mais básicas e está cada vez mais enraizada no nosso quotidiano. A nossa sociedade funciona em rede e isso provocou mudanças significativas na nossa forma de estar e de agir (Lopes & Fernandes, 2014).

As crianças estão a crescer num mundo onde a tecnologia as rodeia e abrange a maioria dos aspetos das suas vidas. O impacto disso é uma nova geração de alunos que entram na Escola com a tecnologia como parte integrante da sua vida quotidiana (Fernandes, Lopes & Martins, 2016). Estas crianças têm conversas diferentes das de outrora e têm uma história cultural diferente. Como afirma Prensky (2001), os padrões de pensamento das crianças são diferentes dos de outrora. São “*nativas digitais*”, enquanto os adultos ainda são “*imigrantes digitais*”. As crianças e os jovens estão acostumados a agir em vez de assistir passivamente, além disso, as tecnologias são uma presença constante nas suas vidas. Os jogos de computador, o *e-mail*, a internet, os telemóveis e as mensagens instantâneas são partes integrantes do seu quotidiano. Todos estes fatores transformam a maneira como elas aprendem. Assim, as tecnologias podem revelar-se um suporte para a aprendizagem na sala de aula, uma vez que elas são um recurso em muitos outros contextos de aprendizagem que, de forma natural, fazem parte da vida das crianças e jovens na atualidade.

A “evolução técnica, científica e informacional exigiu que os alunos e professores precisassem se adaptar a este novo contexto, principalmente em relação ao uso das tecnologias na educação” (Lima & Pinto, 2011, p.1). A evolução veio desafiar o tradicional processo de ensino e aprendizagem, tornando importante a criação de espaços em que se utilizem tecnologias, “de modo a enriquecer os ambientes de aprendizagem, proporcionando ao aluno a possibilidade de interagir com os objetos” (Andrade, 2012, p.10) e proporcionando-lhe a possibilidade de construir o seu próprio conhecimento.

Num mundo ligado em rede, com inúmeras trocas de informação e rapidez de interação, o papel do professor continua a ser importante, mas diferente. Agora terá de auxiliar o aluno

na seleção da informação importante para a construção do seu conhecimento, ser um mediador da aprendizagem e ter como principal função, em sala de aula, dar significado ao processo pedagógico.

Segundo Alda (2012), o professor deve saber utilizar as tecnologias em prol de um ensino mais eficiente e eficaz, trabalhar em parceria com os seus alunos e ter consciência de que não é o detentor de todo o conhecimento.

Atualmente, as possibilidades de aprendizagem são ilimitadas, podendo ocorrer a qualquer momento e não apenas na presença do professor e dentro da sala de aula. Uma forma de o professor fomentar a aprendizagem poderá ser trazendo, para a sala de aula, temáticas do interesse dos alunos, pois estas tendem a aumentar o valor e a importância que os alunos dão às situações em estudo.

Segundo Pocinho e Gaspar (2012), a utilização de tecnologias por parte dos alunos tende a estimular a criatividade e a dinâmica da aprendizagem na sala de aula. Com a utilização dessas ferramentas, o aluno tem, naturalmente, um papel mais ativo no seu processo de aprendizagem, dedicando-se não só ao exercício rotineiro mas também à investigação, à descoberta e ao trabalho cooperativo.

A tecnologia é uma mais-valia para o processo de ensino e aprendizagem. Contudo, tem de ser utilizada de uma forma refletida e ponderada, para constituir uma ferramenta e não um enfeite na aprendizagem. Nesse sentido, antes de utilizá-la na sala de aula, temos refletido sobre:

- Qual é o contributo da tecnologia para a aprendizagem do aluno?
- O que é que não pode ser feito sem a tecnologia?

Se conseguirmos identificar claramente a resposta a estas duas questões, significa que, então, existe um ganho efetivo com a sua utilização e, assim, será pertinente utilizá-la.

1.2.2. Os Robots na Sala de Aula

Na última década, a Robótica Educativa (RE) tem vindo a ganhar um crescente interesse e expressão no panorama educativo, quer devido à evolução nas tecnologias de construção e programação de Robots, bem como à diminuição dos custos associados a este tipo de ferramenta.

O potencial educativo dos Robots no ensino e aprendizagem, em diversas áreas, tem sido motivo de entusiasmo por muitos dos atores deste processo: professores, alunos, encarregados de educação, etc. É evidente o entusiasmo de todos aqueles que experimentaram Robots no quotidiano, na sua prática letiva ou numa experiência esporádica. Contudo, os constrangimentos existem e muitas questões estão em aberto acerca das potencialidades da

utilização dos Robots nos diversos contextos educativos. De facto, a utilização de Robots em tarefas pedagógicas ainda não está plenamente efetivada, tratando-se apenas de alguns casos isolados e não de uma estratégia sistemática de adoção como ferramenta educativa e inclusão no currículo dos diversos níveis de ensino.

É certo que, embora o entusiasmo dos que já experimentaram Robots propicie que outros os queiram utilizar, os constrangimentos são muitos para grande parte dos professores. Estes apenas serão ultrapassados com naturalidade, com a evolução da RE, sendo que esta maturidade apenas será possível de alcançar, se os Robots forem utilizados de uma forma consciente e refletida no contexto educativo. Para que essa maturidade seja alcançada é importante serem desenvolvidos estudos que respondam a questões como as seguintes:

- De que forma é que os alunos aprendem com os Robots?
- Em que medida essa aprendizagem é diferente da potenciada por outras ferramentas?
- Serão os Robots adequados para todas as faixas etárias?
- Que tipos de conteúdos os alunos podem aprender quando utilizam os Robots?
- Que competências os alunos podem desenvolver quando utilizam Robots?
- Qual a metodologia mais adequada quando se utilizam Robots?
- ...

Consideramos importante encontrar a resposta para estas e outras questões acerca da importância dos Robots para a aprendizagem e também encontrar argumentos basilares para a sua inclusão, ou não, nos currículos de diversas disciplinas e níveis de ensino, uma vez que os Robots apenas poderão ter futuro e dar frutos no panorama da Educação se, efetivamente, se perceber qual poderá ser o seu contributo para a aprendizagem. Almejamos que a investigação sobre a aprendizagem da Matemática com Robots seja frutífera e que possamos contribuir para tal.

No ano letivo 2011-2012 uma professora de Matemática, que estava a ter formação no projeto CEM – 8.º ano, perguntou-me se eu a podia ajudar a utilizar Robots na sua aula de Matemática. A professora tinha duas turmas de 8.º ano com pouco rendimento escolar, com alunos pouco assíduos e alguns até muito perturbadores. Alguns desses alunos tinham utilizado Robots nas aulas de Matemática, no 7.º ano, aquando do estudo das funções, e pediram à professora para utilizá-los novamente. A professora na tentativa de corresponder ao interesse dos seus alunos falou comigo. Apresentei a ideia aos outros elementos do projeto DROIDE II e considerámos que seria interessante aceitar o seu desafio. Questionámo-la sobre se desejava algum tema matemático em especial, ao que a professora respondeu que ficava ao nosso critério, tendo como única condição ser um tema ainda a trabalhar no 8.º ano.

Analísámos os temas a tratar no Programa de Matemática do 8.º ano e apercebemo-nos de que os alunos ainda não tinham trabalhado Estatística. Ao dialogar com a professora, verificámos que os conteúdos de Estatística não tinham sido lecionados no 7.º ano e, por isso, ainda tinham que ser abordados os conteúdos estatísticos referentes a esses dois anos letivos.

1.2.3. Aliar os Robots à Estatística

A Estatística sempre foi um tema que me despertou interesse. Sempre que tive oportunidade, enquanto estava a lecionar esse tema, gostava de realizar trabalhos de projeto com os alunos. Mas sentia que ainda tinha que aprender sobre como é que podemos fazer com que os alunos desenvolvam capacidades para utilizar a Estatística no seu quotidiano e não apenas nas atividades realizadas na sala de aula, isto é, como é que os alunos podem tornar-se capazes de analisar, de uma forma refletida e crítica, as informações que aparecem diariamente nos meios de comunicação social. Assim, revelou-se importante investigar sobre o assunto, na tentativa de procurar aliar os Robots ao desenvolvimento da Competência Estatística.

A Estatística é importante pois está presente na vida do homem desde a antiguidade, quando se fazia uso de levantamentos do tipo censos. Apesar disso, como ciência, a Estatística emergiu no final do século XIX. Segundo Batanero (2001, p. 7), “é indiscutível que o século XX foi o século da Estatística, que passou a considerá-la uma das ciências metodológicas fundamentais e base do método científico experimental”. No Século XX a importância da Estatística cresceu mediante as suas variadas aplicações, em particular, no campo experimental. Contudo, a Estatística não se resume às aplicações na Ciência ou na Investigação. Ela está na nossa sociedade, na política, no desporto, nos meios de comunicação, na educação, etc.

Segundo Sousa (2002, pp. 24-25) “os resultados obtidos com a aplicação dos métodos estatísticos na resolução de problemas dos diversos domínios do conhecimento, aliados à evolução tecnológica dos últimos anos, fizeram com que os conhecimentos estatísticos se tornassem indispensáveis em todos os domínios.”

Como refere Batanero (2001), existe uma relação direta entre o desenvolvimento de um país e o grau em que o seu sistema estatístico produz estatísticas completas e confiáveis, uma vez que as informações estatísticas são necessárias para a tomada de decisões apropriadas, quer do tipo económico, social ou político. Desta forma, a Competência Estatística, não só dos técnicos que produzem as estatísticas, mas também dos profissionais e dos cidadãos que devem interpretá-las e tomar decisões baseadas nessas informações, assim como dos indivíduos que colaboram na obtenção dos dados estatísticos, é um motor de desenvolvimento da sociedade.

Perante esta crescente utilização e constatação da importância da Estatística na sociedade atual, considerámos importante refletir sobre os aspetos relacionados com a sua aprendizagem escolar. Verificámos que existem alguns exemplos de como a Estatística é desenvolvida no currículo escolar da Matemática e como, a nível internacional, os professores abordam esta temática (Batanero, Burril & Reading, 2011) mas não descobrimos nenhum em que os Robots tivessem sido utilizados como ferramenta pedagógica para a aprendizagem da Estatística ao nível do 3.º CEB.

1.2.4. Aliar Educação Estatística à Educação Matemática Crítica

No início dos anos oitenta, diversos investigadores no âmbito da Educação Matemática (EM), começaram a questionar o seu papel, procurando através de posicionamentos críticos refletir sobre as razões e as finalidades pedagógicas da Matemática. Essas reflexões incidiram em posturas democráticas, questões sociais, económicas, culturais e da Cidadania, eliminação de preconceitos e de estruturas de poder, existentes tanto na relação entre o professor e os alunos como na relação entre os próprios alunos (Jacobini & Wodewotzki, 2006). Este conjunto de atitudes educacionais tem em Skovsmose (1994, 2007) um dos seus principais proponentes e relaciona-se com a inserção dos pressupostos da Educação Crítica (EC) no processo da EM. Skovsmose, ao propor tal inserção, baseia-se em princípios que norteiam a Teoria Crítica da Educação, fundamentados nos trabalhos de Paulo Freire, Henry Giroux e Ubiratan D'Ambrosio.

Os pensamentos da EC de Paulo Freire são incorporados por Skovsmose (2001, p. 101), ao realizar os seus estudos sobre a Educação Matemática Crítica (EMC): “para que a educação, tanto como prática quanto como pesquisa, seja crítica, ela deve estar a par dos problemas sociais, das desigualdades, [...] e deve tentar fazer da educação uma força social progressivamente ativa [...]. Para ser crítica, a educação deve reagir às contradições sociais”. Assim, o processo educativo não pode estar desligado da comunidade escolar, deve sim relacionar-se com problemas encontrados nas situações do quotidiano dos alunos.

Para que numa sala de aula exista uma EMC, tanto o professor como os alunos têm de aceitar e assumir o papel de investigadores interessados nas problemáticas que dizem respeito à realidade social que os rodeia, criando-se assim múltiplas possibilidades para a construção do conhecimento e a realização de atividades intelectuais relacionadas com investigações e críticas. Deste modo, tanto o professor como os alunos envolvem-se em problemáticas do quotidiano, tomam consciência dos aspetos sociais, que muitas vezes passam despercebidos noutro tipo de sala de aula, mas que no seu quotidiano se encontram fortemente presentes.

1. Introdução

Assim, através de atitudes voltadas para a práxis social, tanto os alunos como o professor, envolvem-se com a comunidade, transformando reflexões em ação.

Sintetizando as ideias de Campos (2007), a EMC torna-se presente quando os alunos: (i) num trabalho de projeto, para resolverem um problema de natureza Estatística, trabalham com dados reais e contextualizados; (ii) são estimulados para o debate e para o diálogo; (iii) não sentem hierarquização por parte professor; (iv) vivem uma democracia no ambiente pedagógico da sala de aula. A EMC torna-se, também, presente quando: (i) é incentivada a capacidade crítica dos alunos; (ii) é valorizado o conhecimento reflexivo; (iii) é incentivada a liberdade individual, a ética e a justiça social. Se tal ambiente de aprendizagem for criado, o aluno vai gradualmente tornar-se capaz de interpretar o mundo, praticar o discurso da responsabilidade social e utilizar uma linguagem crítica.

Do mesmo modo, no âmbito da Educação Estatística (EE) observamos uma preocupação acerca dos recursos que a Estatística pode oferecer, não apenas para a investigação científica, mas também para o desenvolvimento de uma postura investigativa, reflexiva e crítica do aluno na sociedade atual, marcada pelo mundo tecnológico, onde as informações advêm dos diversos meios de comunicação e pela necessidade de tomada de decisões nas mais variadas situações.

No âmbito da EE os estudos apresentam como relevante o desenvolvimento de três capacidades relacionadas entre si: a literacia, o pensamento e o raciocínio estatísticos. Essas capacidades baseiam-se na interpretação e na compreensão crítica de informações provenientes de dados reais, estando associadas a uma educação voltada para a formação de uma Cidadania crítica e encontram, portanto, concordância com os princípios que norteiam a EMC.

A Competência Estatística é considerada como a meta de abrangência na EE e apenas pode ser alcançada pelo desenvolvimento da literacia, do pensamento e do raciocínio estatísticos. Estas capacidades, que estão interrelacionadas, podem ser entendidas como processos cognitivos e são desenvolvidas se certas atitudes forem uma prática corrente na sala de aula. Nesse sentido, Campos (2007), com o objetivo de auxiliar o professor a proporcionar ao aluno o desenvolvimento dessas capacidades, sugere resumidamente algumas ações. São elas:

- a) Trabalhar com dados reais.
- b) Relacionar os dados ao contexto em que estão inseridos.
- c) Orientar os alunos para que interpretem os seus resultados.
- d) Permitir que os alunos trabalhem em grupo e que uns critiquem as interpretações dos outros, favorecendo deste modo o debate de ideias entre os alunos.

- e) Promover julgamentos sobre a validade das conclusões, isto é, partilhar com os seus colegas as conclusões e as justificativas apresentadas.

Estas ações estão claramente em concordância com as ideias da EMC, na medida em que, como refere Campos (2007), procuram, sistematicamente:

- Promover uma educação problematizadora, estimulando a criatividade e a reflexão dos alunos, enquanto participam ativamente no seu processo de aprendizagem.
- Promover a inserção crítica dos alunos no seu contexto real, destapando essa realidade para permitir que compreendam o mundo, tornando-os atores que assistem ao mundo, mas também que nele participam.
- Valorizar os aspetos políticos envolvidos na educação, quer estes estejam relacionados com o processo educativo ou com os conteúdos da disciplina.
- Procurar a democratização do ensino, tanto com o debate de princípios democráticos como com a adoção de atitudes democráticas em sala de aula, a fim de eliminar a hierarquização entre professor e alunos, possibilitando a convivência entre todos os atores do processo educativo num ambiente no qual não há um detentor do saber mas sim um partilhar de perspetivas e de experiências, de modo a contribuir para a aprendizagem de todos.
- Valorizar o trabalho em grupo e cooperativo.
- Desenvolver relacionamentos sociais, combater as posturas alienantes dos alunos e defender a ética e a justiça social.
- Promover o diálogo, a liberdade individual e a responsabilidade social dos alunos.

Desta forma, os aspetos teóricos da EE estão em concordância com os princípios da EMC e torna-se possível encontrar uma convergência entre os objetivos da EE e da EMC, se as estratégias pedagógicas valorizarem tanto o desenvolvimento da Competência Estatística quanto o crescimento social e político dos alunos. Assim, consideramos que os objetivos da EE podem ser acompanhados dos objetivos para o desenvolvimento da criticidade, se existir envolvimento dos alunos em questões políticas e sociais relevantes para a sua comunidade.

1.2.5. A Aprendizagem

Por considerarmos que a aprendizagem ocorre pela participação em diversas práticas, pelo diálogo estabelecido com os outros, pela investigação, pelo debate de ideias com a intenção de construir perspetivas comuns sobre os vários assuntos em análise, etc., defendemos que aprender é um processo de cooperação. Como refere Fernandes (1998), a cooperação é importante para o encorajamento, para a resolução conjunta de problemas, para a partilha de ideias e para ensinar os alunos com mais dificuldades. Através de um processo cooperativo, as

peessoas, enquanto aprendem, agem e refletem sobre as suas ações com a intenção de aprender e, ao agir e refletir sobre essas ações, conseguem apreciar o produto da sua aprendizagem, bem como o processo da sua criação. Além disso, detêm o poder sobre o conhecimento construído num processo cooperativo entre todos os intervenientes. Desta forma, consideramos que o processo de cooperação é importante, uma vez que todos são responsáveis pela aprendizagem de todos e podemos aprender ajudando os outros a aprender. A construção do conhecimento, tecnológico, matemático ou qualquer outro tipo de conhecimento, pode acontecer pela partilha de saberes e pelas discussões que daí advêm.

Deste modo, por tudo o que aqui foi discutido, conceptualizamos a aprendizagem como um fenómeno social e analisamo-la através da lente da EMC, baseando-nos em vários trabalhos de Skovsmose (Alrø & Skovsmose, 2004; Alrø, Skovsmose & Valero, 2003, Skovsmose 1994, 2001, 2005, 2007) e nos trabalhos produzidos no âmbito do projeto LEARN, os quais consideraram a *Aprendizagem-como-Ação-Dialógica* (Fernandes, 2008).

Encarar a *Aprendizagem-como-Ação-Dialógica* implica participar em diálogos com um propósito que normalmente decorre das necessidades ou motivos que levam as pessoas a participar numa determinada “atividade, mesmo que estas não sejam, à partida, organizadas ou dirigidas para a satisfação dessas necessidades” (Fernandes & Santos, 2013, p. 3). No entanto, a maneira como as pessoas participam em práticas sociais tem uma forte relação com os motivos dessas pessoas que acabam sendo os recursos das *intenções-de-aprendizagem* (Alrø & Skovsmose, 2004). Desta forma, aprender envolve um processo dialético que exige a intencionalidade, a reflexão e a crítica, isto é, agir dialogicamente com o mundo e com os outros (Fernandes et al., 2016).

Como veremos nos capítulos seguintes, as teorias que sustentam as nossas ações, quer como professoras que contribuíram para a criação e implementação do CA discutido neste trabalho de investigação, quer como investigadoras que analisaram a prática resultante da implementação do mesmo, foram a EE e a EMC, tendo por base o desenvolvimento da Competência Estatística, a aprendizagem da Cidadania e a *Aprendizagem-como-Ação-Dialógica*. Também não foi alheio ao quadro teórico adotado o nosso posicionamento em termos metodológicos.

Segundo Skovsmose e Valero (2002), para Educar Matematicamente os nossos alunos, não é suficiente basear as nossas aulas em situações pouco realistas, ajustadas aos conteúdos que pretendemos lecionar, com a intenção de fazer com que os alunos aprendam conteúdos matemáticos e acreditando que estes terão ‘ressonância intrínseca’. Esta forma de ação é muito redutora sobre o que é na realidade Educar Matematicamente. A justificativa de que os

conteúdos matemáticos serão importantes em aprendizagens futuras e a sua aprendizagem terá repercussões no desenvolvimento pessoal e social dos alunos é pouco válida. Esta ressonância intrínseca não fará ressonância nos alunos que não têm intenção de prosseguir os seus estudos, uma vez que estes não vão sentir utilidade no que estão a aprender nas aulas.

Para Educar Matematicamente os nossos alunos, eles devem ser colocados perante a análise de “situações em que a Matemática parece formatar a forma como compreendem e atuam sobre a realidade” (Pais, Fernandes, Matos & Alves, 2012, p. 28), uma vez que estas situações da vida social podem despertar a intenção de refletir e gerar uma Aprendizagem Crítica da Matemática.

Criar na sala de aula espaços para o diálogo, para a partilha de opiniões e para discussão de temas sugeridos pelos próprios alunos é uma forma de fomentar a sua curiosidade, o espírito crítico, de os conduzir a não aceitar o que lhes é dito sem questionar e também de ajudá-los a aperceberem-se da utilidade do que aprendem nas aulas.

Debater na aula de Matemática aspetos relacionados com publicidade, ciência, política, economia ou outros, pode ser uma forma de Educar Matematicamente os alunos, uma vez que estes domínios da vida social baseiam e justificam as suas ações em modelos matemáticos. A partir da análise de tais situações, torna-se possível identificar os conteúdos matemáticos que as sustentam e, assim, os alunos têm possibilidade de compreender o significado e a forma como funcionam muitos dos modelos matemáticos que regem e sustentam vários domínios da vida social e que baseiam e fundamentam as suas ações em modelos matemáticos.

Se queremos Educar Criticamente os nossos alunos, “os problemas não devem pertencer a ‘realidades de faz-de-conta’ sem nenhuma significação, exceto como ilustração da matemática como ciência das situações hipotéticas” (Skovsmose, 2001, p. 24), devem sim estar relacionados com os seus interesses e pertencer à sua realidade.

Nesta investigação, a EMC remete-nos para objetivos de caráter social, que além de procurar atribuir significados aos conteúdos estatísticos, procura fazê-lo de uma forma democrática, incentivando os alunos a desenvolver o espírito crítico e a responsabilidade ética. A ideia de fomentar nos alunos o conhecimento reflexivo e crítico encontra um paralelo em aspetos da EE tais como a literacia, o raciocínio e o pensamento estatísticos. Uma vez que queremos educar os nossos alunos no sentido de lhes propiciar o desenvolvimento da Competência Estatística e também da Cidadania, podemos recorrer a problemas de natureza Estatística, relacionados com os seus interesses e com a sua realidade. Segundo Gal e Garfield (1997), uma propriedade fundamental desses problemas é a de que eles não têm uma solução única, geralmente começam com uma questão e terminam com uma opinião que se espera que

seja fundamentada em resultados teóricos e/ou práticos. As conjecturas e conclusões apresentadas pelos alunos não podem, nem devem, ser caracterizadas como certas ou erradas. Devem ser analisadas quanto à qualidade e adequação do seu raciocínio e aos métodos criados para fundamentar as evidências.

1.3. O Problema em Estudo e as Questões de Investigação

Tendo por base o que estivemos a discutir, consideramos que na EMC, e em particular na EE, abordar assuntos reais e utilizar tecnologias como ferramentas de suporte à aprendizagem tende a aumentar o valor e a importância que os alunos dão às situações em estudo e, assim, as *intenções-de-aprendizagem* podem ser mais facilmente ativadas. Consideramos também que, através de uma participação ativa e crítica, os alunos vão sentir-se responsáveis pelo seu processo de aprendizagem, agindo e refletindo de uma forma responsável e crítica.

Partindo do quadro teórico e da visão da aprendizagem adotada, formulou-se assim o seguinte problema a ser estudado:

Compreender de que forma o uso de tecnologias, com especial enfoque nos Robots, contribui para que os alunos desenvolvam a literacia, o pensamento e o raciocínio estatístico, produzindo significado e fomentando a aprendizagem da Estatística e a aprendizagem da Cidadania.

Este problema foi definido de um modo geral e depois sentimos necessidade de o dissecar em várias questões que guiam este trabalho de investigação. Estas questões foram escritas e reescritas e a formulação final emergiu da análise dos dados:

1. Qual a importância da *ação-dialógica* na aprendizagem dos alunos?
 - a. Como se caracteriza a construção dos significados através da *ação-dialógica*?
 - b. Como é que a *ação-dialógica* contribui para a aprendizagem da Estatística e da Cidadania?
2. Em que medida o CA fomenta a aprendizagem dos alunos?
 - a. Como participam de uma forma crítica e construtiva num ambiente em que têm a liberdade para escolher as atividades em que querem participar?
 - b. Como é que o *design* e a implementação deste CA contribui para a aprendizagem da Estatística e da Cidadania?
 - c. Como é que este CA facilita a reconstrução dos *foregrounds* dos alunos?
3. Qual é o papel dos Robots na aprendizagem dos alunos?
 - a. Qual o contributo dos Robots para despertar *intenções-de-aprendizagem* nos alunos?
 - b. Como é que os Robots contribuem para a construção de uma plataforma de conhecimento partilhado pelos alunos?

- c. De que forma os Robots contribuem para que os alunos atuem e reflitam sobre as suas ações, enquanto participam no seu processo de aprendizagem?
- d. Quais os contributos dos Robots para a aprendizagem da Estatística e da Cidadania?

A componente empírica deste trabalho de investigação passa pela observação e análise dos dados recolhidos numa turma de 8.º ano em que implementámos, juntamente com a professora da turma e os seus alunos, o CA: *Uma Corrida com Robots*. A recolha de dados foi realizada entre abril e maio de 2012 e participámos em todas as aulas de Matemática da turma, em que ocorreu a sua implementação.

Os dados foram registados em vídeo e áudio. Após as aulas, eu e a professora elaborámos reflexões escritas sobre as mesmas, construindo diários de campo. As conversas informais mantidas com a professora e alunos foram também objeto de análise e registadas no referido diário, tendo este instrumento de recolha de dados consistido no primeiro momento da análise dos dados recolhidos.

O quadro teórico da investigação é composto pela EMC e a EE e a análise dos dados seguiu um esquema analítico de natureza interpretativa.

1.4. A Organização deste Trabalho de Investigação

Este trabalho de investigação está organizado em sete capítulos (incluindo a Introdução) e as Referências Bibliográficas.

O **segundo capítulo** relativo à revisão da literatura está dividido em duas partes. Na primeira parte, fazemos uma abordagem à RE e aos seus contributos para a aprendizagem dos alunos e dedicamos a segunda parte à EE e aos seus contributos para uma EMC.

No **terceiro capítulo** apresentamos a investigação realizada sobre EMC. Assim, partindo da origem e dos fundamentos da EC, fazemos uma abordagem aos trabalhos de Jungen Habermas, Paulo Freire e Henry Giroux até chegarmos à aprendizagem vista pela lente da EMC, e em particular à *Aprendizagem-como-Ação-Dialógica*, tal como foi definida no projeto LEARN.

No **quarto capítulo** apresentamos os fundamentos teóricos da EE. O objetivo aqui foi organizarmos os aspetos teóricos mais relevantes, publicados nas edições dos principais jornais e revistas voltados para a EE, em especial os europeus e os norte-americanos, dando ênfase às contribuições de autores tais como: Carmen Batanero, Beth Chance, Robert delMas, Iddo Gal, Joan Garfield, Maxine Pfannkuch, Deborah Rumsey, Gary Smith e Chris Wild.

O **quinto capítulo** é dedicado à metodologia utilizada nesta investigação. Primeiramente, justificamos as opções metodológicas adotadas a que se segue a caracterização

do contexto e dos participantes envolvidos nesta investigação. De seguida, indicamos os procedimentos utilizados na recolha dos dados, assim como no tratamento e análise dos mesmos.

No **sexto capítulo**, apresentamos a análise e discussão dos dados obtidos no contexto de sala de aula, tendo por base a fundamentação teórica adotada nesta investigação. Os dados recolhidos nas aulas observadas são apresentados seguindo, na sua maioria, a sequência em que ocorreram na sala de aula.

No **sétimo e último capítulo**, apresentamos as conclusões estabelecendo, sempre que possível, um paralelo com os resultados encontrados na revisão da literatura feita no segundo capítulo e com o foco de discussão das questões da investigação apresentadas no primeiro capítulo.

A finalizar, e ainda nesse capítulo, indicamos algumas questões para investigação futura que emergiram em virtude da realização deste estudo e apresentamos um balanço pessoal, referindo marcos de aprendizagem no decurso deste trabalho de investigação.

CAPÍTULO DOIS – ESTADO DA ARTE: DA ROBÓTICA EDUCATIVA À EDUCAÇÃO ESTATÍSTICA CRÍTICA

Segundo Luna (1998, p. 80), “uma revisão de literatura é uma peça importante no trabalho científico e pode, por ela mesma, constituir um trabalho de pesquisa.”

Neste capítulo apresentamos, na secção 2.1., uma síntese do que tem sido feito no âmbito da RE desde a sua origem, com Seymour Paper, passando pelos contextos mais informais de aprendizagem até chegar à sua utilização nas salas de aula.

Em 2.2.1, apresentamos um levantamento bibliográfico acerca da EMC, uma vez que a utilizámos como estratégia pedagógica para fomentar a aprendizagem dos alunos, nomeadamente a aprendizagem da Estatística e da Cidadania. No capítulo seguinte fazemos um aprofundamento teórico sobre a EMC.

Em 2.2.2., fazemos um levantamento bibliográfico sobre a teorização em EE, uma vez que ela é também parte do quadro teórico que delineamos para esta investigação. Assim, apresentamos algumas publicações relativas ao assunto, focando alguns investigadores internacionais e nacionais destacados na área e construímos o nosso quadro de referências de uma EE baseada no desenvolvimento da Competência Estatística.

2.1. A Robótica Educativa

A utilização de Robots para a construção do conhecimento não é recente. O grande precursor desta atividade foi Seymour Papert, investigador do MIT (*Massachusetts Institute of Technology*) que defende que as tecnologias são para levar para a sala de aula. A fundamentação pedagógica da RE está fortemente relacionada com o seu trabalho e com a teoria que designou por *Construcionismo*. O *Construcionismo* tem por base as teorias construtivistas, o que se entende pelo facto de Papert ter trabalhado vários anos com Piaget.

A abordagem *construcionista* de Papert (1980) propõe a ideia de que os seres humanos aprendem melhor quando são envolvidos no planeamento e na construção de objetos que considerem significativos, partilhando-os com a comunidade envolvente. O processo de construção externa do objeto é simultaneamente acompanhado pela construção interior do conhecimento sobre esse mesmo objeto. A inovação do *Construcionismo* perante o Construtivismo advém da valorização que é dada ao papel das construções físicas como suporte às construções intelectuais.

O *Construcionismo* enfatiza a aprendizagem centrada no aluno e a aprendizagem pela descoberta. Defende que os alunos devem ser incentivados a trabalhar com objetos tangíveis no mundo real e utilizar o que eles já sabem para construir mais conhecimento (Papert & Harel,

1991). O papel do professor passa a ser o de facilitador da aprendizagem do aluno e não o de dar instruções passo-a-passo do trabalho que ele deve realizar.

Os ambientes computacionais, e a Robótica em particular, constituem poderosas ferramentas para suportar novas formas de pensamento e uma aprendizagem que envolva os alunos no desenvolvimento de projetos para si significativos (Resnick, Bruckman & Martin, 1996). O processo interativo envolvido na construção e na programação de um Robot permite aos alunos experimentarem e verem os efeitos tangíveis da sua experimentação.

As origens do *Construcionismo* são encontradas no grupo dirigido por Papert no MIT, a partir dos anos 60 e que ficou bastante conhecido com a linguagem Logo, que criou em 1967. A partir daí, a RE tem-se desenvolvido de forma exponencial. Com a ideia de utilizar a tecnologia como mecanismo para o processo de ensino e aprendizagem, Papert em conjunto com o seu grupo de investigação do MIT e com o apoio da Empresa LEGO desenvolveram o kit de Robótica Pedagógica LEGO MINDSTORMS.

Este grupo de trabalho construiu uma visão partilhada da educação baseada em quatro pilares fundamentais (Bers, Ponte, Juelich, Viera & Schenker, 2002):

- (i) **Aprender, construindo** – Segundo Rogers e Portsmore (2004), neste processo os alunos envolvem-se na resolução de problemas, na tomada de decisões e num processo de cooperação. Através dos Robots, torna-se possível o “Aprender Construindo”, na medida em os alunos aprendem enquanto planeiam e constroem, pela resolução de sucessivos problemas, que emergem do mundo real e que é necessário ultrapassar para conseguirem resolver com sucesso o projeto inicial a que se propuseram.
- (ii) **Objetos concretos** – Utilizar objetos concretos como meio para chegar à aprendizagem de fenómenos mais abstratos. Vejamos por exemplo, a aprendizagem do conceito de função utilizando Robots, analisada por Fernandes (2014b).
- (iii) **Ideias Poderosas** – podem ser entendidas como um conjunto de ferramentas intelectuais que, quando bem usadas, são realmente “*poderosas*”, pois possibilitam novas formas de pensar, não apenas sobre um domínio específico mas acerca do próprio processo de pensamento. Segundo Papert (2000), as “*ideias poderosas*” reforçam a capacidade de aprendizagem do indivíduo, permitindo formas diferentes de pensar, de fazer uso do conhecimento e novas formas de criar relações pessoais e epistemológicas com outros domínios do conhecimento.
- (iv) **Autorreflexão** – acontece quando os indivíduos são encorajados a explorarem o seu próprio processo de pensamento e a sua relação intelectual e emocional com o

conhecimento, bem como a sua história de vida que afeta as suas experiências de aprendizagem. Consiste em fazer com que o aprendiz reflita de uma forma crítica acerca do seu processo de aprendizagem.

Notemos que, estes quatro pilares do *Construcionismo* podem-se revelar também fundamentais no desenvolvimento de projetos em RE.

Papert argumenta que com os Robots o erro passa a ser visto de outra forma, uma vez que muitas vezes o erro traz os alunos de volta para a aprendizagem. Segundo este autor, durante a construção e a programação dos Robots, os alunos devem cometer erros e tornar-se bons em identificá-los. A questão não é saber se algo está certo ou errado, mas sim se é corrigível. Isto incentiva os alunos a pensarem criticamente sobre o que estão construindo ou programando e leva-os a tentar e tentar novamente, sem nunca desistir, até terem o Robot a realizar o esperado.

Papert afirma que as crianças, ao trabalharem com Robots, mesmo sem serem ensinadas, aprendem e desenvolvem o seu pensamento. O *Construcionismo* na RE desempenha o papel de fornecer ferramentas ricas e o ambiente necessário para os alunos promoverem a sua própria aprendizagem (Alimisis & Kynigos, 2009; Papert, 1980).

A RE pode ser utilizada, por um lado, como um processo de “Alfabetização Robótica”, em que se faz uma abordagem dos conceitos mais simples desta tecnologia, tais como conceitos de construção e de programação e, por outro lado, pode ser utilizada de uma forma precisa e avançada para aprender conceitos de várias áreas disciplinares e desenvolver múltiplas competências. Ao tentarmos trazer para a aprendizagem da Matemática a RE, é necessário trazer estes dois aspetos da Robótica.

Ao longo dos últimos anos, a RE tem sido apontada como uma das ferramentas educativas emergentes de maior potencial, na abordagem de diversas temáticas curriculares, para os diversos níveis de ensino.

Motivada pela descida dos custos da eletrónica em geral e pelos avanços tecnológicos na área da Robótica, esta tem trazido novas ferramentas para a aprendizagem, quer em contextos mais formais, como a sala de aula, como para outros contextos mais informais de aprendizagem.

São várias as características, atribuídas à RE, que evidenciam vantagens da sua utilização para a aprendizagem das crianças e jovens da atualidade. Mas, embora existam diversos estudos que apontam as suas características inovadoras e o seu enorme potencial pedagógico em diversas áreas, a sua integração nos currículos do Ensino Básico ainda não foi plenamente efetuada.

São diversos os fatores que fazem com que os professores sintam alguma relutância em utilizar tal ferramenta na sala de aula, e o principal é certamente o tempo de maturação que é necessário a qualquer tecnologia para ser integrada nas salas de aula, o qual ainda não foi atingido para a RE.

Muitos professores consideram a RE ‘interessante e motivadora’ mas apresentam alguns constrangimentos para a sua utilização com os alunos, como passamos a destacar:

- O carácter técnico da área da Robótica induz alguma apreensão nos professores que não são da área, em particular aos professores de Matemática, para utilizar ‘sozinhos’ os Robots na sua sala de aula;
- Os programas são extensos e os professores sentem receio de que introduzir a Robótica os faça ‘perder’ mais tempo;
- Existe pouco material de índole pedagógico disponível, que permita tirar partido da RE para as diversas áreas curriculares (por exemplo manuais e tutoriais);
- Existe muito pouca oferta formativa para os professores nesta área, principalmente na Ilha da Madeira;
- Ainda são poucos os estudos quantitativos ou qualitativos que concretizem as qualidades pedagógicas da RE de uma forma evidente.

Obviamente, os constrangimentos apresentados são de complexidade elevada e podem demorar algum tempo até serem resolvidos. Para iniciar um caminho de forma a ultrapassar alguns desses constrangimentos, neste capítulo, contextualizamos o que tem sido feito na área e a que conclusões os vários investigadores têm chegado.

A literatura existente acerca do potencial pedagógico trazido pela RE é bastante fascinante, se atendermos aos benefícios que lhe são apontados. Diversos autores indicam a RE como sendo uma enorme fonte de energia e de motivação para alunos e professores que contactam com este tipo de atividades (Beer, Chiel & Drushel, 1999; Fernandes, 2013b; Hirst, Johnson, Petre, Price & Richards, 2003; Johnson, 2003; Ribeiro, 2006).

Vários estudos, que têm sido realizados sobre o uso da RE como ferramenta para a aprendizagem, salientam a componente motivacional que os Robots exercem nos alunos, destacando que, quando aos alunos é dada a oportunidade para manipularem os Robots, estes manifestam um grande entusiasmo, interesse e empenho na realização das atividades que os envolvem (Beer et al., 1999; Fernandes, 2013b; Hirst et al., 2003; Ribeiro, 2006).

A motivação é reconhecida por diversos autores como uma das grandes potencialidades pedagógicas da utilização dos Robots, pelo facto de os alunos se mostrarem mais interessados no seu processo de aprendizagem. Mas esta não é certamente a única potencialidade na

utilização da RE. Como salientam Fernandes, Fermé e Oliveira (2006, p. 8), o uso de Robots na aula de Matemática “promove e incrementa tanto a discussão entre alunos e entre alunos e professores bem como a colaboração na resolução de problemas propostos.”

Marcia Cruz, Beatriz Lux, Werner Haetinger, Emigdio Engelmann e Fabiano Horn (2007), Rui Oliveira (2007), Célia Ribeiro (2006) e Carmen Santos e Crediné Menezes (2005) referem que a RE pode ser uma forma de viabilizar o conhecimento científico e tecnológico e, ao mesmo tempo, estimular a criatividade e a experimentação, fazendo um forte apelo ao lúdico. Através da RE, os alunos entram em contacto com as tecnologias e com as aplicações práticas ligadas a assuntos que fazem parte do seu quotidiano, uma vez que a Robótica requer conhecimentos sobre Mecânica, Matemática, Programação, entre outros. Através da RE, os alunos têm oportunidade de explorar novas ideias e descobrir novos caminhos na aplicação de conceitos adquiridos em sala de aula e na resolução de problemas, desenvolvendo a capacidade de elaborar hipóteses, investigar soluções, estabelecer relações e tirar conclusões.

Para Cruz et al. (2007), explora-se a Robótica não apenas pela parte estética do material, mas pelas atividades que dela surgem, propiciando que os alunos pensem, desafiem e ajam, construindo, com isto, conceitos e conhecimento.

Segundo Alcione Santos (2012), os Robots facilitam a exploração de conceitos abstratos da Matemática e da Informática, quando ligados à resolução de problemas-desafio, uma vez que com os Robots, os conceitos matemáticos e informáticos adquirem significado e tornam-se “ferramentas para a consecução de um objetivo comum [...] resolução dos problemas-desafio propostos” (p. 178).

Cristiane Gomes, Fernando da Silva, Jaqueline Botelho e Aguinaldo Souza (2010), afirmam que através da RE é possível criar, através da simulação de acontecimentos da vida real, um ambiente de trabalho agradável onde os professores e os alunos interagem à procura de conhecimentos.

Referindo Eulina Nascimento e Érica Bezerra (2013), a prática da RE propicia um processo de motivação, cooperação, construção e reconstrução de conceitos, permite o desenvolvimento do raciocínio e do pensamento crítico e da capacidade para resolver problemas. “Ela aborda aspetos do ensino STEM (*Science, Technology, Engineering, Math*) de forma prática o que promove a compreensão de habilidades. Proporciona aos alunos a oportunidade de projetar, construir, experimentar, solucionar problemas e aprender com seus erros” (p. 2).

De acordo com Sónia Martins (2012), com os Robots é possível criar práticas de sala de aula onde existe espaço para a negociação, a divisão de tarefas e a responsabilização para com

a consecução das metas estabelecidas. Práticas com estas características “constituem oportunidades de formação para todos os envolvidos, na qual os erros e conflitos são tomados como naturais e podem ser valorizados como situações especiais para que a aprendizagem ocorra” (p. 2025).

Nos livros *Classroom Robotics: Case Stories of 21st Century Instruction for Millennial students* (Gura & King, 2007) e *Aprender Matemática e Informática com Robots* (Fernandes, 2013b), existem vários exemplos que demonstram o grande potencial da RE para motivar e envolver os alunos em várias tarefas, estimulando a sua curiosidade natural. Existem também exemplos que mostram como se torna possível introduzir, na sala de aula, a interdisciplinaridade, a aprendizagem cooperativa, a aprendizagem baseada na resolução de problemas ou a aprendizagem com base em projetos.

No livro, *Aprender Matemática e Informática com Robots* (Fernandes, 2013b), é possível encontrar vários CA criados e implementados no âmbito do projeto DROIDE II, que podem servir como linha orientadora para os professores criarem e implementarem, em parceria com os seus alunos, os seus próprios CA.

Portsmore, Cyr e Rogers (2001) notaram que, quando utilizavam Robots para a realização de tarefas, o entusiasmo dos alunos persistia mesmo durante os intervalos, uma vez que existiam alunos que queriam continuar a trabalhar durante os intervalos para darem continuidade às tarefas que estavam anteriormente a desenvolver.

Rogers e Portsmore (2004) verificaram que existiam alunos que eram normalmente desatentos, nas aulas de índole mais tradicional, que perante os Robots passaram a revelar interesse e empenho na resolução das tarefas. Este aspeto é também realçado por Fernandes (2013b).

Célia Ribeiro (2006) destaca a multidisciplinaridade que os Robots podem fazer emergir e refere-se à Robótica como uma área multidisciplinar, possível de envolver as disciplinas de Física, Matemática, Informática ou Eletrónica. Menciona, ainda, que é comum, através da RE, abordar outras áreas de Ciência ou das Artes, como por exemplo: Artes Plásticas, Dança ou Música. Desta forma, a RE tem todas as condições para proporcionar um conjunto de atividades interdisciplinares que promovam uma aprendizagem transversal dos diversos temas do currículo.

Infelizmente, o sistema de ensino em Portugal está cada vez mais fragmentado e especializado. Os programas são muito extensos e o seu nível de dificuldade é muito elevado, atendendo à faixa etária das crianças e jovens a que se destinam. Além disso, os programas estão criados de uma forma que não fomentam a articulação entre as Ciências e as

Humanidades, nem mesmo entre as várias Ciências em si, o que faz com que estes não estejam preparados, de uma forma natural, para que os alunos desenvolvam *os sete saberes necessários à educação do futuro* (Morin, 2006).

Os programas, em particular o programa de Matemática, pela forma como estão estruturados, não apelam ao desenvolvimento integral dos alunos, em particular ao desenvolvimento das capacidades de Cidadania, embora esta devesse ser trabalhada, de uma forma integrada, em todas as disciplinas.

Através da RE é possível criar ambientes de aprendizagem onde ocorra inovação e interdisciplinaridade, em que várias áreas do saber se toquem e partilhem do mesmo objetivo. Para tal, os alunos terão que ser desafiados com problemas para si significativos, que sejam adequados à sua faixa etária, à sua realidade ou às suas expectativas perante o futuro, para que durante a resolução desses problemas possam invocar conhecimentos de diferentes áreas.

Célia Ribeiro, Clara Coutinho e Manuel Costa (2011) consideram que a RE é adequada e importante para “uma aprendizagem baseada na resolução de problemas concretos cujos desafios criados promovem o raciocínio e o pensamento crítico de uma forma ativa, elevando também os níveis de interesse e motivação dos alunos por matérias por vezes complexas” (p. 440). Referem que estas características tornam a RE especialmente apelativa para o ensino e aprendizagem da Matemática e das Ciências Naturais. Claro que estas vantagens verificar-se-ão se, a par dos Robots, o professor desenvolver uma metodologia de trabalho que permita explorar os conteúdos de uma forma alternativa ao ensino tradicional. Estes autores, através de um portal de RE para o Ensino Básico, disponibilizam vários recursos úteis para a implementação da RE no Ensino Básico. Neste portal (<http://darwin.di.uminho.pt/robotica>), os professores podem encontrar o material necessário para a sua formação básica em RE e também para a iniciação dos seus alunos no campo da Robótica. O material das sessões propostas, bem como o restante material do portal, estão orientados para a utilização da plataforma de RE LEGO MINDSTORMS, que é uma plataforma adequada a todas as faixas etárias e acessível, uma vez que os preços não são elevados comparativamente com outro tipo de Robots.

Gatica Zapata, Ripoll Novales e Valdivia Guzmán (2004) consideram a Robótica como uma ferramenta pedagógica que, além de permitir criar ambientes de aprendizagem interessantes e motivadores, coloca o papel do professor como facilitador da aprendizagem e o aluno como construtor ativo da sua aprendizagem. Além disso, consideram-na como uma ferramenta que promove a transversalidade curricular, onde os diversos saberes se articulam para encontrar a solução para o problema em que se trabalha e permitem estabelecer relações e representações.

A RE pode contribuir para o processo de aprendizagem dos alunos, se estes forem colocados perante situações em que tenham de questionar, pensar, procurar soluções e estabelecer interações com o mundo envolvente. Através destas ações refletidas, certamente, os alunos vão desenvolver capacidade para formular e equacionar novos problemas.

Com a RE torna-se possível implementar um conjunto de pressupostos pedagógicos inovadores consistentes com as teorias de aprendizagem mais recentes. Esses pressupostos incluem o construtivismo, a interdisciplinaridade, a aprendizagem cooperativa, a aprendizagem baseada na resolução de problemas e, também, a aprendizagem baseada em projetos (Gura & King, 2007).

A Robótica tem sido utilizada como ferramenta de aprendizagem em vários ambientes, sendo os mais usuais os ambientes informais de aprendizagem, como é o caso dos eventos robóticos que promovem a competição entre Robots ou iniciativas sazonais, tais como, pequenos cursos de verão em que os alunos se envolvem num determinado projeto de RE.

As competições ocupam um lugar de destaque na Robótica, sendo iniciativas que envolvem um grande número de participantes (alunos, professores e pais). Este tipo de atividades exerce sobre todos, em especial sobre as crianças e jovens, um grande fascínio, motivando níveis de participação e de entusiasmo bastante elevados. São, por esta razão, ferramentas privilegiadas de divulgação da Robótica junto dos mais novos. Podem, neste contexto salientar-se as seguintes, iniciativas:

- **First Lego League (FLL)** (<http://www.firstlegoleagueportugal.org/>) – É uma competição que envolve crianças e jovens dos níveis de Ensino Básico, com idades compreendidas entre os 9 e os 16 anos. O intuito é de lhes despertar interesse pela Ciência, Engenharia, Tecnologia, Matemática e Empreendedorismo, além de desenvolver-lhes competências importantes para o seu futuro. A primeira competição data do ano de 1992 e a adesão tem vindo a crescer, desde então. Em cada ano a competição aborda temas distintos. Seguindo o lema “*We’re not talking trash – we’re cleaning it up!*”, este ano (2015-2016) mais de 233.000 crianças de mais de 80 países tiveram a oportunidade de explorar o fascinante mundo do lixo. Desde a recolha, passando pela triagem até à produção e reciclagem, há sempre algo a explorar sobre o tratamento do lixo e as várias equipas da FLL tiveram que escolher e resolver um problema do mundo real, relacionado com a temática do lixo.
- **RoboCup** – O Festival Nacional de Robótica é atualmente o maior encontro científico com competições de Robótica que tem lugar em Portugal, realizando-se anualmente, desde a primeira edição em 2001, em vários pontos do país. Em 2016 realizou-se em

Bragança (<http://robotica2016.ipb.pt/indexpt.html#article1>). Este festival possui dois tipos de competição: Júnior e Sénior.

- **RoboParty®** – Este é um evento pedagógico, organizado pela Universidade do Minho, que reúne equipas de 4 pessoas, durante 3 dias e 2 noites, para ensinar a construir Robots móveis autónomos, de uma forma simples, divertida e com acompanhamento de pessoas qualificadas. A 1.^a edição deste evento ocorreu em 2007 e a sua 10.^a edição realizou-se em março de 2016 em Guimarães (<http://www.roboparty.org/index.php>).

Mas nem só de competições vive a RE. A RE é também utilizada em contextos formais de aprendizagem, servindo como apoio curricular para trabalhar um determinado tema de uma determinada disciplina. Estes exemplos aparecem, em grande número, como era de esperar, para as disciplinas de informática e de inteligência artificial (Abrantes, 2009). Não tão frequentemente, mas felizmente já começam a aparecer alguns exemplos para a área da Matemática.

Os casos mais relevantes, em nosso entender, em que se utiliza a RE são aqueles em que os alunos são desafiados a criar projetos, onde têm que fazer simulações de lugares e de situações reais ou imaginárias. A realização desses projetos é uma mais-valia para a aprendizagem dos alunos, uma vez que implica motivação e envolvimento dos alunos nas várias tarefas e pode incluir a abordagem de várias áreas curriculares e do conhecimento. Em todas estas situações é importante ter em atenção que o trabalho a desenvolver, pelos alunos, deve ser motivante e relevante para a aquisição de conteúdos e desenvolvimento de competências. Além disso, deve estar relacionado com a realidade dos alunos e permitir promover trabalho a pares ou em grupo.

Os trabalhos de projeto são importantes para o desenvolvimento de competências nos alunos, uma vez que estes têm oportunidade de ser os sujeitos ativos do desenvolvimento do projeto e têm o poder de tomar as decisões necessárias para um bom prosseguimento dos trabalhos.

Nas atividades de Robótica, faz sentido os alunos trabalharem em pares, ou em grupos, de uma forma cooperativa e com um propósito comum. Nesse processo, os alunos envolvem-se na resolução das várias tarefas, o que implica a discussão, em grupo, acerca das melhores estratégias e a construção de perspetivas partilhadas, acerca dos vários assuntos em análise. Desta forma, os alunos acabam por desenvolver capacidades de comunicação e aprendem a trabalhar em grupo, pois se a comunicação não se estabelecer ou o grupo não funcionar, o trabalho não será tão facilmente realizado.

Maria Inês Castilho (2002) enfatiza que, na RE, para que um trabalho em grupo tenha sucesso, é necessário que se reúnam ideias de diferentes sujeitos, que se aceitem sugestões dos outros elementos, que se analisem as questões em conjunto, que se dividam as tarefas e que se trabalhe em parceria. Esta autora salienta que, a RE permite a criação de ambientes com os recursos necessários para que os alunos interajam com os Robots e, dessa forma, pelas suas próprias ações, vão ter possibilidade de ampliar os seus conhecimentos e criar autonomia na sua aprendizagem. Quando os alunos estão perante o desenvolvimento de projetos que envolvem Robots (ou não), projetos esses concebidos e estruturados pelos próprios alunos, então, mais naturalmente, vão-se sentir induzidos a, de uma forma autónoma, resolver os problemas, com os quais se deparam durante todo o processo de desenvolvimento do projeto. Desta forma, perante os vários desafios que vão emergindo, os alunos sentem-se impelidos para procurarem os conhecimentos já adquiridos e outros empíricos para os ajudarem na procura de soluções para os vários problemas.

Segundo Johnson (2003), a RE proporciona uma interação em grupo com características que fomentam a aprendizagem, nomeadamente: (i) promove uma dependência positiva entre os elementos do grupo, uma vez que cada elemento do grupo se preocupa com o desenvolvimento do trabalho do seu grupo, mas também com o seu próprio desenvolvimento; (ii) propicia o desenvolvimento de níveis de segurança, pois, todos os elementos do grupo partilham as responsabilidades; (iii) promove a aprendizagem da obtenção de consensos, uma vez que só após chegar a um consenso se torna possível avançar na realização do trabalho; (iv) permite o reconhecimento da afetividade entre os vários elementos do grupo através da argumentação; (v) possibilita aprender a trabalhar sem o controlo do professor.

Segundo Célia Ribeiro (2006) e Paula Abrantes (2009), os Robots têm um impacto forte no processo de criatividade dos alunos, uma vez que, através da construção e da programação, os alunos sentem-se convidados a inovar no processo de resolução de situações problemáticas. Dessa forma, através desta ferramenta educativa, os alunos desenvolvem a criatividade, pois sentem necessidade de desenhar e criar os seus protótipos, atendendo à finalidade com que esse desenho foi idealizado. Os alunos desafiam e aguçam a sua criatividade, já que partem das peças de construção e dos componentes eletrónicos (motores e sensores) até conseguirem construir o seu Robot e desenhar os programas, de forma a estes executarem as tarefas previstas.

Ao apresentar diversos problemas e desafios para os alunos solucionarem, a RE está a potenciar que os alunos desenvolvam a capacidade de resolver problemas, pois, enquanto estão imersos no seu ambiente de aprendizagem, os alunos projetam, desenham o seu protótipo,

constroem o seu Robot, programam as soluções para as várias tarefas e, finalmente, encontram as soluções para os diversos problemas que emergem em cada etapa (Ribeiro, Coutinho & Costa, 2011).

2.2. Da Educação Matemática Crítica à Educação Estatística

2.2.1. Educação Matemática Crítica

Paulo Freire (1965, 1974, 1979, 1985, 1996) sugere que o educador deve sair da sua zona de conforto, isto é, deve abandonar o exercício de uma educação bancária (que fomenta a aprendizagem não reflexiva, na terminologia de Habermas) e avançar para uma educação na qual se valoriza a realidade dos alunos. Segundo este autor, a aprendizagem ocorre através do diálogo e da aquisição de literacia crítica e essa literacia fornece meios para ‘interpretar o mundo’ e desafiar a política existente. Campos (2007, p. 34), justifica que, dessa forma, a educação “ousa ser transdisciplinar” e “transforma a linguagem da Estatística em cultura, que ajuda o homem a tornar-se homem (cidadão), a pensar criticamente sobre o mundo.”

Ana Paiva e Ilydio Sá (2011, p. 2), citando Frankenstein (2005), referem que “um conteúdo emancipador, se apresentado numa forma não libertadora, reduz *insights* críticos para despejar palavras que não podem desafiar a realidade “tomada-por-certa” pelos estudantes e não pode inspirar compromisso para a mudança social”. Se a procura pelo conhecimento não for incentivada através de uma análise crítica aos problemas em análise, os alunos até podem memorizar e aprender os conteúdos subjacentes a esse problema, mas, dificilmente, esses conteúdos farão ressonância na resolução de outros problemas e, principalmente, fora do contexto educativo.

Habermas (1975, 1984, 1990) defende que a aprendizagem deve ser reflexiva e ocorrer pela vivência da democracia, pois através de uma aprendizagem reflexiva, num ambiente democrático, é possível que ocorra mudança, evolução e emancipação.

Conforme refere Fernandes (2008), as questões sociais são tidas em conta tanto nos trabalhos de Habermas como nos de Freire, quando refletem sobre a aprendizagem¹, sendo possível identificar três premissas em comum:

- Apenas através de um processo de aprendizagem interativa é que um indivíduo pode alcançar a sua autonomia.

¹ Notemos que, estes autores não limitam a aprendizagem aos contextos educacionais formais.

- Tornar-se consciente das atividades educacionais é importante para a própria evolução do indivíduo, uma vez que a tomada de consciência possibilita a ocorrência de reflexão.
- É necessário existir uma interação entre a comunicação oral (Diálogo, na terminologia de Freire; Ação Comunicativa, na terminologia de Habermas) e a comunicação escrita (texto ou discurso reclamando validade) para que exista formação e, consequentemente, transformação de consciência.

Segundo a mesma autora, esta compreensão dialógica e reflexiva da aprendizagem tem profundas implicações tanto para as atividades educacionais formais como informais no processo de aprendizagem. Consequentemente, diferentes formas de literacia crítica são necessárias e importantes para o desenvolvimento da autonomia individual e para a prática coletiva.

Giroux, tal como Freire e Habermas, valoriza os debates, os diálogos e as trocas de opiniões, num contexto em que os conhecimentos que os alunos trazem sejam valorizados e que os conhecimentos construídos sejam relevantes para a vida dos alunos, de modo que, através desses conhecimentos construídos, possam conquistar voz para agir na sociedade da qual fazem parte. Os conhecimentos e as experiências dos alunos, construídos dessa forma, tornam-se emancipadores.

Em suma, Freire, Habermas e Giroux, consideram que são os próprios indivíduos que constroem as suas aprendizagens de forma dialógica, isto é, “a ação transformadora é exercida pelos próprios praticantes desta ação” (Fernandes, 2008, p. 5). Através de uma aprendizagem realizada desta forma, conquistam a capacidade para mudar a sociedade.

Skovsmose (1994, 2001, 2005, 2007) trouxe as ideias da EC para a EM e criou aquilo que hoje conhecemos como EMC. Skovsmose discute como o conhecimento matemático confere poder e como a EM pode atuar de forma a evitar a domesticação dos jovens. Este autor valoriza o conhecimento reflexivo e enfatiza a questão da democracia. Justifica que a EM tem um papel importante a desempenhar, uma vez que a Matemática é uma porta de entrada para a sociedade atual, fortemente tecnológica. Ainda no trabalho deste autor, destacamos a discussão política da educação onde considera que a democracia deve estar sempre presente e no centro do processo educativo.

Alrø e Skovsmose, em 2004, no livro *Dialogue and Learning in Mathematics Education: Intention, Reflection, Critique*, discutem a importância do diálogo no processo de aprendizagem e defendem que o mesmo fomenta a Aprendizagem Crítica da Matemática.

Paola Valero tem realizado a sua investigação no âmbito da EMC e discute as dimensões sociais e políticas da EM, incidindo nos processos de inovação, mudança, multiculturalismo e diversidade. Esta investigadora tem vindo a desenvolver uma compreensão teórica da EM como uma prática política.

Edmilson Torisu (2014) realizou um estudo com duas turmas de 9.º ano de uma Escola Pública em Minas Gerais, na tentativa de compreender a importância do diálogo num processo de cooperação investigativa e discutir alguns aspetos da comunicação que ocorre dentro desse tipo de cooperação. Verificou que os “atos dialógicos facilitam o processo de ensino aprendizagem porque criam um ambiente de cumplicidade entre os participantes” (p. 278). Isto porque “os alunos deixam de ver o professor como uma autoridade detentora do saber e passam a vê-lo como alguém com quem podem discutir suas ideias, que nem sempre estarão corretas, mas que podem ser expostas num ambiente democrático” (p. 278). Assim, concluiu que “os atos dialógicos permitiram, [...] maior liberdade para expor [as] ideias, que eram discutidas por todos” (p. 278). O que se revelou pertinente em termos da aprendizagem que os alunos efetuaram.

Elaine Ferruzzi e Lourdes de Almeida (2015) analisaram a importância do diálogo estabelecido entre os alunos para a sua aprendizagem, durante a realização de algumas atividades de Modelação Matemática. Estas autoras verificaram que “no decorrer da atividade, algumas ações dos alunos não foram exclusivas de atividades interativas [...], em interação, estas ações tornaram-se explicitadas para o outro, atuando como auxiliadoras e [...] como reorganizadoras do pensamento, promovendo a estruturação e novas aprendizagens” (p. 392). Justificam que esse facto advém da necessidade que qualquer indivíduo sente em se fazer entender e, através desse ato, o indivíduo realiza uma reflexão acerca do seu próprio pensamento. Verificaram que o trabalho em grupo é pertinente para fomentar o diálogo, uma vez que, enquanto os alunos realizam os seus procedimentos, “falam a respeito do que fazem, perguntando, e, muitas vezes, explicando o que estão fazendo” (p. 392). Assim, concluem na sua investigação que os alunos, através do diálogo que estabelecem com os colegas, “além de acompanharem a realização da atividade, a orientam, uma vez que, ao deparar-se com sua fala ou sua escrita, o aluno pode observar um procedimento equivocado e corrigi-lo por si só, como se fosse uma interação consigo mesmo” (p. 392).

Em Portugal também têm sido realizados alguns trabalhos neste âmbito.

Cláudia Fialho (2005), ao refletir sobre o contributo da EMC na formação de cidadãos participativos e críticos, verificou que esta permite “desenvolver a comunicação oral e escrita, a capacidade de argumentação e a cooperação, fatores tão importantes numa sociedade

participativa” (p. 150). Além disso, “permite conciliar as competências cognitivas [...] e as competências sociais e pessoais presentes no interpretar, compreender, refletir, criticar, argumentar, ponderar, não só para resolver, executar e decidir, mas para Ser” (p. 152).

Ana Alves e João Filipe Matos (2008) refletem acerca de como deve ser feita a abordagem da EMC na Escola, alertam que “quanto maior é o conhecimento que um cidadão tem sobre um determinado processo, mais o põe em causa e o questiona” (p. 6), o que revela a pertinência de trabalhar com os alunos situações que concorram para esse fim. Sugerem “proporcionar aos alunos ambientes de aprendizagem que os envolvam em práticas que tenham como elementos centrais domínios de trabalho significativos” (p. 7), pois assim, o envolvimento dos alunos vai emergir “de domínios matemáticos pelos quais sintam verdadeiro interesse, que lhes ofereça novos recursos e que os levem a agir e refletir” (p. 7). As propostas de trabalho a explorar em sala de aula “devem permitir levar a cabo um trabalho no sentido do desenvolvimento de uma educação matemática crítica” (p. 6). “O tema a trabalhar deve estar relacionado com atividades sociais importantes e com tópicos relevantes para os alunos” (p. 6). Além disso, “a atividade deve favorecer uma compreensão da matemática dos modelos subjacentes ao tema, mas o objetivo é igualmente contribuir para um entendimento profundo sobre as hipóteses geradoras do modelo matemático e assim desenvolver um conhecimento ativo dos processos na sociedade” (p. 6).

Sónia Abreu (2012), ao refletir acerca dos contributos da EMC na formação de cidadãos críticos e responsáveis, verifica que esta permite aprofundar os conhecimentos matemáticos e desenvolver o pensamento crítico nos alunos, permitindo-lhes participar na sociedade onde estão inseridos. Além disso, justifica que, ao analisarem de uma forma crítica as situações, os alunos efetuam aprendizagens significativas e relevantes para o seu futuro. Nesse processo, tomam consciência da importância de saber ler criticamente uma informação recorrendo a conhecimentos matemáticos.

Isabel Costa (2016), ao refletir acerca do contributo da EMC na sala de aula para a formação de jovens interventivos com a Matemática, constatou que, quando fazemos uma “aproximação dos conteúdos matemáticos à realidade” dos alunos contribuímos “para derrubar a visão dos alunos sobre a matemática de que se reveste a abordagem presente nos manuais” (p. 65). Verificou que quando os alunos entendem a aproximação entre a Matemática e a sua realidade manifestam “desejo por iniciar e aprofundar a investigação, acionando, assim, as suas intenções para aprender e para poder agir” (p. 65).

2.2.2. Educação Estatística

Quer a nível internacional, quer a nível nacional, a Estatística constitui uma área relativamente recente no Currículo de Matemática. Em Portugal, surgiu como tema curricular no período da Matemática moderna, na década de 60 (Silva, 1964). Apenas nos anos 70 foi introduzida no Currículo do Ensino Secundário e, no início dos anos 90, do Ensino Básico, sempre ocupando um lugar de pouco destaque nos Currículos.

Devido à reconhecida importância que, atualmente, os processos estatísticos assumem na sociedade e à valorização da capacidade de usar a Estatística no local de trabalho, na vida pessoal e como cidadãos, tornou-se importante refletir acerca da EE. Atualmente defende-se um papel mais aprofundado e alargado da Estatística na Matemática escolar, perspetivando-se novas abordagens para o seu ensino e a sua aprendizagem, mais holísticas e orientadas para os processos e para o desenvolvimento da literacia, do pensamento e do raciocínio estatístico dos alunos (Makar, Bakker & Ben-Zvi, 2011). Estas perspetivas acerca da EE requerem mudanças nos conteúdos nas também nas práticas letivas, ao nível dos contextos a propor aos alunos, incluindo as tarefas, os recursos tecnológicos e a avaliação que é feita acerca das aprendizagens.

“O uso incorreto da Estatística só é possível enquanto a população for estatisticamente analfabeta” (Pereira-Mendoza & Swift, 1989, p. 17). Consequentemente, a EE é uma formação importante no desenvolvimento de competências no âmbito da argumentação e da tomada de decisões (Bright & Hoeffner, 1993; Russel & Friel, 1989; Scheaffer, 2000).

A Estatística tem vindo a ganhar importância nos Currículos de Matemática de muitos países, como tentativa de dar resposta aos apelos da sociedade altamente tecnológica em que vivemos. A revolução tecnológica deu origem a alterações na sociedade que, por sua vez, obrigaram a alterações no ensino da Estatística (Jolliffe, 2007).

Possuir conhecimentos estatísticos que permitam fazer uma leitura e interpretação das informações que aparecem diariamente nos meios de comunicação, ilustrados em tabelas, gráficos e estatísticas de diferentes tipos, é essencial “quer no exercício da Cidadania, quer na vida profissional” (Scheaffer, 2000, p. 158). Atualmente é importante que os cidadãos sejam estatisticamente letrados, capazes de interpretar e avaliar criticamente os dados que emergem diariamente nos meios de comunicação e de os usar na tomada de decisões (Ben-Zvi & Garfield, 2004; Burril & Biehler, 2011; Gal, 2002).

O desenvolvimento deste nível de Competência Estatística requer tempo e não é compatível com práticas de sala de aula em que os alunos aplicam fórmulas e realizam cálculos morosos e repetitivos sem lhes atribuir significado. Os investigadores em EE têm revelado que

essas práticas conduzem às reconhecidas dificuldades dos alunos em usar as ferramentas estatísticas adequadamente na resolução de problemas, sendo fundamental promover situações de aprendizagem que mobilizem os saberes estatísticos para atenuar as dificuldades manifestadas por muitos adultos da sociedade atual (Bakker & Derry, 2011). Assim, tornou-se importante reforçar o papel da Estatística nos Programas do Ensino Básico e Secundário, não só no que respeita ao conteúdo mas, sobretudo, adotando abordagens curriculares orientadas para o desenvolvimento do raciocínio, do pensamento e da literacia estatística dos alunos, desde os primeiros anos do Ensino Básico e criando condições para que as Escolas possam apostar na vertente tecnológica, a partir de políticas educativas com permanência no tempo (Batanero et al., 2011; Oliveira & Henriques, 2014).

Segundo José Fernandes, Maria Alves, Eusébio Machado, Paulo Correia e Marília Rosário (2009) a Estatística constitui uma excelente oportunidade para desenvolver um ensino diferente daquele que é implementado em outros temas da Matemática pois possibilita promover o trabalho em equipa, a autonomia, o sentido crítico e o exercício de uma Cidadania esclarecida, quer no plano pessoal, quer no plano profissional.

Desenvolver o raciocínio estatístico dos alunos consiste em incorporar estratégias de aprendizagem ativa que permitam complementar o que ouviram e leram sobre a Estatística, fazendo realmente Estatística. Daí que uma das finalidades da EE seja o desenvolvimento de capacidades que permitam tomar atitudes críticas face ao que veem ou ouvem. (Fernandes, Sousa & Ribeiro, 2004).

Segundo José Fernandes, Manuela Sousa e Sónia Ribeiro (2004), o professor deve promover discussões e reflexões, mantendo o diálogo aberto para desenvolver uma atitude democrática através da Educação. Ao agir dessa forma vai, certamente, possibilitar aos alunos oportunidades de explorarem questões e ideias que envolvem e desenvolvem o pensamento estatístico.

Os Programas de Matemática para o Ensino Básico são guias curriculares oficiais para os professores e consequentemente, como guias, condicionam ou fomentam as práticas de sala de aula e as aprendizagens dos alunos. Assim, o carácter acentuadamente prescritivo de algumas dimensões do atual programa (Bivar, Grosso, Oliveira & Timóteo, 2013) coloca algumas questões aos professores e poderá ter um grande impacto sobre o ensino e a aprendizagem da Estatística (Vergnes, 2001), por isso, os professores devem ser críticos relativamente a qualquer que seja o programa homologado e fomentar, se acharem pertinente, o sentido crítico dos seus alunos, mesmo que o programa não oriente para tal.

O Programa de Matemática do Ensino Básico de 2007 (Ponte, Serrazina, Guimarães, Brenda, Guimarães, Sousa, Menezes, Martins & Oliveira, 2007) (programa em vigor no momento da recolha de dados desta investigação) recomendava que os alunos, em pequenos grupos, realizassem investigações ou projetos estatísticos em todos os níveis do Ensino Básico, destacando este tipo de tarefas no 3.º Ciclo no tema: Planeamento Estatístico e Tratamento de Dados. O Programa de 2007 preconizava a aprendizagem da Estatística com base em atividades relacionadas com o quotidiano, com outras disciplinas e com os interesses dos próprios alunos, o que enfatizava o significado e a utilidade da Estatística. Notemos que, a realização de atividades nestes contextos pode contribuir para o desenvolvimento de um sentido crítico mais profundo e promover a Cidadania no aluno. Já o programa de 2013 (Bivar et al., 2013) assume não fazer especificação de sugestões metodológicas como forma de promover a autonomia das Escolas e dos professores. Neste Programa existe uma total ausência de referência aos projetos investigativos e a tarefas que envolvam dados reais e relativos aos alunos ou relacionados com os seus interesses, que são recomendados unanimemente pelas orientações curriculares internacionais (GAISE, 2005; NCTM, 2000) e pelos investigadores na área da EE (Batanero et al., 2011; Fernandes, Carvalho & Ribeiro, 2007; Henriques & Oliveira, 2014; MacGillivray & Pereira-Mendoza, 2011; Smith 1998).

Não realizar projetos investigativos ou tarefas que envolvam dados reais pode ser uma atitude imprudente dos professores, uma vez que a valorização dos aspetos teóricos e técnicos em detrimento dos aspetos de interpretação e de atribuição de significado reduzem as possibilidades dos alunos compreenderem a utilidade da Estatística para o seu quotidiano e de desenvolverem a sua literacia estatística (Batanero et al., 2011).

Gary Smith (1998) destaca a ideia de Estatística em Ação, referindo que, os alunos aprendem Estatística fazendo Estatística. Este autor centra-se na ideia de promover o ensino da Estatística mediante a participação ativa dos alunos em projetos investigativos, uma vez que estes produzem melhores resultados de aprendizagem e propiciam o desenvolvimento do raciocínio estatístico. Através de uma aprendizagem ativa os alunos conseguem atribuir significado ao que ouvem e ao que leem sobre Estatística.

O trabalho com dados reais fomenta nos alunos o desenvolvimento de hábitos de pensamento, através do levantamento de questões, da formulação de conjecturas, da procura de padrões, da construção de teorias e a elaboração de previsões (Russel & Friel, 1989).

Várias organizações internacionais analisaram e delinearam o conhecimento necessário aos alunos para se tornarem estatisticamente competentes, como o caso do *National Council of Teachers of Mathematics*. O NCTM (2000) organizou essas ideias num documento onde

fornece argumentos fortes para a importância da Estatística na educação desde os primeiros anos e explicita quais os conteúdos que devem integrar os programas escolares. O documento evidencia uma ênfase consistente ao longo dos vários níveis de ensino na Análise de Dados e tornou-se na base para a reforma dos Currículos de Matemática em muitos países.

De acordo com as ideias do NCTM surge o “*Framework for Teaching Statistics within the K-12 Mathematics Curriculum*” (GAISE, 2005). Este documento apresenta uma abordagem curricular da Estatística onde é promovida, de forma gradual, nos alunos a compreensão da Estatística como um processo investigativo que envolve as seguintes componentes: (i) formular as suas próprias questões sobre um fenómeno para si significativo, que podem ser respondidas com dados; (ii) desenhar e utilizar um plano para recolher os dados apropriados; (iii) seleccionar métodos numéricos e gráficos adequados para analisar os dados. Esta fase engloba o sumariar, formular conjecturas, tirar conclusões e fazer generalizações; (iv) interpretar os resultados da análise tendo em conta o âmbito de inferência baseada nos dados e relacionar a interpretação com a questão original. Estas ideias estão em consonância com o ciclo investigativo apresentado tanto por Martins e Ponte (2010) como por Selmer, Bolyard e Rye (2011).

Burriel e Biehler (2011) examinaram diversas perspectivas sobre a EE e identificaram um conjunto de ideias centrais que lhes parecem fundamentais para que os alunos desenvolvam Competência Estatística. Estas ideias servem, segundo esses autores, como objetivos gerais que podem orientar a aprendizagem dos alunos. Assim sugerem que os alunos tenham oportunidade de:

- (i) trabalhar com dados fornecidos pelo professor, ou obtidos através de simulações, ou recolhidos pelos próprios, mas que visem a compreensão da sua necessidade para a tomada de decisões e contemplem aspetos relativos ao tipo e forma de recolha de dados, pois, dessa forma os dados serão entendidos como números com um contexto que lhes é relevante.
- (ii) compreender a utilidade das medidas de tendência central e que essas sirvam para os alunos preverem, explicarem ou controlarem as situações em análise.
- (iii) compreender o conjunto de dados como um todo e de desenvolver noções de tendência e dispersão, o que fundamenta o raciocínio acerca de distribuições.
- (iv) descobrir diferentes aspetos dos dados, através da sua representação gráfica ou de outro tipo de transformação da informação.
- (v) explorar relações entre variáveis e compreender modelos úteis para explicar ou prever dados, fazendo associações ou relações entre variáveis.

- (vi) realizar inferências informais, tomar decisões com base em amostras e nas considerações acerca dos fatores que afetam a precisão dessas inferências e do grau de incerteza que lhes está associado.

Ao realizar tais ações, o trabalho dos alunos aproxima-se do trabalho dos estatísticos, revelando potencialidades para a promoção de uma atitude crítica por parte dos alunos.

Garfield e Ben-Zvi (2010) e Henriques e Oliveira (2014) defendem que é fundamental que os alunos utilizem diversas ferramentas dentro do processo estatístico e em contextos diversos sob investigação e, para que tal aconteça, é essencial uma prática de análise de dados e de resolução de problemas reais suportada pelos vários recursos tecnológicos atualmente disponíveis, ao longo de toda a escolaridade.

Gal e Garfield (1997) consideram que os alunos de qualquer nível de escolaridade, depois de concluírem o estudo da Estatística, devem-se tornar cidadãos capazes de: (i) compreender e lidar com a incerteza, variabilidade e informação estatística no mundo à sua volta e participar efetivamente na sociedade de informação emergente; (ii) contribuir para ou tomar parte na produção, interpretação e comunicação de dados de problemas que encontram na vida profissional (p. 3).

Segundo José Fernandes (2009) esta meta geral desdobra-se em oito submetas básicas inter-relacionadas:

1. compreender o propósito e a lógica das investigações estatísticas;
2. compreender o processo das investigações estatísticas;
3. dominar os *skills* procedimentais;
4. compreender as relações matemáticas;
5. compreender a probabilidade e o acaso;
6. desenvolver *skills* interpretativos e a literacia estatística;
7. desenvolver a capacidade para comunicar estatisticamente;
8. desenvolver disposições estatísticas úteis.

Segundo o referido autor as seis primeiras submetas referem-se principalmente ao “fazer” Estatística e as três últimas relacionam-se com *skills* de dar sentido e de comunicação, bem como de reflexão e questionamento. Estes dois grupos de submetas orientam o ensino e a aprendizagem em direções diferentes e, frequentemente, as primeiras seis são mais enfatizadas pelos professores e manuais escolares. Ora, o facto de ser mais provável que a maioria dos alunos venha a ser consumidor de informação e não tanto produtor de informação (Gal, 2002) ressalta que é igualmente, senão mais importante, que estes sejam capazes de interpretar,

comunicar e de ter uma atitude crítica face à informação com que se confrontam do que produzir informações estatísticas.

Para que os alunos atinjam estas submetas é necessário criar um ambiente de aprendizagem que permita “desenvolver simultaneamente esta dupla perspetiva de produtor e consumidor de informação estatística, designadamente ao nível da comunicação, das tarefas e do reconhecimento das dificuldades de aprendizagem” (Fernandes, 2009, p. 4).

Uma comunicação compatível com a consecução destas submetas é a que privilegia o envolvimento dos alunos com o professor numa relação de igualdade de poder e o professor procura compreender as ideias dos alunos para ajudá-los a progredir. A comunicação deve ser contributiva, reflexiva e instrutiva e “no questionamento deve ser dado ao aluno tempo suficiente para poder pensar e dar uma resposta” (Fernandes, 2009, p. 4).

A realização de projetos de investigação estatística, bem como as tarefas que enfatizam o raciocínio e o pensamento estatístico, a interpretação e a capacidade crítica e de reflexão podem ser boas formas para propiciar o desenvolvimento dos alunos enquanto produtores e consumidores de informação estatística.

Segundo Batanero (2000), a abordagem da Estatística deve partir de situações da vida real do aluno ou com ele relacionadas, de modo a promover o significado, a motivação e o interesse dos alunos, em contraste com o ensino centrado no professor e em atividades rotineiras, em que a principal preocupação é a aplicação de fórmulas e procedimentos, ficando a interpretação para segundo plano. Tais situações devem consistir em tarefas abertas e que incluam um elevado grau de desafio para os alunos (Ponte, 2005).

Garfield e Ben-Zvi (2010) defendem que é necessário criar ambientes de aprendizagem SRLE (*Statistical Reasoning Learning Environment*) que potenciem uma compreensão, profunda e com significado, da Estatística e do raciocínio estatístico. Um SRLE tem em conta: (i) a sala de aula; (ii) a abordagem didática adotada; (iii) as propostas de trabalho desafiadoras para os alunos.

Segundo estes autores existem seis princípios que devem ser tidos em consideração na construção das propostas de trabalho a apresentar aos alunos, estas devem: (i) desenvolver ideias estatísticas centrais focando a compreensão conceptual; (ii) usar dados reais e do interesse dos alunos, de preferência recolhidos pelos próprios alunos; (iii) usar a atividade de sala, em particular as tarefas e o modo de as trabalhar, para apoiar o desenvolvimento do raciocínio dos alunos; (iv) integrar as tecnologias para auxiliar a exploração e a análise de dados, orientando os alunos para a interpretação dos resultados e para a compreensão dos conceitos envolvidos; (v) fomentar a argumentação e a negociação de significados nos diálogos

criados durante as aulas; (vi) usar a avaliação para monitorizar as aprendizagens dos alunos, com ênfase na compreensão e não na destreza, refletindo todo o processo e não apenas os produtos.

As propostas de trabalho criadas, tendo em conta os princípios acima descritos, são salientadas por vários investigadores da EE que valorizam os trabalhos com dados reais, relativos aos próprios alunos ou com eles relacionados. Diversos investigadores na área reconhecem que a familiarização com o contexto é fulcral para motivar os alunos e envolvê-los na sua aprendizagem, além disso, desempenha um papel clarificador nas várias fases de um estudo estatístico, principalmente na fase de interpretação dos resultados (Fernandes et al., 2007; MacGillivray & Pereira-Mendonza, 2011).

De todo o tipo de propostas de trabalho a apresentar aos alunos, os projetos de natureza investigativa, como as investigações estatísticas, são as que têm maior potencial para a aprendizagem dos alunos, uma vez que são “veículos ideais para o envolvimento do aluno na aprendizagem de resolução de problemas em contexto e para sintetizar componentes da aprendizagem” (MacGillivray & Pereira-Mendonza, 2011, p. 109).

O trabalho cooperativo é a metodologia mais adequada na realização de investigações estatísticas, uma vez que promove a aprendizagem através da cooperação, da interação e da discussão de problemas que se revelem interessantes para os alunos. Além disso, este tipo de trabalho permite o diálogo investigativo, onde os alunos respondem às questões colocadas pelos colegas e aprendem ao questionarem os seus colegas mas também ao questionarem-se, bem como ao explicarem os seus raciocínios e a defenderem as suas perspetivas sobre os vários assuntos em análise. Nesta dinâmica, os alunos envolvem-se em diálogos investigativos que se focam e fundamentam em ideias estatísticas significativas (Garfield & Ben-Zvi, 2010). O trabalho cooperativo é uma ferramenta importante que os professores podem utilizar para avaliar os alunos, uma vez que podem obter informações dos alunos e do seu progresso enquanto observam e apoiam os alunos no trabalho que estão a realizar (MacGillivray & Pereira-Mendonza, 2011).

Os avanços tecnológicos e a crescente facilidade de acesso a dados reais vieram promover e facilitar a realização, pelos alunos, de investigações estatísticas. As ferramentas tecnológicas permitem ao professor adotar abordagens investigativas, orientadas para a exploração de dados reais, utilizando contextos ricos e significativos para os alunos (Garfield & Ben-Zvi, 2010).

Segundo Jolliffe (2007) pedir aos alunos para resolverem problemas reais com dados reais e relatar os resultados é agora factível de uma maneira que não o era no passado. “Os

educadores acreditam que o uso de dados reais em tópicos de interesse dos alunos, [...] contribui para a motivação dos alunos em aprenderem Estatística e para gostarem de o fazer” (Fernandes, Carvalho & Correia, 2011, p. 588).

Os recursos tecnológicos atualmente disponíveis podem ser uma ferramenta útil na EE, propiciando o desenvolvimento do raciocínio estatístico, uma vez que podem ser utilizados, pelos alunos, como instrumento de apoio na: (i) exploração e análise de dados; (ii) resolução de problemas estatísticos envolvendo dados reais; (iii) compreensão de conceitos e ideias estatísticas (Ben-Zvi & Garfield, 2004).

O uso de tecnologias tais como calculadora, computador e *software* educacional são unanimemente recomendados pelas orientações curriculares internacionais e por muitos dos investigadores internacionais e nacionais em EE (Ben-Zvi, 2000; GAISE, 2005; Henriques & Antunes, 2014; NCTM, 2000) uma vez que consideram-nas ferramentas facilitadoras da aprendizagem.

Segundo Ben-Zvi (2000) os computadores são ferramentas poderosas que podem contribuir para que os alunos desenvolvam significados em Estatística, uma vez que através do computador, os alunos têm a possibilidade de: (i) operar de forma rápida e precisa; (ii) ligar dinamicamente múltiplas representações; (iii) simplificar procedimentos; (iv) fornecer *feedback* e transformar uma representação como um todo num objeto manipulável. Segundo este autor, as representações como um todo, ao poderem ser, através do computador, editadas, transformadas, combinadas, separadas em partes e armazenadas, “implicam uma reorganização da atividade cognitiva e uma mudança do foco de atenção para um nível cognitivo superior” (p. 141).

CAPÍTULO TRÊS – EDUCAÇÃO MATEMÁTICA CRÍTICA

A EMC “preocupa-se com a maneira como a Matemática em geral influencia nosso ambiente cultural, tecnológico e político e com as finalidades para as quais a competência matemática pode servir” (Alrø & Skovsmose, 2006, p. 18). Não se preocupa somente em identificar como os alunos, de uma forma eficiente, aprendem e compreendem os conceitos teóricos da Matemática, preocupa-se com questões como “de que forma a aprendizagem de Matemática pode apoiar o desenvolvimento da cidadania e como o indivíduo pode ser *empowered* através da Matemática” (Alrø & Skovsmose, 2006, p. 18).

Voltemos um pouco atrás na tentativa de delinear as bases da EMC, apresentando o nosso olhar sobre o trabalho de alguns dos autores que deram origem a esta teoria.

3.1. Educação Crítica: Origem e Fundamentos

A EC surgiu, com uma dimensão filosófica, com base nos trabalhos de Karl Marx, Theodor W. Adorno, Herbert Marcuse, entre outros. Negt atribuiu à EC uma fundamentação mais independente e original, acrescentando, à dimensão filosófica primordial, os aspectos políticos, económicos e psicológicos. Mais recentemente, Paulo Freire, Ubiratan D’Ambrosio, Peter McLaren, Marilyn Frankenstein, Henry Giroux, Jürgen Habermas, Ole Skovsmose, entre outros, contribuíram fortemente para a fundamentação da Teoria Crítica da Aprendizagem Escolar.

A Teoria Crítica tem a sua origem marcada com Max Horkheimer em 1937 através do seu ensaio-manifesto “*Teoria Tradicional e Teoria Crítica*”. Esta teoria, fortemente associada à Escola de Frankfurt, surgiu como uma abordagem teórica para estabelecer a união entre a teoria e a prática, através de um processo dialético, procurando significado prático para toda a teoria desenvolvida. O seu objetivo principal “é a não reprodução da ação de dominação social por via do esclarecimento da sociedade quanto às ordens instituídas” (Fernandes, 2008, p. 1).

“A denominação de ‘Crítica’ advém do comportamento nos confrontos com a ciência e a cultura, apresentando uma proposta política de reorganização da sociedade” (Fernandes, 2008, p. 1). Este confronto fundamenta-se na forte preocupação, marcada pela organização dos trabalhadores da época, em compreender a cultura como um elemento de transformação social e em contestar a crença baseada em dados empíricos e na administração como explicação dos fenómenos sociais.

Segundo McLaren (1998) a Pedagogia Crítica alimenta-se das tensões e das contradições existentes entre o que é e o que deveria ser uma sociedade democrática alicerçada na igualdade, na liberdade e na justiça.

Para D'Ambrosio (2002, p. 66) a Educação deve possibilitar ao indivíduo a “aquisição e utilização de instrumentos comunicativos, analíticos e materiais que serão essenciais para seu exercício de todos os direitos e deveres intrínsecos à Cidadania”. Segundo este autor, os grandes desafios da Educação são:

a) Promover a cidadania, no sentido de preparar o indivíduo para ser integrado e produtivo na sociedade, transmitindo valores e mostrando direitos e deveres para a sua atuação, mas com todo o cuidado para que o resultado seja um cidadão crítico, capaz de desobedecer a ordens e leis que violem a dignidade humana.

b) Promover a criatividade, permitindo a cada indivíduo realizar seu potencial e atingir o máximo das suas capacidades, o que leva a progresso, mas não ao criativo irresponsável, que resulta na criação de instrumentos que reforcem os mecanismos de injustiça, da prepotência e da arrogância.

(D'Ambrosio, 2005, p. 97)

3.1.1. Jungen Habermas

Habermas fundamenta uma ligação entre a Aprendizagem e a Teoria Crítica. Enquanto assistente de Theodor Adorno, na Escola de Frankfurt, mantém como ponto central nos seus trabalhos a ideia de aprendizagem, contudo, não os dedica diretamente a temas relacionados com a Educação. Para Habermas, a aprendizagem ocorre porque a ‘*não-aprendizagem*’ é impossível.

Segundo este autor a aprendizagem é uma característica humana fundamental que contém processos cognitivos que não podem ser reduzidos a regras de aprendizagem. Apenas através de uma aprendizagem que propicie, transformação, evolução cognitiva, consciência moral e do sistema cultural, é que o indivíduo ganha poder para transformar e contribuir para a evolução da sociedade.

Num movimento de reconstrução da Teoria Crítica, Habermas (1984) desenvolveu o conceito da *ação comunicativa* considerando que, a *ação comunicativa* ocorre sempre que as ações dos participantes envolvidos são coordenadas através de atos para alcançar o entendimento e não através de cálculos egocêntricos de sucesso. Na *ação comunicativa* os participantes atuam para alcançar o sucesso de todos e estabelecem os seus objetivos individuais tendo por base a harmonia entre os seus planos de ação e a situação definida no coletivo. Assim, a negociação da definição da situação é um elemento essencial do complemento interpretativo requerido pela *ação comunicativa*.

Para Habermas, a *ação comunicativa* surge como uma interação de, no mínimo duas pessoas, capazes de falar e agir, que estabelecem relações interpessoais com o objetivo de construir uma compreensão sobre a situação e os planos de ação com a intenção de coordenar as suas ações pela via do entendimento. Desta forma, a *ação comunicativa* procura estabelecer

ou manter uma relação social entre duas ou mais pessoas, isto é, estabelecer uma cooperação com a intenção de manter a relação e, nesse processo de cooperação, o outro é um parceiro no processo de compreender. Neste processo de interação as ações são significativas para todos os envolvidos. Assim, “a *ação comunicativa* pode ser vista como uma forma de relacionar a teoria com uma intencionalidade prática, o que acontece no processo reflexivo em que o ato de conhecer coincide com emancipação” (Fernandes, 2008, p. 2).

Para Habermas um objetivo da *ação comunicativa* é o consenso e este é alcançado pelo *poder* de argumentação durante um discurso. Neste contexto, o *poder* pode ser entendido como o meio pelo qual as pessoas estabelecem relações de dominação e subordinação.

Segundo Habermas (1975) apenas através de uma “*aprendizagem reflexiva*” (*Reflexive learning*) é possível a emancipação. E esta dá-se através de discursos nos quais as temáticas são problematizadas e só são validadas ou descartadas tendo por base argumentos válidos. Todas as temáticas são validadas ou rejeitadas através de uma reflexão discursiva. Contudo, não é raro encontrar contextos de aprendizagem em que se assume argumentos práticos ou teóricos como garantidos e estes são aceites sem serem discutidos. A estes contextos de aprendizagem Habermas denomina de “*aprendizagem não reflexiva*” (*Non-reflexive learning*).

A *aprendizagem não reflexiva* foi abordada por Paulo Freire, contextualizando-a no conceito de Educação Bancária como a prática do Educador Bancário. Outro ponto em comum entre estes dois autores é considerarem que a *aprendizagem reflexiva* dá *poder* (*empowerment*) e permite a emancipação, como veremos na próxima secção.

3.1.2. Paulo Freire²

Freire dedicou o seu trabalho à Educação. Defende uma pedagogia democrática, o combate às relações autoritárias e fundamenta os seus princípios no diálogo. Para este autor, a Educação deve ser uma tentativa constante de mudança de atitude, de criação de disposições democráticas por meio das quais se substituem hábitos de passividade por hábitos de participação e de intervenção no mundo. Assim, deve estimular a criatividade, ser desinibidora e propiciar ao educando uma postura crítica diante dos problemas que emergem no seu quotidiano. Para que não ocorra domesticação, isto é, negação da educação, os educandos devem ter a oportunidade de serem eles próprios.

² A obra de Freire é marcada pela sua história de perseguição, prisão e exílio político, num regime militar que assumiu o poder no Brasil em 1964. É muito focada na questão agrária e na alfabetização de adultos das classes oprimidas, em especial os camponeses. Essas questões foram omitidas neste trabalho pois não constituem foco na nossa investigação. O seu trabalho foi fundamentado na sociedade latino-americana da época, mas seguramente faz ressonância noutros espaços e noutras realidades.

Freire considera que a Educação é essencialmente um ato de conhecimento e de conscientização, assim, ela, para não ser falsa, não pode ser neutra, não deve ignorar a política, assim como a política também não deve ignorá-la. A Educação tem que abordar temas que levem em consideração forças culturais, sociais e políticas, que moldam a sociedade em que o educando está inserido. Pois, “somente quando compreendem os temas de seus tempos é que os homens podem intervir na realidade em vez de serem meros espetadores. E somente desenvolvendo uma atitude permanentemente crítica é que os homens poderão superar uma postura de acomodação” (Freire, 1974, pp. 5-6). Defende que é função da Educação ‘*Humanizar o Homem*’ de forma a este desenvolver uma ação consciente para ‘*transformar o mundo*’. Nesse sentido, afirma que, “a educação [...] implica uma busca realizada por um sujeito que é o Homem. O Homem deve ser sujeito de sua própria educação. Não pode ser o objeto dela” (Freire, 1979, p. 28).

3.1.2.1. Educação Bancária versus Educação Problematicadora (ou Libertadora)

Segundo Freire (1996), existem dois tipos de educação: A *Educação Bancária* e a *Educação Problematicadora*. Na *Educação Bancária*, o papel do educador é o de preencher os educandos com um falso saber, mediante a imposição de conteúdos. Assim, faz comunicados e depósitos que os educandos recebem pacientemente, memorizam e repetem. A única possibilidade de ação que é permitida aos educandos é a de receber os depósitos, guardá-los e arquivá-los. Estes, ao exercitarem o arquivamento dos depósitos, em vez de desenvolverem capacidade de agir de forma a transformar o mundo, terão tendência a se adaptar “à realidade parcializada nos depósitos recebidos” (Freire, 1996, p. 68). Este tipo de educação é domesticadora, tem um efeito anestesiante e inibidor do poder criativo dos educandos. Além disso, corta a consciência crítica, a qual possibilita a inserção de um indivíduo no seu mundo e desenvolve a capacidade deste agir nele e de o transformar. Nessa visão distorcida de educação, não há espaço para a criatividade, para a criticidade, nem para o saber. Só existe saber na invenção, na reinvenção, na procura inquieta, impaciente, permanente e esperançosa que os Homens fazem no mundo, com o mundo e com os outros.

A Educação Problematicadora fundamenta-se na criatividade, estimula a reflexão e ação sobre a realidade, alimentando no educando a vontade de fomentar e procurar uma transformação criadora do mundo. Implica atos de esclarecimento da realidade e desenvolve o sentido crítico dos educandos. A problematização processa-se de forma dialética, assim, o diálogo será a forma de conversação predominante. Segundo Freire (1985, p. 53), “o diálogo problematizador não depende do conteúdo que vai ser problematizado. Tudo pode ser problematizado”. O papel do educador é o de proporcionar, através da relação dialógica

educador/educando, a organização de um pensamento correto em ambos e não o de “encher o educando de conhecimento”. As características fundamentais da Educação Problematicadora são: o *Diálogo*, a *Reflexão* e a *Conscientização*.

O *diálogo*, segundo Freire (1965), é uma relação horizontal de A com B. Assim, através do diálogo estabelece-se a comunicação e este é um caminho indispensável em todos os sentidos do nosso ser.

Caso exista uma relação vertical de A para B, não será possível o *diálogo*, vai existir o *antidiálogo* que é arrogante, autossuficiente, acrítico e não gera criticidade. Este em vez de comunicar faz comunicados e é o tipo de comunicação predominante na Educação Bancária.

Numa Educação Problematicadora, através do diálogo, são fomentadas simultaneamente a *reflexão* e a *conscientização*. Este tipo de Educação fundamenta-se numa prática baseada nas relações dos intervenientes desse processo com o mundo. As relações entre a consciência e o mundo dão-se em simultâneo. A conscientização do Homem impulsiona-o a assumir uma postura de autorreflexão e de reflexão sobre o seu tempo e o seu espaço, o que faz com que participe na sua História como figurante e autor e nunca como mero espetador. Desta forma, adquire poder para dinamizar o seu mundo e a sua realidade, humanizando-a e fazendo cultura.

O educador ao fomentar que o educando reflita sobre si mesmo, sobre o seu tempo, sobre as suas responsabilidades, sobre o seu papel, fará com que este assuma uma consciência democrática e gradualmente crítica. Segundo Campos (2007, p. 96), “sem esta consciência cada vez mais crítica não é possível ao homem integrar-se à sua sociedade em permanente transição, intensamente cambiante e contraditória.”

Freire defende uma pedagogia democrática, fundamentada no diálogo como um método ativo, crítico e criticista. Considera-o como a ferramenta mestra para a não manutenção de uma *aprendizagem não-reflexiva*. Segundo este autor, existe uma ligação direta entre o diálogo e a aprendizagem onde a ação e a reflexão caminham juntas para a atuação do Educador Libertador e para que o educando se envolva numa *aprendizagem reflexiva*.

Freire sugere uma educação baseada na problematização de conteúdos que devem ser ‘apresentados’ aos educandos como relevantes e desafiadores. Se assim o for, a práxis resultará de um processo constante de reflexão e ação, por parte dos educandos, sobre a sua realidade, na qual é possível ativar a conscientização a partir dos temas abordados. A ação e a reflexão são indissociáveis pois sem a dimensão da ação, perde-se a reflexão e a palavra transforma-se em verbalismo. Também a ação sem a reflexão transforma-se em ativismo. Quando o verbalismo e o ativismo ocorrem dá-se o *antidiálogo*.

O diálogo gera a crítica e a problematização, já que os vários intervenientes podem perguntar: “*o porquê?*”. Quem dialoga, dialoga com alguém e sobre algo. “O diálogo é uma exigência existencial [...] é o encontro em que se solidarizam o refletir e o agir de seus sujeitos endereçados ao mundo a ser transformado e humanizado” (Freire, 1996, p.78). Assim, não pode ser entendido como um ato de depositar ideias nem como uma simples troca de ideias a serem consumidas pelos vários intervenientes, é necessário agir e refletir.

A aprendizagem numa *Educação não-reflexiva* está vinculada com a predefinição do conteúdo, antes mesmo do primeiro contacto com o educando. O educador tem tudo bem planeado e o conteúdo é definido por ele, sem antes o educando perceber o seu significado. Já numa *aprendizagem reflexiva*, o conteúdo é a devolução organizada, sistematizada e fundamentada ao educando dos vários elementos que o educador lhe entregou de forma desestruturada. O conteúdo surge para dar nome ao que foi investigado pelo educando e pode ser procurado no seu quotidiano e na consciência que ele tem da sua vida na sociedade. No momento de procura do conteúdo, para responder à situação em análise, estabelece-se o diálogo. A *cooperação* entre os participantes é um recurso fundamental na comunicação dialógica e o ponto crucial entre a ação e a reflexão.

3.1.3. Henry Giroux

O trabalho de Giroux é compatível com a Teoria Crítica de Freire. Trazemo-lo à discussão pois consideramos que tem em consideração aspetos importantes, para contextos formais de aprendizagem, que não foram foco de análise nos trabalhos de Freire nem de Habermas. Além disso, as ideias e princípios do seu trabalho são reafirmados e consolidados nos trabalhos de Skovsmose que os utiliza no âmbito da EMC como veremos adiante.

Giroux (1997) aborda no seu trabalho questões de importância teórica, política e pedagógica e reflete sobre os efeitos e relacionamentos da educação escolar com a sociedade. Este autor afirma que não adianta defender e valorizar a democracia se, na sala de aula, se admitir uma hierarquização de poder ou uma valorização do individualismo. Analisa os efeitos da educação escolar na sociedade e apresenta as bases geradoras de uma teoria social crítica da aprendizagem escolar, que se opõe à visão tradicional de uma educação baseada num processo neutro ou transparente, afastado das conjunturas de poder, da história e do contexto social dos educandos. Põe em causa as práticas ideológicas e sociais que entram em contradição com as metas de preparar os educandos para serem cidadãos ativos, críticos, capazes de correrem riscos e de se oporem às desigualdades e injustiças da sociedade. A pedagogia por si defendida tem como ponto fulcral encorajar os educandos a desenvolverem na sociedade uma democracia cada vez mais justa e equitativa. Assim, cabe ao educador desmistificar e compreender as

interações entre o ensino escolar e as relações sociais que o determinam, relacionando-as com as necessidades e competências historicamente construídas que os educandos trazem consigo para a Escola. Se o educador tiver estas intenções quando planifica o seu trabalho então será capaz de se posicionar contra a cultura dominante, reconstituir as suas experiências e construir um projeto pedagógico que legitime uma forma crítica de prática intelectual.

Os grandes desafios da EC são arranjar estratégias de modo a que os educandos desenvolvam capacidades para construírem a sua identidade, desenvolverem relações sociais democráticas e transformarem a sociedade. Assim, o primeiro passo é admitir que nem a Escola nem o conhecimento são neutros – Freire já tinha admitido que a educação não pode ser neutra – e que a despolitização da linguagem do ensino apenas serve para dar legitimidade ao modelo pedagógico tradicional.

“Com uma linguagem política, as escolas são instituições que fornecem as condições ideológicas e materiais necessárias para a educação dos cidadãos na dinâmica da alfabetização crítica e coragem cívica, e estas constituem a base para seu funcionamento como cidadãos ativos em uma sociedade democrática.”

(Giroux, 1997, p. 28)

A pedagogia crítica é edificada, por Giroux, por um conjunto de práticas que produzem determinadas formas sociais por meio das quais conhecimentos, experiências e subjetividades são construídos. O objetivo é dar voz ao educando de forma a ajudá-lo a interpretar criticamente o mundo, transformando-o, progressivamente, num cidadão ativo, envolvido na procura de um ideal de sociedade mais justa e democrática, propiciando-lhe ferramentas para que se torne capaz de descobrir a diferença entre a realidade e as condições que escondem a realidade.

Numa pedagogia crítica, o discurso é essencialmente democrático, pois apenas faz sentido valorizar a democracia se esta for fomentada e não a hierarquização de poder ou a valorização do individualismo. Os pilares de uma prática democrática são o respeito e a liberdade de expressão, devendo ser valorizado o trabalho coletivo e cooperativo, num ambiente livre de opressão e de subordinação.

Segundo Giroux, apenas é possível realizar uma pedagogia crítica se a *Escola*, os *educadores*, os *macro-objetivos* e os *procedimentos na sala de aula* estiverem em consonância de forma a obter os resultados desejados.

3.1.4. Aspetos Fundamentais na Educação Crítica

Pelo que temos vindo a analisar, EC tem a ver com uma democracia plena. Está relacionada com questões sociais de desigualdade, oportunidade, liberdade e participação política. Esta visão a respeito da EC é corroborada por Skovsmose (2001, p. 101) quando refere que “para que a educação, tanto como prática como pesquisa, seja crítica, ela deve estar a par

dos problemas sociais, das desigualdades [...] deve tentar fazer da educação uma força social progressivamente ativa [...] deve reagir às contradições sociais”.

Para que a educação efetivamente aconteça de uma forma crítica é necessário que tanto o educador como os educandos sejam participantes ativos e responsáveis no processo de aprendizagem. Ao educador cabe a responsabilidade de *educar* os educandos para serem bons cidadãos, assim deve ter a preocupação de orientá-los para se servirem dos conhecimentos que aprendem para tomarem decisões, uma vez que muitos dos saberes disciplinares são importantes instrumentos para compreender e dominar a realidade.

Na EC, a relação entre o educador e os educandos tem uma importância fundamental e determinante no processo de aprendizagem. Na EC, o professor deixa de ser o “*dono do saber*” e passa a valer a presença daquele “*que ensina*” mas também “*que se ensina*”, sendo os papéis de “*ensinar*” e de “*se ensinar*” ora assumido pelo professor, ora pelos próprios alunos, num processo democrático, não autoritário. O educador e os educandos atuam numa relação dialética e todos são corresponsáveis pelo processo de educação no qual todos “*crescem*”.

“As ideias relativas ao diálogo e à relação estudante-professor são desenvolvidas do ponto de vista geral de que a educação deve fazer parte de um processo de democratização. Se queremos desenvolver uma atitude democrática por meio da educação, a educação como relação social não deve conter aspetos fundamentalmente não democráticos. É inaceitável que o professor (apenas) tenha um papel decisivo e prescritivo. Em vez disso, o processo educacional deve ser entendido como um diálogo.”

(Skovsmose, 2001, p. 18)

Um dos aspetos fundamentais da EC é permitir aos educandos competência crítica. Esta desenvolve-se quando é permitido aos educandos se envolverem nas decisões e ‘tomarem as rédeas’ no seu processo de aprendizagem. Outro aspeto importante é que o programa curricular da disciplina seja considerado criticamente. Tanto o professor como os alunos devem ter possibilidade de manter distância crítica do conteúdo da educação, estruturando uma perspectiva que questione: (i) aspetos referentes à aplicabilidade do tema; (ii) quem o usa e onde é usado; (iii) quais os interesses implícitos; (iv) que contexto gerou o assunto; (v) quais as suas funções; (vii) quais as suas limitações. Na EC tanto o currículo oculto como o currículo explícito pelos programas devem ser postos em discussão com os alunos. O terceiro aspeto importante é exercer uma Educação Problematicadora e uma *aprendizagem reflexiva*, onde o professor assuma o papel de Educador Libertador. Para que ocorra uma *aprendizagem reflexiva*, os problemas que compõem o processo de educação podem ser escolhidos tanto pelo professor como podem emergir dos alunos. O importante é que os problemas sejam relevantes para os alunos e que os objetivos sociais deflagrados pelo problema lhes sejam significativos.

3.2. Educação Matemática Crítica

Frankenstein (1989) situa o Ensino da Matemática num fundamento lógico no qual associa a escolarização a uma consideração mais ampla de Cidadania e responsabilidade social. Defende a necessidade da Matemática ser trabalhada, vivida, ensinada e aprendida em contexto real, contactando com problemas da mesma maneira que estes aparecem no quotidiano. Na vida real, temos de lidar com muitos problemas que nos são apresentados de forma desordenada. A resolução de problemas do currículo tradicional isola e simplifica estes aspetos particulares da realidade a fim de proporcionar aos alunos meras técnicas de treino. Se na sala de aula os problemas forem apresentados aos alunos tal como eles aparecem no quotidiano, e estes se revelarem significativos para os alunos, serão criadas reais oportunidades para os alunos participarem, de uma forma ativa, reflexiva e crítica, no seu processo de aprendizagem.

Segundo a EC a educação deve combater as desigualdades sociais, não deve reproduzir passivamente as diretrizes do poder dominante e deve empenhar-se em ter uma postura ativa em paralelo a outras forças sociais críticas. Por sua vez, é um dos objetivos da EM preparar os educandos para o desenvolvimento de uma Cidadania Crítica pois, segundo Skovsmose (2005), a Cidadania não pode ser passiva. Logo, se estas duas forças se unirem, certamente a aprendizagem será mais reflexiva e significativa para quem estiver envolvido nesse processo. Face a isto, Skovsmose (2001, pp.14-15) enuncia dois postulados básicos para uma EMC:

Primeiro: *É necessário intensificar a interação entre a EM e a EC, para que a EM não se degenere em uma das maneiras mais importantes de socializar os estudantes em uma sociedade tecnológica e, ao mesmo tempo, destruir a possibilidade de se desenvolver uma atitude crítica em direção a essa sociedade tecnológica.*

Segundo: *É importante para a EC interagir com assuntos das ciências tecnológicas e, entre eles, a EM, para que a EC não seja dominada pelo desenvolvimento tecnológico e se torne uma teoria educacional sem importância e sem crítica.*

Skovsmose (2001) considera que a estratégia mais eficiente para desenvolver uma EMC é através da *problematização*. E que, para ela funcionar em pleno como mecanismo de ação, é importante que os educandos se apercebam da relevância dos problemas, assim, estes devem estar relacionados com as suas experiências, devem estar ligados a processos importantes para a sociedade em geral e, os alunos, ao assumirem a responsabilidade de os resolver, devem projetar-se num envolvimento sociopolítico.

Skovsmose (2005) complementa a ideia de EMC com a noção de *matemacia*. Esta noção é semelhante à noção de alfabetização desenvolvida por Freire. Assim, podemos assumir que a noção de *matemacia* está relacionada com a ideia de uma alfabetização funcional em Matemática. *Matemacia* não é apenas a capacidade de calcular e utilizar técnicas matemáticas,

mas uma competência associada ao refletir e ao agir num mundo fortemente estruturado por modelos matemáticos. Também faz parte da *matemacia* “a) a habilidade de lidar com noções matemáticas; b) a habilidade de aplicar tais noções em contextos distintos; c) a capacidade de refletir sobre tais aplicações” (Skovsmose, 2005, p. 138). A *matemacia* pode servir de apoio para a Cidadania Crítica e pode ser desenvolvida com base no diálogo que favorece uma aprendizagem significativa, política e democrática. Assim, o desenvolvimento da *matemacia* assume um papel relevante para a operacionalização de uma EMC, uma vez que *matemacia* é a competência que representa uma Aprendizagem Crítica da Matemática.

3.2.1. A Cidadania

O conceito de Cidadania modificou-se ao longo dos séculos com a evolução das sociedades, sendo as concepções atuais fruto da história da humanidade. A ideia de Cidadania engloba a pertença e a participação de um cidadão nas atividades de uma dada comunidade ou grupo de comunidades. A noção de pertença indica que “existem elementos comuns entre as pessoas que participam numa dada comunidade e tende a implicar alguma forma de atitude comum e de práticas em conformidade” (Matos, 2002, p. 1), sendo no leito desta pertença que a comunidade atribui aos cidadãos formas de retribuição, expressas através de direitos ou privilégios e, também, de responsabilidades.

É necessário refletir e entender o que está envolvido no exercício da Cidadania atualmente, para ser possível trabalhar a Educação para a Cidadania tendo por base o âmbito, as implicações e as responsabilidades da Escola nesta tarefa.

A Lei de Bases do Sistema Educativo coloca na Escola uma grande responsabilidade na formação social e política dos jovens e avança com a necessidade de formar os jovens para a participação (e não apenas para a compreensão) na vida em sociedade:

“A educação promove o desenvolvimento do espírito democrático e pluralista, respeitador dos outros e das suas ideias, aberto ao diálogo e à livre troca de opiniões, formando cidadãos capazes de julgarem com espírito crítico e criativo o meio social em que se integram e de se empenharem na sua transformação progressiva.”

(Lei de Bases do Sistema Educativo, 2005, Art.º 2)

Nogueira e Silva (2001, p. 90) definem Cidadania como “um estatuto que medeia a relação entre o indivíduo e a comunidade política, ao mesmo tempo que fornece as bases para as interações entre os indivíduos dentro da sociedade”. Nesta concepção de Cidadania são evidenciadas as responsabilidades de cada cidadão na sociedade em detrimento dos direitos e deveres do mesmo, que eram muito valorizados nas concepções iniciais de Cidadania.

Segundo Fonseca (2001) a Cidadania consiste na inserção do indivíduo no seu espaço político e na participação nas instituições sociais a que pertence.

“A cidadania é uma realidade complexa e multidimensional, que deve ser contextualizada em função do espaço político e histórico que lhe serve de referência; a cidadania democrática refere-se, concretamente, à participação ativa dos indivíduos no sistema de direitos e responsabilidades característico das sociedades democráticas.”

(Fonseca, 2001, p. 42)

Figueiredo (2002) também considera insuficiente descrever Cidadania como um vínculo a uma comunidade que confere um conjunto de responsabilidades e direitos ao indivíduo. Esse vínculo gera um compromisso social e afetivo, que leva o cidadão a intervir em cada um dos espaços de forma ativa e crítica.

“O indivíduo reconhece e reconhece-se no legado cultural dessa comunidade sem, contudo, abdicar de a poder transformar e nela deixar a sua própria marca. Nessa comunidade, a sua singularidade deve ser respeitada e a sua participação importante para a construção dos destinos coletivos.”

(Figueiredo, 2002, pp. 52-53)

Estas concepções de Cidadania apenas são possíveis e fazem sentido em sociedades que promovam valores como a liberdade e a igualdade, associando a Democracia à Cidadania, e em que o espaço político seja uma democracia. Na nossa sociedade faz todo o sentido adotar estas concepções de Cidadania e parece-nos natural que seja função da Escola educar para a Cidadania.

Lopes (2008) define Cidadania como a capacidade de um indivíduo, no seu grupo social, atuar de forma reflexiva, ponderada e crítica. Schneider e Andreis (2014) referem que para exercer a Cidadania, especialmente numa sociedade voltada para o conhecimento e para a comunicação, é essencial que os alunos saibam comunicar ideias, executar procedimentos, construir e interpretar tabelas e gráficos, fazer estimativas e inferências lógicas e analisar dados e informações.

É importante que a Escola proporcione aos seus alunos, desde cedo, a formação de conceitos que os auxiliem no exercício da sua Cidadania. Para que tal aconteça, os alunos precisam de ser desafiados para atuarem e refletirem sobre assuntos que lhes sejam significativos e, assim, através das suas ações e reflexões desenvolverem, progressivamente, autonomia e capacidade crítica, de forma a se tornarem capazes de exercerem a sua Cidadania e, com isso, ampliarem as suas possibilidades de sucesso na vida profissional e pessoal.

Segundo Figueiredo (2002, p. 55) a Educação para a Cidadania é “um processo de desenvolvimento de competências cognitivas, sociais e afetivas, desenvolvidas em «situação» e em estreita ligação com um conjunto de valores que caracterizam as sociedades democráticas”. Assim, recorrer a situações sociais significativas, onde seja exigida a capacidade de intervenção e reflexão dos alunos, poderá ser uma boa prática educativa para lhes desenvolver tais competências. Ambientes de aprendizagem que desafiem o paradigma do exercício, que

permitam a construção de conceitos e o desenvolvimento de capacidades poderão ajudar os alunos no exercício da sua Cidadania. Se a Escola transmitir apenas regras de conduta social não está a educar para a Cidadania ativa, pois “não é por reflexo condicionado que se aprende a ser cidadão, mas também não é através de aulas cheias de referências distantes dos problemas que afetam as vidas dos seres humanos” (Fonseca, 2001, pp. 7-8). Para desenvolver no aluno a ideia do que é ser cidadão e suscitar-lhe reflexão sobre o que a sociedade anseia para o seu futuro, é importante que exista uma forte ligação entre a teoria e a prática. É necessário transmitir valores morais e cívicos mas também criar oportunidades para que ele possa atuar e avaliar as possíveis consequências das suas ações.

Segundo D’Ambrosio (1996, p. 87) “a educação para a cidadania [...] exige uma ‘apreciação’ do conhecimento moderno, impregnado de ciência e tecnologia”. Utilizar e pensar com ferramentas tecnológicas pode revelar-se um recurso de suporte para educar na Cidadania, pois, elas são um recurso em muitos outros contextos das vidas dos jovens atuais.

Para Perrenoud (2002) uma Educação para a Cidadania implica que, na Escola, exista uma apropriação ativa do saber e da razão crítica. A Escola não pode apenas transmitir aos alunos os direitos e os deveres dos cidadãos e como funcionam as diferentes instituições do Estado, deve também facilitar a construção de meios intelectuais que levem à emancipação e desenvolvam a capacidade de se expressar, negociar e até modificar o mundo. O papel do professor deve ser de “organizador de uma pedagogia construtivista, [...] criador de situações de aprendizagem, gestor de heterogeneidade e regulador dos processos e dos percursos de formação” (p. 21). O debate de ideias poderá estar no cerne de uma relação crítica com o pensamento, a cultura democrática e a Cidadania. Desta forma, educar na Cidadania: i) diz respeito a todos; ii) modifica a relação pedagógica e a gestão da aula; iii) passa pelo debate de ideias; iv) exige uma participação ativa dos diferentes atores; v) afeta a gestão da Escola; vi) exige novas responsabilidades.

Todos os professores, independentemente da disciplina que lecionam, mas tendo-a por base e ponto de partida, podem contribuir para tornarem os seus alunos em bons cidadãos. Mas para tal acontecer terão que:

“[C]onsiderar os conhecimentos como recursos a serem mobilizados; trabalhar regularmente por problemas; criar ou utilizar outros meios de ensino; negociar e conduzir projetos com seus alunos; adotar um planeamento flexível e indicativo e improvisar; implementar e explicitar um novo contrato didático; praticar uma avaliação formadora em situação de trabalho; dirigir-se para uma menor compartimentação disciplinar.”

(Perrenoud, 1999, p. 52)

Na formação para a Cidadania é fundamental o domínio de um conteúdo que está relacionado com o mundo real. No que concerne à EM, Matos (2002) refere que esta “inclui

necessariamente (e por definição) as preocupações com a Cidadania e os modos como se participa nas questões sociais” (p. 5). Da EM faz parte o aluno “aprender a ter um ponto de vista matemático sobre uma variedade de situações, nomeadamente ligadas à natureza e à vida em sociedade” (p. 4), o que implica que o professor encoraje, sistematicamente, os seus alunos a responder às suas próprias questões e a participarem ativamente na validação da sua aprendizagem.

Segundo Fialho (2005), através da EM podemos educar na Cidadania, se o professor for capaz de “retirar a centralidade à acumulação de conhecimentos e der lugar à capacidade de transferir, utilizar e reinvestir esses conhecimentos” (p. 29). Desta forma, as aulas de Matemática podem tornar-se em “locais ideais para desenvolver nos alunos as competências de resolução de conflitos, argumentação, interpretação, aceitação, escolha, responsabilidade e espírito crítico” (p. 26).

3.3. A Aprendizagem vista pela lente da Educação Matemática Crítica

“Certas qualidades de comunicação, que tentamos expressar em termos de diálogo, favorecem certas qualidades de aprendizagem da Matemática, a que nós nos referimos como Aprendizagem Crítica da Matemática manifestada na competência da matemacia.”

(Alrø & Skovsmose, 2004, p. 10).

A aprendizagem da Matemática vista através da lente da EMC centra-se nas qualidades de comunicação e na *aprendizagem-como-ação* (*learning as action*). Esta perspetiva argumenta que as qualidades de comunicação são qualidades de aprendizagem. Por isso, torna-se importante compreender o que Alrø e Skovsmose entendem por comunicação, como clarificam as ‘qualidades de comunicação’ em termos do diálogo e também o que consideram acerca da *aprendizagem-como-ação*.

Segundo Alrø e Skovsmose (2006, p. 12), “[a]s qualidades de comunicação podem ser expressas em termos de relações interpessoais”. A aprendizagem está enraizada no ato de comunicar e não apenas na passagem de informação veiculada de uma parte para outra. Nesta perspetiva comunicar toma um significado mais profundo do que o utilizado no senso comum. “Muito mais do que uma simples transferência de informação de uma parte a outra, o ato de comunicação em si mesmo tem um papel de destaque no processo de aprendizagem.”

A aprendizagem, embora seja uma experiência pessoal, ocorre em contextos sociais repletos de relações interpessoais (Alrø & Skovsmose, 2004) e, por conseguinte, a aprendizagem depende das relações interpessoais que se estabelecem e se manifestam durante a comunicação entre os participantes. “O contexto em que se dá a comunicação afeta a

aprendizagem dos envolvidos nesse processo” (p. 2). Da mesma forma, as qualidades de aprendizagem estão interconectadas com a dinâmica que se estabelece na sala de aula.

A natureza teórica variada do conceito de diálogo torna importante explicar o uso deste conceito quando se pretende relacionar o diálogo com a aprendizagem, por isso, embora ‘o diálogo’ já tenha sido abordado neste trabalho, aquando da análise da Teoria Crítica de Freire, voltamos a este assunto.

Mellin-Olsen (1993, p. 246) descreve o diálogo como “um método de confrontação e exploração de discordâncias [...] num ambiente amistoso e cooperativo”. Assim, através de um diálogo estamos na “procura de um entendimento mais profundo, juntamente com os parceiros no diálogo.”

Segundo Alrø e Skovsmose (2006), “participar de um diálogo é também uma forma de ação e produção de significado mediante o uso da linguagem. Dialogar significa agir em cooperação” (p. 133). Assim, o diálogo não é uma conversação qualquer. Não é qualquer ato de fala que compõe um diálogo mas sim “uma conversação de investigação” (p. 123).

Alguns atos comunicativos expressam poder, controlo ou uma parte como sendo superior à outra. Estes atos são atos de discurso mas não são atos dialógicos. Os atos dialógicos envolvem, pelo menos, duas pessoas numa relação de igualdade, são atos que não demonstram força, comando ou superioridade de uma parte sobre a outra e permitem o questionamento.

Segundo Alrø e Skovsmose (2006) os atos dialógicos são importantes na medida em que compõem o processo dialógico, isto é, indicam eventos específicos num processo dialógico.

Na EM, exercícios que são considerados prontos e acabados e que têm uma e somente uma resposta correta são atos de fala mas não atos dialógicos. Segundo estes autores, o diálogo refere-se a certas qualidades de comunicação. A crítica refere-se a certas qualidades de aprendizagem. A intenção e a reflexão são aspetos essenciais tanto do diálogo como da crítica.

A crítica só pode ser considerada como uma atividade realizada com intenção se as reflexões forem críticas acerca dos assuntos em análise.

Alrø e Skovsmose (2006) conceptualizam o diálogo como uma base comunicativa para a aprendizagem crítica. Estes autores entendem a aprendizagem crítica como a aprendizagem que é baseada em processos onde os atos dialógicos têm um papel essencial e consideram o diálogo como a interação que proporciona a base visível para a aprendizagem crítica.

Assim, o diálogo é a parte ‘pública’ de um processo de aprendizagem crítica, e esta é alicerçada em colaboração com os atos dialógicos e a *matemacia*.

“O diálogo acontece na interação e traz à consideração não só as reflexões, como também as reflexões coletivas. Basicamente, intenções e reflexões representam duas conexões fundamentais entre diálogo e crítica” (Fernandes, 2008, p. 12).

Skovsmose (2007, p. 73) vê “a EMC como definida em termos de algumas preocupações emergentes da natureza crítica da educação matemática”. E reforça que “se não existe relação intrínseca entre educação matemática e alguns desenvolvimentos sociopolíticos atraentes, então a relação tem que ser feita com referência a um contexto particular.”

Na EMC, a Matemática é considerada não somente de uma perspectiva educacional mas também de uma perspectiva filosófica e sociopolítica. O diálogo é uma boa ferramenta para auxiliar neste processo, uma vez que a noção de *crítica* está, para Alrø e Skovsmose (2004), em relação com *diálogo*, *intenção* e *reflexão*. Estes autores consideram que uma atividade crítica inclui uma aprendizagem crítica que é baseada numa forma particular de interação – O diálogo. Neste processo de interação, o envolvimento do aluno é expresso pelas *intenções-de-aprendizagem* (*intention-in-learning*) (que serão abordadas na secção 3.3.4.1.) e as considerações acerca da aprendizagem são feitas com base em *reflexões críticas*. As *intenções-de-aprendizagem* e as *reflexões* são recursos essenciais para a aprendizagem crítica e para o desenvolvimento da *matemacia*. Assim, aprender Matemática de uma forma crítica significa, participar em reflexões críticas.

3.3.1. Modelo de Cooperação Investigativa (Modelo-CI)

Alrø e Skovsmose (2006) identificaram vários elementos-chave que correspondem a diversos atos de comunicação que podem ocorrer entre professor e alunos ou entre alunos que podem favorecer a aprendizagem, eles são: *estabelecer contacto*, *perceber*, *reconhecer*, *posicionar-se*, *pensar alto*, *reformular*, *desafiar* e *avaliar*³ e organizaram-nos num modelo que denominaram Modelo-CI.

Estes autores explicam que “os atos de comunicação incluídos no Modelo-CI trazem os alunos e suas perspectivas para o centro do palco do processo educativo” (Alrø & Skovsmose, 2006, p. 72). Estes atos de comunicação podem-se manifestar tanto na interação aluno-aluno quanto na interação aluno-professor, enquanto estes participam de um processo de cooperação investigativa. Quando numa prática de sala de aula se manifestam tais atos de comunicação, podemos afirmar que está a existir um diálogo em que todos ou alguns dos elementos do Modelo-CI estão presentes e que os intervenientes desses atos de comunicação estão a participar num processo de cooperação investigativa. Notemos contudo que não é obrigatória

³ Estes atos de comunicação serão explicados em pormenor nas secções seguintes.

a presença de todos os elementos do Modelo-CI para que ocorra aprendizagem. Existe cooperação investigativa desde que alguns dos elementos do Modelo-CI, explícita ou implicitamente, estejam associados.

As perspectivas dos alunos podem ser o ponto de partida para uma cooperação investigativa. Muitas vezes, elas podem ser um bom ponto de partida para que os alunos se envolvam no seu processo de aprendizagem.

Os atos de comunicação inerentes ao Modelo-CI exigem dos alunos determinadas capacidades verbais. Segundo Alrø e Skovsmose (2006), os alunos que se expressam com interesse e desenvoltura podem ser favorecidos em detrimento de outros que são empenhados, mas ficam calados, e terminam por desenvolver o seu interesse pela Matemática em isolamento. Se o aluno não participar nas atividades, interagindo com os colegas e o professor, pode ser ‘penalizado’ por não mostrar evidência dos elementos do Modelo-CI.

O Modelo-CI pode ser visto como “um modelo geral para a cooperação investigativa no ensino e na aprendizagem de matemática que buscam estimular práticas de comunicação investigativas” (Alrø & Skovsmose, 2006, p. 77). Este modelo representa certas qualidades de comunicação que conduzem a certas qualidades de aprendizagem e “consiste em um conjunto de elementos de comunicação, que podem ocorrer de diversas formas e em qualquer ordem” (p. 118). “Os elementos não surgem em uma ordem regular linear, eles podem ser observados repetidamente em diferentes combinações” (p. 105), contudo representam aspetos de um mesmo processo unificado de investigação.

Para que um processo de investigação seja duradouro são importantes determinadas posturas por parte dos intervenientes, nomeadamente: paciência; curiosidade; abertura; predisposição para explorar possibilidades; apoio mútuo; respeito em relação à posição do outro e à sua própria posição; modéstia no sentido de não expor os seus argumentos como verdades absolutas mas como algo suscetível de um exame; etc.

Os atos de comunicação, identificados no Modelo-CI, favorecem o trabalho dos alunos durante um processo de cooperação investigativa, demonstram que eles estão realmente a ter um papel participativo no seu processo de aprendizagem e que estão realmente interessados em resolver um determinado problema. Além disso, favorecem um padrão de cooperação entre professor e alunos no qual as perspectivas dos alunos desempenham um papel essencial. Contudo, a cooperação professor-alunos ou aluno-aluno não pode ser imposta. Os alunos não podem ser obrigados a participar nem a cooperar. Eles têm de ser convidados a participar e a cooperação estabelece-se se os alunos aceitarem o convite.

3.3.1.1. Estabelecer Contacto (*Getting in Contact*)

Estabelecer contacto é mais do que chamar a atenção do outro, “significa sintonizar um no outro para começar a cooperação” (Alrø & Skovsmose, 2006, p. 70). É a primeira condição da investigação mútua. Quando um aluno se propõe a participar de uma atividade cooperativa é imperativo que estabeleça contacto pois esta é a forma de criar sintonia com o(s) colega(s), ou com o professor, e com a(s) perspectiva(s) dele(s).

Estabelecer contacto engloba “estar presente e prestar atenção ao outro e às suas contribuições, numa relação de respeito mútuo, responsabilidade e confiança” (Alrø & Skovsmose, 2006, p. 106). Assim, o respeito mútuo, a responsabilidade e a confiança, além de serem aspetos emocionais da cooperação investigativa, fazem parte do *estabelecer contacto*. Estes aspetos emocionais constituem parte essencial do processo de aprendizagem e devem ser tidos em conta quando analisamos as ações dos alunos.

Estabelecer contacto faz parte do processo de preparação para uma investigação. É uma atitude positiva de relacionamento entre os participantes durante a cooperação, que os torna disponíveis para a investigação.

Existem fatores, durante uma comunicação, que nos permitem afirmar que os intervenientes estabeleceram contacto. Por exemplo:

- Se os intervenientes falam a mesma língua podemos dizer que eles estão *estabelecendo contacto*;
- Se utilizam *tag questions*⁴ é indicador que estão a tentar *estabelecer contacto*, estão à procura de confirmações recíprocas ou estão à procura de apoio mútuo.

As *tag questions* servem como convite para a cooperação ou podem desempenhar a função de chamar à participação. “*Tag questions* podem fazer parte do repertório pessoal de recursos linguísticos ou podem vir como herança cultural da comunidade a que pertence o indivíduo” (Alrø & Skovsmose, 2006, p. 82).

- Levantar *questões investigativas*, utilizar confirmações recíprocas e estabelecer apoio mútuo, são outras formas de estabelecer contacto.

A utilização, pelos alunos, de *questões investigativas* indica que eles estão interessados nas perspectivas dos outros. “Essas perguntas conduzem a explicações, questões hipotéticas, delineamento de ideias matemáticas e confirmação” (Alrø & Skovsmose, 2006, p. 89).

⁴ Utilizamos o termo original em inglês para descrever um recurso presente no discurso que permite enfatizar o tom interrogativo de uma afirmação através de uma pergunta curta no final da frase. Por exemplo: Terminar uma afirmação colocando uma questão “certo?”

A *escuta ativa* é uma característica básica da comunicação prevista no Modelo-CI. *Escuta ativa* significa fazer perguntas e dar apoio não-verbal ao mesmo tempo que se tenta descobrir o que se passa com o outro. Significa que os intervenientes da comunicação *estabeleceram contacto*. A escuta é denominada de “ativa” porque o ouvinte tem responsabilidades. “Ele não absorve passivamente as palavras que são emitidas. Ele tenta entender os factos e os sentimentos contidos naquilo que ouve, ativamente, e tenta ajudar quem fala a externar os seus problemas” (Rogers & Farson, 1969, p. 481).

“*Estabelecer contacto* envolve: questões investigativas, prestar atenção, *tag questions*, confirmação recíproca, apoio mútuo e bom humor” (Alrø & Skovsmose, 2006, p. 117).

Se, em algum momento, o contacto se esvanece, por exemplo por um dos intervenientes afastar-se temporariamente, ou definitivamente, do processo de investigação, ou se deixar a iniciativa por conta do(s) outro(s) então o processo de investigação fica comprometido.

Após se estabelecer uma atenção mútua entre aluno-professor, o professor pode perceber a perspetiva do aluno, examinando, por exemplo, como ele entende certa tarefa ou problema. Os alunos, também, durante o processo de investigação, têm necessidade de se perceber uns aos outros, e conseguem-no quando estabelecem contacto uns com os outros.

3.3.1.2. Perceber (*Locating*)

“Perceber significa descobrir alguma coisa da qual nada se sabia ou não se tinha consciência antes” (Alrø & Skovsmose, 2006, p. 106).

Muitas vezes é difícil para um aluno expressar a perspetiva que quer estabelecer para uma determinada tarefa ou problema, é igualmente difícil, para um aluno expressar a sua ideia em termos matemáticos. Naturalmente, várias perspetivas possíveis e diferentes formas de abordagem de uma tarefa ou problema podem ser percebidas. Neste processo, cabe ao professor atuar como um facilitador, fazendo perguntas com uma postura investigativa, tentando conhecer a forma como o aluno interpreta a tarefa ou problema.

As questões que propiciam uma investigação ou uma demonstração; as questões que demonstram uma atitude de curiosidade; as questões em aberto, cujas respostas não são conhecidas de antemão, podem ser formuladas, tanto pelo professor como pelo aluno, e são uma forma eficaz para estes conseguirem perceber as perspetivas que procuram.

As *questões hipotéticas*, como por exemplo “*O que acontece se ...?*”, podem ser indicadoras de certo grau de abertura e disposição para perceber novas possibilidades. Podem ser “um sinal de que se adentrou um cenário para investigação” (Alrø & Skovsmose, 2006, p. 107). O professor pode empregar este tipo de questões com o propósito de atrair os alunos para

um cenário para investigação e, quando os alunos entram em contacto com estas questões, podem ‘tomar as rédeas’ na condução do processo.

Para perceber perspetivas, os alunos podem fazer questões que suscitem explicações como as *questões hipotéticas* ou as *check-questions*.

Segundo Alrø e Skovsmose (2006, p. 83) “[f]ormular *questões hipotéticas* pode ser visto como uma atitude de curiosidade, como uma abertura a uma predisposição a explorar possibilidades em oposição a um cómodo alheamento ao debate ou a uma indiferença a outros pontos de vista”. Pode servir, também, para esclarecer e ampliar uma nova perspetiva.

As *check-questions* permitem averiguar se todos entendem-se corretamente e aferir se aquilo que se imagina é, de facto, o que se passa. Desta forma, são ferramentas importantes de elucidação no processo de argumentação e também no processo de investigação como um todo.

Ao questionar os seus próprios motivos, ao examiná-los conjuntamente e ao concordar em aceitá-los ou em rejeitá-los, o processo de perceber faz acionar outros elementos investigativos. Contudo, notemos que algumas vezes as *questões hipotéticas* podem ser utilizadas com outros propósitos. Elas podem ser utilizadas para fazer ironia, para demonstrar desinteresse ou irrelevância. Algumas vezes estas questões podem ser interpretadas, pelos alunos, como se o professor quisesse assumir a autoridade, desviando o rumo dos acontecimentos e transformando a comunicação numa burocrática troca de comentários entre professor e alunos. O contexto em que este tipo de questão é formulada, bem como a intenção da pessoa que a formula é que determina qual a sua função. É necessário que exista uma atitude de curiosidade e uma certa abertura para que as *questões hipotéticas* possam ser consideradas como algo construtivo dentro do processo de investigação.

“Perceber, dentro de um processo de investigação, significa expor suas próprias perspetivas para o grupo no bojo do processo de comunicação” (Alrø & Skovsmose, 2006, p. 106). Significa aproximar-se de um assunto e insistir nele antes de o rejeitar. Assim, é um processo de examinar possibilidades e de experimentar coisas. “Perceber está intimamente relacionado com a questão de condução” (Alrø & Skovsmose, 2006, p. 107). Só quando o aluno percebe é que pode conduzir, ou restabelecer a condução do processo de investigação. Só quando percebe é que o aluno pode ‘tomar as rédeas’ no processo de investigação, bem como no seu processo de aprendizagem.

Para perceber é necessário que exista “curiosidade, questões ampliadoras e elucidativas, aproximação, *check-questions*, exame de possibilidades e questões hipotéticas” (Alrø & Skovsmose, 2006, p. 117).

No desenrolar de um processo de cooperação investigativa, podem surgir perspectivas interessantes e relevantes que são ignoradas ou deixadas de parte. Num processo aberto pode acontecer o ‘*não ser capaz de perceber*’. Isto pode ocorrer por diversos motivos, por exemplo, porque o aluno ignorou uma sugestão interessante do professor ou de um colega; porque rejeitou as suas próprias propostas, sem antes examiná-las; ou porque está a mostrar-se contrário a uma ideia sem antes discuti-la. Nestes casos em que os alunos não são capazes de captar uma perspectiva em certa sugestão, é necessário que uma ‘*autoridade*’ chame a atenção para certas ideias que mereçam atenção particular. O professor tem um papel importante no processo de possibilitar que o aluno perceba. Ao cooperar com os alunos, o professor pode interferir para que estes percebam perspectivas. Uma forma de o fazer pode ser, por exemplo, fazendo *questões hipotéticas*, pois assim pode abrir possibilidade para que os alunos prossigam com questões ampliadoras e esclarecedoras. Desta forma, o questionamento mútuo poderá criar novas perspectivas e elucidar outras.

Quando o aluno consegue expressar a sua própria perspectiva, então ela pode ser reconhecida em termos matemáticos, tanto pelo próprio aluno como pelo professor. Desta forma, o processo de reconhecimento pode fornecer recursos para investigações posteriores.

Analisar e refletir sobre diferentes perspectivas são metas cruciais e características importantes da comunicação num processo de investigação. Estas exigem a curiosidade para examinar, de forma aberta e sem retaliações, novas ideias e sugestões e flexibilidade para mudar de direção quando uma nova perspectiva é percebida ou uma perspectiva já existente é alterada. Estas características da comunicação estão intrinsecamente ligadas ao processo de cooperação investigativa e têm influência sobre a capacidade de agir dos alunos e de dar andamento no seu trabalho, durante um processo de investigação.

A viabilidade de realização de um ato de comunicação depende do grau de incorporação das perspectivas dos alunos no processo de investigação. Se os alunos encontrarem motivos para analisar as perspectivas apresentadas, então dar-se-á início a um processo de investigação e essas perspectivas poderão ser consideradas como um importante instrumento de aprendizagem.

Examinar as perspectivas dos alunos ajuda o professor a conhecer os seus modos de pensar e traz aos alunos maior consciência da sua própria maneira de agir em sala de aula.

3.3.1.3. Reconhecer (*Identifying*)

“Reconhecer envolve esforços de explicação e justificação e o delineamento de ideias matemáticas” (Alrø & Skovsmose, 2006, p. 117), mas não só. Também podem ser reconhecidas perspectivas sobre os assuntos em análise.

O processo de reconhecimento pode dar-se em dois sentidos: o professor pode tentar conhecer a forma como o aluno interpreta uma tarefa ou os alunos podem tentar reconhecer a perspectiva do professor.

Examinar perspectivas e ideias que foram percebidas abre o caminho para que se reconheça uma perspectiva e se a torne conhecida por todos os envolvidos na investigação. Ao agir desta forma estamos a aprofundar a investigação.

É necessário delinear as ideias matemáticas e elucidar os significados das palavras, dos princípios, dos algoritmos e dos conceitos para os reconhecer e, assim, dar sentido às atividades e aos cálculos, no processo de resolução dos problemas que emergem na investigação.

Muitas vezes, as questões do tipo “*O que acontece se...?*”, que ocorrem na etapa de perceção, são seguidas por uma questão do tipo “*Porquê ...?*”. Estas últimas estão relacionadas com o processo de reconhecimento de perspectivas em geral ou de uma ideia matemática em particular. Para compreender questões do tipo “*Porquê...?*” “é importante delinear as ideias matemáticas” (Alrø & Skovsmose, 2006, p. 110).

É importante notar que estas questões “*Porquê...?*”, a que Alrø e Skovsmose se referem, são questões investigativas e nada têm a ver com as questões “*Por que...?*” do tipo não-investigativo que são utilizadas frequentemente no ensino tradicional, com o intuito de cercear ou controlar a participação dos alunos. Neste caso, as questões “*Porquê...*” têm o intuito de fomentar o reconhecimento de uma perspectiva e conduzem sempre a uma justificação. A justificação em Matemática assume, em muitos casos, a forma de demonstração, mas outras formas de justificação são possíveis.

No processo de reconhecer, Alrø e Skovsmose admitem que, por vezes é útil o professor utilizar como estratégia de comunicação o *jogo-de-perguntas*, mas não podemos confundir esta estratégia com o *jogo-de-perguntas* usado no ensino tradicional da Matemática. Esta estratégia de comunicação pode e deve ser utilizada num espaço curto de tempo e com um propósito específico, como por exemplo, o professor pode utilizá-la para conseguir delinear certas ideias matemáticas, pois pode ajudar a elucidar algumas questões, pode propiciar que os alunos reconheçam certos princípios matemáticos ou regras práticas, ou pode ser utilizado com o propósito de identificar uma regra. O *jogo-de-perguntas* torna-se útil num processo investigativo se e só se for entendido, por parte dos alunos, não como uma interrupção no processo de investigação, mas como uma ajuda para identificar uma ideia, uma regra, um algoritmo ou um procedimento útil e necessário para o processo de investigação continuar.

O processo de reconhecimento inclui o delineamento das ideias matemáticas e a realização de questões do tipo “*Porquê...?*” como desdobramento das questões do tipo “*O que acontece se ...?*”, neste sentido, este processo é mais elucidativo do que o processo de percepção.

Além das ideias matemáticas, as perspetivas em geral também podem ser reconhecidas e até podem ser aprofundadas. “Perspetivas em geral podem servir como justificativas” (Alrø & Skovsmose, 2006, p. 112).

3.3.1.4. Posicionar-se (*Advocating*)

“A aprendizagem tem seu começo em algum lugar” (Alrø & Skovsmose, 2006, p. 112). É importante saber de onde vimos e para onde queremos ir. É importante *posicionarmo-nos*, pois certamente algo já é conhecido e é a partir daí que temos que partir. *Posicionar-se* “significa levantar ideias e pontos de vista não como verdades absolutas, mas como algo que pode ser examinado” (Alrø & Skovsmose, 2006, p. 70). *Posicionar-se* fomenta a investigação e contribui para a construção de uma perspetiva partilhada.

Quando existem vários indivíduos envolvidos no processo de aprendizagem é importante partilhar o que se sabe. Para conseguir estabelecer uma plataforma de conhecimento partilhado é importante que exista sensibilidade para a existência de diferentes perspetivas e entendimento de que diferentes perspetivas podem servir para justificar posições.

Para clarificar ou consolidar uma perspetiva é importante experimentar várias linhas de argumentação. É importante *posicionar-se*. Só quando uma perspetiva é aceite por todos é que se constrói uma *perspetiva partilhada* e amplia-se a plataforma de conhecimento partilhado.

Um aluno (ou o professor) *posiciona-se* em defesa de uma sugestão sua quando apresenta o seu ponto de vista ou quando explica como procederá numa determinada situação, isto é, explica um procedimento. Obviamente, em algumas vezes, a maneira como encara a situação pode definir justificativas, que no final, podem se mostrar duvidosas ou erróneas. Contudo, ao apresentar o seu ponto de vista e ao ouvir o outro, demonstrou que estava aberto à investigação.

Quando o aluno (ou o professor) diz o que pensa, isto é, expõe os seus argumentos não como verdades absolutas mas como algo suscetível de um exame e age respeitosamente em relação a uma determinada posição, mesmo que seja diferente da sua, significa que está posicionando-se. Se defende os seus pontos de vista e ao mesmo tempo preserva certa abertura para questionar a respeito das suas próprias contribuições significa que está recetivo à crítica e aberto à investigação.

Defender posições não significa fazer reivindicações⁵, nem bater pé firme, mas sim propor argumentos a favor de um ponto de vista. *Posicionar-se* implica fazer declarações ou apresentar argumentos com o propósito de investigar conjuntamente um assunto ou uma perspectiva. Significa argumentar em favor de uma ideia como se ela pudesse ser, por um instante, ‘*minha*’ ideia ou ‘*nossa*’ ideia. Assim, é importante, como parte de um processo investigativo, *posicionar-se* em favor de ideias alternativas para construir perspectivas partilhadas. “Posicionar-se é crucial para esgotar as possibilidades das justificações e está intimamente ligado a argumentação e observação” (Alrø & Skovsmose, 2006, p. 117). “Posicionar-se tem uma importante implicação adicional que é a focalização e a persistência que são dedicadas a uma declaração ou sugestão e o processo de análise que se dá antes de sua aceitação ou rejeição” (p.113). Uma forma possível de defender posições pode ser, também, pensando alto.

3.3.1.5. Pensar Alto (*Thinking Aloud*)

Segundo Alrø e Skovsmose (2006, p. 113) “*pensar alto* significa expressar pensamentos, ideias e sentimentos durante o processo de investigação”. Ao expressar o que se passa dentro de nós estamos a expor as nossas perspectivas à investigação coletiva e a abrir espaço à investigação. Ao *pensar alto* estamos a tornar o nosso pensamento público e a tornar a nossa perspectiva conhecida dos outros e, desta forma, ela passa a poder ser investigada.

“Muitas perspectivas podem vir a se tornar conhecidas de todos quando se pensa alto, já que ganham visibilidade na parte mais tangível da comunicação” (Alrø & Skovsmose, 2006, p. 71). Assim, *pensar alto* é um importante aspeto do processo investigativo pois além de ser uma forma de tornar uma perspectiva pública possibilita o seu aprofundamento.

Quando enunciamos os passos utilizados e os cálculos realizados numa tarefa, com o intuito de esclarecer os nossos parceiros na investigação, estamos a *pensar alto* e a tentar que os outros percebam e reconheçam a nossa perspectiva.

Quando, durante a resolução de uma tarefa, os alunos *pensam alto* e complementam as *meias-falas* (*utterance*) um do outro pode-se considerar como um reflexo de esforço de ambos para se entenderem mutuamente e um sinal de compromisso efetivo e partilhado em resolver a tarefa. Ao complementarem as *meias-falas* uns dos outros, os alunos estão a demonstrar respeito mútuo e é um reflexo de esforço de ambos para se entenderem mutuamente.

⁵ Reivindicação, neste contexto, corresponde a tentar convencer o outro de que se está certo sem querer ouvir ou entender uma justificação.

Ao levantarmos *questões hipotéticas* e ao manifestarmos os nossos pensamentos e sentimentos estamos a *pensar alto* e a estimular a investigação. Uma forma de o professor ajudar a esclarecer as perspetivas dos alunos pode ser reformulando-as.

3.3.1.6. Reformular (*Reformulating*)

Segundo Alrø e Skovsmose (2006, p. 114) “*reformular* significa repetir o que foi dito com palavras ligeiramente diferentes ou com um tom de voz diferente”. O poder de reformular é tanto do professor quanto do aluno. Através do *reformular* pode-se esclarecer as perspetivas de modo a que não existam mal-entendidos e, dessa forma, estabelecer perspetivas partilhadas. O professor pode *reformular* as perspetivas dos alunos para ter a certeza que entendeu o que eles dizem. Assim como, os alunos podem *reformular* a perspetiva do professor para confirmarem o seu entendimento acerca da perspetiva apresentada pelo professor. É muito importante que os alunos tenham oportunidade de *reformular* as afirmações do professor pois, assim, estão a trabalhar para um entendimento partilhado sobre a situação em análise. É igualmente importante que os alunos, nas discussões em pequeno grupo, tenham oportunidade de *reformular* as formulações uns dos outros, uma vez que “por meio do processo de reformular e mudar uma posição, eles buscam reconhecer um procedimento matemático propício” (Alrø & Skovsmose, 2006, p. 88) ou uma perspetiva partilhada sobre o assunto em análise.

Reformular é um elemento importante no processo de escuta consciente pois ao escutar temos a possibilidade de conhecer as perspetivas dos outros, seguindo-as de perto. *Reformular* pode ser feito através do *parafrasear*, isto é, dizer novamente as mesmas coisas mas tentando focar os termos e as ideias-chave. O *parafrasear* pode ser usado para confirmar o que foi ouvido de um outro participante e pode servir como convite para uma reflexão mais profunda. *Reformular* pode ocorrer como complementação de *meias-falas* e manutenção de contacto. A reformulação pode, também, ser iniciada através de uma *check-question*.

Ao *reformular*, os participantes têm a oportunidade de confirmar se possuem um entendimento partilhado ou, pelo contrário, delimitar as divergências que precisam ser superadas.

A reformulação é importante na medida em que neste processo é propício que emirjam questões do tipo “*O que acontece se ... ?*” e “*Porquê...?*” que fomentam mais precisão na argumentação por parte dos intervenientes. Reformular desempenha também a função de manter contacto durante a investigação, sendo um importante elemento emocional. Segundo Alrø e Skovsmose (2006, p. 115) “reformular torna-se um desdobramento de “estabelecer contacto”, porém, “manter contacto” está ligado à etapa central do processo de investigação.”

3.3.1.7. Desafiar (*Challenging*)

Segundo Alrø e Skovsmose (2006, p. 115) “[d]esafiar significa tentar levar as coisas para uma outra direção ou questionar conhecimentos ou perspectivas já estabelecidas”.

O desafio pode emergir de diferentes formas. “Pode-se desafiar por intermédio de questões hipotéticas, exame de novas possibilidades, elucidação de perspectivas, atingindo, assim, um ponto de inflexão na investigação” (p. 117). Contudo, “[e]sclarecer perspectivas é uma pré-condição para que se possa desafiar de forma “qualificada”” (p. 71).

Fazer desafios pode acontecer em ambas as direções. Os alunos podem desafiar o professor, por isso, é essencial que o professor também esteja pronto para ser desafiado.

O professor deve ter certos cuidados quando lança um desafio, uma vez que este “deve estar à altura do entendimento do aluno – nem mais nem menos” (Alrø & Skovsmose, 2006, p. 71). Para que um diálogo investigativo aconteça, o desafio apresentado pelo professor deve estar adequado às capacidades e experiências dos alunos no assunto em análise, para que seja efetivamente recebido e aceite enquanto desafio. Uma tarefa pode ser muito complicada ou muito fácil, um algoritmo pode ser muito difícil para ser utilizado por um determinado grupo de alunos. Não existem receitas nem normas universais. “Ser capaz de desafiar nem demais nem de menos parece ser importante para a facilitação da aprendizagem” (Alrø & Skovsmose, 2006, p. 103). “Desafiar demais traz muitos riscos, mas deixar correr solto também” (p. 100). É sempre difícil para o professor decidir como fazer.

Os alunos têm que ser desafiados de forma apropriada para que a aprendizagem ocorra de forma efetiva e sejam capazes de participar e conduzir o processo de investigação. O desdobramento efetivo dos acontecimentos vai depender não do professor mas da resposta dos alunos ao desafio e da qualidade da convivência entre os participantes durante esse processo.

Numa cooperação investigativa, se o aluno não entender o desafio do professor, o padrão de comunicação pode-se alterar e não se estabelecer um entendimento partilhado. Neste caso, o desafio torna-se num *jogo-de-perguntas*. Mas este não é o único padrão de degeneração. A cooperação investigativa pode ser obstaculizada de muitas outras formas, por exemplo, pode ser comprometida pelo “*toque de saída*”. Neste caso, a cooperação investigativa dá lugar ao discurso da burocracia.

“Tudo pode ir por água abaixo se a ideia não fizer sentido para os alunos” (Alrø & Skovsmose, 2006, p. 94), se eles não considerarem o desafio significativo, o processo de aprendizagem pode cessar e os alunos desistirem de tentar. Contudo, um desafio vale sempre a pena, pois se for bem aceite uma nova abordagem entra em jogo e a investigação pode ser

bem-sucedida. Se os alunos aceitarem o desafio, é sinal que o entenderam e este pode tornar-se num ponto de inflexão para a investigação em curso.

Quando o professor tem como propósito desafiar o aluno, pode adotar tanto o papel de oponente como de parceiro da perspetiva do aluno. É importante que o professor saiba adotar estes dois papéis na sua prática e de os usar na medida certa, de modo a reforçar a autoconfiança e a criticidade do aluno.

Quando o professor desafia (mas não rejeita) uma sugestão de um aluno, por exemplo, levantando uma questão hipotética: “*Como seria se?*” ou “*O que acontece se ..?*”, está, de certa forma, a desafiar uma proposta defendida e está, de uma forma aberta e investigativa, à procura de um entendimento.

Anteriormente, as questões do tipo “*O que acontece se ...?*” já haviam sido associadas ao *perceber* e ao *reconhecer*. Contudo, *perceber* e *reconhecer* uma perspetiva alternativa pode ser visto como um grande desafio. Desta forma, “desafiar e questões hipotéticas são conceitos relacionados” (Alrø & Skovsmose, 2006, p. 116). Ambos podem servir como convite para análise de novas possibilidades.

Quando uma nova ideia aparece, por exemplo, em forma de *questões hipotéticas* e desafiantes que quase parecem um *pensar alto*, servem como convite para *perceber* uma possibilidade diferente. Se o convite for aceite, então essa nova ideia representa um ponto de inflexão na investigação e são abertas novas possibilidades.

3.3.1.8. Avaliar (*Evaluating*)

Uma avaliação pode assumir muitas formas, por exemplo, correção de erros, crítica negativa, crítica construtiva, conselho, apoio incondicional, elogio, exame, atenção contínua dada pelo professor ao desenrolar do trabalho dos alunos, avaliação final na qual o professor manifesta a sua opinião sobre o trabalho realizado pelos alunos e faz elogios e críticas ao trabalho, etc. “*Avaliar* pressupõe apoio, crítica e *feedback* construtivos” (Alrø & Skovsmose, 2006, p. 117).

A avaliação pode ser realizada pelo próprio indivíduo ou por terceiros, pelos próprios elementos do grupo ou pelo professor. As reações não-verbais são também importantes elementos de avaliação. “Na avaliação, os aspetos emocionais e cognitivos do processo de investigação convivem lado a lado” (Alrø & Skovsmose, 2006, p. 117) e são aspetos importantes tanto no processo investigativo como para a aprendizagem dos alunos.

Avaliar as perspetivas do professor e dos alunos também faz parte do processo investigativo. Mal entendidos e outras discrepâncias podem acontecer abertamente na comunicação entre o professor e os alunos, por isso, é fundamental verificar se o professor e

os alunos possuem um propósito partilhado para o processo de investigação. O objetivo não é estabelecer ‘uma perspetiva correta’, isso não existe. O propósito é chegar a um entendimento partilhado para o processo de investigação. “A questão de que está “certo” ou “errado” não pode prevalecer no processo de investigação” (Alrø & Skovsmose, 2006, p. 72).

Num processo de investigação, o aluno e o professor podem *avaliar* as suas perspetivas e até podem discutir acerca do que os alunos aprenderam ao responder aos desafios propostos.

É importante *avaliar* as perspetivas dos alunos numa aula de Matemática pois elas podem ser consideradas importantes instrumentos de aprendizagem. Além disso, auxilia o professor a conhecer o modo de pensar do aluno e traz ao próprio aluno maior consciência da sua própria maneira de agir em sala de aula.

3.3.2. Aprendizagem-como-Ação

“Ação pode ser associada a termos como meta, decisão, plano, motivo, propósito e *intenção*” (Alrø & Skovsmose, 2006, p. 47) e implica que exista pelo menos uma pessoa envolvida na ação. A ação pode conduzir à aprendizagem. Contudo, nem toda a ação gera aprendizagem. Por exemplo, coçar a cabeça quando resolvemos um problema difícil não conta para o tipo de ação que importa caracterizar como importante no processo de aprendizagem. Esta ação é um comportamento involuntário e inconsciente, advém de um comportamento biologicamente predeterminado.

O tipo de ação que Alrø e Skovsmose caracterizam como importante para a aprendizagem é consciente. Assim, daqui em diante, sempre que falarmos de ação, estaremos a referir-nos às ações realizadas de forma consciente e voluntária. Para que uma atividade seja classificada como *ação (importante para a aprendizagem)* é necessário que exista *intencionalidade* por detrás dela e que a pessoa não esteja numa situação sem *alternativas*. “Em suma, agir pressupõe tanto o envolvimento da pessoa quanto uma abertura da situação” (Alrø & Skovsmose, 2006, p. 47). Logo, para que exista *aprendizagem-como-ação* é necessário uma situação aberta e o envolvimento da pessoa nesse processo.

As situações abertas, que desafiem o paradigma do exercício, são positivas pois os alunos têm a possibilidade de reconhecer os objetivos e identificarem-se com eles e, dessa forma, podem tornar-se condutores do seu processo de aprendizagem. Os alunos ao conduzirem, em conjunto com o professor, vão certamente construir perspetivas partilhadas. “Como aprendizes, eles devem ser atuantes e estar envolvidos” (Alrø & Skovsmose, 2006, p. 48).

Quando um professor leva para a sala de aula uma situação aberta, os alunos não fazem ideia sobre o que se trata. Desta forma, não é fácil para o professor comunicar a sua intenção com uma simples frase e não existem referências disponíveis para os alunos. Neste caso, se o

professor não tiver cuidado, pode levar à confusão e, assim, criar obstáculos à participação dos alunos. Mas se os alunos tiverem intenção de aprender, um caminho possível será seguirem as orientações do professor, a fim de reconhecerem os objetivos da situação e se identificarem com eles e agirem para encontrarem a solução para a situação apresentada, mesmo sem ainda terem percebido completamente o que têm que fazer.

Quando o professor utiliza situações abertas na sala de aula pode utilizar como recurso para a aprendizagem as *vistas privilegiadas* e os alunos, se tiverem intenções de aprender, podem fazer *zooming-in* para a atividade da sala aula. Estes conceitos são importantes quando consideramos a *aprendizagem-como-ação*, por isso, serão discutidos nas secções seguintes.

3.3.2.1. Vistas Privilegiadas (*Vantage Points*)

As *vistas privilegiadas* são criadas quando o professor prepara o terreno para a aprendizagem. Nesse momento, é provável que muitas tarefas se definam. As *vistas privilegiadas* proporcionam uma visão geral das tarefas e dão-lhes algum sentido; representam possíveis perspectivas nas atividades de sala de aula. Se elas fizerem sentido para os alunos, a ponto de eles conseguirem descrevê-las ou mesmo discutir a respeito delas, então podemos afirmar que *vistas privilegiadas* foram encontradas.

Vistas privilegiadas podem ajudar a esclarecer uma ideia geral, fundamentar certas perspectivas ou abrir novas. Preparar o terreno para criar *vistas privilegiadas* pode fomentar a discussão sobre o significado das atividades propostas. Além disso, podem ajudar tanto aos alunos como ao professor a encontrar direções para o processo de aprendizagem, uma vez que os alunos ao conhecerem uma perspectiva sobre o conteúdo matemático vão ganhar a possibilidade de associar novos significados para as atividades.

Quando o professor leva uma situação aberta para a sala de aula já tem, certamente, de antemão algumas ideias formadas acerca de possíveis caminhos a seguir e mesmo da solução, ou possíveis soluções, para a situação em estudo. Contudo, para que tais situações sejam pertinentes, no processo de aprendizagem dos alunos, o professor tem de ter abertura suficiente para perceber se o aluno tem uma ideia em mente diferente da sua e estar apto para adaptar o seu discurso, caso seja necessário, de modo a acompanhar a perspectiva do aluno, cooperando com este no desenrolar da atividade. Para que o professor e o aluno se encontrem na comunicação é imperativo que criem uma *perspetiva partilhada* sobre a situação em análise, isto é, é necessário estabelecer um *entendimento partilhado* com base nas diferentes perspectivas dos vários envolvidos nesse processo.

Sempre que em sala aula é estabelecido um *ponto de vista partilhado* sobre o significado de um conceito ou conteúdo, está a ser criado um esclarecimento pontual da perspectiva e,

certamente, pode propiciar aos alunos um novo impulso para a aprendizagem. Sempre que emerge uma *perspetiva partilhada* esta serve de alavanca para a aprendizagem dos alunos.

3.3.2.2. Zooming-in

Em certos momentos, o professor apresenta a atividade a desenvolver mas, mesmo que os conceitos matemáticos e as tarefas sejam suficientemente contextualizados, não ficam estabelecidas *vistas privilegiadas* que possam ajudar os alunos a dar sentido a essa atividade. Neste caso, os alunos ficam perdidos e confusos, mas mesmo assim, demonstram curiosidade e expectativas sobre o que está a acontecer na aula. As atividades parecem interessantes e os alunos querem *perceber* o que se passa, por isso, fazem perguntas. O professor tenta esclarecer as perguntas dos alunos, mas mesmo assim, eles ‘não chegam lá’ mas tentam acomodar as suas apreensões e *intenções* porque querem compreender melhor a situação. Alrø e Skovsmose (2006) definem, neste caso, as atividades realizadas pelos alunos em termos de *zooming-in*. Se resultar, o professor e os alunos chegam a um consenso. Os alunos percebem então do que se trata a aula e ‘chegam lá’. Esta situação pode ser descrita em termos de *perspetivas* que são partilhadas entre o professor e os alunos. Os alunos compreendem a *perspetiva* proposta pelo professor e o professor também compreende a *perspetiva* dos alunos. *Zooming-in* indica uma procura por *perspetivas partilhadas*. Se esta surge, então, o *zooming-in* foi bem-sucedido.

Um *zooming-in* pode ser caracterizado como o “processo no qual um grupo considerável de alunos volta sua *intenção* para o processo de aprendizagem” (Alrø & Skovsmose, 2006, p. 48). Indica desejo de condução da atividade e representa ação. Uma atividade de *zooming-in* indica que a prática de sala de aula não caiu na rotina e que os alunos estão de facto envolvidos com o desenrolar da aula.

Alrø e Skovsmose (2006) referem que o *zooming-in* dos alunos indica que pelo menos alguma aprendizagem pode ser entendida como ação. Isto não quer dizer que toda a aprendizagem seja feita desta forma, mas sim que esta forma de aprender é importante. Contudo, existem dois fatores que podem inibir o *zooming-in*. O primeiro fator é a aula estar organizada de tal forma que todas as tarefas estejam claramente estabelecidas e não existe espaço para os alunos fazerem *zooming-in*. O segundo fator é os alunos não estarem interessados no que estão a fazer ou já terem incorporado um comportamento instrumentalizado. Estes dois fatores estão frequentemente associados às aulas de Matemática tradicionais em que o professor explica um assunto novo e enumera os exercícios a resolver, os alunos resolvem-nos e o professor confere os resultados. Em aulas como estas, não existe necessidade de *zooming-in* por parte dos alunos.

Alrø e Skovsmose (2006, p. 49) alertam que “um *zooming-in* pode parecer uma estratégia de tentativa-e-erro para encontrar o sentido de uma atividade passada em sala de aula.”

É importante estabelecer situações na sala de aula em que seja possível para os alunos fazer *zooming-in* e estabelecer uma ‘cultura’ de sala de aula na qual os alunos realmente desejam realizar *zooming-in*. Para tal, é necessário criar espaço para que os alunos tornem-se condutores do seu processo de aprendizagem e que o professor não deixe de ser também uma pessoa atuante no processo educativo dos alunos. Se tal acontecer, a educação será caracterizada pelo encontro de dois ‘agentes’, o professor e os alunos.

As atividades de *zooming-in* indicam um aspeto fundamental da aprendizagem, onde a intenção e a ação estão fortemente relacionadas. O que não quer dizer que primeiro exista a intenção de se fazer alguma coisa e depois aconteça o desdobramento que realiza a intenção. A intenção da ação está presente na própria ação. Da mesma forma, as intenções têm de estar presentes no próprio processo de aprendizagem dos alunos, estes não têm que encontrar uma razão para aprender antes de se deixarem envolver na aprendizagem.

3.3.3. Diálogo e Aprendizagem

O diálogo é um processo de descoberta e aprendizagem. É uma conversação que visa a aprendizagem, pressupõe interação e uma relação de igualdade entre os intervenientes. Num diálogo, de acordo com Alro & Skovsmose (2004) existem três características que promovem a aprendizagem: (1) realizar uma investigação; (2) correr riscos e (3) promover a igualdade, que serão discutidas nas secções seguintes.

3.3.3.1. Realizar uma Investigação (*Making an Inquiry*)

Sendo o diálogo uma conversação de investigação, os participantes no processo partilham o desejo de investigar e de descobrir algo, tencionam obter novos conhecimentos e novas experiências, tencionam *realizar uma investigação*. A forma de manter acesa a chama durante um diálogo é sustentar a intenção de desenvolver uma investigação profunda e não ter resultados em vista pois, no momento em que se tomam as decisões matam-se as alternativas e o diálogo cessa.

Alrø e Skovsmose (2006, p. 123) referem que “realizar uma investigação significa abandonar a comodidade da certeza e deixar-se levar pela curiosidade”. Assim, *realizar uma investigação* será atuar entre dois campos, o que já se sabe e o que não se sabe.

Lindfors (1999), caracteriza uma investigação como uma atividade que exige dos investigadores uma ‘mente aberta’ e uma postura de curiosidade. A incerteza e a curiosidade são dois ingredientes que guiam os investigadores no terreno, na procura de novas experiências,

novos entendimentos e novos conhecimentos. Esta autora utiliza o termo de “*investigação colaborativa*” (*collaborative inquiry*) (Lindfors, 1999, p. 157) para descrever o processo em que os parceiros estão a “envolver-se numa reflexão conjunta” tentando alcançar novos entendimentos através de um processo de sondagem comum.

Explicar, elaborar, sugerir, apoiar e avaliar consequências são tentativas de ir mais além e podem ajudar os parceiros na investigação a irem além do pensamento estabelecido. Assim sendo, estes ingredientes podem ser caracterizados como atos investigativos que alimentam uma investigação colaborativa.

A noção de investigação poderia ser explorada em termos individuais, explicando como um indivíduo conduz um processo de investigação que é só dele, contudo esse não é o foco da nossa investigação. Nesta, a noção de investigação inclui coletividade e cooperação, pois pretendemos analisar o trabalho realizado em grupo.

Segundo Alrø e Skovsmose (2006, p. 124) “começar uma investigação significa assumir a condução da atividade”. Durante o processo de investigação existe responsabilidade por parte dos participantes no sentido de conduzirem as suas atividades. Neste processo, os participantes são responsáveis pela forma como estas se desenrolam e pela aprendizagem que ocorre no seu desenrolar.

Para *realizar uma investigação* é necessário ‘olhar’ para o desconhecido e agir de forma a descobrir e entender coisas novas. Neste processo, é importante que todos os intervenientes tenham oportunidade de expressar as suas perspetivas, explorá-las e construir novas. As perspetivas construídas dialogicamente não são necessariamente uma manifestação de uma perspetiva preexistente, pois, através do diálogo podem emergir perspetivas totalmente novas.

Num diálogo, as fontes de investigação podem estar nos próprios participantes e nas suas perspetivas, por isso, para uma investigação ter oportunidade de se desenvolver com sucesso, é importante saber ouvir as perspetivas dos parceiros na investigação pois, através dos seus sentimentos e pensamentos, pressupostos e entendimentos a respeito das coisas, das ideias e das possibilidades, pode-se obter novos conhecimentos. Os participantes do diálogo vivenciam um processo cooperativo de investigação de perspetivas e de construção de *perspetivas partilhadas*, sendo que estas emergem como um produto coletivo.

Um participante ao explicitar uma perspetiva podem-se revelar outras perspetivas escondidas, que podem servir de base para a continuação da investigação ou ser o mote para uma nova investigação. Os outros participantes, ao ouvirem uma perspetiva que está a ser apresentada, podem ter novos *insights*, ao observar um problema ou uma solução a partir de uma nova perspetiva.

Todos os participantes de um diálogo devem estar dispostos a ‘abrir mão’ de uma perspectiva ou de pressupostos, nem que seja por um curto espaço de tempo, com o intuito de não obstaculizar o diálogo. Devem mantê-las num nível no qual opiniões proliferem sem deixar de poder ser examinadas e exploradas. Como refere Isaacs (1999, p. 147), “abrir mão exige que afrouxemos nosso apego à certeza”, significa estar consciente dela antes de qualquer coisa. Não quer dizer que a estamos a abandonar definitivamente, significa que estamos dispostos a analisar o que aconteceria se a nossa perspectiva não fosse mantida. Neste sentido, ‘abrir mão’ de uma perspectiva “significa explorar novos pressupostos a partir de novos ângulos: trazendo para o centro das atenções, explicitando-os, dando-lhes a devida importância e tentando entender de onde eles vieram” (Isaacs, 1994, p. 378).

Segundo Alrø e Skovsmose (2006, p. 126) é importante o professor explorar as perspectivas dos alunos através do diálogo pois, dessa forma, pode “ajudá-los a expressar seu conhecimento tácito”. São requisitos necessários para um professor participar num diálogo, não “ter respostas prontas para problemas conhecidos; ter curiosidade a respeito do que os alunos fariam e estar disposto a reconsiderar seus entendimentos e pressupostos.”

O professor “ao observar, refletir e expressar sua visão de mundo em um processo cooperativo, [...] pode mudar e vir a saber coisas de uma nova forma”. Os alunos ao quererem participar mostram “estarem prontos para abrir o seu mundo a exploradores, entrarem em processos momentaneamente incertos e entenderem que não há respostas absolutas para suas questões” (Alrø & Skovsmose, 2006, p. 127).

3.3.3.2. Correr Riscos (*Running a Risk*)

“Começar uma investigação em que preconceções foram momentaneamente deixadas de lado significa que algo imprevisto possa acontecer” (Alrø & Skovsmose, 2006, p. 127). O mesmo acontece quando se inicia um diálogo. Iniciar um diálogo envolve correr riscos, pois estes são imprevisíveis e arriscados, uma vez que são imprevisíveis as suas direções e os seus resultados, contudo, *correr riscos* é uma parte intrínseca do diálogo, com suas consequências, positivas e negativas. Quando um diálogo é iniciado não temos respostas prontas para os problemas, estas vão surgir através de um processo partilhado de curiosidade, investigação e pela reflexão coletiva, com o propósito de obter conhecimento.

Num diálogo os participantes partilham tanto pensamentos como sentimentos. Segundo Stewart (1999, p. 56), o diálogo “envolve pessoas que pensam junto, portanto ele requer [dos intervenientes] compromisso, foco, atenção e disposição para arriscar e expor suas próprias ideias, à medida que descreve e explica aquilo em que acredita.”

Para que o diálogo ocorra é importante que o desconforto não seja exagerado, pois se o for os alunos podem sentir-se frustrados e desmotivados e desistem de participar. Mas também o risco não pode ser removido completamente.

Segundo Alrø e Kristiansen (1998, p. 170), “é importante criar um ambiente de aprendizagem confortável e respeitoso e uma atmosfera de confiança mútua, para que o ambiente se torne propício a experimentar incertezas passageiras”. Para criar tal ambiente, o professor deve desempenhar o papel de supervisor do processo, tendo o cuidado para que os alunos não se percam, nem desistam, quando enfrentarem a situação de risco.

Para que exista diálogo tem de existir um clima de confiança mútua e um “campo de investigação”, isto é, um “conjunto de pressupostos coletivos, intenções partilhadas e crenças de um grupo” (Isaacs, 1994, p. 360). À medida que os participantes avançam no diálogo, percebem que o ambiente do grupo está mudando e, gradualmente, vão sentindo que o entendimento partilhado também está mudando e em transformação.

3.3.3.3. Promover a Igualdade (*Maintaining Equality*)

Promover a igualdade refere-se a uma relação interpessoal essencial como característica do diálogo. Segundo Alrø e Skovsmose (2006, p. 131) “um diálogo tem por base o princípio da igualdade”, não pode existir demonstração de forças entre os participantes. Utilizando a terminologia de Freire tem de se estabelecer uma relação horizontal entre os intervenientes, estes têm que estar em pé de igualdade. Um diálogo não pode ser influenciado pelos papéis das pessoas que nele participam, nem pelo poder associado a cada um dos intervenientes. Para que exista diálogo entre professor e alunos, eles têm que tentar ser “igualitários no nível das relações e comunicações interpessoais” (Alrø & Skovsmose, 2006, p. 131). Tem de ser promovida a igualdade, mas com isso não queremos negar a diversidade nem as diferenças. É importante também notar que ‘promover a igualdade’ não é sinónimo de ‘promover o acordo’. Ser igualitário significa saber lidar com a diversidade e com a diferença, e a chave para que isso aconteça é a justiça. A justiça aqui refere-se à forma como se lida com o conteúdo do diálogo mas também com os aspetos emocionais.

Ninguém pode ser obrigado a participar num diálogo. O professor pode convidar os alunos para um diálogo, mas para que este realmente aconteça, os alunos têm que aceitar o convite. “A noção de convite reflete a noção de igualdade” (Alrø & Skovsmose, 2006, p. 132). Se, na sala de aula, os alunos são forçados a fazer algo, então o princípio da igualdade perde-se. A relação entre professor e os alunos é frequentemente e naturalmente desigual e assimétrica. Contudo, estes “podem manter a igualdade ao nível das relações interpessoais e

da comunicação se o modo de produção do produto em causa – o conhecimento (matemático) – for trabalhado de forma dialógica” (Fernandes, 2008, p. 7).

A igualdade entre o professor e os alunos depende da forma de contacto estabelecida entre eles. Rogers (1962) descreve a *coerência (congruence)*, a *empatia (empathy)* e a *consideração (positive regard)* como características essenciais para que uma pessoa favoreça a aprendizagem da outra. Estas três características podem proporcionar as precondições para promover a igualdade na sala de aula.

Ser coerente significa ser verdadeiro, sem máscaras nem fachadas, significa ser transparente e genuíno. Os pensamentos e sentimentos dos envolvidos no diálogo devem ser consistentes com a sua forma de agir. A coerência num diálogo pode ser vista de uma forma explícita através da comunicação e do posicionamento.

Ter empatia significa que o facilitador tenta entender a visão de mundo do interlocutor como se fosse a sua própria visão. O facilitador está em sintonia com as expressões do interlocutor, com o intuito de ajudá-lo a esclarecer a sua perspetiva. É fulcral que a empatia não esmoreça durante um diálogo para que esse também não decline.

O facilitador não deve ‘abrir mão’, sem antes ponderar, da sua própria perspetiva, mas deve estar disposto a mudá-la. Se existir espaço para a empatia, durante um diálogo, então poderá ocorrer elucidação de perspetivas partilhadas ou consciência de perspetivas diferentes.

Para que uma pessoa possa auxiliar outra é necessário aceitá-la e respeitá-la e *tê-la em consideração* como pessoa. É necessário saber respeitar a alteridade do outro e não ter intenção de alterá-la. O respeito tem de ser mútuo entre todos os intervenientes no diálogo.

É importante respeitar as perspetivas, as emoções, as intenções, as reflexões e as ações dos outros, para que prevaleça o princípio da igualdade, na sala de aula, e assim ser facilitado o processo de aprendizagem dos vários intervenientes.

3.3.4. Aprendizagem-como-Ação-Dialógica

No projeto LEARN foram utilizadas três metáforas para falar de aprendizagem, vindas de três teorias sociais de aprendizagem. Na Teoria da Aprendizagem Situada consideraram a *aprendizagem como participação*, na Teoria da Atividade *aprendizagem como transformação* e na Educação Matemática Crítica *aprendizagem-como-ação-dialógica*. Assim, bebendo todos os conceitos da *aprendizagem-como-ação* trouxeram para a aprendizagem mais alguns ingredientes, os quais pretendemos analisar nesta secção. Nesse sentido, Fernandes (2008, p. 8), sugere que “o que anteriormente foi chamado de *aprendizagem-como-ação* passe, agora, a ser especificado como *aprendizagem-como-ação-dialógica*”. Consideremos isso também neste trabalho.

Tentemos, num primeiro momento, clarificar em que sentido a ação e o diálogo podem sustentar as qualidades críticas da aprendizagem da Matemática.

“A ação-dialógica é a procura e o questionamento a fim de se obter perspectivas partilhadas, é a tentativa de se produzir sentido e significa agir em cooperação [...] é uma interação que proporciona (a visível) base para a aprendizagem crítica” (Fernandes et al., 2016, p. 15).

Segundo Alrø e Skovsmose (2006), para que exista uma Aprendizagem Crítica da Matemática, a *intenção*, a *reflexão* e a *crítica* têm que estar relacionadas. Estes autores “clarificam a base dialógica para a aprendizagem crítica (da Matemática) em termos de *intenção* e *reflexão*” (Fernandes, 2008, p. 8). Este caminho fundamenta-se no que foi proposto por Habermas, Freire e Giroux, que consideram a *ação* e a *reflexão* como aspetos fundamentais na aprendizagem. Seguindo estas ideias, “aprender implica *ação*, que pode ser uma *ação-dialógica* através da produção de meios para ler o mundo e também para transformá-lo. Mas aprender implica também *reflexão* sobre a *ação*” (Fernandes et al., 2016, p. 15).

Segundo Alrø e Skovsmose (2004, p. 138), “[e]nquanto a *intenção* refere-se ao envolvimento de pessoa, a *reflexão* refere-se às considerações efetuadas por essa pessoa”. Assim, participar num diálogo pressupõe envolvimento, isto é, pressupõe *intenção*.

3.3.4.1. Intenções-de-Aprendizagem (*Intentions-in-learning*)

“As *ações* são constituídas por *intenções*” (Alrø & Skovsmose, 2004, p. 156). As *intenções-de-aprendizagem* são fundamentais para fazer emergir os atos dialógicos.

Segundo Alrø e Skovsmose (2004, p. 157), as “*intenções-de-aprendizagem* são essenciais para que os alunos conduzam o seu processo de aprendizagem. [...] Para que o diálogo continue, é importante que as *intenções* sejam continuamente moduladas e ajustadas aos participantes do diálogo.”

Os alunos na sala de aula têm outras *intenções* que não apenas aquelas relacionadas com a aprendizagem da Matemática. Podem, por exemplo, ter *intenção* de falar do fim de semana, de ser notado pelo professor ou pelos colegas, etc. Estas *underground intentions* (Alrø & Skovsmose 2004, p. 158) provocam grupos de resistência e levam a um *zooming-out* da atividade oficial da sala de aula. Estas são *intenções* e conseqüentemente fazem parte dos atos dos alunos, contudo, não são atos de aprendizagem.

O *zooming-out* está relacionado com o *zooming-in*, que foi analisado na secção 3.3.2.2., mas funciona ao contrário. Num processo de *zooming-out* “os alunos relacionam-se com a atividade proposta, mas evitam fazer o que é esperado. *Zooming-out* pode-se manifestar através

de observações irônicas ao trabalho que está a ser realizado e à educação em geral” (Alrø & Skovsmose 2004, p. 158).

Segundo Alrø e Skovsmose (2004, p. 160), “as intenções são formadas com base na experiência, nas impressões, nos preconceitos, nas preferências, etc. Assim, os *recursos de intenções* (*resources of intentions*) constituem as *disposições* (*dispositions*) da pessoa.”

É importante ter em conta os *recursos de intenções* quando pensamos na aprendizagem, uma vez que a disposição de uma pessoa torna-se na matéria-prima para as suas intenções. As *disposições* são consideradas como individuais mas também como características da pessoa, culturalmente determinadas. “Quando se pensa em *aprendizagem-como-ação* o conceito de *disposição* é usado para descrever a fonte dos motivos que os alunos têm para se envolverem no processo de aprendizagem” (Fernandes, 2008, p. 9).

“As disposições do aluno para a aprendizagem são, assim, um indicativo das possibilidades factuais que o aluno nutre para com o sistema escolar e da interpretação que faz dessas possibilidades. Assim, as disposições do aluno são uma condição que é muito forte e que estrutura as suas intenções-de-aprendizagem. O aluno expõe as suas intenções em padrões e de acordo com as suas noções acerca da aprendizagem e do que representa ir para a escola.”

(Alrø & Skovsmose, 2004, p. 160)

Segundo Skovsmose, qualquer indivíduo tem *background* e *foreground* que influenciam a maneira como ‘olha’ para a aprendizagem. Ambos influenciam o que a pessoa pode vir a querer ser e fazer e em que ações se quer envolver. Ambos representam *recursos-de-intenções* os quais incluem também as *underground intentions*.

As *intenções* de uma pessoa estão relacionadas com o seu *foreground* ou o *foreground* de um grupo de pessoas ao qual a pessoa pertence, “ou seja, ao que elas percebem como sendo suas possibilidades futuras a partir de seu ambiente social” (Skovsmose, Scandiuizzi, Valero, & Alrø, 2012, p. 232). “O *foreground* de cada um é uma poderosa fonte de razões e intenções para a decisão de dedicar-se à aprendizagem assim como pode ser a causa que leva à desistência de envolver-se num tal processo” (pp. 254-255). Contudo, “duas pessoas tendo *foregrounds* semelhantes podem agir de formas bastante diferentes perante as interpretações que fazem das suas possibilidades de vida” (Fernandes et al., 2016, p. 14), isto é, perante as interpretações das oportunidades de vida em relação ao que parece ser aceitável e estar disponível no contexto sociopolítico em que estão inseridos.

As percepções que os alunos têm sobre as suas possibilidades de vida futura estão cheias de experiências, realidades e sonhos quanto ao futuro. Assim, as suas *intenções-de-aprendizagem* estão relacionadas ao que eles percebem como sendo as suas possibilidades futuras a partir do seu ambiente social. Tudo isso pode gerar motivos para se voltarem, ou não,

para a aprendizagem. Assim, a partir do *foreground* as intenções são ativadas, ou não. Um aluno que não vê possibilidades no seu futuro tem um *foreground arruinado*. Quando não consegue identificar vantagens nas aprendizagens realizadas na Escola, em particular, não reconhece vantagens na aprendizagem da Matemática para o seu futuro, considera-se que tem um *foreground arruinado* relativamente à Matemática escolar e isso pode obstruir as suas *intenções-de-aprendizagem*. Consequentemente, este recurso, deve ser considerado quando interpretamos as ações dos alunos.

O *background* refere-se às origens culturais e sociopolíticas de um indivíduo ou grupo humano” (Skovsmose, Alrø, Valero & Scanduzzi, 2009, p. 240). O *background* está relacionado com as experiências vividas.

Podemos então concluir que a intenção está relacionada tanto com o *background* como com o *foreground* da pessoa ou do grupo e estes relacionam-se também com as interpretações que fazem acerca das possibilidades oferecidas pelo contexto cultural e sociopolítico.

“Para que haja ação e, portanto, aprendizagem, é importante que os alunos sejam colocados perante situações abertas e desafiadoras, para que a intencionalidade de aprender emerja de uma forma natural” (Fernandes et al., 2016, p. 14). Se os alunos considerarem a situação desafiadora, então vão atuar para a resolver e essa ação terá consequências que vão além do individual.

Como referem Alrø e Skovsmose (2004) a intenção, como parte da ação, reflete pelo menos uma noção sobre algumas das possíveis consequências da ação.

“Ao mesmo tempo, a ação e as suas consequências andam em círculo (ou espiral), porque a reestruturação significativa das disposições de uma pessoa são condicionadas pelas ações da pessoa e pelas reflexões que faz sobre as consequências que essas ações têm. Durante a ação as disposições vão sendo continuamente transformadas.”

(Alrø & Skovsmose, 2004, p. 161)

Incluir as *intenções-de-aprendizagem* como um aspeto da aprendizagem implica pensar nos conflitos que podem emergir entre as disposições do aluno para a aprendizagem, o seu *background* e o seu *foreground*. Um aluno que não tem boas experiências de aprendizagem não terá certamente muita disposição para aprender e assim as suas *intenções-de-aprendizagem* não serão facilmente ativadas, pois pela experiência vivida considera que não é capaz, que não vale a pena. Também um aluno que não identifica vantagens na sua aprendizagem para ter sucesso no futuro não terá muita disposição para aprender. Estes conflitos podem ser obstáculos para a aprendizagem e podem ser emocionais, comportamentais, organizacionais, sociais ou políticos. Contudo, os conflitos – excetuando-se os de ordem cognitiva – não são normalmente considerados elementos essenciais do processo de aprendizagem na Matemática

tradicional. Alrø, Skovsmose e Valero (2003), pelo contrário, consideram-nos como elementos sociais e cognitivos que relacionam e influenciam o processo de aprendizagem da Matemática, podendo ser potenciadores da aprendizagem. Se tivermos em atenção o *background* e o *foreground* dos alunos podemos criar ambientes de aprendizagem que lhes sejam significativos e assim mais facilmente poderão ativar as suas *intenções-de-aprendizagem*.

Situações de aprendizagem criadas de acordo com os interesses dos alunos, em que eles têm oportunidade de trabalhar em grupo, podem ser uma forma de eles se identificarem com os objetivos da situação e ativarem as suas *intenções-de-aprendizagem*. Contudo, trabalhar em grupo não pressupõe que as intenções dos participantes sejam idênticas. Mas é importante que as *intenções-de-aprendizagem* tornem-se partilhadas para que possam aprender uns com os outros. Neste caso, faz sentido falar de *intenções coletivas*, referindo-nos às intenções que são partilhadas por todos os participantes do grupo. Da mesma maneira, faz sentido falarmos de *reflexões coletivas*.

Segundo Alrø e Skovsmose (2004), intenções e reflexões representam duas conexões fundamentais entre diálogo e crítica. Mas o que representa crítica neste contexto?

A crítica tem a ver com fazer julgamentos e avaliações, que tanto podem ser interpretados como negativos ou como positivos. Neste contexto, consideramos a crítica como um aspeto positivo e essencial para a aprendizagem, uma vez que através da crítica podem-se formar ações, propostas, ideias, teorias, métodos, conceitos, etc. Parece não haver limite ao que pode ser abordado através da crítica e através desta podem ser construídas e esclarecidas ideias matemáticas ou outras perspetivas.

A crítica não é simplesmente uma atividade analítica. Significa mais do que reflexão individual, inclui, também, ação. Pressupõe envolvimento, o que representa intenção pessoal ou coletiva para fazer a crítica. Não podemos forçar um indivíduo a ser crítico. Um indivíduo também não é crítico por mero acaso. Assim, as *intenções-de-aprendizagem* são um elemento essencial que define qualquer aprendizagem crítica.

Como crítica pressupõe ‘tomar as rédeas’ no seu processo de aprendizagem, trazer a crítica à Educação Matemática fará com que os alunos desenvolvam *intenções-de-aprendizagem*, assumindo responsabilidade e condução no seu processo de aprendizagem.

A condição básica para qualquer aprendizagem crítica é o envolvimento dos alunos e as relações interpessoais estabelecidas, assim intenção e crítica estão conceptualmente ligadas.

CAPÍTULO QUATRO – EDUCAÇÃO ESTATÍSTICA

Estamos na era da Informação. Diariamente somos bombardeados com informações e análises estatísticas em revistas, jornais e noutros meios de comunicação social. Informações estatísticas são muitas vezes utilizadas para dar credibilidade a anúncios, argumentos ou conselhos. Muitas vezes, estas informações estão apresentadas de uma forma camuflada e a análise feita a esses dados estatísticos não é apresentada de uma forma transparente e imparcial. “A evolução da sociedade tem mostrado a importância de se tomarem decisões e informações baseadas em dados, conferindo um papel cada vez mais forte à Estatística” (Santos & Ponte, 2014, p. 47).

A Estatística é uma ferramenta que permite a organização, representação e tratamento de dados relativos a situações reais, que dota os alunos da capacidade de apreciar de forma esclarecida e crítica os seus usos em diversos domínios, como por exemplo, na comunicação social (GAISE, 2005; Martins & Ponte, 2010; NCTM, 2000).

Segundo o relatório Cockcroft (1982, p. 51), “a Estatística é mais do que um conjunto de técnicas, é um estado de espírito na abordagem de dados” que permite às pessoas a tomada de decisões, apesar do conhecimento da incerteza e da variabilidade desses dados. “Tomar decisões no mundo de hoje requer com frequência a capacidade de analisar e interpretar informação estatística” (Bright & Hoeffner, 1993, p. 87). Assim, o seu estudo poderá ser uma forma de fornecer ferramentas para criar cidadãos informados capazes de analisar e reagir de uma forma crítica, ponderada e assertiva à informação quantitativa no mundo que os rodeia. Ao abordar a Estatística com base nestas ideias, estaremos certamente a exercer uma Educação Estatística pela Cidadania.

Seria importante que todos os cidadãos fossem capazes de relacionar e analisar criticamente os dados estatísticos que são apresentados diariamente e de diversas formas, isto é, que fossem capazes de analisar e reagir de uma forma crítica, ponderada e assertiva às informações com as quais têm que lidar. “Ter conhecimentos de Estatística tornou-se então uma inevitabilidade para exercer uma cidadania crítica, reflexiva e participativa, tanto em decisões individuais como coletivas, e esta necessidade não é exclusiva dos adultos, já que as crianças também estão expostas a dados estatísticos” (Carvalho, 2006, p. 1). No entanto, vários estudos indicam que muitos adultos na nossa sociedade não conseguem “pensar estatisticamente sobre questões importantes que afetam as suas vidas” (Ben-Zvi & Garfield, 2004, p. 3), isto é, não são capazes de compreender e analisar a informação de modo a tomar decisões de uma forma informada, ponderada e argumentada. Torna-se então importante trabalhar no sentido de ultrapassar esta lacuna dos adultos da nossa sociedade. Pois, como

refere Rumsey (2002, p. 1), “queremos que nossos alunos se tornem bons ‘cidadãos estatísticos’, entendendo estatística o suficiente para serem capazes de consumir as informações com as quais somos inundados diariamente, pensando criticamente sobre essas informações e tomando boas decisões com base nelas.”

“Na sociedade atual lidar com noções estatísticas tornou-se uma necessidade de qualquer cidadão para interpretar eventos com que é confrontado nos mais variados contextos da sua vida” (Carvalho, 2006, p. 1). Ser capaz de avaliar adequadamente informações estatísticas e tecer reivindicações com base em dados concretos são capacidades importantes que todos os alunos deveriam desenvolver como parte integrante do seu currículo.

Pereira-Mendoza e Swift (1981) referem que todos os indivíduos deveriam ter oportunidade de aprender Estatística para poderem dominar os conhecimentos básicos desta Ciência e, fazendo uso deles, atuarem na sociedade. Para estes autores a Estatística é importante e imprescindível para analisar índices de custo de vida, realizar sondagens, escolher amostras e tomar decisões em várias situações do cotidiano. Os conhecimentos estatísticos são “essenciais quer no exercício da cidadania quer na vida profissional” (Scheaffer, 2000, p. 158). Neste sentido, a Estatística é uma ferramenta que possibilita atuar de uma forma crítica na sociedade e facilita o exercício da Cidadania.

Como afirma Lopes (1998, p. 115-116), os “nossos jovens já são cidadãos; precisamos auxiliar o desenvolvimento de sua capacidade de crítica e de sua autonomia a fim de que tenham melhores condições para elaborar reflexões, emitir opiniões e/ou tomar decisões”. A Estatística é uma ferramenta importante da sociedade moderna e a apropriação de seus conceitos e procedimentos contribui para a formação de um cidadão crítico, “especialmente do aluno da educação básica que fará parte do mundo do trabalho, das relações sociais, culturais e políticas” (Schneider & Andreis, 2014, p. 2). A análise Estatística permite dar resposta a questões, viabilizando uma descrição clara e objetiva dos fenômenos da natureza.

Segundo Schneider e Andreis (2014) a Educação Estatística visa uma compreensão crítica e tem como objetivo desenvolver nos alunos a criticidade e o envolvimento de forma que estes se tornem capazes de pensar sobre questões políticas e sociais relevantes para a sua comunidade, contribuindo dessa forma para a melhoria das suas vidas.

Dispor de noções básicas de Estatística facilita na interpretação e na análise de dados e permite apresentar resultados de forma a facilitar a tomada de decisões, nas diferentes áreas do conhecimento humano. Contudo, o estudo da Estatística por si só não garante aos alunos o desenvolvimento das competências necessárias para exercer a Cidadania, nem ter sucesso pessoal e profissional. A Educação Estatística pode contribuir significativamente para o

desenvolvimento da capacidade de analisar criticamente uma situação e conferir poder de argumentação, requisitos fundamentais para que um indivíduo seja capaz de interpretar, analisar criticamente o que o rodeia, avaliar a veracidade das informações e fazer previsões de vários aspetos, se tiver por base os fundamentos da Educação Matemática Crítica que abordamos no capítulo três.

Se a Educação Estatística tiver por base os fundamentos da Educação Matemática Crítica, então vai permitir “promover o trabalho em equipa, a autonomia, o sentido crítico e o exercício de uma cidadania esclarecida, quer no plano pessoal quer no plano profissional” (Fernandes et al., 2009, p. 52).

Segundo Lopes (2008, p. 58), na Educação Básica, é importante que o ensino da Matemática não incida apenas no “domínio dos números, mas também [n]a organização de dados, leitura de gráficos e análises estatísticas” pois a Estatística é “indispensável ao cidadão nos dias de hoje e em tempos futuros.”

A Estatística, embora seja uma parte da Matemática, aborda conteúdos e valores em geral distintos dos da Matemática no seu âmbito mais tradicional. Existem vários aspetos que são relevantes na Estatística que não dizem necessariamente respeito à Matemática no seu domínio mais determinístico. Segundo Batanero (2001, p. 6), “é preciso experimentar e avaliar métodos de ensino adaptados à natureza específica da Estatística, pois a ela nem sempre se podem transferir os princípios gerais do ensino da Matemática.”

Faz parte dos objetivos principais da Estatística, por exemplo, a escolha da forma de organização dos dados, a interpretação, a reflexão, a análise e a tomada de decisões, o que faz com que a Educação Estatística apresente um foco diferente do da Matemática no geral. Contudo, a Educação Matemática Crítica trabalha estes aspetos, conforme foi analisado no capítulo três. Assim, adotar na Educação Estatística, os princípios básicos da Educação Matemática Crítica pode ser uma mais-valia para a aprendizagem da Estatística por parte dos alunos e confere-lhes poder para atuarem na sociedade.

Atualmente, a Educação Estatística tem sido alvo de investigação, por ser uma Ciência em franca evolução, que experimenta progressivas mudanças tanto do ponto de vista do seu conteúdo como de metodologias de ensino. Como refere Snee (1999, p. 255), “a investigação, a prática e a Educação Estatística estão entrando numa nova era, cujo foco está no desenvolvimento e no uso do pensamento estatístico”. Assim, a Educação Estatística deve englobar “a recolha, análise e representação gráfica de dados; a realização de experiências e investigações”, de forma a reforçar e desenvolver “o modo como o pensamento estatístico é usado na resolução de problemas do mundo real” (Snee, 1993, p. 151).

Numa sociedade tão informatizada como a nossa, a compreensão de técnicas básicas de análise de dados e a sua interpretação são muito importantes. Os avanços tecnológicos fazem com que os processos estatísticos se tornem mais importantes do que o cálculo das medidas estatísticas e a interpretação dos resultados desses cálculos no abstrato. As tecnologias vieram permitir realizar análises de dados mais completas, pois proporcionam a comparação de resultados das diferentes medidas e, assim, um rápido e mais profundo conhecimento da amostra.

As tecnologias são recursos integrantes no quotidiano dos jovens, assim, faz sentido que também sejam uma ferramenta para a sua aprendizagem. Como referem Henriques e Nascimento (2013, p. 118), “a tecnologia tem o potencial para tornar mais acessíveis os conceitos complexos e as ideias estatísticas e, por isso, tem sido incorporada na Educação Estatística para abordar as incompreensões dos alunos e para desenvolver o seu raciocínio estatístico”. Contudo, é importante realçar que “o *software* e as ferramentas tecnológicas mudam o significado da Estatística porque introduzem novas representações e mudam a forma de a trabalhar” (Fernandes et al., 2004, p. 171), libertam os alunos dos cálculos rotineiros, enfadonhos e descontextualizados (Batanero, 2000), abrindo espaço para refletirem sobre os dados e os interpretarem.

Com as tecnologias digitais atualmente tão disponíveis no quotidiano, tornou-se importante que os indivíduos acompanhem esses avanços tecnológicos e se tornem críticos quanto às informações apresentadas, isto é, sejam capazes de analisar e interpretar essas informações, utilizando processos estatísticos. A criticidade tornou-se uma “característica [...] necessária à sobrevivência na atualidade” (Silva & Schimiguel, 2015, p. 66).

A “Estatística constitui um modo de pensar sobre o mundo” (Scheaffer, 2000, p. 158), assim, através da Educação Estatística os alunos podem, certamente, desenvolver as capacidades necessárias para atuar de uma forma responsável e crítica na nossa sociedade. Contudo, para que tal se propicie a Educação Estatística não pode ser “uma série de técnicas” embora os procedimentos técnicos sejam importantes como ponto de partida, é necessário ir “para além da rotina, até à reflexão” (p. 158). “A Educação Estatística [...] deve ter a análise de dados como ponto fulcral” (p. 159).

Os investigadores na área da Educação Estatística, usualmente, defendem que ao planificar o ensino desta temática é necessário criar situações que possibilitem o desenvolvimento da literacia, do raciocínio e do pensamento estatístico, definindo-as como as principais metas da Educação Estatística. Para a aprendizagem ser significativa e fazer ressonância no quotidiano estas três componentes devem ser desenvolvidas de uma forma

correlacionada, pois complementam-se e apenas quando desenvolvidas conjuntamente podem promover uma compreensão global da Estatística.

Segundo Silva (2007) o nível de literacia estatística é dependente do raciocínio e do pensamento estatístico. Por um lado, à medida que um indivíduo apresenta um nível de raciocínio mais avançado e pensa estatisticamente, o seu nível de literacia estatística aumenta. Por outro lado, à medida que o nível de literacia estatística aumenta, o raciocínio e o pensamento estatístico também se tornam mais apurados. Da mesma forma, à medida que um indivíduo apresenta um raciocínio estatístico mais avançado pode desenvolver o seu pensamento estatístico e vice-versa. A literacia, o raciocínio e o pensamento estatístico estão interrelacionados. Na prática, criar ambientes de aprendizagem que possibilitem o desenvolvimento destas componentes da Competência Estatística não é uma tarefa simples. É essencial transformar os conteúdos em temáticas interessantes. Requer uma certa dose de criatividade e motivação mas, também, atualização por parte do professor (Antunes, 2001), para que o que propõe aos seus alunos os motive e lhes desperte *intenção-de-aprendizagem* para que, através das suas ações e reflexões desenvolvam, de uma forma progressiva, Competência Estatística. É importante que os alunos tenham reais oportunidades de desenvolver esta competência, durante a sua escolaridade, uma vez que ela facilita uma inserção participativa e crítica na sociedade, conferindo-lhes poder para a alterar.

Notemos que, diferentes investigadores apresentam diferentes definições e fazem diferentes interpretações daquilo que assumimos, neste trabalho de investigação, como as três componentes da Competência Estatística. Neste capítulo, discutimos e analisamos estas três componentes, com base em autores de referência, tentando explicitar porque as assumimos como componentes da Competência Estatística e apresentamos algumas ideias de como os alunos podem desenvolvê-las através de atividades onde assumem uma participação interventiva.

4.1. Literacia Estatística

Usualmente, a expressão literacia estatística é utilizada para descrever a capacidade que um indivíduo tem para compreender dados estatísticos. Assim, possuir literacia estatística é importante para um cidadão ser capaz de compreender o conteúdo publicado num jornal, na televisão e na Internet, ser interventivo e crítico na nossa sociedade.

O termo literacia estatística é descrito por diversos investigadores de formas bastante distintas. Watson (1997), Garfield (1998) e Gal (2000) descrevem-na como uma capacidade,

enquanto Rumsey (2002) apresenta uma visão diferente considerando que para possuir literacia estatística é necessário Competência e Cidadania Estatística, como apresentamos em seguida.

Garfield (1998) descreve a literacia estatística como a capacidade de: (i) compreender a linguagem estatística, ou seja, a terminologia, os símbolos e os termos estatísticos; (ii) interpretar gráficos e tabelas; (iii) compreender as informações estatísticas apresentadas nos meios de comunicação social.

Na mesma linha, Watson (1997) e Gal (2000) consideram que da literacia estatística fazem parte as capacidades para discutir opiniões, interpretar e avaliar criticamente as informações estatísticas e os argumentos baseados em dados que aparecem em vários contextos (por exemplo, nos meios de comunicação social, na vida profissional ou pessoal) e de as comunicar e tomar decisões informadas. Esta definição é mais abrangente, do que a apresentada por Garfield (1998), uma vez que são considerados vários contextos onde a informação pode estar apresentada e engloba, além da compreensão da informação, a sua interpretação e avaliação crítica, a comunicação de resultados e a tomada de decisões informadas.

Na mesma linha, Kader e Perry (2006) afirmam que um indivíduo quando possui literacia estatística é capaz de interpretar os dados contidos num jornal e tem a capacidade de formular questões sobre as informações estatísticas contidas numa notícia. Além disso, ele tem a capacidade de, no seu quotidiano, manipular os conhecimentos estatísticos necessários para tomar decisões, e possui ferramentas para fazer asserções sobre os assuntos estatísticos relacionados com a sua vida pessoal.

Segundo estas interpretações de literacia estatística, podemos considerar que a literacia estatística revela-se como uma ferramenta para a Cidadania.

Watson (1997) identifica três etapas de desenvolvimento da literacia estatística. A primeira refere-se ao entendimento básico da terminologia estatística. A segunda implica o entendimento da linguagem estatística e dos conceitos inseridos num contexto de discussão social. A terceira pressupõe que o indivíduo possua atitudes de questionamento com as quais seja capaz de aplicar conceitos mais sofisticados para contradizer alegações que são feitas sem fundamentação Estatística apropriada.

Os alunos podem desenvolver a sua literacia estatística, de uma forma progressiva, ao longo dos vários anos de escolaridade, se experienciarem situações de aprendizagem onde se envolvam em investigações estatísticas, uma vez que a literacia é desenvolvida quando é utilizada de uma forma regular. “A escola fornece os aspetos essenciais, mas parece ser através de situações informais e de um uso dos conhecimentos em atividades do quotidiano, tanto em

termos profissionais como pessoais, que se chega a níveis mais elevados de literacia”. (Carvalho, 2003, p. 43)

Rumsey (2002) considera que ter literacia estatística implica possuir *Competência Estatística* e *Cidadania Estatística*. Esta autora distingue *Competência Estatística* de *Cidadania Estatística*, considerando a *Competência Estatística* como as bases, em termos de conteúdos, que estão subjacentes ao pensamento e ao raciocínio estatístico e a *Cidadania Estatística* como a capacidade para atuar como uma pessoa educada na era da informação. Considera que um aluno possui *Competência Estatística* quando: (i) tem consciência sobre os dados, sobre os processos de recolha de dados e sobre a geração de estatísticas descritivas; (ii) entende os conceitos básicos de estatística e a sua terminologia; (iii) é capaz de interpretar e descrever o que o resultado significa para o contexto do problema e de comunicar para explicar os resultados aos outros. Assim, se um indivíduo é capaz de atuar como um membro educado na sociedade atual (isto é, possui *Cidadania Estatística*) e é capaz de entender os termos, as ideias e as técnicas estatísticas (isto é, possui *Competência Estatística*), então possui literacia estatística.

Neste trabalho de investigação, assumimos, claramente, uma interpretação de *Competência Estatística* diferente da de Rumsey (2002), uma vez que esta considera *Competência Estatística* como o conhecimento básico que está subjacente ao pensamento e ao raciocínio estatístico. Nesta investigação, assumimos a *Competência Estatística* como algo mais abrangente que engloba a literacia, raciocínio e pensamento estatísticos.

Rumsey (2002) distingue a *capacidade de interpretar* em estatística da capacidade de *comunicar em estatística*. Segundo a autora, a *capacidade de interpretar* demonstra o entendimento do próprio aluno em relação às ideias estatísticas. A *capacidade de comunicar* vai mais além, envolve ler, escrever, demonstrar e trocar informações estatísticas, envolve, também, a passagem de informação de uma pessoa para outra, de uma forma que ambas consigam entendê-la. A comunicação pode ser oral ou escrita e envolve traduzir alguma coisa de uma linguagem, estilo ou notação para outra.

Para nós, a literacia estatística engloba, para além das capacidades apresentadas pelos autores anteriormente referidos, a capacidade de interpretar e de comunicar em estatística, como definidas por Rumsey (2002).

Consideramos que é muito importante que os alunos, durante a sua escolaridade, desenvolvam capacidade para interpretar informações estatísticas e para tecer conclusões próprias acerca das mesmas, uma vez que estas capacidades são críticas tanto no quotidiano

quanto no ambiente de trabalho e, provavelmente, facilitam o sucesso na vida em sociedade e também a nível profissional.

A capacidade de comunicar também é crítica pois, muitas vezes, quando um indivíduo está numa entrevista de trabalho, esta capacidade é utilizada como critério chave para a seleção do candidato ao emprego, caso esse emprego exija que a pessoa possua essa capacidade, o que é frequente em atividades em que a pessoa tem que se relacionar com o público ou, mesmo que não tenha que se relacionar com o público, tenha que elaborar algum tipo de trabalho em que sejam exigidas análises críticas.

Campos (2007) e Rumsey (2002) referem que, para desenvolver a capacidade de comunicar dos alunos eles devem ser expostos a situações nas quais têm de explicar os seus resultados, umas vezes oralmente, outras por escrito, a fim de convencer as outras pessoas das suas ideias.

Rumsey, nos seus trabalhos, apresenta vários exemplos de exercícios para desenvolver a capacidade de comunicar dos alunos, contudo, não as apresentamos aqui pois não são foco nesta investigação.

Segundo Carvalho (2003, p. 39) é importante que os alunos desenvolvam a capacidade de comunicar estatisticamente. “A necessidade de escrever e falar é essencial, com vista a que os alunos consigam ter atitudes críticas e reflexivas acerca de conteúdos estatísticos presentes nos mais variados meios de comunicação”. Assim, os alunos devem ser incentivados a utilizar terminologia estatística de uma forma crítica, com base na construção de argumentos e da análise exploratória de dados.

Segundo Campos (2007, p. 52), “para melhorar a literacia estatística dos estudantes, eles precisam aprender a usar a estatística como evidência nos argumentos encontrados em sua vida diária como trabalhadores, consumidores e cidadãos”. Assim, se os alunos participarem em atividades relacionadas com o seu quotidiano, ou de alguma forma relacionadas com os seus *backgrounds* e os *foregrounds*, vão mais facilmente perceber a importância da Estatística e desenvolver a sua capacidade de argumentação, ao analisarem e discutirem os aspetos relacionados com essas atividades, tornando-se responsáveis pela sua própria aprendizagem.

Segundo Rumsey (2002), para desenvolver a literacia estatística nos alunos, é necessário pensar em outras capacidades correlacionadas que irão juntar-se a ela para promover um completo entendimento dos conceitos estatísticos. Seguindo esta ideia, consideramos que para os alunos desenvolverem literacia estatística precisam ser convidados a participar e desafiados de uma forma apropriada, através de assuntos que lhes sejam significativos, e lhes despertem intenção para utilizar a estatística para evidenciar, argumentar e justificar situações que

emergem no seu cotidiano, como alunos mas também como cidadãos que são, e que se espera que sejam, ativos e participativos na sociedade. Realizar investigações estatísticas parece-nos uma boa opção, pois, como referem Santos e Ponte (2014), quando os alunos as realizam aprendem os conceitos em contexto e desenvolvem literacia estatística. Estas atividades permitem-lhes “apreciar a importância e a dificuldade do trabalho estatístico e o seu interesse na resolução de problemas reais” (p. 47).

Se o professor estiver atento ao que os seus alunos já sabem e ao que precisa reforçar na literacia estatística dos seus alunos, pode promover situações, na sala de aula, para os ajudar a desenvolvê-la. Pode avaliar, através de uma atenção contínua ao desenrolar do trabalho dos alunos ou através da *ação-dialógica*, o nível de desenvolvimento da literacia estatística dos seus alunos, para melhor direcionar as suas aulas e assim otimizar a aprendizagem. Através de uma *aprendizagem-como-ação-dialógica*, onde a intenção, a reflexão, a *ação-dialógica* e a crítica ocorrem de uma forma cíclica, os alunos podem desenvolver a sua literacia estatística.

4.2. Pensamento Estatístico

Tal como a literacia estatística, não existe consenso sobre o que é o pensamento estatístico.

Wodewotzki e Jacobini (2004) referem que o pensamento estatístico pode ser entendido como uma estratégia de atuação. Assim sendo, consideram-no como um pensamento analítico.

Com uma definição mais ampla, Mallows (1998) apresenta o pensamento estatístico como sendo a capacidade de relacionar dados quantitativos com situações concretas e de explicitar o que os dados expressam sobre o problema em estudo.

O pensamento estatístico ocorre quando o indivíduo é capaz de identificar o problema em estudo e fazer uma escolha adequada das ferramentas estatísticas que são necessárias para a descrição e interpretação dos dados. Desta forma, “o pensamento estatístico representa um passo importante a ser dado em direção ao entendimento dos conteúdos estatísticos” (Campos, 2007, p. 56).

Campos (2007) e Chance (2002) referem que um indivíduo revela pensamento estatístico quando é capaz de entender o processo no seu todo, perceber as diversas relações e o significado das variações, explorar os dados além do que os textos estabelecem, investigar os resultados acerca dos dados envolvidos num contexto específico e gerar questões e especulações que não estavam inicialmente previstas, indo além do que lhe é ensinado em sala de aula.

O pensamento estatístico evidencia-se quando um aluno, confrontado com um problema aberto, demonstra capacidade de o resolver de uma forma espontânea, crítica e autónoma. Segundo Pfannkuch e Wild (2004, p. 42), “o desenvolvimento do pensamento estatístico é importante para conseguirmos entender e operar com o meio ambiente atual e para percebermos a realidade do mundo.”

Segundo Stuart (1995), o pensamento estatístico pode ser desenvolvido através de investigações estatísticas estabelecidas pelos próprios alunos. Pois, ao realizarem tais investigações, têm possibilidade de compreender a estrutura estatística envolvente à recolha, análise e interpretação de dados, bem como, desenvolve a capacidade para apresentar, estratégias, resultados e/ou soluções.

A recolha e a análise de dados promove a aprendizagem pela experiência e relaciona o processo de aprendizagem com a realidade (Snee, 1993). A análise dos dados é uma fase importante pois, é nessa fase que se torna necessário procurar responder às questões da investigação, assim, “a recolha e a análise de dados são, de facto, o centro do pensamento estatístico” (Fernandes et al., 2004, p. 170) e ao participar nessas atividades os alunos têm oportunidade de utilizar e desenvolver o seu pensamento estatístico.

Seguindo estas ideias, consideramos que, uma forma de os alunos desenvolverem o seu pensamento estatístico é participando em tarefas nas quais seja necessário trabalharem na valorização de estratégias de pensamento e que lhes permitam avaliar e apreciar o papel e a relevância deste tipo de pensamento. Uma forma de o fazer poderá ser desafiando os alunos através de situações que promovam e reforcem os tipos de estratégias que desejamos que eles empreguem no tratamento de novos problemas, que envolvam Estatística. É também importante que essas situações permitam aos alunos atuar, refletir e debater sobre as suas ações, de forma a desenvolverem a criatividade, a criticidade e o sentido crítico.

Segundo Russel e Friel (1989), o trabalho com dados reais pode fomentar nos alunos o desenvolvimento de estratégias de pensamento, uma vez que nesse tipo de trabalho os alunos têm oportunidade de levantar questões, formular conjecturas, procurar padrões, construir teorias e elaborar resultados.

Nas aulas de Matemática onde reina o paradigma do exercício, prevalece o discurso burocrático. Os exercícios são elementos pré-estabelecidos e preparados por uma autoridade externa à sala de aula, são estabelecidos pelos autores dos manuais e nem o professor nem os alunos participam da sua elaboração. Nessas aulas, não existe espaço para justificar a relevância nem a aplicabilidade dos exercícios que são resolvidos. Não existe espaço para reflexão nem debate. Logo, a mera resolução de exercícios é uma atividade que limita a

aprendizagem dos alunos e não lhes permite desenvolver o pensamento estatístico nem as competências essenciais para se tornarem cidadãos ativos e críticos. “Em exercícios prontos, as ideias matemáticas ficam “delineadas” *à priori*, e, quando os alunos “aprendem a fazer o jogo da resolução de exercícios”, eles conseguem aplicar fórmulas diretamente” (Alrø & Skovsmose, 2006, p. 88).

Para os alunos desenvolverem o pensamento estatístico, o paradigma do exercício deve ser substituído por investigações estatísticas, pois este tipo de trabalho é muito menos limitador para os alunos, abre espaço para que levantem questões, analisem o que estão a fazer, escrevam justificativas acerca do seu trabalho e partilhem ideias. As investigações estatísticas permitem trabalhar a criatividade, o sentido crítico, incentivam a reflexão e o debate. Como refere Carvalho (2006, p. 13), as tarefas abertas permitem “o trabalho colaborativo, levando os alunos a coconstruírem estratégias de resolução”. Desta forma “têm a oportunidade de desenvolver a capacidade de formular e conduzir investigações recorrendo a dados de natureza quantitativa”.

Segundo Campos (2007), uma forma de encorajar o pensamento estatístico é não aceitar qualquer resultado numérico sem que esse seja relacionado com o contexto em que emergiu. Aos alunos deve ser dada oportunidade para questionarem a relevância dos dados e das próprias situações de investigação em que estão envolvidos, uma vez que apenas se estas forem para si relevantes é que lhes irão despertar intenção de trabalhar com esses dados e refletir acerca dessas situações.

O pensamento estatístico desenvolve-se através da exploração de situações que contenham dados com significado para os alunos. Os alunos ao envolverem-se na resolução de situações nas quais conheçam a origem dos dados, o contexto em que esses dados foram recolhidos e a finalidade do seu uso, têm mais facilidade em utilizar e, também, em desenvolver o seu pensamento estatístico, do que se envolverem apenas em situações que envolvam o mero cálculo ou a reprodução de algoritmos, em tratamento de dados puramente numéricos.

De acordo com Chance (2002), é importante, quando se pretende que os alunos desenvolvam pensamento estatístico, proporcionar-lhes situações de aprendizagem em que estes tenham que: (i) considerar sobre como melhor obter dados significativos e relevantes para responder a uma determinada questão ou problema que emergiu; (ii) refletir constantemente sobre as variáveis envolvidas; (iii) demonstrar curiosidade por outras maneiras de examinar os dados e o problema que se está a analisar; (iv) analisar o processo por completo com constante revisão de cada componente; (v) possuir ceticismo sobre a forma de obtenção dos dados; (vi) relacionar constantemente os dados e o contexto do problema; (vii) interpretar as conclusões em termos não estatísticos; (viii) pensar mais além.

Nas investigações estatísticas, onde os alunos têm a responsabilidade de recolher dados brutos, analisá-los, interpretá-los e divulgá-los (num seminário, numa apresentação oral, ou num relatório escrito), pode-se perceber uma forte aproximação às estratégias de pensamento acima descritas. Assim, este tipo de trabalho constitui uma mais-valia para os alunos desenvolverem o seu pensamento estatístico, uma vez que encoraja-os a refletir sobre os processos, a criticar o seu próprio trabalho, a perceber as limitações dos conteúdos que aprendem e a observar as diferentes dimensões da teoria e da prática.

4.3. Raciocínio Estatístico

A forma como as pessoas raciocinam com ideias ou conceitos estatísticos e dão sentido à informação estatística é o raciocínio estatístico (Ben-Zvi & Garfield, 2004; Garfield & Gal, 1999). Este envolve fazer: (i) interpretações adequadas com base nos conjuntos de dados; (ii) representações de dados e resumos estatísticos; (iii) conexões entre os conceitos envolvidos e combinar ideias sobre os dados.

O raciocínio estatístico possibilita ao indivíduo compreender, interpretar, fazer inferências e explicar um processo estatístico com base em dados reais. Permite combinar ideias, sobre os dados e fazer inferências e interpretações dos resultados estatísticos (Garfield & Gal, 1999).

Segundo Carvalho (2006, p. 6), “num raciocínio estatístico os dados são vistos como números num contexto que motiva os procedimentos e são a bases para a interpretação dos resultados”.

Seguindo estas interpretações, o raciocínio estatístico é uma ferramenta que permite um indivíduo atuar de uma forma crítica na sociedade, conferindo-lhe poder para mudá-la.

Segundo Fernandes et al. (2004, p. 170), “desenvolver o raciocínio estatístico dos alunos consiste em incorporar estratégias de aprendizagem ativa que permitam complementar o que ouvem ou viram e leram sobre estatística, fazendo realmente estatística”. Ao atuarem desta forma os alunos desenvolvem, em simultâneo, “capacidades que permitam tomar atitudes críticas face ao que veem ou ouvem”.

Segundo Silva (2007), para que os alunos desenvolvam este tipo de raciocínio deverão vivenciar situações de aprendizagem em que tenham que comparar conceitos e avaliar a maneira mais adequada de analisar uma variável ou um conjunto de variáveis. Quanto mais oportunidades de experienciar tais situações, mais refinado será o raciocínio estatístico dos alunos. O autor defende que as medidas de tendência central e de dispersão são suficientes para

que os alunos desenvolvam raciocínio estatístico pois existem inúmeras situações a investigar em que é suficiente utilizar estas medidas.

Garfield e Gal (1999) estabelecem seis tipos específicos de raciocínio que os alunos devem desenvolver enquanto aprendem Estatística:

Tipo de raciocínio	Descrição
Raciocínio sobre os dados	O aluno é capaz de reconhecer e categorizar os dados (qualitativos, quantitativos discretos ou contínuos) e saber utilizar uma tabela, um gráfico ou uma medida estatística adequada para um dado tipo de variável.
Raciocínio sobre a representação dos dados	O aluno é capaz de entender como ler e interpretar gráficos e que tipo de gráfico é apropriado para representar um conjunto de dados. É capaz de reconhecer as características gerais de uma distribuição pelo seu gráfico.
Raciocínio sobre as medidas estatísticas	O aluno é capaz de entender o que as medidas de tendência central e de dispersão dizem a respeito de um conjunto de dados, quais são as medidas mais apropriadas em cada caso e como essas representam o conjunto de dados. Consegue utilizar as medidas de tendência central e de dispersão para comparar diferentes distribuições e entender que amostras grandes são melhores do que as pequenas para se fazer previsões.
Raciocínio sobre a incerteza	O aluno consegue entender e usar ideias de aleatoriedade, probabilidade e semelhança para fazer julgamentos sobre eventos, usar métodos apropriados para determinar a semelhança de diferentes eventos.
Raciocínio sobre as amostras	O aluno é capaz de entender como as amostras se relacionam com a população e o que pode ser inferido acerca de uma amostra. Consegue compreender que amostras grandes e bem selecionadas representam melhor a população. É capaz de tomar precauções quando examina a população com base em pequenas amostras.
Raciocínio sobre associações	O aluno é capaz de julgar e interpretar as relações entre variáveis, em tabelas de dupla entrada ou em gráficos. Consegue entender que uma forte correlação entre duas variáveis não significa que uma causa a outra.

Tabela 4.1: Tipos de raciocínio identificados por Garfield e Gal (1999).

Sedlmeier (1999) afirma que são dadas poucas possibilidades aos alunos para trabalharem, na Escola, o seu raciocínio estatístico. Nisbett (1993) é mais otimista e refere que o raciocínio estatístico pode ser desenvolvido se os alunos tiverem oportunidade de explorar situações em que, para as resolver, necessitem de utilizar regras estatísticas.

Garfield (1998) assevera que, se os alunos aprenderem os conceitos e os procedimentos e se tiverem a oportunidade de trabalhar com dados reais, com *softwares*, estarão a desenvolver o raciocínio estatístico.

Garfield (2002) afirma que não há um consenso entre os investigadores sobre como ajudar os alunos a desenvolverem o seu raciocínio estatístico ou como determinar o correto nível de raciocínio. Contudo, com base na sua experiência na análise de dados estatísticos,

apresenta um quadro no qual descreve e identifica cinco níveis de raciocínio estatístico que os alunos devem desenvolver, durante a sua escolaridade.

Nível de raciocínio	Descrição	Exemplo
Raciocínio idiossincrático	O aluno conhece algumas palavras e símbolos estatísticos, usa-os sem os compreender totalmente, muitas vezes de forma incorreta. Frequentemente mistura-os com informações não relacionadas.	Os alunos conhecem os termos média, mediana e desvio padrão como medidas de tendência central mas usam-nas de forma incorreta. Comparam o valor da média com o valor do desvio-padrão ou fazem julgamentos sobre uma boa média ou um bom desvio padrão.
Raciocínio verbal	O aluno tem uma compreensão verbal de alguns conceitos, mas não consegue aplicar esse conhecimento a um procedimento real.	O aluno é capaz de escolher ou comunicar uma definição correta mas sem apreender o seu significado. Não consegue explicar porque a média é maior do que a mediana em distribuições assimétricas positivas.
Raciocínio Transitório	O aluno é capaz de identificar corretamente uma ou duas dimensões de um conceito estatístico ou processo estatístico, mas sem integrar plenamente essas dimensões.	O aluno não é capaz de relacionar que uma amostra maior leva a um intervalo de confiança menor ou que um desvio padrão menor leva a um intervalo de confiança menor.
Raciocínio Processual	O aluno é capaz de identificar corretamente as dimensões de um conceito ou processo estatístico, mas não integra totalmente essas dimensões ou não entende o processo que gera a distribuição de amostragem. Pode prever corretamente que a amostragem de distribuição corresponde aos parâmetros dados, mas não pode explicar o processo e não tem confiança nas suas previsões.	O aluno sabe que a correlação não implica causalidade, mas não consegue explicar totalmente porquê.
Raciocínio processual integrado	O aluno tem uma compreensão completa sobre um processo ou conceito estatístico e é capaz de coordenar as regras e o comportamento da variável. Consegue explicar o processo utilizando as suas próprias palavras e faz previsões corretas com confiança.	O aluno é capaz de explicar o que um intervalo de confiança de 95% significa em termos do processo se obtiver uma distribuição amostral de uma população.

Tabela 4.2: Síntese do modelo de raciocínio estatístico desenvolvido por Garfield (2002).

Embora a tarefa não seja fácil, certamente é possível ajudar os alunos a desenvolverem o raciocínio estatístico mas, para tal, certos procedimentos devem ser uma prática diária na sala de aula, como por exemplo, incentivar os alunos a descreverem verbalmente o processo estatístico que estão a analisar.

Se o professor estiver atento aos tipos e níveis de raciocínio que precisa reforçar em cada um dos seus alunos, se tiver em consideração o pensamento estatístico dos seus alunos e criar situações no sentido de o incrementar e desenvolver, se estiver atento ao que os seus alunos já sabem e ao que precisa reforçar na literacia estatística dos seus alunos, pode promover situações, na sala de aula, para os ajudar a desenvolver o raciocínio, o pensamento e a literacia estatística e, consequentemente, a Competência Estatística. Nesse processo vão desenvolver, certamente, capacidades para atuar de uma forma reflexiva e crítica na sociedade.

Uma forma de os alunos desenvolverem Competência Estatística poderá ser experienciando o tratamento de problemas que envolvam o ciclo investigativo.

Ao se envolverem na realização deste tipo de problemas, os alunos têm oportunidade de desenvolver a sua criatividade e o seu sentido crítico. Uma vez que este tipo de problema apela à reflexão e ao debate e permite aos alunos pensarem mais além. Além disso, facilita que participem e se responsabilizem pelo seu processo de aprendizagem.

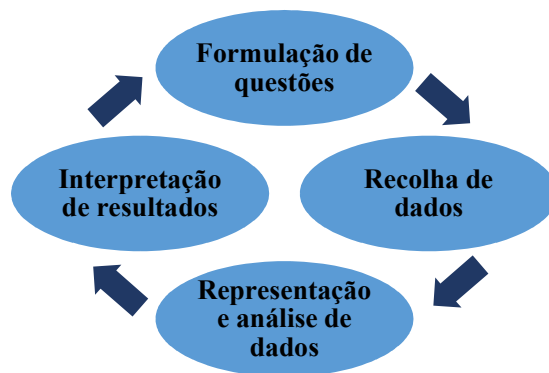


Figura 4.1: Ciclo Investigativo (Martins & Ponte, 2010; Selmer et al., 2011).

4.4. Competência Estatística

Possuir Competência Estatística é muito mais do que dispor de noções básicas de Estatística. Permite atuar de uma forma responsável e crítica na nossa sociedade, o que facilita o exercício da Cidadania.

Segundo Carvalho (2003, p. 36), citando Shaughnessy (1996) a Competência Estatística é importante na sociedade atual, uma vez que permite ao cidadão: (i) ser crítico em relação à informação disponível na sociedade; (ii) entender e comunicar com base nessa informação; (iii) tomar decisões, atendendo a que, uma grande parte da organização da sociedade é feita com base nesses conhecimentos.

A Competência Estatística é de abrangência geral, tem a literacia, o pensamento e o raciocínio incluídos no seu domínio. Um cidadão estatisticamente competente, tem a literacia, o pensamento e o raciocínio totalmente desenvolvidos. “Ser estatisticamente competente significa que se desenvolveram atitudes, capacidades e conhecimentos estatísticos que permitem ser crítico e reflexivo em relação à informação veiculada através de conteúdos estatísticos” (Carvalho, 2006, p. 2).

Desenvolver a Competência Estatística num aluno do Ensino Básico, ou mesmo num aluno do Secundário, é uma meta difícil de alcançar, requer do aluno uma grande vivência e persistência na disciplina, tanto dentro como fora da sala de aula.

Ao considerarmos a Competência Estatística como a meta de abrangência dentro da Educação Estatística torna-se produtivo pensar em criar situações de sala de aula em que os alunos sintam disposição para participar e, através das suas ações e reflexões, desenvolvam a literacia, o pensamento e o raciocínio estatísticos de uma forma correlacionada, pois estas três componentes, a nosso entender, complementam-se e apenas quando desenvolvidas juntas é que vão promover uma compreensão global da Estatística.

Em síntese, sobre estas três componentes da Competência Estatística, vamos seguir as definições apresentadas por Chance (2002) e considerar a literacia como a capacidade para compreender e interpretar a informação estatística apresentada, o raciocínio como a capacidade para trabalhar com as ferramentas e os conceitos aprendidos e o pensamento como uma capacidade para conduzir a uma compreensão global da dimensão do problema, permitindo ao aluno questionar espontaneamente a realidade observada por meio da Estatística.

Estas capacidades não têm precedência uma sobre a outra, mas de certa forma, consideramos que existe uma relação intrínseca entre elas. Na figura ao lado, tendo por base as ideias apresentada por delMas (2002) e Campos (2007), apresentamos a nossa interpretação para a relação entre a

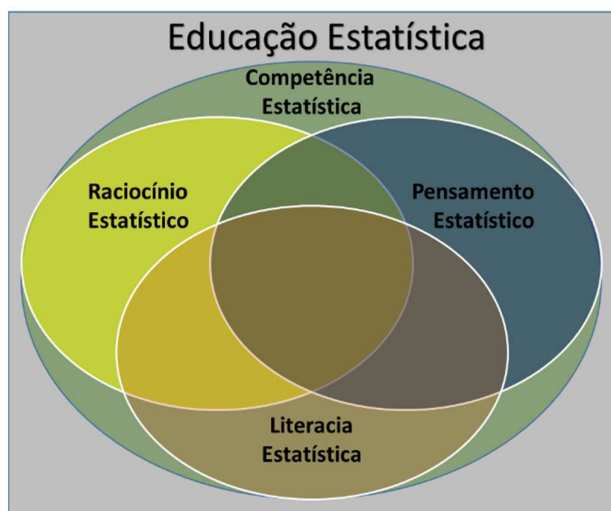


Figura 4.2: O conjunto universo da Educação Estatística contém a Competência Estatística mas também pode conter elementos que não desenvolvem qualquer aspeto da Competência Estatística.

Educação Estatística e o desenvolvimento destas três componentes da Competência Estatística.

Segundo o diagrama podemos considerar que cada componente (literacia, raciocínio e pensamento) tem um domínio independente das demais, ao mesmo tempo em que existem interseções parciais entre dois domínios e uma parte de interseção dos três domínios. Desta forma, consideramos que é possível desenvolver cada uma das componentes independentemente das outras, mas existem, certamente, situações que enfatizam as três componentes ao mesmo tempo.

Segundo delMas (2002), num conteúdo específico, pode-se perseguir abordagens que enfatizem cada uma das três componentes independentemente, e ainda dentro do mesmo conteúdo, podem ser desenvolvidas situações que desenvolvam as três componentes simultaneamente. Essas situações serão certamente as que mais facilitam o desenvolvimento da Competência Estatística.

Pelo diagrama podemos ainda notar que consideramos existir situações na Educação Estatística que não contribuem para o desenvolvimento das componentes da Competência Estatística. Consideramos, exemplo dessas situações, o cálculo puro das medidas de tendência central ou de dispersão, os exercícios rotineiros dos manuais de texto, nos quais não são desenvolvidos conceitos de Estatística mas apenas aplicadas fórmulas na sua resolução, e o uso de termos ou definições de uma forma isolada pois, nesses casos, corre-se o risco de o aluno não reconhecer em que condições reais esse termo ou conceito pode ou deve ser utilizado. Estes elementos, que estão no diagrama representados na zona exterior à Competência Estatística são aspetos considerados “marginais da Estatística” (Campos, 2007), contudo, integram o seu campo concetual, isto é, fazem parte do Conjunto Universo da Educação Estatística. Assim, consideramos que estas situações devem ser postas de parte para explorar outras que contribuam para o desenvolvimento da Competência Estatística.

Para que a literacia, o raciocínio e o pensamento estatístico sejam desenvolvidos, os alunos têm de vivenciar estas capacidades, de forma a possibilitar a sua construção e desenvolvimento contínuo (Campos, 2007).

Uma forma de o fazer poderá ser, por exemplo, “fornecendo oportunidades aos alunos para: planearem investigações; formularem questões de investigação; recolherem dados usando observações, questionários e experiências; descreverem e compararem conjuntos de dados; retirarem e justificarem conclusões e fazerem inferências baseadas em dados” (Henriques & Nascimento, 2013, p. 118). Ou seja, realizar investigações estatísticas nas quais tenham que passar pelas quatro etapas do ciclo investigativo.

Através deste tipo de trabalho os alunos são os produtores e consumidores das informações estatísticas (Fernandes, 2009) e têm a oportunidade de construir o seu conhecimento a partir da sua participação ativa na realização da investigação. Além disso, por terem estado envolvidos ativamente na criação dos dados, terão mais facilidade em analisá-los (Cobb, 1999). Neste processo, os alunos, como recolheram, organizaram e interpretaram os dados, desenvolveram capacidades de argumentar, refletir, criticar e usar significativamente os conhecimentos e os procedimentos ligados aos próprios conceitos estatísticos (Scheaffer, 2000). Assim, aprenderam estatística, fazendo Estatística.

Segundo Scheaffer (1990, p. 93), é importante que os alunos tenham oportunidade de analisar dados por si recolhidos, mesmo no que se refere à aprendizagem dos conceitos elementares da Estatística, “não só porque é a forma mais fácil de o fazer, mais motivadora e a mais criativa, para além de que, é a forma como muitas investigações científicas começam”. Segundo Carvalho (2003, p. 37), citando Shaughnessy, Garfield e Greer (1996) “trabalhar na Análise Exploratória de Dados é um estado de espírito, um ambiente onde se pode explorar dados e não só um determinado conteúdo estatístico.”

Segundo delMas (2002) não podemos assumir que o raciocínio, o pensamento e a literacia vão surgir nos alunos se não forem considerados explicitamente como objetivos pelos professores. Assim, é necessário o professor ter estas metas bem presentes para poder criar estratégias de sala de aula para esse fim e, também, instrumentos de avaliação das aprendizagens dos alunos de modo a que estes demonstrem o desenvolvimento de tais capacidades.

Se os objetivos da disciplina forem delineados em conjunto com as atividades a desenvolver na sala de aula e, também, com as avaliações das aprendizagens, certamente, será mais fácil existir um retorno significativo, tanto para os alunos, como para o professor.

Com o intuito de facilitar a elaboração de situações de sala de aula que desenvolvam a literacia, o pensamento ou o raciocínio estatístico, bem como a sua avaliação, delMas (2002) criou um quadro (que apresentamos na tabela seguinte) no qual diferencia o objetivo da situação com a capacidade a desenvolver. Assim, de uma forma simplificada, distingue a capacidade que pode ser desenvolvida, consoante o objetivo da situação.

Literacia	Raciocínio	Pensamento
Identificar Descrever Reescrever Traduzir Interpretar Ler	Porquê? Como? Explique o processo	Aplicar Criticar Estimar Avaliar Generalizar

Tabela 4.3: O objetivo da situação pode diferenciar o domínio que está a ser desenvolvido (delMas, 2002, p. 6).

Atendendo ao quadro anterior, podemos considerar que se tivermos em atenção criar situações de aprendizagem em que estejam contemplados objetivos típicos dos três domínios e, de uma forma sistemática, promovermos a triangulação entre os objetivos, as situações de aprendizagem e a avaliação das aprendizagens, poderemos estar a proporcionar aos nossos alunos o desenvolvimento, em simultâneo, da literacia, do pensamento e do raciocínio estatísticos e, consequentemente, os alunos estarão a trabalhar no sentido de adquirirem Competência Estatística.

Uma forma de o fazer pode ser convidando os alunos a criarem e implementarem, através de um trabalho partilhado com o professor, CA, com recurso a ferramentas tecnológicas, em que os alunos tenham a possibilidade de escolher a situação em que se querem envolver, e após essa escolha, tenham oportunidade de recolher dados nessa situação que lhes é significativa, organizá-los, calcular as medidas necessárias e, assim, com a ajuda do professor, possam discutir os resultados, analisar as estratégias utilizadas, verificar a existência de erros e, efetuar análises dos resultados obtidos. Ter hipótese de escolher as situações em que se quer envolver “leva o aluno a ser mais persistente no que está a fazer” (Carvalho, 2003, p. 26).

Através deste tipo de situação os alunos têm oportunidade de relacionar os dados com o contexto em que estão inseridos e, com a ajuda do professor, interpretar os resultados. Deste modo, os alunos têm a possibilidade de agir de forma responsável e crítica, refletir sobre as suas ações, e através das discussões no grande grupo, têm oportunidade de criticar as interpretações dos colegas, apresentar as suas conclusões e validar, ou não, as conclusões dos colegas. E, desta forma, os alunos vêm-se envolvidos em ações que contribuem para o desenvolvimento da sua criticidade e outras capacidades, na perspetiva da Educação Estatística e estarão a tornar-se em cidadãos democráticos, ativos e críticos, na perspetiva da Educação Matemática Crítica.

Ao utilizar CA com as características descritas, estamos a convidar os alunos a participarem e a permitir que eles reflitam e se sintam responsáveis pelos seus atos, inclusivamente, pelo seu processo de aprendizagem. Estamos a estimular o pensamento crítico e criativo nos alunos; a propiciar oportunidades para pensarem estatisticamente e desenvolverem Competência Estatística. Além disso, estamos a facilitar ferramentas para exercerem a Cidadania.

CAPÍTULO CINCO – METODOLOGIA

Neste capítulo, apresentamos uma explicação minuciosa e rigorosa de toda a ação desenvolvida durante a realização deste trabalho de investigação e os aspetos que fazem parte do seu quadro metodológico.

Começamos por justificar a escolha da metodologia adotada, de seguida apresentamos uma caracterização dos participantes e descrevemos o contexto em que a investigação ocorreu. Descrevemos os procedimentos e os instrumentos de recolha dos dados utilizados, bem como os procedimentos para o tratamento e análise dos mesmos. Finalizamos o capítulo fazendo uma descrição do cenário de aprendizagem implementado.

Tendo em conta o problema em estudo, nesta investigação de natureza qualitativa foi adotado o paradigma interpretativo e os dados foram recolhidos através de uma observação participante completa. Como este estudo é centrado na análise de fenómenos humanos e sociais ligados à aprendizagem dos alunos, com enfoque na aprendizagem da Estatística e da Cidadania, procurou-se os significados das situações dentro do contexto em que elas ocorreram. Este estudo qualitativo “é rico em dados descritivos, tem um plano aberto e flexível e focaliza a realidade de forma complexa e contextualizada” (Ludke & André, 1986, p. 18).

5.1. Opções Metodológicas

A Educação Matemática “não possui uma metodologia única de investigação nem uma teoria claramente configurada” (Fiorentini & Lorenzato, 2006, p. 4). Assim, a natureza do problema e do objeto em estudo é que deve definir qual a melhor abordagem metodológica a ser seguida ou construída pelo investigador (Fiorentini & Lorenzato, 2006; Ludke & André, 1986).

Segundo Ludke e André (1986, p. 3), quando o investigador escolhe a sua investigação, escolhe-a atendendo aos seus valores, conhecimentos, interesses e preferências. “Assim, a sua visão do mundo, os pontos de partida, os fundamentos para compreensão e explicação desse mundo irão influenciar a maneira como ele propõe suas pesquisas”. Isto é, os princípios que orientam o seu pensamento vão orientar a sua abordagem de investigação.

O nosso interesse nesta investigação incide em, tal como foi apresentado no capítulo um, *compreender de que forma o uso de tecnologias, com especial enfoque nos Robots, contribui para que os alunos desenvolvam a literacia, o pensamento e o raciocínio estatístico, produzindo significado e fomentando a aprendizagem da Estatística e a aprendizagem da Cidadania.*

Notemos, contudo, que, este problema de investigação não emergiu na sua forma completa como agora está apresentado, nem as questões que dele emergiram ocorreram de início. Como refere Fernandes (2004, p. 183), “foi do diálogo entre o campo teórico e o campo empírico, depois de muitas reformulações, que resultou a última versão do problema”. As questões de investigação formuladas e reformuladas possibilitaram a “articulação entre os pressupostos teóricos do estudo e os dados da realidade” (Ludke & André, 1986, p. 46).

As primeiras questões formuladas foram apenas uma etapa inicial no processo de investigação. Foram tentativas exploratórias que forneceram-nos ferramentas para estruturar uma aproximação inicial ao nosso objeto de estudo. Depois, ao longo do processo, foram sendo refinadas. As primeiras questões foram provisórias, embora tenham sido essas questões iniciais que determinaram a teoria e a metodologia a adotar nesta investigação. As questões mais específicas ajudaram-nos a delimitar o objeto de estudo e a avançar com a recolha de dados.

O desenvolvimento deste estudo aproximou-se, utilizando a expressão de Ludke e André (1986, p. 13) a um “*funil*”: no início as questões ou focos de interesse eram amplos e apenas perto do final se tornaram mais diretos e específicos. Assim, fomos “precisando melhor esses focos à medida que o estudo se desenvolve[u]”. Existiu sempre uma estreita relação entre as questões de investigação e o enquadramento teórico adotado, na medida em que, a teoria ajudou a (re)definir as questões iniciais e permitiu o surgimento de novas questões, à medida que a investigação foi evoluindo. Foi a ligação estabelecida entre as questões e a teoria que direcionaram e enquadraram as ideias e os objetivos da nossa investigação.

Este problema de investigação revela preocupações com a aprendizagem da Matemática, em particular da Estatística, e também da Cidadania, no ambiente escolar dos alunos: a sala de aula de Matemática. Assim, pretendemos compreender como é que essa aprendizagem se manifesta nas atividades, nos procedimentos e nas interações entre os vários intervenientes, na sala de aula, através da implementação do CA: *Uma corrida com Robots*, que apresentamos em 5.5.

A Educação Estatística é uma prática social e, como tal, “a aprendizagem envolve a pessoa na sua globalidade. [...] implica [além de] uma relação com atividades específicas, [...] tornar-se participante [...]. As atividades, tarefas, funções e compreensões não existem isoladamente, são partes de sistemas de relações mais gerais nas quais têm significado” (Matos, 2000, p. 67). Assim, tentamos levar para a sala de aula alguns dos princípios da prática social dos estatísticos optando por colocar os alunos no ‘papel de estatísticos’. Ou seja, propusemos que realizassem uma investigação com dados reais, recolhidos por eles próprios. Para compreendermos a prática que emergiu e as aprendizagens que ocorreram durante essa prática,

fez-nos sentido optar por um trabalho de campo, realizando uma investigação qualitativa de carácter interpretativo.

Não é nossa intenção “separar a experiência das suas ambiguidades, contradições e complexidades, mas sim promover o entendimento, a reflexão e a ação integrando auto-questionamento e auto-reflexividade” (Gonçalves, 2010, p. 47). Pretendemos “entender o significado que [os participantes nesta investigação] dão às suas próprias ações, [...] as interpretações que fazem das situações em que estão [...] envolvidos” (Amado, 2014, p. 12). Assim, faz-nos sentido participar, ser ativas, implicadas, comprometidas com a realidade que estamos a estudar, para a compreender. Pois, tal como Ludke e André (1986, p. 4) afirmam, não é possível existir uma “perfeita separação entre o sujeito da pesquisa, o pesquisador, e seu objeto de estudo” numa investigação com esta natureza, uma vez que não é dessa forma que consideramos que o conhecimento se processa. Os factos e os dados não se vão revelar de uma forma gratuita e diretamente aos nossos olhos se não participarmos, nem os conseguiremos enfrentar desarmadas dos nossos princípios e pressupostos. Consideramos que será a partir de uma interrogação sistemática, baseada em tudo o que conhecemos do assunto, isto é, na teoria acumulada a respeito, e também ao refletir acerca das questões formuladas, que será possível construir o conhecimento necessário para fazer emergir as conclusões nesta investigação.

Como referem Costa e Oliveira (2015, p. 184) “nem todos os estudos educacionais são quantificáveis [...], na maioria das vezes, interessa-nos compreender determinado fenómeno dentro de um contexto específico, a investigação qualitativa em educação proporciona ao professor métodos e técnicas fundamentais para a melhoria da prática letiva”. Este é o nosso caso, não queremos quantificar a aprendizagem mas sim compreender como é que ela pode ocorrer, no contexto específico em análise, e como é que podemos agir no sentido de a melhorar. Segundo Fernandes (2004, p. 179), “neste tipo de investigação, os investigadores tentam compreender como se aprende e se pensa matematicamente mais do que ‘medir’ o que se aprende.”

Segundo Gonçalves (2010, p. 48), “as abordagens qualitativas constituem um importante instrumento de investigação na medida em que: assentam numa perspetiva compreensiva; [...] requerem um posicionamento metodológico flexível; [...] implicam uma certa heterodoxia no momento da análise dos dados.”

Pretendemos compreender e interpretar o significado da aprendizagem no contexto em que ela ocorre, assim, optamos por uma abordagem qualitativa, atendendo a que ela permite “a descrição, interpretação e análise crítica ou reflexiva sobre os fenómenos” em estudo, além

disso, aumenta “o carácter reflexivo das práticas e propostas educativas do campo em estudo” (Gonçalves, 2010, p. 48).

A abordagem qualitativa “tem uma dimensão de questionamento filosófico, uma vez que busca o porquê dos fenómenos, e uma dimensão científica, na medida em que se baseia na reflexão sistemática e confronta as questões suscitadas com a realidade” (Gonçalves, 2010, p. 48). Optamos por esta abordagem pois pretendemos refletir e perceber o porquê dos fenómenos em estudo e contrastar com a realidade os ‘conteúdos’ que podem ser suscetíveis de análise empírica.

A investigação qualitativa incide “nos domínios das competências pessoais e técnicas do investigador, com exigências no plano atitudinal (saber ouvir, respeitar a palavra e o silêncio, humildade e honestidade, etc.) e no plano ético (confidencialidade, cumprimento do contratado, etc.)” (Amado, 2014, p. 12).

Adotando uma investigação qualitativa, baseamo-nos nas ideias de Bogdan e Biklen (1994) e tivemos em conta as cinco características que estes autores consideram como básicas numa investigação deste tipo.

1. A investigação qualitativa tem o ambiente natural como sua fonte direta de dados e o(s) investigador(es) como seu principal instrumento;
2. Os dados recolhidos são predominantemente descritivos;
3. A preocupação com o processo é muito maior do que com o produto;
4. O ‘significado’ que as pessoas dão às coisas e a sua vida são focos de atenção especial pelo(s) investigador(es);
5. A análise dos dados tende a seguir um processo indutivo.

Tivemos estes cinco pontos em consideração, na medida em que, realizámos trabalho de campo no sentido de nos termos encontrado com os participantes nesta investigação e passado muito tempo com eles no seu território – a sala de aula de Matemática. Contudo, o seu território sofreu alterações. Alterámos o ambiente natural destes alunos pois introduzimos os Robots e criámos e implementámos, em conjunto com eles, o CA. O ambiente de sala de aula tornou-se diferente, quer devido às ferramentas que foram introduzidas (Robots e Computadores), quer pela liberdade que lhes foi dada para decidirem, juntamente connosco, as atividades a realizar. A metodologia de trabalho adotada também foi uma novidade, quer para os alunos, quer para a própria professora da turma, quer para a investigadora envolvida na recolha de dados⁶. Nunca tínhamos realizado um trabalho de projeto.

⁶ Neste capítulo, sempre que falarmos da investigadora estamos a nos referir à investigadora envolvida na recolha dos dados.

À medida que a investigadora foi passando mais tempo com os alunos, a sua relação com estes tornou-se menos formal. Foi nosso objetivo aumentar o nível de à vontade com os alunos, encorajando-os a falar sobre aquilo de que costumam falar, acabando também a investigadora por lhes fazer confidências, com a intenção de merecer e conquistar a sua confiança.

Realizámos trabalho de campo pois queríamos aprender com os alunos. Por isso, estivemos na sala de aula como alguém que quer aprender, como alguém que quer conhecer os alunos, mas também, como alguém que quer participar no seu processo de aprendizagem. Assim, trabalhámos “para ganhar a aceitação [dos alunos] não como um fim em si, mas porque isso abre[-nos] a possibilidade de prosseguir os objetivos da [nossa] investigação” (Bogdan & Biklen 1994, p. 113).

No trabalho de campo a nossa atenção e forma de atuação foi orientada pelo problema e pelas questões de investigação. Contudo, simultaneamente, agimos, também, como professoras destes alunos, uma vez que tanto a professora da turma como os próprios alunos assim o permitiram.

Esta investigação tem um cariz descritivo, incidindo sobre a observação empírica do comportamento de todos os participantes, perante as situações que emergiram na sala de aula. É interpretativo, pois preocupou-nos, acima de tudo, compreender o comportamento dos participantes no seu contexto, em vez de ter, à partida, um conjunto de hipóteses a testar. (Bogdan & Biklen, 1994).

O carácter interpretativo requer do investigador capacidade integrativa e analítica para analisar os dados empíricos, sendo que essa análise advém da conjugação da sua formação teórica e dos exercícios práticos de análise. Como refere Gonçalves (2010, p. 48), “[n]este sentido, [...] depende fundamentalmente da experiência teórica e metodológica do investigador, não obstante, as opções metodológicas dependerem muito do tipo de problema colocado e dos objetivos da investigação.”

Como refere Gonçalves (2010) “a investigação em educação deve ser guiada por um conceito amplo de racionalidade [...], deve partir da complexidade do mundo humano e dos fenómenos e assentar na capacidade de questionar pressupostos, conceitos e propostas em análise” (p. 47). Como pano de fundo temos a “dimensão ética fundada nas atitudes de flexibilidade, pragmatismo e responsabilidade” (p. 60). Recorremos aos nossos “conhecimentos e experiências pessoais como auxiliares no processo de compreensão e interpretação do fenómeno estudado” (Ludke & André, 1986, p. 26). A introspeção e a reflexão pessoal tiveram um papel importante nesta investigação. Assumimos, parcialidade nas opções tomadas, mas também, responsabilidade de coerência na interpretação efetuada.

Optámos por uma observação participante, pois como referem Ludke e André (1986, p. 26), “a experiência direta é sem dúvida o melhor teste de verificação da ocorrência de um determinado fenómeno”. A observação participante permite ao investigador frequentar o local onde os fenómenos em estudo estão a ocorrer e um contacto mais estreito e pessoal com o fenómeno observado. Optámos por esta abordagem pois sentimos necessidade de manter uma interação com a situação em estudo, afetando-a e sendo também por ela afetadas.

Segundo Amado (2014, p. 153) “a expressão ‘participante’ deve entender-se em dois sentidos: o observador deve ‘participar’ na vida do ‘observado’, exigindo, por isso, uma longa permanência no local. [...] o observado deve ‘participar’, como ‘informante’, na investigação que está a ser feita”. O tempo destinado a essa permanência em campo deve ser definido em função dos objetivos da sua investigação, assim, o nosso trabalho de campo durou o tempo de implementação do CA (9 aulas, de 90 minutos cada).

O nosso interesse incidiu em verificar como é que os fenómenos se manifestaram e se evidenciaram durante as situações e nas interações dentro do contexto do estudo. Assim, foi nosso intuito procurar conhecer os processos, as dinâmicas e as perspetivas dos alunos em cada situação. Não foi nossa intenção “reduzir os factos sociais a *coisas* rígidas e estruturadas por leis naturais, mas sim valorizar a consciência, considerando o sujeito pensante como uma fonte mais importante do que o objeto pensado” (Campos, 2007, p. 26).

Segundo Adler e Adler (1987, p. 67) “a observação participante completa exige um maior compromisso do investigador. Em vez de experimentar um mero envolvimento participativo, o observador participante completo imerge plenamente no grupo como um ‘nativo’”. Nesta investigação existiu uma observação participante completa pois, a investigadora foi também professora destes alunos, fez parte da prática de sala de aula, partilhando a responsabilidade de dinamizar as atividades com a professora da turma. Optando por esta estratégia, tivemos oportunidade de observar “*in loco* as experiências diárias dos sujeitos, [...] apreender a sua visão de mundo, isto é, o significado que eles atribuem à realidade que os cerca e às suas próprias ações” (Ludke & André, 1986, p. 26).

Durante um ano letivo, participámos em duas aulas da turma por período, devido à professora da turma estar a participar no projeto CEM, como referimos no capítulo um, projeto no qual éramos formadoras da professora. Da dinâmica desse projeto fazia parte as formadoras participarem nas aulas dos formandos, assim, já participávamos nas aulas destes alunos, antes do momento da recolha dos dados para esta investigação. Já conhecíamos os alunos e eles já estavam habituados à presença da investigadora. Além disso, participámos em todas as aulas durante o tempo em que o CA foi implementado.

Embora sendo observadora participante externa, na terminologia de Lapassade (2001), a investigadora também foi ‘autora’ no grupo no qual, conquistou o seu lugar e no meio que decidimos estudar.

Nem sempre é fácil conjugar o papel de professora que orienta as tarefas, esclarece as dúvidas, coloca questões de modo a despertar ação nos alunos, com o de investigadora que tenta perceber qual a percepção dos alunos perante as várias situações e a sua forma de atuação perante os desafios. Contudo, a empatia e a confiança que já tínhamos conquistado nestes alunos, por participar na sua sala de aula no âmbito do projeto CEM, permitiu que não se verificasse o ‘efeito do observador’, que muitas vezes acontece quando o investigador é um elemento desconhecido e estranho ao ambiente onde decorre a investigação.

Como refere Fernandes (2004, p. 183), “qualquer trabalho de investigação envolve, mais cedo ou mais tarde, a tomada de decisões. [...] Esses momentos críticos de tomada de decisões fazem surgir dilemas ou situações onde as alternativas de resolução parecem quase contraditórias”. São dilemas comuns, entre os jovens investigadores: Como conciliar o papel de professor com o de investigador, sem prejudicar nenhum dos papéis, e, principalmente, sem prejudicar os alunos?; Que peso dar ao papel de investigador e ao papel de professor?; Como é que podemos atuar como professoras, sem perder a objetividade e imparcialidade necessária à investigação, dando atenção a todos os aspetos que são importantes para fazer a análise dos dados e obter as conclusões necessárias?; Como é que podemos assumir o papel de investigadora sem prejudicar os alunos?; Como é que podemos observar e ao mesmo tempo fomentar o sentido crítico e, também, as suas aprendizagens?

Kenneth Zeichner (1993) no Livro *A formação reflexiva de professores: ideias e práticas*, aborda este assunto, explicando três atitudes que um investigador que adota simultaneamente o papel de professor deve adotar, durante a sua ação reflexiva na sala de aula: (i) Abertura de Espírito; (ii) Responsabilidade e (iii) Sinceridade. Tendo por base estas atitudes, ouvimos, através de uma escuta ativa, as várias opiniões dos alunos sempre com a intenção de perceber as diferentes perspetivas apresentadas e discutidas, tentando sempre que fossem criadas perspetivas comuns, acerca dos assuntos em discussão. Admitimos sempre, na sala de aula, a possibilidade do erro e de perspetivas diferentes das que tínhamos inicialmente criado. Por vezes, alterámos o planeado, por perceber, que afinal, a perspetiva apresentada poderia fomentar, de uma forma mais eficaz, a aprendizagem naquele momento específico. Planeámos sempre a nossa forma de atuação, ponderando sobre as consequências das mesmas e avaliando o resultado das nossas ações, analisando de que maneira essas produziram resultados e para

quem é que esses resultados eram produzidos. Além disso, colocámos a abertura de espírito e a responsabilidade no centro da nossa ação, reflexão e atenção.

Segundo Bogdan e Biklen (1994, p. 76) numa investigação qualitativa os participantes da investigação “têm uma palavra a dizer no tocante à regulação da relação, tomando decisões constantes relativamente à sua participação”. Desta forma, como investigadoras procurámos, através da *ação-dialógica*, aproximarmo-nos dos alunos de modo a perceber as suas perspetivas do mundo. Além disso tentámos “incorporar o conhecimento tácito do meio” que por vezes se revelou “através de silêncios, humor, estranhas nuances” (Amado, 2014, p. 137) e algumas gargalhadas à mistura.

Segundo D’Ambrosio (1996, p. 81), “sendo a investigação o elo entre a teoria e a prática, parte-se para a prática, e portanto far-se-á investigação, fundamentando-se numa teoria que, naturalmente, inclui princípios metodológicos que contemplam uma prática.”

Antes de iniciar a recolha de dados criámos um esboço do CA (Matos, 2013; Wollenberg, Edmunds & Buck, 2000) que privilegiou o trabalho de projeto no sentido de Greeno e Middle School Mathematics through Applications Project (1998). Nesse esboço estava assente que iríamos realizar *uma Corrida com Robots*, e que o foco em termos de tema matemático seria a Estatística. Este esboço foi criado tendo em conta a problemática deste estudo e o quadro teórico adotado nesta investigação. Quando preparámos o esboço do CA a implementar, queríamos propiciar situações que permitissem aos alunos desenvolver literacia, pensamento e raciocínio estatístico, mas também, que os alunos aprendessem a atuar de uma forma refletida e crítica, desenvolvendo capacidades de Cidadania. Assim, tínhamos presente os princípios teóricos da Educação Estatística e da Educação Matemática Crítica.

Apresentámos à professora da turma a estrutura base para o CA a implementar e essa proposta foi discutida e alterada de acordo com os interesses da professora, mas também dos alunos. Durante a implementação do CA os alunos tiveram possibilidade de dar sugestões acerca dos caminhos a seguir. Essas sugestões foram sempre aceites por nós.

5.2. Os Participantes

Tendo por base o quadro teórico adotado, pareceu-nos importante e pertinente perceber o meio socioeconómico das famílias destes alunos, bem como, o meio onde a Escola se insere, para podermos compreender os seus *backgrounds* e *foregrounds*. Assim, com base no Projeto Educativo da Escola, procedemos à caracterização da Escola e do meio em que esta está inserida. Além disso, fizemos uma caracterização da turma e do seu meio familiar.

5.2.1. Caracterização da Escola e do Meio

A Escola Básica dos 2.º e 3.º Ciclos Dr. Eduardo Brazão de Castro fica localizada na periferia da Cidade do Funchal, na freguesia de São Roque. Situa-se entre dois bairros sociais, um da responsabilidade da Câmara Municipal do Funchal e outro do Instituto de Habitação da Madeira.

Os alunos residem maioritariamente na freguesia, sendo que muitos deles moram nas denominadas zonas altas do Funchal, em habitações construídas pelos pais e familiares, que vão sendo aumentadas consoante as possibilidades. Algumas destas habitações não dispõem ainda de saneamento básico. A deslocação para a Escola ocorre através de transportes públicos (*Horários do Funchal*), a pé ou em transporte próprio.

A população da freguesia que vive nas zonas altas e bairros sociais tem uma qualidade de vida média/baixa e são estas crianças e adolescentes que frequentam a Escola.

Nos bairros sociais e nas zonas junto ao campo de hóquei, no largo de São Roque, há consumo e tráfico de droga. É sabido que alguns dos alunos da Escola, estão envolvidos neste processo de consumo e tráfico de estupefacientes.

(Projeto Educativo de Escola – 2010/2014)

A Escola iniciou a sua atividade no ano letivo de 1992/1993 durante o mês de outubro.

Devido ao grande número de alunos com necessidades educativas especiais (NEE) e falta de interesse pelos currículos ‘normais’, a Escola não só oferece a possibilidade dos alunos da freguesia de São Roque e arredores frequentarem o 2.º e 3.º Ciclos segundo um currículo normal, como também foram criadas turmas especiais de currículos adaptados, que atualmente vigoram em todos os anos escolares.

A Escola depara-se com um elevado insucesso escolar, um abandono escolar prematuro no 3.º Ciclo do Ensino Básico, muitas situações de indisciplina, falta de valores, descrédito da instituição Escola e dos seus agentes. Como forma de colmatar esta situação, no 3.º Ciclo do Ensino Básico, desde o ano letivo 1998/99, foram implementados cursos de qualificação profissional com currículos alternativos, que dotam os alunos de habilitação equivalente ao 9.º ano de escolaridade e são destinados a alunos com elevado absentismo e com retenções sucessivas.

O Ensino Secundário que a Escola dispõe é ministrado numa vertente profissional. A implementação dos cursos profissionais visa responder às necessidades da população escolar que termina o 3.º Ciclo.

A Escola possui uma equipa multidisciplinar constituída por dez docentes que elaboram um projeto anual de dinamização da sala multidisciplinar. Neste espaço, decorrem atividades

lúdicas e didáticas, de ocupação de tempos livres dos alunos. A maioria das atividades decorrem na sala multidisciplinar, sendo este um espaço de convívio e lazer para todos os alunos da Escola. Esta está dotada de um palco, de equipamento de som, rádio escola, televisão equipada com cabo TV, vídeo, DVD, materiais lúdicos diversos (mesa de bilhar, matraquilhos, jogos de tabuleiro, cartas, entre outros) e computadores com ligação à internet.

A Escola também possui uma sala de estudo onde os alunos podem ir estudar e usufruir do apoio dos docentes que lá estão. A sala dispõe de um horário próprio sendo que os alunos podem escolher a hora em que querem frequentar a sala, tendo em conta a disciplina que têm mais dúvidas. Para além disto, decorrem nesta sala alguns Apoios Pedagógicos Acrescidos.

Na área do desporto, são oferta da Escola os núcleos de futsal, ténis de mesa, dança, badminton e natação. Os alunos que pertencem aos núcleos de futebol, ténis de mesa, badminton e natação competem regularmente com outras Escolas e em torneios internos organizados pela Escola. No caso da dança, os alunos que integram este grupo têm como objetivo final a participação na cerimónia de abertura da Semana do Desporto Escolar.

Relativamente aos recursos tecnológicos, a Escola disponibiliza dois laboratórios móveis, com dezasseis computadores sem fios, quatro projetores de vídeo, câmara de filmar digital, máquinas de fotografar digitais, mp3 para gravação de voz e acesso à Internet a partir de qualquer ponto da escola.

(Projeto Educativo de Escola – 2009/2010)

A Escola possui dois quadros interativos, fixos numa sala de aula, o que permite aos docentes implementar aulas dinâmicas e interativas. Destes dois quadros apenas um deles é mais utilizado pelo grupo de Matemática, visto a maioria dos elementos do grupo ter recebido formação para o utilizar.

Nos computadores portáteis são instalados programas livres (p.e. Estudo de funções, GeoGebra, Robotics Invention System™ 2.0,...) necessários à implementação de tarefas na sala de aula.

O grupo de Matemática do 3.º Ciclo da Escola também tem à sua disposição calculadoras científicas e gráficas e material manipulável estruturado (Polidron, Tangram, Pentaminós, Sólidos Geométricos,...). Além do material disponibilizado pela Escola os docentes constroem o seu próprio material necessário à exploração das tarefas na sala de aula, com vista a proporcionar aos alunos uma aprendizagem pela descoberta.

5.2.2. Caracterização da Turma

O nível socioeconómico dos agregados familiares dos alunos da turma e o respetivo rendimento *per capita* é médio-baixo.

O nível de envolvimento dos pais no acompanhamento do desempenho escolar dos filhos é também baixo. Estes apenas vão à Escola quando solicitados pelo diretor de turma. As expectativas escolares são baixas, se o seu educando passar de ano, já é bom.

No início do ano letivo a turma do 8.º ano em análise era composta por 18 alunos, 12 do sexo masculino e 6 de sexo feminino. Destes, dois foram transferidos de Escola, um foi transferido de turma, um não frequentou as aulas desde o início do ano letivo e outra raramente vinha às aulas, estes dois últimos acabaram por abandonar a Escola, no final do 1.º período.

No final do 2.º período, do referido ano letivo, foi integrado na turma um novo elemento, transferido de uma outra turma de 8.º ano da Escola, por ser um elemento desestabilizador na sua turma de origem.

Segundo a professora de Matemática, após a entrada do novo elemento na turma, as relações pessoais entre os alunos pioraram, os alunos tornaram-se menos tolerantes e mais agressivos uns com os outros.

No período em que decorreu a presente investigação, pertenciam à turma 16 alunos, mas apenas 14 frequentavam as aulas.

Dos 14 alunos que frequentavam as aulas, 10 eram do sexo masculino e 4 do sexo feminino. Tinham idades compreendidas entre os 12 e os 16 anos. Nenhum aluno se encontrava fora da escolaridade obrigatória e apenas 3 estavam a frequentar o 8.º ano pela segunda vez.

A docente de Matemática acompanhava 11 dos 14 alunos da turma pelo segundo ano consecutivo.

De um modo geral, os alunos demonstraram gosto e empenho nas aulas em que decorreu a investigação. Normalmente, trabalharam em grupos de 2 a 4 elementos.

Nos momentos de discussão em grande grupo os alunos progressivamente passaram a partilhar as suas ideias e descobertas. Tornaram-se, gradualmente, solidários e ajudaram-se mutuamente.

Dos 14 elementos da turma, 3 usufruíam de Apoio Pedagógico Acrescido, orientado pela professora de Matemática da turma, na sala de estudo. Nestes 3 alunos estava diagnosticado dificuldades na compreensão e aplicação dos conteúdos, nomeadamente na resolução de expressões numéricas, na resolução de equações, na resolução de sistemas e também dificuldades ao nível da interpretação de enunciados e em delinear estratégias para os resolver.

Durante a investigação, as dificuldades referenciadas pelos 3 alunos que usufruíam de Apoio Pedagógico Acrescido não se evidenciaram na sua forma de atuação. A professora de Matemática confirmou o mesmo.

Segundo a professora de Matemática, a turma revelava poucos hábitos de trabalho e estudo fora da sala de aula, muitas vezes não realizavam os trabalhos de casa nem apresentavam os trabalhos de investigação solicitados.

5.3. A Recolha dos Dados

Utilizámos vários procedimentos de recolha de dados com o intuito que no seu conjunto, quando analisados, acrescentassem informação à nossa investigação e permitissem responder às questões levantadas.

A recolha dos dados ocorreu num contexto em que as pessoas estavam a agir normalmente, contudo perante uma nova realidade de sala de aula. Como já foi referido, os dados foram recolhidos durante 9 aulas de Matemática (de 90 minutos cada), que ocorreram entre os meses de abril e maio de 2012 em que se implementou o CA.

As aulas desenvolveram-se na sala de aula habitual dos alunos. Era uma sala de aula comum a qualquer disciplina, sem computadores nem materiais didáticos específicos para a Matemática. Sempre que era necessário computadores para os alunos, era requisitado o laboratório móvel.

Os alunos trabalharam em grupos heterogéneos de 2 a 4 elementos. Os grupos podiam-se alterar espontaneamente (sem a nossa intervenção) consoante as preferências, necessidades e número de alunos presentes nas aulas.

Foram utilizadas, nesta investigação, como técnicas para a recolha dos dados a observação e a análise documental. Estas técnicas, em conjunto com a entrevista, são alguns dos procedimentos mais utilizados em estudos que seguem um paradigma interpretativo.

A observação é uma das técnicas mais antigas de recolha de dados. Neste caso, termos optado pelo paradigma interpretativo foi importante pois a observação participante permitiu-nos observar os fenómenos em estudo, no contexto onde se estavam a desenrolar, e estes ocorreram em interação com os participantes da investigação, permitindo um contacto estreito e pessoal com o fenómeno observado.

Como os alunos estavam à vontade com a presença da investigadora na sala de aula, pelo anteriormente explicado, acreditamos que foram sinceros e genuínos nas suas observações e comentários. Estes não tinham problemas em apresentar as suas perspetivas sobre os assuntos em análise e quando estavam em desacordo com algo explicitavam-no. Através da observação foi possível perceber a forma como os alunos encaravam as situações propostas e como atuavam perante os desafios.

Para proceder à recolha dos dados utilizámos, também, uma câmara fotográfica, duas câmaras de vídeo e um gravador de áudio.

Com o intuito de privilegiar o registo das interações entre os alunos, colocávamos uma câmara de vídeo ou o gravador de áudio em cima da mesa, nos grupos de trabalho. Foi uma limitação ter apenas duas câmaras de vídeo e um gravador de áudio, quando existiam 4 grupos de trabalho.

Devido a questões de ética, antes de proceder a qualquer filmagem ou captação de imagem solicitámos, por escrito, autorização para o efeito ao Sr. Diretor Regional de Educação, ao Sr. Presidente da Direção Executiva da Escola, à professora de Matemática da turma e aos encarregados de educação dos alunos. Além disso, através de carta explicámos o trabalho de investigação que iria ser realizado.

Aos alunos também foi explicado o propósito da recolha dos dados e esclarecido que os registos seriam utilizados nesta investigação, bem como em artigos a publicar em revistas e a apresentar em congressos nacionais e internacionais, que a confidencialidade dos dados seria mantida e que nos diálogos transcritos seriam utilizados pseudónimos.

Após cada aula, a professora e as investigadoras fizeram reflexões escritas sobre as mesmas, construindo diários de campo. Estes registos reflexivos das nossas experiências e das nossas observações consistiram “em simultâneo, uma forma de expressão e, em resultado do próprio processo de escrita, pelo processo cognitivo que pressupõe, uma forma efetiva de refletir e aprender” (Amado, 2014, p. 278).

Nessas reflexões estivemos mais preocupadas com o processo do que com os resultados, tendo sempre a preocupação de retratar a perspetiva dos participantes (Bogdan & Biklen, 1994). Assim, fazíamos uma “descrição regular e contínua e um comentário reflexivo sobre os acontecimentos” (Bogdan & Biklen, 1994, p. 177), valorizámos “descrições detalhadas de situações com o objetivo de compreender os indivíduos em seus próprios termos” (Goldenberg, 2003, p.53). Tentávamos descrever, de forma profunda, as pessoas, os gestos e as palavras, explicitando também o contexto onde a *ação-dialógica* ocorreu. Procurámos registar, também, os nossos sentimentos, interpretações e especulações pois, como referem Ludke e André (1986), “as circunstâncias particulares em que um determinado objeto se insere são essenciais para que se possa entendê-lo” (p. 12). Estas reflexões “representam um trabalho inicial de seleção e interpretação das informações emitidas” (p. 37) e consistiram na primeira fase na análise dos dados desta investigação.

Além dos registos em vídeo e áudio as fotografias tiradas durante as aulas e os trabalhos escritos realizados pelos alunos, também serviram de dados. Recorremos aos trabalhos escritos

dos alunos, uma vez que estes representam uma “fonte ‘natural’ de informação. Não são apenas uma fonte de informação contextualizada, mas surgem num determinado contexto e fornecem informações sobre esse mesmo contexto” (Ludke & André, 1986, p. 39).

Tentamos ter em atenção “o maior número de elementos presentes na situação estudada, pois um aspeto supostamente trivial pode ser essencial para melhor compreensão do problema que está sendo estudado” (Ludke & André, 1986, p. 12).

Segundo Fernandes (2004), “uma recolha de dados deste tipo deixa-nos com a sensação de que não temos informação suficiente” (p. 191). Embora existam muitos dados recolhidos, persiste esta sensação. Persiste o dilema: Podemos dar este trabalho por finalizado? Temos dados suficientes para análise e conclusões?

5.4. Tratamento e Análise dos Dados

Torna-se necessário, durante a fase da análise dos dados, interpretar e dar sentido a todo o material de que se dispõe a partir da recolha de dados. Como refere Ludke e André (1986), é a ocasião para reunir o pensamento e a ação, “no esforço de elaborar o conhecimento de aspetos da realidade que deverão servir para a composição de soluções propostas” (pp. 1-2) aos problemas iniciais da investigação. É a altura de “‘trabalhar’ todo o material obtido durante a pesquisa, ou seja, os relatos de observação, as transcrições [...], as análises de documentos e demais informações disponíveis” (p. 45).

Este é um processo de redução dos dados e pressupõe diversas atividades, como: (i) organizar e subdividir os dados; (ii) sintetizá-los; (iii) procurar padrões; (iv) descobrir o que é importante; (v) definir o que se vai dar a conhecer aos outros (Bogdan & Biklen, 1994).

Tendo consciência de que uma investigação desta natureza, os dados recolhidos são ricos em pormenores e de complexo tratamento, tivemos sempre a preocupação de os analisar de uma forma indutiva, além disso, foi nossa preocupação a ética, assim, na análise efetuada fomos honestas, cautelosas, humildes e transparentes. Nesse sentido, com a intenção de garantir a autenticidade desta investigação ouviu-se, relatou-se e analisou-se as vozes dos diferentes participantes, pois “trazem visões particulares, complementares e/ou divergentes” (Alves & Azevedo, 2010, p. 23).

Segundo Bogdan e Biklen (1994) é mais eficiente e eficaz quando a recolha dos dados e a sua análise se desenvolvem em simultâneo. Nesta investigação iniciámos a análise dos dados no momento da sua recolha. A primeira fase de análise dos dados começou com as reflexões que fomos fazendo, sobre o que íamos descobrindo, enquanto estávamos no campo. Assim, a análise iniciou-se nas reflexões feitas às aulas, no diário de campo, passou por páginas de

descrições vagas até, em última análise, chegarmos a este produto final, isto é, a este documento escrito.

Organizámos e sistematizámos os dados recolhidos através do visionamento dos vídeos e dos resumos feitos dos mesmos, das reflexões feitas pela professora da turma e dos trabalhos escritos pelos alunos, com o objetivo compreender a aprendizagem realizada pelos alunos responder às questões de investigação e, finalmente, poder dar a conhecer tanto o processo, pelo qual passámos, como as conclusões a que chegámos.

O registo em vídeo e áudio foi importante pois permitiu-nos ver e ouvir, posteriormente, e por diversas vezes, o que ocorreu e permitiu-nos captar situações que devido a estarmos envolvidas noutras tarefas, a trabalhar com outros grupos, não nos apercebíamos. Este foi importante pois, como referem Cohen e Manion (1990), citado por Ribeiro (2006, p. 88) “proporciona um registo compreensivo dos comportamentos, das atitudes, das reações e dos diálogos ocorridos na intervenção, sempre disponível para análise posterior; melhora a fiabilidade do estudo; permite que as ocorrências sejam revistas repetidamente.”

Mas continuam os dilemas: Serão os dados suficientes? Quando é que podemos dar por terminada o visionamento dos vídeos? A leitura das reflexões? A escrita da análise? E das conclusões?

5.5. O Cenário de Aprendizagem: *Uma Corrida com Robots*

Este CA seguiu uma metodologia de trabalho de projeto e foi implementado durante 9 aulas de 90 minutos cada. Durante a implementação do CA assumimos um compromisso democrático de Educação, valorizámos as discussões e os debates de ideias e permitimos a entrada, na sala de aula, da realidade dos alunos (Lopes, 2013b).

Criámos um ambiente de aprendizagem no qual foi aberto espaço para a participação ativa dos alunos e foi-lhes conferido poder para indagar e investigar situações significativas e reais.

Os conhecimentos inerentes ao quotidiano dos alunos, aliados a uma ação pedagógica adequada, foram elementos considerados essenciais para a aprendizagem dos alunos, através de um processo educativo voltado para a formação do aluno como cidadão participativo, crítico, reflexivo e consciente dos problemas do seu mundo.

Os alunos trabalharam sempre em grupos heterogéneos e foi-lhes conferida liberdade para mudarem de grupo, consoante as suas preferências, necessidades e, também, número de alunos presentes nas aulas. À turma ainda não tinha sido lecionado Estatística no 3.º Ciclo.

Convidar os alunos para realizarem *Corridas com Robots* foi a forma que encontramos para ativar as *intenções-de-aprendizagem* nos alunos, viabilizando o desenvolvimento de competências, em particular Competência Estatística e capacidades de Cidadania, fomentando uma *aprendizagem-como-ação-dialógica*.

Com esta metodologia de trabalho foi possível criar um ambiente de aprendizagem que fugiu ao paradigma do exercício e abrir espaço para os alunos terem a responsabilidade de recolher dados brutos, analisá-los, interpretá-los, elaborar um trabalho escrito sobre os dados analisados e, posteriormente, divulgá-los numa apresentação oral à turma.

Os alunos realizaram um trabalho um pouco semelhante a de um “*verdadeiro estatístico*”, tendo a oportunidade de percorrer todas as etapas de um ciclo investigativo. No entanto, existiram diferenças importantes, nomeadamente, em relação às intenções dos alunos (que são muito diferentes das dos estatísticos) e ao ambiente em que os dados foram recolhidos.

Neste ambiente de aprendizagem valorizámos a investigação, a reflexão, o sentido crítico, a análise dos dados recolhidos pelos próprios alunos, a sua validação e discussão e, ainda, o debate de ideias.

Com este CA, os conteúdos da Estatística foram abordados mas o foco foi desviado do produto para o processo. Valorizámos os aspetos subjetivos presentes nas questões e a parte interpretativa e questionadora das mesmas. Valorizámos os aspetos individuais de cada aluno, abrindo espaço para que as ideias e as convicções individuais fossem expostas, discutidas, debatidas, alteradas e / ou consolidadas, de modo a se construírem perspetivas partilhadas de um mesmo assunto. E, desta forma, fomentámos a valorização de cada aluno como cidadão ativo e pensante, com poder de argumentação, permitindo-lhe a possibilidade de ser o autor da sua própria história.

A construção e implementação do CA foi um processo conjunto com a professora e os alunos. Trabalhámos em conjunto na criação das tarefas e conduzimos as discussões com os alunos. Fomos, essencialmente, orientadoras no processo de aprendizagem dos alunos, propiciando situações onde muitas vezes questionámos o “*como*” e o “*porque*” dos acontecimentos, com o intuito de os ajudar a construir as suas próprias ideias e desenvolver as suas capacidades.

À medida que os grupos trabalhavam e desenvolviam as suas ideias, circulávamos pela sala, ouvindo e muitas vezes juntando-nos à discussão do grupo, algumas vezes como elemento pertencente ao grupo, partilhando responsabilidades com os alunos, outras atuando como elemento externo, atribuindo a responsabilidade do trabalho aos alunos.

Através da *ação-dialógica*, colocávamos questões para que os alunos fossem capazes de progredir nos seus raciocínios e clarificar os seus pensamentos. Muitas vezes, evitávamos responder às perguntas levantadas pelos alunos, dando apenas indicações ou pistas sobre o assunto. Com a intenção de perceber as perspetivas dos alunos e acionar outros elementos investigativos, muitas vezes, levantávamos questões que suscitavam explicações, questões hipotéticas e *check-questions*.

As situações propostas aos alunos foram criadas com a intenção de possibilitar o desenvolvimento, progressivo, de competências que os permitissem ser capazes de analisar e reagir de forma ponderada e assertiva à informação apresentada, em contexto de sala de aula, mas também em outros contextos, nomeadamente no seu quotidiano. Assim, todas as situações foram debatidas com os alunos ao longo do processo de implementação do CA.

O foco das aulas esteve sempre nos alunos e assim tornou-se possível provocar-lhes atitudes reflexivas e críticas sobre os problemas concretos que emergiram. Esta forma de atuação foi utilizada como estratégia para fomentar o sentido crítico dos alunos, por forma a formar cidadãos críticos, participativos e corresponsáveis pelo seu processo de aprendizagem.

Com a implementação do CA os alunos tiveram a sua primeira experiência com o Robot da LEGO MINDSTORMS NXT 2.0. e com o seu ambiente de programação. Nove destes alunos já tinham trabalhado, no ano letivo anterior, aquando do estudo das funções (Fernandes, 2014b), com o Robot RCX (um modelo anterior da LEGO) e um ambiente de programação diferente. Foram esses alunos que pediram à professora de Matemática para trabalhar novamente com Robots.

Durante todas as aulas, os alunos trabalharam em grupo. Numa primeira fase os alunos familiarizaram-se com os sensores, os motores e o cérebro do Robot NXT. Foram fornecidas instruções para a estrutura base do carro e para o local de colocação do sensor de luz, mas o seu aspeto final ficou a cargo de cada grupo. À medida que os grupos foram terminando a montagem do seu carro de corrida, iniciaram a programação.

Numa fase seguinte, tiveram que programar o Robot para correr à volta de quatro mesas dispostas duas a duas (*formando um retângulo*). Realizaram corridas, em linha reta, de um lado ao outro da sala, tendo em atenção que o Robot tinha que parar antes de bater na parede oposta (*uso do sensor ultrassónico*).

Posteriormente, criaram, com as peças curvas e retas fornecidas (12 de cada tipo), um protótipo de um troço de corridas justo para dois Robots correrem ao mesmo tempo, isto é, um troço de corridas em que os dois Robots tivessem a mesma probabilidade de ganhar a corrida. Informou-se nessa altura que o troço de corridas tinha que caber na sala de aula, que cada peça

do protótipo era 15 vezes mais pequena do que a peça em tamanho real e que não era necessário utilizar todas as peças disponibilizadas na construção dos protótipos.

Após os grupos terem criado o seu protótipo nas condições estabelecidas, apresentaram-no à turma e escolheram o troço em que queriam realizar as corridas.

Depois disto, programaram o carro tendo em atenção que teria de: i) iniciar a corrida assim que fosse dado o sinal de partida (*uso do sensor de som*); ii) percorrer o troço seguindo a linha preta (*uso do sensor de luz*); iii) parar 15 cm antes do fim do troço (*uso do sensor ultrassónico*).

Após programarem e testarem o seu Robot, montaram o troço de corridas na sala de aula e realizaram as corridas. Nessa aula, realizaram 6 corridas e definiram o Robot vencedor e a classificação dos vários Robots, sem recorrer a medidas estatísticas. Não ficaram satisfeitos com os resultados, visto que, consideraram injusto que, perante certas ocorrências, um determinado Robot fosse o vencedor.

Na aula seguinte quiseram realizar novamente corridas. Nessa altura, decidiram que cada carro teria de correr duas vezes contra cada adversário, sendo uma vez em cada faixa do troço. Consideraram que assim todos estariam a correr nas mesmas condições.

Cada um dos grupos registou, durante as corridas, os dados que considerou importantes para a definição do vencedor. Registaram a posição em que cada Robot terminou cada uma das corridas (se ganhou ou não a corrida), se correu na faixa da esquerda ou da direita do troço de corridas e o tempo gasto por cada Robot em cada corrida.

Após a realização de 12 corridas os alunos tiveram oportunidade de utilizar o Excel para organizar os dados e através das suas ferramentas analisá-los e apresentá-los, o Word para escrever o relatório sobre a atividade desenvolvida e as conclusões a que chegaram e o PowerPoint para apresentar o trabalho do seu grupo à turma. Em suma, após a realização das corridas, os alunos tiveram que encontrar argumentos para um Robot ser o vencedor, definir critérios de classificação para os vários Robots, elaborar um estudo estatístico sobre vários aspetos das corridas, fazer um relatório sobre todo o trabalho realizado e apresentar à turma os aspetos que consideraram importantes acerca das *Corridas com Robots*.

CAPÍTULO SEIS – DAS CORRIDAS COM ROBOTS À APRENDIZAGEM DA ESTATÍSTICA E DA CIDADANIA

Neste capítulo, com base no nosso referencial teórico acerca da Educação Matemática Crítica e da Educação Estatística, fazemos a apresentação, a análise e a discussão das tarefas desenvolvidas na sala de aula, durante o processo de implementação do Cenário de Aprendizagem: *Uma Corrida com Robots*.

O nosso propósito é analisar a aprendizagem dos alunos, em particular a aprendizagem da Estatística, utilizando as lentes da EMC e da EE.

A forma que encontramos para organizar este capítulo foi, na primeira secção discutir o *background* e o *foreground* destes alunos, uma vez que segundo Skovsmose, Alrø, Valero e ScandiuZZi (2009), “a motivação para a aprendizagem está relacionada ao *background* e ao *foreground* de cada indivíduo” (p. 240). “Ambos, *background* e *foreground* são recursos que podem motivar a aprendizagem e fazer vir à cena algumas intenções” (p. 243). Posto isso, explicamos o convite feito aos alunos e o porquê de o termos feito. Nas secções seguintes, apresentamos alguns episódios que, em nossa opinião, melhor ajudam a discutir e a compreender os assuntos em análise.

6.1. Os *Backgrounds* e os *Foregrounds* dos Alunos

Como analisámos no capítulo três, as perspectivas que os alunos fazem quanto ao seu futuro são influenciadas pela história do que viveram e pelas expectativas que fazem acerca da sua participação num determinado tipo de prática. Assim, o significado que cada aluno atribui às aulas de Matemática, não está vinculado apenas à compreensão de conceitos matemáticos, está relacionado com os aspetos sociais, culturais, económicos e políticos da sua vida, isto é, com os seus antecedentes e com a perceção que têm acerca do seu futuro e da importância da aprendizagem da Matemática no mesmo.

O *background* e o *foreground* influenciam o que uma pessoa, ou grupo de pessoas, pode vir a querer e em que ações poderá vir a envolver-se – ambos representam *recursos de intenções*. Os diferentes motivos que levam um aluno a envolver-se, ou não, na aprendizagem da Matemática estão de alguma forma relacionados ao significado que atribuem à Matemática. Assim, se entendermos o *background* e o *foreground* de cada aluno, torna-se possível perceber o significado que ele atribui à aprendizagem da Matemática. Portanto, considerámos importante analisá-los para, conseguir entendê-los e arranjar estratégias de modo a motivar os alunos para as aulas de Matemática e, assim, contribuir para que ativassem *intenções-de-aprendizagem*.

A turma com quem implementámos o CA tinha um fraco rendimento escolar e muitos alunos tinham negativa em Matemática. Dez dos catorze alunos tiveram negativa no 2.º período na disciplina de Matemática. Alguns alunos nunca tinham tido, durante todo o 2.º e 3.º Ciclo, uma positiva num teste de Matemática. A negativa em Matemática era bem aceite pelos encarregados de educação dos alunos, não lhes provocava constrangimentos, uma vez que, nas reuniões com o diretor de turma, alegavam “eu também sempre tive negativa a Matemática”, “o que importa é que ele passe”, “a Matemática não é para todos”⁷.

Consultando o projeto curricular da turma, verificámos que apenas três alunos, A, H e P.M⁸, ambicionavam tirar um curso superior, os restantes apenas queriam obter o certificado de 12.º ano. Quanto a profissões, a maioria ainda não sabia, dois alunos, M e o B, queriam ser jogadores de futebol, um, P.T, queria ser jogador de ténis de mesa, dois, N e P.M, queriam ser técnicos de informática e um, A, professor de ciências.

Uma vez que já conhecíamos estes alunos, devido a participarmos nas suas aulas no âmbito do projeto CEM, e já termos conquistado alguma confiança, aproveitámos o momento de montagem dos Robots, assim como os momentos iniciais de programação, para através de diálogos informais, tentar aferir a importância e o significado que estes alunos davam à aprendizagem da Matemática.

Todos os 10 alunos que tiveram negativa em Matemática no 2.º período consideraram que podiam acabar a escolaridade obrigatória com essa negativa e, por isso, a negativa em Matemática, no 3.º Ciclo, não ia influenciar o seu futuro. Três desses alunos, R, S e P.B, referiram que “sempre tive negativa a Matemática e cheguei até aqui”. Os alunos que sempre tiveram negativa a Matemática consideraram que “a Matemática está perdida”, “já não vale a pena”. Parece-nos que estes alunos não atribuíam um significado muito profundo à aprendizagem da Matemática e que a não-aprendizagem da Matemática não era valorizada, quer pelos alunos, quer pelos seus encarregados de educação. Assim, consideramos que a negativa em Matemática não lhes provocava constrangimentos. Contudo, temos que admitir que esta resposta apresentada pelos alunos pode ser apenas uma justificativa para a sua negativa.

A maioria dos alunos considerava que pouca Matemática tinha significado para o desenvolvimento de ações externas à sala de aula. Estes alunos referiam que grande parte da Matemática que se estuda na Escola não tinha significado algum para a vida quotidiana. O G, a N e a R consideraram que “a Matemática no futuro só serve aos que vão ser professores ou

⁷ Estas informações foram obtidas através dos registos feitos pelo diretor de turma no Projeto Curricular da Turma.

⁸ Todos os alunos da turma estão referidos por uma ou duas letras de modo a garantir o seu anonimato.

explicadores de Matemática para ensinarem Matemática aos alunos”. Para estes alunos era pouco claro o significado do que se aprende na disciplina de Matemática para a prática de uma profissão que não seja a do professor ou do explicador de Matemática.

Sete alunos (B, C, G, H, P.T, S e T) consideraram que apenas uma pequena parte da Matemática tinha significado quotidiano. Identificaram essa Matemática com as operações básicas de somar, subtrair, multiplicar e dividir (H, P.T e T), “para fazer contas do dinheiro” (G, H, P.T, S e T) ou noutras situações de partilha, de modo a “não ser enganado pelos outros” (B, C e S).

Três alunos (S, G e B) atribuíram também significado quotidiano à parte da Estatística que serve para compreender as notícias e os gráficos que aparecem nos meios de comunicação e fazer previsões em determinadas situações, como por exemplo, “fazer contas para ver qual é a equipa que vai ganhar ou perder nos campeonatos de futebol” (B e G).

As raízes culturais destes alunos e a forma como eles e os seus encarregados de educação interpretavam as suas experiências passadas relativamente à disciplina de Matemática, isto é, os seus *backgrounds*, fazia com que tivessem uma postura pouco participativa, bastante desinteressada e uma taxa de absentismo elevada. Podemos assim afirmar que estes 10 alunos tinham um *foreground arruinado* em relação à Matemática escolar, isto é, tinham más experiências em relação à aprendizagem da Matemática.

O *foreground arruinado* destes alunos levava-os a não verem que possibilidades a aprendizagem da Matemática lhes podia trazer para as suas vidas. Na perceção que faziam sobre as suas possibilidades de vida futura, consideravam que “a Matemática já está perdida” (N, P.B, R e S) e que ter negativa a Matemática não importava, uma vez que não precisavam dela para terminar a escolaridade obrigatória (todos os 10 alunos com negativa no 2.º período). Assim, a intencionalidade para aprender não era facilmente acionada por parte destes alunos.

Os alunos com positiva em Matemática, que foram apenas quatro no 2.º período (A, P.M, G e M), consideraram que, se dominarem bem os conhecimentos matemáticos, bem como os conhecimentos referentes às outras disciplinas, terão mais facilmente acesso à continuidade dos estudos e, futuramente, terão mais facilidade em arranjar trabalho. Três alunos, A, M e P.M, consideraram que os conhecimentos matemáticos contribuem para o seu sucesso académico e profissional, pois o resultado das suas avaliações em Matemática (ter positiva ou negativa) iria possibilitar ou limitar as possibilidades de escolha do curso a seguir na entrada do 10.º ano. Segundo o A “com negativa em Matemática no final do 9.º ano nem vale a pena escolher um curso com Matemática A, por isso, como quero ir para esse curso tenho que ter positiva”. Segundo o G “se eu não acabar o 12.º ano não vou conseguir arranjar trabalho, vou

ficar no desemprego como os meus pais, por isso, tenho que ter positiva no máximo das disciplinas”. Segundo o P.M: “Tenho que ter positiva em Matemática pois quero tirar um curso de computadores”. Estes alunos consideraram que o conhecimento matemático é a senha que permite o acesso à continuidade dos estudos e que este é necessário para ter sucesso na vida, neste sentido, atribuíram-lhe um significado instrumental, isto é, assumiram que queriam ter sucesso na vida e consideraram que a Matemática é um instrumento importante nesse processo. O significado instrumental está, neste contexto, vinculado às necessidades da vida para os alunos (Skovsmose et al., 2009).

Ao longo da implementação do CA tentou-se provocar uma mudança de atitude nos alunos, uma vez que era nossa intenção que modificassem o significado que atribuíam à aprendizagem da Matemática para, assim, ser mais fácil motivá-los e fazer com que ativassem *intenções-de-aprendizagem*. Foi nosso intuito despoletar intencionalidade nos alunos para analisarem, de uma forma crítica, as várias situações que emergiram, de modo a tomarem decisões informadas e argumentadas e construírem as suas próprias conclusões.

Os alunos que tinham utilizado Robots nas aulas de Matemática no 7.º ano pediram à professora se poderiam voltar a utilizar Robots. Assim, aproveitámos o interesse dos alunos nos Robots e convidámo-los a participar no processo de implementação do CA.

O facto de o pedido dos alunos à professora – *Voltar a trabalhar com Robots* – ter sido aceite, parece-nos ter sido o início da desconstrução do *foreground arruinado* destes alunos em relação à disciplina de Matemática. “Perceber que os seus interesses foram valorizados pela professora abriu espaço para a emergência de *intenções-de-aprendizagem*” (Fernandes et al., 2016, p. 17).

Segundo Martins e Ponte (2010), uma investigação estatística pode ser motivada por uma curiosidade sobre o mundo real ou por uma necessidade muito concreta. Neste caso, aproveitou-se o pedido dos alunos – *Voltar a utilizar Robots na aula de Matemática* – para, durante a implementação do CA, entre outras coisas, convidar-lhes a realizar uma investigação estatística. Neste caso, a investigação estatística emergiu por uma necessidade concreta – *Definir o Robot Vencedor das Corridas*. Os alunos aceitaram o convite para se envolverem no processo de investigação.

Para conseguir realizar a investigação estatística, os alunos tiveram que conceber, juntamente connosco⁹, um plano de trabalho, criar objetivos individuais e de grupo, delinear e

⁹ Entendamos, ao longo deste capítulo, o ‘nós’ como a professora e a investigadora participante na recolha dos dados, uma vez que partilhámos a dinamização das tarefas na sala de aula.

partilhar tarefas e definir procedimentos. Além disso, envolveram-se nas quatro etapas do ciclo investigativo, tal como definidas por Martins e Ponte (2010) e também por Selmer et al. (2011).

Gal e Garfield (1997) referem que uma propriedade fundamental de um problema de natureza estatística é a de que ele não tem uma solução única, geralmente começa com uma questão (neste caso foi lançada por nós – *Qual é o Robot Vencedor das Corridas?*) e termina com uma opinião que se espera que seja fundamentada em resultados teóricos e/ou práticos.

6.2. O Convite Feito aos Alunos: *Realizar Corridas com Robots*

Na primeira aula com Robots, os alunos foram convidados a *construir e programar um carro de corridas (Robot NXT) para correr num troço de corrida construído pelo grupo turma*. Os alunos aceitaram o convite e evidenciaram vontade de começar a trabalhar sem querer mais explicações, estabelecendo um processo de cooperação investigativa. A sua forma de atuação modificou-se.

O convite feito aos alunos continha a ideia de competição (*realizar corridas*) e de lúdico (*brincar com Robots*), o que propiciou uma mudança de atitude dos alunos perante as aulas de Matemática. “Tanto os Robots como o desafio lançado trouxeram a ideia do lúdico e do jogo para a sala de aula, o que acrescentou mais ingredientes para a reconstrução do *foreground* dos alunos em relação à matemática escolar” (Fernandes et al., 2016, p. 17).

A abertura da situação de aprendizagem permitiu que os alunos verificassem que o paradigma do exercício, muitas vezes presente nas aulas de Matemática tradicionais, tinha sido abandonado e que as tarefas com os Robots iriam substituir os exercícios do manual. Além disso, proporcionou aos alunos a possibilidade de encontrarem motivos para o seu envolvimento nas aulas e, deste modo, despoletou-lhes a intencionalidade para se envolverem na exploração da situação proposta. Ao lançar o convite aos alunos para participarem no processo de implementação do CA, abrimos ‘espaço’ para os alunos apresentarem as suas perspetivas, *corremos riscos* (pois permitimos que a incerteza e a imprevisibilidade do processo dialógico entrassem na sala de aula) mas também os alunos *correram riscos* (pois assumiram a responsabilidade nas tarefas a realizar na sala de aula).

O ambiente de aprendizagem tornou-se diferente também porque foi aberto espaço para os alunos terem um papel participativo, tanto no processo de *design* como de implementação do CA, possibilitando assim oportunidade para estes encontrarem e definirem os seus próprios objetivos de aprendizagem e se sentirem responsáveis pelas tarefas a realizar. A responsabilidade adveio de lhes ter sido dada oportunidade de negociarem e definirem, em conjunto com os colegas e connosco, as tarefas em que queriam se envolver, esta liberdade que

lhes foi dada também propiciou que passassem a ver as aulas de Matemática e o seu poder na aula de Matemática de forma diferente acrescentando mais ingredientes para a reconstrução do seu *foreground* em relação à Matemática escolar. E, desta forma, as *intenções-de-aprendizagem* emergiram.

Com o propósito comum de *realizar Corridas com Robots*, os alunos mantiveram-se envolvidos no seu processo de aprendizagem e unidos como grupo turma, envolvendo-se em ações significativas e responsabilizando-se pelas suas ações e pelas ações do grupo turma.

A vontade de realizar e vencer as corridas despertou *intenções-de-aprendizagem* nos alunos. Assim, consideramos que o motor impulsionador para as ações dos alunos foi a intenção de *realizar e vencer as Corridas com os Robots* pois desde a primeira aula trabalharam para esse efeito, envolvendo-se na realização de diferentes tarefas. Foi da responsabilidade dos alunos a construção do *seu Robot* e a sua programação, a construção do protótipo do troço de corrida e a escolha do troço para realização das corridas, a realização das corridas, o estabelecimento de critérios para um Robot ser o vencedor e, finalmente, a elaboração do relatório final sobre todo o trabalho realizado.

Este propósito comum – *Realizar e Vencer as Corridas com os Robots* – não foi uma simples meta estabelecida, criou, entre os alunos, relações de responsabilidade que se converteram numa parte integral nas suas ações na sala de aula. Tudo o que fizeram foi da responsabilidade dos grupos de trabalho e passou também a ser responsabilidade de toda a turma.

A cooperação investigativa entre os alunos iniciou-se com a montagem dos Robots e nem o ‘toque de saída’, desse dia, deu lugar a um discurso burocrático. Após o ‘toque de saída’ os alunos continuaram com as suas criações e alguns ainda quiseram experimentar o *software* da LEGO MINDSTORMS NXT 2.0.

O Robot NXT constituiu uma novidade tanto para a professora de Matemática como para os alunos. A professora nunca tinha tido oportunidade de montar nem sabia programar um Robot NXT, assim, no início da implementação do CA os conhecimentos de montagem e programação do Robot eram os mesmos para a professora e para os alunos. Este facto não foi motivo de constrangimento para os envolvidos, pelo contrário, propiciou um ambiente de aprendizagem democrático e igualitário no nível das relações que se estabeleceram, dos conhecimentos sobre a ferramenta – *Robot e ambiente de programação da LEGO* – bem como das descobertas acerca das potencialidades de construção e programação do Robot.

Antes de iniciarem a montagem dos Robots, os alunos escolheram com quem queriam trabalhar, formando quatro grupos de trabalho. Nós não intervimos nesse processo com o

intuito de exercer uma educação democrática e dar-lhes liberdade de escolha mas, também, estimular-lhes a responsabilidade pelas suas ações, possibilitando o desenvolvimento de capacidades que lhes facilitaram o exercício da Cidadania e da Democracia.

6.2.1. A Construção do Robot

Até ao início da implementação do CA era frequente os alunos faltarem às aulas sem apresentarem justificação, o que revela o pouco interesse que estes sentiam, até ao momento, pela aprendizagem da Matemática. Na primeira aula com Robots apenas estavam presentes 7 dos 14 alunos da turma (2 raparigas e 5 rapazes). Posteriormente, esses alunos comunicaram aos colegas que faltaram que estavam a trabalhar com Robots. Na segunda aula já compareceram 9 alunos e, a partir da terceira aula, os alunos passaram a estar todos presentes, salvo algumas exceções em que faltava um ou outro aluno mas, nesse caso, apresentavam uma justificação. À medida que o tempo foi passando, os alunos que usualmente eram pouco assíduos passaram a sentir-se mais envolvidos nas tarefas e a estar cada vez mais presentes, tornaram-se pontuais, participativos e aplicados nas aulas.

Considerámos importante construir quatro Robots para os grupos de trabalho não se tornarem muito grandes caso nas aulas seguintes estivessem todos os alunos na sala de aula. Além disso, considerámos que menos de quatro Robots seria pouco para os alunos poderem estabelecer comparações e diferenças entre os mesmos, aquando da definição do vencedor das corridas. Assim, os alunos decidiram construir a pares os Robots, independentemente dos grupos em que iriam trabalhar nas aulas seguintes.

Como estava um número ímpar de alunos na aula, no momento de construção do Robot o M trabalhou sozinho. Este aluno em todas as outras aulas em que ocorreu a implementação do CA esteve inserido num grupo, pois, em nosso entender, em grupo a aprendizagem torna-se reflexiva e significativa, uma vez que através da *ação-dialógica* abre-se espaço para a troca de ideias e de informações. Para este aluno, o aspeto do Robot revelou-se muito importante. Colocou-lhe vários acessórios, arranjou “duas rodas extras para auxiliar nas corridas” (M) e colocou “garras para dar um aspeto de retroescavadora” (M). Quando alertámos que colocar no carro muitos acessórios o poderia dificultar nas corridas, o aluno referiu “hoje isso não é importante, hoje estou preocupado com o aspeto do carro. Quando eu tiver que programar é que me vou preocupar com a programação e com o desempenho do Robot” (M).

O interesse na colocação de acessórios foi notório em todos os grupos de trabalho. Cada acessório criado e colocado nos Robots teve uma função e um objetivo próprio. As duas meninas (N e R), por exemplo, colocaram duas bonequinhas para as representar no carro e colocaram vários adereços para tornar o carro, segundo elas, “mais feminino”. Um grupo de

dois rapazes (C e G.S) colocou “para-choques para tornar o Robot mais agressivo e quando bater não se desfazer” e o outro grupo (P.T e H) colocou “um pescoço grande no Robot (colocado na sua frente) para ser o primeiro a passar a meta”. Os alunos estavam tão interessados no que estavam a construir que até sugeriram que fossemos “tomar um cafezinho” (M, C, G.S e R) que eles ficavam a trabalhar. Os alunos estavam completamente focados na tarefa, não estavam a ter conversas paralelas, estavam empenhados e a falar muito baixinho sobre o aspeto do seu carro. Foi necessário explicar que a intenção era construir um carro e não colocar adereços no mesmo e tivemos que impor um limite de tempo para os alunos darem o trabalho de embelezamento do Robot por terminado (10 minutos), ou seja, sentimos necessidade de adotar um discurso burocrático, naquele momento específico, na sala de aula.

Todos os alunos empenharam-se na construção do *seu* Robot e negociaram o aspeto final do mesmo. As intenções dos alunos não estiveram na eficácia do Robot mas sim na sua construção e embelezamento. A sua criatividade e originalidade evidenciaram-se. Durante a construção dos Robots, a dinâmica de trabalho foi eficaz em todos os grupos. Os alunos trabalharam autonomamente, discutiram entre si o que estavam a fazer e ajudaram-se mutuamente, souberam seguir as instruções para a construção do Robot e identificar bem as peças LEGO.

O facto de ter sido dada liberdade aos alunos para construírem e colocarem acessórios no *seu* Robot foi importante. Por um lado puderam criar de acordo com os seus gostos, por outro contribuiu para explorarem e tomarem conhecimento das peças que compõem os *kits* da LEGO e da morfologia do *seu* Robot (Martins, 2013).

O momento de criação dos Robots contribuiu para criar a dinâmica de trabalho em grupo. Este momento envolveu, a criação de estratégias, a justificação de procedimentos e a responsabilização para com o trabalho que estavam a realizar. Permitiu também aos alunos verificarem que para o bom funcionamento do grupo é importante acordar com os outros o caminho a seguir e não o decidir sozinho, começaram a perceber que para o trabalho ser realizado com sucesso é necessário construir perspetivas partilhadas sobre os assuntos a tratar.

Os grupos de trabalho sofreram alterações ao longo do tempo. Uma vez pela chegada de um novo elemento que tinha faltado à(s) aula(s) anterior(es) tornava-se relevante aumentar o número de grupos para não existirem mais do que quatro alunos por grupo, outras vezes por estarem a faltar alguns alunos tornava-se necessário reduzir o número de grupos de trabalho, a fim de ninguém trabalhar sozinho. Assim, tornou-se prática habitual, iniciar a aula com os alunos a fazerem uma síntese sobre o trabalho realizado da aula anterior. Sempre que um aluno

se integrava num grupo, os colegas explicavam o que tinham feito até ao momento e como o tinham feito.

O G não esteve presente na aula de montagem dos Robots mas quando, na aula seguinte, viu o aspeto do Robot do seu grupo, atuou de uma forma um pouco autoritária, contudo essa autoridade foi aceite pelos colegas. Começou a fazer alterações no Robot sem pedir autorização aos colegas de grupo. Quando questionámos-lhe porque é que estava a ‘destruir’ o carro, o G respondeu “o carro está muito pesado e assim vamos perder as corridas. Pesado anda menos, por isso, temos que tirar as peças ‘dispensáveis’ para tornar o carro mais leve e melhor para as corridas”. O facto de já ter trabalhado com Robots no ano anterior, aliado aos argumentos por si utilizados sobre o aspeto do Robot relacionando-o com o seu desempenho, conseguiu convencer os colegas e, em conjunto, alteraram o Robot de modo a torná-lo mais leve.

6.2.2. A Programação do Robot

Quando deram por terminada a construção do *seu* Robot, os alunos tiveram oportunidade de iniciar a programação no ambiente da LEGO MINDSTORMS NXT 2.0. Fizemos uma pequena abordagem ao ambiente de programação, na qual explicámos quais os blocos referentes ao funcionamento dos motores e dos sensores e alertámos que é importante ter em atenção as portas onde os motores e os sensores estão conectados ao cérebro do Robot pois essas portas são importantes no momento de programação. Tudo o resto ficou à descoberta, pois considerámos que pela exploração da programação e avaliação do desempenho do Robot durante o processo de experimentação os alunos iriam aprender.

Os vários grupos criaram e testaram os seus programas e o ambiente de programação revelou-se muito intuitivo, mesmo para os alunos que não tinham tido contacto com Robots, no ano letivo anterior, uma vez que, embora a ritmos diferentes, todos conseguiram programar para os desafios propostos.

No início da fase de programação os alunos revelaram-se pouco autónomos perguntando: “E agora, o que é para fazer?”. Assim, optámos por circular pelos grupos, com os propósitos de: (i) esclarecermos as dúvidas que emergiam da programação que os alunos estavam a fazer; (ii) darmos sugestões de forma aos alunos conseguirem programar o Robot de uma forma eficiente; (iii) questionarmos acerca da programação que os alunos estavam a fazer, com o intuito dos alunos refletirem acerca das suas ações e explicitarem os programas que estavam a criar; (iv) lançarmos desafios de acordo com os interesses, conhecimentos e/ou dificuldades que cada grupo estava a demonstrar. Ao atuarmos desta forma, possibilitámos que os alunos descobrissem, através da programação, as potencialidades e as limitações dos Robots, em particular, a utilidade dos sensores colocados (luz, som e ultrassónico).

Analisemos, em seguida, algumas dessas situações:

6.2.2.1. Correr à Volta de Quatro Mesas, Dispostas Duas a Duas

Com a intenção de manter os alunos envolvidos no processo de programação e possibilitar vistas privilegiadas acerca das possibilidades de programação dos Robots, bem como das suas potencialidades, lançámos o desafio de “programar o Robot para correr à volta de quatro mesas, dispostas duas a duas, formando um retângulo.”

Apesar de não ter sido nossa intenção gerar competição entre os grupos, esta gerou-se espontaneamente em quase todos os momentos. A competição entre os diferentes grupos fez emergir união em cada um dos grupos, pois os alunos estavam todos a trabalhar com o mesmo fim – *Ganhar os outros grupos* – e contribuiu para determinar a forma de ação nos próprios grupos.

Logo que lançámos o desafio, ouvimos os seguintes comentários entre os alunos:

G: Ah, ... eu consigo fazer isso.

H: Qualquer um consegue.

C: Já está ganho.

M: É fácil, o nosso grupo já ganhou.

O desafio lançado despertou uma competição saudável entre os alunos e também interesse na programação. Este aspeto competitivo que se estabeleceu naturalmente entre os alunos revelou-se importante pois fez-lhes emergir *intenções-de-aprendizagem*. Quiseram aprender a programar o Robot de forma correta e eficaz para conseguirem realizar com sucesso o percurso sugerido.

Todos os grupos foram para os computadores tentar programar o *seu* Robot de modo a fazer o percurso sugerido. E foi quando estávamos a responder a uma solicitação do C que o M passou e disse:

M: Desculpem lá, mas vocês já perderam, já programei.

Solicitámos ao grupo do C que esperasse pois tínhamos curiosidade em ver como é que iria ser o desempenho do Robot do grupo do M.

A [elemento do grupo do C]: Também quero ver, é muita confiança.

E, dirigimo-nos todos (alunos de ambos os grupos e nós) para observarmos o desempenho do Robot do grupo do M.

O Robot andou o tempo adequado para a frente, depois rodou muito e acabou por bater no pé da mesa.

P [colega de grupo do M, pegou no Robot e disse]: Ele virou muito.

Os alunos dirigiram-se para o computador para alterar a programação. Acompanhámos os alunos com o intuito de percebermos a programação que estavam a fazer e também fazermos

com que refletissem sobre a sua programação. Assim, solicitámos-lhes que explicassem o que tinham feito:

M: Isto é para se mover [apontando para o bloco].

Inv: Ele moveu-se quantos segundos?

M: Não interessa saber, depois vai dizer aos outros. Eles [...] não podem saber.

Inv: Só quero compreender a programação.

M: 5 segundos. Este parece... [simultaneamente explica e pensa alto acerca do tempo que tem que colocar.]

P: Não te esqueças que virou muito. Tens de diminuir o tempo.

M: Pois, sim,..., vai ser 1,8 segundos.

P: Não, é melhor 1,5. Ele virou muito.

O M e o P continuaram a *ação-dialógica* e posicionaram-se acerca dos tempos a colocar nas curvas e nas retas, alteraram os tempos dos blocos de virar para 1,5 segundos (antes estavam 2 segundos), nas retas mantiveram 5 segundos e fizeram novamente o *download* do programa.

Neste caso específico, a estrutura de programação utilizada assentou na noção de ciclo. Criaram um ciclo que consistiu em andar para a frente e virar à direita e repetiram-no três vezes. Após experimentarem o ciclo apenas tiveram que alterar os tempos dos blocos de modo a tornar a programação mais eficaz.

M: Vamos experimentar.

Experimentaram novamente o Robot, que bateu após a segunda curva. Pegaram-no e foram para o computador alterar, novamente, a programação – diminuíram um segundo às curvas e às retas. Após a terceira tentativa, o Robot realizou corretamente o percurso. A programação emergiu pois os alunos posicionaram-se de forma a contribuir para a construção de uma perspetiva partilhada, ou seja, dizendo o que pensavam e ouvindo o que os colegas diziam, e que fosse eficaz, neste caso, o Robot contornar as quatro mesas sem bater nos pés das mesas.

Os alunos programaram e experimentaram o *seu* Robot e sentiram necessidade de refletir sobre a sua própria ação: “*Por que é que não funciona?*”. Foi com base na reflexão acerca da programação que estabeleceram diálogos investigativos. Os alunos discutiram entre si a fim de perceber o que estava a acontecer e avaliaram o desempenho do Robot através da experimentação do mesmo e da reflexão feita acerca do seu desempenho. Esta forma de ação serviu como “mola-mestra da produção de significados” (Alrø & Skovsmose, 2006, p. 29), possibilitando estabelecer perspetivas partilhadas acerca de uma programação eficaz para o trajeto sugerido.

Através da *ação-dialógica* e de um processo cíclico em que os alunos alteraram os tempos a colocar em cada bloco utilizado para criar o programa e voltaram a testar o Robot,

posicionaram-se, apresentaram as suas perspetivas e abandonaram algumas delas a fim de estabelecer perspetivas partilhadas e, assim, a programação emergiu pelo processo de tentativa e erro e pela criação de perspetivas partilhadas entre os alunos.

Todos os grupos de trabalho conseguiram programar eficazmente o *seu* Robot para o pretendido e, após o terem conseguido, manifestaram-se interessados em realizar corridas.

Durante as aulas tentámos, sempre que possível, ter em consideração os interesses e motivações dos alunos de forma a fazer emergir *intenções-de-aprendizagem* mas, também, manter os objetivos por nós definidos. Concludentemente, foi frequente alterarmos os planos inicialmente definidos para as aulas. Assim, como os alunos estavam a mostrar-se muito interessados em realizar corridas, considerámos que seria mais produtivo permitir que as realizassem antes de construírem os protótipos de troços de corrida, como estava inicialmente previsto.

6.2.2.2. Realizar Corridas em Linha Reta

Uma vez que nem todos os alunos tinham experimentado programar com recurso ao sensor ultrassónico e este sensor ser importante para a realização das corridas entre os Robots, e aproveitando também o genuíno interesse dos alunos em realizar corridas, lançámos-lhes o desafio de realizarem corridas em linha reta, de um lado ao outro da sala, de modo que o Robot parasse, de uma forma autónoma, quando estivesse a uma distância de 15 cm da parede oposta.

Analiseemos como é que três dos quatro grupos de trabalho atuaram perante este desafio. Trazemos estes três grupos de trabalho pois realizaram programações diferentes, e tiveram formas de atuação também diferentes, perante a mesma situação.

A Programação do Grupo M, P e R¹⁰

O M pediu auxílio aos elementos do seu grupo para alterar a posição das mesas de modo a colocá-las, em linha reta, de um extremo ao outro da sala.

Aproximámo-nos do grupo e, na tentativa de reconhecer a sua perspetiva e fomentar também que o aluno justificasse as suas ações, questionámos:

Inv: Por que é que estão a mudar a ordem das mesas?

M: É para ajudar na programação. Já sei quanto tempo o Robot demora a percorrer uma mesa, agora é só contar quantas mesas temos e programar. Ele leva 5 segundos a andar duas mesas, e agora... [conta as mesas] temos 11 mesas, logo tem de andar... [Para por uns instantes para realizar cálculos mentalmente] 27 segundos.

O seu colega, P, faz-lhe um alerta.

¹⁰ Até ao momento da realização das corridas os grupos de trabalho sofreram alterações, assim, até esse momento, identificamos os grupos pelo nome dos alunos que o compõem.

P: Não, 26. Ele tem de parar antes de bater.

M: Pois é, tem de parar antes, tem de ser 26. A professora vai ver como vai dar certo!

Neste diálogo verificamos que existem perspetivas partilhadas e construídas, entre estes alunos, que contribuíram para uma programação eficaz. É evidente que estes alunos reconhecem e utilizam corretamente, no contexto da situação, a noção de proporcionalidade direta pois a estrutura de programação, utilizada pelo grupo, assentou nessa noção, embora não tenha sido explicitada pelos alunos, precisamente por este conceito estar percebido e ser reconhecido por todos os elementos do grupo visto que no ano anterior esta ter sido uma temática trabalhada com os Robots por estes alunos (Fernandes, 2012; 2013a). Embora o Robot utilizado e o ambiente de programação fossem diferentes, o conceito de proporcionalidade direta fez ressonância e foi utilizado como ferramenta que contribuiu para uma programação eficaz. Existiu uma clara tentativa de construção de uma perspetiva partilhada acerca do tempo a colocar na programação para o Robot realizar a corrida que foi frutífera, pois o Robot parou mesmo antes de bater na parede.

Inv: E agora, se eu colocar o Robot ao meio da sala, como vão fazer? Programar tudo de novo?

A questão levantada foi formulada com o intuito de criar uma vista privilegiada sobre a programação que os alunos estavam a fazer. Estávamos a tentar levar os alunos a refletirem sobre a programação que fizeram, a tentar abrir novas perspetivas sobre a programação do Robot, a tentar fazer emergir disposição nos alunos para procurarem uma programação mais eficaz e, desta forma, tentar criar motivos para os alunos refletirem sobre como programar o Robot para parar a 15 cm da parede, independentemente do seu ponto de partida. Ao lançarmos a questão estávamos a dar mais um elemento para tornar visível uma ferramenta (neste caso, a utilização do sensor ultrassónico) da prática, colocando na perspetiva dos alunos outras possibilidades de programação. Além disso, como tínhamo-nos apercebido que a R (aluna do grupo do P e do M) não estava a participar no trabalho do seu grupo e tínhamos conhecimento acerca das capacidades da aluna em programar com o sensor ultrassónico, lançámos o desafio de forma a encorajá-la a contribuir de uma forma produtiva para o trabalho do seu grupo. A R, no primeiro dia de programação do Robot, tinha trabalhado com a N (aluna que no presente dia estava a formar grupo com outra aluna, a D) e estas, quando estavam a explorar o ambiente de programação do Robot, tinham utilizado o sensor ultrassónico para fazer o Robot parar quando detetasse um objeto a 30 cm.

M: Temos que medir a distância novamente e alterar o tempo que ele anda.

A R tenta entrar na discussão do grupo, dando uma sugestão.

R: Não. Utilizamos o sensor ultrassónico para ele parar.

Os colegas tentam perceber a perspetiva da R questionando-a.

P e M: Mas como é que isso funciona? Nunca experimentámos.

R: Vamos. Eu mostro.

A aluna posiciona-se no grupo dizendo o que pensa sobre a situação. Os colegas aceitam a sua sugestão, dirigem-se todos para junto do computador e a R continua a apresentar a sua perspetiva.

R: Temos que criar um *loop* e colocar o bloco para o Robot andar para a frente, por um tempo não limitado, mudamos aqui o tempo [Apontando no ambiente de programação] em vez de estar 26 segundos colocamos o tempo em *unlimited*, anda até encontrar uma distância que temos que definir, por exemplo... inferior a 20cm. Assim, o Robot vai andar até encontrar uma parede a 20cm de distância. Depois temos que dizer para o Robot parar. Para isso, colocamos um bloco com os dois motores parados no fim. [Foi explicando o processo e alterando a programação que já tinham.]

Os três alunos estabeleceram contacto e, através do diálogo estabelecido, cooperaram e alteraram a programação de modo a tornarem o Robot autónomo na corrida em linha reta.

P: Temos que ver a velocidade dos motores.

M: Temos que colocar no máximo para ganharmos.

P: Vamos colocar a velocidade em 100.

R: Temos que confirmar em que porta está ligado o sensor ultrassónico para colocarmos a certa no bloco.

M: Está na 1.

R: Então, aqui temos que mudar para 1. [Aponta no ecrã do computador para indicar o local onde é necessário alterar a programação para o sensor ficar conectado à porta 1.]

Estes alunos, criaram um programa em que Robot ao detetar um som superior a 70 decibéis andava para a frente, por um tempo não determinado, até encontrar um obstáculo a uma distância inferior a 20cm, posto isso, parava os dois motores. Depois, experimentaram a programação, que resultou.

Neste caso, a programação emergiu porque os alunos prestaram atenção aos vários elementos do grupo e aceitaram as suas contribuições, criando-se assim uma atitude positiva de relacionamento entre os participantes. Durante a cooperação que estabeleceram, os alunos posicionaram-se e entraram em sintonia com os colegas e com as diferentes perspetivas acerca da programação que estavam a fazer. Os três alunos tornaram-se presentes e contribuíram de forma a construírem uma programação mais eficaz. Estabeleceram no grupo, uma relação de respeito mútuo, responsabilidade e confiança entre os três alunos. Esta relação estava inicialmente estabelecida apenas entre dois elementos do grupo. Não obstante, houve intencionalidade da nossa parte em manter os alunos envolvidos no seu processo de aprendizagem.

Estes três alunos definiram os seus objetivos, envolveram-se em ações e refletiram sobre as mesmas de modo a construírem uma perspetiva partilhada sobre a programação que estavam

a fazer e, assim, resolveram, com sucesso, o desafio proposto. Tiveram em comum a preocupação de perceber o processo de programação e a intenção de conseguir programar corretamente o Robot. Ao programarem o Robot e ao construírem uma perspectiva partilhada sobre essa programação, desenvolveram-na dando-lhe significado. E, assim, a forma como o Robot teria que ser programado de forma a tirar um bom partido do sensor ultrassónico passou a fazer parte do conhecimento de todos os elementos do grupo, e não apenas da R. Através do diálogo que estabeleceram e pela forma como atuaram, os alunos construíram perspectivas partilhadas sobre como programar o Robot fazendo bom uso do sensor ultrassónico e ampliaram a sua plataforma de conhecimento partilhado com mais este recurso.

Estes alunos, enquanto programavam o Robot, mantiveram-se em diálogo, experimentaram, construíram perspectivas partilhadas e alteraram a programação. A experimentação, a programação e a construção de perspectivas partilhadas foram elementos fundamentais para a sustentação das ações destes alunos. Em cada tentativa formulada e negociada, para solucionar um problema, os alunos tornaram-se agentes do seu próprio conhecimento e construíram todo o seu processo de aprendizagem. Este processo conjunto de ações, reflexões e avaliação das ações refletiu toda a dinâmica de aprendizagem destes alunos e é um indicador de que a intenção de ação destes alunos manteve-se desde o início da aula até terem conseguido programar corretamente o Robot para as duas situações.

A Programação do Grupo N e D

A N e a D programaram o Robot para andar para a frente até o sensor ultrassónico detetar um objeto a 15cm de distância. Contudo, não tiveram em atenção que este sensor não estava colocado exatamente na frente do *seu* Robot, por isso, o Robot batia na parede antes de parar. A determinada altura, estabeleceu-se o seguinte diálogo:

N: Já percebi porque é que não funciona. O sensor está muito para trás, por isso, o Robot bate na parede antes de parar.

A D, na tentativa de perceber a perspectiva da sua colega, questiona:

D: Como assim? Como fazemos então para funcionar?

A D ao contrário da N nunca tinha programado com recurso ao sensor ultrassónico, por isso, não tinha o mesmo conhecimento que a colega acerca do funcionamento e das potencialidades deste sensor no desempenho do Robot.

N: Temos que medir a distância entre o sensor ultrassónico e a frente do Robot.

Segurando no Robot a N continuou a apresentar a sua perspectiva.

N: Programámos o Robot para parar quando o sensor detetasse uma parede a 15 centímetros mas o sensor ultrassónico não está colocado na frente do Robot. Estás a ver?

A N ao mesmo tempo que fala aponta, no Robot, para a localização do sensor a fim de mostrar o que está a dizer. As alunas continuam.

D: Pois não, está mais atrás.

N: A programação não funciona porque o Robot bate na parede antes de parar.

D: Pois, temos que medir a distância entre o sensor ultrassónico e a frente do Robot.

A D na tentativa de reconhecer a perspetiva da colega, escuta-a, segue-a de perto e completa as suas meias-falas, o que mostra evidência de que está a conseguir acompanhar e a perceber o raciocínio da colega.

Durante este processo, as alunas estabelecem contacto, sincronizando-se uma com a outra, de forma a cooperarem mutuamente. Respeitam-se e partilham as responsabilidades.

A N pensa alto para tornar público o seu pensamento (Alrø & Skovsmose, 2006, p. 114) e, também, na tentativa de perceber e reconhecer porque é que a programação que tinham feito não estava a funcionar como imaginaram. Posto isso, as alunas mediram a distância entre o sensor ultrassónico e a frente do Robot e conseguiram alterar a programação de modo ao Robot desempenhar eficazmente o pretendido.

Uma vez que cada Robot possuía uma morfologia específica, a programação foi diferente para todos os Robots.

A Programação do Grupo H, T e G

Estes alunos programaram o Robot para andar para a frente durante 1 segundo, com os motores a andarem a uma intensidade de 80. Mediram a distância percorrida, em centímetros, pelo Robot, e verificaram que percorria 20 centímetros. Depois, com a ajuda da fita métrica mediram o comprimento da sala e verificaram que media 6,97 metros. Converteram os metros a centímetros e utilizaram, segundo as suas palavras, “a regra dos três simples” (H), retiraram 10 centímetros ao resultado para, segundo os alunos, “o Robot parar antes de bater na parede” (T e G) e, desta forma, conseguiram programar o Robot para realizar o solicitado. Para programar o Robot estes alunos primeiro realizaram medições e relacionaram diferentes unidades de medida (metros, centímetros e segundos). Os alunos, tiveram que explorar a situação, criar e testar as suas conjecturas e ensaiar a estratégia a utilizar. Em suma, para programar eficazmente o Robot pensaram de uma maneira lógica e reflexiva.

6.2.2.3. Programar para Seguir a Linha Preta

Os alunos tiveram que programar o Robot para realizar as tão desejadas corridas no troço de corrida construído, e escolhido a votos, pelos alunos. Nesta fase, tiveram que programar o

Robot para seguir uma linha preta, iniciar a corrida assim que fosse dado o sinal de partida e parar 15 centímetros antes de chegar ao fim do troço.

Neste momento os alunos já sabiam programar o Robot utilizando o sensor de som para iniciar a corrida assim que fosse dado o sinal de partida, também já sabiam fazê-lo parar a 15 centímetros de um determinado objeto utilizando o sensor ultrassônico.

A programação que realizaram nas aulas anteriores fez ressonância no momento de programar o Robot para as corridas. Apenas faltava descobrir como fazer o Robot seguir uma linha preta. Para tal, disponibilizámos uma pista facultada pelo *kit* da LEGO para os alunos terem oportunidade de testar a sua programação. O intuito era que utilizassem corretamente o sensor de luz para seguir uma linha preta numa qualquer situação.

Os alunos, em todos os grupos de trabalho foram capazes de, quando questionados por nós, explicar de uma forma clara e correta a programação que estavam a fazer para o Robot realizar as corridas nas condições estabelecidas, contudo, fazer funcionar o sensor de luz para seguir a linha preta não foi tarefa fácil. Depois de disponibilizarmos algum tempo para os alunos explorarem como fazê-lo, apercebemo-nos das grandes dificuldades que estavam a ter e decidimos explicar para toda a turma como o fazer, pois considerámos que por si só tornava-se muito difícil os alunos fazerem tal descoberta, iria ser um processo moroso e não relevante nas suas aprendizagens. Assim, optámos por, no grande grupo, explicar que: “Para o Robot seguir a linha preta vocês têm que utilizar o bloco *switch* e colocá-lo a funcionar com o sensor de luz. Colocam o Robot a virar à direita se detetar uma intensidade de luz superior (ou inferior) a um determinado valor, que vocês vão definir, e virar à esquerda caso contrario, isto é, se detetar uma intensidade de luz inferior a esse valor definido”. Após esta explicação, demos espaço para os alunos continuarem com as suas programações.

Passado algum tempo, solicitaram-nos num dos grupos.

P.T: Professora, estamos perdidos, pode chegar cá por favor?

Inv: Sim, claro. Que se passa?

H: Não estamos a conseguir programar o Robot para seguir a linha preta, ele não anda na linha preta. Está maluco.

Na tentativa de percebermos a programação que os alunos tinham feito questionámos:

Inv: Como é que programaram?

S: Colocámos o Robot a andar após ouvir um som superior a 50. Utilizámos este bloco aqui. [Enquanto explica aponta no computador para a programação que tinham realizado.]

G: Tínhamos inicialmente colocado superior a 70 mas ele estava surdo, nunca andava.

H: Depois colocámos 30, ele ficou desobediente, andava logo.

P.T: Experimentámos vários valores e vimos que com 50 resulta. Após darmos um assobio ele começa a andar. Assim está bom.

Neste diálogo verificamos que os alunos completam os raciocínios uns dos outros e conseguem explicar o processo pelo qual passaram até definir uma intensidade de som que fizesse o sensor de som funcionar corretamente, o que revela que, através da tentativa e erro, os alunos envolveram-se num processo cooperativo de investigação no qual programaram e experimentaram, por diversas vezes o Robot, até conseguirem fazer funcionar o sensor de som corretamente. Verificamos também que referem-se aos Robots como se fossem pessoas dizendo que o Robot “está maluco”, “estava surdo”, “ficou desobediente”. Estes aspetos “[r]epresentam a personificação do Robot e ajudam os alunos a encontrar motivos para se envolverem na sua aprendizagem” (Fernandes, 2013a, p. 159).

H: Colocámos um *loop* que termina quando o sensor ultrassónico deteta uma parede a menos de 15 cm. Aqui no *loop* colocámos 30 cm pois o nosso sensor não está na frente do Robot, está aqui atrás. Medimos e vimos que do fim do sensor até a frente do Robot são 15 cm. [Durante a explicação o H aponta no computador para mostrar a programação e no Robot para mostrar a localização do sensor.]

O argumento utilizado para colocarem 30 cm em vez de 15 cm revela que os alunos conhecem bem a morfologia do *seu* Robot e conhecem o funcionamento do sensor ultrassónico. O facto de os alunos terem construído o *seu* Robot facilitou no processo de programação pois, como refere Martins (2013), a forma como os alunos programam está relacionada com o conhecimento da ‘estrutura do Robot’. Sem a parte de criação do Robot poderiam ter emergido mais entraves na sua programação.

G: Isto tinha que funcionar se o Robot não estivesse maluco, ele em vez de andar para a frente está sempre a virar à esquerda e à direita. Ele deveria andar para a frente e depois parar os dois motores quando o sensor detetasse essa distância de 30 cm. Colocámos este bloco aqui no final para ele parar os dois motores. [Aponta no ecrã o bloco colocado no fim da programação com os dois motores parados.]

Inv: Quais foram os blocos que utilizaram para o Robot virar à esquerda e à direita?

P.T: Utilizámos este, com os dois motores a trabalhar ao mesmo tempo. Aqui vira para a esquerda e aqui para a direita. [Enquanto explica o aluno aponta no ecrã para mostrar a programação que realizou.]

Inv: Vamos colocar o Robot sobre a pista para percebermos o que está a acontecer.

De facto, o Robot em vez seguir a linha virava simultaneamente à esquerda e à direita sem sair do lugar, devido aos dois motores estarem programados para rodar em simultâneo, mas em sentidos contrários. Quando sugerimos que fossem experimentar o Robot também ainda não tínhamos detetado o que estava a acontecer com a programação para que não funcionasse. Só quando observámos o desempenho do Robot percebemos que as duas rodas deste estavam a rodar em sentido contrário, o que fazia com que o Robot não saísse do lugar. Por isso, sugerimos aos alunos que pegassem no Robot e com o programa a correr observassem o que estava a acontecer com as rodas. Esta sugestão foi feita na tentativa de criarmos uma

vista privilegiada sobre o assunto e com isso os alunos detetarem o que estava a acontecer com o Robot.

Foi através da observação do que estava a acontecer com as rodas do Robot e pela reflexão acerca da programação efetuada que os alunos foram capazes de se aperceber porque é que a programação não estava a resultar. Após algumas experiências com o Robot o P.T acrescentou.

P.T: Já percebi. Quando está claro ele vira para a esquerda, mas não anda para a frente pois a roda da esquerda anda para a frente e a da direita para trás, o que faz com que ele não saia do lugar. [Enquanto explica faz os gestos com as mãos a tentar exemplificar o percurso das rodas.] Quando está escuro faz o contrário.

H: Como assim?

P.T: Temos que programar para virar à esquerda mas com as duas rodas a andar no mesmo sentido, não em sentidos contrários como fizemos. Quando programámos para andar à volta das mesas dava jeito que ele virasse sem sair do lugar, agora não, queremos que ele vire mas vá andando.

G: Então em cada parte do *switch* temos que colocar dois blocos, em vez de um, para fazer o Robot virar?

P.T: Sim. Para virar à esquerda, colocamos o motor B a andar devagar e o C a andar depressa.

H: Percebi, para virar à direita fazemos o contrário. Colocamos o B a andar depressa e o C devagar. Certo?

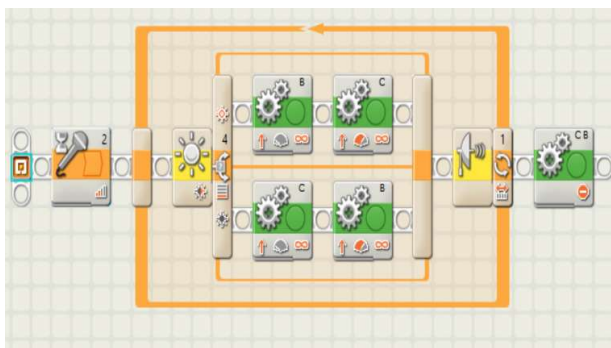


Figura 6.1: Programação construída pelos alunos para o Robot seguir a linha preta.

Os alunos, enquanto dialogaram alteraram os blocos utilizados na programação de modo a fazer o Robot virar à esquerda, e à direita, com os dois motores a rodar no mesmo sentido – rodarem para a frente mas com intensidades diferentes, consoante fosse para virar à esquerda ou para virar à direita.

O uso das *tag question*, feitas pelo G e pelo H, revela que os alunos estão a tentar estabelecer contacto com o P.T, estão à procura de uma confirmação acerca dos seus raciocínios e de apoio mútuo.

Os alunos depois de experimentarem a programação, alteraram a velocidade dos motores para fazer com que o Robot seguisse a linha mas também corresse o mais rapidamente possível. Posto isto, afastámo-nos do grupo para deixá-los trabalhar autonomamente. Após alguns avanços e recuos, num processo cíclico de programação e experimentação, os alunos conseguiram programar o Robot de modo a realizar corretamente as corridas, respeitando as condições que tinham sido acordadas. Este grupo, após programar e testar o *seu* Robot por

diversas vezes definiu que a intensidade de luz igual ou superior a 40 era um bom valor para o Robot distinguir o branco do preto, e que para virar à esquerda o ideal seria o motor B estar a rodar, para a frente, com uma intensidade de 20 e o C com uma intensidade de 80, e para virar à direita deveria ser ao contrário, o motor B estar a rodar com uma intensidade de 80 e o C com intensidade de 20.

O grupo que tinha o Robot denominado de *Vinagre* foi o primeiro a conseguir programar o seu Robot para seguir a linha preta. Ficaram radiantes com o feito, festejaram que já eram os vencedores e solicitaram a nossa presença para mostrar como o Robot já estava bem programado. Colocaram o Robot no início do troço, iniciaram o percurso mas, dessa vez, o Robot desviou-se da linha.

P.B: Mas como? Impossível!

Inv: O que é que aconteceu?

M: O Robot não está bom, acabámos de experimentar e funcionou na perfeição.

Inv: Será que alteraram a programação?

S: Isso não! Vê se estás é a utilizar outro programa! [O Robot permite armazenar mais do que um programa.]

M: Não, está certo. É o 4. [O 4 aqui refere-se ao número do programa que estão a fazer correr no Robot.]

Mesmo assim, por sugestão da S, fizeram novamente o *download* do programa, conferiram se as peças estavam bem encaixadas e se o sensor estava bem posicionado.

S: Será a bateria?

P.M: A professora disse que carregou as baterias todas e ainda o utilizámos pouco.

M: Será que tem alguma roda presa?

S: Não. Estão rodando bem.

M: Mas porque é que não funciona?

Todos queriam saber, ficaram muito desanimados pois eram o único grupo, até ao momento, que tinha conseguido programar o Robot na perfeição e agora não funcionava. Mas não desistiram. Depois de muita discussão acerca do que estava a acontecer e de não chegarem a nenhuma conclusão, a S, que tinha colocado o Robot sobre a linha quando tinham estado a experimentar a programação, lembrou-se de que tinha posicionado o Robot no lado esquerdo da linha preta quando o estavam a experimentar.

S: Será que isso faz diferença?

Testaram novamente o Robot e para surpresa dos alunos: “Sim, faz diferença”. O Robot concluiu com perfeição o percurso. Repetiram os testes e confirmaram que, dependendo de onde o Robot era posicionado (à esquerda, à direita ou no centro da linha preta) a mesma programação produzia resultados diferentes.

Entretanto, o grupo que tinha o Robot denominado de *DNR* também já tinha conseguido programá-lo para seguir a linha.

O M foi observar o desempenho do Robot e verificou que o DRN tinha sido colocado no lado direito da linha e que estava a correr bem, isto é, não se desviava no percurso.

M: Mas afinal, porque é que o nosso segue a linha corretamente se for colocado à esquerda da linha e o delas à direita da linha?

Aqui gerou-se um diálogo entre os alunos dos dois grupos. Fizeram testes com os Robots, compararam o desempenho dos Robots e as programações efetuadas pelos grupos e chegaram à conclusão de que tinham criado programas diferentes para o Robot seguir a linha. E deste modo, concluíram que, dependendo da programação efetuada, tinham que ter o cuidado de colocar o Robot no ‘lado certo da linha’ para ter o melhor desempenho. Estas conclusões foram importantes e cruciais para o desempenho dos Robots durante as corridas.

A programação e experimentação foi um processo dinâmico que esteve presente na forma de atuação dos alunos. Ao experimentarem a programação abria-se espaço para refletirem sobre a mesma. Ao alterarem a programação, desenvolveram o diálogo e a capacidade de criação de estratégias, uma vez que tinham que justificar e acordar, com os colegas de grupo, a programação que estavam a fazer. Ao criar estratégias, ao apresentar e ao justificar as suas perspetivas e procedimentos, desenvolveram a capacidade de argumentar e de raciocinar.

Ao programarem, ao explicarem e ao tentarem compreender a programação, os alunos construíram perspetivas partilhadas, estabeleceram e justificaram conexões lógicas entre a programação que fizeram e o desempenho do *seu* Robot. Este processo foi importante e fundamental para o desenvolvimento de uma programação cada vez mais eficiente e eficaz bem como para o desenvolvimento da criatividade e da criticidade, capacidades importantes para o quotidiano dos alunos.

Na dinâmica de trabalho estabelecida, entre nós e os alunos, errar mostrou-se uma experiência indissociável do processo de aprendizagem. Ao analisarem os erros cometidos, os alunos conseguiram descobrir e evidenciar conhecimentos e relações que não se manifestariam se esperássemos e desejássemos apenas os momentos em que resolveram com sucesso os desafios. Ao errar e tentar compreender o porquê desses erros os alunos foram capazes de estabelecer conexões lógicas indispensáveis à construção do seu conhecimento (Fernandes, 2013a; Lopes, 2013a; Martins, 2013). E, mais uma vez, alteraram o que consideravam sobre a aprendizagem da Matemática. Reconheceram que o erro pode ser algo importante para a aprendizagem.

6.2.3. A Construção do Protótipo do Troço de Corrida

Os alunos foram convidados a construir os protótipos do troço para a realização das corridas. Para tal, distribuímos 12 peças curvas e 12 peças retas a cada grupo de alunos que eram 15 vezes mais pequenas que as peças em tamanho real e pedimos que cada grupo construísse um troço de corrida que fosse justo para dois carros correrem ao mesmo tempo e que, em tamanho real, coubesse na sala de aula. Explicámos-lhes também que não era necessário utilizarem todas as peças distribuídas na construção do troço de corrida.

A cooperação entre os alunos foi visível tanto nos momentos de programação como na construção dos protótipos de troços de corrida. Durante todo esse processo, os alunos agiram e refletiram sobre o que estavam a fazer e tentaram entender-se nesse processo.

O convite para construir o protótipo do troço de corrida foi aceite pelos alunos e despertou-lhes intenção de perceber o que era necessário para construir um troço de corrida nas condições estabelecidas. Essa intenção gerou ação e os alunos cooperativamente construíram uma perspetiva partilhada do que era um troço de corrida justo para dois Robots correrem ao mesmo tempo.

A tendência inicial dos alunos foi colocar peças curvas e peças retas de forma a construir circuitos fechados (círculos, elipses ou outros circuitos fechados) mas, rapidamente, começaram a emergir expressões do género:

M: Assim não é justo, o que vai por dentro ganha sempre.

H: Não consigo fechar a pista mantendo-a justa, o que vai por dentro tem curvas mais pequenas, por isso ganha.

D: A pista não fecha, não tenho peças suficientes para manter o troço justo e fechar.

T: Para ser justo as duas faixas têm que ter o mesmo tamanho, mas está difícil. Uma é sempre mais comprida.

Frases como as anteriores ocorreram nos vários grupos de trabalho, por isso, considerámos que, para facilitar o trabalho dos alunos, seria importante criar uma vista privilegiada acerca do que é um troço de corrida. Assim, perguntámos: “Sabem porque é que vos foi sugerido construir um troço de corrida e não uma pista de corrida? [...] Sabem qual é a diferença entre um troço e uma pista de corrida?”

Ocorreram várias sugestões dos alunos mas foi a do H que permitiu construir uma perspetiva partilhada acerca do que é um troço de corrida.

H: O troço de corrida deve ser como no rally. Começam num lugar e acabam noutro. A pista deve ser como na fórmula 1, começa a corrida e acaba no mesmo lugar.

É evidente, pelas frases anteriormente referidas, que era uma perspetiva partilhada pela turma que “para o troço ser justo o comprimento das duas faixas de rodagem tinha que ser igual” (N), mas nem todos sabiam as condições necessárias para que isso acontecesse. Neste

processo, os alunos recorreram, como noutras situações, a exemplos trazidos de práticas não escolares e foi através do esclarecimento pontual, do H, que os alunos conseguiram construir uma perspetiva partilhada sobre o assunto e trabalhar no sentido de criar os respetivos troços de corrida.

No caso da transcrição seguinte, o aluno C apresenta a sua perspetiva, aos outros colegas do seu grupo, acerca de como construir um troço de corrida nas condições estabelecidas.

C: Ao cortar uma curva por dentro, ganha-se tempo, e ao cortar por fora, perdemos tempo, por isso, para o troço ser justo tem de ter tantas curvas, e do mesmo tamanho, para dentro como para fora, porque na curva que eu estou a dar por dentro ganho, e depois tu tens de ter uma curva por dentro, do mesmo tamanho da minha, para me ganhares.

O facto de o aluno C ter partilhado a sua perspetiva com os seus colegas de grupo, acerca do que torna justo um troço de corrida, contribuiu para o conhecimento de todos sobre o que é um ‘troço justo’ e, deste modo, este aspeto passou a fazer parte da plataforma de conhecimento partilhado destes alunos.

Os colegas de grupo do C reconheceram a sua perspetiva e reformularam-na, na tentativa de confirmar que tinham encontrado uma perspetiva partilhada sobre como construir um troço de corrida nas condições estabelecidas.

A: Então, para ser justo temos que utilizar o mesmo número de curvas para a esquerda e curvas para a direita.

G: O segredo está nas curvas a utilizar. Sempre que colocarmos uma curva à esquerda, depois temos que compensar com uma curva à direita, não é?

C: Sim, temos de contar as curvas e utilizar o mesmo número à esquerda e à direita, não interessa onde.

A: As retas não dificultam, só servem para ganhar velocidade. Utilizá-las não faz com que deixe de ser justo.

C: Mas também as temos de utilizar para o Robot ganhar velocidade.

Estes alunos chegaram ao consenso de que para o troço ser justo é necessário utilizar, na sua construção, o mesmo número de peças curvas à esquerda e curvas à direita e que o número de peças retas a utilizar não influenciava. Ao estabelecerem esta perspetiva partilhada, através do diálogo estabelecido, conseguiram produzir significado acerca do que é um troço de corrida justo para dois Robots correrem em simultâneo e, assim, conseguiram construir os troços de corrida nas condições estabelecidas.

Os vários grupos de trabalho foram capazes de explicar porque é que o seu protótipo era justo, mas nenhum teve inicialmente em atenção se o seu troço de corrida cabia na sala.



Figura 6.2: Os troços de corrida construídos pelos três grupos de trabalho.

Com intuito de preparar o terreno para criar uma vista privilegiada acerca deste assunto questionámos se o troço de corrida, em tamanho real, cabia na sala. Esta questão surtiu o efeito esperado e os alunos encontraram a direção para o seu processo de aprendizagem, uma vez que perceberam a questão e começaram a realizar medições a fim de descobrir as dimensões do troço de corrida em tamanho real e as dimensões da sala.

Todos os grupos de trabalho quiseram medir o comprimento, a largura e a diagonal da sala de aula. Não quiseram perguntar nem partilhar as dimensões da sala com os outros grupos. Após obterem as medidas da sala (6,97 m x 6,91 m), mediram o comprimento e a largura das peças curvas e retas dos protótipos e começaram a fazer cálculos. Nesse momento, aproximámo-nos de um dos grupos e questionámos:

Inv: O que estão a fazer?

M: Estamos a medir as peças.

P.M: As retas têm 4,2cm de comprimento e 4cm de largura.

C: As curvas têm 6,7cm de comprimento e 4cm de largura.

M: A largura de ambas é igual para elas se encaixarem.

P.M: Agora temos de multiplicar por 15, pois as peças em tamanho real são 15 vezes maiores, e assim descobrimos o ‘tamanho’ da peça real.

C: Faz a conta, 15 vezes 6,7, para descobrimos o comprimento de uma curva no tamanho real.

P.M: 105,5. [O P.M fez os cálculos na calculadora.]

C: Credo! Mais de um metro.

P.M: E temos 12 curvas, que dá [faz a conta $12 \times 105,5$ na calculadora] 1266. 1266cm.

M: Só as curvas dá 12 metros e 6cm. Não vai caber na sala.

....

Estes alunos calcularam as dimensões reais de cada uma das peças, curvas e retas, contaram quantas peças curvas e retas tinham no seu protótipo do troço de corrida, depois multiplicaram o número de peças de cada tipo pelo comprimento da peça e, assim, consideraram que obtinham o comprimento da pista em tamanho real. Pelos cálculos que estavam a efetuar, consideraram que o seu troço de corrida não cabia na sala de aula. Todos os



Figura 6.3: O troço de corrida construído pelos alunos M, P.M e C.

outros grupos, pelo que nos apercebemos, através dos diálogos que estavam a estabelecer, utilizaram um raciocínio semelhante para o cálculo das dimensões do seu troço de corrida em tamanho real.

Na tentativa de fazer com que os alunos verificassem que o raciocínio que estavam a utilizar não era o mais adequado questionámos:

Inv: Mas vocês já analisaram bem a posição das vossas peças? Estão todas em linha e no mesmo sentido?

P.M: Não, umas vão para a esquerda e outras para a direita.

Inv: É melhor analisarem bem esses cálculos e pensar se eles estão ou não relacionados com a forma como o vosso troço de corrida está construído.

Demos esta sugestão e afastámo-nos do grupo. Quando voltámos apercebemo-nos que a nossa sugestão tinha sido bem aceite pelos alunos e permitiu-lhes reconhecer que os cálculos que estavam a fazer não eram adequados, uma vez que as peças não estavam dispostas em linha reta e o ‘espaço’ ocupado pelas peças não poderia ser calculado dessa forma. Nesse momento, os alunos já tinham alterado o troço de corridas e tinham acabado de inscrever o seu novo troço de corrida num retângulo e calculado as suas dimensões. O P.M explicou:

P.M: Agora já temos as dimensões do retângulo onde cabe o nosso troço. Só temos que ampliá-lo 15 vezes e verificar se o retângulo cabe na nossa sala.

C: Se o retângulo couber então o nosso troço também cabe.

M: Se as dimensões do nosso retângulo em tamanho real forem inferiores às dimensões da sala de aula então o nosso troço de corridas cabe na sala.

Os alunos fizeram os cálculos e verificaram que efetivamente o troço de corridas cabia na sala de aula. As dimensões do protótipo do troço de corrida foram calculadas, pelos alunos, em centímetros e as dimensões da sala em metros, por isso, durante os cálculos, os alunos sentiram necessidade de fazer referências. Alguns alunos sentiram mais facilidade nesses cálculos do que outros mas todos os grupos conseguiram criar um troço de corrida justo e que coubesse na sala de aula.

Durante a alteração do troço de corrida de forma a estes caberem na sala, retiraram peças retas e não peças curvas. Quando questionados sobre o procedimento adotado apresentaram-nos as seguintes justificativas:

R: Retirando retas o troço mantém-se justo, e queremos que o troço se mantenha justo, por isso só tiramos retas, deixámos todas as curvas iniciais.

G: Não podemos retirar uma curva e o troço manter-se justo, temos que retirar sempre, pelo menos, duas curvas, uma à esquerda e uma à direita para que o nosso troço se mantenha justo.

Durante o processo de construção do troço de corrida, os alunos registaram nos seus cadernos, as dimensões do retângulo mínimo necessário para inscrever o protótipo do troço de corrida construído, as dimensões do retângulo mínimo necessário para inscrever o troço de

corrida, em tamanho real, e as dimensões da sala de aula. Definiram também qual era o local da partida e a meta no seu troço de corrida.

Depois dos avanços e recuos evidenciados nas descrições anteriores, todos os grupos criaram protótipos de troços de corrida justos e possíveis de serem montados na sala de aula. Nesse processo os alunos revelaram-se capazes de olhar para os seus objetos (protótipo e sala de aula) criticamente e interpretá-los de modo apropriado. Calcularam distâncias reais a partir de uma representação, recorreram à noção de ampliação para calcular as dimensões dos protótipos e das peças em tamanho real e utilizaram diferentes unidades de medida

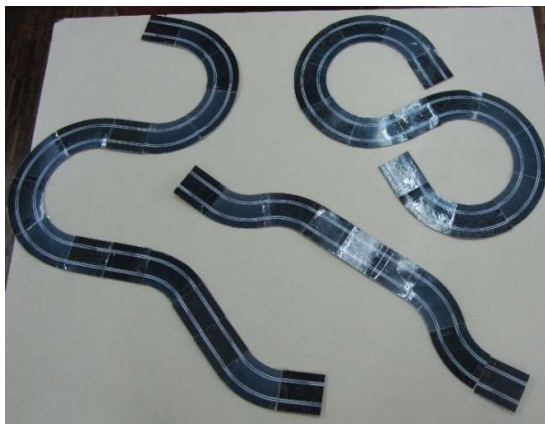


Figura 6.4: Os troços de corrida construídos, tendo em conta as dimensões da sala.

(centímetros e metros). Durante o processo, os conceitos matemáticos emergiram de modo a permitir solucionar o problema.

6.2.4. A Escolha do Troço para Realizar as Corridas

Após os alunos construírem e apresentarem à turma os seus protótipos de troço de corrida, houve um momento de discussão no grande grupo. Os alunos apresentaram estratégias para escolher o troço para a realização das corridas e decidiram pela votação. E, assim, emergiu a oportunidade para os alunos realizarem o seu primeiro estudo estatístico e explorarem alguns conceitos estatísticos.

Quando acabou a contagem de votos (5 para o troço de corrida 1, 8 para o troço de corrida 2 e 1 para o troço de corrida 3), com intenção de fazer emergir discussão no grande grupo e reflexão sobre o caminho a seguir, questionámos:

Inv: E agora, como fazemos?

O M, que tinha feito o levantamento dos votos, prontamente respondeu:

M: Já temos a pista¹¹ escolhida, foi a pista 2 que ganhou com 8 votos.

Embora tenhamos percebido a perspectiva do aluno, demonstrámos curiosidade e questionámos novamente, com a intenção de que o aluno tornasse pública a sua perspectiva e,

¹¹ Embora tenha sido discutido durante as aulas a diferença entre *troço de corrida* e *pista de corrida* e os alunos demonstrarem saber a diferença entre eles, continuavam muitas vezes a utilizar a palavra *pista* para se referir ao *troço de corrida*, talvez por ser uma palavra mais pequena.

assim, com a continuação do diálogo, fazemos emergir os conceitos matemáticos que estavam subjacentes à estratégia utilizada.

Inv: Como assim?

P.T: A moda é a pista 2, por isso essa ganhou.

Inv: Moda?

P.T: Sim, a 2 é a que tem mais votos, diz-se moda. Não houve empates. Tem moda, é a pista 2.

Continuámos a desafiar os alunos, questionando:

Inv: Mas essa escolha assim é justa?

Outro aluno, o A, posiciona-se em defesa da sugestão apresentada pelo P, apresentando também o seu ponto de vista sobre a situação e mostrando evidência que estava a perceber a perspectiva do P.T.

A: Sim, perguntámos a todos e todos votaram, por isso é justo. Não perguntámos só a alguns.

Na tentativa de criarmos vistas privilegiadas sobre o assunto em análise, continuámos a questionar os alunos e, assim, a fomentar a discussão sobre os significados matemáticos das estatísticas utilizadas.

Inv: Conseguem explicar qual é a variável em estudo?

P.M: Sim, são as pistas.

Inv: Como assim?

A: Temos três pistas, a pista 1, a pista 2 e a pista 3.

M: Estamos a escolher a pista preferida, acho que se diz que é uma variável qualitativa, não são números, ..., é a pista que preferimos.

Mantivemos o contacto, parafraseando o aluno, tendo em atenção de focar e melhorar os termos e as ideias-chave.

Inv: Sim, a variável em estudo diz-se qualitativa, pois não possui valores quantitativos, ela é definida por três categorias: pista 1, pista 2 e pista 3.

Este diálogo evidencia que os alunos A, M, P.T e P.M possuem alguma literacia estatística, uma vez que foram capazes de interpretar, avaliar criticamente e tomar uma decisão acerca das informações recolhidas no processo de votação. Além disso, foram capazes de raciocinar sobre os dados (Garfield & Gal, 1999), pois reconheceram e categorizaram os dados qualitativos, que estavam em análise, e conseguiram utilizar uma medida adequada para a variável em estudo, neste caso, a moda. Também foram capazes de classificar a variável como sendo uma variável qualitativa, embora não tenham conseguido explicar de uma forma rigorosa porque é que o era, revelando assim um raciocínio idiossincrático (Garfield, 2002).

O diálogo continuou no grande grupo, connosco a questionar com a intenção de que as perspectivas ficassem fundamentadas e as ideias gerais esclarecidas.

Prof: Porque é que dizem que “perguntámos a todos e todos votaram, por isso é justo”?

S: Não perguntámos só aos nossos amigos, perguntámos a todos. Não foi só o nosso grupo que escolheu a nossa pista. Alguns que não são do nosso grupo votaram na nossa pista. Por isso é justo. Eles também escolheram.

H: Todos responderam, deram a sua opinião. É justo.

Prof: Se tivéssemos pedido só a um grupo para escolher, não era justo?

D: Não, eles iam escolher a deles, e não era justo, os outros não davam a sua opinião, assim todos deram.

Inv: Então, podemos dizer que utilizámos a população e não uma amostra?

M: População, como assim?

S: Sim. Perguntámos a todos os alunos da nossa turma, nós somos a população que votou.

Fizemos um elogio ao comentário da S e complementámos o seu raciocínio com a clara intenção de distinguir o conceito de população de amostra.

Inv: Muito bem. Os alunos da turma ... do 8.º ano da Escola ... são a população que participou neste estudo: Escolha do troço para a realização das corridas. Todos os alunos da turma votaram, por isso dizemos que a escolha do troço foi feita através de votação. De uma votação em que participaram todos os elementos da população, isto é, os 14 alunos da turma.

Mais alguns alunos apresentaram a sua perspectiva acerca do que estava a ser discutido, criando-se perspectivas partilhadas sobre o assunto.

Este momento foi aproveitado por nós para introduzirmos e diferenciarmos os conceitos de população e amostra e censo e sondagem e explicitarmos que, naquele estudo, a recolha dos dados tinha sido feita por votação.

Uma vez que era nossa intenção abordar estes conceitos e, assim, ampliar a literacia estatística e aperfeiçoar o raciocínio estatístico dos alunos, desafiámos os alunos a indicarem situações quotidianas em que se utiliza a população e outras em que se utilizam amostras.

Os G referiu que utilizamos a população quando escolhemos o presidente da república e o governo. O P acrescentou que, nesses casos, a população são todos os cidadãos portugueses com mais de 18 anos de idade. A S referiu que quando se fala em médias dos exames nacionais de uma determinada disciplina é utilizada como população todos os alunos que acabaram, com sucesso, esse ano letivo e realizaram esse exame.

Para diferenciar as situações em que se utilizam censos ou se fazem sondagens o A referiu os censos que se realizaram em 2011 no qual foi questionada toda a população portuguesa e as sondagens que costumam ser realizadas antes das eleições. A D acrescentou, “nas sondagens apenas ligam para alguns indivíduos para indicarem a sua intenção de voto. Não ligam para toda população com direito a voto.”

A N também referiu que utilizamos uma amostra quando queremos testar a qualidade de um produto. Nesses casos não testamos o produto todo, mas sim uma parte dele. O C acrescentou, “se uma empresa quer testar a qualidade dos fósforos, não vai experimentar todos os fósforos, senão eliminava a população, testa alguns e depois generaliza os resultados”. O

P.M referiu, ainda, que “nos estudos que aparecem em panfletos ou revistas nos quais são apresentadas percentagens de sucesso de um determinado produto, os testes são realizados a um número restrito de pessoas”. O C acrescentou, “nesses casos são utilizadas amostras da população e, perante os resultados da amostra estudada, tiram-se as conclusões.”

O diálogo seguiu no sentido de discutir a importância da escolha de uma amostra representativa da população e dos cuidados que são necessários ter no momento da sua escolha. Em conjunto, através das sugestões que foram sendo apresentadas pelos alunos fizemos uma síntese dos aspetos a considerar aquando da escolha de uma amostra. Estes conceitos estatísticos emergiram porque os alunos ao escolherem o troço de corrida, apresentaram as suas perspetivas, ouviram atentamente os outros, levantaram questões para esclarecer as suas dúvidas e utilizaram exemplos do quotidiano para consolidar as suas ideias. A aprendizagem destes conceitos e a consolidação dos mesmos ocorreu pois os alunos tiveram a possibilidade de reconhecer os objetivos da atividade e se identificar com eles, tornando-se condutores do seu próprio processo de aprendizagem.

6.3. A Realização das Corridas com Robots

A realização das Corridas com os Robots possibilitou aos alunos a oportunidade de produzir os seus próprios dados estatísticos e de encontrar os resultados desejados. Ajudou-os a contactar com o trabalho estatístico.

Nesta segunda etapa da investigação estatística – *Recolha dos Dados* – os alunos tiveram que planear como realizar as corridas e recolher dados que fossem relevantes para responder às questões anteriormente formuladas: *Qual é o Robot vencedor das corridas?*; *Qual a classificação de cada Robot?*

Um dos nossos objetivos com a implementação do CA era educar para uma Cidadania ativa e crítica, exercendo uma verdadeira democracia na sala de aula e abrindo espaço para a criatividade, a reflexão, a criticidade e a responsabilidade dos alunos pelas suas tomadas de decisão. Assim, uma vez mais, o plano foi estabelecido no grande grupo, com os alunos, ouvindo e discutindo as várias opiniões, de modo a se estabelecerem perspetivas partilhadas sobre o assunto, com base nas diferentes perspetivas apresentadas, e permitir que todos atuassem de forma a atingir os objetivos estabelecidos.

Os alunos colaram no quadro o troço de corrida escolhido pela turma e à medida que foram acabando de ultimar a programação dos Robots para as corridas começaram a montar o troço de corrida na sala de aula. No momento da montagem do troço de corrida, existiu cooperação entre os alunos, mesmo entre alunos dos vários grupos. Uns foram colocando as

peças na posição correta, outros foram dando indicação sobre a posição em que estas deveriam ser colocadas – se a curva era à esquerda ou à direita, quantas curvas, quantas retas, ... – e outros foram passando fita-cola para unir as várias peças. Existiu um trabalho conjunto de toda a turma e partilha de tarefas.

Um grupo de trabalho, S, M, P.M e P.B, decidiu que seriam apenas necessárias seis corridas para chegar à conclusão de qual seria a classificação de cada Robot. Para esta decisão recorreram à plataforma de conhecimento acumulado em vivências e experiências de outras práticas, nomeadamente, ao que conheciam acerca das eliminatórias na Taça de Portugal de Futebol. Este processo social, utilizado neste momento específico em que lhes foi conferido o domínio de decisão, moldou a ação dos alunos e a forma como as decisões foram tomadas.

Após dialogarem no pequeno grupo, os alunos, S, M, P.M e P.B, solicitaram-nos autorização para ir ao quadro e explicar a estratégia criada para realizar as corridas, uma vez que nem todos os alunos estavam a perceber como realizar as eliminatórias, tal como é feito nas eliminatórias da Taça de Portugal. Assim, o M foi ao quadro e construiu, com a ajuda dos colegas do seu grupo, uma tabela como a do lado. E, em conjunto, os alunos explicaram, à turma:

Esquerda	Direita	Vencedor
1.ª Volta		
<i>X-5</i>	<i>Jagunço</i>	
<i>DNR</i>	<i>Vinagre</i>	
2.ª Volta		
<i>Jagunço</i>	<i>X-5</i>	
<i>Vinagre</i>	<i>DNR</i>	
3.ª Volta - Final entre vencedores da 1.ª e 2.ª volta		
4.ª Volta - Final entre perdedores da 1.ª e 2.ª volta		

Tabela 6.1: As corridas a realizar na turma.

M: Fazemos uma primeira volta em que correm os 4 Robots, só que cada Robot corre apenas contra um adversário.

S: Por isso, na 1.ª volta são necessárias apenas duas corridas e correm os quatro Robots.

P.M: Na 2.ª volta correm os mesmos Robots mas em faixas contrárias. O que tinha corrido à esquerda corre à direita e vice-versa.

P.B: A 3.ª volta só correm os vencedores da 1.ª e 2.ª volta, para definir o 1.º e 2.º classificado.

S: Por fim, a 4.ª Volta, será a final entre os perdedores, define-se o 3.º e 4.º classificado.

Esta explicação apresentada pelos alunos revela que eles construíram uma perspetiva partilhada sobre como realizar as corridas e a ideia é partilhada por todos os elementos do grupo, uma vez que conseguem explicá-la de uma forma clara à turma e convencer os colegas a adotá-la. Os colegas aceitaram a ideia apresentada e concordaram que estavam em condições de iniciar as corridas.

Informámos que era importante dividir tarefas, para que tudo resultasse da melhor forma. Assim, o M resolveu que iria registar as corridas no quadro, a S auxiliou-lhe nessa tarefa e fez o registo no computador. O registo feito no computador estava a ser projetado para que toda a turma tivesse acesso ao mesmo e no fim da aula seria enviado por *e-mail* a todos os alunos para

que todos tivessem acesso ao registo dos dados. O P.B e a D cronometraram as corridas de todos os Robots, utilizando os seus telemóveis. O P.B cronometrou os tempos dos Robots que correram na faixa da esquerda e a D cronometrou os tempos dos Robots que correram na faixa da direita. O A dava ‘o assobio de partida’. Um aluno colocava o Robot do seu grupo junto à partida e preparava-o para a prova. O trabalho foi, desta forma, distribuído por grande parte dos alunos da turma, sendo a divisão feita pelos próprios alunos, o que revela que a criatividade, a autonomia e a iniciativa dos alunos estavam a ser desenvolvidas.

No final da aula tinham realizado as corridas e completado a tabela:

<i>Esquerda</i>	<i>Direita</i>	<i>Vencedor</i>
1.^a Volta		
<i>X-5</i> 1.16.79	<i>Jagunço</i> 56.63	<i>Jagunço</i>
<i>DNR</i> 1.22.73	<i>Vinagre</i> 1.18.31	<i>Vinagre</i>
2.^a Volta		
<i>Jagunço</i> 58.74	<i>X-5</i> 1.01.77	<i>Jagunço</i>
<i>Vinagre</i> 1.09.45	<i>DNR</i> 1.13.81	<i>Vinagre</i>
3.^a Volta - Final entre vencedores da 1.^a e 2.^a volta		
<i>Vinagre</i> 1.09.95	<i>Jagunço</i> 56.83	<i>Jagunço</i>
4.^a Volta - Final entre perdedores da 1.^a e 2.^a volta		
<i>X-5</i> 1.01.05	<i>DNR</i> 1.10.71	<i>X-5</i>

Tabela 6.2: Os tempos das corridas realizadas na turma.

Chegaram à conclusão que o vencedor era o *Jagunço*, que o 2.^o Lugar era do *Vinagre*, que o 3.^o pertencia ao *X-5* e o 4.^o ao *DNR*. Contudo, para esta decisão apenas recorreram a conhecimentos do quotidiano e não recorreram a conceitos estatísticos.

Para os alunos não existiu necessidade de realizar mais corridas, nem utilizar outros argumentos para definir o vencedor, pois como a R explicou, “está definido o vencedor e a classificação dos Robot, não é necessário mais corridas pois, por exemplo, o *DNR* perdeu contra o *Vinagre* e o *Vinagre* perdeu contra o *Jagunço* então o *DNR* certamente também iria perder contra o *Jagunço*, logo não precisa correr contra ele. Já sabemos qual é o resultado”. Esta explicação apresentada pela aluna, e aceite pelos restantes alunos, tem subjacente a noção de transitividade. Os alunos utilizaram raciocínio matemático para apresentarem esta perspetiva, contudo, não apresentaram argumentos estatísticos para a escolha do vencedor nem para a classificação dos vários Robots nas corridas.

A montagem do troço de corrida bem como a realização das corridas são exemplos de momentos em que é visível a cooperação entre os alunos dos vários grupos, o que propiciou a união do grupo turma. Nestes momentos, os alunos partilharam as responsabilidades e dividiram as tarefas a realizar. O trabalho foi distribuído pelos alunos de uma forma muito natural, ordeira e eficaz, sem a nossa intervenção.

Com a implementação do CA, os alunos, gradualmente, tornaram-se mais autónomos e responsáveis pelas suas ações. Passou a existir uma melhor gestão das tarefas por parte dos alunos e eles passaram, de uma forma natural e progressiva, a tomar decisões sem antes nos questionar.

Durante as corridas existiram Robots que se desviaram do percurso e que foram naturalmente colocados sobre a linha preta para continuar a prova, sem existir discussão sobre este aspeto. O facto de o Robot ter ‘necessitado de ajuste’ para continuar a prova não foi tida em consideração para a contabilização dos tempos, no registo dos dados, pelos vários grupos e, também, não foi tida em consideração para a definição do vencedor. Mas, na aula seguinte, vários alunos referiram que não era justo terem existido Robots que tinham saído da linha sem sofrer penalização, acabando por ter melhor classificação que outros que, embora mais lentos, não saíram da linha. Este sentimento de injustiça foi manifestado pelos alunos, principalmente por aqueles que tinham conseguido que o *seu* Robot fizesse o percurso sem se desviar da linha. Este momento foi por nós aproveitado para discutir o conceito de justiça e negociar, novamente, o que deveríamos ter em conta durante as corridas. Da discussão, emergiram como relevantes, para a definição do Robot vencedor e para a criação dos critérios de classificação dos Robots, os seguintes aspetos:

- Quem é que está a correr. (Note-se que as corridas eram feitas sempre entre dois Robots.)
- Se o Robot venceu, perdeu ou empatou a corrida.
- Se o Robot correu na faixa da esquerda ou da direita. (Note-se que o troço de corrida era composto por duas faixas de rodagem.)
- Cronometrar o tempo de cada Robot na corrida.
- Se o Robot, durante a corrida, saiu da linha preta. E em caso afirmativo, quantas vezes.

Estes aspetos apresentados e aceites pela turma evidenciam que os alunos avaliaram as corridas realizadas, de forma a construir novas perspetivas acerca do que acontece durante as corridas, e refletiram sobre os aspetos que deveriam ser tidos em conta, no momento da recolha de dados, aquando das corridas.

Embora os alunos tivessem construído um troço de corrida que, teoricamente, sabiam ser justo (criaram-no de modo a que a probabilidade de vencer correndo à esquerda ou correndo à direita fosse a mesma) tiveram necessidade de confirmar os dados empiricamente durante as corridas – acordando que era necessário, cada Robot, realizar uma corrida na faixa da direita e outra na faixa da esquerda, contra um mesmo adversário.

Após construírem uma perspetiva partilhada acerca dos aspetos que seriam importantes ter em atenção registar, durante as corridas, demos oportunidade aos alunos para realizarem novas corridas. Após a realização de 12 corridas, a fase de recolha de dados, referente às corridas dos Robots, foi dada por terminada. A partir desse momento, com o intuito que os alunos desenvolvessem a Competência Estatística e, também, Competência Crítica, demos-lhes espaço para interpretar, discutirem e criticarem os dados recolhidos durante as corridas de modo a definirem o Robot vencedor das mesmas. Desta forma, os alunos tiveram que analisar os dados e convertê-los em informação relevante de forma a responder às questões formuladas, utilizando argumentos estatísticos.

6.4. A Definição do Robot Vencedor

Nesta etapa – *Representação e Análise dos Dados* – os alunos tiveram que analisar os dados recolhidos durante as corridas e tentar convertê-los em informação relevante para responder às questões formuladas, isto é, tiveram que estabelecer critérios para um Robot ser o vencedor.

Cada grupo começou por escolher uma representação ou uma medida estatística que fosse adequada e facilitasse a análise dos dados, tendo em conta a sua natureza e os objetivos anteriormente enunciados.

Para alguns alunos, a sua forma de atuar alterou-se pois as suas disposições também se alteraram. Até este momento, era visível para os alunos o produto do que estavam a fazer durante as aulas, eram para eles visíveis os motivos para se envolverem. Construíram um Robot com peças LEGO e obtiveram o seu carro de corridas. Construíram um troço de corrida e escolheram o que mais gostavam. Realizaram corridas e definiram em cada momento quem era o Robot vencedor. A intenção, a ação e a reflexão estavam intimamente associadas a estas atividades de cariz mais prático e o produto era um elemento físico (um Robot, uma programação que fazia o esperado, um troço de corrida que cabia na sala de aula, um Robot vencedor de uma determinada corrida).

No momento de encontrar argumentos para um Robot ser o vencedor, o produto já não era algo físico, envolvia criação de estratégias e argumentos para se convencer e convencer aos

outros de que a sua perspetiva era válida. Como muitos destes alunos tinham um *foreground arruinado* em relação à Matemática consideravam que não conseguiam encontrar argumentos (matemáticos) para que o *seu* Robot fosse o vencedor das corridas. Assim, as disposições dos alunos deixaram de estar voltadas para o estabelecimento de critérios para um Robot ser o vencedor das corridas e entraram num processo de *zooming-out*, passando a prevalecer as *underground intentions* como, por exemplo, pintar desenhos e falar das coisas que aconteceram no fim de semana anterior. Estas *underground intentions* eram obviamente intenções dos alunos e, conseqüentemente, fizeram parte dos seus atos, “contudo não são atos de aprendizagem da atividade oficial da sala de aula” (Fernandes, 2008, p. 9).

Atendendo a que, intenção e ação estão intimamente relacionadas, sentimos necessidade de levantar questões, nos pequenos grupos, de forma a fazer emergir novamente *intenções-de-aprendizagem*, tentando levá-los à construção de mais alguns significados de conteúdos estatísticos através do estabelecimento de relações entre o que aconteceu nas corridas, os tempos dos Robots durante as mesmas e as medidas de tendência central.

6.4.1. Os Critérios Estabelecidos pelo Grupo do *Vinagre*¹²

No grupo que tinha o Robot denominado por *Vinagre*, após a realização das corridas emergiu o seguinte diálogo:

M: E agora, como fazemos? Temos tanta informação!

Os alunos tinham os dados organizados numa tabela como se mostra baixo.

DIREITA		ESQUERDA		VENCEDOR
ROBOT	TEMPO (<i>segundos</i>)	ROBOT	TEMPO (<i>segundos</i>)	
<i>X-5</i>	33.52	<i>Jagunço</i>	27.39	<i>Jagunço</i>
<i>DNR</i>	27.14	<i>Vinagre</i>	27.14	<i>Empate D-V</i>
<i>Jagunço</i>	27.50	<i>X-5</i>	29.59	<i>Jagunço</i>
<i>Vinagre</i>	30.44	<i>DNR</i>	29.75	<i>DNR</i>
<i>X-5</i>	30.43	<i>Vinagre</i>	27.29	<i>Vinagre</i>
<i>DNR</i>	27.66	<i>Jagunço</i>	27.10	<i>Jagunço</i>
<i>Jagunço</i>	27.57	<i>DNR</i>	27.86	<i>Jagunço</i>
<i>Vinagre</i>	27.10	<i>X-5</i>	29.31	<i>Vinagre</i>
<i>X-5</i>	29.39	<i>DNR</i>	27.91	<i>DNR</i>
<i>Jagunço</i>	27.53	<i>Vinagre</i>	27.18	<i>Vinagre</i>
<i>DNR</i>	26.54	<i>X-5</i>	28.32	<i>DNR</i>
<i>Vinagre</i>	27.05	<i>Jagunço</i>	27.05	<i>Empate J-V</i>

Tabela 6.3: Os dados recolhidos durante as corridas.

¹² Durante as aulas, cada grupo de trabalho foi identificado pelo nome que deu ao *seu* Robot. De uma forma espontânea os alunos referiam-se a um grupo de trabalho utilizando o nome do Robot desse grupo, o que ilustra também a personificação (Fernandes, 2013b). A partir deste momento, neste trabalho, vamo-nos referir aos grupos dessa mesma maneira, uma vez que após as corridas eles não sofreram mais alterações.

P.M: Olha, podemos ir pelo mais simples, ver quem venceu mais corridas, contamos as vitórias, e assim já está.

Os colegas de grupo reconheceram a perspetiva apresentada pelo P.M e aceitaram-na, uma vez que começaram a contar o número de vitórias de cada Robot.

M: Bom, o *Jagunço* ganha, ganhou 4 corridas.

P.M: E a seguir ficámos nós, com 3 corridas.

S: Não. O *DNR* também tem 3 vitórias, não pode ser assim.

M: Caramba! Temos um empate. Que chatice. E agora?

S: Mas em último deve ficar o *X-5*, esse nunca ganhou.

M: Pois, mas o que fazer para desempatar?

O grupo ficou um pouco em silêncio, e depois...

M: Já sei! Vamos tentar dar pontos como no futebol.

S: Dar pontos? Como assim?

M: Sim, damos 3 pontos às vitórias e 1 aos empates. Pode ser que resulte.

P.M: Boa ideia, vamos tentar isso.

O P.M reconheceu a perspetiva apresentada pelo M e seguiu-a, ajudando-o a realizar os cálculos necessários para definir a classificação dos vários Robots. A S, não percebeu a perspetiva do colega, talvez por desconhecimento das regras de classificação das equipas no futebol, mas mesmo assim aceitou-a, permitindo-lhes avançar com essa ideia.

S: Não percebo nada, mas se vocês dizem...

Na tentativa de perceber a perspetiva dos colegas, a S ouviu atentamente o diálogo estabelecido e observou o trabalho que estava a ser feito, enquanto os colegas realizavam os cálculos necessários para atribuir a pontuação aos Robots. Finalmente o P.M acrescentou:

P.M: Fixe, resulta! Nós ficamos com 11 pontos e o *DNR* com 10. Assim, somos melhores que o *DNR*, ganhámos ao *DNR*.

S: Acho que percebi. Multiplicaram o número de vitórias por 3 e somaram o número de empates e, assim, atribuíram a pontuação de cada Robot.

M e P.M: Sim, foi isso que fizemos.

P.M: Concordas com a ideia?

S: Sim, concordo. E já percebi. Estava a ver que não percebia nada do que estavam a fazer agora.

A S escuta atentamente o diálogo dos colegas e, quando reconhece os seus raciocínios, entra no diálogo a fim de confirmar se percebeu o trabalho que estavam a realizar. Os colegas confirmam que a colega reconheceu o critério criado.

O grupo mostrou-se satisfeito com a estratégia sugerida pelo M – atribuir a classificação dos Robots por pontuação – e consideraram que assim tinham o problema resolvido.

Após elaborarem os cálculos para os quatro Robots, organizaram as Vitórias, Empates e Derrotas e a pontuação de cada Robot, numa folha de cálculo do Excel, como se mostra na tabela.

	Vitórias	Empates	Derrotas	Pontuação
<i>X-5</i>	0	0	6	0
<i>DNR</i>	3	1	2	10
<i>Jagunço</i>	4	1	1	13
<i>Vinagre</i>	3	2	1	11

Estes alunos, por iniciativa própria, recorreram à folha de cálculo do Excel para realizar o tratamento dos dados das corridas, contudo, solicitaram a nossa autorização para utilizar essa ferramenta antes de iniciarem a sua utilização. Assim, recorreram às ferramentas disponíveis na folha de cálculo e às quatro primeiras colunas da tabela, para construírem um gráfico de barras de modo a apresentarem as vitórias, embates e derrotas de cada Robot nas corridas realizadas. No gráfico colocaram o título e fizeram a legenda de modo a tornar clara a informação.

Posto isto, os alunos deram o trabalho por terminado, fizeram um *zooming-out* da atividade da sala de aula, e começaram a brincar, desenhando caricaturas uns dos outros.

Tabela 6.4: Pontuação atribuída aos Robots, pelo grupo do *Vinagre*.

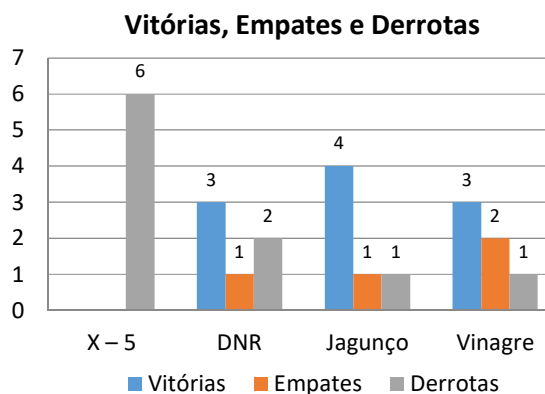


Gráfico 6.1: Gráfico construído pelo grupo do *Vinagre*.

Um pouco mais tarde, ao apercebermo-nos que os alunos já não estavam a trabalhar, aproximámo-nos do grupo e questionámos o que é que estavam a fazer, ao que os alunos responderam: “Já acabámos”.

Na tentativa de trazermos os alunos para a atividade oficial da sala de aula, pedimos que explicassem o critério estabelecido para a classificação dos Robots, alegando que queríamos perceber o critério estabelecido. Os alunos explicaram:

S: Atribuímos pontos como no futebol, 3 às vitórias, 1 aos empates e 0 às derrotas.

A S, embora tenha sido o último elemento a reconhecer, no grupo, a perspetiva utilizada, é a que a explica e torna-a pública, ao explicá-la em voz alta.

O P.M continua a explicação da colega, completando o seu raciocínio.

P.M: O *Jagunço* ganha com 13 pontos.

Após explicarem a classificação dos quatro Robots, por atribuição de pontos, o M continua o diálogo explicando:

M: Eu nas férias fiz um curso de Excel, e sei construir gráficos, por isso, sugeri que construíssemos um gráfico de barras com as vitórias, empates e derrotas de cada Robot para ser mais fácil apresentar a informação.

S: Achámos boa ideia e ele ensinou-nos como construir. Ele explicou e até foi fácil. Ficou bonito o gráfico e é fácil de ver quem tem mais vitórias e quem tem mais derrotas.

Inv: Muito bem. Construíram um gráfico de barras, colocaram o título e fizeram a legenda para qualquer pessoa poder ler a informação. Fizeram um bom trabalho.

Estes alunos explicaram o processo semelhante ao futebol, o gráfico de barras que construíram e apresentaram, ainda, uma outra estratégia:

M: Também fizemos de outra maneira, somámos todos os tempos das corridas de cada Robot, mas a classificação não se alterou.

Os alunos mostraram os dados organizados como se mostra na tabela abaixo.

Para que os alunos fundamentassem o critério estabelecido e refletissem sobre o mesmo de modo a verificarem a utilidade da média para explicar e fundamentar o critério utilizado, questionámos:

Inv: O que significam esses valores?

M: É o tempo que cada Robot gastou nas corridas.

Na tentativa de criar uma vista

	<i>X-5</i>	<i>DNR</i>	<i>Jagunço</i>	<i>Vinagre</i>
<i>Soma dos tempos em segundos</i>	180,56	166,86	164,14	166,2
<i>Classificação</i>	4.º	3.º	1.º	2.º

Tabela 6.5: Soma dos tempos das corridas e classificação atribuída.

privilegiada sobre a pertinência de utilizar a média nesta situação, lançámos uma nova questão.

Inv: Se quisessem fazer publicidade dos Robots, acham que esses números... seriam sugestivos?

P.M: Poderíamos dividir os valores por 6. Cada Robot fez 6 corridas.

Inv: O que significa...?

Questionámos novamente para que os alunos justifiquem o procedimento sugerido – *dividir por 6*.

M: Fazemos a média.

Inv: E o que significa a média?

P.M: Espere. Deixe ver. Por exemplo, todas as corridas juntas do *Jagunço* é 164,14 segundos e depois dividimos por 6 e dá [fazem o cálculo com a calculadora] aproximadamente 27 segundos.

Inv: Mas o que é que esse valor representa?

M: O resultado é esse, essa é a média. É como fazemos nos testes. Somámos todos e dividimos pelo número de testes. E esse é o resultado final.

Os outros elementos do grupo também tentaram apresentar uma explicação do que representa a média mas um deles confundiu a média com a moda e os outros apenas responderam explicando o procedimento de cálculo da média e não o seu significado. Tentámos fazer emergir e clarificar essa noção e a sua utilidade em termos estatísticos, explicando que “a média ser 27 segundos significa que, se em todas as corridas o *Jagunço*

tivesse gasto o mesmo tempo, esse seria aproximadamente 27 segundos”. Neste caso específico, o conceito de média surgiu por nossa intencionalidade mas, também, porque os alunos estavam envolvidos em ações que para si eram significativas.

Os alunos calcularam a média para os restantes Robots e utilizaram um argumento semelhante para descrever a média do tempo das corridas de cada um dos outros Robots.

Após este diálogo acerca do significado da média no conjunto de dados em análise, os alunos alteraram a tabela e utilizaram a média em vez da soma dos tempos, para definir a classificação de cada Robot.

Estes alunos, nesta fase, demonstraram possuir raciocínio sobre os dados e raciocínio sobre a representação dos dados (Garfield & Gal, 1999) pois foram capazes de reconhecer os dados recolhidos durante as corridas, categorizá-los e utilizar uma tabela e um gráfico apropriado para representá-los. No primeiro caso, consideraram como dados para definição do Robot vencedor as Vitórias, Empates e Derrotas. Quando lhes questionámos, classificaram a variável em estudo como qualitativa. Estes alunos revelaram-se capazes de, através da folha de cálculo do Excel, apresentar a informação numa tabela e num gráfico de barras adequado à situação.

No segundo caso, também utilizaram uma tabela como forma de apresentar a informação, e quando por nós questionados, consideraram a variável – *tempo de cada corrida* – como quantitativa contínua. Neste caso, utilizaram a média como medida representativa dos dados.

6.4.2. Os Critérios Estabelecidos pelo Grupo do DNR

O grupo de trabalho do DNR era composto por três raparigas, pouco assíduas, pouco participativas e todas elas com nível 2 a Matemática, no 1.º e no 2.º período. Ao verificarmos que as alunas estavam num processo de *zooming-out*, discutindo a cor do verniz das suas unhas, aproximámo-nos do grupo e questionámos.

Inv: Então, o que estão a fazer?

R: Nada. Já acabámos. Já descobrimos o vencedor.

N: É o *Jagunço*.

Inv: E como é que fizeram para descobrir?

D: Calculámos a média.

Inv: Como assim?

Ao levantar estas questões, demonstrámos curiosidade pelo trabalho das alunas, ao mesmo tempo que, tentámos perceber o trabalho por elas realizado e fazer-lhes explicar a sua perspetiva para que, dessa forma, entrassem num processo de *zooming-in*.

R: Calculámos a média do tempo das corridas de cada Robot e atribuímos a classificação dos Robots.

O contacto estabeleceu-se entre nós e as alunas. Elas complementam o raciocínio umas das outras, de modo a tornar pública a perspetiva do grupo e explicá-la a nós.

D: O que tem melhor média fica em primeiro lugar, a segunda melhor média em segundo lugar e por aí adiante.

N: Nós ficámos em 3.º lugar.

Embora tenhamos percebido a perspetiva das alunas, não queríamos que estas dessem por terminado o seu trabalho, por isso, levantámos uma nova questão, para que se criassem outras vistas privilegiadas sobre o assunto.

Inv: Conseguem arranjar uma estratégia em que sejam vocês as vencedoras?

D e R: Não vale a pena professora. Não ganhámos.

Nesta altura as alunas não tinham a noção de que consoante os critérios estabelecidos, diferentes Robots poderiam ser vencedores. “De acordo com a sua visão da matemática, quando se encontra a solução de um problema, este está resolvido. E de acordo com esta conceção, o problema já estava resolvido. O *Jagunço* era o vencedor” (Fernandes et al., 2016, p. 18).

Ao tentarmos atuar como facilitadoras levantámos várias questões, sempre com uma postura investigativa. Na forma como formulámos as três primeiras questões, atuámos como elemento externo ao grupo, atribuindo a responsabilidade do trabalho às alunas. Neste processo questionámos sobre os procedimentos que as alunas adotaram para definir a classificação dos Robots e tentámos reconhecer a perspetiva do grupo. Além disso, quando questionámos sobre as suas ideias e sobre os procedimentos matemáticos que utilizaram fizemos com que elas refletissem acerca do seu trabalho, reconhecessem a ideia Matemática que utilizaram no mesmo e pudessem reconstruir a ideia do que é resolver um problema na aula de Matemática.

A última questão “*Conseguem arranjar uma estratégia ... ?*” foi formulada com o intuito de desafiar, abrir novas perspetivas e, também, manter as alunas envolvidas na atividade proposta. Ao lançar a questão, estamos a tentar tornar visível outras possibilidades de classificação dos Robots. Contudo, a questão não foi suficiente para gerar intenção de ação nas alunas. As alunas continuaram sem saber o que fazer, por isso, lançámos uma nova sugestão, agora, em forma de questão hipotética:

Inv: E se analisassem os tempos das corridas a fim de descobrir quem tem o melhor de todos os tempos das corridas?

A sugestão foi feita pois sabíamos que o melhor tempo das corridas era delas. Fizemos a sugestão numa forma hipotética, para que parecesse que ficava a cargo das alunas a decisão final sobre adotá-la ou não, contudo, pretendíamos que as alunas aceitassem a sugestão e comesçassem a analisar os dados.

A sugestão foi apropriada pois as alunas perceberam-na e, assim, o *zooming-in* foi ativado. As alunas voltaram, novamente, a sua atenção para a análise dos dados das corridas e, conseqüentemente, para o seu processo de aprendizagem.

Zooming-in indica uma procura por partilhar perspetivas, neste caso, as alunas quiseram reconhecer o que queríamos que elas fizessem com a nossa sugestão, por isso, ordenaram os dados de cada uma das seis corridas de cada Robot e verificaram que o melhor de todos os tempos (26,54 segundos) pertencia ao *seu* Robot. As alunas recomeçaram a trabalhar e a conduzir novamente a atividade na tentativa de encontrar outro critério de classificação dos Robots.

Passado alguns minutos, as alunas chamaram-nos novamente.

D: Professora! Pode cá voltar?

Regressámos ao grupo.

Inv: Sim?

D e R: Assim ganhámos.

Demos um sorriso ao nos apercebermos que as alunas reconheceram a nossa perspetiva e questionámos para confirmar que a vista privilegiada tinha sido efetivamente encontrada.

Inv: Como assim?

N: Temos o melhor tempo de todas as corridas ... se utilizarmos só o melhor tempo de cada Robot...

As três alunas, em simultâneo, completam a *meia-fala* da colega.

D, N e R: Ganhámos.

Demos um reforço positivo ao trabalho das alunas e sugerimos-lhes avançar com essa estratégia.

Inv: Muito bem. Tentem organizar a informação de modo a apresentar a classificação de cada Robot.

Afastámo-nos do grupo para deixá-las trabalhar autonomamente.

Através destas questões ajudámos a fazer emergir *intenções-de-aprendizagem* nas alunas, fazendo-as ver que daquela forma o *seu* Robot seria o vencedor das corridas e que eram capazes de encontrar argumentos matemáticos para tal. O *zooming-in* foi bem-sucedido pois emergiu uma perspetiva partilhada por nós com as alunas.

Passado algum tempo, voltámos para observar o trabalho das alunas, nessa altura tinham no caderno construída a tabela ao lado.

	Tempo em segundos		Classificação
	Melhor tempo	Pior tempo	
DNR	26,54	29,75	1.º
Jagunço	27,05	27,57	2.º
Vinagre	27,05	30,44	3.º
X-5	28,32	33,52	4.º

Tabela 6.6: Tabela criada pelo grupo do *DNR* para classificação dos Robots.

Com a intenção de perceber o andamento do trabalho das alunas, solicitámos que explicassem a tabela.

D: Escolhemos primeiro só o melhor tempo de cada Robot, pois assim ganhámos.

Inv: Muito bem. Pode-se dizer que escolheram o ‘tempo mínimo’ de cada Robot.

N: Sim isso, o ‘tempo mínimo’. É melhor escrever ‘tempo mínimo’, em vez de ‘melhor tempo’, na tabela?

Inv: Para utilizarem linguagem estatística podem fazer isso...

D: E o que colocamos em vez de ‘pior tempo’?

Inv: Que termo acham que podemos utilizar?

N: ‘Tempo máximo’?

Inv: Sim, muito bem. Ao menor de todos os tempos denominamos de ‘tempo mínimo’ e o maior de todos os tempos denominamos de ‘tempo máximo’. Estes valores correspondem aos ‘extremos’ dos tempos das corridas de cada conjunto de dados. E como escolheram entre o segundo e terceiro classificado?

D: Escolhemos o que tinha ‘melhor pior tempo’ para ficar em segundo.

Inv: Conseguem explicar um pouco melhor?

N: Como os dois tinham o ‘melhor tempo’ igual, quer dizer, o ‘tempo mínimo’ igual, escolhemos que ganhava o que tivesse menor... hum... hum... ‘tempo máximo’.

Inv: Ok. Utilizaram a ‘amplitude da amostra’.

D: Amplitude da amostra?

Inv: Sim, escolheram que, em caso de empate, ganhava o que tivesse menor diferença entre o ‘tempo máximo’ e o ‘tempo mínimo’, isto é, o que tivesse menor amplitude entre os tempos das corridas.

Pelas transcrições anteriores podemos considerar que, mais uma vez, estabeleceu-se um diálogo investigativo entre os vários intervenientes pois, com a clara intenção de refletir sobre as suas ações, as alunas pensaram alto, completaram as meias-falas umas das outras, refletiram sobre o que estavam a fazer e sobre as diferentes possibilidades de ação, partilhando a perspectiva formulada. Neste processo, as alunas refletiram sobre os dados das corridas, construíram significados para os conteúdos matemáticos em questão relacionando-os com as corridas, utilizaram medidas estatísticas (tempo mínimo, extremos e amplitude da amostra, mesmo antes destes serem ‘batizados’ como tal), e revelaram-se capazes de construir um argumento que colocasse o *seu* Robot a vencer. “Além disso, trataram o problema como costuma aparecer na vida real e não de uma forma estruturada como costumam os problemas usualmente aparecerem nas aulas de matemática” (Fernandes et al., 2016, p. 19).

Durante o diálogo, optámos por não responder diretamente às questões das alunas mas devolvê-las para as fazer refletir sobre o seu trabalho e justificarem os procedimentos adotados. Além disso, aproveitámos o diálogo para reformular o que foi dito pelas alunas de forma a esclarecer a perspectiva destas mas, também, enriquecer o vocabulário utilizado por elas, introduzindo os conceitos estatísticos e, assim, fazer emergir literacia estatística. Introduzimos a linguagem de mínimo, extremos e de amplitude da amostra, uma vez que os conceitos

estavam presentes na explicação das alunas. Desta forma, o entendimento destes conceitos básicos de Estatística precedeu ao seu ‘batismo’ (Lopes & Fernandes, 2016).

As alunas atuaram de uma forma humilde, sem exercer poder em relação às outras colegas, respeitaram-se e cooperaram numa relação de confiança mútua. Construíram algo novo em comum – criaram um critério de classificação dos Robots de modo que *o seu* fosse o vencedor – e aprenderam alguns conceitos estatísticos, ampliando a sua literacia estatística. Para estas alunas a intenção e a ação relacionaram-se fortemente visto que, com a intenção de perceber a nossa perspetiva, analisaram os dados de modo a criar um novo critério de classificação dos Robots. Contudo, não tiveram intenção de aprender antes de se deixarem envolver na aprendizagem. A intenção emergiu no e do processo de aprendizagem (Fernandes, 2013b).

O diálogo estabelecido foi importante em todo este processo. A ação e a reflexão, algumas vezes induzidas por nós, caminharam juntas na forma de atuação destas alunas tornando possível uma Aprendizagem Crítica da Matemática.

As alunas foram desafiadas de uma forma apropriada e a aprendizagem ocorreu de forma efetiva pois elas foram capazes de participar e conduzir a investigação de uma forma autónoma, envolvendo-se novamente com a atividade de sala de aula. E, desta forma, “conseguimos estabelecer relações entre a atividade de sala de aula e o *foreground* das alunas em relação à matemática, ajudando-as a reconstruí-lo e levando-as a viver experiências com significado na aula de matemática” (Fernandes et al., 2016, p. 18).

6.4.3. O Critério Estabelecido pelo Grupo do *Jagunço*

Este grupo de alunos, também por iniciativa própria e após nos ter solicitado autorização, recorreu à folha de cálculo de Excel, para construir a seguinte tabela.

<i>Robot</i>	<i>Tempo Contabilizado nas 6 Corridas</i>						<i>Média</i>	<i>Classificação</i>
<i>Vinagre</i>	27,14	30,44	27,29	27,1	27,18	27,05	27,7	2.º
<i>Jagunço</i>	27,39	27,5	27,1	27,57	27,53	27,05	27,3567	1º
<i>DNR</i>	27,14	29,75	27,66	27,86	27,91	26,54	27,81	3.º
<i>X-5</i>	33,52	29,59	30,43	29,31	29,39	28,32	30,0933	4.º

Tabela 6.7: Tabela criada, na folha de cálculo do Excel, pelo grupo do *Jagunço*, para classificar os Robots.

O G tinha frequentado o mesmo curso de Excel que o M. Durante as aulas, tanto o G como o M, sempre que tinham oportunidade aproveitavam para utilizar o Excel para organizar dados em tabelas ou gráficos. Revelavam muita satisfação em mostrar aos colegas de grupo e também a nós que tinham conhecimentos sobre a ferramenta, pois sempre que podiam recorriam a ela. Quando a utilizavam explicavam aos colegas de grupo como é que a estavam a utilizar, para que os colegas percebessem como utilizá-la e ficassem a conhecer algumas das

suas potencialidades. Pela forma de atuação destes alunos durante as aulas, podemos considerar que ambos gostavam de mostrar o que sabiam, não para mostrar que sabiam mais do que os outros mas para contribuir de uma forma produtiva para o trabalho do grupo, uma vez que nunca mostraram evidências de superioridade perante os colegas, mas sim porque explicavam enquanto faziam e sempre que algum colega questionava explicavam de forma que não persistissem dúvidas.

Num determinado momento, aproximámo-nos do grupo e solicitámos aos alunos que explicassem o critério estabelecido para classificação dos Robots. Eles explicaram os seus procedimentos, da seguinte forma:

G: Construímos uma tabela com os tempos de cada Robot e calculámos a média.

Inv: Como é que calcularam a média?

P.T: Utilizámos a função Média. [Aponta para o ecrã e mostra onde esta a função média.]

H: Sim, fizemos assim para todos. [Novamente aponta para o ecrã para explicar na tabela o que tinham feito.]

P.T: Confirmámos com a calculadora para ver se estava certo e deu o mesmo valor. As médias estão corretas.

Este comentário do aluno revela que eles não acreditam plenamente nas fórmulas do Excel, por isso sentiram necessidade de confirmar os dados com a calculadora.

Inv: E o que significa a média?

G: É como fazemos nos testes.

H: Neste caso, cada Robot correu 6 vezes, fez 6 corridas. Somámos todos os tempos e dividimos por 6.

Inv: Mas, o que é que esse valor representa nesta situação?

O diálogo continuou com os outros elementos do grupo a tentarem também apresentar uma explicação do que representa a média, mas apenas conseguiram responder explicando o procedimento de cálculo da média e não o seu significado. Esta situação já tinha ocorrido, no grupo do *Vinagre*, quando os alunos tentaram-nos explicar o significado da média. Uma vez mais, tentámos fazer emergir e clarificar o conceito de ‘média’ e a sua utilidade em termos estatísticos, explicando que “a média ser 27,7 segundos significa que, se em todas as corridas o *Vinagre* tivesse gasto o mesmo tempo, esse seria 27,7 segundos”. Posto isto, os alunos utilizaram o mesmo argumento para descrever a média do tempo das corridas de cada um dos outros Robots. Depois, continuaram:

G: Ganha o que tem média menor pois, em média, fez as corridas em menos tempo.

P.T: O *Jagunço* ganha. [Apontou para a linha da tabela que tinha os tempos desse Robot.]

G: Fica em último lugar o *X-5*.

H: Tem pior média. [Explicou apontando na tabela do Excel.]

Estes alunos, com recurso à folha de cálculo, organizaram a informação recolhida e analisaram-na de forma a apresentar argumentos para o *seu* Robot ser o vencedor. Utilizando as fórmulas do Excel apresentaram a média mas tiveram necessidade de ‘desocultar’ a

Matemática ‘escondida’ no Excel pois precisaram de confirmar com a calculadora que a média estava correta (Lopes & Fernandes, 2016). Também construíram um gráfico, semelhante ao construído pelo grupo do *Vinagre*, de modo a organizar a informação referente ao número de Vitórias, Empates e Derrotas de cada um dos quatro Robots.

O Excel revelou-se uma ferramenta importante tanto para a análise dos dados, como para a compreensão dos mesmos e, ainda, para a apresentação destes através de gráficos e tabelas. Esta ferramenta facilitou o pensamento e o raciocínio destes alunos. Permitiu que, ao pensarem alto e, simultaneamente, apontando no ecrã, expressassem os seus pensamentos e ideias, tornando o seu pensamento público. “Desta forma, os procedimentos matemáticos tornaram-se tangíveis e os alunos ‘abusaram’ de apontar no ecrã para explicar o que tinham feito. Esta forma de pensar favoreceu a aprendizagem, fortaleceu a coletividade no grupo e facilitou a explicação dos procedimentos adotados” (Lopes & Fernandes, 2016, p. 8).

Em todos os excertos apresentados temos evidências que os alunos estiveram a trabalhar ao nível do desenvolvimento do raciocínio estatístico na medida em que foram capazes de compreender, interpretar e explicar as medidas estatísticas utilizadas (o tempo mínimo, a amplitude da amostra e a média) baseando-se nos dados reais das corridas realizadas.

Em dois dos grupos de trabalho (Grupo do *DRN*, analisado em 6.4.2 e o Grupo do *Jagunço*, analisado nesta secção), os alunos revelaram capacidade para reconhecer dados relevantes para definir o *seu* Robot vencedor das corridas e organizá-los adequadamente em tabelas e gráficos. Em ambos os grupos, os alunos trabalharam também no desenvolvimento do pensamento estatístico pois conseguiram identificar e utilizar os dados, revelando capacidade em lidar com eles no contexto da situação, de forma a tornar o *seu* Robot vencedor.

Em todos os grupos de trabalho, os alunos, embora com ritmos diferentes, começaram por analisar os dados recolhidos durante as corridas, refletiram sobre esses dados, escolheram a forma de os organizar, discutiram como interpretá-los e tomaram decisões. Nesse processo, utilizaram técnicas básicas de análise de dados (como verificámos nos episódios anteriores, contabilizando Vitorias, Empates e Derrotas, considerando a variável como qualitativa, ou então como quantitativa e, nesse caso, utilizando a média, o tempo mínimo e a amplitude da amostra para descrever os dados) e conseguiram interpretar esses dados tirando conclusões. Ao estabelecer os critérios, os alunos apresentaram as suas perspetivas sobre a situação, aos colegas do grupo e, em alguns casos também a nós, o que fez emergir estratégias variadas e originais, como podemos verificar com os critérios anteriormente apresentados. Além disso, tiveram que interpretar adequadamente os dados recolhidos durante as corridas, para representá-los e resumi-los, em tabelas ou gráficos, de modo a conseguirem explicar o processo

utilizado para definir os critérios de classificação dos Robots e, nesse processo, desenvolveram o seu raciocínio estatístico e ampliaram a sua literacia estatística (Lopes & Fernandes, 2014).

Os alunos tiveram oportunidade de explorar a forma mais efetiva de converter os dados recolhidos durante as corridas em informação necessária para responder às questões formuladas contactando, assim, de perto com o trabalho estatístico, na forma como Selmer et al. (2011) o descrevem.

Nos grupos do *Vinagre* e do *Jagunço* os alunos, como analisámos anteriormente, utilizaram a folha de cálculo do Excel para organizar a informação e, pela análise dos dados, arranjaram argumentos para um Robot ser o vencedor e definiram critérios de classificação para os vários Robots. Os restantes alunos da turma nunca tinham utilizado a folha de cálculo do Excel e não conheciam as suas potencialidades. O facto do G e do M terem perguntado se podiam utilizar esta ferramenta na sala de aula e termos permitido a sua utilização, pois considerámos que ela era importante para a análise de dados, possibilitou que todos os alunos a explorassem e descobrissem algumas das suas potencialidades. Ao experimentarem e ao partilharem informação entre os colegas de grupo e entre os grupos, os alunos foram capazes de utilizar as fórmulas do Excel para efetuar cálculos (somar, calcular médias) e também construir gráficos para organizar a informação. Assim, consideramos que, o Excel foi uma mais-valia para a aprendizagem dos alunos, uma vez que eles interessaram-se em explorar a ferramenta e recorreram às suas potencialidades para construir as tabelas e os gráficos que utilizaram para apresentar à turma, através dos PowerPoints que criaram, os critérios estabelecidos para um Robot ser o vencedor das corridas e também para criar as tabelas e gráficos que colocaram no relatório final que elaboraram no Word sobre as atividades desenvolvidas durante a implementação do CA.

6.4.4. Apresentação dos Critérios Estabelecidos ao Grande Grupo

O grupo do *DNR* estabeleceu, como já analisámos anteriormente, o tempo mínimo de cada Robot como critério para definir o vencedor e, em caso de empate, considerou que ganhava aquele que tivesse menor tempo máximo. No momento de apresentação deste critério à turma, o grupo apresentou a tabela ao lado.

Este critério, estabelecido para desempatar os Robots, criou alguma discussão no grande grupo pois o grupo do *Vinagre* não o considerou justo. A argumentação foi que o grupo estava a usar duas

	<i>Tempo (em segundos)</i>		<i>Classificação</i>
	<i>Mínimo</i>	<i>Máximo</i>	
<i>DNR</i>	26,54	29,75	1.º
<i>Jagunço</i>	27,05	27,57	2.º
<i>Vinagre</i>	27,05	30,44	3.º
<i>X-5</i>	28,32	33,52	4.º

Tabela 6.8: Critério apresentado pelo grupo do *DNR*.

medidas estatísticas apenas para o desempate e, de acordo com este grupo, justo seria utilizar a amplitude da amostra para estabelecer a classificação dos Robots. Os outros grupos evidenciaram o seu contentamento por este critério destituir o *Jagunço* de vencedor.

Aproveitámos este momento para discutir a ideia de que não existe ‘critério certo’ ou ‘critério errado’ e que o importante é a coerência da argumentação sobre o que é apresentado. Os alunos verificaram que na Estatística os problemas podem não ter uma única solução, tal como usualmente acontece na Matemática tradicional, principalmente, no domínio do cálculo algébrico e concordaram que o essencial é utilizar argumentos estatísticos para defender as ideias.

A apresentação do grupo do *DNR* serviu para os alunos ampliarem a plataforma de conhecimento partilhado pela turma com os conceitos de extremos e de amplitude da amostra, estes conceitos apenas faziam parte da plataforma de conhecimento dos elementos do grupo do *DNR*, o qual foi construído enquanto estavam a definir um critério de modo que o *seu* Robot fosse o vencedor das corridas.

O facto de os alunos terem conseguido encontrar uma medida estatística que descrevia os dados recolhidos durante as corridas e tornar um determinado Robot no vencedor foi importante, pois, permitiu-lhes contactar com diferentes significados das medidas estatísticas e examinar como a escolha do critério pode ter impacto sobre os resultados. Durante este processo os alunos adquiriram uma maior consciência das medidas estatísticas e em simultâneo criaram estratégias e desenvolveram argumentos válidos. A literacia estatística desenvolveu-se na relação dialética entre estes dois polos (Lopes & Fernandes, 2016).

Após a discussão, no grande grupo, que dependendo da medida estatística utilizada um ou outro Robot poderia ser o vencedor, a S disse: “Isso é o que acontece na comunicação social. Como aquela notícia que dizia que a Escola X era a melhor a nível nacional. Afinal só 10 alunos tinham feito exame”. Esta frase da aluna foi por nós aproveitada para fomentar a discussão de que, muitas vezes, na comunicação social, ‘nem tudo é o que parece’. Pelo diálogo estabelecido, mas também pelo conhecimento que adquiriram nas aulas anteriores, conseguiram ‘detetar’ e ‘desmascarar’ algumas das estratégias utilizadas na comunicação social para ‘vender’ determinado produto ou ‘defender’ determinado ponto de vista, o que nos permite considerar que a Educação Estatística realizada com a implementação do CA, fez ressonância em situações fora da sala de aula de Matemática e permitiu desenvolver nos alunos capacidades para o exercício de uma Cidadania Crítica.

Esta criticidade quanto à informação estatística que aparece no quotidiano foi sendo desenvolvida naturalmente pelos alunos, enquanto analisavam os dados por eles recolhidos

durante as corridas. Nessa altura, ao circularmos pelos grupos, começámos a ouvir frases como: “Saber Estatística ajuda a perceber e criticar o que os jornalistas dizem” (G). “Afinal nem tudo é o que parece. Saber Estatística permite usar os dados para dizermos o que queremos” (R, D e S). “Perceber Estatística permite dizer que afinal aquilo não é bem assim” (M e P.T). Comentários semelhantes a estes foram proferidos cada vez com mais regularidade pelos alunos ao longo do tempo em que implementámos o CA. Assim, consideramos que os alunos passaram a atribuir à Estatística um significado voltado para o exercício crítico da Cidadania e reconheceram que esta serve para fazer uma análise crítica às situações de forma a poder contestar o que é dito. Inicialmente apenas três alunos, S, G e B, tinham considerado que a Matemática permitia compreender a informação estatística mas não tinham referido que permitia criticá-la. O facto de os alunos terem analisado dados por eles recolhidos, permitiu-lhes reconstruir o seu *foreground* acerca da aprendizagem da Matemática, permitindo-lhes atribuir agora um significado diferente, tornando-se mais visível para estes alunos a sua utilidade no quotidiano.

Ao estabelecer os critérios para um Robot ser vencedor, os alunos apresentaram e argumentaram as suas perspetivas sobre a situação o que fez emergir estratégias variadas e originais. Foram capazes de interpretar e avaliar criticamente a informação recolhida durante as corridas, utilizar e estabelecer relações estatísticas de forma a definir o Robot vencedor, usando métodos de análise, explorando os dados de forma a extrapolar questões além das nossas expectativas (Lopes, 2013a; Lopes & Fernandes, 2015). Além disso, foram capazes, no grande grupo, de explicar o processo criado pelo seu grupo para definir o Robot vencedor por suas próprias palavras, evidenciando, assim, terem desenvolvido um raciocínio processual integrado e ampliado a literacia estatística.

Podemos considerar que os alunos desenvolveram o seu raciocínio estatístico (Garfield, 2002) na medida em que foram capazes de compreender, interpretar e explicar os métodos estatísticos baseados nos dados reais das corridas realizadas. Desenvolveram o seu pensamento estatístico (Chance, 2002) pois conseguiram identificar os conceitos estatísticos (moda, média, amplitude da amostra, máximo, mínimo) envolvidos nas investigações realizadas e revelaram capacidade em lidar com eles no contexto da situação.

Notemos que, apesar da aparente justiça de todos os critérios criados pelos grupos, não podemos descurar o facto de que tentaram, sempre que possível, arranjar um argumento válido para tornar o *seu* Robot no vencedor, o que revela que os alunos foram capazes de refletir sobre os dados e na adequação e eficácia de uma determinada medida estatística para tornar um Robot

no vencedor. Assim, podemos considerar que desenvolveram raciocínio sobre as medidas estatísticas (Garfield & Gal, 1999).

Durante a discussão dos critérios estabelecidos para um Robot ser vencedor, os alunos apresentaram e argumentaram a sua perspetiva sobre a situação e defenderam as suas opiniões, revelando assim terem adquirido e desenvolvido literacia estatística (Watson, 1997; Gal, 2000).

No grande grupo, tiveram que relacionar os dados com a situação em análise e explicitar o que os dados expressavam sobre o problema em foco. Assim sendo, fizeram uso e devolveram o pensamento estatístico (Mallows, 1998).

Os argumentos e estratégias explicitadas pelos grupos de trabalho tiveram por base a média, o tempo mínimo e os extremos da amostra (como vimos nos episódios anteriores). Em todos os casos, os alunos tiveram que explicar o significado dos conceitos utilizados no contexto da situação em análise. Alguns conceitos utilizados pelos alunos foram aproveitados por nós para fazer emergir outros conceitos estatísticos e, dessa forma, permitir que os alunos desenvolvessem a sua literacia estatística.

No final das apresentações dos quatro grupos de trabalho, o grupo do *X-5* solicitou-nos apresentar um outro critério de classificação dos Robots, alegando que após a sua apresentação no grande grupo, resolveu criá-lo pois “um dos grupos nunca respeitava os outros quando estes apresentavam” (T).

Ficámos curiosas para conhecer este ‘novo critério’ e permitimos que o grupo fosse ao quadro explicá-lo.

A: Fomos criando uma tabela com as atitudes e valores durante as várias apresentações.

C: Resolvemos criá-la pois não gostámos da atitude do grupo do *Jagunço*. Ficaram todos convencidos que eram os vencedores e não respeitaram o trabalho dos colegas.

Inv: Como assim? Porque é que não respeitaram?

T: Perder e ganhar é desporto e eles faziam uma festa sempre que um critério mostrava que eram o vencedor e gozavam do que ficava em último. Não está correto!

Inv: Claro que sim. Não devemos gozar de ninguém. Mas eles foram repreendidos quando o fizeram.

C: Sim, sabemos que foram. Mas saber estar é importante. Por isso, criámos este critério.

Inv: Claro que sim. É importante saber estar em qualquer lugar. Mostrem lá o que fizeram.

Os alunos projetaram, através do computador, a tabela seguinte e explicaram-na, com base nos apontamentos que tinham.

Atitudes e valores na apresentação do...								Classificação Final	
<i>X-5</i>		<i>DNR</i>		<i>Vinagre</i>		<i>Jagunço</i>			
1º	<i>Vinagre</i>	1º	<i>Vinagre</i>	1º	<i>DNR</i>	1º	<i>Vinagre</i>	1º	<i>Vinagre</i>
2º	<i>DNR</i>	2º	<i>X-5</i>	2º	<i>X-5</i>	2º	<i>DNR</i>	2º	<i>DNR</i>
3º	<i>Jagunço</i>	3º	<i>Jagunço</i>	3º	<i>Jagunço</i>	3º	<i>X-5</i>	3º	<i>X-5</i>
								4.º	<i>Jagunço</i>

Tabela 6.9: Tabela criada e apresentada pelo grupo do *X-5*.

C: Durante cada apresentação definimos o 1.º, 2.º e 3.º lugar. Como está aqui na tabela. [O aluno enquanto explica aponta na tabela que está a projetar.] Depois demos pontos, 3 pontos ao 1.º lugar.

T: O *Vinagre* ficou nas 3 apresentações que assistiu em 1.º lugar, por isso, ficou com 9 pontos. Eles estavam caladinhos enquanto os outros apresentavam e quando tinham dúvidas ponham o dedo no ar para perguntar. Nunca interrompiam.

A: Demos 2 pontos ao 2.º lugar e 1 ponto ao 3.º lugar.

T: As *DNR* ficaram em 2.º lugar com 7 pontos. Tiveram um 1.º lugar e dois 2.ºs. $3 + 2 + 2$ é 7. Elas também estavam caladinhas mas nunca levantaram dúvidas nem participaram nas apresentações dos outros. Para elas estava sempre tudo bem.

A: Também a *R* chegou tarde mesmo sabendo que eram as apresentações. O que não é boa atitude. Nós ficamos em 3.º lugar, pois às vezes falávamos entre nós, embora baixinho, enquanto os colegas estavam a explicar. Mas, também, portámo-nos muito bem. Só que o *Vinagre* e as *DNR* portaram-se sempre bem.

C: O *Jagunço* fica em último lugar, pelo que explicámos. Só ficaram com 3 pontos.

Saber estar e participar são algumas das capacidades que se tentou desenvolver com a implementação do CA, pois sempre que algum aluno tinha uma atitude menos boa, chamávamos-lhe à atenção. Este critério criado pelos alunos revela que para eles é importante o saber estar na sala de aula e mostra que se tornou uma perspetiva partilhada que além dos conhecimentos matemáticos, são importantes e relevantes, na sala de aula de Matemática, as atitudes e valores dos alunos pois, se tal não fosse, este critério não seria estabelecido pelo grupo do *X-5* e aceite por todos os restantes alunos. O grupo do *Vinagre* admitiu: É Justo. Têm razão! Concordamos com essa classificação.

Durante as apresentações os alunos apresentaram, e explicaram, os vários gráficos que construíram com recurso à folha de cálculo do Excel. O grupo do *X-5* criou um gráfico, que nenhum outro grupo tinha criado, com os tempos máximos e mínimos de cada Robot e atribuíram a classificação dos Robots tanto pelo tempo mínimo como pelo tempo máximo.

Este grupo, também utilizando apenas o tempo máximo de cada Robot definiu a classificação dos Robots. Atribuiu o 1.º lugar ao Robot que tinha menor tempo máximo, o 2.º lugar ao Robot que tinha o segundo menor tempo máximo e assim sucessivamente, como mostra a tabela seguinte:

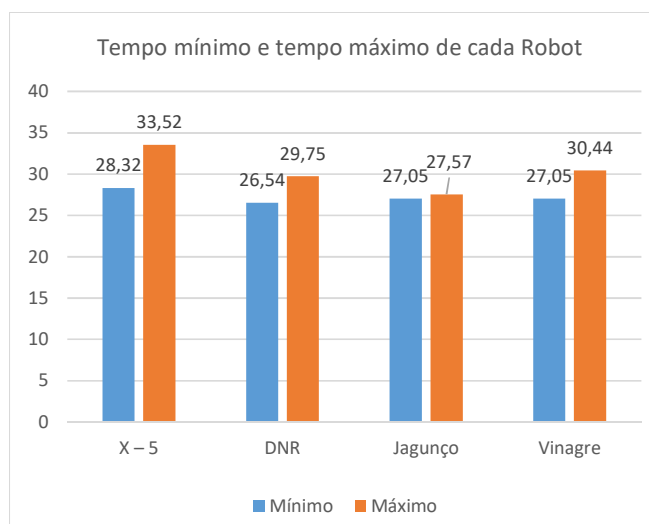


Gráfico 6.2: Gráfico criado, no Excel, pelo grupo do *X-5*, para apresentar o tempo mínimo e máximo de cada Robot.

Robot	Tempo Máximo (em segundos)	Classificação
<i>Jagunço</i>	27,57	1.º
<i>DNR</i>	29,75	2.º
<i>Vinagre</i>	30,44	3.º
<i>X-5</i>	33,52	4.º

Tabela 6.10: Tabela criada pelo grupo do *X-5* para classificar os Robots utilizando o tempo máximo de cada Robot.

O gráfico apresentado pelo grupo do *X-5* foi por nós aproveitado para solicitar que justificassem, apenas através da observação ao gráfico, qual o Robot que tinha menor amplitude entre os tempos das corridas e qual o que tinha tido maior amplitude entre os tempos das corridas. O M explicou que o Robot que tem menor amplitude entre o tempo máximo e mínimo é aquele em que as barras têm uma altura mais semelhante e o que tem maior amplitude entre o tempo máximo e tempo mínimo é o que tem maior diferença entre a altura das barras. A restante turma concordou com o M. Por esta resposta apresentada pelo aluno e aceite pelos colegas podemos concluir que, realmente, faz parte da plataforma de conhecimento partilhado da turma o que representa a amplitude da amostra e que os alunos tornaram-se capazes de ler a informação contida em gráficos construídos pelos colegas, o que revela que os alunos desenvolveram raciocínio processual (Garfield, 2002) e tornaram-se capazes de fazer raciocínio sobre associações (Garfield & Gal, 1999).

Após todas as apresentações, concluíram que, pelos critérios estabelecidos, na maioria dos casos, o vencedor é o *Jagunço* e o 2.º lugar era do *Vinagre*.

Durante a apresentação de um dos grupos de trabalho detetámos que não era uma perspetiva partilhada pela turma o que consistia ‘*uma corrida*’. Alguns alunos consideravam que tinham sido realizadas 24 corridas, outros consideravam que tinham sido realizadas 12 corridas. Mesmo no próprio grupo não havia consenso sobre o número de corridas que tinham sido realizadas. Várias foram as tentativas de explicação entre os alunos sobre o que era uma corrida, mas difícil foi que todos concordassem com as definições e justificações apresentadas até que o H pediu licença para apresentar a sua perspetiva.

H: Na fórmula 1, correm vários carros ao mesmo tempo, mas é só uma corrida, cada carro faz o seu tempo, mas é apenas contabilizada uma corrida. O mesmo se passa com o rally e também com as nossas corridas.

P.M: Foi como nós, correram dois Robots ao mesmo tempo, ficámos com dois tempos e uma corrida, por isso, temos 24 tempos realizados em 12 corridas.

S: Nós temos 24 tempos mas esses foram contabilizados em 12 corridas porque cada corrida foi realizada entre 2 Robots. Nenhum Robot correu sozinho. Se o Robot tivesse corrido sozinho então tínhamos 24 corridas pois temos 24 tempos de corridas.

Foi recorrendo a vivências de outras práticas que os alunos conseguiram construir uma perspectiva partilhada acerca do que é, no contexto em análise, realizar uma corrida. Com a perspectiva apresentada pelos alunos foi possível reformular perspectivas, abandonar algumas e construir uma perspectiva partilhada acerca do que é uma corrida e porque é que tínhamos realizado 12 corridas e contabilizado 24 tempos.

Investiu-se tempo nesta discussão pois consideramos importante que os alunos tenham oportunidade de construir a sua perspectiva sobre os assuntos em análise e criar as suas próprias definições, para que a aprendizagem tenha significado. Ao abrirmos espaço para a discussão permitimos que os alunos construíssem uma ideia partilhada sobre o que é uma corrida e o que significa o tempo de um Robot numa determinada corrida.

6.4.5. A Construção do Diagrama de Caule-e-folhas

Com o intuito de propiciar mais algumas ferramentas, de modo a permitir que os alunos fizessem mais algumas inferências acerca dos dados, questionámos se concordavam que: *“Afirmar que o Jagunço é o vencedor significa dizer que ele teve melhores tempos que o Vinagre?”*. Sem ponderar muito sobre o assunto, a grande maioria dos alunos respondeu que “sim”. Explicámos que tinham que analisar os dados recolhidos durante as corridas para comprovarem, ou não, esta afirmação e que uma maneira de o fazer poderia ser organizando os tempos de cada um desses dois Robots, nas 6 corridas que realizaram, num diagrama de caule-e-folhas.

Os alunos nunca tinham construído tal gráfico ao que sugerimos que primeiro organizassem por ordem crescente os tempos de cada Robot nas 6 corridas que realizaram.

O grupo do C questionou se poderiam utilizar a folha de cálculo para organizar os dados por ordem crescente, ao que consentimos. Explicámos como, para um Robot, ordenar os dados por ordem crescente, recorrendo às fórmulas do Excel. Facilmente os alunos fizeram-no para os restantes. Todos os grupos decidiram utilizar a folha de cálculo para organizar os dados das corridas de cada Robot, alegando que já tinham esses dados numa tabela construída no Excel e assim seria mais fácil do que ‘à mão’.

Explicámos o que é um diagrama de caule-e-folhas e qual a sua utilidade. Explicámos o que eram os caules e as folhas e como organizar a informação.

A construção do diagrama de caule-e-folhas emergiu da intenção de comparar os tempos das corridas do *Jagunço* com os das corridas do *Vinagre* e porque era nossa intenção que os alunos aprendessem a construir um gráfico deste tipo.

A construção do diagrama foi iniciada no quadro, em conjunto com a turma. Colocámos no diagrama em conjunto com os alunos, os tempos das corridas do *Jagunço* e os alunos colocaram, individualmente, na construção que estavam a fazer nos seus cadernos os tempos do *Vinagre*. Os alunos compararam os tempos das corridas do *Jagunço* e do *Vinagre*, após organizarem-nos num diagrama de caule-e-folhas.

Os grupos de trabalho foram capazes de interpretar relações entre os dois Robots, focando que:

- Cinco dos seis tempos do *Vinagre* são inferiores ou iguais aos tempos do *Jagunço*. (A)
- Os dois melhores tempos do *Jagunço* e do *Vinagre* são iguais. (M)
- O pior dos tempos é do *Vinagre*. (D)
- Cinco dos seis tempos do *Vinagre* são inferiores a 27,3 segundos. (C)
- Quatro tempos do *Jagunço* são superiores a 27,3 segundos. (R)
- ...

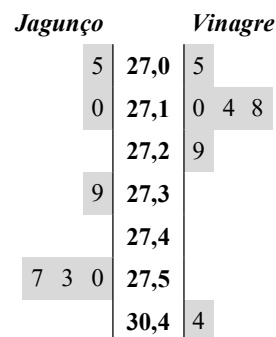


Gráfico 6.3: Diagrama de caule-e-folhas, com os tempos das corridas do *Jagunço* e do *Vinagre*.

A maioria dos alunos considerou esta forma de representação muito fácil e revelou ter percebido como é que se organiza informação desta forma, pois conseguiram completar o diagrama de uma forma completamente autónoma, nos seus cadernos. Conseguiram ler facilmente os tempos após estes terem sido representados no diagrama, revelando possuir raciocínio sobre as amostras (Garfield & Gal, 1999). Conseguiram inferir sobre cada uma das amostras, relacionando-as, produzindo assim raciocínios sobre associações (Garfield & Gal, 1999).

Com o intuito de manter os alunos interessados na análise dos dados e de fazer emergir mais alguns conceitos, questionámos “*porque é que a média do Jagunço é inferior à do Vinagre, se o Vinagre tem tempos melhores que o Jagunço?*”

O M respondeu “foi por causa do 30,44 segundos, esse tempo estragou a média.”

O momento foi aproveitado para desenvolver uma discussão acerca deste valor e do facto dos valores muito altos ou muito baixos alterarem significativamente a média e despertou-se a atenção dos alunos para a necessidade de, num estudo estatístico, ter em atenção outros valores e não apenas a média para caracterizar uma amostra.

Os alunos mostraram vontade em construir mais gráficos de caule-e-folhas. Uma vez que estávamos no fim da aula, sugerimos que o fizessem como trabalho de casa.

No início da aula seguinte o P.M, que tinha faltado à aula anterior por ter ido ao médico, informou-nos que não tinha conseguido fazer o trabalho de casa pois “não tinha conseguido organizar os dados de modo a construir o gráfico”, alegando que, “perguntei ao C, ele explicou pelo telefone como fizeram para o *Jagunço* e o *Vinagre*, mas queria fazer para outros dois sozinho mas não consegui descobrir os valores a utilizar para os caules.”

Este comentário do aluno deu origem ao seguinte diálogo:

S: Isso é fácil! Temos que olhar para os dados das corridas dos dois Robots que queremos comparar e ordená-los por ordem crescente. Depois, pegamos nesses números, sem o último algarismo e colocamos nos caules.

M: Eu sei como se faz. Posso ir ao quadro? Assim, juntos podemos ajudar o P.M e os outros que não conseguiram fazer o trabalho de casa.

Inv: Ok. E quais são os tempos dos Robots que querem comparar?

C: Pode ser o *X-5* com o *DNR*.

A turma concordou e o M foi para o quadro.

Com o apoio dos alunos, que iam dizendo os tempos das corridas dos Robots, o M organizou no quadro os tempos das corridas de cada um dos dois Robots, como indicado na tabela seguinte:

<i>X-5:</i>	28,32	29,31	29,39	29,59	30,43	33,52
<i>DNR:</i>	26,54	27,14	27,66	27,86	27,91	29,75

Tabela 6.11: Tempos, em segundos, das corridas dos Robots *X-5* e *DNR*.

S: Agora temos que escrever na vertical os caules por ordem crescente.

H: Não podemos organizar os dados por ordem decrescente, em vez de ser crescente, para construir um diagrama de caule-e-folhas?

Inv: O mais usual é organizar a informação por ordem crescente para depois conseguirmos analisar a informação no diagrama.

H: Mas eu posso organizar por ordem decrescente e construir o diagrama de baixo para cima?

Inv: Se considerares mais produtivo organizar dessa forma, podes fazer. Mas não é usual.

O H, antes de iniciar o trabalho com os Robots, revelava muitas dificuldades de aprendizagem, raramente participava nas aulas e muitas vezes perturbava-as. Contudo, desde a primeira aula em que foram utilizados Robots teve uma mudança nas suas atitudes, deixou de perturbar as aulas. Tornou-se empenhado nas tarefas, participativo e muito frequentemente apresentava estratégias de resolução diferentes, passando a defender a sua perspetiva nas várias situações. Ao longo das aulas foi, de uma forma crescente, revelando curiosidade e vontade de participar, levantando questões sempre que um assunto lhe suscitava dúvidas, como podemos verificar pela sua intervenção no diálogo anterior. Se no final de uma aula era lançado um desafio, investigava e apresentava na aula seguinte as suas ideias e o que tinha descoberto. Este aluno passou a participar e a envolver-se na resolução das tarefas propostas, tornando-se agente no seu processo de aprendizagem (Fernandes, 2013d). Segundo a professora de Matemática,

após a implementação do CA o aluno continuou com a mesma motivação e interesse em ultrapassar as suas dificuldades. Este era um dos alunos que nunca tinha tido positiva a Matemática e após esta experiência de aprendizagem isso mudou. Acabou com sucesso o 3.º Ciclo e o 9.º ano com nível 4 em Matemática. O *foreground* desse aluno relativamente à Matemática foi reconstruído.

A: Não faças confusão H. Vamos fazer como a S diz. [...] Temos 12 valores, vamos escrever na vertical esses 12 valores por ordem crescente, mas colocamos só os 3 números da esquerda, que são os caules.

S: Não. Não vão ser 12. Temos caules iguais.

M: Pois, temos caules iguais, o 29,31 e o 29,39 têm o mesmo caule. Ajudem-me. Digam-me qual é o menor caule.

R: O 26,5 do nosso Robot.

D: O 27,1 que, também, é nosso.

P.M: Já percebi. Temos de colocar só os 3 números da esquerda para a direita e não os repetir.

Vários Alunos: Sim, é isso!

P.B: Esses dois Robots são chatos! Não têm muitos valores em comum. O diagrama vai ser grande, vai ter muitos caules.

O diálogo continuou com os alunos a darem indicações ao M acerca dos valores a colocar nos caules. Os alunos foram completando as falas uns dos outros e seguindo os seus raciocínios. Quando acabaram de indicar os valores a colocar nos caules passaram para os valores das folhas. A grande maioria dos alunos participou neste processo. Conseguiram construir o diagrama, sem qualquer intervenção da nossa parte.

Pela transcrição anterior, podemos considerar que, com a clara intenção de ajudar o P.M a construir um diagrama de caule-e-folhas, os alunos pensaram alto, completaram as falas uns dos outros, refletiram sobre o que estavam a fazer e sobre as diferentes possibilidades de ação. Os alunos atuaram de uma forma humilde, sem exercer poder em relação aos outros colegas, respeitando e cooperando numa relação de confiança mútua. Excetuando quando o A diz para o H não fazer confusão e a partir desse momento o H não participou mais na construção do diagrama.

Estes alunos construíram algo novo em comum – o diagrama de caule-e-folhas com os tempos das corridas dos dois Robots em análise. A ação e a reflexão caminharam juntas na forma de atuação destes alunos.

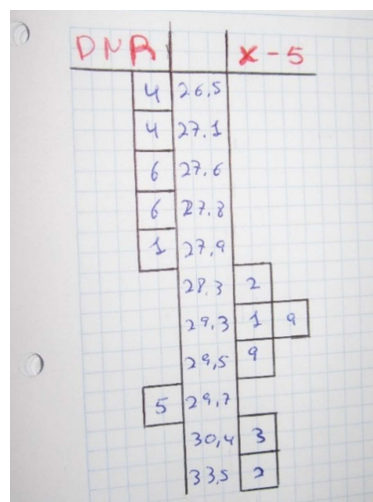


Gráfico 6.4: Diagrama de caule-e-folhas com os tempos das corridas do DNR e do X-5 elaborado pelo P.T.

Pela sua forma de atuar podemos afirmar que os alunos tinham intenções de participar na aula, ajudar os colegas que não tinham feito o trabalho de casa a compreender como se construía um diagrama de caule-e-folhas e, talvez, também, poder mostrar-nos que sabiam como o construir.

Pela forma de participação do P.M podemos considerar que este aluno tinha intenção de compreender como se constrói o diagrama de caule-e-folhas, uma vez que acompanhou de uma forma atenta o que estavam a fazer.

Com a intenção de que os alunos refletissem mais sobre os dados das corridas questionámos:

Inv: E agora, que podem afirmar sobre os tempos das corridas destes Robots?

S: Que o *DNR* tem os tempos melhores que o *X-5*.

Inv: Como assim?

P.B: [levantando o dedo diz]: Posso dizer?

Inv: Espera. Deixa a S explicar o que estava a dizer.

S: Enquanto o *DNR* tem 5 dos 6 tempos entre os 26 e 28 segundos, os tempos do *X-5* são superiores a 28 segundos. São entre o 28 e 30 e tal segundos. O *DNR* só foi uma vez para o 29,7 segundos.

M: 5 das 6 corridas do *DNR* são melhores que todas as corridas do *X-5*.

P.T: Basicamente podemos dizer que o *DNR* foi melhor que o *X-5*.

S: O *X-5* foi mesmo pior, pois tem duas corridas com tempos piores que o pior tempo do *DNR*.

Inv: Olhando para os valores, o que podem afirmar acerca da média dos tempos das corridas de cada um dos Robots?

Vários ao mesmo tempo: A melhor média é do *DNR*.

Inv: Porquê?

S: O tempo médio do *DNR* é certamente inferior ao do *X-5* porque os tempos são quase todos inferiores.

C: Porque a maioria dos tempos dele [*DNR*] é inferior a 28 segundos, por isso, a média dos tempos dele também é menor que 28 segundos e a do outro é de certeza superior a 28 segundos.

Inv: Sem fazer cálculos conseguem indicar um valor para a média do *DNR*?

S: 27,66.

Inv: 27,66?

S: Sim é o valor que está no meio dos dados.

A S estava a confundir a média com a mediana. O conceito de mediana ainda não tinha sido explorado e resolvemos no momento ignorar a resposta da aluna para não gerar confusão. Contudo, ‘pegamos’ nesta sugestão mais tarde.

M: Está entre 27 e 28 segundos.

G: 27 vírgula qualquer coisa, mais próximo do 28 pois o 29,75 estragou a média.

R: Temos que somar os tempos todos e dividir por 6.

M: Não. A professora disse que não é para fazer contas. É 27 vírgula qualquer coisa. Não é preciso fazer contas.

....

P.M: A maioria dos valores está concentrado nos 27 vírgula tal. Tem um abaixo e um acima. Mas a maioria está nos 27. A média é 27 vírgula tal.

N: É superior a 27,5 pois tem mais valores acima do 27,5 do que abaixo.

À medida que o diálogo foi continuando, os alunos continuaram a pensar alto, a completar as falas uns dos outros ou a contestar um raciocínio apresentado, o que evidencia que estavam a refletir sobre os dados que estavam a analisar.

Os alunos entraram em consenso e afirmaram que a média dos tempos das corridas do Robot *DNR* é um valor superior a 27,5 segundos mas inferior a 28 segundos. (Média = 27,81.)

Inv: Muito bem. E o que podem dizer acerca da média do *X-5*?

M: Vai estar para os 29 vírgula tal.

Vários alunos: Sim, é 29, para mais e não para menos. [30,09333]

Posto isto, sugerimos que ‘olhassem’ para as médias dos tempos das corridas de cada Robot que tinham calculado nas aulas anteriores para verificarem se os valores que estavam a indicar estavam, ou não, perto da média dos tempos das corridas dos Robots.

Os alunos revelaram muita satisfação quando confirmaram, nos seus apontamentos, que os valores apresentados para a média dos tempos de corridas de cada um dos Robots estava bem perto dos valores reais.

Foi visível a cooperação entre os alunos durante o diálogo e este fator revelou-se fundamental na atribuição de significado para a média do tempo das corridas dos Robots. O diálogo estabelecido foi um ponto central, entre a ação e a reflexão dos alunos, o que contribuiu eficazmente para o seu processo de aprendizagem, uma vez que, nesse processo, construíram perspetivas partilhadas acerca dos valores da média dos tempos de corridas dos Robots.

Através da organização dos tempos das corridas dos Robots nos diagramas de caule-e-folhas os alunos envolveram-se em ações e reflexões que lhes permitiram desenvolver capacidades para organizar e representar duas coleções de dados num único gráfico e interpretar os gráficos construídos através da comparação dos dados representados nesses gráficos de forma a tirarem conclusões acerca do desempenho dos Robots durante as corridas.

O diálogo continuou e ‘pegamos’ na resposta que a S tinha dado anteriormente.

Inv: Há pouco quando estávamos a analisar a média do tempo das corridas do *DNR* a S apresentou um valor que correspondia à mediana. Alguém sabe o que representa a mediana?

P.B: Jesus! É a média.

P.M: Não deve ser. Se tem nome diferente...

Neste momento, os alunos não conseguiram apresentar uma ideia acerca do que poderia ser a mediana de um conjunto de dados e voltámos a questionar:

Inv: O que será o tempo mediano?

H: Deve ser o tempo do meio.

M: Pois, deve ser. É o tempo que está no meio.

Aproveitámos a sugestão do H e do M e complementámo-la na tentativa de criar uma vista privilegiada sobre o conceito da mediana, referindo que “a mediana é um valor que permite dividir os dados em duas partes, em que cada uma das partes tem o mesmo número de elementos”. Aproveitando os tempos das corridas do *DNR* que estavam registados no quadro, solicitámos aos alunos que indicassem um valor para a mediana dos tempos das corridas desse Robot.

M: 27,86.

P.B: Não há tempo do meio. Tem dois no meio.

S: Os três melhores tempos são 26,54; 27,14; 27,66; e os três piores 27,86; 27,91; 29,75.

Inv: Muito bem. E que valor pode dividir o conjunto de dados em duas partes com o mesmo número de elementos?

P.M: Um número superior a 27,66 e inferior a 27,86.

H: Podemos fazer a média desses dois?

Inv: Boa ideia.

M: Não é preciso calculadora, é 27,76.

Inv: Muito bem. 27,76 é o tempo mediano do *DNR*. 50% dos tempos das corridas do *DNR* são inferiores a 27,76 segundos.

A: E 50% são superiores a 27,76 segundos.

N: E se em vez de ali estar 27,86 estivesse 27,89?

Devolvemos a pergunta à turma.

G: Era da mesma forma que fazíamos, mas em vez de 27,76 era... faz a conta [o G faz o pedido ao colega do lado, P.B, que tinha sempre uma calculadora ‘à mão’]... $(27,66+27,89):2$

P.B: 27,775.

M: A mediana em vez de ser 27,76 era 27,775. Podemos considerar 27,78 segundos, não podemos?

Ao mesmo tempo que apresenta o resultado o M utiliza uma *tag question* para obter apoio e confirmação do seu raciocínio. Valorizámos a intervenção do aluno confirmando que o raciocínio adotado estava correto.

Inv: Sim podemos.

Vários alunos: Já percebi.

S: Podemos agora fazer para o *X-5*?

Inv: Sim, boa ideia.

Os alunos começaram, individualmente, a procurar descobrir o valor da mediana para o caso do *X-5*. Quase em simultâneo, a turma apresentou o tempo de 29,49 segundos, como tempo mediano para o Robot *X-5*.

E o diálogo continuou...

H: 50% dos tempos das corridas do *X-5* é superior a 29,49 segundos.

P.M: E 50% são inferiores a 29,49 segundos...

Os alunos mostraram interesse em calcular a mediana para os tempos dos restantes Robots. Após realizarem os cálculos nos seus cadernos, tomaram a iniciativa de ir ao quadro e

escrever por ordem crescente os tempos dos outros dois Robots (*Jagunço* e *Vinagre*) e representar a mediana em cada um dos conjuntos de dados.

Posto isto, recapitulámos, no grande grupo, o tempo mínimo, a mediana, o tempo máximo e a amplitude entre o tempo mínimo e tempo máximo de cada um dos Robots. Um elemento do grupo do *Vinagre* dá um grito na sala e diz: “Ganhámos.”

Nós questionámos: “Como assim?” Ao que o G.S responde “Pela mediana o nosso Robot é o vencedor. Se olharmos para os 50% melhores tempos de cada Robot, nos ganhámos. Temos a menor mediana.”

Alguns alunos da turma concordaram e disseram: “É verdade. Assim vocês ganham. Que bom!”

Gerou-se alguma agitação e entusiasmo na sala de aula pois esta ‘descoberta’ agradou os alunos, uma vez que, deste modo, com exceção do *X-5*, cada grupo conseguiu encontrar um critério que colocava o *seu* Robot a ser o vencedor.

Cada grupo usou uma medida estatística (média, mediana, tempo mínimo, amplitude da amostra) como argumento para o *seu* Robot ser o vencedor das corridas. O grupo que não conseguiu fazer o *seu* Robot ser o vencedor também procurou argumentos matemáticos e, tal como os outros, participou no processo investigativo, contudo os dados do *seu* Robot não lhes permitiu ganhar, salvo se os colegas aceitassem que “o vencedor fez as corridas mais lentamente”, como sugerido pelo A, ou “o Robot que tem maior percentagem de tempos superiores aos outros é o vencedor”, como sugerido pelo T. Estes alunos bem que tentaram mas não conseguiram convencer os colegas com tais argumentos.

A intenção de ganhar as corridas era realmente muito forte nestes alunos e a sua forma de atuação foi conduzida através desse grande desejo. Mesmo numa fase em que supostamente já estavam estabelecidos os vencedores, os alunos não desistiram. A construção dos diagramas de caule-e-folhas aliada à emergência do conceito de mediana possibilitou o estabelecimento de um critério que tornava o *Vinagre* no vencedor das corridas.

Antes de analisarmos como emergiu a construção de mais alguns gráficos, gostaríamos analisar o comportamento da S, durante a implementação do CA que temos vindo a analisar, uma vez que esta aluna foi talvez a maior ‘revelação’ durante esta prática. A S era uma aluna que, antes de iniciar o trabalho com os Robots, faltava muito, sem apresentar justificações válidas e tinha comportamentos pouco adequados fora da sala de aula (fumava e drogava-se, envolvia-se em bulhas). A partir do momento em que se iniciou o trabalho com os Robots, veio às aulas e tornou-se participativa e empenhada nas tarefas. Na aula em que foram realizadas as corridas foi ela que auxiliou o M no registo dos dados no quadro, foi ela que fez, muito

organizadamente, os registos no computador e explicou aos colegas, que não estavam a acompanhar, o critério que estavam a utilizar para organizar as corridas. Quando foi construído, pela primeira vez, o diagrama de caule-e-folhas foi a aluna mais participativa e empenhada na sua construção. Quando questionada sobre o porquê desta mudança de atitude respondeu: “Agora as aulas de Matemática fazem sentido. [...] Ao escolher o Robot vencedor das corridas aprendemos Estatística. [...] Construímos os Robots, o troço de corrida e programámos os Robots para ganhar as corridas. [...] Não estivemos a trabalhar para o teste.”

Pelas respostas desta aluna, bem como pela sua forma de atuação nas aulas, podemos considerar que ela conseguiu atribuir significado aos problemas que emergiram nas aulas com Robots. Para ela, os conteúdos matemáticos (em particular a Estatística) deixaram de ser vistos apenas como fator instrumental – aprender os conteúdos para ter boas notas no teste – os conceitos matemáticos, uma vez que emergiram da resolução dos problemas com Robots, foram construídos pelos próprios alunos e os seus significados, por terem sido mutuamente construídos, tornaram-se significativos. Após trabalhar com Robots, esta aluna, alterou a maneira de ‘olhar’ para a aprendizagem da Matemática e para as suas capacidades. Antes era uma das alunas que dizia “Não vale a pena. A Matemática já está perdida” e passou a considerar que “Assim é fácil. Assim consigo aprender Matemática.”

Os Robots influenciaram a forma de atuação dos alunos na sala de aula. A disposição que sentiam para trabalhar com Robots gerou intenção de participar no seu processo de aprendizagem e as suas ações tiveram consequências que foram para além do individual. Essas ações propiciaram e influenciaram o trabalho nos grupos de trabalho e, também, no grande grupo. Os Robots ativaram intenções de aprendizagem nos alunos e permitiram-lhes reconstruir os seus *foregrounds* em relação à Matemática escolar ao fazê-los sentir que eram capazes e que as suas intervenções poderiam contribuir para o sucesso do trabalho no seu grupo e também para o sucesso do trabalho com toda a turma.

6.4.6. A Construção dos Diagramas de Extremos e Quartis

Aproveitámos o entusiasmo dos alunos no conceito de mediana, devido a esta medida estatística permitir transformar o *Vinagre* no vencedor, para fazer emergir os 1.º e 3.º quartis, o diagrama de extremos e quartis e ‘batizar’ a mediana de 2.º quartil.

Recorrendo ao esquema que os alunos tinham construído na aula anterior, com os tempos das corridas, no qual tinham identificado o mínimo, a mediana e o máximo de cada uma das amostras (tempos das corridas de cada Robot), sugerimos que indicassem “o valor que divide os 50% ‘melhores tempos’ ao meio e o valor que divide os 50% ‘piores tempos’ ao meio”.

Os alunos, analisando os esquemas que tinham nos seus cadernos, com os tempos ordenados por ordem crescente, facilmente identificaram para cada amostra que o valor pedido correspondia ao 2.º e 5.º tempo de corrida de cada Robot. Durante o diálogo que se estabeleceu o P.M referiu que “os tempos ficam divididos em quatro partes iguais” o C acrescentou “cada parte tem 25% dos tempos”. Aproveitámos as intervenções dos alunos para ‘batizar’ esses valores que dividiam a amostra em 4 partes iguais de quartis e explicámos como construir um diagrama de extremos e quartis. Fizemos essa construção no quadro, juntamente com os alunos, para os tempos do *Vinagre* e os alunos, em grupo, nos seus cadernos quiseram construir para os restantes Robots.

Os alunos conseguiram construir e interpretar os vários diagramas de extremos e quartis. Pela leitura que fizeram aos diagramas construídos revelaram que compreendiam as informações estatísticas lá apresentadas. Ao compararem os quartis dos tempos das corridas dos vários Robots referiram, por exemplo, que:

- 75% dos tempos do *Vinagre* e também do *DNR* são melhores do que todos os tempos do *X-5*. (Grupo do *Vinagre*.)
- 100%, isto é, todos os tempos do *Jagunço* são melhores que os tempos do *X-5*. (Grupo do *X-5*.)

Os alunos revelaram interesse em construir os diagramas de extremos e quartis recorrendo ao Excel, assim, criámos uma ficha de trabalho e disponibilizámo-la através do correio eletrónico dos alunos, para auxiliá-los nesse processo, uma vez que seria difícil os alunos construírem os diagramas de extremos e quartis no Excel sem ajuda pois não possuíam conhecimentos da ferramenta para tal.

6.4.7. A Construção de Outros Gráficos

Após os alunos terem analisado os tempos de cada Robot, com a intenção de fazer emergir outros tipos de gráficos, sugerimos “olhar para os tempos dos Robots como um todo e não para os Robots em particular”, uma vez que a intenção passava a ser “caracterizar os tempos das corridas de *todos* os Robots”. Neste sentido, pedimos aos alunos para indicarem a dimensão da amostra e a sua amplitude. Os alunos não tiveram dificuldade em referir que “a dimensão da amostra é 24” (G), uma vez que “temos 24 tempos de corridas, realizadas em 12 corridas” (A). E, que, “a amplitude da amostra é 6,98” (P.T), referindo que “é a diferença entre o melhor tempo do *DNR* e o pior tempo do *X-5*” (P.B).

Os alunos tiveram alguma dificuldade em ‘largar’ os tempos de cada Robot para analisar os Robots como um todo, pois para si o *seu* Robot era muito significativo, tal como os *seus* tempos. Essa dificuldade foi ultrapassada quando fizemos um novo convite aos alunos:

“Imaginem que são da empresa que vende os Robots NXT e querem os publicitar para entrar num campeonato de corridas de Robots. Querem arranjar um piloto para os vossos Robots. Como é que os publicitavam?”

O convite foi aceite e os alunos, dispostos a arranjar estratégias para publicitar os Robots, começaram a analisar os tempos das corridas. Quando questionados, identificaram a variável em estudo como “quantitativa contínua” (M) pois “não conseguimos parar o tempo” (M). Calcularam a média e os quartis e organizaram, por iniciativa própria, os dados num diagrama de extremos e quartis. Posto isto, desafiamos-lhes a organizarem os tempos dos Robots recorrendo a outro tipo de gráfico. Este desafio fez emergir a discussão acerca da distinção entre um gráfico de barras e um histograma, uma vez que o G sugeriu construir um gráfico de barras, e o C respondeu “Não. Tem de ser um parecido com esse mas com as barras todas juntas, pois o tempo não para”. Assim, aproveitámos o momento para distinguir estes dois gráficos, consoante o tipo de variável em causa, e analisar as características de um e de outro.

Os alunos consultaram o manual para tentar aferir as diferenças entre um gráfico de barras e um histograma e o G.S sugeriu organizar os dados em classes pois “a variável é contínua, por isso, não podemos utilizar um gráfico de barras. Temos de utilizar o histograma”. O diálogo continuou e, recorrendo à informação do manual, os alunos tentaram criar uma perspetiva partilhada acerca de como organizar os dados em classes e que classes utilizar.

Após algumas sugestões o C sugeriu organizar os dados em classes de amplitude igual a 2 segundos, em que a primeira classe seria entre 26 e 28 segundos.

Discutimos, com os alunos, a noção de intervalo fechado e aberto e os alunos concordaram utilizar intervalos fechados à esquerda e abertos à direita, pois era assim que aparecia nos exemplos do manual. A noção de intervalo ainda não tinha sido discutida com estes alunos, era um conceito novo para eles. Definimos, no grande grupo e através das sugestões apresentadas pelos alunos, a forma de apresentar os dados em forma de intervalo e as classes a utilizar para organizar os tempos das corridas. Posto isto, os alunos, nos seus cadernos, em grupos, construíram uma tabela de frequências absolutas para depois construírem um histograma.

Após serem definidas as classes, os alunos não tiveram dificuldade em construir a tabela com as frequências absolutas. Entretanto chegou ao fim da aula.

No início da aula seguinte o T referiu que tinha pesquisado na internet como fazer um histograma no Excel, que seguiu os passos que lá indicavam, mas que achava que o seu gráfico estava errado. Notemos que não tinha sido sugerido construir o histograma, como trabalho de casa, só que alguns alunos, por iniciativa própria, fizeram-no e o T tentou fazê-lo recorrendo

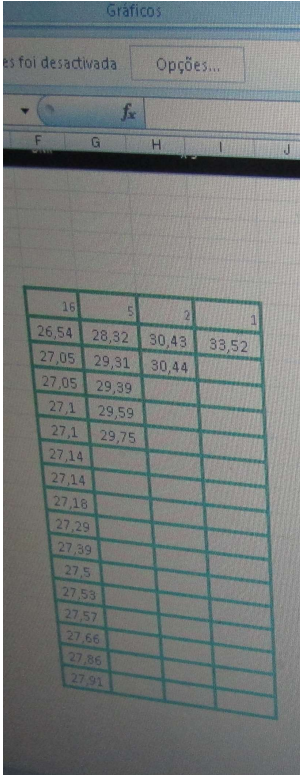
ao Excel. Este aluno tornou-se cada vez mais participativo e empenhado nas atividades realizadas na sala de aula e sempre que possível utilizava a folha de cálculo do Excel. Nenhum elemento do seu grupo (A, C e T) tinha, até ao início da implementação do CA, utilizado a folha de cálculo, mas desde o início tentaram rentabilizá-la e levantaram muitas questões no sentido de conseguir utilizá-la nas várias situações.

O T tinha instalado o suplemento para análise de dados que contém uma opção para construir um histograma, após os dados serem organizados através dessa ferramenta. Como o T não tinha seleccionado bem os dados para o intervalo de entrada, nem para o intervalo do bloco, a construção não ficou correta. Explicámos por que é que o seu gráfico não estava correto, referindo que, quando organizamos os dados em classes, deixa de ser importante cada um dos tempos das corridas que pertencem a uma determinada classe mas sim o número de tempos de corrida que pertencem a essa classe. O T tinha construído uma tabela para organizar os vários tempos em classes mas em vez de apenas indicar a frequência de cada classe colocou todos os tempos na respetiva classe, como podemos observar na figura ao lado.

Após esclarecer a dúvida do T, os alunos retificaram a tabela e rapidamente conseguiram construir, recorrendo ao Excel, o histograma com os tempos das corridas dos Robots. Os outros grupos pediram ao grupo do T para explicar como fazer pois queriam também tentar. Convidámos os alunos a explicarem os procedimentos para construir o histograma a toda a turma. Os alunos tiraram apontamentos das explicações dadas pelo grupo do T. Sugerimos que fizessem a construção do gráfico em casa recorrendo ao Excel, pois na aula gostávamos que todos tentassem construir ‘à mão’, uma vez que considerámos importante também o saber fazer sem a tecnologia.

Como os alunos já tinham construído, nos seus cadernos, a tabela de frequências absolutas, foi fácil construir no quadro o histograma com os tempos dos Robots nas várias corridas, organizados em classes de amplitude 2. A construção foi feita através das sugestões dadas pela turma. Os alunos referiram que:

- No eixo dos xx temos que colocar os extremos das classes e legendar o eixo – *Tempo em segundos*. (P.M)
- Temos de ter cuidado com a escala a utilizar. Podemos colocar no início um raio para indicar que tem valores antes do limite inferior da primeira classe. (D)



	1	2	3	4
16	5	2	1	
26,54	28,32	30,43	33,52	
27,05	29,31	30,44		
27,05	29,39			
27,1	29,59			
27,1	29,75			
27,14				
27,14				
27,16				
27,29				
27,39				
27,5				
27,53				
27,57				
27,66				
27,86				
27,91				

Figura 6.5: Tabela construída pelo T, na folha de cálculo do Excel.

- Podemos legendar de dois em dois, sempre com a mesma largura para todas as barras terem a mesma largura. (N)
- No eixo dos yy temos que colocar os números de 1 a 16, pois a classe com mais tempos tem 16 tempos e legendar o eixo: *Frequência absoluta*. (M)
- No eixo dos yy também temos de ter cuidado com a escala, podemos fazer de 1 em 1, até 16. Diz aqui [os alunos estavam a consultar o manual para ver como construir um histograma] que a altura da barra tem de ser proporcional à frequência. (S)
- Temos que colocar um título no gráfico. (P.T)
- ...

A construção do histograma foi feita no quadro pela R, com apoio dos colegas. Nós não tivemos que intervir para que o histograma fosse construído de uma forma correta. Os alunos cooperativamente e com a ajuda do seu manual foram capazes de construir o histograma.

Quando acabaram a construção do histograma o P.M referiu que “no manual também está que para dados contínuos poderíamos utilizar um gráfico de linhas”. Aproveitámos sugestão do aluno e questionámos:

Inv: Sabes como construir um gráfico de linhas?

P.M: Colocamos pontinhos referentes à frequência absoluta de cada uma das classes e depois unimos esses pontos e já está.

Enquanto o aluno ia explicando fomos exemplificando o que o aluno estava a dizer e complementámos o seu raciocínio:

Inv: Temos que ter em atenção onde colocar os pontinhos que o P.M diz. Para construir um gráfico de linhas, como o P.M sugere, temos que utilizar a marca da classe.

R: Marca da classe? O que é isso?

Utilizando o gráfico que estava no quadro, exemplificámos como encontrar a marca da classe. Os alunos consideraram o gráfico de pontos interessante e fizeram-no nos seus cadernos.

Inv: Lembra-se do que representa a Moda, em Estatística?

P.M: Sim. É aquele valor que se repete mais vezes, como foi a pista que ganhou, foi a que tinha mais votos. A moda era a pista que tinha tido mais votos.

H: A moda é o ‘valor’ que aparece mais vezes.

Inv: Quando os dados estão agrupados em classes não falamos de moda mas sim de classe modal.

M: Então a classe modal é a classe [26, 28[?

Inv: Sim, muito bem. É isso mesmo.

Os alunos identificaram no histograma a classe modal.

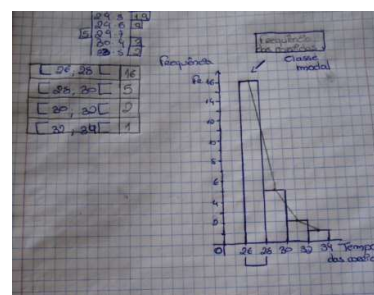


Gráfico 6.5: Histograma e gráfico de linhas construído pela S.

“Quanto mais o aluno compreender os conceitos estatísticos, melhores serão suas atitudes em relação à estatística, e quanto melhor forem estas atitudes, mais esse aluno tenderá a se aproximar da estatística, seja para utilizá-la, seja para ampliar seus conhecimentos”

(Pereda, 2006, p. 26). Esta citação mostra muito bem o que aconteceu com a entrada dos Robots na sala de aula aliada à investigação estatística que os alunos aceitaram realizar. Estes alunos ao vivenciarem uma experiência agradável na sala de aula desenvolveram uma atitude positiva em relação à Estatística. Eles foram desafiados e estimulados para agir e refletir sobre as situações em análise e aceitaram o desafio agindo e refletindo sobre as várias situações. Nesse processo, contactaram com diferentes perspectivas e respeitaram a diversidade de opiniões sempre com a abertura suficiente para olhar de acordo com a perspectiva do outro e analisá-la para só depois então aceitá-la ou rejeitá-la, realizando, dessa forma, uma aprendizagem reflexiva.

6.5. A Concluir

Como analisámos ao longo deste capítulo, os alunos agiram e refletiram construindo significados em Matemática, em particular, construíram significados quanto às medidas de tendência central e tornaram-se capazes de as interpretar no contexto das situações em análise e de comunicar o que elas representavam. Aprenderam a construir gráficos e tornaram-se capazes de refletir acerca da informação que eles continham e explicá-las utilizando as suas próprias palavras, o que demonstra que desenvolveram raciocínio processual integrado. Além disso, demonstraram capacidade para trabalhar com as ferramentas e os conceitos aprendidos. Estes alunos aprenderam Estatística.

Durante todo o processo desenvolveram a capacidade de comunicar e argumentar. “A necessidade de defender as suas ideias e de as confrontar com as opiniões dos outros fomentou o desenvolvimento de hábitos de reflexão e de capacidade crítica” (Sousa, 2002, p. 23). Através dos diálogos que estabeleceram, os alunos, passaram a agir e a refletir de uma forma crítica, na sala de aula e, dessa forma, “adquiriram e utilizaram instrumentos comunicativos, analíticos e materiais que serão essenciais para o seu exercício de todos os direitos e deveres intrínsecos à cidadania” (D’Ambrosio, 2002, p. 66). Estes alunos revelaram capacidade de os utilizar na sala de aula e esperamos que eles façam ressonância no seu quotidiano.

Os alunos assumiram um papel ativo no processo de *design* e implementação do CA e, conseqüentemente, no seu processo de aprendizagem. Durante a prática de sala de aula emergiu naturalmente um ambiente de cumplicidade entre todos os intervenientes neste processo, os alunos comprometeram-se, respeitaram-se, foram críticos e agiram de forma coletiva. Esta forma de ação e interação é importante, uma vez que “valoriza o aluno, não apenas no que diz respeito à sua formação intelectual, mas, igualmente, como cidadão, na medida em que o incentiva a olhar para si e para o mundo que o cerca [...] e o leva a questionar” (Campos,

Jacobini, Wodewotzki & Ferreira, 2011, p. 491). Os alunos revelaram-se capazes de criticar a realidade, na medida que passaram a ‘olhar’ de uma forma mais crítica para as informações estatísticas que apareceram no contexto de sala de aula e também em sala de aula, criticaram algumas situações do cotidiano. Esse ‘olhar crítico’ despertou um não-conformismo nos alunos e, assim, passaram a agir e a refletir para encontrar soluções para as várias situações que emergiram na sala de aula.

Pelo que analisámos, no início da implementação deste CA, considerámos que, a maioria destes alunos, na percepção que faziam sobre as suas possibilidades de vida futura, consideravam que ter negativa a Matemática não importava, uma vez que não precisavam dela para acabar a escolaridade obrigatória e pouco significado quotidiano lhe atribuíam. Assim, as percepções que faziam do seu futuro não geravam motivos para que se voltassem, de uma forma natural, para a aprendizagem da Matemática, o que fazia com que as *intenções-de-aprendizagem* da Matemática não fossem ativadas facilmente, uma vez que estas estão relacionadas com o que os alunos percebem como sendo as suas possibilidades futuras a partir de seu ambiente social. Felizmente os “*foregrounds* modificam-se, e podemos observar neles uma forte descontinuidade, pois uma nova maneira de ver as próprias possibilidades pode surgir repentinamente” (Skovsmose et al., 2009, p. 243). E, efetivamente, isso aconteceu com a implementação do CA que se discute neste trabalho de investigação.

CAPÍTULO SETE – CONCLUSÕES

Segundo Papert (1994) a Escola está inserida na sociedade a que pertence e, como tal, deve vivenciar a mesma revolução tecnológica que a sociedade. Assim, é importante recorrer às tecnologias, uma vez que elas podem ajudar a criar oportunidades para a ação e reflexão e consequentemente para a aprendizagem.

O objeto de discussão neste trabalho é a *aprendizagem*, em particular a *aprendizagem da Estatística e da Cidadania*. Neste sentido, pretendemos compreender de que forma a *aprendizagem* pode ser facilitada pela introdução das tecnologias, em especial dos Robots, como ferramentas da aprendizagem, aliadas a uma metodologia de trabalho em que é permitida uma participação ativa e crítica dos alunos. Assim, formulámos como problema de investigação: *Compreender de que forma o uso de tecnologias, com especial enfoque nos Robots, contribui para que os alunos desenvolvam a literacia, o pensamento e o raciocínio estatístico, produzindo significado e fomentando a aprendizagem da Estatística e a aprendizagem da Cidadania*. O problema desta investigação foi definido de um modo geral e depois dissecado em várias questões que guiaram este trabalho e que nortearam a escrita deste capítulo. Através do diálogo estabelecido entre o campo empírico e o campo teórico discute-se o problema em estudo e as questões de investigação. Os temas seguintes servem de base ao desenvolvimento das nossas conclusões: A *ação-dialógica* e a aprendizagem; A importância do CA na aprendizagem dos alunos; Os Robots e as aprendizagens dos alunos.

A finalizar o capítulo apontamos algumas questões para investigação futura e apresentamos um balanço final referindo marcos de aprendizagem no decurso deste trabalho.

7.1. A Ação-Dialógica e a Aprendizagem

Este trabalho de investigação leva-nos a considerar que as tecnologias, em especial os Robots, são ferramentas fulcrais para potenciar a *ação-dialógica*. Os Robots aliados a uma metodologia de trabalho de projeto e a um diálogo reflexivo e crítico contribuíram para que os alunos aprendessem Estatística e também Cidadania, uma vez que tudo isto fez com que os alunos desenvolvessem “estratégias de reflexão, valorização da consciência crítica, estímulo à cidadania” (Campos 2007, p. 90).

7.1.1. A Construção do Significado Através da Ação-Dialógica

Durante o processo de *design* e implementação do CA, os significados foram construídos através do trabalho que foi realizado com os alunos e pelos alunos, pela partilha de perspetivas individuais e construção de perspetivas partilhadas acerca dos vários assuntos.

Os conceitos estatísticos não foram definidos de antemão por nós, os seus significados emergiram através dos diálogos investigativos estabelecidos com os alunos e entre eles e, nesse processo, os alunos participaram de uma forma responsável e crítica em ações que lhes permitiram formar-se como cidadãos participativos, questionadores, críticos e reflexivos (Campos, 2007). Claro que este processo não está completo, mas certamente contribuiu para que os alunos começassem a tornar-se mais participativos e críticos quanto ao que acontece na sua sociedade.

Quando afirmamos que os alunos construíram perspetivas partilhadas acerca dos assuntos não significa que, inicialmente, todos acreditassem no mesmo ou que estivessem de acordo em todos os aspetos, significa que através do diálogo e do poder de argumentação utilizado foram criadas perspetivas partilhadas e construídos significados acerca dos vários assuntos em análise. A apresentação e avaliação das perspetivas individuais permitiu que os alunos conhecessem o modo de pensar dos colegas, ou dos grupos e, assim, tornou-se possível trazer ao aluno, ou ao seu grupo, uma maior consciência da sua maneira de agir em sala de aula, permitindo a construção de perspetivas partilhadas. Segundo Alrø e Skovsmose (2006), é importante estar disposto a ‘abrir mão’ da sua perspetiva, nem que seja por pouco tempo, para tentar reconhecer a perspetiva do outro e, desta forma, abrir espaço para construir novas perspetivas e novos significados, tornando as investigações coletivas.

Várias foram as perspetivas partilhadas que se formaram, através do diálogo, no pequeno grupo: o aspeto do Robot, a criação, justiça e tamanho do troço de corrida, a própria programação do Robot, a definição e o estabelecimento dos critérios de classificação dos vários Robots. Outras foram construídas através da interação com toda a turma, pelo diálogo estabelecido no grande grupo, tornando-se partilhadas por todos: a escolha do troço de corrida e qual o Robot vencedor, consoante o critério estabelecido. As perspetivas partilhadas emergiram do processo de ação e reflexão dos alunos e responsabilização para com a sua aprendizagem. Para conseguirem realizar as várias tarefas durante a implementação do CA os alunos tiveram que se tornar responsáveis pelas suas ações, arranjar argumentos válidos para defender a sua perspetiva perante os colegas de grupo e perante toda a turma, e, assim, construir perspetivas partilhadas acerca do que fazer e como fazer.

Em todos os momentos da implementação do CA os alunos trabalharam sempre em grupo e, dessa forma, tiveram que criar um troço de corrida nas condições estabelecidas e justificar, perante os colegas do grupo e também perante a turma, porque é que o seu troço de corrida era justo e porque é que, em tamanho real, cabia na sala de aula. Além disso, tiveram que justificar, perante a turma, porque é que o seu troço deveria ser o escolhido. Este trabalho

foi conseguido com sucesso pois os alunos uniram-se, agiram, refletiram, dialogaram, apresentaram a sua perspetiva individual mas, também, ouviram as perspetivas dos colegas do grupo, com a intenção de as reconhecer e, assim, construir perspetivas partilhadas sobre os assuntos, fazendo uso da Matemática para solucionar o problema.

7.1.2. A Ação-Dialógica e a Aprendizagem da Estatística e da Cidadania

Na sala de aula foi aberto espaço para o diálogo e este emergiu porque existiram intenções individuais e, também, intenções partilhadas acerca dos vários assuntos em análise, que foram por nós valorizadas. Essas intenções geraram ações e reflexões críticas, que se tornaram visíveis através do diálogo estabelecido entre os vários participantes neste processo.

O caminho seguido foi sempre definido pela partilha de ideias de forma a se criarem perspetivas partilhadas acerca dos vários assuntos. Como os alunos tiveram oportunidade de confrontarem-se com tarefas significativas e com situações estatísticas não rotineiras, emergiu a intenção de criar e desenvolver estratégias de resolução variadas. Estas permitiram-lhes construir significado estatístico, sobre as situações em análise, e reconhecer como é que esses significados são construídos (Carvalho, 2006).

Em grupo, os alunos estabeleceram critérios para um Robot ser o vencedor das corridas, e foi nesse momento que a maioria utilizou, pela primeira vez, a folha de cálculo do Excel. Pela partilha dos conhecimentos dos alunos que já conheciam a ferramenta, pelas pesquisas feitas pelos alunos na internet e pela partilha de ideias, descobriram potencialidades da folha de cálculo, quer para a análise dos dados, quer para a sua apresentação através de gráficos e tabelas.

O Excel foi uma ferramenta que auxiliou os alunos no seu processo de aprendizagem e deixou-os “libertos dos cálculos e da construção manual dos gráficos, tornando-se mais fácil o trabalho com um maior número de dados e num período de tempo mais curto” (Carvalho, 2006, p. 3). Através dos diálogos estabelecidos, os alunos analisaram os dados e os gráficos de barras, histogramas e diagramas de extremos e quartis que criaram no Excel, definiram argumentos válidos para um Robot ser o vencedor e estabeleceram várias comparações entre os Robots. O Excel e a *ação-dialógica* foram duas ferramentas importantes para a aprendizagem dos alunos, pois juntas possibilitaram: (i) interpretar e avaliar de uma forma crítica a informação que recolheram aquando da realização das corridas; (ii) criar estratégias e justificar os procedimentos adotados; (iii) argumentar relativamente aos dados recolhidos; (iv) discutir e comunicar as conclusões a que chegaram. Assim sendo, estas foram duas ferramentas que aliadas fizeram emergir os conceitos matemáticos e propiciaram a aquisição de literacia estatística pelos alunos (Gal, 2000).

Os alunos, trabalhando em grupo, dialogaram, agiram e refletiram e, nesse processo, desenvolveram a sua autonomia e sentido crítico e construíram o conhecimento Estatístico e capacidades para exercer uma Cidadania crítica, reflexiva, esclarecida e participativa, tanto em decisões individuais como coletivas (Carvalho, 2006; Fernandes et al., 2009).

Durante a implementação do CA, os alunos tiveram oportunidade de interpretar criticamente e compreender as informações provenientes de dados por eles recolhidos, foi pela ação e reflexão crítica acerca desses dados que se aperceberam que a construção e a utilização de conceitos estatísticos servem para ‘vender’ uma determinada ideia. Ao aprenderem Estatística desta forma, vivenciaram reais oportunidades para tornarem-se mais críticos (quanto aos resultados apresentados), reflexivos (sobre as suas ações) e participativos. Tomaram decisões individuais e coletivas e, dessa forma, desenvolveram a literacia, o pensamento e o raciocínio estatísticos. Tudo isto é importante para uma Cidadania crítica, por isso, podemos considerar que ao aprenderem Estatística desta forma aprenderam Cidadania, desenvolvendo capacidades para exercê-la de uma forma crítica.

Assim, consideramos que, na sala de aula, vivenciámos uma aprendizagem voltada para o desenvolvimento da Competência Estatística e para a formação de uma Cidadania crítica que se encontra em concordância como os princípios que norteiam a Educação Crítica (Campos, et al., 2011).

7.2. A Importância do CA na Aprendizagem dos Alunos

Para todos os intervenientes no processo de *design* e implementação do CA, a metodologia de trabalho adotada constituiu uma novidade. Embora estivéssemos habituados a realizar pequenos trabalhos em grupo, nunca tínhamos realizado um trabalho de projeto. Depois da experiência vivida, consideramos que a metodologia de trabalho revelou-se proveitosa em aprendizagens para todos os intervenientes neste processo. Nesta prática, a construção do conhecimento ocorreu na partilha de perspetivas individuais e de grupo e nas discussões que daí advieram. A aprendizagem ocorreu na medida em que nos envolvemos na prática em curso e nela participámos e porque quisemos saber mais sobre os vários assuntos que foram surgindo. Para os alunos, em particular, por se terem envolvido na realização das várias tarefas, desenvolveram autonomia, responsabilidade e reconheceram, através das suas ações, que “é importante cooperar porque todos somos responsáveis pela aprendizagem de todos. Aprende-se ajudando os outros a aprender” (Fernandes, 2004, p. 6).

7.2.1. A Importância do CA na Participação Crítica e Construtiva dos Alunos

O esboço do CA foi apresentado no primeiro dia e os alunos tiveram oportunidade de dar sugestões para o seu prosseguimento e sobre o desenrolar das tarefas. Todas as tarefas foram discutidas democraticamente com eles, o que propiciou uma mudança quer do papel do professor quer do papel dos alunos nas aulas de Matemática. Fez com que todos partilhassem as responsabilidades e tomassem decisões que contribuíssem para o desenrolar das tarefas.

Como os alunos tiveram um papel importante no delineamento das tarefas a realizar, estas tornaram-se significativas, ajudando a manter os alunos empenhados em aprofundar o seu trabalho, responsabilizando-se e refletindo criticamente sobre o que estavam a fazer, a fim de o realizar da melhor forma, tornando-se participantes ativos e críticos no seu processo de aprendizagem.

Como as tarefas estavam relacionadas com os interesses dos alunos, permitiram-lhes desenvolver capacidades que lhes possibilitaram um crescimento pessoal e social, uma vez que mudaram de atitudes, na sala de aula, alteraram a forma de ‘olhar’ para as aulas de Matemática e a forma de nelas participar. Ao assumirem a responsabilidade, passaram a agir de uma maneira mais autónoma e crítica, tomando as suas próprias decisões, tendo sempre em consideração o bom funcionamento do trabalho em grupo e com toda a turma. Tudo o que fizeram foi construído de uma forma cooperativa (desde a criação do Robot até à definição do vencedor das corridas) e definido, pelos alunos, na prática que empreenderam. Nesse processo de construção de perspetivas partilhadas, “existiram conflitos, tensões, confiança e também desconfiança. Mas os alunos encontraram formas que facilitaram esse processo, respeitando as diferenças e coordenando as aspirações individuais e coletivas ao longo de todo o percurso” (Lopes & Fernandes, 2012b, p. 11).

Assumir um papel ativo e crítico, no *design* e implementação do CA, possibilitou que encontrassem motivos e definissem objetivos para se envolverem em várias ações que para si tornaram-se significativas, uma vez que estabeleceram significados entre as novas ideias e as ideias que já possuíam (Ausubel, 2003). Além disso, propiciou que trabalhassem, desde a primeira à última aula, com um propósito comum, ou seja, com intenções partilhadas: *Realizar e Ganhar as Corridas*. Todos os alunos abraçaram este desafio e, assim, a sala de aula de Matemática tornou-se num espaço social onde tiveram lugar os acontecimentos e, através da experiência vivida, a aprendizagem ocorreu.

Nesta prática permitimos aos alunos estabelecerem ligações entre o que já sabiam e o que desejavam fazer para, com isso, aprender. Assim, tivemos sempre em consideração que os alunos têm conhecimentos, vindos de outras práticas, e que esses são importantes e necessários

para as suas aprendizagens escolares. Abrimos espaço para a entrada desses conhecimentos – *corremos riscos* – mas ‘agarrados’ a esses conhecimentos emergiram diálogos investigativos que propiciaram a aprendizagem.

Os alunos enquanto estavam a trabalhar em grupo tiveram necessidades individuais, como, por exemplo, perceber a programação que estavam a realizar ou reconhecer uma estratégia que estava a ser utilizada para resolver uma determinada situação, assim, questionaram na tentativa de ultrapassar essa necessidade e construir uma perspetiva partilhada sobre o assunto em análise. Nestes casos, “de uma necessidade individual, nasce a discussão entre os elementos do grupo. Os alunos discutem e explicam as suas escolhas, confirmam ou rejeitam hipóteses” (Fernandes, 2004, p. 7). Desta forma, foi frequente, quando um aluno não percebia o trabalho que estava a ser realizado no seu grupo, manter contacto e tentar reconhecer a perspetiva do grupo, ouvindo e discutindo as opiniões dos outros, num ambiente social que emergiu dos esforços mútuos para construir perspetivas partilhadas sobre os vários assuntos.

Todo o enredo que se desenvolveu com a implementação do CA estimulou nos alunos atitudes pessoais, como respeito pelos colegas, cooperação entre os elementos do grupo e entre toda a turma e iniciativa por parte de alunos que usualmente não a demonstravam. Contribuiu também para o exercício da análise de resultados, que apareceram, de uma forma natural, pela necessidade de ‘batizar’ as justificações criadas.

Embora não tenha sido nossa intenção, gerou-se, em muitos momentos, competição entre os grupos, o que propiciou a apresentação de perspetivas individuais, e do grupo, e argumentação em sua defesa ou contra, criação de estratégias, justificação de procedimentos, manteve os alunos envolvidos nas várias tarefas e fez emergir os conceitos matemáticos e de programação, por isso, a competição é aqui entendida como uma parte produtiva para o envolvimento dos alunos em ações e reflexões significativas (Lopes, 2012b) e, consequentemente, propiciar a aprendizagem.

Durante a implementação do CA pudemos verificar uma união forte entre os elementos do grupo de trabalho. Julgamos que essa união no grupo emergiu por ter sido dada oportunidade aos alunos de formarem os seus grupos de trabalho, atendendo às suas afinidades e interesses. Eles puderam escolher com quem queriam trabalhar. Esse poder partilhado com os alunos, propiciou espírito de equipa, partilha de responsabilidades para a execução das tarefas, entendimento e cumplicidade entre os elementos do grupo, facilitou a comunicação no grupo, o debate de ideias e o esclarecimento de dúvidas no próprio grupo.

O trabalho cooperativo entre os alunos nos grupos de trabalho foi-se aprimorando ao longo do tempo. A aprendizagem ocorreu através desse processo de cooperação estabelecido

entre os alunos no grupo, uma vez que no grupo os alunos criaram um ambiente propício à interação e apoio mútuo através dos diálogos investigativos que estabeleceram. Apesar de ter havido competição entre os diferentes grupos, no seio de cada grupo os alunos não competiram entre si.

7.2.2. O *design* e implementação do CA e a Aprendizagem da Estatística e da Cidadania

O nosso papel no *design* e implementação do CA foi essencialmente de mediadoras no processo de aprendizagem dos alunos. Foi da nossa responsabilidade a moderação das discussões no grande grupo e também tentar reconhecer as perspetivas dos alunos, nos momentos de discussão em pequeno e grande grupo, para explorá-las, levando-os a desenvolvê-las ou a abandoná-las, com o intuito de serem construídas perspetivas partilhadas e, desta forma, tornar visíveis e fazer emergir os conceitos matemáticos. A nossa forma de participação, ao levantarmos questões e abrindo espaço para que os alunos escolhessem as ações em que queriam envolver-se, foi orientada com a intenção de propiciar que os alunos realizassem uma aprendizagem reflexiva.

Nesta prática, a abordagem dos conteúdos da Estatística não pretendeu levar os alunos à sua memorização, “mas possibilitar a sua construção através da estruturação do pensamento e consequentemente à sua autonomia” (Nascimento & Bezerra, 2013, p. 11). Os conteúdos foram abordados mas o foco foi “desviado do produto para o processo” (Campos, 2007, p. 36), valorizámos os aspetos subjetivos presentes nas várias questões em análise e a parte interpretativa e investigativa das várias situações. Os conteúdos, não foram *ensinados* por nós mas emergiram das situações em análise e depois então ‘batizámo-los’.

A forma como a Estatística foi explorada na sala de aula privilegiou um trabalho motivador para os alunos, uma vez que a investigação estatística que realizaram foi criada de acordo com os seus interesses (Carvalho, 2006), por isso, despertou-lhes *intenções-de-aprendizagem*.

Os alunos ao assumirem o papel de investigadores, comprometeram-se, responsabilizaram-se, adotaram atitudes democráticas, partilharam experiências e resultados, aprenderam a valorizar o trabalho cooperativo e o diálogo investigativo. Nesse processo, agiram, refletiram e debateram os vários assuntos, construindo perspetivas partilhadas e significados sobre os mesmos, adquirindo os conhecimentos.

Os alunos, ao longo do tempo em que percorreram as quatro etapas da sua investigação, foram incentivados a conjecturar, levantar questões, problematizar, formular explicações e argumentos. Durante esse processo, confrontaram os vários argumentos que emergiram e

tiveram oportunidade de construir perspectivas partilhadas sobre os caminhos a seguir, sobre a resolução das tarefas em que se envolveram e, também, acerca do significado estatístico dos conceitos com que estavam a trabalhar. Desta forma, a construção do significado estatístico dos conceitos que emergiram durante esse processo decorreu do próprio desenvolvimento da investigação estatística que realizaram (Carvalho, 2006).

Tudo isto foi possível pois os alunos adotaram uma postura crítica na sala de aula, respeitaram os colegas e revelaram abertura suficiente para “descentrarem as suas posições iniciais com o objetivo de compreender os argumentos do parceiro e, simultaneamente, explicarem os seus próprios pontos de vista” (Carvalho, 2006, p. 13).

Adotámos atitudes democráticas na sala de aula e, dessa forma, minimizámos a hierarquização entre as professoras/investigadoras e os alunos e estabelecemos relações igualitárias que possibilitaram a convivência entre todos os atores envolvidos neste CA e um ambiente no qual não existiu ‘o debitar de conteúdos’ mas sim um partilhar de perspectivas e de experiências de modo a todos contribuírem para a aprendizagem de todos. Promovemos o diálogo, a liberdade individual e a responsabilidade social e, assim, propiciámos uma aprendizagem da Cidadania, pela vivência da Cidadania, na sala de aula.

A aprendizagem da Estatística foi feita através de um processo investigativo, enquanto os alunos refletiram sobre a Matemática mas, também, com a Matemática. A aprendizagem decorreu das ações dos alunos e da reflexão crítica que fizeram acerca das mesmas, uma vez que, através desse processo cíclico, tiveram oportunidade de desenvolver, progressivamente, as três capacidades consideradas, no âmbito da Educação Estatística (literacia, pensamento e raciocínio estatísticos) essenciais para o desenvolvimento de Competência Estatística. Estas capacidades foram sendo desenvolvidas através da interpretação e da compreensão crítica de informações provenientes de dados reais (*a escolha do troço de corrida, por votação e as Corridas com Robots*), mais precisamente, os alunos trabalharam com dados reais obtidos por eles próprios, relacionaram esses dados ao contexto em que eles estavam inseridos, interpretaram e analisaram os resultados, realizaram apresentações à turma e um relatório escrito sobre o trabalho realizado, debateram ideias, dialogaram, discutiram nos grupos de trabalho e com toda a turma e construíram perspectivas partilhadas sobre conceitos matemáticos e as ideias no geral. Assim, consideramos que foi favorecido, de maneira conjunta e, ao longo das várias tarefas em que os alunos se envolveram, o desenvolvimento da literacia, do pensamento e do raciocínio estatístico e, consequentemente, da Competência Estatística.

Neste ambiente de aprendizagem “fugiu-se da mesmice dos exercícios de mera repetição do uso de uma determinada fórmula ou do cálculo de uma certa medida” e favoreceu-se “os

aspectos investigativo, reflexivo e crítico, a análise, a validação, a discussão e o debate” (Campos, 2007, p. 36). Assim, a implementação do CA mostrou que exercer uma EMC não retira tempo ao *ensino* dos conteúdos matemáticos, em particular dos conteúdos específicos da Estatística presentes nos programas dos 7.º e 8.º anos de escolaridade, apenas obriga a uma abordagem diferente dos mesmos. Através de uma EMC criámos oportunidades para o desenvolvimento da Competência Estatística e da Cidadania nos alunos, pela vivência da Cidadania, e também para o “desenvolvimento de capacidades para utilizar a Matemática como meio de ‘manipulação’ da própria Cidadania” (Lopes & Fernandes, 2016, p. 10). Além disso, como os alunos tiveram um papel participativo e crítico nas tarefas desenvolvidas na sala permitiu-lhes desenvolver autoconfiança e segurança quanto às suas atitudes e capacidades e, desta forma, “a matemática tornou-se mais prazerosa” (Nascimento & Bezerra, 2013, p. 11).

7.2.3. A Reconstrução dos *Foregrounds* dos Alunos

Cada aluno atribui significado à aprendizagem da Matemática, e este, depende das experiências por si vividas nas aulas de Matemática e também da importância que confere à Matemática para o seu futuro, isto é, depende do seu *background* e do seu *foreground*. Assim, “cada aluno tem conhecimentos, vivências e representações diferentes quando é confrontado com uma mesma tarefa, o que influencia a sua capacidade para os mobilizar e de se envolver na sua realização” (Carvalho 2006, p. 14). Por isso, o diálogo que estabelecemos com os alunos, aquando do delineamento das tarefas a realizar, foi importante para construirmos perspetivas partilhadas acerca dessas tarefas, “os primeiros momentos de partilha precisam de tempo e são ricos em esclarecimentos de pontos de vista e decisões” (Carvalho 2006, p. 14). Como as tarefas tornaram-se significativas para os alunos gerou-lhes disposição para se envolver, permitiu-lhes atribuir significado às tarefas a realizar e, dessa forma, sentirem-se capazes de as resolver.

Freire (1979, p. 30) afirma que “quando o homem compreende a sua realidade, pode levantar hipóteses sobre o desafio dessa realidade e procurar soluções”. Promover um contexto relevante – *Uma Corrida com Robots* – aliado ao facto desse contexto ter emergido do pedido dos alunos à professora – *voltar a trabalhar com Robots* – e ao tipo de atuação que lhes foi permitido ter, na sala de aula, “abriu um novo campo de possibilidades para os alunos e permitiu-lhes uma contínua construção e reconstrução do seus *foregrounds* relativamente à matemática” (Fernandes et al., 2016, p. 19), uma vez que eles conseguiram definir os seus objetivos de aprendizagem e construir um significado diferente acerca do que é participar numa aula de Matemática, o que é aprender Matemática, para que serve a Matemática e também o que é resolver problemas em Matemática.

Perceber que os seus interesses eram valorizados pela professora, poder dar sugestões acerca do caminho a seguir e compreender o contexto e o propósito das tarefas a realizar, contribuiu para que os alunos ativassem *intenções-de-aprendizagem* e uma atitude de procura de soluções. Possibilitou que compreendessem as tarefas, o que lhes permitiu pensar de uma forma crítica de modo a tomarem decisões fundamentadas sobre os vários assuntos em análise.

A experiência vivida durante as nove aulas em que os alunos aprenderam enquanto atuaram e refletiram sobre as suas ações propiciou que passassem a ‘olhar’ para si de maneira diferente. Agora consideram que são capazes de aprender Matemática.

Os alunos ganharam confiança quanto às suas capacidades e passaram a acreditar que ‘a Matemática não é só para alguns’. Tal aconteceu porque valorizámos cada aluno, abrimos espaço para que as ideias e convicções de cada um fossem expostas, discutidas, debatidas, alteradas e ou consolidadas e considerámos cada “aluno como cidadão ativo e pensante, com poder de argumentação, autor e ator de sua própria história” (Campos, 2007, p. 36). E ao tratá-los como tal eles também começaram a agir dessa forma, ‘tomando as rédeas’ nas várias situações e responsabilizando-se pela sua execução.

Estes alunos tiveram as melhores notas do ano no teste realizado pela professora, após a implementação do CA, sobre esta temática. Todos os alunos tiraram positiva no teste. Alguns deles passaram a ter positiva em Matemática.

7.3. Os Robots e as Aprendizagens dos Alunos

Tanto para os alunos como para a professora, a implementação deste CA, consistiu na primeira experiência com os Robots NXT da LEGO. Contudo, não existiram constrangimentos pelos conhecimentos sobre a ferramenta (Robots) serem os mesmos tanto para os alunos como para a professora, pelo contrário, foi produtivo no estabelecimento de relações igualitárias, criando-se assim um ambiente democrático e agradável na sala de aula pois estavam todos dispostos a partilhar as suas descobertas e a aprender com as descobertas dos outros. Os alunos ao explicarem à professora e aos outros colegas como é que estavam a construir o Robot e porque é que estavam a colocar este ou aquele acessório e, também, como é que estavam a programar o Robot para que realizasse o esperado, desenvolveram o seu raciocínio de forma a torná-lo explícito para os outros terem possibilidade de reconhecer as suas perspetivas sobre os assuntos em análise.

Os Robots aliados à metodologia de trabalho adotada na sala de aula possibilitaram que os alunos conduzissem as atividades e, também, se tornassem responsáveis pelo processo de aprendizagem. Os Robots não foram a única tecnologia utilizada na sala de aula em prol da

aprendizagem dos alunos, contudo, foram a que durante mais tempo despoletou *intenções-de-aprendizagem* nos alunos, por isso, mereceram lugar de destaque nesta investigação.

7.3.1. O Papel dos Robots e as *Intenções-de-Aprendizagem*

Ao convidarmos aos alunos para *realizar Corridas com Robots*, o ambiente de aprendizagem tornou-se diferente e revelou-se propício para nos alunos emergirem *intenções-de-aprendizagem* e com elas passaram a agir e a refletir acerca das suas ações e, durante esse processo cíclico, responsabilizaram-se pela sua *aprendizagem* e aprenderam enquanto participaram em situações que construíram (Fernandes, 2004).

Os alunos terem aceitado o nosso convite propiciou que trabalhassem com um propósito comum *realizar e ganhar as corridas*. Este propósito comum emergiu da “grande ideia” (Fernandes, 2013c) lançada por nós aos alunos aquando da apresentação do CA e foi o que fez emergir *intenções-de-aprendizagem* nos alunos. Os alunos agiram e refletiram acerca dos vários assuntos e construíram significados com a intenção comum de *realizar e ganhar as corridas*.

Além do propósito comum existiram objetivos definidos no próprio grupo – por exemplo, *construir um Robot capaz de ganhar as corridas, programar o seu Robot para realizar o trajeto de uma forma rápida e eficaz, tornar o seu Robot no vencedor, etc.*

Os alunos ao construírem os Robots deram-lhe o seu toque pessoal, colocaram acessórios para o embelezar ou para correr mais rápido mas, também, colocaram nos Robots aspirações quanto ao seu desempenho aquando da realização dos desafios. Estes aspetos “representam a personificação do Robot e ajudam os alunos a encontrar motivos para se envolverem na prática Matemática escolar e consequentemente na sua aprendizagem” (Fernandes, 2013c, p. 249). De facto, foi muito visível, através das ações dos alunos, a importância do Robot, uma vez que durante grande parte do tempo agiram e refletiram em função do *seu* Robot. Construíram-no “leve para correr mais rapidamente” (G) colaram “uma roda extra para ajudar nas corridas” (M), etc., programaram para que o *seu* Robot fosse o mais rápido e eficaz nos vários desafios. Tentaram, ao máximo, encontrar um critério para transformar o *seu* Robot no vencedor. Criaram também um troço de corrida para o *seu* Robot realizar as corridas.

7.3.2. Os Robots e a Construção da Plataforma de Conhecimento Partilhado pelos Alunos

O uso dos Robots aliado à metodologia de trabalho adotada deu origem a que os alunos se envolvessem em atividades com características diferentes das que emergem em aulas de índole mais tradicional, uma vez que tiveram um papel central em todo o seu processo de aprendizagem e oportunidade de se envolverem nas várias tarefas. Além disso, permitiu que se

desenvolvessem, dentro de um contexto de aprendizagem em que o saber fazer integrou de uma forma cíclica a prática e a teoria (Nascimento & Bezerra, 2013).

Durante as aulas, os alunos demonstraram interesse em realizar e vencer as corridas com os Robots. Esse interesse compartilhado pelos alunos foi o que os manteve envolvidos na realização das várias tarefas e na construção de uma plataforma de conhecimento compartilhado.

Construir o Robot permitiu aos alunos conhecerem a sua morfologia, o que se revelou uma grande vantagem quando tiveram de o programar para os vários desafios. Como o construíram, sabiam em que portas estavam ligados os motores e os sensores, em que posição os motores estavam ‘montados’ e qual a função dos vários sensores, “estes aspetos foram determinantes nas opções tomadas em termos de programação” (Martins, 2013, p. 133) e para a construção de conhecimento acerca de como programar.

Os alunos, enquanto programavam, tentavam que todos os elementos do grupo percebessem a programação que estavam a fazer. Ao programarem o Robot e construírem perspetivas partilhadas acerca dessa programação estiveram envolvidos na sua prática e desenvolveram-na dando significado à sua programação. Nesse processo, existiu um conjunto de significados que foram construídos e partilhados, pelos alunos no seu grupo de trabalho, que contribuíram para uma programação eficaz e para ampliar a plataforma de conhecimento partilhado “com ferramentas, ações, discursos e conceitos” (Lopes, 2012c, p. 1897). A construção de significados permitiu que os alunos desenvolvessem as suas capacidades de comunicação, uma vez que ao verbalizarem os seus conhecimentos e as suas experiências, desenvolveram a sua capacidade de argumentar e contra-argumentar (Zilli, 2004).

A programação foi importante para a aprendizagem de todos os alunos, uma vez que além de permitir que aprendessem a programar permitiu-lhes desenvolver “o raciocínio e a lógica na construção de algoritmos e programas para controle de mecanismos” (Zilli, 2004, p. 34), neste caso específico dos Robots NXT da LEGO, espírito de equipa, atitudes reflexivas e críticas e responsabilidade pois, como os alunos desejavam que o *seu* Robot fosse o vencedor em todas as situações empenharam-se e trabalharam de forma cooperativa para que o *seu* Robot fosse o mais eficiente e eficaz. Nesse processo, responsabilizaram-se, de uma forma natural, para que todos se tornassem capazes de programar o Robot e, assim, enquanto programavam dialogavam com os colegas do grupo, na tentativa de que todos reconhecessem a programação que estavam a realizar e ajudassem a perceber porque é que, em certos momentos, não estava a funcionar. O diálogo estabelecido pelos alunos foi uma ferramenta importante no processo de programação dos Robots, serviu para que os alunos se apercebam das suas lacunas e da insuficiência do seu conhecimento de programação e tentassem colmatá-las, aproveitando os

conhecimentos e experiências de todos, através da troca de ideias a fim de programarem para as várias situações. Além disso, como nunca desistiram e trabalharam sempre até conseguir programar com sucesso os Robots para as situações sugeridas “desenvolver[am] a concentração, disciplina, responsabilidade, persistência, perseverança, [...] e criatividade, tanto no momento de concepção das ideias, como durante o processo de resolução dos problemas” (Nascimento & Bezerra, 2013, p. 3), capacidades essenciais para exercer uma Cidadania ativa e crítica (Lopes, 2008).

Com a programação dos Robots, o ‘erro’ na aula de Matemática ganhou um novo significado. O ‘não resultou’ serviu para objeto de análise e discussão, entre os alunos, com vista à construção de uma programação eficiente e eficaz. Contribuiu para a criação de estratégias e justificação de procedimentos, fomentou a construção de perspetivas partilhadas, desenvolveu a criatividade e a criticidade, contribuindo, assim, para a construção de conhecimento.

Os erros ao serem encarados com naturalidade e tratados de uma forma racional, passaram a ser assumidos como algo construtivo, uma vez que não serviram para produzir sentimentos de fracasso, pelo contrário, foram interpretados como uma ferramenta que possibilitou compreender e reconhecer o que estava a acontecer e serviram, também, como forma de motivação para superar as dificuldades, desenvolvendo, assim, uma atitude positiva nos alunos (Fernandes et al., 2009). “Da análise do erro, os alunos descobriram e evidenciaram conhecimentos e relações que não se manifestariam se esperássemos e desejássemos apenas os momentos em que resolveram com sucesso os desafios” (Fernandes, 2013c, p. 253). Ao analisarem o *porquê* de algo não resultar os alunos construíram conhecimentos de programação e um pensamento lógico e reflexivo.

7.3.3. A Importância dos Robots no Processo de Ação e Reflexão dos Alunos

A disposição dos alunos para realizar e vencer as corridas com os Robots, propiciou que ativassem *intenções partilhadas*. Para conseguirem realizar as corridas, os alunos atuaram, responsabilizaram-se e mantiveram-se envolvidos na realização de diferentes tarefas. Estas *intenções partilhadas* mantiveram unido o grupo turma, não foi uma simples meta estabelecida, mas criou, entre os alunos, relações de responsabilidade que se converteram numa parte importante das suas ações. “Tudo o que criaram (Robots, troço de corrida, programação, critérios de vencedor) foi da responsabilidade dos grupos de trabalho e passou também a ser responsabilidade de toda a turma” (Lopes, 2012d, p. 465).

As ações dos alunos foram o resultado de um processo conjunto de construção de perspectivas e de significados partilhados que refletiu toda a complexidade do envolvimento que se criou entre os alunos em cada grupo de trabalho e entre os alunos na turma. As perspectivas e os significados estabeleceram-se através das ações refletidas e avaliadas entre os envolvidos enquanto interagiam na sala de aula (Lopes & Fernandes, 2012b). Desta forma, podemos considerar que, os Robots geraram disposição nos alunos para definirem e organizarem o trabalho a realizar, o realizarem e, também, avaliarem o trabalho realizado (Zilli, 2004).

O aspeto lúdico e aliciante dos Robots propiciou que os alunos se empenhassem e fossem criativos nas suas construções, no processo de programação dos Robots e, também, na criação de estratégias e argumentos para um Robot ser o vencedor das corridas.

Com os Robots, mesmo os alunos que antes não participavam passaram a participar e a apresentar a sua perspectiva para que o trabalho do seu grupo fosse realizado com sucesso. Envolveram-se em todo um caminho que englobou ação, reflexão e construção de pensamento reflexivo e crítico. “Durante a construção e a programação de um Robot existe o pensar sobre o que se está fazendo, de forma lógica e ordenada” (Maliuk, 2009, p. 27). Cada peça que colocaram, durante a criação dos seus Robots, estava relacionada com o objetivo da construção que estabeleceram e cada comando que utilizaram, nas suas programações, estava relacionado com a ação que esperavam do Robot. Desta forma, estabeleceram uma lógica para o processo de criação e para o processo de programação dos Robots pois, aperceberam-se que, se não existisse lógica na criação não ia emergir o Robot e, também, se não existisse lógica na programação não ia ocorrer o desempenho que se esperava do Robot (Maliuk, 2009). Foi através de um processo cíclico de ação e reflexão que os alunos conseguiram reconhecer a lógica que permitiu construir e programar os Robots para as várias situações. E, nesse processo desenvolveram um raciocínio lógico e reflexivo.

7.3.4. Os Robots e a Aprendizagem da Estatística e da Cidadania.

Ao convidarmos os alunos para realizarem Corridas com os Robots criámos um contexto relevante que lhes ativou a curiosidade e a predisposição para explorarem novas possibilidades nas aulas de Matemática, além disso, despertou-lhes novas necessidades, como por exemplo, entender os dados, por eles recolhidos durante as aulas. Ao agirem e refletirem de forma a entendê-los, desenvolveram consciência sobre esses dados estatísticos e aprenderam a utilizar as estatísticas de forma a tirar partido delas. Criaram métodos e técnicas de recolha e análise de dados, tanto para a escolha do troço de corrida como para a escolha do vencedor das corridas.

O desejo de que o *seu* Robot fosse o vencedor das corridas fez com que os alunos analisassem e refletissem sobre os dados recolhidos, por eles, durante as corridas de modo a se convencerem e a convencerem os outros, utilizando argumentos estatísticos, que um Robot, de preferência o seu, era o vencedor. A disposição para vencer fez emergir, nos alunos, *intenções-de-aprendizagem* e com elas agiram e refletiram, ‘tomando as rédeas’ do seu processo de aprendizagem da Estatística, fazendo Estatística.

Os alunos apresentaram à turma os troços de corrida que construíram e, através da apresentação de várias perspetivas individuais, foram capazes de encontrar uma estratégia para escolher o troço para a realização das corridas: decidiram que era uma boa ideia escolhê-lo a votos. Assim, através desta decisão conjunta, os alunos recolheram os votos e revelaram-se capazes de os compreender, uma vez que agiram de uma forma interventiva e crítica de modo a tomarem as decisões acerca da escolha do troço para a realização das corridas (Lopes, 2012a). Além disso, ampliaram a sua plataforma de conhecimento com os conceitos de moda, população, amostra, censo e sondagem, tornando-os parte da plataforma de conhecimento partilhado da turma. Isto aconteceu pois aproveitámos o interesse dos alunos no assunto em análise para torná-los visíveis, através do diálogo que estabelecemos com eles.

Com a intenção de criar critérios para um Robot ser o vencedor das corridas, os alunos tiveram contacto com os diferentes modos de representar os dados, por eles recolhidos durante as corridas, e de os sintetizar e, nesse processo, surgiu a necessidade efetiva de os usar, o que propiciou que se envolvessem “numa aprendizagem autêntica dos processos e conteúdos estatísticos” (Heaton & Mickelson, 2002, p. 39).

O facto de os alunos terem de escolher as medidas que melhor descreviam os dados recolhidos durante as corridas para tornar um Robot no vencedor foi bastante importante, uma vez que permitiu-lhes contactar com os seus diferentes significados e examinar como a variação nos dados pode ter impacto nos seus valores (Selmer et al., 2011).

Como os alunos trabalharam de uma forma cooperativa, sentiram necessidade de dialogar com os colegas de grupo a fim de construir perspetivas partilhadas acerca dos conceitos estatísticos que utilizaram na análise dos dados e, dessa forma, construíram os conhecimentos estatísticos necessários ao desenvolvimento da literacia estatística (Carvalho, 2006). Ao explicarem os seus resultados, perante a turma, e ao tentarem convencer os outros grupos das suas ideias, desenvolveram a comunicação estatística (Campos, 2007; Rumsey, 2002). Além disso, permitiu que acreditassem nas técnicas que utilizaram para o tratamento dos dados, o que se verificou quando justificaram porque é que tinham usado uma determinada técnica e quando mostraram como é que o uso de uma determinada técnica influencia os resultados das

corridas. Possibilitou, também, que aprofundassem os seus conhecimentos ao dialogarem com os outros na tentativa de explicar a técnica utilizada ou para responder a um *‘porquê’*, uma vez que obrigava-os a aprofundar o trabalho que tinham inicialmente realizado (Carvalho, 2006).

As ações e reflexões dos alunos permitiram-lhes ampliar a sua literacia estatística, uma vez que conseguiram compreender os dados estatísticos por eles recolhidos e agir com eles e através deles de forma a tomarem decisões acerca do vencedor das corridas. Contudo, isto tornou-se possível pois aproveitámos o interesse dos alunos para, através do diálogo com eles estabelecido, tornarmos visíveis e com significado os conceitos de mínimo, máximo e amplitude de uma amostra, moda, média, mediana, quartis e amplitude interquartis e, desta forma, propiciar que ampliassem a plataforma de conhecimento partilhado com esses conceitos. Para estes alunos, o entendimento dos conceitos básicos de Estatística precedeu ao cálculo da medida estatística, uma vez que a medida estatística emergiu para dar nome ao que os alunos estavam a fazer.

Como os alunos estavam envolvidos no seu processo de aprendizagem, aceitaram os nossos vários desafios e tornaram-se capazes de construir gráficos de barras, histogramas, diagramas de caule e folhas e diagramas de extremos e quartis.

Os gráficos utilizados pelos alunos para apresentar os dados, assim como as medidas de localização utilizadas, facilitaram a identificação de padrões e tendências nos dados e permitiram a descrição e comparação das distribuições. Estas ferramentas estatísticas tornaram-se, assim, meios para obter respostas às questões, em vez de serem fins em si mesmas (Groth & Bargagliotti, 2012).

Assim, consideramos que o trabalho que os alunos realizaram com os Robots permitiu fazer-lhes emergir literacia estatística (Gal, 2000; Garfield, 1998; Watson, 1997), uma vez que tiveram oportunidade de: i) organizar os dados que fizeram parte da sua realidade de sala de aula (os votos para a escolha do troço das corrida e os tempos de cada Robot durante as corridas), construindo tabelas e gráficos de barras, histogramas, diagramas de caule e folhas, diagramas de extremos e quartis e explorando, desta forma, as diferentes representações dos dados; ii) interpretar e avaliar criticamente as informações estatísticas provenientes desses dados; iii) argumentar relativamente a eles; iv) criar estratégias, justificar procedimentos; v) questionar e tirar conclusões sobre as informações estatísticas; vi) discutir e comunicar as suas conclusões; vii) tomar decisões informadas e fundamentadas. Se esta literacia estatística fizer ressonância no quotidiano dos alunos vai possibilitar-lhes atuar de uma forma crítica na sua sociedade e facilitar o exercício da Cidadania (Scheaffer, 2000).

Os alunos fizeram parte do processo de recolha dos dados e assim reconheceram o contexto em que os dados foram recolhidos e a finalidade do seu uso, o que favoreceu o aparecimento de visões alternativas sobre os dados (Makar & Fielding-Wells, 2011) e possibilitou que os alunos relacionassem os dados e explicitassem o que eles expressavam, utilizando ferramentas estatísticas. Utilizaram métodos de análise e avaliação, explorando os dados, demonstrando assim terem desenvolvido pensamento estatístico (Mallows, 1998). Também, conseguiram explicar o critério estabelecido, com base nos dados recolhidos, o que evidencia terem desenvolvido raciocínio estatístico (Ben-Zvi & Garfield, 2004).

Uma forma que encontramos para encorajar o pensamento estatístico nos alunos foi não aceitarmos qualquer resultado ou conclusão sem que esse fosse relacionado e explicado com a situação em estudo. Assim, durante o processo de análise dos dados, os alunos revelaram-se capazes de raciocinar com as ideias e com os conceitos estatísticos e fazer sentido com as informações estatísticas. Desenvolveram o hábito de questionar e de justificar as suas estratégias, revelaram capacidade de análise, capacidade de apresentar e escrever justificativas com as suas próprias palavras e ideias e acabaram por sentir-se confortáveis em manipular os dados estatísticos para tomar decisões e fazer asserções, sobre os vários assuntos discutidos nas aulas. Atuaram de forma responsável e refletiram acerca das suas ações, construíram perspectivas partilhadas acerca dos assuntos discutidos, criaram estratégias, argumentaram, partilharam ideias e conhecimentos. Por tudo isto, consideramos que passaram a atuar de uma maneira mais responsável, reflexiva e crítica e, além disso, desenvolveram pensamento estatístico (Campos, 2007; Chance, 2002; Wodewotzki & Jacobini, 2004).

A construção do conhecimento matemático ocorreu, nestes alunos, pela formação de perspectivas partilhadas acerca dos vários assuntos em análise e das discussões que daí advieram. O contexto ao ser significativo ajudou os alunos a compreenderem os conceitos e a desenvolveram capacidades para os utilizar de uma forma coerente.

Com o trabalho realizado com os Robots, os alunos tornaram-se mais capazes para resolver problemas, compreender, interpretar, analisar, relacionar, comparar e sintetizar dados, assim sendo, consideramos que foi favorecido, de maneira conjunta e ao longo das várias tarefas em que os alunos se envolveram, o desenvolvimento da literacia, do pensamento e do raciocínio estatístico e, consequentemente, da Competência Estatística. Estas capacidades estão também associadas a uma educação voltada para a formação de uma Cidadania crítica e encontram-se em concordância com os princípios que norteiam a EMC. Neste contexto, consideramos que o CA: *Uma Corrida com Robots* consistiu uma possibilidade concreta de integração da EMC com a EE. Assim, consideramos que o trabalho de projeto que os alunos

realizaram permitiu-lhes agir e refletir criticamente sobre o que estavam a fazer e propiciou que se envolvessem nas quatro etapas do ciclo investigativo. Assim, através dos Robots emergiram reais oportunidades para na sala de aula, convergirem os objetivos da EE e da EMC e, nesse processo, os alunos além de desenvolverem Competência Estatística e de Cidadania, desenvolveram *matemacia* (Skovsmose, 2005).

7.4. Novos Caminhos

Os resultados desta investigação mostram que a utilização de Robots em CA, onde os alunos têm oportunidade de agir e refletir criticamente sobre o que estão a fazer, constituem reais oportunidades para uma aprendizagem reflexiva e crítica. Nestes ambientes de aprendizagem os alunos, ao terem um papel ativo e crítico tanto no *design* como na implementação do CA, além de aprenderem Matemática, aprendem Cidadania, pela sua vivência e convivência em sala de aula. Neste caso específico em análise, os Robots foram utilizados como ferramentas para os alunos aprenderem Estatística, e não só, mas poderiam ter sido utilizados em muitos outros CA para aprenderem outros conteúdos matemáticos. Por isso, ainda existe muito para criar e explorar com CA e Robots. Mas os Robots, certamente, não são as únicas ferramentas tecnológicas que despertam *intenções-de-aprendizagem*. Pelo que temos vindo a explorar, nos últimos tempos no projeto iTEC, a Realidade Aumentada e os Tablets, também são ferramentas que despertam fortes *intenções-de-aprendizagem* nos alunos e, ainda, estão pouco exploradas no contexto da sala de aula de Matemática.

7.5. A Fechar

Ao finalizar a escrita desta dissertação, volto à primeira pessoa do singular para enfatizar a minha opinião acerca da realização deste trabalho de investigação.

Foi uma experiência muito gratificante e frutífera em aprendizagens. Ao participar num processo, partilhado com os alunos e com a professora da turma, de *design* e implementação do CA, aprendi acerca de como participar em tal ambiente de forma a estabelecer e manter relações democráticas e igualitárias. Verifiquei que é necessário que exista disposição para aprender para que a aprendizagem ocorra efetivamente e que os diálogos investigativos são uma ferramenta poderosa para que emirjam *intenções-de-aprendizagem*. Com a implementação do CA refleti e reaprendi a forma de participar e também de aprender. Ao manter o contacto com os alunos na tentativa de reconhecer as suas perspetivas, acabei por criar perspetivas acerca dos vários assuntos e, dessa forma, construí significados e uma plataforma de conhecimento com ferramentas, ações, discursos e conceitos.

Embora antes de iniciar a recolha de dados, estivesse um pouco apreensiva por ter que adotar, pela primeira vez, este duplo papel, de professora e investigadora, não encontrei conflitos ao assumi-lo em sala de aula e, neste momento afirmo que, em ambos os papéis, vivenciei um crescimento e uma valorização enormes, tanto a nível pessoal como profissional. Considero que não existiram prejuízos, nem para um lado, nem para o outro, de tal forma que hoje interpreto tal prática como dois lados de uma mesma face que todos os professores deveriam adotar, ou pelo menos experimentar, em algum momento da sua vida. O ser professor e o ser investigador podem complementar-se e contrapor-se de uma forma harmoniosa, constituindo o professor/investigador que constrói a sua investigação e dela se alimenta e, simultaneamente, desenvolve cooperativamente com os seus alunos um CA aliciante que permite a emergência de um ambiente propício a uma aprendizagem reflexiva, crítica e responsável. Desta maneira, pude participar *na aprendizagem* dos alunos mas, também, no meu processo de aprendizagem e interpretá-lo com um significado especial. Através desta forma de ação tornei-me mais consciente do que representa *aprender de uma forma reflexiva e crítica* e ciente de que esta caminhada não chegou ao fim, é apenas uma etapa que se finaliza. Espero que este gosto continue a me orientar para novos desafios.

7. Conclusões

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Abrantes, P.C.R. (2009). *Aprender com Robots*. Tese de Mestrado em Educação, Especialidade: TIC e Educação. Faculdade de Ciências, Departamento de Educação da Universidade de Lisboa.
- Abreu, S. (2012). *Educação Matemática Crítica: O seu contributo na formação de cidadãos críticos e responsáveis*. Relatório da Prática de Ensino Supervisionada para Obtenção de Grau de Mestre em Ensino da Matemática para o 3º Ciclo e Secundário. Universidade da Madeira.
- Adler, P.A. & Adler, P. (1987). *Membership Roles in Field Research*. Newbury Park, CA: Sage Publications, U.S.A.
- Alda, L.S. (2012). Novas tecnologias, novos alunos, novos professores? Refletindo sobre o papel do professor na contemporaneidade. *Anais do XII Seminário Internacional em Letras Unifra. Santa Maria: Seminário Internacional em Letras: Língua e Literatura na (Pós-) Modernidade*. Vol. 2.
- Alimisis, D. & Kynigos, C. (2009). Constructionism and Robotics in Education. In D. Alimisis (Ed.), *Teacher Education on Robotic-Enhanced Constructivist Pedagogical Methods*, (pp. 11-27). School of Pedagogical and Technological Education.
- Alrø, H. & Kristiansen, M. (1998). *Supervision som dialogik laereproces*. Aalborg Universitetsforlag.
- Alrø, H. & Skovsmose, O. (2004). *Dialogue and Learning in Mathematics Education: Intention, Reflection, Critique*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Alrø, H. & Skovsmose, O. (2006). *Diálogo e Aprendizagem em Educação Matemática*. Belo Horizonte: Autêntica.
- Alrø, H.; Skovsmose, O. & Valero, P. (2003). Communication, conflict and mathematics education in the multicultural classroom. In M.A. Mariotti (Ed.), *Proceedings of the Third Conference of the European Society for Research in Mathematics Education*. Bellaria, Italy: Pisa University – ERME.
- Alves, A.S & Matos, J.F. (2008). Educação Matemática Crítica na Escola. In R. Luengo, , B. Gómez, M. Camacho, L. Blanco (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XII*, (pp. 709-716). Badajoz: Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática, SEIEM.
- Alves, M.G. & Azevedo, N.R. (2010). Introdução: (Re)Pensando a Investigação em Educação. In M.G. Alves & N.R. Azevedo, (Eds.), *Investigar em Educação. Desafios da Construção de Conhecimento e da Formação de Investigadores num Campo Multi-Referenciado*, (pp. 1-30). Várzea da Rainha Impressores. S.A.
- Amado, J. (2014). *Manual de investigação qualitativa em educação*. (2.ª ed.). Imprensa da Universidade de Coimbra.
- Andrade, G.B. (2012). Panorama das tecnologias da informação e comunicação utilizadas por alunos do ensino fundamental em Maracanaú. *Revista Tecnologias na Educação*. 4(1), 1-12.

- Antunes, C. (2001). *Como desenvolver as competências em sala de aula*. Petrópolis, Rio de Janeiro: Vozes.
- Ausubel, D.P. (2003). *Aquisição e Retenção de Conhecimentos: uma perspectiva cognitiva*. Lisboa: Plátano.
- Bakker, A. & Derry, J. (2011). Lessons from inferentialism for statistics education. *Mathematical Thinking and Learning*, 13(1), 5-26.
- Batanero, C. (2000). Dificultades de los estudiantes en los conceptos estadísticos elementales: el caso de las medidas de posición central. In C. Loureiro, F. Oliveira & L. Brunheira (Orgs.), *Ensino e aprendizagem da estatística*, (pp. 31-48). Lisboa: Sociedade Portuguesa de Estatística, Associação de Professores de Matemática, Departamentos de Educação e de Estatística e Investigação Operacional da Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa.
- Batanero, C. (2001). *Didáctica de la Estadística*. Grupo de Investigación en Educación Estadística, Universidad de Granada, Espanha..
- Batanero, C.; Burrill, G. & Reading, C. (2011). *Teaching statistics in school mathematics - Challenges for teaching and teacher education: A Joint ICMI/IASE Study*. New York, NY: Springer.
- Beer, R.D.; Chiel, H.J. & Drushel, R.F. (1999). Using autonomous Robotics to teach science and engineering. *Communications of the ACM*, 42(6), 85-92.
- Ben-Zvi, D. (2000). Toward Understanding the Role of Technological Tools in Statistical Learning. *Mathematical Thinking and Learning*, 2(1&2), 127-155.
- Ben-Zvi, D. & Garfield, J. (2004). Statistical literacy, reasoning, and thinking: goals, definitions, and challenges. In D. Ben-Zvi & J. Garfield (Eds.), *The Challenge of Developing Statistical Literacy, Reasoning and Thinking*, (pp. 3-15). Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Publishers. (Springer).
- Bers, M.; Ponte, I.; Juelich, C.; Viera, A. & Schenker, J. (2002). Teachers as Designers: Integrating Robotics in Early Childhood Education. *Information Technology in Childhood Education Annual*, 123-145.
- Bivar, A.; Grosso, C.; Oliveira, F. & Timóteo, M. C. (2013). Programa e Metas Curriculares de Matemática. Ensino básico. Ministério da Educação e Ciência - DGE.
- Bogdan, R. & Biklen, S. K. (1994). *Investigação Qualitativa em Educação: Uma Introdução à Teoria e aos Métodos*. Porto: Porto Editora.
- Bright, G. & Hoeffner, K. (1993). Measurement, probability, statistics, and graphing. In D. T. Owens (Org.), *Research ideas for the classroom: Middle grades school mathematics*, (pp. 78-98). Reston, VA: NCTM.
- Burril, G. & Biehler, R. (2011). Fundamental statistical ideas in the school curriculum and in training teachers. In C. Batanero, G. Burril & C. Reading (Eds.), *Teaching statistics in school mathematics – Challenges for teaching and teacher education: A joint ICMI/IASE study*, (pp. 57-69). Dordrecht, The Netherlands: Springer.

- Campos, C.R. (2007). *A Educação Estatística: uma investigação acerca dos aspectos relevantes à didática da estatística em cursos de graduação*. Tese de Doutorado Universidade Estadual Paulista. UNESP.
- Campos, C.R.; Jacobini, O. R.; Wodewotzki, M.L.L. & Ferreira, D.H.L. (2011). Educação estatística no contexto da educação crítica. *Bolema - Mathematics Education Bulletin*, 24(39), 473-494.
- Carvalho, C. (2003). Literacia estatística. Comunicação apresentada na mesa redonda Literacia Estatística do *I Seminário de Ensino de Matemática* – 14ª Conferência realizada pelo COLE, (pp. 22-25). Campinas (São Paulo).
- Carvalho, C. (2006). Olhares sobre a Educação Estatística em Portugal. *Anais do SIPEMAT – Simpósio Internacional de Pesquisa em Educação Matemática*, (pp. 1-16). Recife, Programa de Pós-Graduação em Educação-Centro de Educação – Universidade Federal de Pernambuco.
- Castilho, M.I. (2002). *Robótica na educação: com que objetivos?*. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal do Rio Grande do Sul.
- Chance, B.L. (2002). Components of Statistical Thinking and Implications for Instruction and Assessment. *Journal of Statistics Education*, 10(3).
- Cobb, P. (1999). Individual and collective mathematical development: The case of statistical data analysis. *Mathematical Thinking and Learning*, 1(1), 5-43.
- Cockcroft, W. H. (1982). *Mathematics counts*. London: HMSO.
- Costa, A.P. & Oliveira, L.R. (2015). Investigação qualitativa em educação: O professor-investigador. *Revista Portuguesa de Educação*, 28(2), 183-188.
- Costa, I.L.L. (2016). *Educação Matemática Crítica na Sala de Aula: Contributo na formação de jovens interventivos com a matemática*. Dissertação de Mestrado em Ensino da Matemática no 3.º Ciclo do Ensino Básico e Secundário. Universidade da Madeira.
- Cruz, M.E.J.K.; Lux, B.; Haetinger, W.; Engelmann, E.H.C. & Horn, F. (2007). Formação Prática do Licenciando em Computação para Trabalho com Robótica Educativa. *XVIII Simpósio Brasileiro de Informática na Educação*, São Paulo.
- D'Ambrosio, U. (1996). *Educação Matemática: da teoria à prática*. Campinas, São Paulo: Papirus.
- D'Ambrosio, U. (2002). *Etnomatemática – Elo entre tradições e modernidade*. (2.ª ed.). Belo Horizonte: Autêntica.
- D'Ambrosio, U. (2005). Armadilha da Mesmice em Educação Matemática. *Bolema*, 18(24), 95-110.
- delMAS, R.C. (2002). Statistical Literacy, Reasoning and Learning: A Commentary. *Journal of Statistics Education*, 10(3).
- Diário da República (2005). Lei nº49/2005 de 30 de agosto: Lei de Bases do Sistema Educativo.
- EB23DEBC. (2009). Escola Básica dos 2.º e 3.º Ciclos Dr. Eduardo Brazão de Castro - *Projeto Educativo de Escola 2009/2010*.

- EB23DEBC. (2010). Escola Básica dos 2.º e 3.º Ciclos Dr. Eduardo Brazão de Castro - *Projeto Educativo de Escola 2010/2014*.
- Fernandes, E. (1998). *A aprendizagem da Matemática Escolar num Contexto de Trabalho Cooperativo*. Tese de Mestrado: Departamento de Educação da Faculdade de Ciências de Lisboa. APM. Lisboa.
- Fernandes, E. (2004). *Aprender Matemática para Viver e Trabalhar no Nosso Mundo*. Tese de Doutoramento. Lisboa: Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa.
- Fernandes, E. (2008). *A aprendizagem vista pela Teoria Crítica*. Disponível em: <http://educacaomatematicacritica.pbworks.com/w/page/18660866/Aprendizagem>. Acedido a 08 jan. 2012.
- Fernandes, E. (2012). 'Robots can't be at two places at the same time': material agency in mathematics class. In Tso T.Y. (Eds.), *Proceedings of the 36th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, Vol. 2, (pp. 227-234). Taipei, Taiwan: PME.
- Fernandes, E. (2013a). Aprendendo sobre a Aprendizagem das Funções com Robots. In E. Fernandes (Ed.), *Aprender Matemática e Informática com Robots*, (pp. 143-162). Funchal: Universidade da Madeira.
- Fernandes, E. (Ed.) (2013b). *Aprender Matemática e Informática com Robots*. Funchal: Universidade da Madeira. E-book. Disponível em: www.cee.uma.pt/droide2/ebook/index.html. Acedido a 2 set. 2016.
- Fernandes, E. (2013c). O que Aprendemos sobre Aprender com Robots In E. Fernandes (Ed.), *Aprender Matemática e Informática com Robots*, (pp. 248-259). Funchal: Universidade da Madeira.
- Fernandes, E. (2013d). The Emergence Of Agency In A Mathematics Class With Robots. *Proceedings of the Working Group 10. CERME 8. The 8th Conference of European Research on Mathematics Education*, (pp. 1725-1734). Antalya, Turkey: Starlight Convention Center, Thalasso & Spa Hotel.
- Fernandes, E. (2014a). Construindo o Êxito em Matemática: O projeto CEM. *Revista Diversidades*, 43, 29-33. Disponível em: http://www02.madeira-edu.pt/Portals/5/documentos/PublicacoesDRE/Revista_Diversidades/Diversidades%2043.pdf. Acedido a 15 set. 2014. (já tinhas)
- Fernandes, E. (2014b). Viajando entre a Agência Disciplinar e a Agência Conceptual a bordo de um robô para aprender funções. *Revista Tecnologias na Educação*, 6(10), 1-17.
- Fernandes, E.; Fermé, E. & Oliveira, R. (2006). Using Robots to Learn Functions in Math Class, In L. H. Son, N. Sinclair, J. B. Lagrange & C. Hoyles (Eds.), *Proceedings of the ICMI 17 Study Conference: background papers for the ICMI 17 Study*. Hanoi University of Technology. Vietnam.
- Fernandes, E.; Lopes, P.C. & Martins, S. (2016). Designing Learning Scenarios with Robots for the Learning of Mathematics, In N. Amado, S. Carreira & K. Jones (Eds.), *Broadening the scope of research on mathematical problem solving: Focus on Technology, Creativity and Affect*. New York. Springer. (in press)

- Fernandes, E. & Santos, M.P. (2013). A Visão de Aprendizagem Adotada no Projeto DROIDE II. In E. Fernandes (Ed.), *Aprender Matemática e Informática com Robots*, (pp. 1-46). Funchal: Universidade da Madeira.
- Fernandes, J.A. (2009). Ensino e Aprendizagem da Estatística: Realidades e Desafios. *Actas do XIX Encontro de Investigação em Educação Matemática: Números e Estatística*. Vila Real: SPCE.
- Fernandes, J.A.; Alves, M.P.; Machado, E.A.; Correia, P.F. & Rosário, M.E. (2009). Ensino e Avaliação das Aprendizagens em Estatística. In J.A. Fernandes, F. Viseu, M.H. Martinho & P.F. Correia (Orgs.), *Actas do II Encontro de Probabilidades e Estatística na Escola*. Braga: Centro de Investigações em Educação da Universidade do Minho.
- Fernandes, J.A.; Carvalho, C.F. & Correia, P.F. (2011). Contributos para a Caracterização do Ensino da Estatística nas Escolas. *Bolema*, 24(39), 585-606.
- Fernandes, J.A.; Carvalho, C. & Ribeiro, S.A. (2007). Caracterização e implementação de tarefas de Estatística: um exemplo no 7.º ano de escolaridade. *Zetetiké*, 15(28), 27-61.
- Fernandes, J.A.; Sousa, M.V. & Ribeiro, S.A. (2004). O ensino de estatística no ensino básico e secundário: Um estudo exploratório. In J.A. Fernandes, M.V. Sousa & S.A. Ribeiro (Orgs.), *Ensino e Aprendizagem de Probabilidades e Estatística. Actas do 1.º Encontro de Probabilidades e Estatística na Escola*, (pp. 165-193). Braga: Centro de Investigação em Educação da Universidade do Minho.
- Ferruzzi, E.C. & Almeida, L.M.W. (2015). Diálogos em modelagem matemática. *Ciência & Educação (Bauru)*, 21(2), 377-394.
- Fialho, C.S.A. (2005). *Cidadania e Educação Matemática Crítica: Investigação sobre o contributo de cidadãos participativos e críticos*. Tese de Mestrado em Educação, especialidade de didática da Matemática. Departamento de Educação da Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa.
- Figueiredo, C.C. (2002). Horizontes da Educação para a Cidadania na Educação Básica. In ME-DEB (Ed.), *Reorganização curricular do Ensino Básico: Novas Áreas Curriculares*. Lisboa: Ministério da Educação/Departamento da Educação Básica.
- Fiorentini, D. & Lorenzato, S. (2006). *Investigação em educação matemática percursos teóricos e metodológicos*. Campinas: Autores Associados.
- Fonseca, A.M. (2001). *Educar para a cidadania: motivações, princípios e metodologias*. Porto: Porto Editora.
- Frankenstein, M. (1989). *Relearning mathematics: a different third R-radical math(s)*. Vol. 1. Londres: Free Association Books.
- Freire, P. (1965). *Educação e liberdade*. Rio de Janeiro: Paz e Terra.
- Freire, P. (1974). *Education for Critical Consciousness*. Nova Iorque: Continuum - Crossroad Publishing Company.
- Freire, P. (1979). *Educação e mudança*. Rio de Janeiro: Paz e Terra.
- Freire, P. (1985). *Extensão ou Comunicação?*. (8.ª ed.). Rio de Janeiro: Paz e Terra.

- Freire, P. (1996). *Pedagogia do oprimido*. Rio de Janeiro: Paz e Terra.
- GAISE Report (2005). *Guidelines for assessment and instruction in statistics education: A Pre-K-12 Curriculum Framework*. Alexandria, VA: The American Statistical Association.
- Gal, I. & Garfield, J. (1997). *The Assessment Challenge in Statistics Education*. Amsterdam: IOS Press.
- Gal, I. (Ed.) (2000). *Adult Numeracy Development: Theory, Research, Practice*. Cresskill, NJ: Hampton Press.
- Gal, I. (2002). Adults' statistical literacy: Meanings, components, responsibilities. *International Statistical Review*, 70, 1-51.
- Garfield, J. (1998). The statistical reasoning assessment: Development and validation of a research tool. In L. Pereira-Mendoza, L. Seu Kea, T. Wee Kee & W. Wong (Eds.), *Proceedings of the Fifth International Conference on Teaching Statistics*, Vol. 2, (pp. 781-786). Voorburg, The Netherlands: International Statistical Institute.
- Garfield, J. (2002). The Challenge of Developing Statistical Reasoning. *Journal of Statistics Education*, 10(3).
- Garfield, J. & Ben-Zvi, D. (2010). *Developing Students' Statistical Reasoning: Connecting Research and Teaching Practice*. Dordrecht, The Netherlands: Springer.
- Garfield, J. & Gal, I. (1999). Teaching and Assessing Statistical Reasoning. In L. Stiff (Ed.), *Developing Mathematical Reasoning in Grades K-12: National Council Teachers of Mathematics*, (pp. 207-219). Yearbook. Reston, VA: Ed. L. Staff.
- Giroux, H.A. (1997). *Os professores como intelectuais: rumo a uma pedagogia crítica*. Trad. Daniel Bueno. Porto Alegre: Artes Médicas.
- Goldenberg, M.A. (2003). *Arte de Pesquisar – como fazer pesquisa qualitativa em Ciências Sociais*. (7.^a ed.). Rio de Janeiro: Record.
- Gomes, C.G.; Silva, F.O.; Botelho, J.C & Souza, A.R. (2010). A Robótica como facilitadora do Processo Ensino-aprendizagem de Matemática no ensino Fundamental. In N.A. Pirola, (org). *Ensino de Ciências e Matemática IV - Temas e Investigações*. São Paulo: Editora UNESP Cultura Acadêmica.
- Gonçalves, T.N.R. (2010). Investigar Em Educação: Fundamentos e dimensões da Investigação Qualitativa. In M.G. Alves & N.R. Azevedo (Eds.), *Investigar em Educação. Desafios da Construção de Conhecimento e da Formação de Investigadores num Campo Multi-Referenciado*, (pp. 39-62). Várzea da Rainha Impressores. S.A.
- Greeno, J.G. & Middle School Mathematics through Applications Project. (1998). The situativity of knowing, learning and research. *American Psychologist*, 53(1), 5-26.
- Groth, R.E. & Bargagliotti, A.E. (2012). GAISEing into the Statistics Common Core. *Mathematics Teaching in Middle Schools*, 18, 38-45.
- Gura, M. & King, K.P. (Eds). (2007). *Classroom Robotics. Case Stories of 21st Century Instruction for Millennial students*. Charlotte, NC: Information Age.
- Habermas, J. (1975). *Legitimation crisis*. Boston: Beacon Press.

- Habermas, J. (1984). *The theory of communicative action, Volume one: Reason and the rationalization of society*. Boston: Beacon Press.
- Habermas, J. (1990). *Moral Consciousness and Communicative Action*. Trans. C. Lenhardt & S. Weber Nicholsen. Cambridge, MA: MIT Press.
- Heaton, R.M. & Mickelson, W.T. (2002). The learning and teaching of statistical investigation in teaching and teacher education. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 5, 35-59.
- Henriques, A. & Antunes, P. (2014). A exploração da covariação estatística por alunos do 10.º ano com o TinkerPlots. *Quadrante*, 23(2), 95-122.
- Henriques, A. & Nascimento, M.M. (2013). Ensino e aprendizagem de probabilidades e estatística. In J.A. Fernandes, M.H. Martinho, J. Tinoco & F. Viseu (Orgs.), *Atas do XXIV Seminário de Investigação em Educação Matemática*. Braga: APM & CIED da Universidade do Minho.
- Henriques, A.C. & Oliveira, H. (2014). Raciocínio inferencial informal de alunos do 8.º ano no contexto de uma investigação estatística usando o Tinkerplots. *Atas do EDEM - Encontro de Investigação em Educação Matemática*, (pp. 159-172). Sesimbra: SPIEM.
- Hirst, A.; Johnson, J.; Petre, M.; Price, B.A. & Richards, M. (2003). What is the Best Environment/Language for Teaching Robotics Using Lego Mindstorms? *Artificial life and Robotics*, 7(3), 124-131.
- Isaacs, W. (1994). Dialogue and Skillfull Discussion. In P. Senge, C. Roberts, R.B. Ross, B.J. Smith & A. Kleiner (Eds.), *The Fifth Discipline Fieldbook*, (pp. 357-380). London: Nicholas Brealey.
- Isaacs, W. (1999). Dialogue. In J. Stewart, (Ed.), *Bridges not Walls. A Book about Interpersonal Communication* (7th ed.), (pp. 58-65). Boston: McGraw-Hill College.
- Jacobini, O.R. & Wodewotzki, M.L.L. (2006). Uma reflexão sobre a modelagem matemática no contexto da Educação Matemática Crítica. *Bolema*, 19(25), 71-88.
- Johnson, J. (2003). Children, robotics and education. *Artificial Life and Robotics*, 7(1), 16-21.
- Jolliffe, F. (2007). The changing brave new world of statistics assessment. In: B. Phillips and L. Weldon (Eds.), *Proceedings of the ISI/IASE Satellite on Assessing Student Learning in Statistics*, Voorburg: International Statistical Institute, The Netherlands.
- Kader, G.D. & Perry, M. (2006). A framework for teaching statistics within the K-12 Mathematics Curriculum. *Proceedings of the Seventh International Conference On Teaching Statistics (ICOTS-7)*. Salvador, Brazil.
- Lapassade, G. (2001). *L' observation participante*. Disponível em: <http://www.vadeker.net/corpus/lapassade/ethngr1.htm#3>. Acedido a 14 mar. 2011.
- Lima, V.D. & Pinto, J.A.B. (2011). Os migrantes digitais e sua aprendizagem nos cursos a distância. *Revista Tecnologias na Educação*, 3(2), 1-11.
- Lindfors, J.W. (1999). *Children's Inquiry. Using Language to make Sense of the Word*. New York: Teachers College, Columbia University.

- Lopes, C. (1998). *A Probabilidade e a Estatística no ensino fundamental: Uma análise curricular*. Tese de Mestrado em Educação. Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de Educação.
- Lopes, C. (2008). O Ensino da Estatística e da Probabilidade na Educação Básica e a Formação dos Professores. *Caderno Cedes*, 28(74), 57-73.
- Lopes, P.C. (2006). *Construções dos Números Reais*. Dissertação para a obtenção do grau de Mestre em Matemática. Universidade da Madeira, Funchal, Portugal.
- Lopes, P.C. (2012a). Racing with Robots. *Proceedings of INTED2012 Conference*, (pp. 6217-6221). 5th-7th March 2012, Valencia, Spain. IATED.
- Lopes, P.C. (2012b). Robots na Aula de Matemática: Aprender Estatística com recurso a Tecnologias. *Ebook. COIED 2012. 2.ª Conferência Online de Informática Educacional*. (pp. 295-301).
- Lopes, P.C. (2012c). Robots numa prática escolar. *Atas do II Congresso Internacional TIC e Educação*, (pp. 1889-1899). Lisboa. IE UL.
- Lopes, P.C. (2012d). Uma Corrida de Robots numa Prática Matemática Escolar. In *Atas do XXIII Seminário de Investigação em Educação Matemática*, (pp. 459-470). Lisboa: APM.
- Lopes, P.C. (2013a). Corridas com Robots para aprender Estatística. In E. Fernandes (Ed.), *Aprender Matemática e Informática com Robots*, (pp. 163-190). Funchal: Universidade da Madeira. E-book. Disponível em: www.cee.uma.pt/droide2/ebook/index.html. Acedido a 5 abr. 2014.
- Lopes, P.C. (2013b). Uma Corrida com Robots. In E. Fernandes (Ed.), *Aprender Matemática e Informática com Robots*, (pp. 86-95). Funchal: Universidade da Madeira. E-book. Disponível em: www.cee.uma.pt/droide2/ebook/index.html. Acedido a 5 abr. 2014.
- Lopes, P.C. & Fernandes, E. (2012a). Participation in a school mathematics practice with Robots: Racing with Robots. In Tso, T. Y. (Ed). *Proceedings of the 36th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, Vol. 1, (p. 250). Taipei, Taiwan: PME.
- Lopes, P.C. & Fernandes, E. (2012b). Uma corrida de Robots na Aula de Matemática. *Revista Tecnologias na Educação*, 4(7), 1-13.
- Lopes, P.C. & Fernandes, E. (2014). Literacia, Raciocínio e Pensamento Estatístico com Robots. *Quadrante*, 23(2), 69-94.
- Lopes, P.C. & Fernandes, E. (2015). Robots to Learn Statistics and Citizenship. In *Hands-on Science. Brightening our Future*. Costa MF, Dorrio BV (Ed.s) Hands-on Science Network, pp. 70-78.
- Lopes, P.C. & Fernandes, E. (2016). Um Cenário de Aprendizagem com Robots para Desenvolver Competência Estatística. In F. Gouveia & G. Pereira (Org.), *Didática e Matemática*. Funchal: CIE-UMa (*in press*).
- Ludke, M. & André, M. (1986). *Pesquisa em Educação: Abordagens Qualitativas*. São Paulo: EPU.
- Luna, S. V. (1998). *Planejamento de Pesquisa: uma introdução*. São Paulo: Educ.

- MacGillivray, H. & Pereira-Mendonza, L. (2011). Teaching statistical thinking through investigative projects. In C. Batanero, G. Burril & C. Reading (Eds.), *Teaching statistics in school mathematics – Challenges for teaching and teacher education: A joint ICMI/IASE study*, (pp. 109-120). New York, NY: Springer.
- Makar, K.; Bakker, A. & Ben-Zvi, D. (2011). The reasoning behind informal statistical inference. *Mathematical Thinking and Learning*, 13(1), 152-173.
- Makar, K. & Fielding-Wells, J. (2011). Teaching teachers to teach statistical investigations. In C. Batanero, G. Burrill, C. Reading, & A. Rossman (Eds.), *Teaching statistics in school mathematics. Challenges for teaching and teacher education*, (pp. 347-358). New York, NY: Springer.
- Maliuk, K. (2009). *Robótica educacional como cenário investigativo nas aulas de matemática*. Tese apresentada à Banca Examinadora do Programa de Pós-Graduação em Ensino da Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul para obtenção do grau de Mestre em Ensino da Matemática.
- Mallows, C. (1998). The Zeroth Problem. *The American Statistician*, 52, 1-9.
- Martins, M.E. & Ponte, J.P. (2010). *Organização e tratamento de dados*. Lisboa: ME-DGIDC.
- Martins, S. (2012). A competência numa prática com robots: Um projeto no 1.º CEB. *Atas do II Congresso Internacional TIC e Educação*, (pp. 2016-2025). Lisboa. IE UL.
- Martins, S. (2013). Da escrita de uma história à produção de um filme. In E. Fernandes (Ed.), *Aprender Matemática e Informática com Robots*, (pp. 116 – 144). Funchal: Universidade da Madeira.
- Matos, J.F. (2000). Aprendizagem e prática social: Contributos para a construção de ferramentas de análise da aprendizagem Matemática escolar. In J. P. Ponte & L. Serrazina (Eds.), *Educação matemática em Portugal, Espanha e Itália*, (pp. 65-94). Lisboa: SEM-SPCE.
- Matos, J.F. (2002). Educação Matemática e Cidadania. *Quadrante*, vol. XI (1), 1-6.
- Matos, J.F. (2013). Cenários de Aprendizagem como recursos estruturantes da ação em educação. In E. Fernandes (Ed.), *Aprender Matemática e Informática com Robots*, (pp. 47-54). Funchal: Universidade da Madeira.
- McLaren, P. (1998) *Life in schools: an introduction to critical pedagogy in the foundations of education*. (3.ª ed.). Nova Iorque: Allyn & Bacon / Longman Publishers.
- Mellin-Olsen, S. (1993). Dialogue as a tool to handle various forms of knowledge. In C. Julie, D. Angelis & Z. Davis (Eds.), *PDME I Report*, (pp. 243-252). Cidade do Cabo: Maskew Miler Longman.
- Morin, E. (2006). *Os sete saberes necessários a educação do futuro*. São Paulo: Cortez.
- Nascimento, E.C.S & Bezerra, É.C. (2013). Robótica Pedagógica: Uma Experiência Construtiva. *Anais do XI Encontro Nacional de Educação Matemática*, (pp. 1-12). Curitiba – Paraná.
- NCTM (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. Reston: NCTM.

- Nisbett, R. (1993). *Rules for Reasoning*. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum.
- Nogueira, C. & Silva, I. (2001). *Cidadania: Construção de novas práticas em contexto educativo*. (3.^a ed.). Porto: Edições ASA.
- Oliveira, H. & Henriques, A.C. (2014). Promover o raciocínio estatístico no ensino básico recorrendo à tecnologia: um projeto de investigação e desenvolvimento. *Boletim da Sociedade Portuguesa de Estatística*, Outono, 23-31.
- Oliveira, R. (2007). *A robótica na aprendizagem da matemática: um estudo com alunos do 8º ano de escolaridade*. Dissertação de Mestrado. Universidade da Madeira, Funchal, Portugal.
- Pais, A.; Fernandes, E.; Matos, J.F. & Alves, A.S. (2012). Recovering the meaning of “critique” in critical mathematics education. *For the Learning of Mathematics*, 32(1), 28-33.
- Paiva, A.M.S & Sá, I.P. (2011). Educação Matemática Crítica e Práticas Pedagógicas. *Revista Ibero-americana de Educação*, 55(2), 1-7.
- Papert, S. (1980). *Mindstorms: Children, Computers and Powerful Ideas*. (2nd ed.). New York: Basic Books.
- Papert, S. (1994). *A Máquina das crianças: repensar a escola na era da informática*. Porto Alegre: Artmed.
- Papert, S. (2000). What’s the big idea? Towards a pedagogy for idea power. *IBM Systems Journal*, 39(3&4), 720-729.
- Papert, S. & Harel, I. (1991). Situating constructionism. *Constructionism*, 36, 1-11.
- Pereda, A.S.A. (2006). *Aspectos afetivos na aprendizagem da Estatística: atitudes e suas formas de avaliação*. Tese de Mestrado em Educação, especialidade em Ensino de Ciências e Matemática. Faculdade de Educação da Universidade de Ciências de São Paulo.
- Pereira-Mendoza, L. & Swift, J. (1981). Why teach statistics and probability: a rationale. In A.P. Shulte & J.R. Smart (Eds.), *Teaching statistics and probability*, (pp. 90-100). Reston: Yearbook National Council of Teachers of Mathematics.
- Pereira-Mendoza, L. & Swift, J. (1989). Porquê ensinar estatística e probabilidades (Tradução e adaptação de Leonor Moreira). *Educação & Matemática*, 9(36), 17-18.
- Perrenoud, P. (1999). *Construir as competências desde a escola*. Porto Alegre: Artmed.
- Perrenoud, P. (2002). *A escola e a aprendizagem da democracia*. Coleção em foco. Porto: Edições ASA.
- Pfannkuch, M. & Wild, C. (2004). Towards an Understanding of Statistical Thinking. In D. Ben-Zvi & J. Garfield (Eds.), *The Challenge of Developing Statistical Literacy, Reasoning and Thinking*, (pp.17-46). Netherlands: Springer.
- Pocinho, R. & Gaspar, J. (2012). O uso das TIC e as alterações no espaço Educativo, *Exedra*, 6, 143-154.
- Ponte, J.P. (2005). Gestão curricular em Matemática. In Grupo de Trabalho de Investigação (Org.). *O professor e o desenvolvimento curricular*, (pp. 11-34). Lisboa: Associação de Professores de Matemática.

- Ponte, J.; Serrazina, L.; Guimarães, H.; Brenda, A.; Guimarães, F.; Sousa, H.; Menezes, L.; Martins, M. & Oliveira, P. (2007). *Programa de Matemática do Ensino Básico*. Ministério da Educação – DGIDC.
- Portsmore, M.; Cyr, M. & Rogers, C. (2001). Integrating the Internet, LabView, and Lego Bricks into Modular Data Acquisition and Analysis Software for K-College. *Computers in Education Journal*, 11(2).
- Prensky, M. (2001). Digital natives, digital immigrants. *On the Horizon*, 9(5), 1-6.
- Resnick, M.; Bruckman, A. & Martin, F. (1996). Pianos not stereos: Creating Computational Construction Kits. *Interactions*, 3(6), 41-50.
- Ribeiro, C. (2006). RobôCarochinha: Um Estudo Qualitativo sobre a Robótica Educativa no 1º ciclo do Ensino Básico. Tese de Mestrado em Educação, Tecnologia Educativa. Universidade do Minho, Instituto de Educação e Psicologia.
- Ribeiro, C.; Coutinho, C. & Costa, M.F. (2011). A robótica educativa como ferramenta pedagógica na resolução de problemas de matemática no ensino básico. *Actas da 6ª Conferência Ibérica de Sistemas e Tecnologias de Informação*, (pp. 440-445). Porto: AISTI.
- Rogers, C.R. (1962). The interpersonal relationship: the core of guidance. *Harvard Educational Review*, 32(4), 416-429.
- Rogers, C.R. & Farson, R.E. (1969). Active listening. In: R.C. Huseman, C.M. Logue & D.L. Freshley (Eds.), *Reading in interpersonal and organizational communication* (pp. 480-496). Boston: Holbrook.
- Rogers, C. & Portsmore, M. (2004). Bringing Engineering to Elementary School, *Journal of STEM Education*, 5(3,4), 17-28.
- Rumsey, D.J. (2002). Statistical Literacy as a Goal for introductory Statistics Courses. *Journal of Statistics Education*, 10(3).
- Russell, S. & Friel, S. (1989). Collecting and analyzing real data in the elementary school classroom. In P. R. Trafton & A. P. Shulte (Orgs.), *New directions for elementary school mathematics* (pp. 134-148). Reston, VA: NCTM.
- Santos, C.F. & Menezes, C.S. (2005). A Aprendizagem da Física no Ensino Fundamental em um Ambiente de Robótica Educacional. *Workshop de Informática na Educação / XXV Congresso da Sociedade Brasileira de Computação*. São Leopoldo.
- Santos, E.A.A. (2012). *Contribuição para o estudo da aprendizagem da matemática e da programação em comunidades virtuais de prática com foco no uso de robots como mediadores da aprendizagem*. Tese de Doutoramento em Matemática, Especialidade: Ensino da Matemática. Universidade da Madeira.
- Santos, R. & Ponte, J.P. (2014). Ensino e aprendizagem de investigações estatísticas: dois estudos de caso com futuras professoras. *Quadrante*. 23(2), 48-68.
- Scheaffer, R. (1990). Why data analysis?. *Mathematics Teacher*, 83(2), 90-93.
- Scheaffer, R. (2000). Statistics for a new century. In M. J. Burke & F. R. Curcio (Eds.), *Learning mathematics for a new century* (pp. 158–173). Reston, VA: NCTM.

- Schneider, J. & Andreis, R. (2014). *Contribuições do Ensino de Estatística na Formação Cidadã do Aluno da Educação Básica*. Disponível em: http://www.uniedu.sed.sc.gov.br/wp-content/uploads/2014/04/juliana_schneider.pdf Acedido a 1jun. 2015.
- Sedlmeier, P. (1999). *Improving Statistical Reasoning: Theoretical Models and Practical Implications*. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Selmer, S.; Bolyard, J. & Rye, J. (2011). Statistical reasoning over lunch. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 17(5), 274–281.
- Silva, C.B. (2007). *Pensamento estatístico e raciocínio sobre variações: um estudo com professores de matemática*. Tese de doutoramento em Educação Matemática. Pontifícia Universidade de São Paulo.
- Silva, J.F. & Schimiguel, J. (2015). Uso das Tecnologias de Informação e Comunicação como Contribuição à Educação Estatística no Ensino Superior. *REnCiMa*, Edição Especial: IV Encontro de Produção Discente, 6(1), 64-74.
- Silva, J.S. (1964). *Compêndio de Matemática* (7º ano, vol. II). Lisboa: Ministério da Educação.
- Skovsmose, O. (1994). *Towards a Philosophy of Critical Mathematical Education*. Dordrecht, The Netherlands: Kluwer.
- Skovsmose, O. (2001). *Educação Matemática Crítica: A Questão da Democracia*. São Paulo: Papirus Editora.
- Skovsmose, O. (2005). *Guetorização e globalização: um desafio para a Educação Matemática*. *Zetetiké*, 13(24), 113-142.
- Skovsmose, O. (2007). *Educação Crítica: Incerteza, Matemática, Responsabilidade*. São Paulo: Cortez Editora.
- Skovsmose, O.; Alrø, H.; Valero, P. & Scanduzzi, P.P. (2009). “Antes de dividir temos que somar”: ‘entre-vistando’ *foregrounds* de estudantes indígenas. *Bolema*, 22(34), 237 – 262.
- Skovsmose, O.; Scanduzzi, P.P.; Valero, P. & Alrø, H. (2012). A Aprendizagem Matemática em uma Posição de Fronteira: *foregrounds* e intencionalidade de estudantes de uma favela brasileira. *Bolema* 26(42A), 231-260.
- Skovsmose, O. & Valero, P. (2002). Quebrando a neutralidade política: o compromisso crítico entre a educação e a democracia. *Quadrante*, 11(1), 7-28.
- Smith, G. (1998). Learning Statistics by Doing Statistics. *Journal of Statistics Education*, 6(3).
- Snee, R.D. (1993). What's missing in statistical education?. *The American Statistician*, 47(2), 149-154.
- Snee, R.D. (1999). Discussion: development and use of statistical thinking: a new era. *Internacional Statistical Review*, 67, 255-258.
- Sousa, O. (2002). *Investigações Estatísticas no 2.º Ciclo do Ensino Básico*. Dissertação de Mestrado. Universidade de Lisboa.
- Stewart, J. (Ed.) (1999). *Bridges not walls. A book about interpersonal communication* (7th ed.). Boston: McGraw-Hill College.

- Stuart, M. (1995). Changing the Teaching of Statistics. *The Statistician*, 44(1), 45-54.
- Torisu, E.M. (2014). Diálogo em sala de aula de Matemática: uma forma de comunicação na cooperação investigativa. *I Simpósio Educação Matemática em Debate*. (pp. 266-278). 22 a 25 de setembro de 2014. Joinville/SC..
- Vergnes, D. (2001). Effets d'un stage de formation en géométrie. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 21(2), 99-121.
- Watson, J. (1997). Assessing statistical thinking using the media. In I. Gal & J. Garfield (Eds.), *The Assessment Challenge in Statistics Education*. (pp. 107-121). Amsterdam: IOS Press and International Statistical Institute.
- Wodewotzki, M.L.L. & Jacobini, O.R.J. (2004). O Ensino de Estatística no contexto da Educação Matemática. In M.A.V. Bicudo & M.C. Borba (Eds.), *Educação Matemática: pesquisa em movimento*. (pp. 232-249). São Paulo: Cortez.
- Wollenberg, E.; Edmunds, D. & Buck, L. (2000). *Anticipating Change: Scenarios as a Tool For Adaptive Forest Management. A Guide*. Indonesia: SMT Grafika Desa Putera.
- Zapata, G.N; Novales, R.M. & Guzmán, V.J. (2004). *La robótica educativa como herramienta de apoyo pedagógico*. Concepción: Universidad de Concepción.
- Zeichner, K.M. (1993). *A formação reflexiva de professores: ideias e práticas*. Lisboa: Educa (Educa: Professores; 3).
- Zilli, S.R. (2004). *A Robótica Educacional no Ensino Fundamental: Perspectivas e Práticas*. Dissertação de Mestrado – Florianópolis: UFSC.

ANEXOS

Anexo 1: Autorizações

Funchal, janeiro de 2012

Exmo. Sr. Diretor Regional de Educação

Eu, Paula Cristina Reis Lopes, estando a desenvolver um estudo sobre *APRENDER MATEMÁTICA COM RECURSO A TECNOLOGIAS: Robots na Sala de Aula*, no âmbito da Tese de Doutoramento em Ensino da Matemática, pela Universidade da Madeira, orientada pela Professora Doutora Elsa Maria dos Santos Fernandes, docente da referida Universidade, necessito fazer a parte empírica deste trabalho, que inclui a participação, observação, fotografias e gravação, em vídeo e áudio, de aulas e entrevistas a alunos e professores, na Escola Básica dos 2.º e 3.º Ciclos Dr. Eduardo Brazão de Castro, pelo que, solicito a V. Exa. autorização para a realização do referido estudo.

Comprometendo-me a tomar as medidas necessárias, sempre que haja alguma interferência na rotina usual dos participantes como, por exemplo, pedir autorização aos Encarregados de Educação dos alunos, para proceder à gravação em vídeo e áudio das aulas e para fazer entrevistas a alunos entretanto selecionados. Comprometo-me a manter o anonimato dos intervenientes.

Sem mais assunto, despeço-me agradecendo desde já a atenção e disponibilidade, ficando a aguardar uma resposta para um dos contactos seguidamente apresentados.

Com os melhores cumprimentos,

(Paula Cristina Reis Lopes)

Contacto: XXXXXXXXXXXXX

E-mail: XXXXXXXXXXXXX

Morada: XXXXXXXXXXXXX

Funchal, março de 2012

Exmo. Sr. Presidente da Direção Executiva da
Escola Básica dos 2.º e 3.º Ciclos Dr. Eduardo
Brazão de Castro

Eu, Paula Cristina Reis Lopes, estando a desenvolver um estudo sobre *APRENDER MATEMÁTICA COM RECURSO A TECNOLOGIAS: Robots na Sala de Aula*, no âmbito da Tese de Doutoramento em Ensino da Matemática, pela Universidade da Madeira, orientada pela Professora Doutora Elsa Maria dos Santos Fernandes, docente da referida Universidade, necessito fazer a parte empírica deste trabalho, que inclui a participação, observação, fotografias e gravação, em vídeo e áudio, das aulas das turmas ... do 8.º ano relativamente à unidade temática “Planeamento Estatístico”, e fazer entrevistas aos alunos e ao professor das referidas turmas, pelo que solicito a V. Exa. autorização para a realização do referido estudo na sua Escola.

Comprometendo-me a tomar as medidas necessárias, sempre que haja alguma interferência na rotina usual dos participantes como, por exemplo, pedir autorização aos Encarregados de Educação dos alunos para proceder à gravação em vídeo e áudio das aulas e para fazer as entrevistas. Comprometo-me a manter o anonimato dos intervenientes.

Sem mais assunto, despeço-me agradecendo desde já a atenção e disponibilidade prestada, ficando a aguardar uma resposta para um dos contactos seguidamente apresentados.

Com os melhores cumprimentos,

(Paula Cristina Reis Lopes)

Contacto: XXXXXXXXXXXXXXXX

E-mail: XXXXXXXXX

Morada: XXXXXXXXXXXXX

Funchal, Março de 2012

Exma. Senhora Professora

Marlene Gouveia Silva

Eu, Paula Cristina Reis Lopes, estando a desenvolver um estudo sobre *APRENDER MATEMÁTICA COM RECURSO A TECNOLOGIAS: Robots na Sala de Aula*, no âmbito da Tese de Doutoramento em Ensino da Matemática, pela Universidade da Madeira, orientada pela Professora Doutora Elsa Maria dos Santos Fernandes, docente da referida Universidade, venho por este meio requerer a sua autorização para participar e proceder ao registo áudio e vídeo das aulas de Matemática, das turmas ... do 8.º ano, relativamente à unidade temática “Planeamento Estatístico”, com o propósito de obter dados para o referido estudo.

Sem mais assunto, despeço-me agradecendo desde já a atenção e disponibilidade prestada, ficando a aguardar uma resposta para um dos contactos seguidamente apresentados.

Com os melhores cumprimentos,

(Paula Cristina Reis Lopes)

Contacto: XXXXXXXX

E-mail: XXXXXXXXXXXXXX

Morada: XXXXXXXXXX

Funchal, março de 2012

Caro Encarregado de Educação

A professora de Matemática do seu educando_____ foi convidada e aceitou participar num projeto que conduzirá à elaboração da Tese de Doutoramento, em Ensino da Matemática da Universidade da Madeira, a realizar por mim, Mestre Paula Cristina Reis Lopes, cujo tema é “*APRENDER MATEMÁTICA COM RECURSO A TECNOLOGIAS: Robots na Sala de Aula*”. Por esse motivo, peço a sua autorização para recolher dados sobre o trabalho desenvolvido pelos alunos nas aulas de matemática especialmente preparadas neste sentido.

A recolha de dados consistirá na participação, observação, fotografias e gravação, em vídeo e áudio, das aulas da referida professora de quem o seu educando é aluno.

Como tal, solicito a sua autorização para proceder à recolha de dados atrás descrita, comprometendo-me desde já a garantir o anonimato dos alunos e a confidencialidade dos dados obtidos, que apenas serão usados como elementos da parte empírica da minha dissertação e em artigos a publicar em revistas e a apresentar em congressos nacionais e internacionais.

Sem mais assunto, despeço-me agradecendo desde já a atenção e disponibilidade prestada, solicito que assine a declaração seguinte, devendo depois destacá-la e devolvê-la.

Com os melhores cumprimentos,

(Paula Cristina Reis Lopes)

Eu, _____ encarregado de educação do(a) aluno(a) _____, nº ____ do 8.º Ano, Turma ____, autorizo o meu educando participar na recolha de dados e contribuir com a sua participação na tese de doutoramento da Mestre Paula Cristina Reis Lopes.

Data: _____ Assinatura: _____

Anexo 2: Cenário de Aprendizagem

Área / domínio conhecimento	Matemática Organização e Tratamento de Dados: Planeamento Estatístico	Nível de ensino	3.º Ciclo do Ensino Básico 8.º ano de escolaridade
Título: Uma Corrida com Robots			
<p>Objetivos:</p> <p>Desenvolver a comunicação matemática, o raciocínio matemático e a capacidade de resolução de problemas, produzindo significado e fomentando a aprendizagem de tópicos e conceitos matemáticos específicos ao tema Organização e Tratamento de Dados, 7.º e 8.º anos de escolaridade.</p> <p>Desenvolver a capacidade de compreender e de produzir informação estatística bem como de a utilizar para resolver problemas e tomar decisões informadas e argumentadas. Nesse processo visa-se: (i) Explorar, analisar, interpretar e utilizar os dados recolhidos para produzir informação de natureza estatística e desenvolver uma atitude crítica face a essa informação. (ii) Selecionar e utilizar métodos estatísticos apropriados para organizar e representar os dados de forma a definir critérios para um Robot ser o vencedor das corridas e a classificação dos vários Robots. (iii) Interpretar os resultados obtidos e formular conjecturas a partir deles, utilizando linguagem estatística. (iv) Recorrer ao repertório das medidas estatísticas e das formas de representação de dados para realizar um estudo estatístico que inclua a comparação de dois ou mais conjuntos de dados, identificando as suas semelhanças e diferenças.</p> <p>Utilizar noções de semelhança e calcular distâncias reais a partir de uma representação e vice-versa, durante o processo de construção do protótipo do troço de corrida.</p>			
<p>Contexto / Ambiente / Narrativa:</p> <p>Uma Corrida com Robots segue uma metodologia de trabalho de projeto. Para a sua realização está prevista uma sessão inicial, para a montagem dos Robots e programação livre e 8 aulas de 90 minutos cada. Desenvolver-se-á com duas turmas do 8.º ano de escolaridade, de uma Escola dos 2.º e 3.º Ciclos do Ensino Básico, da Região Autónoma da Madeira.</p> <p>A formação dos grupos de trabalho será feita pelos alunos, na sessão após a montagem dos Robots, mas poderá sofrer alterações ao longo das aulas, de acordo com o número de alunos na sala e interesses ou motivações expressas pelos alunos.</p> <p>As aulas serão realizadas tendo o apoio da professora da turma e da investigadora. Estas terão o papel de: lançar pequenos desafios de modo a alcançar os objetivos propostos, com o intuito de que os alunos permaneçam focados nas tarefas; criar oportunidades de comunicação adequadas de modo a incentivar o aluno a exprimir, partilhar e debater ideias, estratégias e raciocínios matemáticos com os colegas e com a professora e/ou investigadora; fomentar discussões orientadas no grande e pequeno grupo, de modo a avaliar a consecução dos objetivos propostos e o desenvolvimento da comunicação oral; privilegiar as discussões nos grupos de trabalho bem como as que ocorreram entre alunos de diferentes grupos, entre alunos e professora e investigadora; promover o trabalho cooperativo e colaborativo entre</p>			

alunos, fomentando a discussão de ideias e procedimentos matemáticos; monitorizar atentamente o desenvolvimento das tarefas propostas e o envolvimento de cada aluno, garantindo que cada um contribui, com os seus conhecimentos e as suas aptidões, para a construção do produto final.

Ao longo das várias sessões de trabalho, serão utilizados instrumentos de recolha de dados (áudio e vídeo), privilegiando o registo das interações entre os alunos.

Com a implementação deste projeto os alunos terão a primeira experiência com os Robots NXT e com o seu ambiente de programação.

Na primeira sessão deverá ser apresentado o projeto que os alunos terão de realizar: Procurar-se-á familiarizar os alunos com as componentes do Robot, os alunos terão oportunidade de construir em grupo, um carro de corridas (Robot NXT) com as peças LEGO, seguindo instruções. E ainda, iniciar a programação no ambiente da LEGO MINDSTORMS.

Nas sessões seguintes, os alunos serão desafiados a criar um protótipo do troço para a realização das corridas e escolher de entre os construídos o mais adequado à realização das mesmas. No momento de realização das corridas terão de fazer o registo dos dados estatísticos que considerem importantes para a definição do vencedor.

Posteriormente, terão de elaborar um estudo estatístico sobre vários aspetos das corridas e um relatório sobre o trabalho realizado.

Na última sessão terão que apresentar à turma os aspetos que consideraram importantes para a aprendizagem da Estatística.

Recursos e materiais:

Câmaras de vídeo (2), gravadores (1), máquinas fotográficas (1), computadores com o software NXT (5 para os alunos, 1 para os professores), vídeo projetor, papel, canetas, lápis, instruções de montagem - NXT FIVE MINUTE BOT - LINE FOLLOWER (5), kits com as peças dos Robots que vão ser construídos (5), peças LEGO extra, baterias (5), carregadores (2 - 1 de cada tipo), sensores de luz (5), sensores de som (5) sensores ultrassónicos (5), motores NXT (10), baterias (5), cronómetros (1), apito (1), fita métrica (1), fita-cola (4), tesouras (4), calculadoras (4), peças para a construção do troço de corridas em tamanho reduzido (12 peças curvas e 12 peças retas para cada grupo – 60 peças curvas e 60 peças retas), peças para a construção do troço de corridas em tamanho real (12 peças curvas e 12 peças retas).

Avaliação:

A Comunicação matemática deverá ser desenvolvida durante todo o projeto. Esta envolve as vertentes: oral e escrita, incluindo o domínio progressivo da linguagem simbólica própria da Matemática.

O desenvolvimento da capacidade de comunicação por parte do aluno é considerado um objetivo curricular importante e a criação de oportunidades de comunicação adequadas é assumida como uma vertente essencial no trabalho que se realiza no projeto.

Nas sessões de trabalho, serão feitas discussões orientadas no grande e pequeno grupo, de modo a aferir a consecução dos objetivos propostos e o desenvolvimento da comunicação oral.

Serão privilegiadas as discussões nos grupos de trabalho bem como as que certamente ocorrerão entre alunos de diferentes grupos, entre alunos e professora e entre alunos e investigadora.

Os registos escritos dos alunos e os pequenos textos sobre assuntos matemáticos, promovem a comunicação escrita e servirão igualmente para se proceder a uma avaliação contínua do trabalho realizado, operacionalizada nos progressos realizados e nas dúvidas / erros / dificuldades dos alunos durante as tarefas realizadas.

Será tido também como elemento de avaliação o trabalho final, escrito e apresentação oral, dos trabalhos.

Enredo e sequência de atividades:

A primeira sessão, como será na semana do desporto escolar, não será realizada durante uma aula de matemática, mas sim num momento previamente acordado com os alunos. Nessa sessão, deverá ser explicado como ligar os sensores e os motores ao cérebro do Robot e que portas utilizar, como passar a informação do computador para o Robot. Procurar-se-á ainda familiarizar os alunos com a **montagem e programação dos Robots NXT**.

Antes de passar à montagem do Robot, deverá ser apresentado o projeto que os alunos terão de realizar: ***Construir e programar um carro de corridas (Robot NXT) para correr no troço de corridas construído pela turma.*** Nesse dia, serão facultados os *kits* de montagem. Os alunos vão construir em grupo, um carro de corridas com as peças LEGO, seguindo as instruções. O aspeto final do Robot fica a cargo de cada grupo, apenas serão fornecidas instruções para a estrutura base do carro e do local de colocação do sensor de luz. À medida que os grupos de trabalho terminem a montagem do seu Robot poderão iniciar a programação no respetivo ambiente de programação.

No primeiro bloco, dedicado a esta temática, os alunos que participaram na sessão inicial terão oportunidade de **fazer uma síntese** aos restantes colegas da turma **acerca do trabalho que estiveram a realizar na sessão anterior**. Serão incentivados a explicar: como é que fizeram a montagem dos Robots; as características do Robot NXT (Quais são os sensores e os motores; o que é o cérebro do Robot); como ligar os sensores e os motores ao cérebro do Robot e que portas utilizar; como passar a informação do computador para o Robot; como funciona o ambiente de programação, etc.

Proceder-se-á à **formação dos grupos de trabalho**. O critério será, formar grupos de trabalho heterogéneos e que em cada grupo exista, pelo menos, um elemento que esteve, na sessão inicial, na construção dos Robots. Posto isto, os alunos vão **programar e testar o Robot**. A programação será livre mas se for necessário poderão ser lançados pequenos desafios. (Por exemplo, programar o carro para: andar 5 segundos para a frente; andar 10 segundos para trás; descrever um quadrado; dar uma volta completa à sala de aula.)

Nas aulas seguintes: Após todos os alunos terem tido um primeiro contacto com a programação do Robot será distribuído as peças para a **construção de protótipos de troços de corridas** e explicado que têm de: *criar, no grupo, com as peças fornecidas, um protótipo*

do troço de corrida para dois Robots correrem ao mesmo tempo. Esse troço de corrida terá de ser justo, isto é, os dois carros (Robots) terão que ter a mesma probabilidade de ganhar a corrida. O troço de corridas terá de caber, em tamanho real, na sala de aula. Fica ao critério de cada grupo o número de peças que vão utilizar para construir o troço de corrida.

Deverá ser discutido, nos grupos de trabalho, o que é um troço de corridas justo, de forma a construir uma perspectiva partilhada sobre o que torna um troço de corridas justo para os dois carros que vão correr ao mesmo tempo.

Deverá ser explicado também que: *A corrida será realizada no espaço disponível na sala e as peças que têm à disposição são 15 vezes menores do que as que vão utilizar para realizar a corrida com os Robots. Uma corrida corresponde a ir desde o início do troço (ponto de partida) até ao fim (meta).*

Os alunos certamente vão sentir necessidade de descobrir o espaço disponível da sala para a montagem do troço de corrida e vão, em algum momento, medir esse espaço. Deverá ser explorado, à medida que emergir no desenrolar da tarefa, os conceitos matemáticos inerentes às ampliações e reduções que os alunos terão que realizar, para conseguir construir um troço de corridas que satisfaça as condições impostas.

Após cada grupo criar o seu protótipo do troço de corrida nas condições estabelecidas, será feita a **apresentação dos troços de corrida** à turma. Nessa apresentação, deverão ser apresentadas e justificadas as vantagens do troço de corridas, construído pelo grupo, e explicitado porque é que ele é possível de construir na sala de aula. No final das apresentações, no grande grupo, vão escolher qual o troço de corridas que querem utilizar, apresentando as razões para a escolha. Posto isto, **vão montar o troço de corridas** escolhido, em tamanho real, na sala de aula.

Deverá ser explicitado o problema final aos alunos: *Programar o carro, para realizar a corrida de forma autónoma, tendo em atenção que: (i) deve iniciar a corrida assim que é dado o sinal de partida; (ii) tem de percorrer o troço de forma que não choque com o outro, isto é, não deve sair da sua linha preta; (iii) deve parar quando chega à meta.*

Os alunos terão de **programar o Robot, e experimenta-lo, para realizar a corrida.**

Após todos os grupos terem conseguido programar os carros, serão **realizadas as corridas**: Cada carro terá de realizar duas corridas contra cada adversário e cada um dos grupos deverá registar os dados que consideraram importantes (por exemplo: a posição em que terminaram em cada uma das corridas; o tempo gasto em cada uma das corridas; etc.).

Após as corridas deverá ser solicitado aos alunos que **elaborem um estudo estatístico sobre os vários aspetos das corridas e um relatório sobre o trabalho realizado.**

Utilizando procedimentos estatísticos, terão que criar argumentos e critérios para definir qual foi o Robot vencedor das corridas. Os critérios de classificação dos Robots serão definidos pelos grupos de trabalho, bem como a forma de apresentar a informação à turma.

Será reservado um momento para a **apresentação dos trabalhos à turma**, bem como para a **discussão dos critérios utilizados para a classificação dos vários Robots.**

Competências:	Capacidade para raciocinar matematicamente, explorando situações matemáticas, procurando diferentes
----------------------	---

	<p>estratégias, fazendo e testando conjecturas, formulando generalizações.</p> <p>Aptidão para discutir com os outros e comunicar descobertas e ideias matemáticas, utilizando uma linguagem, oral e escrita, adequada à situação.</p> <p>Capacidade para usar a matemática, em combinação com outros saberes, na compreensão de situações reais, bem como a utilização de raciocínio crítico relativamente à utilização de procedimentos e resultados matemáticos.</p> <p>NOTA: Os aspetos acima focados não serão explicitamente ensinados e avaliados por atividades específicas do projeto mas serão uma consequência das atividades realizadas no seu âmbito.</p>
Atividades de extensão / desfecho / produto(s)	Relatórios escritos elaborados pelos alunos e apresentações realizadas pelos alunos.
Disciplinas envolvidas	
Notas de apoio à sua implementação em sala de aula	