

DM

**Modelação do Comportamento de Colunas de  
Betão Armado Confinadas com Mantas de GFRP**  
Proposta de modelo de dimensionamento

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

**Mariana Cirila Sousa Jesus**  
MESTRADO EM ENGENHARIA CIVIL



UNIVERSIDADE da MADEIRA  
*A Nossa Universidade*  
[www.uma.pt](http://www.uma.pt)

agosto | 2017



**Modelação do Comportamento de Colunas de  
Betão Armado Confinadas com Mantas de GFRP**  
Proposta de modelo de dimensionamento

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

**Mariana Cirila Sousa Jesus**

MESTRADO EM ENGENHARIA CIVIL

ORIENTADOR

Paulo Renato Camacho da Silva Lobo

COORIENTADOR

Pedro Gonçalo Faustino Marques





Faculdade de Ciências Exatas e da Engenharia  
Departamento de Engenharia Civil e Geologia  
Mestrado em Engenharia Civil

**Modelação do Comportamento de Colunas de Betão  
Armado Confinadas com Mantas de GFRP**  
Proposta de modelo de dimensionamento

**Mariana Cirila Sousa Jesus**

Dissertação para obtenção do Grau de Mestre em

**Engenharia Civil**

Orientador(es): Prof. Doutor Paulo Renato Camacho da Silva Lobo  
Doutor Pedro Gonçalo Faustino Marques

**Agosto 2017**



## Resumo

O confinamento de elementos estruturais de betão armado permite um aumento significativo da sua resistência e ductilidade, nomeadamente em colunas. Por conseguinte, o número de trabalhos acerca do confinamento com recurso a novos materiais aumentou significativamente nas últimas décadas, entre os quais se destacam os polímeros reforçados com fibras (FRP). As propriedades apresentadas por esses materiais, nomeadamente os elevados módulo de elasticidade, extensão última, resistência à corrosão, bem como o baixo peso próprio, a moldabilidade, a facilidade de aplicação e o baixo custo, tornam os FRP materiais interessantes e competitivos para o reforço de colunas por encamisamento. Consequentemente, encontram-se publicados diversos modelos de confinamento capazes de prever o comportamento de colunas confinadas com FRP.

Através da análise de modelos de dimensionamento existentes, identificou-se que estes foram na sua maioria calibrados para polímeros reforçados com fibras de carbono, sendo que não existem modelos de dimensionamento aplicáveis somente com polímeros reforçados com fibras de vidro (GFRP). Assim, desenvolveram-se propostas de modelos para colunas de secção transversal circular e quadrada confinadas com GFRP perante uma ação monotónica. Para tal, calibraram-se, com base em resultados experimentais disponíveis na literatura, equações baseadas no modelo de quatro parâmetros de Richard e Abbott (1975). Calibraram-se também os coeficientes necessários à obtenção da tensão máxima de confinamento e da respectiva extensão axial com base no modelo de Mander et al. (1988) para ações monotónicas.

O modelo de dimensionamento proposto foi validado através da avaliação da correlação com resultados de ensaios experimentais e por comparação com os resultados de modelos propostos por outros autores. Concluiu-se que o novo modelo permite prever de forma muito satisfatória a resposta de colunas circulares e quadradas confinadas com mantas de fibra de vidro.

**Palavras-chave:** GFRP, Confinamento de betão, Colunas com secção circular, Colunas com secção quadrada, Modelos de dimensionamento



# Abstract

The confinement of reinforced concrete elements can significantly increase their strength and ductility, namely in columns. Therefore, the number of studies on confinement using new materials increased significantly, among which are fiber reinforced polymers (FRP). The properties as high elastic modulus and strain, low weight, high resistance to corrosion, easy to apply and low cost, turn the FRP sheet an interesting material for the external reinforcement of columns. Therefore, are published several confinement models able to predict the behavior of columns confined with FRP.

However, through the analysis of confinement models, it is noticed that in the majority of the cases the models were calibrated for carbon fiber reinforced polymers (CFRP), and there are no applicable confinement models calibrated based only with glass fiber reinforced polymers (GFRP). Therefore, confinement models for columns with circular and square cross-section confined with GFRP under axial compression were developed. These models, based on the equations of the model by Richard and Abbott (1975), were calibrated using experimental results presented in the literature. The coefficients required for the computation of the maximum compressive stress and the corresponding strain, based on the model by Mander et al. (1988) for monotonic actions, were also calibrated.

The new model was assessed by evaluation of the correlation with experimental test results and by comparison with the results of models proposed by other authors. The new model makes it possible to predict, very accurately, the response of both square and circular columns confined with GFRP sheets.

**Keywords:** GFRP sheets, Confined Confined Concrete Columns, Circular and Square Cross-Section, Design-oriented model



# Agradecimentos

A todos os que de alguma forma contribuíram para a realização deste trabalho, expresso a minha mais sincera e profunda gratidão.

Ao Prof. Doutor Paulo Silva Lobo, meu orientador, muito mais do que um obrigado pelo rigor científico, pelos ensinamentos, pela disponibilidade e pela dedicação e presença constante ao longo deste trabalho, um muito obrigado pelas palavras de motivação e pela amizade.

Ao Doutor Pedro Faustino, meu coorientador, obrigado pelas conversas e troca de ideias, pelos ensinamentos fundamentais ao longo do trabalho e por todas as palavras de incentivo.

À minha família, obrigado por todo o apoio. Um agradecimento especial à minha mãe, que sempre acreditou nas minhas capacidades e me encorajou a lutar por mais e melhor.

A todos os meus amigos, que de uma forma ou de outra me incentivaram e apoiaram ao longo desta etapa, muito obrigado por tudo, em especial, à Sónia Figueira que me incentivou a desenvolver este tema, ao Pedro Nunes, pela cuidadosa revisão da implementação dos modelos e pela constante troca de ideias, à Bianca Lopes e à Patrícia Rodrigues pelo apoio e palavras de incentivo.

Por último, ao João Lira, pelo amor, pela dedicação, pelo companheirismo e pela compreensão nas minhas constantes ausências. Obrigado por tornares tudo possível.



# Conteúdo

Lista de Tabelas . . . . .	iii
Lista de Figuras . . . . .	v
Lista de Símbolos . . . . .	ix
<b>1 Introdução</b>	<b>1</b>
1.1 Considerações Iniciais . . . . .	1
1.2 Objetivos e Metodologia . . . . .	3
1.3 Estrutura e Organização da Dissertação . . . . .	4
<b>2 Materiais Compósitos e a sua Aplicação no Confinamento</b>	<b>7</b>
2.1 Materiais Compósitos . . . . .	7
2.1.1 Matriz polimérica . . . . .	8
2.1.2 Fibras de reforço . . . . .	9
2.1.3 Polímeros reforçados com fibra de vidro (GFRP) . . . . .	13
2.1.4 Confinamento por encamisamento com mantas de GFRP . . . . .	17
2.2 Modelos de Confinamento de Colunas . . . . .	23
2.2.1 Modelos de confinamento com aço . . . . .	24
2.2.2 Modelos de confinamento com FRP . . . . .	27
2.2.3 Recomendações de documentos normativos . . . . .	37
<b>3 Proposta de Modelo de Confinamento de Colunas de Betão Armado com GFRP</b>	<b>39</b>
3.1 Resultados Experimentais . . . . .	39
3.2 Relação Tensão-Extensão de Colunas com Secção Transversal Circular e Quadrada . . . . .	43

3.3	Proposta de Parâmetros Calibrados com Base em Resultados Experimentais . . . . .	47
3.3.1	Colunas com secção transversal circular . . . . .	47
3.3.2	Colunas com secção transversal quadrada . . . . .	53
<b>4</b>	<b>Correlação de Modelos Analíticos com Ensaio Experimentais</b>	<b>59</b>
4.1	Avaliação de Resultados em Colunas com Secção Transversal Circular .	59
4.2	Avaliação de Resultados em Colunas com Secção Transversal Quadrada	64
<b>5</b>	<b>Considerações Finais</b>	<b>69</b>
5.1	Conclusões . . . . .	69
5.2	Trabalhos Futuros . . . . .	71
	<b>Bibliografia</b>	<b>73</b>

# Lista de Tabelas

2.1	Principais requisitos da matriz polimérica (Moreira (2009)) . . . . .	8
2.2	Propriedades mecânicas e físicas das resinas (Juvandes et al. (1996)) . .	10
2.3	Propriedades físicas e mecânicas das fibras (Morgado (2012) e CNR-DT200 (2004)) . . . . .	10
2.4	Propriedades físicas e mecânicas das fibras de vidro (Benmokrane et al. (1995)) . . . . .	14
2.5	Propriedades do GFRP (ACI (2002) e Silva (2002)) . . . . .	16
2.6	Coefficientes experimentais calibrados por Samaan et al. (1998), Saafi et al. (1999) e Toutanji (1999) . . . . .	29
3.1	Colunas com secção transversal circular confinadas com GFRP . . . . .	40
3.2	Colunas com secção transversal quadrada confinadas com GFRP . . . . .	41
3.3	Relação $\varepsilon_{lu}/\varepsilon_{ju}$ para colunas com secção transversal circular confinadas com GFRP. . . . .	45
3.4	Relação $\varepsilon_{lu}/\varepsilon_{ju}$ para colunas com secção transversal quadrada confinadas com GFRP. . . . .	45
3.5	Propriedades colunas circulares confinadas com GFRP . . . . .	48
3.6	Coefficiente de correlação das equações calibradas no modelo para colunas com secção transversal circular . . . . .	53
3.7	Propriedades colunas quadradas confinadas com GFRP . . . . .	53
3.8	Coefficiente de correlação das equações adotadas no modelo para colunas com secção transversal quadrada . . . . .	58
4.1	Avaliação da correlação entre modelos analíticos e ensaios experimentais para colunas com secção transversal circular . . . . .	64

4.2	Avaliação da correlação entre modelos analíticos e ensaios experimentais para colunas com secção transversal quadrada. . . . .	68
-----	--	----

# Lista de Figuras

2.1	Relação tensão-deformação entre fibras (adaptado de ACI (2002)) . . .	11
2.2	Configurações para a fibra de vidro (adaptado de Amaral (2014)) . . .	15
2.3	Comportamento dos FRP sujeitos a uma tensão de tração (Juvandes (2002)) . . . . .	18
2.4	Diagramas tensão-deformação do betão submetido a diversos tipos de confinamento (Chastre (2005)) . . . . .	19
2.5	Influência da secção no desempenho dos pilares confinados com FRP (Chastre (2005)) . . . . .	20
2.6	Representação da tensão lateral de confinamento em colunas de secção transversal circular (adaptado de Ozbakkaloglu e Lim (2013)) . . . . .	20
2.7	Estado triaxial de extensão por confinamento de FRP ( <i>fib</i> (2001)) . . .	21
2.8	Confinamento efetivo de secções quadrada e retangular (Faustino et al. (2014)) . . . . .	22
2.9	Representação de colunas confinadas parcialmente (adaptado de Figueira (2016)) . . . . .	22
2.10	Influência do número de camadas (adaptado de Harries e Kharel (2002))	23
2.11	Diagrama tensão-extensão proposto por Mander et al. (1988) para colunas à compressão axial (adaptado de Mander et al. (1988)) . . . . .	25
2.12	Ábaco de Mander et al. (1988) (adaptado de Mander et al. (1988)) . . .	26
2.13	Processo iterativo do modelo de Spoelstra e Monti (1999) (adaptado de Spoelstra e Monti (1999)) . . . . .	30
2.14	Unificação da geometria (adaptado de Wu e Wei (2012)) . . . . .	33
2.15	Relação tensão axial vs extensão axial (adaptado de Wu e Wei (2012))	34

3.1	Diagrama representativo da relação tensão-deformação do modelo de Richard e Abbott (1975) . . . . .	46
3.2	Relação entre $(f_{cc}/f_{co})$ e $(f_{lu}/f_{co})$ para colunas com secção transversal circular. . . . .	49
3.3	Relação entre $(\varepsilon_{cc}/\varepsilon_{co})$ e $(f_{lu}/f_{co})$ para colunas com secção transversal circular. . . . .	49
3.4	Relação entre $(E_2/E_{cc})$ e $(E_j n_j t_j)/(Df_{co})$ para colunas com secção transversal circular. . . . .	50
3.5	Relação entre $(f_o/f_{co})$ e $(E_j n_j t_j)/(Df_{co})$ para colunas com secção transversal circular. . . . .	51
3.6	Relação entre $(E_{2l}/E_{cc})$ e $(E_j n_j t_j)/(Df_{co})$ para colunas com secção transversal circular. . . . .	51
3.7	Relação entre $(f_{ol}/f_{co})$ e $(E_j n_j t_j)/(Df_{co})$ para colunas com secção transversal circular. . . . .	52
3.8	Relação entre $(f_{cc}/f_{co})$ e $(2R/B)(f_{lu}/f_{co})$ para colunas com secção transversal quadrada. . . . .	54
3.9	Relação entre $(\varepsilon_{cc}/\varepsilon_{co})$ e $(2R/B)(f_{lu}/f_{co})$ para colunas com secção transversal quadrada. . . . .	55
3.10	Relação entre $(E_2/E_{cc})$ e $(E_j n_j t_j/f_{co})(2R/B)$ para colunas com secção transversal quadrada. . . . .	56
3.11	Relação entre $(f_o/f_{co})$ e $(E_j n_j t_j/f_{co})(2R/B)$ para colunas com secção transversal quadrada. . . . .	56
3.12	Relação entre $(E_{2l}/E_{cc})$ e $(E_j n_j t_j/f_{co})(2R/B)$ para colunas com secção transversal quadrada. . . . .	57
3.13	Relação entre $(f_{ol}/f_{co})$ e $(E_j n_j t_j/f_{co})(2R/B)$ para colunas com secção transversal quadrada. . . . .	57
4.1	Comparação entre os modelos analíticos e os resultados experimentais da coluna circular GE. . . . .	60
4.2	Comparação entre os modelos analíticos e os resultados experimentais da coluna circular C20. . . . .	61

4.3	Comparação entre os modelos analíticos e os resultados experimentais da coluna circular C50. . . . .	62
4.4	Comparação entre os modelos analíticos e os resultados experimentais da coluna circular G2-2. . . . .	63
4.5	Comparação entre os modelos analíticos e os resultados experimentais da coluna quadrada BS1G3. . . . .	65
4.6	Comparação entre os modelos analíticos e os resultados experimentais da coluna quadrada BS1G6. . . . .	66
4.7	Comparação entre os modelos analíticos e os resultados experimentais da coluna quadrada BS2G3. . . . .	67
4.8	Comparação entre os modelos analíticos e os resultados experimentais da coluna quadrada AgL6M. . . . .	67



# Lista de Símbolos

## Símbolos gregos

$\alpha$	Fator de escala entre o diâmetro e a altura da coluna
$\beta$	Fator de redução
$\chi$	Relação entre a extensão axial e a extensão máxima axial do FRP
$\gamma_c$	Coefficiente de segurança do betão
$\gamma_s$	Coefficiente de segurança do aço
$\gamma_{FRP}$	Coefficiente de segurança do FRP
$\nu$	Coefficiente de Poisson
$\phi$	Diâmetro de um varão de aço
$\rho_j$	Relação volumétrica do FRP de confinamento
$\varepsilon_A$	Extensão axial correspondente ao ponto de transição A
$\varepsilon_c$	Extensão axial de compressão do betão
$\varepsilon_j$	Extensão do FRP de confinamento na direção das fibras
$\varepsilon_l$	Extensão lateral do betão
$\varepsilon_{cc}$	Extensão axial de compressão do betão confinado correspondente à tensão axial máxima à compressão do betão confinado, $f_{cc}$
$\varepsilon_{co}$	Extensão axial de compressão do betão não confinado correspondente à tensão axial máxima à compressão do betão não confinado, $f_{co}$

$\varepsilon_{cu}$	Extensão axial última correspondente à tensão axial de compressão última, $f_{cu}$
$\varepsilon_{ju}$	Extensão lateral última da manta de FRP
$\varepsilon_{lo}$	Extensão lateral corresponde à tensão axial máxima à compressão do betão não confinado, $f_{co}$
$\varepsilon_{lu}$	Extensão lateral de rotura da manta de FRP

### **Símbolos romanos**

$A_e$	Área do núcleo de betão efetivamente confinado
$A_{cc}$	Área da secção transversal confinada
$B$	Lado da secção transversal quadrada
$C_r$	Coefficiente de redução da tensão lateral com confinamento
$dev$	Desvio
$E_1$	Rigidez do primeiro ramo do diagrama tensão axial-extensão axial
$E_2$	Rigidez do segundo ramo do diagrama tensão axial-extensão axial
$E_j$	Módulo de elasticidade da manta de FRP
$E_{1l}$	Rigidez do primeiro ramo do diagrama tensão axial-extensão lateral
$E_{2l}$	Rigidez do segundo ramo do diagrama tensão axial-extensão lateral
$E_{cc}$	Módulo de elasticidade do betão
$E_{sec}$	Módulo de elasticidade secante do betão
$f_A$	Tensão de compressão no ponto de transição A
$f_c$	Tensão axial de compressão do betão
$f_j$	Tensão de tração do FRP com confinamento
$f_l$	Tensão lateral com confinamento

$f_{30}$	Resistência à compressão de um provete de betão não confinado com 30 MPa
$f_{cc}$	Tensão axial máxima à compressão do betão confinado
$f_{co}$	Tensão axial máxima à compressão do betão não confinado
$f_{cu}$	Tensão axial de compressão última
$f_{ju}$	Tensão de rotura da manta de FRP
$f_{l,ef}$	Tensão lateral efetiva com confinamento
$f_{lu}$	Tensão lateral com confinamento na rotura da manta de FRP
$f_{ol}$	Tensão lateral com confinamento obtida pela projeção do declive de $E_2$ no eixo da tensão axial
$f_o$	Tensão lateral com confinamento obtida pela projeção do declive de $E_{2l}$ no eixo da tensão axial
$f_{shu}$	Tensão de rotura do aço à tração
$H$	Altura da coluna
$k_1; k_2$	Coefficientes experimentais de confinamento
$k_e$	Coefficiente de eficácia de confinamento
$L$	Lado da secção transversal ou diâmetro
$n_j$	Número de camadas de FRP
$R$	Raio de canto
$r$	Relação entre o módulo de elasticidade do betão e a diferença entre o módulo de elasticidade e o módulo de elasticidade secante do betão
$t$	Espessura
$T_g$	Temperatura de transição vítrea
$t_j$	Espessura da camada de FRP

*W* Área abaixo da curva do diagrama tensão-extensão axial até ao ponto de rotura da manta no ensaio experimental

### **Acrónimos e outras abreviaturas**

ACI American Concrete Institute

AFRP Aramid Fiber Reinforced Polymer (Polímero Reforçado com Fibras de Aramida)

AOM Analysis-oriented Model

BFRP Basalt Fiber Reinforced Polymer (Polímero Reforçado com Fibras de Basalto)

CFRP Carbon Fiber Reinforced Polymer (Polímero Reforçado com Fibras de Carbono)

DOM Design-oriented Model

fib Fédération Internationale du Béton

FRP Fiber Reinforced Polymer (Polímeros Reforçados com Fibras)

GFRP Glass Fiber Reinforced Polymer (Polímeros Reforçados com Fibras de Vidro)

HFRP Hibrid Fiber Reinforced Polymer (Polímero Reforçado com Fibras Híbridas)

SFRP Steel Fiber Reinforced Polymer (Polímero Reforçado com Fibras de Aço)

# Capítulo 1

## Introdução

Neste capítulo, apresentam-se as considerações iniciais acerca do tema estudado, descrevem-se os objetivos que pautam esta dissertação, bem como, a estruturação do documento.

### 1.1 Considerações Iniciais

A indústria da construção sofreu grandes alterações nas últimas décadas, em grande parte devidas ao desenvolvimento da ciência, quer ao nível do conhecimento de fenómenos físicos e químicos que estão patentes na engenharia, quer ao nível de uma melhor compreensão de materiais existentes e de novos materiais de construção.

O betão armado, desde o início do século XX, é um material de excelência no âmbito da construção. Este facto resulta das principais propriedades mecânicas exibidas, tais como a resistência à compressão, o módulo de elasticidade e a compatibilidade entre o betão e o aço.

Com o número alargado de estudos realizados em torno deste material heterogéneo, foi possível potenciar o seu desenvolvimento, mas, com os anos, questões como a durabilidade, requisitos de utilização, deterioração dos materiais e comportamento da estrutura face à ação sísmica, que até então não tiveram a devida atenção, evidenciaram-se como aspetos importantes no controlo de qualidade das estruturas.

A necessidade de intervenção nas estruturas de betão armado tem tido um crescimento significativo, não só em estruturas antigas, mas também em novas edificações,

sendo que nestas últimas, salientam-se anomalias originadas por erros ou omissões no projeto e na fase de construção. Como consequência, foi necessário dar um passo maior na investigação, nomeadamente na procura de melhores soluções e técnicas a aplicar na construção, bem como aumentar o enfoque nos novos materiais, capazes de apresentar um comportamento mais adequado aos novos requisitos da indústria.

Neste trabalho, procuram-se apresentar e discutir soluções capazes de melhorar o comportamento das estruturas, onde se evidencia o comportamento de colunas de betão armado. Particularizam-se essas soluções às técnicas de confinamento, nomeadamente através da aplicação de polímeros reforçados com fibras (Fiber Reinforced Polymer, FRP), mais especificamente recorrendo a polímeros reforçados com fibra de vidro (Glass Fiber Reinforced Polymer, GFRP) como armadura não metálica exterior.

A aplicação dos FRP é cada vez mais ampla, destacando-se as situações de recuperação da resistência de elementos estruturais, seja devido à deterioração seja por má aplicação de materiais, sendo comuns problemas originados na fase de projeto e na fase de construção, bem como uso indevido das estruturas por adicionamento de cargas superiores à estabelecidas em projeto. Segundo Paula (2003), o confinamento de colunas com FRP permite um significativo aumento do desempenho estrutural à compressão, à flexão e ao esforço transversal, devido ao aumento da resistência do betão à compressão, da ductilidade, da resistência ao corte e da resistência à encurvadura dos varões longitudinais comprimidos.

As principais vantagens da aplicação dos FRP, de acordo com Paula (2003), estão diretamente relacionadas com as propriedades intrínsecas aos próprios FRP, nomeadamente elevada resistência à tração, peso volúmico baixo, resistência elevada à corrosão, bem como diversidade e versatilidade dos sistemas comercializados. Segundo Chastre (2014), o reforço com compósitos de FRP pode ser utilizado quando exista escassez de armaduras e desde que as dimensões da secção e a qualidade do betão sejam suficientes para garantir a resistência e a rigidez pretendidas. Por outro lado, as principais desvantagens apresentadas pelos materiais compósitos estão relacionadas com a necessidade de mão-de-obra especializada (Figueira (2016)) e com a baixa resistência ao fogo (*fib* (2001)). Salienta-se também, a escassez de regulamentos, normas e manuais acerca dos FRP, o que dificulta o incentivo à aplicação destes materiais.

Apresentada a importância do uso de FRP, os modelos de confinamento, inicialmente desenvolvidos para o aço e à posteriori adaptados para os FRP, tendem a evoluir com o tempo, em forma de resposta às necessidades da área. Apesar de ainda não haver uma regulamentação sólida, existem directrizes normativas apresentadas pela *American Concrete Institute (ACI (2002))* e pela *International Federation for Structural Concrete (Fédération Internationale du Béton, fib (2001))* capazes de orientar a metodologia de encamisamento de colunas com FRP, desde o dimensionamento do FRP até ao processo de aplicação da manta.

## 1.2 Objetivos e Metodologia

O comportamento de colunas confinadas com fibras de vidro é um tema pouco desenvolvido, apesar dos seus primeiros estudos datarem de 1982, através dos ensaios pioneiros de Fardis e Khalili (1981). O estudo do comportamento das colunas confinadas com mantas de GFRP, principalmente em colunas com secção transversal quadrada é escasso, tanto em termos de modelação do comportamento dos pilares como na quantidade e qualidade de ensaios experimentais. Assim, surgiu o interesse no desenvolvimento deste tema. Neste trabalho, estuda-se o comportamento de colunas confinadas com GFRP, por efeito de uma ação monotónica, em secções transversais circulares e quadradas.

O principal objetivo definido para este trabalho é:

- calibração de equações para o confinamento de colunas com secção transversal circular e quadrada e proposta de um modelo de confinamento para GFRP;

A metodologia adotada para atingir o objetivo proposto baseia-se na:

- revisão bibliográfica dos materiais compósitos;
- análise de modelos de confinamento;
- análise de resultados experimentais de colunas confinadas com mantas de GFRP submetidas a uma ação monotónica;

- implementação do modelo proposto e de modelos de outros autores, para colunas com secção transversal circular e quadrada, com recurso ao *software Mathworks - Matlab R2015a*;
- comparação entre o modelo proposto e modelos de outros investigadores com as curvas de ensaios experimentais;
- análise de desvios entre o modelo proposto e modelos de outros investigadores com ensaios experimentais.

## 1.3 Estrutura e Organização da Dissertação

### Capítulo 1

No capítulo 1 faz-se a introdução ao trabalho, através de considerações iniciais onde se apresenta o tema e procura-se sensibilizar o leitor para uma nova temática. Seguidamente, descrevem-se os objetivos que pautam a presente dissertação, seguido da estruturação do trabalho de acordo com a metodologia adotada.

### Capítulo 2

Apresenta-se a revisão bibliográfica acerca dos materiais compósitos, com particular interesse nas mantas de fibras de vidro, seguido da apresentação do conceito de confinamento através do reforço de elementos estruturais encamisados com mantas de fibras de vidro e, introdução e exposição dos principais modelos de confinamento para o aço e para os FRP.

### Capítulo 3

Neste capítulo, procede-se à análise de equações representativas da tensão máxima de confinamento e correspondente extensão e, da relação tensão-deformação de colunas submetidas à compressão axial. Seguidamente, calibram-se equações através de resultados experimentais de outros autores presentes na literatura onde, se propõe um modelo de confinamento para colunas confinadas com mantas de fibras de vidro.

## Capítulo 4

No capítulo 4, apresenta-se a análise e avaliação do modelo proposto onde, através da sua implementação computacional, compara-se o modelo proposto e o modelo de outros autores com resultados experimentais. Apresenta-se igualmente, os principais desvios entre os modelos analíticos e os ensaios experimentais.

## Capítulo 5

No capítulo 5 e em forma de conclusão, apresentam-se as principais ilações acerca do trabalho desenvolvido com particular ênfase no modelo proposto, bem como, sugestões de trabalhos futuros.



# Capítulo 2

## Materiais Compósitos e a sua Aplicação no Confinamento

Neste capítulo, apresentam-se os materiais compósitos, as suas propriedades enquanto elementos individuais, bem como as suas propriedades quando se encontram interligados com outros componentes e a atuar como um só.

Descreve-se igualmente, o conceito de confinamento, as propriedades que o definem, assim como as premissas que influenciam a sua atuação em colunas circulares e retangulares.

São ainda analisados os principais modelos de confinamento com base em colunas reforçadas com aço e a sua transformação em modelos de confinamento com FRP, bem como a constante evolução ocorrida ao longo do tempo.

### 2.1 Materiais Compósitos

Existe uma grande diversidade de materiais que podem ser aplicados na engenharia e, com o seu progressivo aumento, desenvolvem-se técnicas de aplicação cada vez mais especializadas, havendo, desta forma, uma clara separação entre os materiais e técnicas tradicionais e não tradicionais, onde os materiais compósitos têm particular importância e interesse.

Os materiais compósitos com FRP apresentam propriedades interessantes para a indústria da construção devido essencialmente à elevada resistência à tração, baixo

peso próprio, boa resistência à exposição ambiental, moldabilidade, facilidade de aplicação e isolamento eletromagnético (Paula (2003)) . O comportamento do FRP é intrinsecamente dependente dos materiais integrantes e da sua interação e, do arranjo das fibras de reforço (Chastre (2005)).

Os FRP são compostos por fibras de reforço, que são em geral muito resistentes, com elevado módulo de elasticidade e frágeis, e por uma matriz polimérica caracterizada por ser pouco resistente, mas que confere ligação entre os filamentos e proteção às fibras. É de salientar que a resina também influencia o comportamento do FRP, na medida em que proporciona a ligação entre o FRP e o elemento estrutural a confinar.

### 2.1.1 Matriz polimérica

A matriz polimérica protege as fibras da ação direta de agentes ambientais, assegura uma melhor distribuição de tensões pelo sistema fibroso e evita a encurvadura das fibras quando o compósito é submetido a esforços de compressão. A matriz é composta por resina, *fillers* (carga de enchimento) e aditivos (Barros (2007)).

Seguidamente, na Tabela 2.1, apresentam-se as principais características que a matriz polimérica deve apresentar.

**Tabela 2.1:** Principais requisitos da matriz polimérica (Moreira (2009))

Propriedades Mecânicas	- Resistência à tração elevada - Ductilidade - Resistência ao corte - Tenacidade - Resistência ao impacto
Propriedades Térmicas	- Resistência a temperaturas extremas - Coeficiente de dilatação térmica próxima do da fibra - Baixa condutividade térmica
Propriedades Químicas	- Boa adesão às fibras - Resistência à degradação em ambientes quimicamente agressivos
Outras Propriedades	- Baixo custo - Cura rápida

Os *fillers* são materiais de enchimento inorgânicos que melhoram o comportamento da matriz, por exemplo, o desempenho em situação de incêndio, diminuição da retração e aumento da resistência química. Os aditivos, por sua vez, têm como função a diminuição do teor de vazios, aumento da dureza, diminuição da inflamabilidade (re-

tardadores de chama), prevenção da perda de cor e/ou brilho, entre outros (Moreira (2009)).

A resina tem a função de ligante equiparável a uma cola, que permite manter as fibras e as componentes da matriz polimérica a se comportarem como um elemento só, por outro lado, tem também a função de ligante entre o FRP e o elemento a reforçar.

As resinas mais comercializadas são de dois tipos: as resinas termoendurecíveis (poliéster, epóxida, viniléster) e as resinas termoplásticas (PEEK). A opção da resina a utilizar é intrinsecamente dependente do custo de produção, da cura, das características desejadas e da compatibilidade com a fibra de reforço (Juvandes et al. (1996)).

As resinas termoplásticas apresentam melhores propriedades comparadas com as resinas termoendurecíveis, tais como um custo reduzido da técnica de impregnação, curtos ciclos de moldagem, exibem melhor tenacidade e valores mais elevados da deformação na rotura, mas, por outro lado, existe a grande dificuldade de se combinarem com as fibras contínuas devido ao elevado grau de viscosidade. Com efeito, é comum a aplicação das resinas termoendurecíveis nas estruturas, mais concretamente, a resina epóxi que, além de uma melhor trabalhabilidade ao longo do seu processamento, combina uma elevada resistência com uma menor retração e maior durabilidade comparativamente com outras resinas termoendurecíveis. Salienta-se que, as resinas devem ter a menor espessura possível de modo a reduzir as deformações a longo prazo por fluência (ACI (2002), Chastre (2005) e Costa (2009)).

Apresentam-se, na Tabela 2.2, as propriedades mecânicas e físicas das resinas.

As resinas, com o aumento da temperatura, sofrem uma acentuada redução das suas propriedades e, por norma, o valor dessa temperatura é inferior ao valor registado para as fibras. Assim, surge a temperatura de transição vítrea,  $T_g$ , valor para o qual a resina passa do estado vítreo para o estado viscoso, comprometendo desta forma o funcionamento do material compósito. Com efeito, a perda de propriedades da resina traduz-se numa perda de rigidez do material associada à  $T_g$  (**fib** (2001)).

### 2.1.2 Fibras de reforço

As fibras têm um papel fundamental nos FRP, pois conferem uma boa resistência e rigidez ao polímero. As fibras variam consoante a composição química, o comprimento,

**Tabela 2.2:** Propriedades mecânicas e físicas das resinas (Juvandes et al. (1996))

	Poliéster	Epóxido	Viniléster	PEEK
Resistência à tração [MPa]	20-100	55-130	79-90	103.0
Módulo de elasticidade [GPa]	2.1-4.1	2.5-4.1	3.0-3.3	1.1
Deformação na rotura [%]	1.0-6.0	1.0-9.0	3.9-5.2	30.0-150.0
Resistência à flexão [MPa]	125	131	110-149	-
Peso Específico [kN/m <sup>3</sup> ]	9.8-14.2	10.8-12.7	10.9-12.9	12.7
$T_g$ [°C]	100-140	50-260	119-280	144

a quantidade, a orientação e a distribuição na matriz. De acordo com Juvandes (2002), a resistência à tração e o respetivo módulo de elasticidade são máximos para a direção principal das fibras e reduzem progressivamente de valor, quando o ângulo em análise se afasta daquela direção.

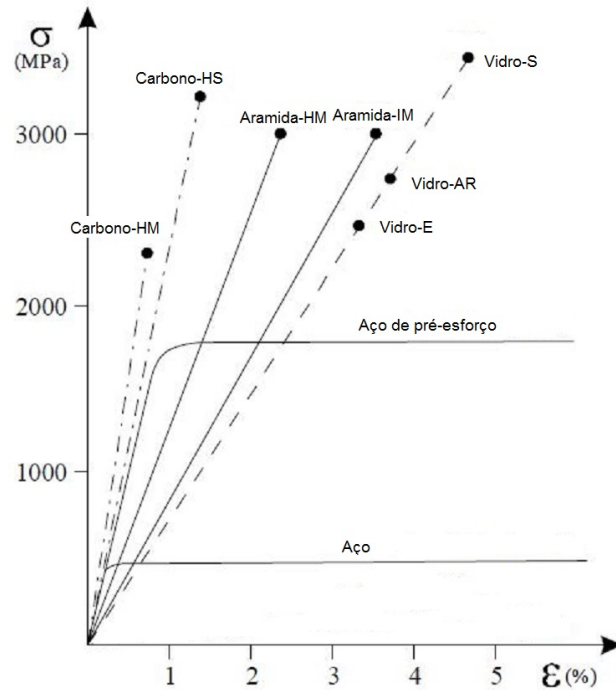
Seguidamente, apresenta-se a Tabela 2.3 onde estão descritas características relevantes das fibras mais comercializadas e do aço.

**Tabela 2.3:** Propriedades físicas e mecânicas das fibras (Morgado (2012) e CNR-DT200 (2004))

	Módulo de elasticidade [GPa]	Resistência à tração [MPa]	Extensão na rotura [%]	Coefficiente de dilatação térmica [ $10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ ]	Densidade [g/cm <sup>3</sup> ]	Estrutura das fibras
Vidro-E	70-80	2000-3500	3.5-4.5	5-5.4	2.5-2.6	isotrópica
Vidro-S	86-90	3500-4800	4.5-5.5	1.6-2.9	2.46-2.49	isotrópica
Carbono (HM)	390-760	2400-3400	0.5-0.8	(1.45)	1.85-1.9	anisotrópica
Carbono (HS)	240-280	4100-5100	1.6-1.73	(0.6)-(0.9)	1.75	anisotrópica
Aramida	62-180	3600-3800	1.9-5.5	(2)	1.44-1.47	anisotrópica
Aço	206	250-400* 350-600**	20-30	10.4	7.8	-

\* na cedência; \*\* na rotura

Na Figura 2.1 é possível verificar a relação tensão-deformação entre as fibras, onde se verifica que, comparativamente com o aço e o aço de pré-esforço, todas as fibras atingem uma tensão muito superior, o que enaltece a sua utilização.



**Figura 2.1:** Relação tensão-deformação entre fibras (adaptado de ACI (2002))

Apesar das fibras mais comercializadas serem as fibras de aramida (ou Kevlar), as fibras de carbono e as fibras de vidro, o estado atual do conhecimento permite identificar outras fibras que estão emergindo, tais como, fibras de basalto, fibras de aço e fibras híbridas.

As fibras de aramida apresentam uma cor amarelada e são de origem orgânica, obtidas através da poliamida de forma aromática, apresentam baixa massa específica, uma elevada resistência à tração, baixa condutividade elétrica, elevada resistência à abrasão e um bom comportamento à alta temperatura. Por outro lado, possuem baixa resistência à compressão, degradação lenta, elevada absorção de humidade, má adesão às resinas e custo elevado (Moreira (2009)). Estas fibras apresentam uma característica peculiar, uma elevada resistência ao impacto (apesar de pouco referenciada na construção, tem grande importância na conceção de coletes à prova de balas e na indústria aeronáutica).

As fibras de basalto, características de uma cor cinzenta escura, são obtidas através

do derretimento da rocha basáltica. Estudos realizados por Campione et al. (2015) referem que, o processo de obtenção das fibras de basalto é muito similar ao processo utilizado para obtenção do vidro-E, com a diferença de que, as fibras de basalto não necessitam de aditivos no seu processamento pelo que o seu custo de produção é inferior, além de, proporcionar um gasto menor de energia. As fibras de basalto, segundo Larrinaga et al. (2014), apresentam boas propriedades comparativamente a outras fibras, tais como, resistência a elevadas temperaturas, quimicamente estável, baixa condutividade térmica e elétrica, além de serem ecológicas. O seu módulo de elasticidade compreende-se entre os 80 a 110 GPa e apresentam características perfeitamente elásticas até o ponto de rotura.

As fibras de carbono são naturalmente de cor preta e são obtidas através de um componente designado por poliacrilonitrila (PAN). Existem dois tipos de fibras de carbono mais utilizados, as fibras de alta resistência (HS) e as fibras de elevado módulo de elasticidade (HM). Estas apresentam elevados valores de tensão de rotura, baixa massa volúmica, mas, exibem coeficientes de dilatação térmica diferentes na direção radial e axial, pelo que o seu comportamento anisotrópico é uma desvantagem na resistência à tração na direção radial. Outras desvantagens associadas são a elevada condutibilidade térmica, reduzida resistência ao impacto e custo elevado (Paula (2003); Juvandes (2012)).

As fibras de vidro, características de uma cor esbranquiçada, são produzidas a partir da sílica ( $\text{SiO}_2$ ) através da adição de cálcio, boro, sódio e alumínio. Estas fibras são materiais amorfos e a sua cristalização ocorre após prolongado tratamento com altas temperaturas (Fiorelli (2002)). Estas fibras são conhecidas pela sua elevada resistência à tração e compressão, elevada resistência química, boas propriedades de isolamento acústico, elétrico e térmico, mas por outro lado, possuem um módulo de elasticidade inferior às outras fibras (carbono e aramida), são sensíveis à abrasão e a elevadas temperaturas.

As fibras híbridas resultam da combinação de duas ou mais fibras, comumente, fibras de aramida e carbono e, fibras de aramida e vidro. Desta forma, é possível obter uma melhor resposta em função dos requisitos da estrutura. Matthys et al. (2006) demonstraram experimentalmente que, com uma solução híbrida para o confinamento

de pilares, com 360 g/m<sup>2</sup> de fibra de vidro e 160 g/m<sup>2</sup> de fibra de carbono na direção longitudinal e, 27 g/m<sup>2</sup> de fibra de vidro na direção transversal, foi possível atingir um módulo de elasticidade de 120 MPa.

As fibras de aço, de cor cinzenta, apresentam um bom comportamento à flexão e resistência ao impacto. As desvantagens prendem-se com questões de mau comportamento ao corte, suscetibilidade à corrosão e uma mudança de rotura dúctil para rotura frágil (Lima et al. (2013)).

Quando as fibras estão integradas na matriz polimérica tem-se:

- polímeros reforçados com fibras de aramida - AFRP;
- polímeros reforçados com fibras de basalto - BFRP;
- polímeros reforçados com fibras de carbono - CFRP;
- polímeros reforçados com fibras de vidro - GFRP;
- polímeros reforçados com fibras híbridas - HFRP;
- polímeros reforçados com fibras de aço - SFRP.

### **2.1.3 Polímeros reforçados com fibra de vidro (GFRP)**

As fibras de vidro utilizadas para reforço podem ser classificadas em quatro grupos de acordo com as suas propriedades:

- vidro-E (eletric);
- vidro-S (high tensile strength);
- vidro-C (chemical);
- vidro-AR (alkali-resistant).

As fibras de vidro-E são tidas como um bom isolante elétrico e térmico além de economicamente mais vantajosas. As fibras de vidro-S são caracterizadas pela resistência mecânica melhorada e são cerca de 3 a 4 vezes mais dispendiosas que as fibras de vidro-E. As fibras de vidro-AR, devido à elevada presença de zircónio, apresentam

uma resistência alcalina elevada, pelo que a sua utilização é frequente em compósitos cimentícios como betão reforçado com fibra de vidro. Por último, as fibras de vidro-C, possuem uma boa resistência à corrosão, mas são de elevado custo, pelo que, a sua utilização é diminuta (Fonseca (2005); Correia (2004); Machado (2015)). Na Tabela 2.4 pode-se observar as propriedades das fibras de vidro.

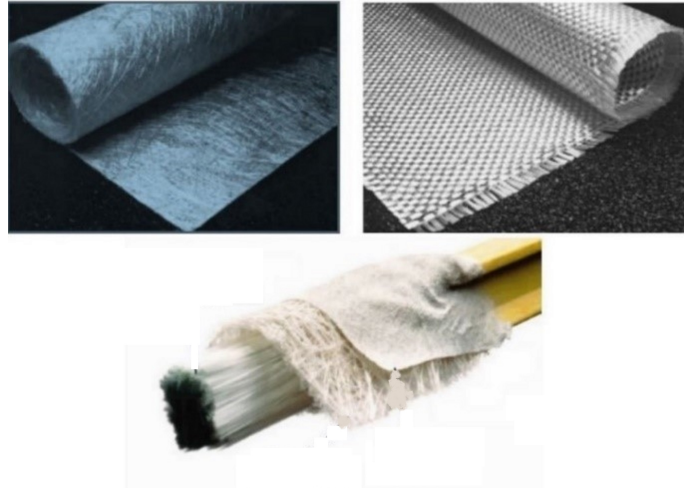
**Tabela 2.4:** Propriedades físicas e mecânicas das fibras de vidro (Benmokrane et al. (1995))

Propriedades	Vidro-E	Vidro-S	Vidro-C	Vidro-AR
Resistência à tração [GPa]	3.45	4.3	3.03	2.5
Módulo de elasticidade em tração [GPa]	72.4	86.9	69.0	70.0
Extensão na rotura em tração [%]	4.8	5.0	4.8	3.6
Coefficiente de Poisson, $\nu$	0.2	0.22	-	-
Densidade [ $\mu\text{m}$ ]	2.54	2.49	2.49	2.78
Diâmetro das fibras [ $\mu\text{m}$ ]	10	10	4.5	-
Coefficiente de dilatação térmica longitudinal [ $10^{-6}/^{\circ}\text{C}$ ]	5.0	2.9	7.2	-

As fibras de vidro-E (*Calcium aluminoborosilicate*) são as mais comuns no reforço de estruturas dada a combinação entre a sua elevada resistência e módulo de elasticidade, bem como, boas propriedades de isolamento elétrico e baixo custo. Juvandes et al. (1996) referem que as fibras de vidro-E são processadas por estiramento a alta velocidade de componentes de vidro fundido, através de orifícios com diâmetro entre 0.79 mm a 3.18 mm. Os varões resultantes são estirados para filamentos contínuos com diâmetros compreendidos entre 3  $\mu\text{m}$  a 20  $\mu\text{m}$  e sofrem, à saída, um tratamento de superfície polivalente. Na Figura 2.2 pode-se observar algumas configurações que as fibras de vidro podem tomar.

As fibras, quando combinadas com a matriz polimérica, potencializam as suas propriedades. Este processo, recorrentemente, faz-se de duas formas, por moldagem manual e por pultrusão.

A moldagem manual é um processo simplista para obtenção dos materiais compósitos



**Figura 2.2:** Configurações para a fibra de vidro (adaptado de Amaral (2014))

que pode ser praticado em obra e, consiste no alinhamento das mechas ou cabos de fibra num molde, onde se procede à impregnação com resina. Este processo é comum no reforço com mantas de fibras, e apesar de implicar mão-de-obra especializada, é versátil e requer pouca tecnologia. Por outro lado, não é um processo tão rentável no aspeto em que é moroso e de difícil obtenção de um material homogêneo, havendo a grande probabilidade de espaços vazios entre a manta e o elemento a reforçar (em parte devido ao processo de preparação da superfície do elemento) bem como entre as próprias camadas de FRP durante o processo construtivo (Chastre (2005)).

O processo de pultrusão é indicado para formas contínuas como perfis, tubos e varões. Este processo inicia-se com a impregnação das mechas ou cabos de fibras com a resina, sendo estirados através de um molde de aço aquecido, onde o calor permite que ocorra uma reação exotérmica de polimerização (o molde confere a forma final do produto). A pultrusão traz vantagens como a uniformidade do produto, excelentes acabamentos e o limite de comprimento da peça prende-se apenas com a necessidade de manuseio e transporte (Correia (2004)).

Tal como os vários processos para obtenção das fibras de vidro, as suas aplicações e configurações também são variadas. As principais características dos tipos de fibra de vidro utilizados para o reforço estrutural são (Fiorelli (2002)):

- fios têxteis: formado por duas ou mais fibras simples de vidro, torcidos em sentidos inversos para formarem um único fio, bobinados num suporte cônico;

- mantas de fios contínuos: fabricadas com fios contínuos de vidro, dispostos de forma aleatória em múltiplas camadas e unidos por um ligante. São compatíveis com resinas poliéster, estervínlica, epóxi;
- mantas de fios picados: fabricadas com fios picados de vidro, unidos por um ligante solúvel em estireno, que lhe confere uma excelente compatibilidade com resinas poliéster e epóxi;
- roving: produzido a partir de fios de vidro indicados para aplicação por projeção simultânea;
- roving direto: produzido a partir de fios de vidro destinados a fabricação de produtos nos processos de moldagem por enrolamento;
- tecido unidirecional (TRB): produzido a partir de mechas contínuas de fios de vidro com agentes de acoplamento compatíveis com resinas poliéster e epóxi. É utilizado na moldagem de peças em plástico reforçado e recomendado para laminação manual.

Os polímeros reforçados com fibras conseguem conjugar as características de todos os seus materiais envolventes culminando num produto com melhores propriedades.

Amaral (2014) refere que as mantas podem ser compostas por fibras, curtas ou contínuas, dispostas aleatoriamente ou só por fibras contínuas biaxiais (mais comuns  $0^\circ/90^\circ$  ou  $45^\circ/-45^\circ$ ) ou triaxiais ( $0^\circ/\pm 45^\circ$ ), com a possibilidade de serem entrelaçadas ou sobrepostas. Estas formas podem ser combinadas originando fibras contínuas direcionadas, com fibras curtas ou contínuas, dispostas aleatoriamente.

**Tabela 2.5:** Propriedades do GFRP (ACI (2002) e Silva (2002))

Orientação	Resistência à tracção [MPa]	Módulo de elasticidade [GPa]	Extensão na rotura [%]	Densidade [g/cm <sup>3</sup> ]	Coefficiente de dilatação térmica longitudinal [10 <sup>-6</sup> °C <sup>-1</sup> ]
0°	690-1380	34-48	2-3		
0°/90°	515-1030	14-34	2-3	1.2-2.1	6-10
45°/-45°	175-275	14-21	2.5-3.5		

Com a observação da Tabela 2.5 é possível verificar que as fibras na direção de 0° possuem valores muito mais elevados tanto para a resistência à tração como para

o módulo de elasticidade, sendo que a extensão na rotura não apresenta diferenças significativas.

Biscaia (2012) sublinha relevantes degradações devido a efeitos ambientais na resistência à tração do GFRP quando são aplicados aos pilares, tais como, imersão em água destilada e salgada, ciclos higrotérmicos, efeitos de raios ultravioleta, ação de sulfatos e nevoeiro salino. De acordo com ACI (2002), muitos sistemas FRP apresentam propriedades mecânicas reduzidas após a exposição a certos fatores ambientais, incluindo a temperatura, a humidade e a exposição a substâncias químicas. As possíveis alterações na fibra e no método de cura da resina devido a fatores ambientais influenciam as propriedades mecânicas do material compósito, pelo que, poderão reduzir a sua extensão última.

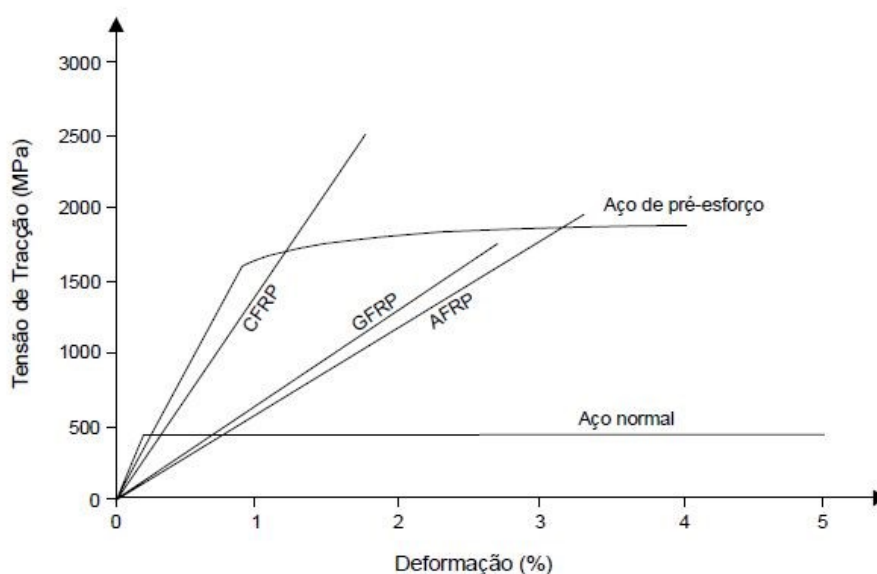
Como todos os materiais, os GFRP possuem vantagens e desvantagens associadas ao reforço de elementos estruturais. As vantagens prendem-se com questões como a grande resistência à tração, boa aderência às matrizes poliméricas, transparência, boas propriedades elétricas e boa relação qualidade/preço além de uma interferência mínima na utilização da estrutura e ausência de corrosão (Machado (2015)). O principal inconveniente dos GFRP é o módulo de elasticidade que é, por exemplo, inferior ao módulo de elasticidade do CFRP.

Apresenta-se na Figura 2.3 o comportamento dos FRP mais comuns quando sujeitos a uma tensão de tração.

Com a observação da Figura 2.3, verifica-se que o GFRP apresenta um módulo de elasticidade e uma extensão última com valores compreendidos entre os dos CFRP e AFRP. Comparativamente com o aço, apesar do GFRP possuir um andamento elástico linear até à rotura, isto é, não apresenta o patamar de cedência característico do aço, tem uma capacidade resistente cerca de três vezes maior.

#### **2.1.4 Confinamento por encamisamento com mantas de GFRP**

O reforço de pilares através do confinamento com FRP é uma opção cada vez mais viável, tanto em termos de características mecânicas que o material apresenta, como na relação benefício/custos.

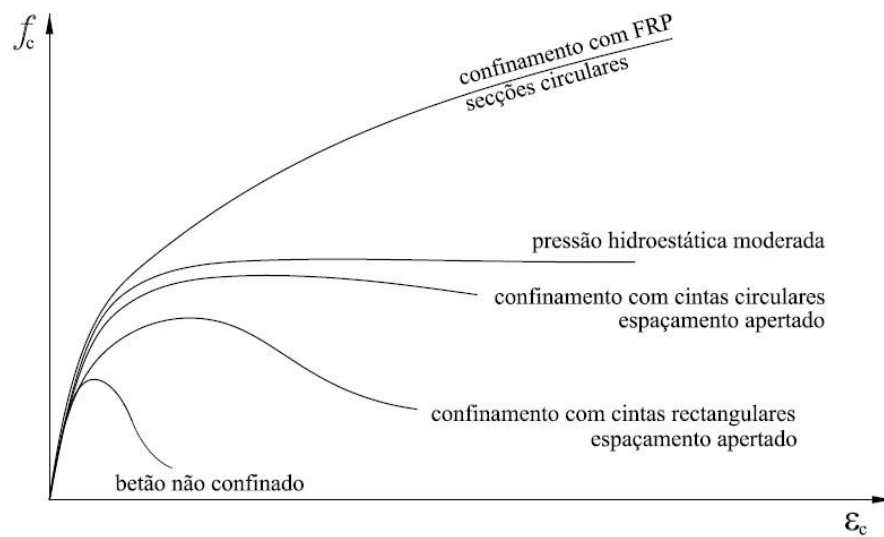


**Figura 2.3:** Comportamento dos FRP sujeitos a uma tensão de tração (Juvandes (2002))

Chastre (2005) menciona que, o confinamento refere-se normalmente à influência que as armaduras transversais e/ou os reforços de GFRP exercem no betão e que provoca a alteração do estado de tensão de compressão no betão de uniaxial para multiaxial. O autor refere ainda que, submetido à compressão, o betão é um material frágil que se deforma com comportamento inelástico devido à progressiva perda de rigidez causada por vazios e micro-fendilhação, pelo que, o seu confinamento através de mantas de GFRP, que possuem um comportamento elástico, contrabalança esse efeito, aumentando desta forma a ductilidade e resistência do elemento estrutural. Em suma, o confinamento permite um melhoramento do desempenho estrutural quando os elementos estão sujeitos tanto à compressão, como à flexão e ao esforço transversal, através de um aumento da resistência à compressão, de ductilidade, de rigidez, e capacidade de absorção de energia.

Na Figura 2.4 é possível observar, para a relação tensão-deformação, o comportamento do betão quando sujeito a diversos tipos de confinamento, onde se verifica que, o confinamento é tanto mais eficaz quando é efetuado com recurso a FRP. Salienta-se também a discrepância entre o betão não confinado para o betão confinado com FRP, onde se constata que, a presença de FRP permite que a rotura ocorra para valores maiores, tanto para a tensão como para a deformação.

Vários são os fatores que influenciam o comportamento dos pilares confinados com

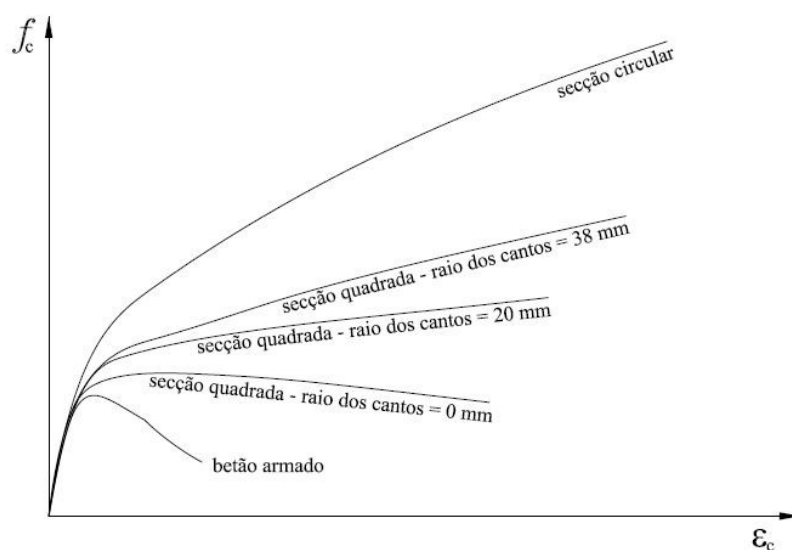


**Figura 2.4:** Diagramas tensão-deformação do betão submetido a diversos tipos de confinamento (Chastre (2005))

FRP, dos quais se destacam, a geometria do pilar (circular, quadrada ou retangular), o tipo de pilar (betão simples ou armado), o tipo de carregamento (monotónico ou cíclico), o tipo de FRP (usualmente AFRP, CFRP ou GFRP), o número de camadas de FRP, nível de confinamento (total ou parcial) e, a ligação FRP/betão. No desenvolver do trabalho, aprofundar-se-á os aspetos mais relevantes.

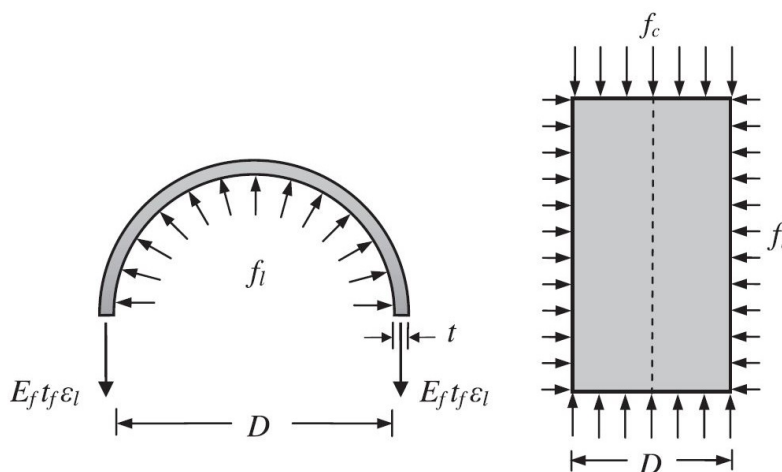
De acordo com a *fib* (2001), os FRP exercem uma tensão de confinamento crescente devido ao comportamento elástico até à rotura da manta, em oposição ao aço, que mantém uma pressão de confinamento constante entre a cedência e a rotura. A tensão de confinamento com GFRP é fortemente influenciada pela geometria da secção transversal e, pelo tipo e pormenorização do GFRP. A solução de confinamento é tanto mais eficaz quanto mais a secção transversal tender para uma secção circular.

É possível observar na Figura 2.5 que, para uma coluna com secção quadrada com arestas vivas, não ocorre um ganho significativo de tensão de confinamento quando comparado com uma secção não confinada, além de que, após atingir a tensão máxima de confinamento para valores de extensão axial precoces, apresenta um andamento decrescente até à rotura. Por outro lado, verifica-se que, para uma coluna com secção circular, ocorre um ganho muito significativo de tensão de confinamento e de extensão axial e, o andamento da curva, é crescente até à rotura, ou seja, teoricamente ocorre sempre um incremento de tensão até ao rompimento da manta.



**Figura 2.5:** Influência da secção no desempenho dos pilares confinados com FRP (Chastre (2005))

Com o aumento do carregamento, aumenta a tensão lateral de confinamento. Quando o elemento de betão apresenta secção circular totalmente confinada, admite-se que a tensão lateral de confinamento é exercida uniformemente ao longo do perímetro da secção e pode ser obtida através de um somatório de forças horizontais que dependem da espessura da manta, do diâmetro da secção, do módulo de elasticidade do GFRP e da extensão última.

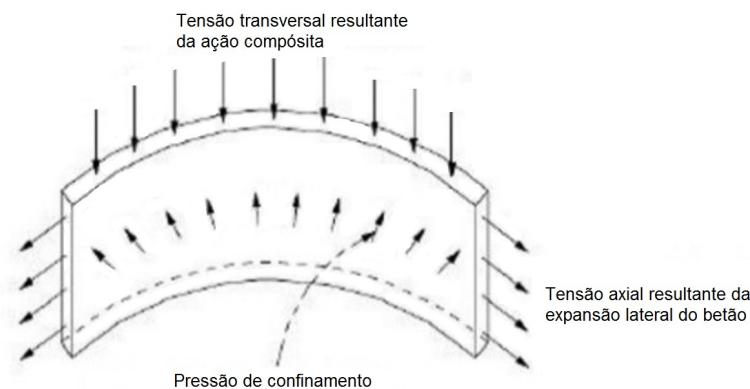


**Figura 2.6:** Representação da tensão lateral de confinamento em colunas de secção transversal circular (adaptado de Ozbakkaloglu e Lim (2013))

A tensão lateral de confinamento é crescente até ser atingida a extensão última, ou seja, a rotura da manta. De acordo com a **fib** (2001), para vários ensaios normalizados,

a rotura da manta do FRP acontece para valores de extensões inferiores à sua extensão última. Este fenómeno ocorre devido a factores como:

- o confinamento desenvolve-se num estado triaxial que se designa de ação compósita. Esta ação define a capacidade de confinamento transversal ao mesmo tempo que resiste ao carregamento longitudinal. Quando a ação compósita é nula, o FRP fica apenas sujeito a extensões axiais resultantes da expansão lateral do betão. A rotura do elemento confinado resultará do colapso do FRP e, neste caso, a extensão de rotura será ligeiramente inferior à extensão última do FRP. Caso a ação não seja nula, o FRP fica sujeito a extensões axiais e transversais, e daí resulta a diminuição da extensão de rotura do FRP;

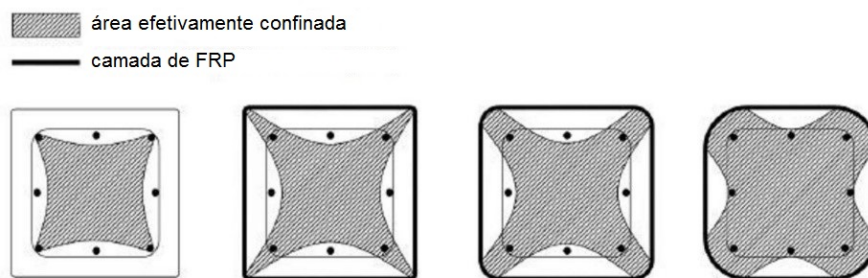


**Figura 2.7:** Estado triaxial de extensão por confinamento de FRP (*fib* (2001))

- qualidade de execução, nomeadamente, se as fibras estiverem danificadas ou colocadas sob superfícies que não foram devidamente preparadas;
- boleamento insuficiente dos cantos (arestas vivas);
- efeito do processo construtivo devido à aplicação de várias camadas e, consequentemente, um aumento de vazios imprevisto.

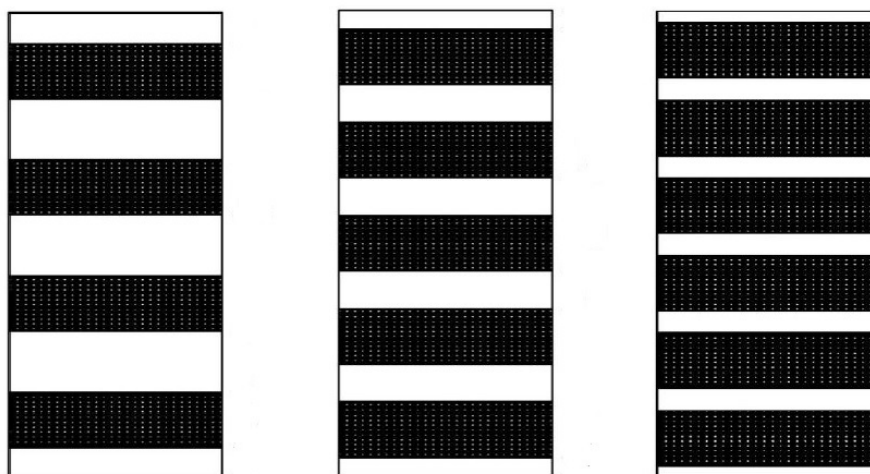
Por outro lado, para elementos de betão com secção retangular, a tensão lateral de confinamento não é exercida uniformemente em toda a secção transversal, ou seja, a área efetiva de confinamento deve ser considerada apenas uma fração da secção transversal de betão, pois, devido ao efeito de arco das tensões, existe uma distribuição

não uniforme da tensão de confinamento, estudado inicialmente para um modelo de confinamento para o aço por Mander et al. (1988) e, posteriormente adaptado para FRP por vários autores. Pode-se observar na Figura 2.8, que a área efetivamente confinada depende diretamente do valor do raio de canto, e é possível constatar que quando maior o boleamento dos cantos, isto é, quanto mais a secção tender para uma secção circular, maior é a área efetiva de confinamento.



**Figura 2.8:** Confinamento efetivo de seções quadrada e retangular (Faustino et al. (2014))

A eficácia do confinamento, como referido anteriormente, depende também do nível de confinamento, ou seja, se a coluna encontra-se total ou parcialmente confinada. No confinamento parcial pode-se variar o número de faixas de FRP assim como a sua espessura. Na Figura 2.9 ilustra-se o nível de confinamento de uma coluna aumentando o número de faixas.

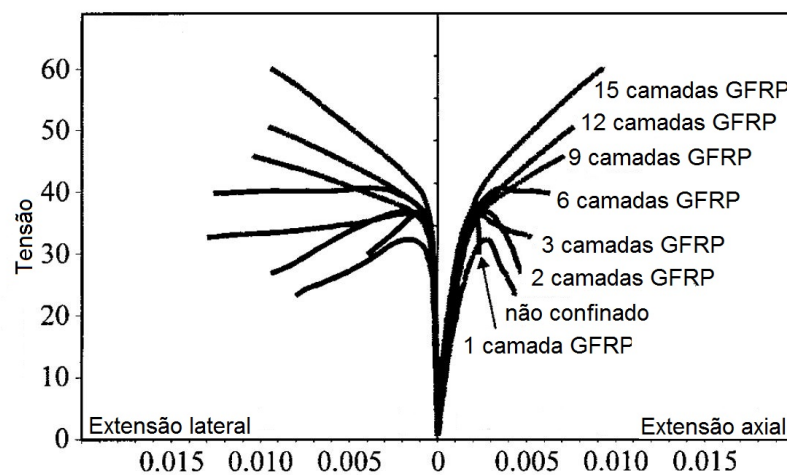


**Figura 2.9:** Representação de colunas confinadas parcialmente (adaptado de Figueira (2016))

Ferreira (2007), através de estudos experimentais, concluiu que, quanto maior é o

nível de confinamento, maior é a tensão de confinamento, a extensão axial e a extensão lateral, e quanto maior o volume de betão não confinado entre as faixas de FRP mais violenta é a rotura do betão.

Importa ainda referir que o número de camadas de GFRP é um fator que influencia a tensão de confinamento e a extensão axial e lateral da coluna. Fardis e Khalili (1982) foram os primeiros a estudar este efeito, tendo verificado o aumento de resistência e da extensão última do betão confinado com o aumento do número de camadas, como era previsível.



**Figura 2.10:** Influência do número de camadas (adaptado de Harries e Kharel (2002))

Investigadores como Harries e Kharel (2002), Nanni e Bradford (1995), Harries e Carey (2003), Aire et al. (2010), entre outros, estudaram a influência do número de camadas, fazendo-as variar entre 1 e 15 camadas de FRP. A fiabilidade de ensaios de colunas confinadas com um número elevado de camadas de GFRP é discutível (apesar de se comprovar uma resposta em relação à tensão-deformação positiva) principalmente devido ao processo construtivo, onde prevê-se que, ao sobrepor as várias camadas de GFRP, principalmente num processo manual, criam-se muitos vazios.

## 2.2 Modelos de Confinamento de Colunas

Vários autores têm desenvolvido modelos matemáticos de confinamento, com base teórica e/ou experimental, para a conceção de soluções capazes de melhorar o comportamento de colunas através do confinamento.

Seguidamente, apresentam-se os modelos de confinamento mais conhecidos e com maior impacto científico, tanto para a modelação de colunas com varões de aço como para o comportamento de colunas confinadas externamente com FRP.

### 2.2.1 Modelos de confinamento com aço

Os modelos de confinamento apresentados nesta secção são o modelo de Richart et al. (1928) e o modelo de Mander et al. (1988). Este último tem sido minuciosamente avaliado, sendo a base de vários modelos de confinamento de FRP, nomeadamente, para a obtenção da tensão máxima com confinamento e respetiva extensão axial.

#### Modelo de Richart et al. (1928)

Os primeiros estudos acerca do confinamento de elementos de betão foram levados a cabo pelos investigadores Richart et al. (1928) para colunas confinadas com pressão hidrostática.

Richart et al. (1928) propuseram equações simples que permitiram determinar a tensão máxima à compressão do betão bem como a correspondente extensão axial, seguidamente apresentadas pelas Equações 2.1 e 2.2,

$$f_{cc} = f_{co} + k_1 f_l \quad (2.1)$$

$$\varepsilon_{cc} = \varepsilon_{co} \left( 1 + k_2 \frac{f_l}{f_{co}} \right) \quad (2.2)$$

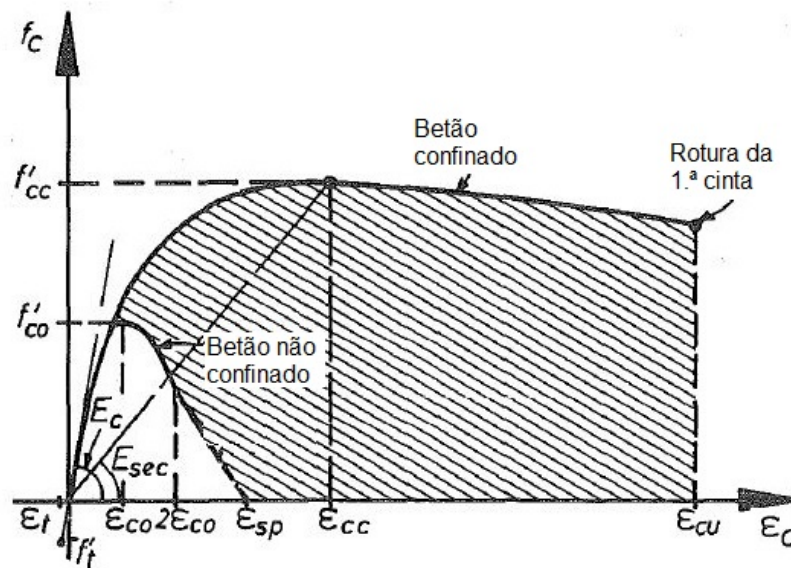
onde  $f_{cc}$  é a tensão axial máxima à compressão do betão confinado,  $f_{co}$  é a tensão axial máxima à compressão do betão não confinado,  $\varepsilon_{cc}$  é a extensão axial do betão correspondente a  $f_{cc}$ ,  $\varepsilon_{co}$  é a extensão axial do betão correspondente a  $f_{co}$  e,  $k_1$  e  $k_2$  são coeficientes determinados experimentalmente ( $k_1 = 4.1$  e  $k_2 = 5k_1$ ).

Mais tarde, os autores refinaram o modelo (Richart et al. (1929)) onde, concluíram que a resistência do betão com confinamento hidroestático ativo era aproximadamente igual à resistência do betão confinado passivamente com armaduras de aço em espiral.

Este modelo foi a base de trabalho de vários autores, como por exemplo, Fardis e Khalili (1982) e Mander et al. (1988), abordados seguidamente.

## Modelo de Mander et al. (1988)

Mander et al. (1988), com base nas equações de Richart et al. (1928), desenvolveram um modelo representativo do diagrama tensão-extensão axial do betão confinado com cintas de aço, aplicável a secções de diversas geometrias bem como diversas pormenorizações de armaduras. O modelo de confinamento encontra-se descrito na Fig. 2.11.



**Figura 2.11:** Diagrama tensão-extensão proposto por Mander et al. (1988) para colunas à compressão axial (adaptado de Mander et al. (1988))

Com base nas expressões de Popovics (1973), Mander et al. (1988) descreveram a tensão de compressão do betão como mostra a seguinte equação:

$$f_c = \frac{f_{cc}\chi^r}{r - 1 + \chi^r} \quad (2.3)$$

onde,

$$\chi = \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{cc}} \quad (2.4)$$

$$r = \frac{E_{cc}}{E_{cc} - E_{sec}} \quad (2.5)$$

$$E_{cc} = 5000\sqrt{f'_{co}} \quad (2.6)$$

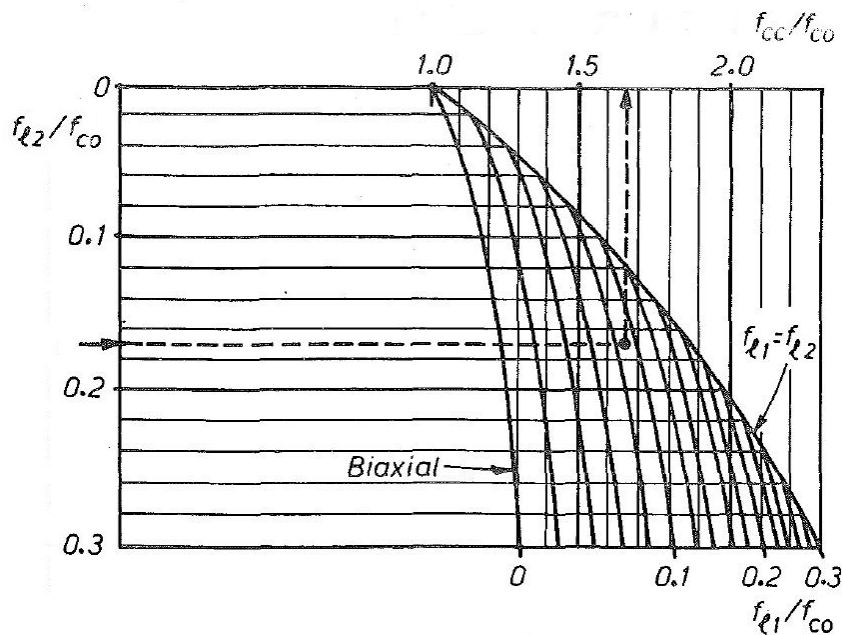
$$E_{sec} = \frac{f'_{cc}}{\varepsilon_{cc}} \quad (2.7)$$

Mander et al. (1988), com base em Richart et al. (1928), rescreveram a extensão axial corresponde à tensão de compressão máxima como:

$$\varepsilon_{cc} = \varepsilon_{co} \left[ 1 + 5 \left( \frac{f_{cc}}{f_{co}} - 1 \right) \right] \quad (2.8)$$

A tensão axial máxima com confinamento adotada por Mander et al. (1988) é baseada numa equação não linear desenvolvida por Elwi e Murray (1979) (equação 2.9) e que recorre à consulta do ábaco na Figura 2.12.

$$f_{cc} = f_{co} \left( -1.254 + 2.254 \sqrt{1 + \frac{7.94 f_l}{f_{co}}} - 2 \frac{f_l}{f_{co}} \right) \quad (2.9)$$



**Figura 2.12:** Ábaco de Mander et al. (1988) (adaptado de Mander et al. (1988))

A tensão lateral máxima com confinamento é influenciada pela geometria da secção transversal e pela pormenorização das armaduras. Mander et al. (1988) desenvolveram o conceito de tensão lateral efetiva,  $f_{l,ef}$ , para colunas, sendo que esta não é constante ao longo da coluna devido ao efeito de arco das tensões que se forma longitudinalmente entre os estribos. Desta forma,

$$f_{l,ef} = f_l k_e \quad (2.10)$$

onde,

$$k_e = \frac{A_e}{A_{cc}} \quad (2.11)$$

em que  $k_e$  é o coeficiente de eficácia de confinamento,  $A_e$  é a área do núcleo de betão efetivamente confinado e,  $A_{cc}$  é a área da secção transversal confinada.

## 2.2.2 Modelos de confinamento com FRP

O confinamento com FRP é uma técnica reconhecida pela sua eficiência e eficácia, pelo que, alguns estudos que permitem prever o comportamento do betão confinado com FRP têm sido propostos.

Inicialmente, os modelos de confinamento desenvolvidos para o aço foram diretamente aplicados aos FRP. Imediatamente, percebeu-se que, o confinamento com ambos os materiais têm um comportamento distinto, principalmente aquando da ativação da manta por parte de uma ação de compressão, pois, enquanto que o aço atinge a tensão axial máxima com confinamento e decresce até à rotura do betão, os FRP apresentam um aumento de tensão axial com confinamento até à rotura da manta.

Os modelos de confinamento têm sofrido várias mutações, conforme se entende melhor o seu comportamento e as componentes que influenciam a relação entre a tensão e a deformação. Existem duas abordagens distintas para o estudo de um modelo de confinamento: através de um modelo teórico (*analysis-oriented model*, AOM) e através ensaios experimentais (*design-oriented models*, DOM). Os AOM são obtidos através de um processo matemático incremental de forma a se conhecer a curva tensão-deformação teórica da coluna. Este é um processo moroso e de implementação mais complexa mas, prevê resultados mais precisos. Os DOM, por outro lado, são modelos obtidos com base na calibração de equações através da análise direta de resultados experimentais. Este processo é mais simples de aplicar e de implementar, recorrendo-se frequentemente a regressões matemáticas para aproximar as equações existentes aos ensaios experimentais. Apesar de não ser tão preciso como um AOM,

é de recorrente prática pela boa aproximação à curva tensão-deformação das colunas confinadas. Neste trabalho, estudam-se os AOM de Fardis e Khalili (1982), de Spoelstra e Monti (1999) e de Manfredi e Realfonzo (2001) e os DOM de Samaan et al. (1998), de Saafi et al. (1999), de Toutanji (1999), de Matthys et al. (2006), de Chastre e Silva (2010), de Wei e Wu (2012) e de Faustino et al. (2014).

Em seguida, apresenta-se com maior detalhe cada um destes modelos.

### **Modelo de Fardis e Khalili (1982)**

Fardis e Khalili (1982) foram os primeiros investigadores a utilizar o GFRP como material de confinamento para elementos estruturais de betão do tipo coluna, viga e viga-coluna. Estes, aplicaram diretamente as equações de Richart et al. (1928) para o confinamento com aço. Assim, a tensão axial de compressão é descrita pela equação 2.1 e a extensão axial é descrita pela equação 2.2. Tal como em Richart et al. (1928), os valores para os coeficientes experimentais foram  $k_1 = 4.1$  e  $k_2 = 5k_1$ .

Mais tarde, autores como Samaan et al. (1998) e Saafi et al. (1999) concluíram que, a adaptação de um modelo de confinamento com aço para o confinamento com FRP não é assertivo, no sentido em que a tensão com confinamento obtida é sobrestimada, pelo que, o modelo de Fardis e Khalili (1982) está desatualizado.

### **Modelos de Samaan et al. (1998), de Saafi et al. (1999) e de Toutanji (1999)**

Samaan et al. (1998), Saafi et al. (1999) e Toutanji (1999) desenvolveram modelos semelhantes baseados em diagramas bilineares de tensão-extensão composto pela relação entre quatro parâmetros, proposto inicialmente por Richard e Abbott (1975). Esta relação é aplicada tanto para a extensão axial como para a extensão lateral e, será aprofundada ao longo deste trabalho.

Os três modelos (Samaan et al., 1998; Saafi et al., 1999; Toutanji, 1999) foram experimentalmente calibrados para colunas confinadas com GFRP e com CFRP para a obtenção dos coeficientes experimentais presentes na equação 2.1 e na equação 2.2. Os coeficientes  $k_1$  e  $k_2$  seguidamente apresentados na Tabela 2.6 foram obtidos através de regressões não-lineares, tendo em conta a tensão lateral máxima com confinamento, a extensão lateral máxima e a tensão axial máxima de compressão do betão não

confinado.

**Tabela 2.6:** Coeficientes experimentais calibrados por Samaan et al. (1998), Saafi et al. (1999) e Toutanji (1999)

Autor	Coeficientes experimentais	
	$k_1$	$k_2$
Samaan et al. (1998)	$6.0f_l^{-0.3}$	–
Saafi et al. (1999)	$2.2 \left( \frac{f_l}{f_{co}} \right)^{-0.16}$	$537\varepsilon_l + 2.6$
Toutanji (1999)	$3.5 \left( \frac{f_l}{f_{co}} \right)^{-0.15}$	$310.57\varepsilon_l + 1.90$

Estes modelos foram calibrados para colunas com secção transversal circular sem armaduras e, dada a natureza dos modelos, possui a desvantagem de não ter em conta o aumento de tensão lateral conforme aumenta o carregamento, sendo considerado sempre uma tensão lateral constante proveniente da extensão última da manta.

### Modelo de Spoelstra e Monti (1999)

O modelo uniaxial para colunas reforçadas internamente com aço e externamente confinadas com FRP proposto por Spoelstra e Monti (1999) visa um processo incremental e iterativo, que considera o aumento de tensão lateral com confinamento e a dilatação lateral na ligação betão/GFRP.

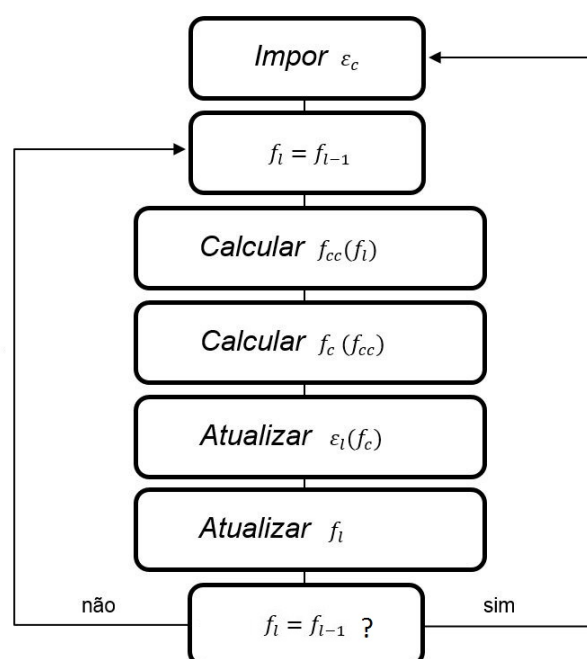
Este modelo é baseado na relação tensão-deformação conforme o modelo de Mander et al. (1988), pelo que, a tensão axial de compressão do betão confinado com fibras é dada pela expressão de Popovics (1973) presente na equação 2.3. A tensão axial máxima com confinamento é obtida pela equação 2.9 e a correspondente extensão axial é obtida pela equação 2.8. A tensão lateral com confinamento, até então pouco desenvolvida em outros modelos, deriva da equação de Pantazopoulou e Mills (1995) vindo:

$$f_l = 0.5\rho_j f_j \quad \text{com} \quad \rho_j = 4t_j/D \quad (2.12)$$

$$\varepsilon_l(\varepsilon_c, f_l) = \frac{E_{cc}\varepsilon_c - f_c(\varepsilon_c, f_l)}{2\beta f_c(\varepsilon_c, f_l)} \quad \text{com} \quad \beta = \frac{E_{cc}}{|f_{co}|} - \frac{1}{|\varepsilon_{co}|} \quad (2.13)$$

em que  $E_{cc} = 5700\sqrt{f_{co}}$  e diz respeito ao módulo de elasticidade tangente na origem para a tensão axial máxima de compressão do betão não confinado,  $f_j$  é a tensão de tração do FRP.

O modelo de Spoelstra e Monti (1999) é implementado através de um processo iterativo, onde, após a atualização da extensão axial, calcula-se uma tensão lateral com confinamento, que por sua vez, é comparada com a tensão lateral com confinamento do incremento anterior, até ambas convergirem para o mesmo valor. Seguidamente, ilustra-se o processo,



**Figura 2.13:** Processo iterativo do modelo de Spoelstra e Monti (1999) (adaptado de Spoelstra e Monti (1999))

### Modelo de Manfredi e Realfonzo (2001)

O modelo de Manfredi e Realfonzo (2001) resulta de adaptações ao modelo de Spoelstra e Monti (1999), por forma a considerar o confinamento em colunas com secção transversal retangulares e quadradas. Manfredi e Realfonzo (2001) consideraram o efeito do coeficiente de eficácia de confinamento,  $k_e$ , que tem em conta a não uniformidade da tensão lateral em colunas retangulares (equação 2.11) e, consideraram igualmente, um coeficiente de redução da tensão lateral com confinamento,  $C_r$ , que introduz a relação entre o raio de canto e o lado da secção transversal (nos caso de

colunas circulares, o diâmetro), com base nos estudos de Rochette e Labossière (2000). Assim, a tensão efetiva com confinamento descrita por Manfredi e Realfonzo (2001) toma a seguinte forma,

$$f_{l,ef} = k_e \frac{2n_j t_j E_j}{L} C_r \varepsilon_j \quad (2.14)$$

onde,

$$C_r = 1.17 \frac{R}{L} + 0.10 \quad (2.15)$$

em que  $L$  é o lado da secção transversal ou diâmetro.

No caso de colunas com secção transversal circular ( $R/L = 0.5$ ), verifica-se que  $C_r = 0.685$ . Importa referir que  $C_r$  introduz uma medida de eficácia e, quanto mais a secção tender para uma secção circular, maior é a eficácia de confinamento.

### **Modelo de Matthys et al. (2006)**

O modelo de Matthys et al. (2006) surge no seguimento de melhoramentos ao modelo de Toutanji (1999), onde os autores estudaram, através da análise de resultados experimentais, o confinamento total e parcial de colunas de betão armado à escala real, com secção transversal circular encamisadas com GFRP e com CFRP.

Com base em resultados experimentais de colunas totalmente confinadas, os autores verificaram que a extensão lateral de rotura,  $\varepsilon_{lu}$ , é inferior à extensão última da manta,  $\varepsilon_{ju}$ . Desta forma, o coeficiente dado por  $\varepsilon_{lu}/\varepsilon_{ju}$  atingiu valores entre 0.55 e 0.62. Matthys et al. (2006) reescreveram o modelo de Toutanji (1999) alterando apenas o valor de extensão lateral através de um fator de redução  $\beta = 0.6$ . Assim,  $\varepsilon_{lu} = \beta \varepsilon_{ju}$ .

O fator de redução  $\beta$  de Matthys et al. (2006) é frequentemente utilizado por diversos autores, embora, se demonstre no decorrer da presente dissertação que este fator nem sempre é fidedigno.

### **Modelo de Chastre e Silva (2010)**

O modelo de Chastre e Silva (2010), à semelhança dos modelos de Samaan et al. (1998), Toutanji (1999), e Saafi et al. (1999), baseia-se na relação constitutiva de

quatro parâmetros apresentada por Richard e Abbott (1975). Chastre e Silva (2010) calibraram os coeficientes  $k_1$  e  $k_2$  presentes nas equações 2.1 e 2.2 de Richart et al. (1928), para colunas de betão armado de secção transversal circular confinadas com CFRP. Assim, a tensão axial máxima com confinamento é dada por:

$$f_{cc} = f_D + 5.29f_{lu} \quad (2.16)$$

onde  $f_{lu}$  é a tensão lateral máxima de rotura do provete influenciada pela contribuição da manta de FRP bem como a contribuição da armadura transversal,  $f_D = \alpha f_{co}$  em que  $\alpha$  é um fator de escala que relaciona o diâmetro e a altura da coluna vindo,  $\alpha = (1.5 + H/D)/2$ .

Chastre e Silva (2010), rescrevem a equação 2.2 com base em resultados experimentais, sendo que, a extensão axial máxima é dada por:

$$\varepsilon_{cc} = 17.65\varepsilon_{co} \left( \frac{f_{lu}}{f_D} \right)^{0.7} \quad (2.17)$$

A expressão para a extensão axial do betão não confinado é dada pelo Eurocódigo 2 (2004). Como referido inicialmente, a relação tensão-extensão axial é baseada na expressão de Richard e Abbott (1975) que é definida por:

$$f_c = \frac{(E_1 - E_2)\varepsilon_c}{\left[ 1 + \left( \frac{(E_1 - E_2)\varepsilon_c}{f_o} \right)^n \right]^{\frac{1}{n}}} + E_2\varepsilon_c \leq f_{cc} \quad (2.18)$$

onde,  $E_1 = 3950\sqrt{f_D}$  e, através da calibração dos resultados experimentais,

$$\begin{cases} E_2 = 0.8E_{cc}\sqrt{\frac{f_{lu}}{f_D}} \\ f_o = f_D + 1.28f_{lu} \end{cases} \quad (2.19)$$

com  $E_{cc} = f_{cc}/\varepsilon_{cc}$ .

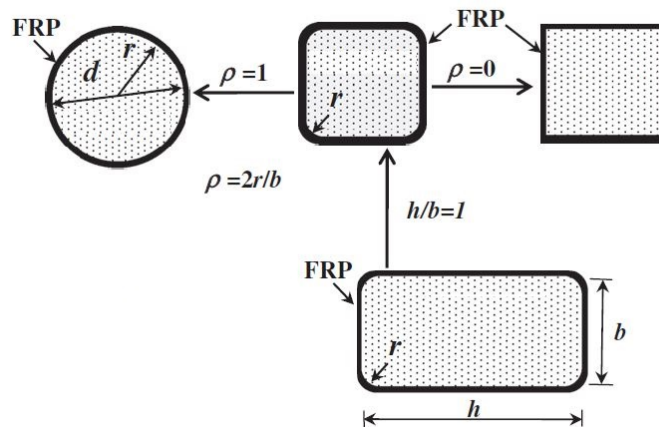
A relação tensão-extensão lateral é definida similarmente, em que,  $E_{1l} = E_1/\nu$  por efeito de Poisson e, através da calibração dos resultados experimentais,

$$\begin{cases} E_{2l} = 510(f_{lu})^{1.16}(f_D)^{-0.16} \\ f_{ol} = 1.25f_D + 0.5f_{lu} \end{cases} \quad (2.20)$$

Este modelo é de fácil implementação, apresenta uma boa correlação com os resultados experimentais e, considera o diagrama tensão axial-extensão lateral e axial ao contrário de outros autores já referenciados, no entanto, tem a limitação de que só é aplicável a colunas com secção transversal circular confinadas com CFRP.

### Modelo de Wei e Wu (2012)

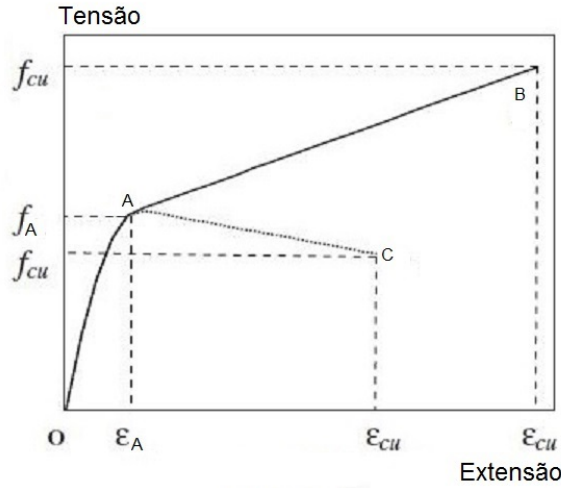
O modelo proposto por Wei e Wu (2012) teve como base o melhoramento de modelos existentes na literatura para colunas com secção transversal circular e retangular. Para tal, os autores consideraram os modelos propostos por Lam e Teng (2003a), Lam e Teng (2003b), Harajli et al. (2006), Wu et al. (2007), Youssef et al. (2007) e Teng et al. (2009) e, através da análise destes modelos, desenvolveram expressões matemáticas generalizadas para colunas com secção transversal retangular e, facilmente adaptadas às restantes secções transversais (circulares e quadradas) como demonstra a Figura 2.14



**Figura 2.14:** Unificação da geometria (adaptado de Wu e Wei (2012))

O modelo proposto por Wei e Wu (2012) subdivide o andamento da relação tensão axial-extensão axial em diferentes zonas: antes de atingir o ponto A, o ponto A e depois do ponto A (ver Figura 2.15).

O diagrama tensão-extensão do modelo de Wei e Wu (2012) é descrito em função de três parâmetros: a tensão axial de compressão última,  $f_{cu}$ , a extensão última,  $\varepsilon_{cu}$  e, a tensão de transição,  $f_A$ . A equação toma a seguinte forma,



**Figura 2.15:** Relação tensão axial vs extensão axial (adaptado de Wu e Wei (2012))

$$f_c = \begin{cases} E_{cc}\varepsilon_c + \frac{f_A - E_{cc}\varepsilon_A}{\varepsilon_A^2}\varepsilon_c^2 & \text{se } 0 \leq \varepsilon_c \leq \varepsilon_A \\ f_A + E_2(\varepsilon_c - \varepsilon_A) & \text{se } \varepsilon_A \leq \varepsilon_c \leq \varepsilon_{cu} \end{cases} \quad (2.21)$$

onde,  $\varepsilon_A$  é a extensão axial correspondente ao ponto de transição e pode ser calculada como,

$$\varepsilon_A = \frac{(f_A + f_{cu} + E_{cc}\varepsilon_{cu}) - \sqrt{(f_A + f_{cu} + E_{cc}\varepsilon_{cu})^2 - 8f_A E_{cc}\varepsilon_{cu}}}{2E_{cc}} \quad (2.22)$$

em que,  $E_2 = (f_{cu} - f_A)/(\varepsilon_{cu} - \varepsilon_A)$  e representa a inclinação do segundo troço AB (Figura 2.15).

Por outro lado, a tensão com confinamento na zona de transição, pode ser calculada a partir da seguinte equação:

$$f_A = f_{co} + 0.43 \left(\frac{2R}{B}\right)^{0.68} \left(\frac{H}{B}\right)^{-1} f_{lu} \quad (2.23)$$

Os autores diferenciam a tensão axial máxima com confinamento e a tensão axial última com confinamento, pois, nem sempre são coincidentes. Assim, a tensão axial máxima com confinamento é escrita pela equação 2.24 enquanto que a tensão axial última com confinamento é escrita pela equação 2.25.

$$\frac{f_{cc}}{f_{co}} = 1 + 2.2 \left(\frac{2R}{B}\right)^{0.72} \left(\frac{f_{lu}}{f_{co}}\right)^{0.94} \left(\frac{H}{B}\right)^{-1.9} \quad (2.24)$$

$$\frac{f_{cu}}{f_{co}} = 0.5 + 2.7 \left( \frac{2R}{B} \right)^{0.4} \left( \frac{f_{lu}}{f_{co}} \right)^{0.73} \left( \frac{H}{B} \right)^{-1} \quad (2.25)$$

A extensão última,  $\varepsilon_{cu}$  correspondente a  $f_{cu}$  pode ser escrita como,

$$\frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{co}} = 1.75 + 12 \left( \frac{f_{lu}}{f_{co}} \right)^{0.75} \left( \frac{f_{30}}{f_{co}} \right)^{0.62} \left( 0.36 \frac{2R}{B} + 0.64 \right) \left( \frac{H}{B} \right)^{-0.3} \quad (2.26)$$

onde  $f_{30}$  é a resistência à compressão de um provete de betão não confinado com 30 MPa.

Apesar da clara vantagem do modelo proposto por Wei e Wu (2012) em uniformizar as secções transversais numa equação, permitindo o cálculo contínuo de colunas com secções de geometria variável, verifica-se que, a tensão lateral com confinamento adotada pelos autores é sempre constante ao longo do carregamento, além de que, a relação entre a tensão axial e a extensão lateral não é considerada e, não é considerado a contribuição de armadura transversal.

### Modelo de Faustino et al. (2014)

O modelo de Faustino et al. (2014) ocorre da adaptação ao modelo de Chastre e Silva (2010), onde é contemplado o confinamento com CFRP para colunas com secção transversal quadrada.

A tensão axial máxima com confinamento patente no modelo de Faustino et al. (2014) é escrita de acordo com Richart et al. (1928) e considera a influência do raio de canto estudado por Mirmiran e Shahawy (1997). Os autores, através da calibração de resultados experimentais, definiram o coeficiente  $k_1 = 3.7$ . A equação é reescrita da seguinte forma:

$$f_{cc} = f_{co} + 3.7 \left( \frac{2R}{B} \right) f_{lu} \quad (2.27)$$

A extensão máxima axial baseada no modelo de Chastre e Silva (2010) foi obtida através da calibração dos resultados experimentais, onde os autores fixaram o coeficiente  $k_2 = 18.89$ , assim, vem que:

$$\varepsilon_{cc} = 18.89\varepsilon_{co} \frac{f_{lu}}{f_{co}} \quad (2.28)$$

onde  $\varepsilon_{co}$  é obtido de acordo com o Eurocódigo 2 (2004).

A relação entre a tensão axial e extensão axial é definida com base em Richard e Abbott (1975) através da equação 2.18, como mencionado em Chastre e Silva (2010). Os parâmetros que compõem as equações foram calibrados de acordo com os resultados experimentais de Paula (2003) e de Rocca (2007). Desta forma, Faustino et al. (2014) rescreveram os parâmetros, tendo em conta o efeito do raio de canto. A inclinação do primeiro troço, correspondente ao betão não confinado toma a mesma configuração escrita em Chastre e Silva (2010) e, os restantes parâmetros são escritos da seguinte forma:

$$\begin{cases} E_2 = 510 \left( \frac{2R}{B} f_{lu} \right)^{0.04} (f_{co})^{0.95} - 440 f_{co} \\ f_o = f_{co} + 0.5 \left( \frac{2R}{B} \right) f_{lu} \end{cases} \quad (2.29)$$

A relação entre a tensão axial e extensão lateral é definida de forma equivalente. Assim,  $E_{1l} = E_1/\nu$  e, os restantes parâmetros foram calibrados através dos resultados experimentais de Paula (2003) e Rocca (2007), vindo:

$$\begin{cases} E_{2l} = 600 \left( \frac{2R}{B} f_{lu} \right)^{0.11} (f_{co})^{0.89} - 425 f_{co} \\ f_{ol} = f_{co} + 0.1 \left( \frac{2R}{B} \right) f_{lu} \end{cases} \quad (2.30)$$

O modelo de Faustino et al. (2014) é de fácil implementação e colmata uma lacuna na literatura: a falta de estudos em torno das colunas armadas com secção quadrada com contabilização da armadura transversal. No entanto, este modelo é aplicável apenas a colunas com secção transversal quadrada confinadas com CFRP, o que limita a sua utilização.

### 2.2.3 Recomendações de documentos normativos

Existem alguns documentos que fornecem orientações para o estudo do comportamento de colunas confinadas com FRP, como por exemplo, o relatório técnico japonês TC952 (1998), a norma italiana CNR-DT200 (2004), a norma da *ACI* (2002) e o boletim da *fib* (2001). As diretrizes mais (re)conhecidas são a *ACI* (2002) e a *fib* (2001), seguidamente abordadas.

#### Recomendação da *ACI* (2002)

A *ACI* (2002) apresenta o " *Guide for the Design and Construction of Externally Bonded FRP Systems for Strengthening Concrete Structures*" que faz referência às vantagens e desvantagens da aplicação de FRP, recomendações ao nível da construção e dimensionamento, além de que, apresenta exemplos de cálculo numérico. O documento foi desenvolvido com base em ensaios experimentais, em relatórios técnicos e na experiência limitada de aplicação de FRP.

A abordagem da *ACI* (2002) baseia-se no modelo de Mander et al. (1988), pelo que, a tensão axial máxima com confinamento é descrita pela equação 2.9. Sendo que a equação de Mander et al. (1988) foi obtida para o aço, é sugerido pela *ACI* (2002), em elementos sujeitos à compressão e ao corte, uma redução da tensão lateral de compressão recorrendo ao critério:

$$\varepsilon_{lu} = 0.004 \leq 0.75\varepsilon_{ju} \quad (2.31)$$

A extensão máxima é por sua vez obtida através das expressões de Mander et al. (1988), vindo:

$$\varepsilon_{cc} = \frac{1.71(5f_{cc} - 4f_{co})}{E_{cc}} \quad (2.32)$$

#### Recomendação da *fib* (2001)

A *fib* (2001) apresenta " *Externally bonded FRP reinforcement for RC structures*" que desenvolve a temática de dimensionamento e segurança com FRP, confinamento de elementos armados com FRP, princípios de execução e controle de qualidade e efeitos ambientais como o comportamento ao fogo, ciclos de gelo/degelo, fadiga, entre outros.

O dimensionamento é efetuado recorrendo a fatores de segurança, e tal como se conhece para o betão( $\gamma_c$ ) e para o aço ( $\gamma_s$ ), ao FRP é atribuído um fator de segurança,  $\gamma_{FRP}$ , que depende do tipo de FRP em uso.

A abordagem da **fib** (2001) ao confinamento é baseada no modelo de Spoelstra e Monti (1999), onde são considerados todos os parâmetros anteriormente apresentados para o modelo de Spoelstra e Monti (1999) bem como a forma de implementação ilustrada na Figura 2.13.

# Capítulo 3

## Proposta de Modelo de Confinamento de Colunas de Betão Armado com GFRP

Neste capítulo, apresentam-se os ensaios experimentais utilizados no processo de calibração de equações. Seguidamente, apresentam-se as equações base utilizadas para definir as equações calibradas. Algumas das equações bem como algumas siglas, foram descritas no capítulo anterior, mas, para uma melhor compreensão de todo o processo, serão apresentadas novamente aquelas que forem consideradas necessárias.

### 3.1 Resultados Experimentais

A calibração das equações foi feita com base em resultados experimentais de Toutanji (1999), Matthys (2000), Harries e Carey (2003), Lam e Teng (2004), Berthet et al. (2005), Pico et al. (1997), Rousakis et al. (2007), Rousakis e Karabinis (2008) e Rousakis e Karabinis (2012). Esta pesquisa recaiu sobre estudos encontrados na literatura para colunas confinadas com GFRP, tanto colunas com secção transversal circular como secção transversal quadrada. Nas Tabelas 3.1 e 3.2 apresentam-se os aspetos mais relevantes das colunas testadas experimentalmente com secção transversal circular e quadrada, respetivamente.

Para ambas as secções, circular e quadrada, as colunas foram confinadas totalmente

**Tabela 3.1:** Colunas com secção transversal circular confinadas com GFRP

Autor	Provete	Geometria		Propriedades do GFRP			
		$D$ [mm]	$H$ [mm]	$num.$ $camadas$	$E_j$ [GPa]	$\varepsilon_{ju}$ [%]	$t_j$ [mm]
Toutanji (1999)	GE	76	305	2	72.6	2.10	0.12
Matthys (2000)	K5	400	2000	2	60.0	1.30	0.30
Harries e Carey (2003)	3	152	305	3	4.9	1.60	0.16
Lam e Teng (2004)	G1-2	152	305	1	22.5	2.33	1.27
	G1-3	152	305	1	22.5	2.33	1.27
	G2-1	152	305	2	22.5	2.33	1.27
	G2-2	152	305	2	22.5	2.33	1.27
Berthet et al. (2005)	C20 GE2 {1}	160	320	2	74.0	3.38	0.17
	C20 GE2 {2}	160	320	2	74.0	3.38	0.17
	C20 GE2 {3}	160	320	2	74.0	3.38	0.17
	C40 GE2 {1}	160	320	2	74.0	3.38	0.11
	C40 GE2 {2}	160	320	2	74.0	3.38	0.11
	C40 GE2 {3}	160	320	2	74.0	3.38	0.11
	C40 GE3 {1}	160	320	3	74.0	3.38	0.11
	C40 GE3 {2}	160	320	3	74.0	3.38	0.11
	C40 GE3 {3}	160	320	3	74.0	3.38	0.11
	C40 GE5 {1}	160	320	5	74.0	3.38	0.11
	C40 GE5 {2}	160	320	5	74.0	3.38	0.11
	C40 GE5 {3}	160	320	5	74.0	3.38	0.11
	C50 GE3 {1}	160	320	3	74.0	3.38	0.17
	C50 GE3 {2}	160	320	3	74.0	3.38	0.17
Silva e Chastre (2006)	EE-30-A	150	300	2	21.3	2.18	1.27
	EE-30-B	150	300	2	21.3	2.18	1.27
	EE-30-C	150	300	2	21.3	2.18	1.27
	EE-45-A	150	450	2	21.3	2.18	1.27
	EE-45-B	150	450	2	21.3	2.18	1.27
	EE-45-C	150	450	2	21.3	2.18	1.27
	EE-60-A	150	600	2	21.3	2.18	1.27
	EE-60-B	150	600	2	21.3	2.18	1.27
	EE-60-C	150	600	2	21.3	2.18	1.27
Jiang e Teng (2007)	26	152	305	1	80.1	2.00	0.17
	27	152	305	1	80.1	2.00	0.17
	28	152	305	1	80.1	2.00	0.17
	29	152	305	1	80.1	2.00	0.17
	30	152	305	2	80.1	2.00	0.17
	31	152	305	2	80.1	2.00	0.17
	32	152	305	3	80.1	2.00	0.17
	33	152	305	3	80.1	2.00	0.17
	Benzaid et al. (2009)	C01	160	320	1	23.8	2.12
C02		160	320	2	23.8	2.12	0.44
C04		160	320	4	23.8	2.12	0.44

**Tabela 3.2:** Colunas com secção transversal quadrada confinadas com GFRP

Autor	Provete	Geometria			Propriedades do GFRP			
		$B$ [mm]	$R/B$	$H$ [mm]	$num.$ <i>camadas</i>	$E_j$ [GPa]	$\varepsilon_{ju}$ [%]	$t_j$ [mm]
Pico et al. (1997)	n.a.	152.5	0.04	305	6	69.6	3.14	0.22
	n.a.	152.5	0.04	305	6	69.6	3.14	0.22
	n.a.	152.5	0.04	306	6	69.6	3.14	0.22
Rousakis et al. (2007)	AgL3M	200	0.15	320	3	65.0	2.80	0.14
	AgL6M	200	0.15	320	6	65.0	2.80	0.14
	CgL3M	200	0.15	320	3	65.0	2.80	0.14
	CgL6M	200	0.15	320	6	65.0	2.80	0.14
	DgL3M	200	0.15	320	3	65.0	2.80	0.14
	DgL6M	200	0.15	320	6	65.0	2.80	0.14
Rousakis e Karabnis (2008)	AG3	200	0.15	320	3	73.0	4.50	0.15
	AS1G3	200	0.15	320	3	73.0	4.50	0.15
	AS1G6	200	0.15	320	6	73.0	4.50	0.15
	AS2G3	200	0.15	320	3	73.0	4.50	0.15
	AS2G6	200	0.15	320	6	73.0	4.50	0.15
Rousakis e Karabinis (2012)	BG3	200	0.15	320	3	73.0	4.50	0.15
	BS1G3	200	0.15	320	3	73.0	4.50	0.15
	BS1G6	200	0.15	320	6	73.0	4.50	0.15
	BS2G3	200	0.15	320	3	73.0	4.50	0.15
	BS2G6	200	0.15	320	6	73.0	4.50	0.15

com mantas de GFRP, e algumas foram internamente confinadas com varões de aço. Nas colunas com secção transversal circular, salienta-se o trabalho experimental de Matthys (2000), em que as colunas que foram internamente reforçadas com  $10\phi 12 + \phi 8//0.140$  com uma tensão de cedência longitudinal e transversal igual a 620 MPa e 560 MPa, respectivamente.

Por outro lado, para as colunas com secção transversal quadrada, destacam-se os estudos de Rousakis e Karabinis (2008) e de Rousakis e Karabinis (2012). No primeiro caso, as colunas foram longitudinalmente reforçadas com  $4\phi 14$  com uma tensão de cedência de 500 MPa, enquanto que, transversalmente foram reforçadas com  $\phi 6//0.200$  (no caso de provetes com designação S1) e  $\phi 6//0.095$  (no caso dos provetes com designação S2) com uma tensão de cedência de 220 MPa. No segundo caso, as colunas foram reforçadas longitudinalmente com  $4\phi 14$  com uma tensão de cedência de 500 MPa enquanto que, o reforço transversal foi efetuado com  $\phi 8//0.200$  (no caso de provetes com designação S1) e  $\phi 8//0.095$  (no caso dos provetes com designação S2) com uma tensão de cedência de 200 MPa. Os estudos de Rousakis e Karabinis (2012) são uma continuação aos estudos de Rousakis e Karabinis (2008), onde se verifica que

os autores mantiveram as mesmas propriedades geométricas, o reforço com varões de aço muito idênticos e, as mantas de GFRP com propriedades similares.

Os testes nas colunas indicadas nas Tabelas 3.1 e 3.2 foram sujeitos a uma tensão de compressão aplicada de forma monotónica até se verificar a rotura da manta de GFRP. Os autores, com exceção de Harries e Carey (2003) e Benzaid et al. (2009), apresentaram diagramas representativos da relação tensão axial-extensão axial e tensão axial-extensão lateral. Alguns destes resultados, foram utilizados na avaliação do modelo proposto, apresentado no capítulo seguinte.

Inicialmente, além dos ensaios apresentados na Tabela 3.1, foram estudados para as colunas com secção circular os ensaios experimentais de Nanni e Bradford (1995), Pessiki et al. (2001), Harries e Kharel (2002), Chastre (2005), Mandal et al. (2005), Au e Buyukozturk (2005), Almusallam (2007), Cui e Sheikh (2010), Bouchelaghem et al. (2011), Raval e Dave (2013) e, Micelli e Modarelli (2013), enquanto que, para as colunas com secção transversal quadradas, além dos ensaios apresentados na Tabela 3.2, foram estudados os ensaios experimentais de Cole e Belarbi (2001), Raval e Dave (2013) e Kumutha et al. (2007).

Estes ensaios foram excluídos. Na maior parte dos casos, verificou-se a falta de informação para proceder à correta análise dos ensaios. Em alguns ensaios, verificou-se também que o GFRP aplicado não conferia ductilidade à coluna, enquanto que noutros casos, a extensão de rotura era inferior ao previsto para o betão não confinado o que levantou sérias dúvidas quanto ao processo adotado por esses autores aquando da realização dos ensaios, e ainda, extensões muito elevadas para ganhos quase nulos de resistência. O elevado número de camadas também foi motivo de exclusão de ensaios experimentais, pelo que, optou-se por não considerar colunas com número de camadas de GFRP superior a 6 devido ao próprio processo construtivo aquando da aplicação da manta, onde se considerou que os vazios entre o GFRP e o betão e, entre as próprias camadas de GFRP seriam fatores que influenciaria negativamente os resultados, conduzindo assim a análise para resultados irrealis.

## 3.2 Relação Tensão-Extensão de Colunas com Secção Transversal Circular e Quadrada

As equações do modelo representativo do comportamento de colunas de betão armado sujeitas a compressão axial são apresentadas seguidamente.

De acordo com Mander et al. (1988), a tensão máxima de compressão para colunas com secção transversal circular é influenciada pela tensão de compressão do betão não confinado e, pela tensão lateral com confinamento. Assim, a tensão axial máxima com confinamento pode ser escrita em conformidade com,

$$f_{cc} = f_{co} + k_1 f_{lu} \quad (3.1)$$

No caso de colunas com secção transversal quadrada, além dos parâmetros referidos para as colunas circulares, é necessário considerar a influência do raio de canto, devido ao efeito de arco das tensões na compressão lateral. Mirmiran e Shahawy (1997) propuseram uma relação geométrica para ter esse efeito em conta como se verificou na Figura 2.8 e que, é frequentemente utilizado por vários autores, que relaciona o raio de canto com a largura da coluna. Assim,

$$f_{cc} = f_{co} + k_1 \left( \frac{2R}{B} \right) f_{lu} \quad (3.2)$$

A tensão lateral com confinamento depende do confinamento exercido pela manta de FRP,  $f_{shu}$ , bem como, o confinamento exercido pela armadura transversal,  $f_{ju}$ . Desta forma, a tensão lateral com confinamento pode ser escrita como,

$$f_{lu} = f_{ju} + f_{shu} \quad (3.3)$$

A tensão proveniente do aço, pode ser escrita pela conhecida equação de Mander et al. (1988), enquanto que, para colunas circulares, a tensão exercida pela manta de GFRP pode ser escrita como,

$$f_{ju} = \frac{2t}{D} E_j \varepsilon_{lu} \quad (3.4)$$

onde  $t$  representa a espessura total de FRP.

Para colunas quadradas, a tensão com confinamento exercida pela manta pode ser obtida substituindo o diâmetro pelo comprimento do lado do quadrado (Masia et al., 2004).

A deformação lateral do GFRP na rotura não é uniforme, devido a vários fatores: i) deformação não uniforme do betão, o que provoca concentração de tensões no confinamento com as mantas de FRP (Lam e Teng, 2003a; Faustino et al. 2014); ii) extensão não-uniforme da manta devido ao processo e qualidade do encamisamento (*fib*, 2001); iii) efeito do tamanho do encamisamento quando são aplicadas várias camadas de FRP, aumentando a probabilidade de espaços vazios (bolhas de ar) (*fib*, 2001); iv) devido à curvatura das colunas encamisadas (*fib*, 2001; Faustino et al., 2014). Consequentemente, aquando do carregamento da coluna encamisada,  $\varepsilon_{lu}$  não atinge o valor de  $\varepsilon_{ju}$ . Matthys et al. (2006) propõem um fator de redução baseado em ensaios experimentais em colunas circulares à escala real, confinadas com GFRP e CFRP, vindo assim,

$$\varepsilon_{lu} = \beta \varepsilon_{ju} \quad (3.5)$$

Para as colunas com secção transversal quadrada, Faustino et al. (2014) calibraram a seguinte equação com resultados experimentais em colunas confinadas com CFRP (equação 3.6), considerando o efeito do raio de canto estudado por Mirmiran e Shahawy (1997), resultando em:

$$\varepsilon_{lu} = 0.7 \left( \frac{2R}{B} \right)^{0.23} \varepsilon_{ju} \quad (3.6)$$

Nas Tabelas 3.3 and 3.4, é possível verificar que, tanto para as colunas circulares como para as colunas quadradas, o valor descrito por Matthys et al. (2006) para a relação  $\varepsilon_{lu}/\varepsilon_{ju}$  não reflete as diferenças observadas nos ensaios experimentais, sendo que, para as colunas circulares, o quociente entre a extensão de rotura e a extensão última compreende valores entre 0.37 e 1.04 enquanto que, para as colunas quadradas, o mesmo coeficiente compreende valores entre 0.1 e 0.37.

A extensão axial,  $\varepsilon_{cc}$ , correspondente a  $f_{cc}$  pode ser escrita em função de  $f_{co}$ ,  $f_{lu}$  e da extensão máxima do betão não confinado,  $\varepsilon_{co}$ , resultando (Mander et al. (1988))

**Tabela 3.3:** Relação  $\varepsilon_{lu}/\varepsilon_{ju}$  para colunas com secção transversal circular confinadas com GFRP.

Autores	$\varepsilon_{lu}/\varepsilon_{ju}$	<i>num. camadas</i>
Toutanji (1999)	0.78	2
Matthys (2000)	0.52	2
Harries e Carey (2003)	0.89	3
Lam e Teng (2004)	0.55-0.70	2-3
Berthet et al. (2005)	0.37-0.49	2-3
Silva e Chastre (2006)	0.80-0.94	2
Jiang e Teng (2007)	0.76-1.04	1-3
Benzaid et al. (2009)	0.54-0.59	1-4

**Tabela 3.4:** Relação  $\varepsilon_{lu}/\varepsilon_{ju}$  para colunas com secção transversal quadrada confinadas com GFRP.

Autores	$\varepsilon_{lu}/\varepsilon_{ju}$	<i>num. camadas</i>
Pico et al. (1997)	0.13-0.16	6
Rousakis et al. (2007)	0.10-0.25	3-6
Rousakis e Karabinis (2008)	0.25-0.37	3-6
Rousakis e Karabinis (2012)	0.11-0.25	3-6

$$\varepsilon_{cc} = \varepsilon_{co} + k_2 \varepsilon_{co} \left( \frac{f_{lu}}{f_{co}} \right) \quad (3.7)$$

Para colunas quadradas, à semelhança do explanado para a tensão axial máxima com confinamento, a extensão axial também é influenciada pelo efeito do raio de canto estudado por Mirmiran e Shahawy (1997). Assim,

$$\varepsilon_{cc} = \varepsilon_{co} + k_2 \varepsilon_{co} \left( \frac{f_{lu}}{f_{co}} \right) \left( \frac{2R}{B} \right) \quad (3.8)$$

A extensão axial máxima para o betão não confinado, pode ser obtida através da expressão presente no Eurocódigo 2 (2004):

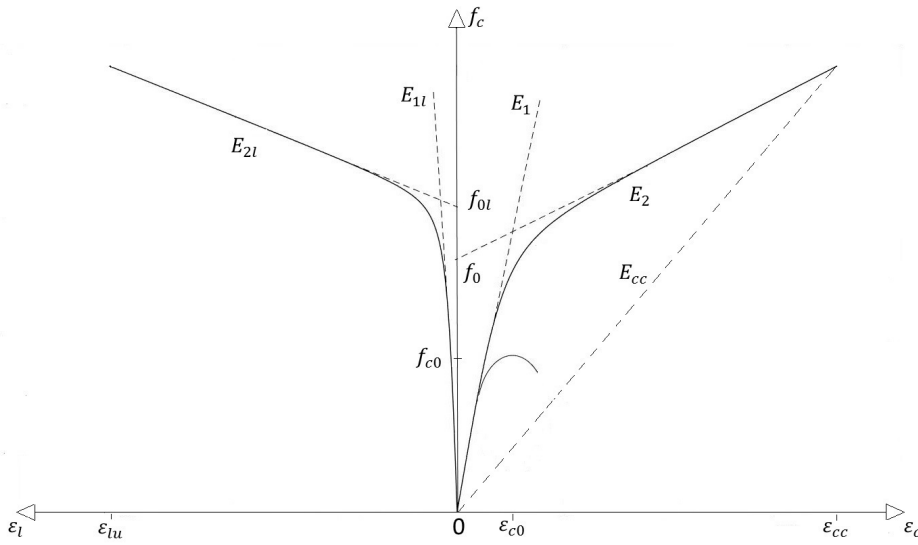
$$\varepsilon_{co} = \frac{7}{1000} (f_{co})^{0.7} \quad (3.9)$$

Com base no modelo versátil de Richard e Abbott (1975), um modelo para colunas de betão armado com secção transversal circular e quadrada, confinadas com mantas de GFRP e submetidas à compressão axial é proposto através da calibração dos seus parâmetros. O diagrama correspondente à relação tensão-extensão é apresentado na Figura 3.1 tendo por base as equações 3.10 and 3.11, sendo que a primeira equação

refere-se ao andamento da curva correspondente à extensão axial e, a segunda equação refere-se ao andamento da curva correspondente à extensão lateral.

$$f_c = \frac{(E_1 - E_2)\varepsilon_c}{\left[1 + \left(\frac{(E_1 - E_2)\varepsilon_c}{f_o}\right)^n\right]^{\frac{1}{n}}} + E_2\varepsilon_c \leq f_{cc} \quad (3.10)$$

$$f_c = \frac{(E_{1l} - E_{2l})\varepsilon_l}{\left[1 + \left(\frac{(E_{1l} - E_{2l})\varepsilon_l}{f_{ol}}\right)^{nl}\right]^{\frac{1}{nl}}} + E_{2l}\varepsilon_l \leq f_{cc} \quad (3.11)$$



**Figura 3.1:** Diagrama representativo da relação tensão-deformação do modelo de Richard e Abbott (1975)

No diagrama representativo da relação tensão axial-extensão axial, a primeira inclinação definida por  $E_1$  é representativa do andamento da curva aquando do betão não confinado, ou seja, a manta ainda não está a ser solicitada. A segunda inclinação definida por  $E_2$  descreve o comportamento do betão quando a manta de GFRP está a ser solicitada, ou seja, está num estado ativo de confinamento. O parâmetro  $f_o$  representa a projeção da segunda inclinação na interseção do eixo da tensão. O parâmetro  $n$  controla a zona de transição entre as primeiras e segundas inclinações.

No diagrama representativo da relação tensão axial-extensão lateral, a primeira inclinação é definida por  $E_{1l}$  e é influenciada pelo efeito de Poisson. A segunda inclinação é definida por  $E_{2l}$  e descreve o comportamento lateral da manta de GFRP quando solicitada até à rotura. O parâmetro  $f_{ol}$  representa a tensão lateral com confinamento obtida pela projeção do declive de  $E_{2l}$  no eixo da tensão. O parâmetro

$nl$  tem a mesma função que o parâmetro  $n$ .

A implementação deste modelo é simples. Primeiramente, fixa-se um valor  $\varepsilon_{lu}$  e impõe-se o valor inicial  $\varepsilon_l = 0$  para começar o ciclo. Depois, através de pequenos incrementos da extensão lateral, calcula-se a correspondente tensão lateral com confinamento até que  $\varepsilon_l = \varepsilon_{lu}$ . Seguidamente, impõe-se o valor inicial de extensão axial  $\varepsilon_c = 0$  e, incrementa-se este valor até que,  $f_c(\varepsilon_c) = f_c(\varepsilon_l)$ .

### 3.3 Proposta de Parâmetros Calibrados com Base em Resultados Experimentais

Nesta secção, apresentam-se os parâmetros que foram calibrados de acordo a tensão máxima com confinamento e a correspondente extensão axial de acordo com as equações de Mander et al. (1988) e, os parâmetros que foram calibrados em conformidade com a relação tensão-deformação do modelo de Richard e Abbott (1975). A calibração é seguidamente apresentada em conformidade com a geometria da secção transversal.

#### 3.3.1 Colunas com secção transversal circular

Os parâmetros calibrados para as colunas com secção transversal circular foram obtidos através dos resultados experimentais de Toutanji (1999), Matthys (2000), Harries e Carey (2003), Lam e Teng (2004), Berthet et al. (2005), Silva e Chastre (2006), Jiang e Teng (2007) e, Benzaid et al. (2009). As principais propriedades das colunas circulares confinadas com GFRP encontram-se descritas na Tabela 3.5.

O parâmetro  $k_1$ , obtido através da calibração dos resultados experimentais apresentados na Figura 3.2 tendo em conta uma regressão linear relacionando  $f_{cc}/f_{co}$  vs  $f_{lu}/f_{co}$ , toma o valor 3.7 para a obtenção da tensão axial máxima com confinamento (Eq. 3.1).

O parâmetro  $k_2$ , obtido através da calibração de resultados experimentais exibidos na Figura 3.3 tendo em conta a regressão linear relacionado  $\varepsilon_{cc}/\varepsilon_{co}$  vs  $f_{lu}/f_{co}$ , toma o valor 26.4 para a obtenção da extensão axial correspondente à tensão axial máxima com confinamento (Eq. 3.7)

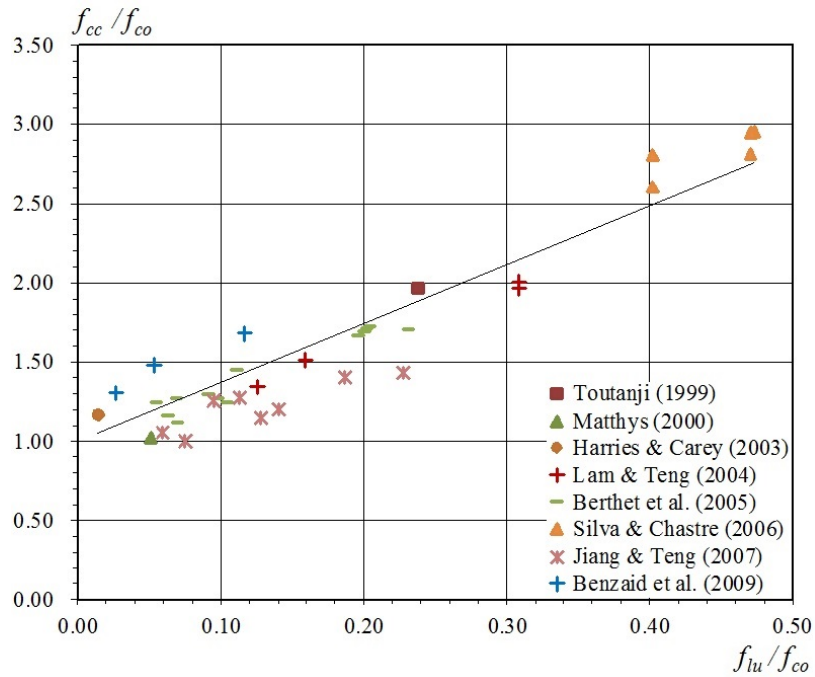
O valor de  $\varepsilon_{lu}$  considerado foi o valor registado pelos autores para o rompimento

**Tabela 3.5:** Propriedades colunas circulares confinadas com GFRP

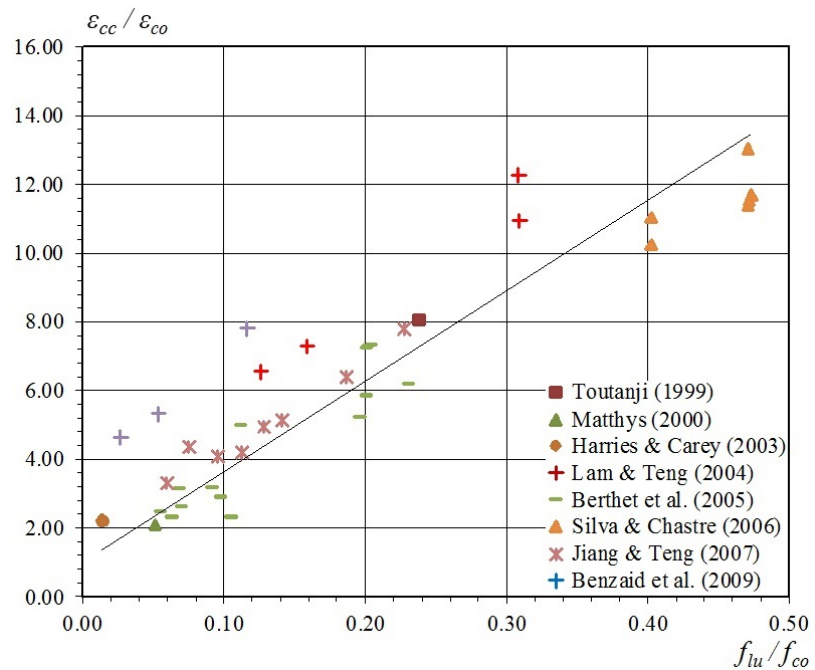
Autor	Provete	$f_{cc}/f_{co}$	$\varepsilon_{cc}/\varepsilon_{co}$	$\varepsilon_{lu}/\varepsilon_{lo}$	$f_{lu}/f_{co}$	$f_o/f_{co}$	$f_{ol}/f_{co}$
Toutanji (1999)	GE	1.97	8.05	9.06	0.24	1.07	1.13
Matthys (2000)	K5	1.02	2.11	3.78	0.05	1.00	1.00
Harries e Carey (2003)	3	1.17	2.24	7.53	0.01	1.11	1.11
Lam e Teng (2004)	G1-2	1.35	6.58	12.88	0.13	0.97	0.95
	G1-3	1.51	7.30	16.28	0.16	1.04	1.08
	G2-1	1.97	12.29	15.80	0.31	0.96	0.88
	G2-2	2.01	10.94	15.83	0.31	1.06	1.09
Berthet et al. (2005)	C20 GE2 {1}	1.71	7.29	16.55	0.20	1.09	1.09
	C20 GE2 {2}	1.69	7.24	16.43	0.20	1.15	1.09
	C20 GE2 {3}	1.72	7.34	16.71	0.20	1.15	1.08
	C40 GE2 {1}	1.12	2.63	13.69	0.07	-	-
	C40 GE2 {2}	1.16	2.34	12.46	0.06	-	-
	C40 GE2 {3}	1.24	2.48	10.75	0.05	-	-
	C40 GE3 {1}	1.27	3.16	9.00	0.07	-	-
	C40 GE3 {2}	1.27	2.91	12.81	0.10	-	-
	C40 GE3 {3}	1.29	3.18	11.97	0.09	-	-
	C40 GE5 {1}	1.66	5.25	15.46	0.20	-	-
	C40 GE5 {2}	1.70	6.20	18.17	0.23	-	-
	C40 GE5 {3}	1.69	5.84	15.82	0.20	-	-
	C50 GE3 {1}	1.25	2.33	11.90	0.10	-	-
	C50 GE3 {2}	1.45	5.00	12.65	0.11	1.19	1.18
Silva e Chastre (2006)	EE-30-A	2.95	13.05	40.60	0.47	0.99	1.24
	EE-30-B	3.02	13.60	-	-	1.06	-
	EE-30-C	2.81	11.40	40.60	0.47	0.96	1.25
	EE-45-A	2.95	11.70	40.80	0.47	1.35	1.59
	EE-45-B	3.03	11.60	-	-	1.43	-
	EE-45-C	2.95	11.55	40.80	0.47	1.34	1.59
	EE-60-A	2.60	10.25	34.80	0.40	1.16	1.41
	EE-60-B	2.84	12.75	-	-	1.18	-
	EE-60-C	2.80	11.05	34.80	0.40	1.14	1.40
Jiang e Teng (2007)	26	1.28	4.22	8.08	0.11	0.91	0.96
	27	1.26	4.10	6.83	0.10	0.92	0.96
	28	1.05	3.35	7.52	0.06	1.16	1.08
	29	1.00	4.37	9.46	0.07	1.05	1.02
	30	1.15	4.95	8.10	0.13	1.08	1.09
	31	1.20	5.16	8.89	0.14	1.07	1.09
	32	1.41	6.40	7.87	0.19	1.07	1.17
	33	1.44	7.84	9.58	0.23	1.09	1.17
Benzaid et al. (2009)	C01	1.31	4.67	-	0.03	0.86	-
	C02	1.48	5.33	-	0.05	0.87	-
	C04	1.68	7.83	-	0.12	1.04	-

da manta, em conformidade com a Tabela 3.3 e de acordo com os motivos explanados anteriormente.

Através da calibração considerando os resultados experimentais nas Figuras 3.4 and 3.5 e, considerando  $E_1$  de acordo com o modelo de Spoelstra e Monti (1999)



**Figura 3.2:** Relação entre  $(f_{cc}/f_{co})$  e  $(f_{lu}/f_{co})$  para colunas com secção transversal circular.

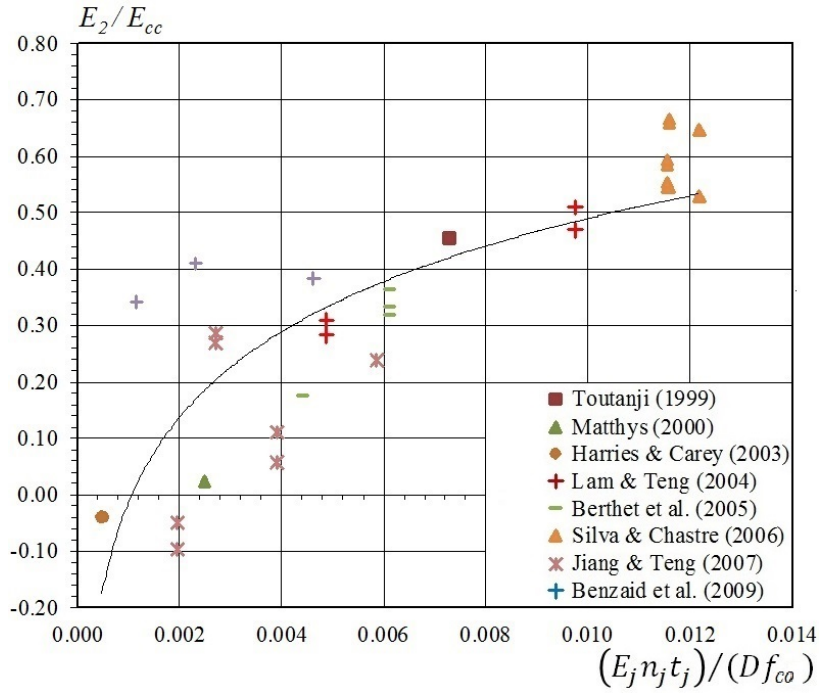


**Figura 3.3:** Relação entre  $(\varepsilon_{cc}/\varepsilon_{co})$  e  $(f_{lu}/f_{co})$  para colunas com secção transversal circular.

devido à boa concordância com os resultados experimentais no primeiro troço do diagrama, apresentam-se os parâmetros para a relação tensão axial-extensão axial de acordo com a equação 3.10, vindo:

$$\begin{cases} E_1 = 5700\sqrt{f_{co}} \\ E_2 = E_{cc} \left[ 0.22 \ln \left( \frac{E_j n_j t_j}{D f_{co}} \right) + 1.50 \right] \\ f_o = f_{co} + 16.30 \left( \frac{E_j n_j t_j}{D} \right) \end{cases} \quad (3.12)$$

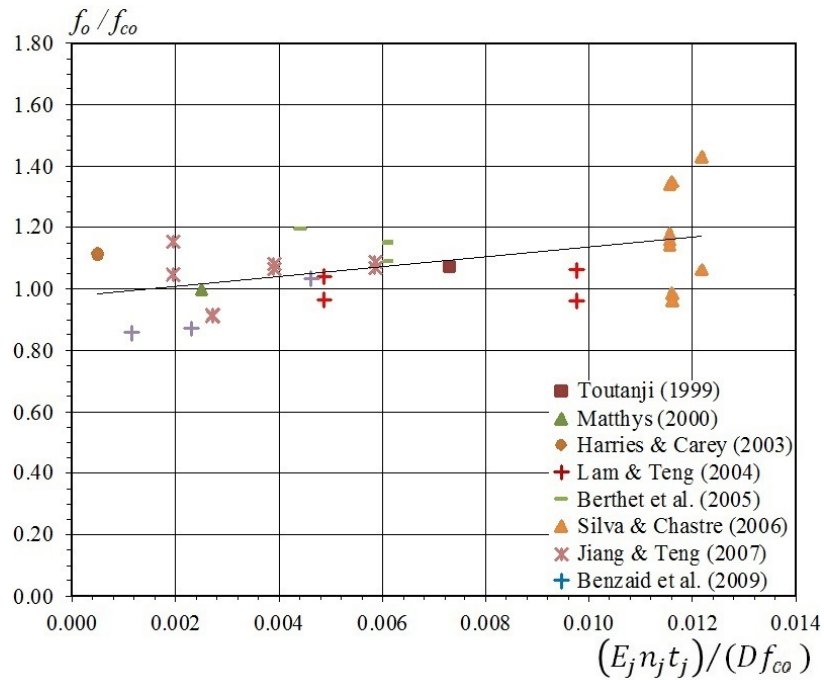
onde  $E_{cc} = f_{cc}/\varepsilon_{cc}$ .



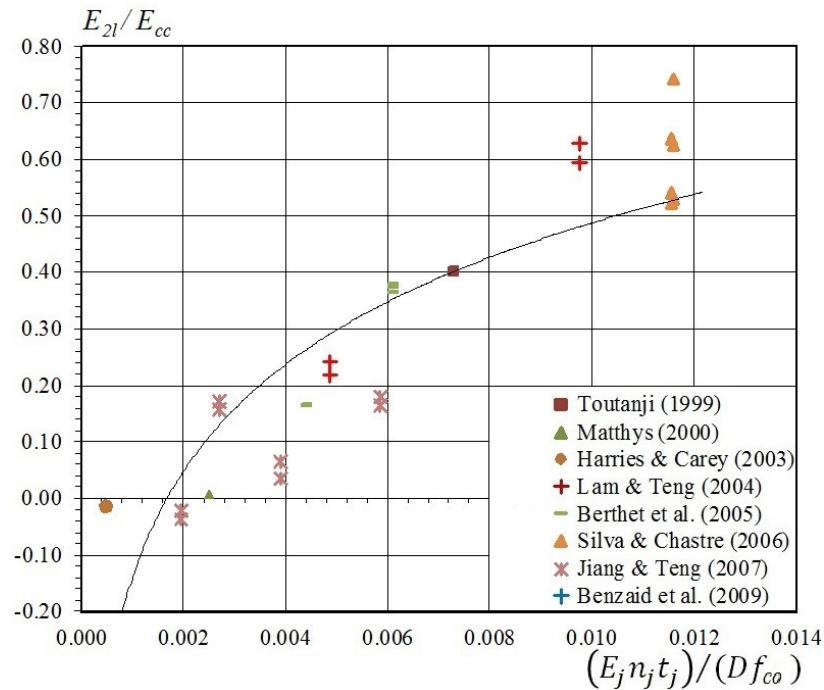
**Figura 3.4:** Relação entre  $(E_2/E_{cc})$  e  $(E_j n_j t_j)/(D f_{co})$  para colunas com secção transversal circular.

Através de calibrações considerando os resultados experimentais nas Figuras 3.6 e 3.7 e, considerando  $E_{1l}$  de acordo com  $E_1$  do modelo de Spoelstra e Monti (1999) influenciado pelo coeficiente de Poisson, apresentam-se os parâmetros para a relação tensão axial-extensão lateral de acordo com a equação 3.11, vindo:

$$\begin{cases} E_{1l} = \frac{E_1}{\nu} \\ E_{2l} = E_{cc} \left[ 0.27 \ln \left( \frac{E_j n_j t_j}{D f_{co}} \right) + 1.75 \right] \\ f_{ol} = 0.90 f_{co} + 33.60 \left( \frac{E_j n_j t_j}{D} \right) \end{cases} \quad (3.13)$$

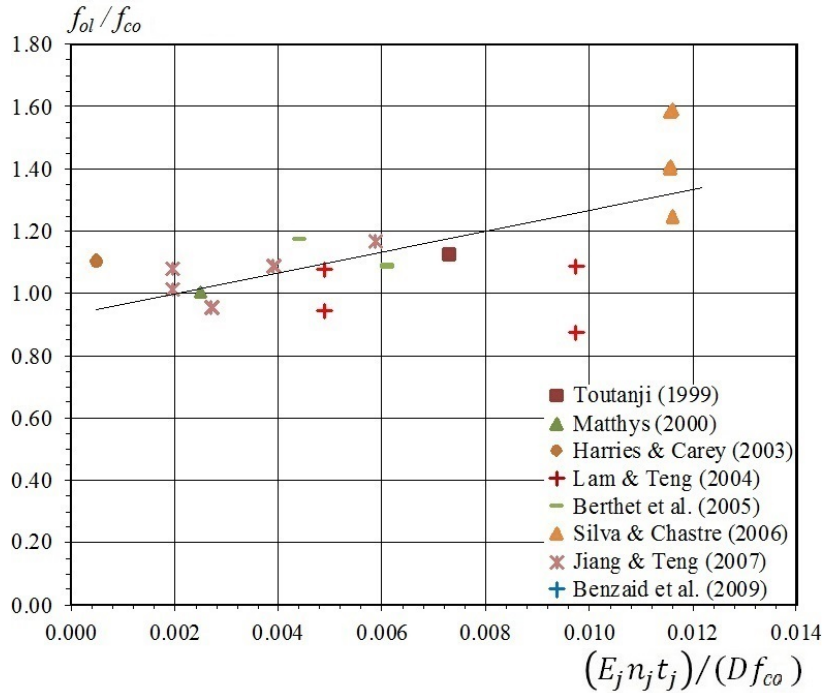


**Figura 3.5:** Relação entre  $(f_o/f_{co})$  e  $(E_j n_j t_j)/(D f_{co})$  para colunas com secção transversal circular.



**Figura 3.6:** Relação entre  $(E_{2l}/E_{cc})$  e  $(E_j n_j t_j)/(D f_{co})$  para colunas com secção transversal circular.

O parâmetro  $n$  foi admitido igual a 3 e o parâmetro  $n_l$  foi considerado igual a 2, sendo assim possível uma boa concordância entre os resultados experimentais e a zona de transição entre  $E_1$  e  $E_2$  e entre  $E_{1l}$  e  $E_{2l}$ . Os parâmetros  $E_1$ ,  $E_{1l}$ ,  $E_2$ ,  $E_{2l}$ ,  $f_o$  e  $f_{ol}$



**Figura 3.7:** Relação entre  $(f_{ol}/f_{co})$  e  $(E_j n_j t_j)/(D f_{co})$  para colunas com secção transversal circular.

são obtidos em MPa.

$E_2$  e  $E_{2l}$  foram obtidos através de uma regressão logarítmica, sendo que esta foi a opção mais assertiva com os resultados experimentais, além de que, com esta regressão é possível prever o comportamento de uma coluna com tensão última com confinamento inferior à tensão máxima com confinamento, ou seja, com valores de  $E_2$  e  $E_{2l}$  negativos. A opção de calibração dos parâmetros teve em conta a geometria da secção ( $D$ ) e a rigidez da manta de GFRP através do produto de  $E_j n_j t_j$ .

Os parâmetros  $f_o$  and  $f_{ol}$  foram obtidos através de uma regressão linear. Pela análise das Figuras 3.5 e 3.7 é possível concluir que, dada a dispersão dos resultados experimentais, uma outra regressão não seria errada, mas no entanto, não seria nem mais ou menos correta. Em ambos os parâmetros, a calibração também foi obtida tendo em conta a geometria da secção e a rigidez da manta de GFRP.

Seguidamente, apresenta-se a Tabela 3.6, onde se pode analisar o coeficiente de correlação,  $r$ , para os parâmetros calibrados para as colunas com secção transversal circular (Figuras 3.2 - 3.7).

Com a observação da Tabela 3.6 nota-se que, os valores de  $r$ , com exceção dos valores para a previsão de  $f_o/f_{co}$  e  $f_{ol}/f_{co}$ , indicam uma correlação forte ( $r > 0.7$ ) entre

**Tabela 3.6:** Coeficiente de correlação das equações calibradas no modelo para colunas com secção transversal circular

	$f_{cc}/f_{co}$	$\varepsilon_{cc}/\varepsilon_{co}$	$E_2/E_{cc}$	$f_o/f_{co}$	$E_{2l}/E_{cc}$	$f_{ol}/f_{co}$
$r$	0.95	0.89	0.80	0.49	0.86	0.68

as variáveis adotadas (no eixo das abcissas e no eixo das ordenadas). Os valores de  $r$  para  $f_o/f_{co}$  e  $f_{ol}/f_{co}$  indicam uma correlação moderada ( $r \in [0.4; 0.7]$ ), no entanto, isto resulta da pequena inclinação da regressão adotada, que representa adequadamente as respostas observadas.

### 3.3.2 Colunas com secção transversal quadrada

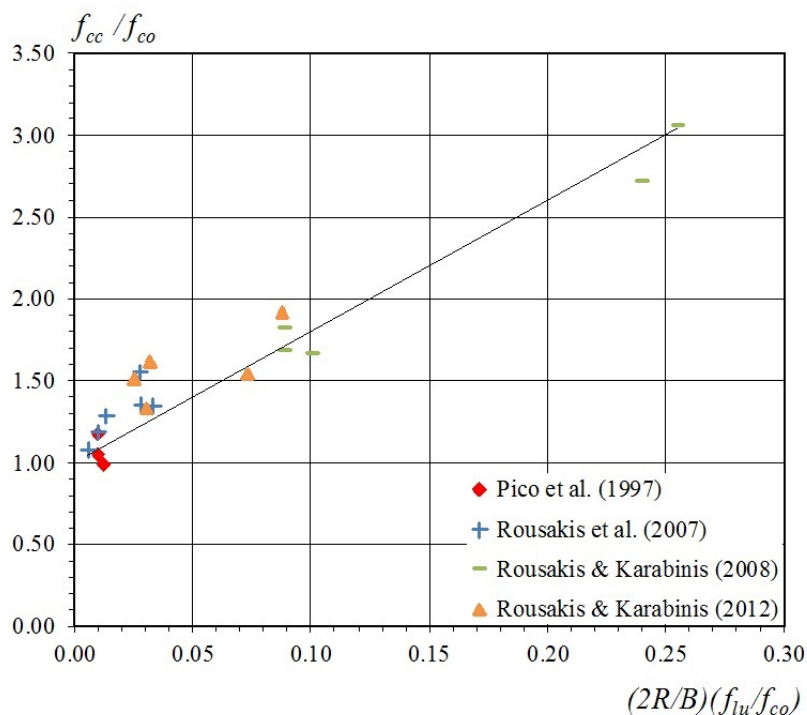
Os parâmetros calibrados para as colunas com secção transversal quadrada foram obtidos através dos resultados experimentais de Pico et al. (1997), Rousakis et al. (2007), Rousakis e Karabinis (2008) e, Rousakis e Karabinis (2012). Os principais propriedades das colunas quadradas confinadas com GFRP encontram-se descritas na Tabela 3.7.

**Tabela 3.7:** Propriedades colunas quadradas confinadas com GFRP

Autor	Provete	$f_{cc}/f_{co}$	$\varepsilon_{cc}/\varepsilon_{co}$	$\varepsilon_{lu}/\varepsilon_{lo}$	$f_{lu}/f_{co}$	$f_o/f_{co}$	$f_{ol}/f_{co}$
Pico et al. (1997)	n.a.	1.18	4.00	4.44	0.12	1.43	1.46
	n.a.	0.99	5.00	5.56	0.15	1.10	1.11
	n.a.	1.05	4.00	4.44	0.12	1.22	1.24
Rousakis et al. (2007)	AgL3M	1.29	3.50	5.21	0.04	1.36	1.31
	AgL6M	1.34	5.74	6.50	0.11	1.35	1.35
	CgL3M	1.19	2.58	3.10	0.03	1.46	1.27
	CgL6M	1.56	4.18	4.29	0.09	1.56	1.56
	DgL3M	1.08	2.14	2.51	0.02	1.20	1.12
	DgL6M	1.36	5.56	5.95	0.09	1.37	1.36
Rousakis e Karabinis (2008)	AG3	1.69	6.22	15.33	0.30	0.97	1.07
	AS1G3	1.67	8.25	17.37	0.34	0.78	0.93
	AS1G6	2.72	10.49	20.73	0.80	0.89	0.95
	AS2G3	1.82	9.87	14.48	0.30	0.86	1.03
	AS2G6	3.06	11.59	21.59	0.85	1.53	1.57
Rousakis e Karabinis (2012)	BG3	1.62	2.95	8.09	0.11	1.65	1.65
	BS1G3	1.34	2.96	7.73	0.10	1.34	1.34
	BS1G6	1.92	5.10	11.13	0.29	1.13	1.34
	BS2G3	1.52	3.01	5.13	0.08	1.35	1.37
	BS2G6	1.54	3.42	8.66	0.24	1.00	1.08

O parâmetro  $k_1$ , obtido através da calibração dos resultados experimentais apre-

sentados na Figura 3.8 tendo em conta a regressão linear relacionado  $f_{cc}/f_{co}$  vs  $(f_{lu}/f_{co})(2R/B)$ , toma o valor 8.0 para a obtenção da tensão axial máxima com confinamento (equação 3.2).

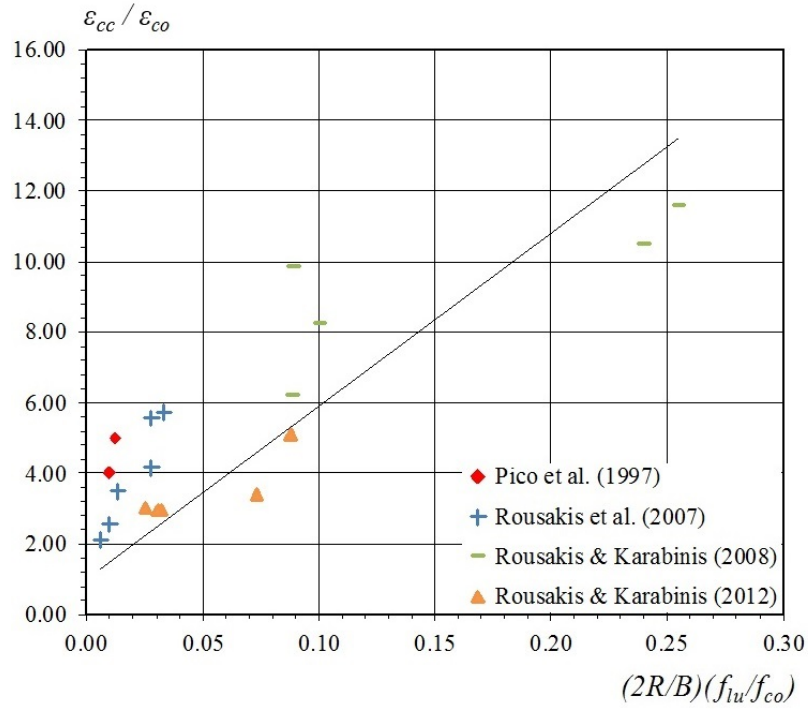


**Figura 3.8:** Relação entre  $(f_{cc}/f_{co})$  e  $(2R/B)(f_{lu}/f_{co})$  para colunas com secção transversal quadrada.

O parâmetro  $k_2$ , obtido através da calibração de resultados experimentais exibidos na Figura 3.9 tendo em conta a regressão linear relacionado  $\epsilon_{cc}/\epsilon_{co}$  vs  $(f_{lu}/f_{co})(2R/B)$ , toma o valor 49.0 para a obtenção da extensão axial correspondente à tensão axial máxima com confinamento (equação 3.8)

Como já foi referido na secção 3.3.1,  $\epsilon_{lu}$  é considerado igual aos valores de rompimento da manta registado por cada autor e presentes na Tabela 3.4.

As equações propostas para as colunas com secção transversal quadrada seguem os mesmos princípios que para as colunas com secção transversal circular (3.10). Os parâmetros calibrados possuem relações um pouco diferentes, pois, é tido em conta o efeito do raio de canto. Assim, os parâmetros  $E_2$ ,  $f_o$  and  $n$  são apresentados na equação 3.14 de acordo com a calibração desenvolvida nas Figuras 3.10 e 3.11. Tal como para as colunas circulares, o parâmetro  $E_1$  é escrito de acordo com o modelo de Spoelstra e Monti (1999). Assim, vem que,

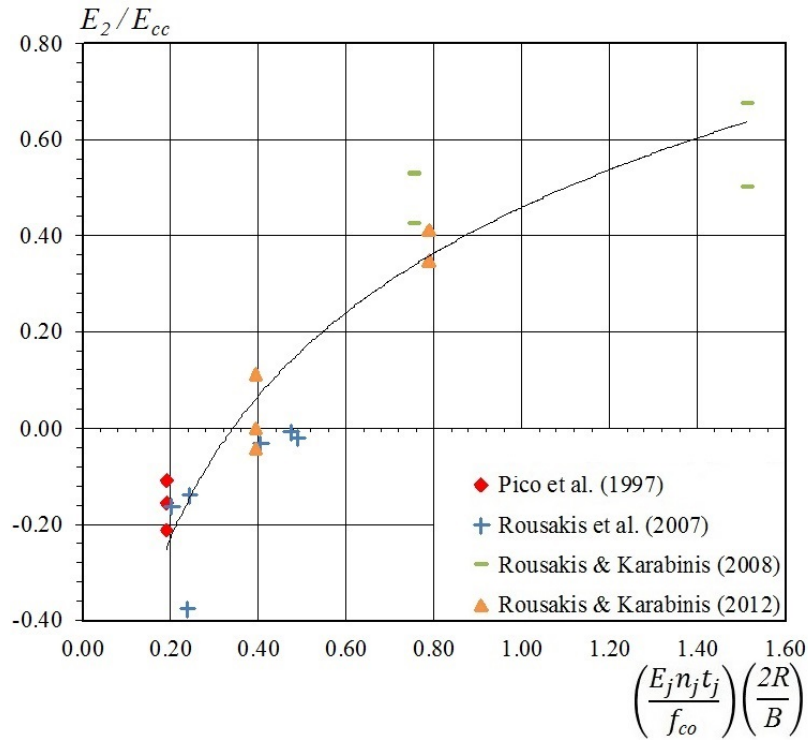


**Figura 3.9:** Relação entre  $(\varepsilon_{cc}/\varepsilon_{co})$  e  $(2R/B)(f_{lu}/f_{co})$  para colunas com secção transversal quadrada.

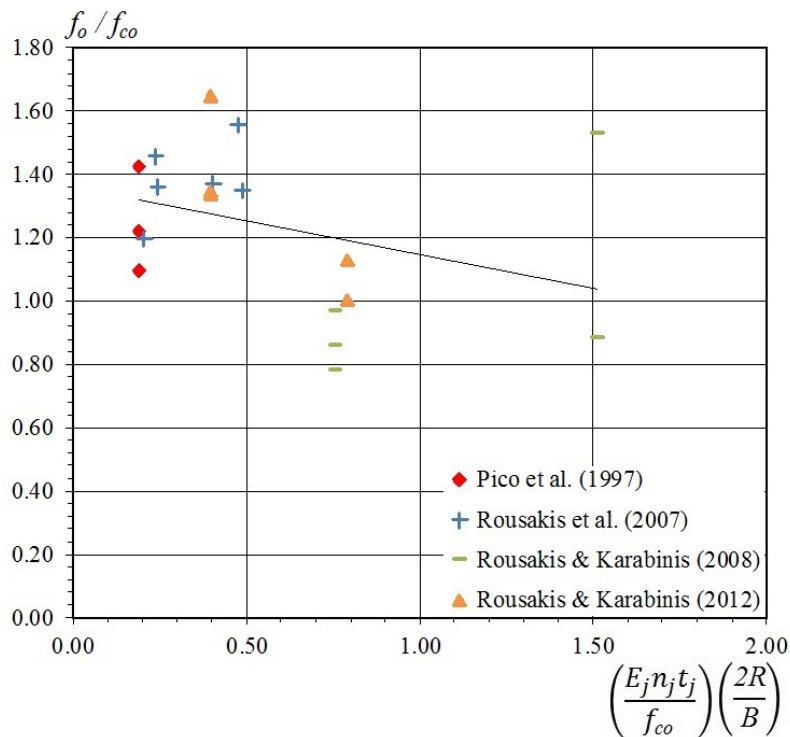
$$\left\{ \begin{array}{l} E_1 = 5700\sqrt{f_{co}} \\ E_2 = E_{cc} \left[ 0.40 \ln \left( \left( \frac{E_j n_j t_j}{f_{co}} \right) \left( \frac{2R}{B} \right) \right) + 0.50 \right] \\ f_o = 1.40f_{co} - 0.20(E_j n_j t_j) \left( \frac{2R}{B} \right) \end{array} \right. \quad (3.14)$$

A relação tensão axial-extensão lateral é escrita de forma semelhante às colunas circulares (equação 3.11), apenas incluindo a relação geométrica que tem em conta o raio de canto nos parâmetros calibrados  $(2R/B)$ .  $E_{2l}$ ,  $f_{ol}$  and  $n_l$  foram calibrados como se demonstra nas Figuras 3.12 e 3.13, enquanto que  $E_{1l}$  depende do coeficiente de Poisson. Estes parâmetros para colunas quadradas são dados por:

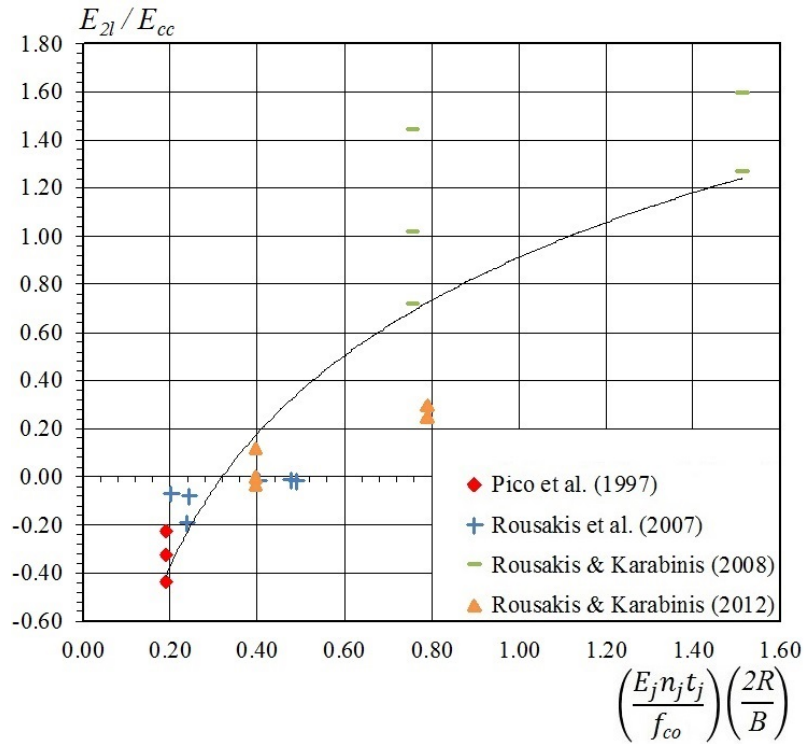
$$\left\{ \begin{array}{l} E_{1l} = \frac{E_1}{\nu} \\ E_{2l} = E_{cc} \left[ 0.80 \ln \left( \left( \frac{E_j n_j t_j}{f_{co}} \right) \left( \frac{2R}{B} \right) \right) + 0.90 \right] \\ f_{ol} = 1.30f_{co} - 0.10(E_j n_j t_j) \left( \frac{2R}{B} \right) \end{array} \right. \quad (3.15)$$



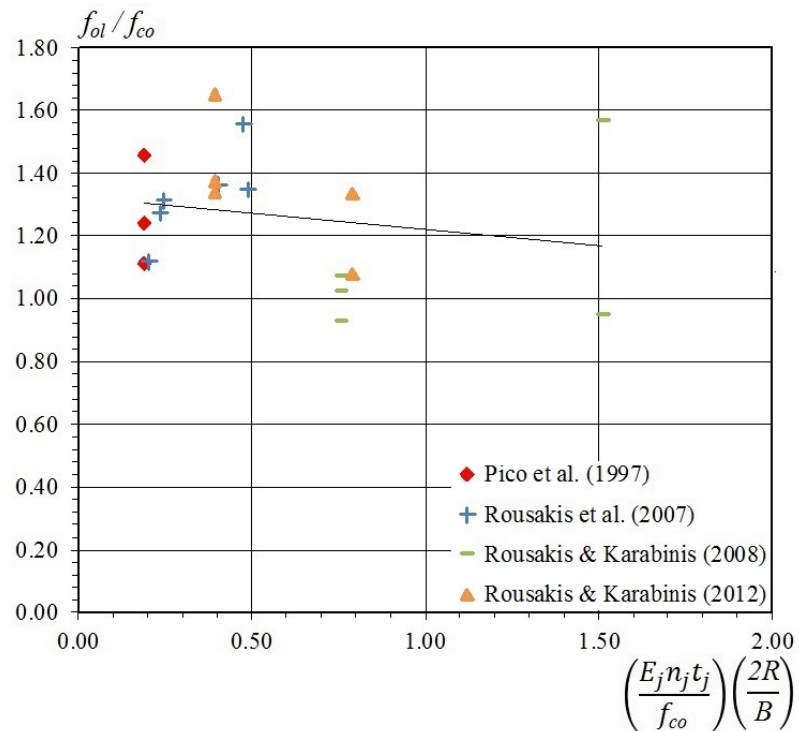
**Figura 3.10:** Relação entre  $(E_2/E_{cc})$  e  $(E_j n_j t_j / f_{co}) (2R/B)$  para colunas com secção transversal quadrada.



**Figura 3.11:** Relação entre  $(f_o/f_{co})$  e  $(E_j n_j t_j / f_{co}) (2R/B)$  para colunas com secção transversal quadrada.



**Figura 3.12:** Relação entre  $(E_{2l}/E_{cc})$  e  $(E_j n_j t_j / f_{co}) (2R/B)$  para colunas com secção transversal quadrada.



**Figura 3.13:** Relação entre  $(f_{ol}/f_{co})$  e  $(E_j n_j t_j / f_{co}) (2R/B)$  para colunas com secção transversal quadrada.

O parâmetro  $n$  é admitido igual a 2 enquanto que  $n_l$  é admitido igual a 3, mantendo

assim a concordância entre as duas inclinações. Tal como para as colunas circulares, as regressões escolhidas para os parâmetros  $E_2$  e  $E_{2l}$  foram regressões logarítmicas enquanto que, para os parâmetros  $f_o$  e  $f_{ol}$  foram regressões lineares, pelos mesmos motivos anteriormente explicados.  $E_2$  e  $E_{2l}$  foram calibrados de forma a considerarem a geometria da coluna através do quociente  $2R/B$  e a rigidez da manta de GFRP através do produto  $E_j n_j t_j$ .  $f_o$  e  $f_{ol}$  são igualmente relacionados com a geometria da coluna e com a rigidez da manta de GFRP.

Seguidamente, apresenta-se a Tabela 3.8, onde se pode analisar o coeficiente de correlação,  $r$ , para os parâmetros calibrados para as colunas com secção transversal circular (Figuras 3.8 - 3.13).

**Tabela 3.8:** Coeficiente de correlação das equações adotadas no modelo para colunas com secção transversal quadrada

	$f_{cc}/f_{co}$	$\varepsilon_{cc}/\varepsilon_{co}$	$E_2/E_{cc}$	$f_o/f_{co}$	$E_{2l}/E_{cc}$	$f_{ol}/f_{co}$
$ r $	0.94	0.61	0.92	0.35	0.87	0.20

Com a observação da Tabela 3.8, verifica-se que, os valores de  $r$  previstos para  $f_{cc}/f_{co}$ ,  $E_2/E_{cc}$  e  $E_{2l}/E_{cc}$  apresentam uma forte correlação. Relativamente à regressão linear adotada para a determinação de  $\varepsilon_{cc}/\varepsilon_{co}$ , é verificado uma correlação moderada (apesar de muito próxima do limite inferior para uma correlação forte), no entanto, este facto resulta da adoção do ponto de origem  $\varepsilon_{cc}/\varepsilon_{co} = 1$ , que representa a natureza física do fenómeno, ou seja, a extensão axial correspondente à tensão axial máxima com confinamento é, no limite inferior, igual à extensão axial correspondente à tensão axial do betão não confinado. Caso esta restrição não tivesse sido imposta, obter-se-ia uma forte correlação com valor igual a 0.86, no entanto, optou-se pela primeira solução. Relativamente aos valores obidos para  $f_o/f_{co}$  e  $f_{ol}/f_{co}$ , as considerações são iguais às apresentadas para colunas com secção transversal circular.

## Capítulo 4

# Correlação de Modelos Analíticos com Ensaaios Experimentais

Neste capítulo, apresenta-se a avaliação do modelo proposto. Para tal, compara-se a aproximação do modelo proposto para colunas de secção transversal circular e quadrada, o modelo de Spoelstra e Monti (1999) para colunas com secção transversal circular e o modelo de Manfredi e Realfonzo (2001) para colunas de secção transversal quadrada, com os resultados experimentais de vários autores. A implementação dos modelos foi efetuada com recurso ao *software Matlab R2015a*.

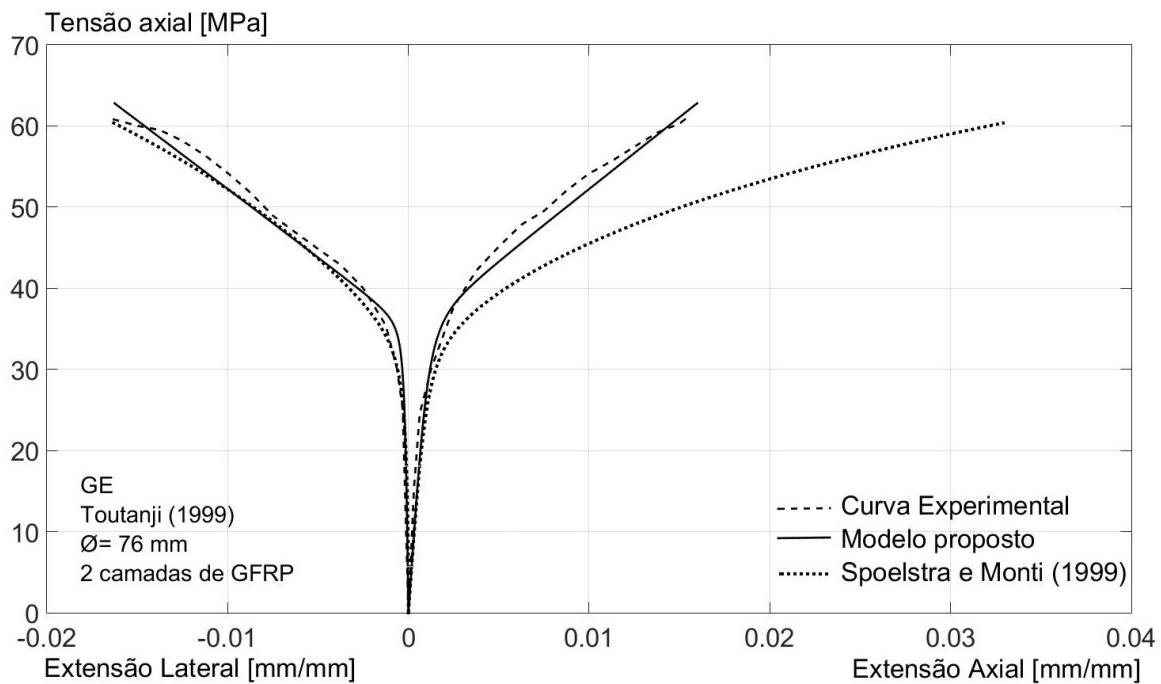
### 4.1 Avaliação de Resultados em Colunas com Secção Transversal Circular

Os resultados experimentais para colunas com secção transversal circular utilizados na avaliação do modelo proposto foram obtidos através dos ensaios experimentais de Toutanji (1999) (GE), Lam e Teng (2004) (G2-2) e, Berthet et al. (2005) (C20 e C50).

A correlação entre o DOM proposto e o AOM de Spoelstra e Monti (1999) é apresentado seguidamente. O modelo de Spoelstra e Monti (1999), como descrito anteriormente, é baseado na relação tensão axial-deformação de Popovics (1973) enquanto que, a tensão axial máxima com confinamento é baseada na equação de Mander et al. (1988). A relação tensão-deformação é obtida através de incrementos de extensão até à rotura da manta. Na Tabela 4.1 pode-se verificar quantitativamente os desvios entre

os modelos analíticos e a curva experimental, onde  $W$  representa a área abaixo da curva do diagrama tensão axial-extensão axial até ao ponto de rotura da manta no ensaio experimental,  $f_c$  representa a tensão de compressão (onde se considerará sempre o valor máximo) e  $\varepsilon_c$  a respectiva extensão axial.

Na Figura 4.1 são exibidos os diagramas tensão-extensão axial e lateral obtido a partir dos modelos analíticos e das curvas experimentais da coluna GE (Toutanji (1999)).



**Figura 4.1:** Comparação entre os modelos analíticos e os resultados experimentais da coluna circular GE.

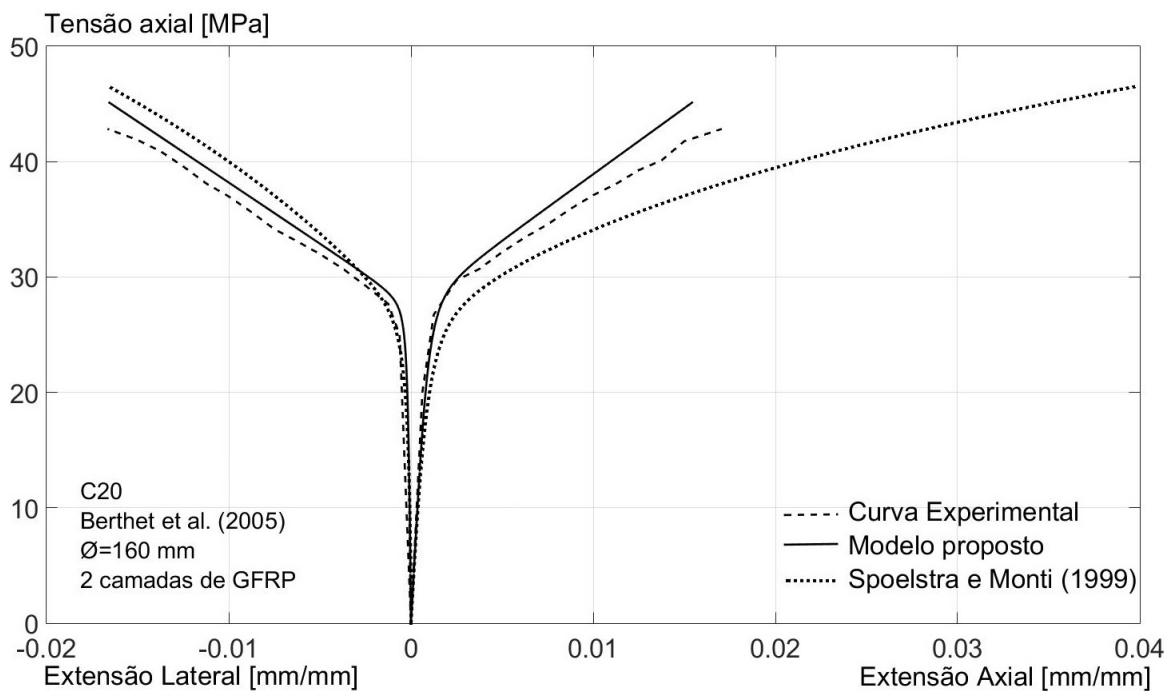
Verifica-se que:

- a tensão axial máxima de compressão é representativa, tanto para o modelo proposto como para o modelo de Spoelstra e Monti (1999), do andamento das curvas do ensaio experimental;
- o modelo proposto apresenta uma correlação melhor para a extensão axial comparativamente com o modelo de Spoelstra e Monti (1999), onde se verifica graficamente que o modelo de Spoelstra e Monti (1999), para a extensão axial, toma um segundo troço do diagrama (correspondente a uma inclinação  $E_2$ ) com um desvio considerável onde denota-se uma extensão axial última superior à do

ensaio experimental; enquanto que o modelo proposto apresenta uma extensão última com um erro de 15%, o modelo de Spoelstra e Monti (1999) apresenta um erro de 53.6% em relação à curva experimental;

- o desvio de  $W$  verificado para o modelo de Spoelstra e Monti (1999) apresenta um erro 2 vezes maior que o do modelo proposto.

Na Figura 4.2 são apresentados os diagramas tensão-extensão axial e lateral obtidos com os modelos analíticos e as curvas experimentais da coluna C20 (Berthet et al. (2005)), sendo que os valores dos ensaios experimentais foram obtidos através da média de todos os provetes C20 patentes na Tabela 3.5.



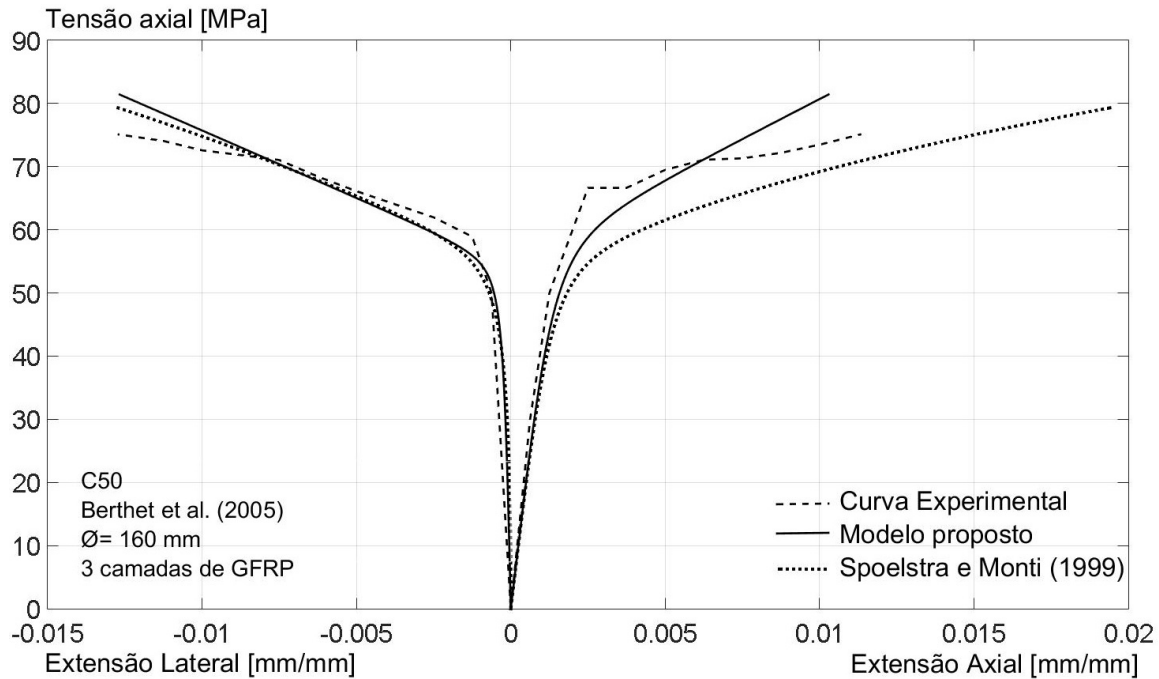
**Figura 4.2:** Comparação entre os modelos analíticos e os resultados experimentais da coluna circular C20.

Verifica-se que:

- a tensão axial máxima com confinamento, apesar de não ser coincidente com o valor da tensão axial máxima obtido no ensaio experimental, é semelhante para ambos os modelos;
- o modelo de Spoelstra e Monti (1999) apresenta um desvio significativo de extensão axial última em cerca de 58% da extensão axial última do ensaio, o que

corresponde a um desvio 5 vezes maior do que aquele obtido com o modelo proposto.

Mostra-se na Figura 4.3 os diagramas tensão-extensão axial e lateral obtidos com os modelos analíticos e as curvas experimentais da coluna C50 (Berthet et al. (2005)).



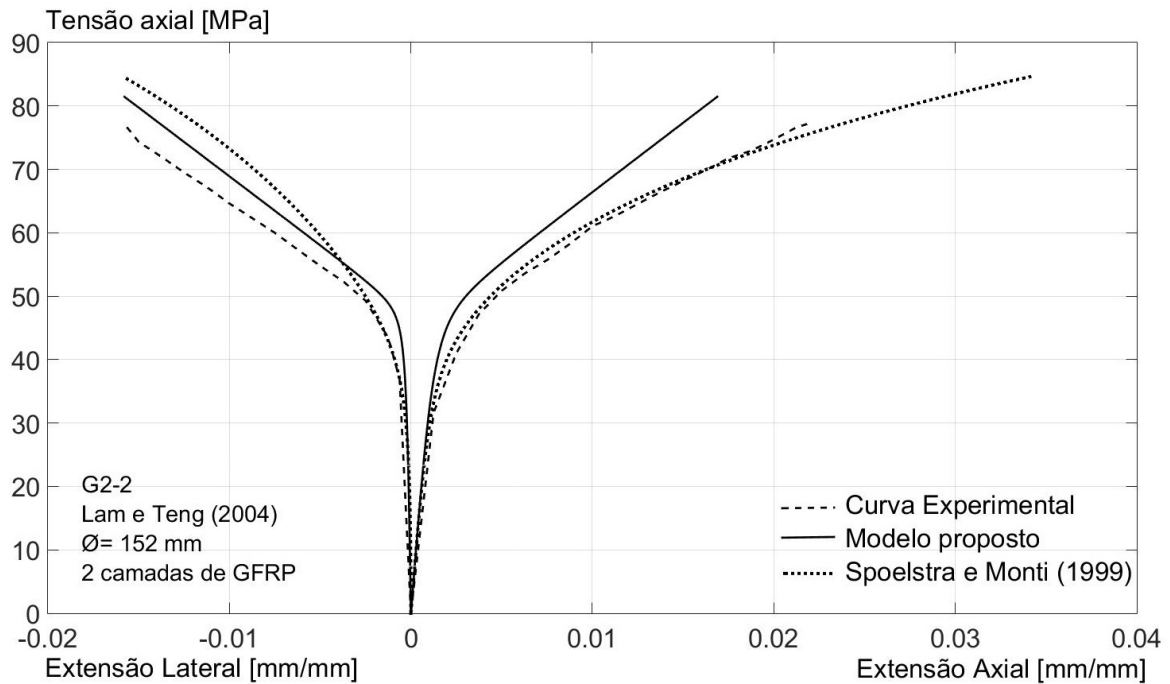
**Figura 4.3:** Comparação entre os modelos analíticos e os resultados experimentais da coluna circular C50.

Verifica-se que:

- comparativamente com o ensaio experimental C20 (do mesmo autor), verifica-se o aumento de tensão axial máxima com confinamento, derivado do aumento do número de camadas, por outro lado, não se verificou o aumento da extensão axial.
- a extensão lateral de ambos os modelos apresentam uma boa correlação com o ensaio experimental;
- a extensão axial obtida pelo modelo de Spoelstra e Monti (1999) subestima a extensão última, enquanto que, a extensão última do modelo proposto apresenta uma razoável aproximação, apesar das variações verificadas na curva do ensaio experimental;

- o  $W$  do modelo proposto apresenta um desvio de aproximadamente 1% enquanto que, o modelo de Spoelstra e Monti (1999) apresenta um desvio de cerca de 11%

Na Figura 4.4 indicam-se os diagramas tensão-extensão axial e lateral obtidos com os modelos analíticos e as curvas experimentais da coluna G2-2 (Lam e Teng (2004)).



**Figura 4.4:** Comparação entre os modelos analíticos e os resultados experimentais da coluna circular G2-2.

Verifica-se que:

- a tensão axial máxima de compressão em ambos os modelos é superior ao registado no ensaio experimental;
- a curva axial para o modelo de Spoelstra e Monti (1999) apresenta melhor correlação com o ensaio experimental comparativamente com a curva do modelo proposto, mas, quando ocorre a rotura da manta de GFRP para a curva experimental, o modelo de Spoelstra e Monti (1999) continua a crescer até valores superiores aos valores do modelo proposto;
- a extensão axial do modelo proposto é inferior à extensão axial última do ensaio experimental, enquanto que, o modelo de Spoelstra e Monti (1999) sobrestima a extensão axial última.

**Tabela 4.1:** Avaliação da correlação entre modelos analíticos e ensaios experimentais para colunas com secção transversal circular

	Modelo proposto			Modelo de Spoelstra e Monti (1999)		
	$W$ [ <i>dev.</i> [%]]	$\varepsilon_c$ [%] [ <i>dev.</i> [%]]	$f_c$ [MPa] [ <i>dev.</i> [%]]	$W$ [ <i>dev.</i> [%]]	$\varepsilon_c$ [%] [ <i>dev.</i> [%]]	$f_c$ [MPa] [ <i>dev.</i> [%]]
GE	0.71 [-13.0]	1.8 [15.0]	62.9 [3.3]	0.62 [-28.5]	3.3 [53.6]	60.4 [-0.7]
C20	0.61 [4.3]	1.6 [-9.7]	45.2 [5.2]	0.54 [-9.3]	4.0 [57.5]	46.5 [8.0]
C50	0.74 [0.7]	1.0 [-9.9]	81.5 [7.8]	0.66 [-10.6]	41.9 [3.4]	79.3 [5.3]
G2-2	1.47 [12.0]	1.7 [-30.2]	81.5 [5.2]	1.31 [1.6]	3.4 [35.7]	84.6 [8.6]

Em suma, verifica-se que de forma generalizada, ambos os modelos apresentam uma boa correlação com os ensaios experimentais, embora, o modelo proposto seja mais preciso do que o modelo de Spoelstra e Monti (1999).

## 4.2 Avaliação de Resultados em Colunas com Secção Transversal Quadrada

Os resultados experimentais para colunas com secção transversal quadrada, utilizados na avaliação do modelo proposto, foram obtidos através dos ensaios experimentais de Rousakis et al. (2007) (AgL6M) e de Rousakis e Karabinis (2012) (BS1G3, BS1G6 e BS2G3).

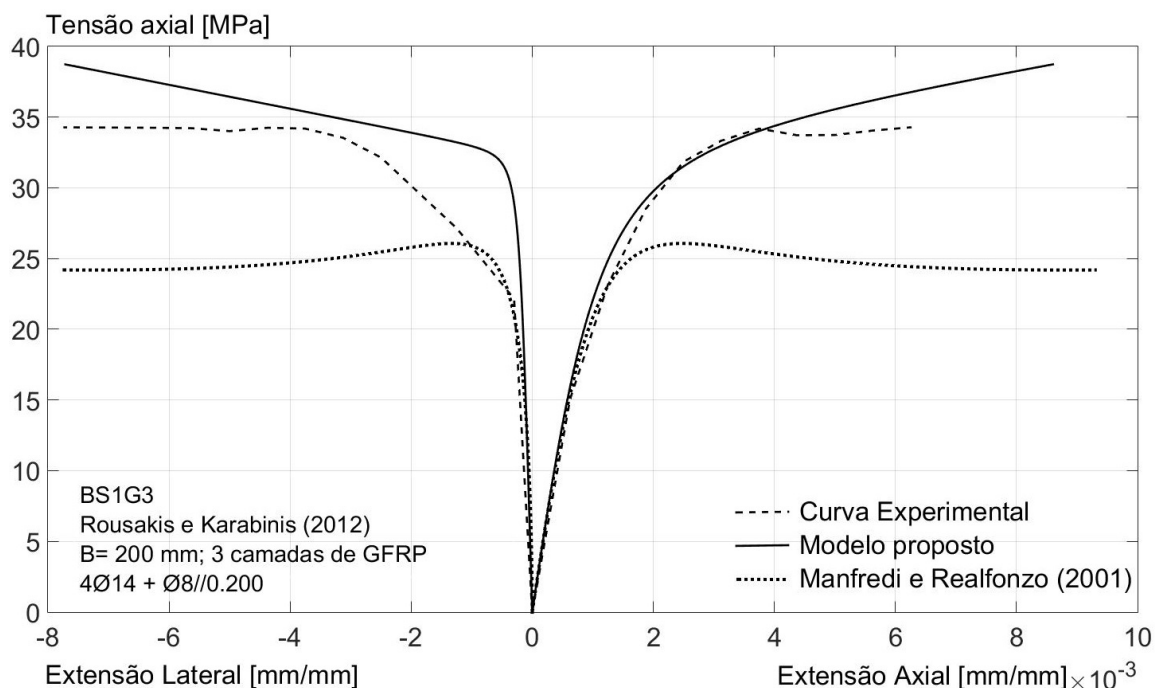
A correlação entre o AOM de Manfredi e Realfonzo (2001) e o DOM proposto é apresentado em seguida. O modelo de Manfredi e Realfonzo (2001), como descrito anteriormente, é uma adaptação ao modelo de Spoelstra e Monti (1999), onde os autores estudaram a variação da geometria da coluna.

Na Tabela 4.2 pode-se consultar a avaliação dos principais desvios entre os modelos analíticos e os ensaios experimentais, à semelhança do exposto para colunas com secção transversal circular.

Na Figura 4.5 são apresentados os diagramas tensão-extensão axial e lateral obtidos com os modelos analíticos e as curvas experimentais da coluna BS1G3 (Rousakis e Karabinis (2012)).

Verifica-se que:

- a tensão axial última do modelo proposto bem como do modelo de Manfredi e Realfonzo (2001) são superior e inferior, respectivamente, em comparação com as curvas experimentais, embora a diferença registada para o modelo de Manfredi



**Figura 4.5:** Comparação entre os modelos analíticos e os resultados experimentais da coluna quadrada BS1G3.

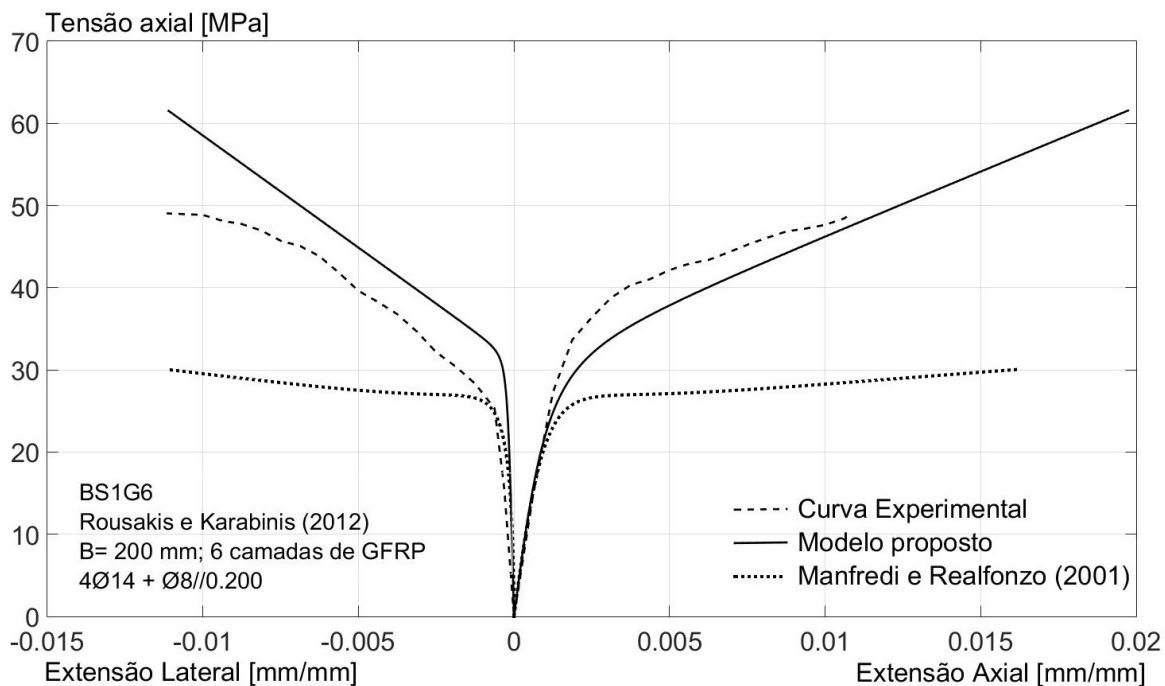
e Realfonzo (2001) seja maior;

- ambos os modelos apresentam valores para a extensão axial última semelhantes e superiores aos resultados experimentais. Por outro lado, a extensão axial correspondente à tensão axial máxima no modelo de Manfredi e Realfonzo (2001) é precoce e aproximadamente igual à extensão axial do betão não confinado, enquanto que, o modelo proposto apresenta uma curva crescente até à rotura.

Na Figura 4.6 são exibidos os diagramas tensão-extensão axial e lateral obtidos com os modelos analíticos e as curvas experimentais da coluna BS1G6 (Rousakis e Karabinis (2012)).

Verifica-se que:

- comparativamente com a coluna BS1G3, onde apenas variou o número de camadas de 3 para 6, o modelo de Manfredi e Realfonzo (2001) não acompanhou esse aumento, como acontece com os resultados experimentais e com o modelo proposto, tendo assim subestimado a tensão axial máxima de compressão em cerca de 89% em comparação com a curva experimental;
- a extensão axial última (e máxima) foi menos discrepante da curva experimental



**Figura 4.6:** Comparação entre os modelos analíticos e os resultados experimentais da coluna quadrada BS1G6.

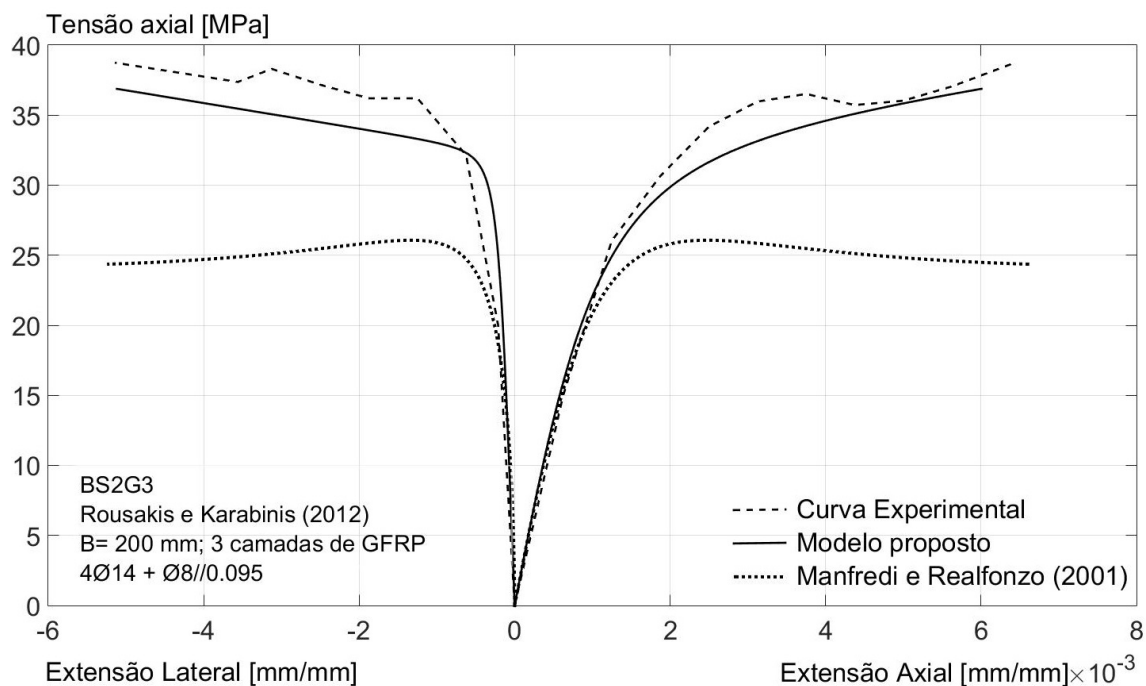
para o modelo de Manfredi e Realfonzo (2001), enquanto que, se verifica que o modelo proposto sobrestima a extensão axial última.

Ilustra-se na Figura 4.7 os diagramas tensão-extensão axial e lateral obtidos com os modelos analíticos e as curvas experimentais da coluna BS2G3 (Rousakis e Karabinis (2012)).

Verifica-se que:

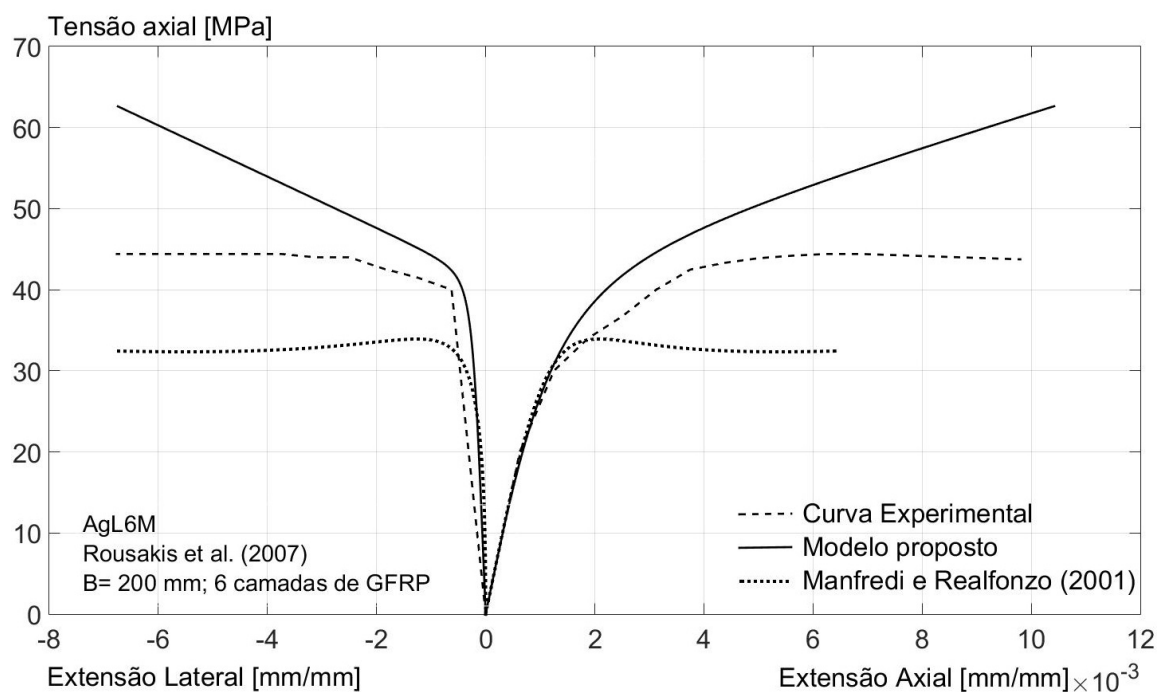
- a tensão axial última de compressão do modelo proposto é muito semelhante à do ensaio experimental, enquanto que, o modelo de Manfredi e Realfonzo (2001) apresenta valores muito inferiores;
- axialmente, a curva do modelo proposto acompanha melhor a curva do ensaio experimental e, o modelo de Manfredi e Realfonzo (2001), apesar de no troço inicial, correspondente ao betão não confinado, acompanhar bem a curva, nota-se uma alteração do comportamento da curva no segundo troço, tomando valores decrescentes, ao contrário do comportamento apresentado pelo ensaio experimental.

Na Figura 4.8 são mostrados os diagramas tensão-extensão axial e lateral obtidos



**Figura 4.7:** Comparação entre os modelos analíticos e os resultados experimentais da coluna quadrada BS2G3.

com os modelos analíticos e as curvas experimentais da coluna AgL6M (Rousakis et al. (2007)).



**Figura 4.8:** Comparação entre os modelos analíticos e os resultados experimentais da coluna quadrada AgL6M.

Verifica-se que:

- ambos os modelos representam moderadamente bem o comportamento do primeiro troço;
- nenhum dos modelos representa bem o comportamento do segundo troço, sendo que o modelo proposto não representa por sobrestimar os valores, enquanto que, o modelo de Manfredi e Realfonzo (2001) não representa por ter valores muito inferiores e por apresentar um segundo troço decrescente;
- a extensão axial última do modelo proposto é aproximadamente igual à da curva experimental, enquanto que, a extensão última do modelo de Manfredi e Realfonzo (2001) tem valores mais baixo, sendo que, a extensão axial correspondente à tensão axial máxima, apresenta um valor precoce, à semelhança de outras colunas;

**Tabela 4.2:** Avaliação da correlação entre modelos analíticos e ensaios experimentais para colunas com secção transversal quadrada.

	Modelo proposto			Modelo de Manfredi e Realfonzo (2001)		
	$W$ [ <i>dev.</i> [%]]	$\varepsilon_c$ [%] [ <i>dev.</i> [%]]	$f_c$ [MPa] [ <i>dev.</i> [%]]	$W$ [ <i>dev.</i> [%]]	$\varepsilon_c$ [%] [ <i>dev.</i> [%]]	$f_c$ [MPa] [ <i>dev.</i> [%]]
BS1G3	0.18 [3.4]	0.9 [27.3]	38.7 [-8.7]	0.07 [-140.5]	0.3 [-150.0]	26.0 [-62.3]
BS1G6	0.39 [-8.1]	2.0 [45.4]	61.6 [7.7]	0.16 [-170.3]	1.6 [33.6]	30.1 [-89.3]
BS2G3	0.19 [-3.3]	0.6 [-7.2]	36.9 [-26.3]	0.15 [-30.4]	0.2 [-192.3]	26.1 [-78.7]
AgL6M	0.45 [16.1]	1.0 [26.0]	62.7 [29.1]	0.19 [-98.7]	0.2 [-285.0]	33.8 [-31.4]

Deve-se ter em conta que nos ensaios experimentais, as curvas da relação tensão-deformação axial, apresentam sempre uma extensão última e máxima iguais, ou seja, ocorre sempre um ganho de resistência até ao rompimento da manta. O modelo de Manfredi e Realfonzo (2001) não descreve esse comportamento, e como se pode verificar nas colunas BS1G3, BS2G3 e AgL6M, a extensão axial última e extensão axial correspondente à tensão axial máxima com confinamento são diferentes, o que resulta numa inclinação decrescente do segundo troço, correspondente à solicitação da manta de GFRP. Assim sendo, existe uma variação elevada quando se compara a extensão correspondente à tensão axial máxima do modelo de Manfredi e Realfonzo (2001) com a curva experimental e com o modelo proposto.

Em suma, o modelo proposto, apesar de não ser tão preciso como se verificou na situação das colunas circulares, é mais assertivo do que o modelo de Manfredi e Realfonzo (2001) pois apresenta desvios menores quando comparado com os ensaios experimentais além de prever melhor o andamento dos dois troços do diagrama.

# Capítulo 5

## Considerações Finais

A investigação apresentada nesta dissertação refere-se ao estudo de ensaios experimentais para o GFRP, por forma, a apresentar um modelo de confinamento para colunas circulares e quadradas armadas, confinadas externamente com GFRP.

Neste capítulo, apresentam-se as principais conclusões apontadas ao longo do trabalho. Referem-se também sugestões de temas futuros, provenientes da percepção de lacunas durante o desenvolvimento da dissertação.

### 5.1 Conclusões

Apresentaram-se as principais características dos materiais compósitos bem como a diversidade de fibras que os constituem. Os materiais mais comuns como a fibra de vidro, carbono e aramida, apresentam já uma sólida base referente às suas propriedades, o que permite aprofundar os estudos em torno destes materiais.

Foram também apresentados os modelos mais conhecidos para o confinamento com recurso ao aço e com recurso aos FRP. Foi notório que, a aplicação direta dos modelos de confinamento para o aço aos FRP não é uma prática correcta, pelo que, alguns modelos de confinamento de FRP tornaram-se obsoletos.

Dos modelos para o confinamento com FRP estudados, verificou-se que, existe uma evolução do entendimento do fenómeno do confinamento. Notou-se que, inicialmente, os modelos eram calibrados tendo em conta colunas não armadas e que, apenas se estudava a relação tensão axial-extensão axial. Com o tempo, os modelos

tornaram-se mais complexos e, atualmente, é prática frequente serem considerados ensaios com colunas de betão armado, contabilizando o efeito da armadura longitudinal, da armadura transversal e, o aumento da tensão lateral de confinamento com o aumento do carregamento. Verifica-se que, a resposta do sistema de confinamento também evoluiu, sendo que os mais recentes estudos procuram descrever, além da tensão axial máxima com confinamento e respetiva extensão, o comportamento da curva representativa da relação tensão axial-deformação axial e lateral.

No que se refere aos ensaios experimentais, analisou-se cerca de sessenta provetes confinados com GFRP. A escolha dos ensaios prendeu-se com questões como a configuração do GFRP, o número de camadas de GFRP, a geometria da coluna e a ductilidade que era observada aquando da análise do ensaio.

No que corresponde ao confinamento de colunas de secção transversal circular e quadrada, foi proposto um novo modelo para o GFRP. A curva representativa da relação tensão axial-extensão axial e lateral foi baseada no modelo de Richard e Abbott (1975), enquanto que a tensão axial máxima com confinamento e a respetiva extensão axial foram baseadas no modelo de Mander et al. (1988). As equações que compõe o modelo proposto foram obtidas através da análise dos resultados experimentais, tendo-se calibrado cada equação através de uma regressão matemática que melhor definia o comportamento graficamente apresentado. Nesta fase, verificou-se que, o confinamento com mantas de GFRP traduz-se num aumento significativo da capacidade resistente das colunas, bem como uma extensão axial maior. Este fenómeno é mais elevado em colunas circulares.

Avaliou-se o modelo proposto e outros dois modelos com as curvas de ensaios experimentais, para tal, procedeu-se à implementação numérica com recurso ao *software Matlab R2015a*. A avaliação dos modelos analíticos foi efetuada através da comparação gráfica e da análise de desvios em relação aos ensaios experimentais.

Concluiu-se que para o confinamento com colunas de secção transversal circular, o modelo proposto é mais preciso comparativamente com o modelo de Spoelstra e Monti (1999), tanto para a tensão axial máxima com confinamento e respetiva extensão axial, como para o diagrama da relação tensão-deformação. Para o confinamento com colunas de secção transversal quadrada concluiu-se que, o modelo proposto apresenta

uma boa correlação com as curvas dos ensaios experimentais, ao contrário do modelo de Manfredi e Realfonzo (2001), que apresenta particularidades contraditórias ao observado experimentalmente. Salienta-se que, para as colunas quadradas, apesar da boa concordância com os resultados experimentais obtidos, estes são ainda escassos em número, sendo que graficamente se encontram dispersos. É notória a falta de ensaios experimentais com recurso ao GFRP principalmente para colunas não circulares.

## 5.2 Trabalhos Futuros

Este trabalho permitiu analisar e compreender a resposta de colunas com secção transversal circular e quadrada confinadas com GFRP, e através da calibração de parâmetros com base em resultados experimentais, propôs-se um novo modelo de confinamento. Implementou-se o modelo proposto e outros modelos, onde se efetuou comparações diretas com resultados experimentais, viabilizando e validando um modelo para colunas circulares e quadradas confinadas com GFRP. No entanto, existem algumas limitações, pelo que, sugere-se para trabalhos futuros:

- realização de ensaios experimentais para colunas circulares, quadradas e retangular confinadas com fibra de vidro e conseqüente aprimoramento do modelo proposto no presente trabalho incluindo a adaptação a ações cíclicas, com o objetivo de contribuir para o aumento do número de ensaios experimentais e, acrescentar o tópico sobre colunas retangulares, sendo que este é ainda um tema em bruto e com grande escassez de informação;
- calibração de um modelo unificado de confinamento para FRP, com base no modelo de Richard e Abbott (1975), capaz de prever o comportamento de colunas circulares, quadradas e retangulares, confinadas com qualquer fibra (vidro, carbono e aramida), sendo assim possível, independentemente da geometria e da manta de FRP, ter um único modelo capaz de prever o comportamento de colunas confinadas;
- calibração de um modelo de confinamento para colunas circulares e quadradas, confinadas com fibras de aramida e, apresentação de uma compilação onde se apresentaria o modelo calibrado para AFRP para secções circulares e quadradas,

o modelo proposto nesta dissertação para colunas circulares e quadradas com GFRP, o modelo de Chastre e Silva (2010) para secções circulares com CFRP e, o modelo de Faustino et al. (2014) para secções quadradas com CFRP e assim, identificar o porquê e em que aspectos ocorrem as diferenças entre os modelos existentes quando se altera o tipo de material e tipo de secção.

# Bibliografia

- ACI (2002). Guide for the design and construction of externally bonded FRP systems for strengthening concrete structures. *Reported by ACI Committee, 440*.
- Aire, C., Gettu, R., Casas, J., Marques, S., and Marques, D. (2010). Concrete laterally confined with fibre-reinforced polymers (FRP): experimental study and theoretical model. *Materiales de Construcción*, 60(297):19–31.
- Almusallam, T. H. (2007). Behavior of normal and high-strength concrete cylinders confined with e-glass/epoxy composite laminates. *Composites Part B: Engineering*, 38(5):629–639.
- Amaral, B. A. F. (2014). Vigas de GFRP reforçadas com ligas de memória de forma. *Dissertação de Mestrado, Universidade Nova de Lisboa*.
- Au, C. and Buyukozturk, O. (2005). Effect of fiber orientation and ply mix on fiber reinforced polymer-confined concrete. *Journal of Composites for Construction*, 9(5):397–407.
- Barros, J. A. O. (2007). Materiais compósitos no reforço de estruturas de betão – parte i: Propriedades e técnicas. *Research Group on Composite Materials for Structural Strengthening and Fiber Reinforced Concrete, Universidade do Minho*.
- Benmokrane, B., Chaallal, O., and Masmoudi, R. (1995). Glass fibre reinforced plastic (GFRP) rebars for concrete structures. *Construction and Building Materials*, 9(6):353–364.
- Benzaid, R., Chikh, N. E., and Mesbah, H. (2009). Study of the compressive behavior of short concrete columns confined by fiber reinforced composite. *Arabian Journal for Science and Engineering*, 34(1B):15–26.

- Berthet, J., Ferrier, E., and Hamelin, P. (2005). Compressive behavior of concrete externally confined by composite jackets. Part A: experimental study. *Construction and Building Materials*, 19(3):223–232.
- Biscaia, H. E. C. C. (2012). Comportamento e modelação da ligação GFRP/betão em elementos de betão armado expostos a ambientes agressivos. *Faculdade de Ciências e Tecnologia*.
- Bouchelaghem, H., Bezazi, A., and Scarpa, F. (2011). Compressive behaviour of concrete cylindrical FRP-confined columns subjected to a new sequential loading technique. *Composites Part B: Engineering*, 42(7):1987–1993.
- Campione, G., La Mendola, L., Monaco, A., Valenza, A., and Fiore, V. (2015). Behavior in compression of concrete cylinders externally wrapped with basalt fibers. *Composites Part B: Engineering*, 69:576–586.
- CEN (2004). *Eurocode 2: Design of Concrete Structures: Part 1-1: General Rules and Rules for Buildings*. Brussels.
- Chastre, C. (2014). Materiais e tecnologias de reforço de estruturas de betão-potencialidade e limitações. *REHABEND*.
- Chastre, C. and Silva, M. A. (2010). Monotonic axial behavior and modelling of RC circular columns confined with CFRP. *Engineering Structures*, 32(8):2268–2277.
- Chastre, C. R. (2005). Comportamento às acções cíclicas de pilares de betão armado reforçados com materiais compósitos. *Tese de Doutoramento, Faculdade de Ciências e Tecnologia, Universidade NOVA de Lisboa*.
- CNR-DT200 (2004). Guide for the design and construction of externally bonded FRP systems for strengthening existing structures. *National Research Council*.
- Cole, C. and Belarbi, A. (2001). FRP jacketed reinforced concrete columns. *Report CIES*, 99–13.
- Correia, J. (2004). Perfis pultrudidos de fibra de vidro (GFRP). aplicação de vigas mistas GFRP-betão na construção. *Dissertação de Mestrado em Construção, Instituto Superior Técnico, UTL, Lisboa*.

- Costa, R. (2009). Durabilidade de perfis pultrudidos de poliéster reforçado com fibras de vidro (GFRP). *Dissertação de Mestrado, Instituto Superior Técnico, Universidade Técnica de Lisboa, Lisboa, Portugal*.
- Cui, C. and Sheikh, S. (2010). Experimental study of normal-and high-strength concrete confined with fiber-reinforced polymers. *Journal of Composites for Construction*, 14(5):553–561.
- Du Béton, Fédération Internationale (2001). Externally bonded FRP reinforcement for RC structures. *Bulletin*, 14:138.
- Elwi, A. A. and Murray, D. W. (1979). A 3D hypoelastic concrete constitutive relationship. *Journal of the Engineering Mechanics Division*, 105(4):623–641.
- Fardis, M. N. and Khalili, H. (1981). Concrete encased in fiberglass-reinforced plastic. *Journal Proceedings*, 78(6):440–446.
- Fardis, M. N. and Khalili, H. H. (1982). FRP-encased concrete as a structural material. *Magazine of Concrete Research*, 34(121):191–202.
- Faustino, P., Chastre, C., and Paula, R. (2014). Design model for square RC columns under compression confined with CFRP. *Composites Part B: Engineering*, 57:187–198.
- Ferreira, D. (2007). Confinamento de elementos de pilar de secção circular com mantas de CFRP-investigação experimental e analítica. *Tese de Doutoramento, Universidade do Minho*.
- Figueira, S. P. S. (2016). Reforço de pilares por confinamento com mantas de fibras de carbono: avaliação de modelos de comportamento. *Dissertação de Mestrado em Engenharia Civil, Universidade da Madeira*.
- Fiorelli, J. (2002). Utilização de fibras de carbono e de fibras de vidro para reforço de vigas de madeira. *Dissertação de Mestrado em Ciência e Engenharia de Materiais, Instituto de Química de São Carlos*.
- Fonseca, S. B. (2005). Materiais compósitos de matriz polimérica reforçada com fibras usados na engenharia civil-características e aplicações. *LNEC, Lisboa*.

- Harajli, M. H., Hantouche, E., and Soudki, K. (2006). Stress-strain model for fiber-reinforced polymer jacketed concrete columns. *ACI structural journal*, 103(5):672.
- Harries, K. A. and Carey, S. A. (2003). Shape and “gap” effects on the behavior of variably confined concrete. *Cement and Concrete Research*, 33(6):881–890.
- Harries, K. A. and Kharel, G. (2002). Behavior and modeling of concrete subject to variable confining pressure. *Materials Journal*, 99(2):180–189.
- Jiang, T. and Teng, J. (2007). Analysis-oriented stress–strain models for FRP-confined concrete. *Engineering Structures*, 29(11):2968–2986.
- Juvandes, L. (2002). Reforço e reabilitação de estruturas–módulo 2. *Formação Profissional-Ordem dos Engenheiros-Secção Regional da Madeira*, 5–6.
- Juvandes, L., Marques, A. T., and Figueiras, J. A. (1996). Materiais compósitos no reforço de estruturas de betão. *Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto*, 112.
- Juvandes, L. F. P. (2012). Reforço e reabilitação de estruturas de betão usando materiais compósitos de ”CFRP”. *Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto*.
- Kumutha, R., Vaidyanathan, R., and Palanichamy, M. (2007). Behaviour of reinforced concrete rectangular columns strengthened using GFRP. *Cement and concrete composites*, 29(8):609–615.
- Lam, L. and Teng, J. (2003a). Design-oriented stress–strain model for FRP-confined concrete. *Construction and building materials*, 17(6):471–489.
- Lam, L. and Teng, J. (2003b). Design-oriented stress-strain model for FRP-confined concrete in rectangular columns. *Journal of Reinforced Plastics and Composites*, 22(13):1149–1186.
- Lam, L. and Teng, J. (2004). Ultimate condition of fiber reinforced polymer-confined concrete. *Journal of Composites for Construction*, 8(6):539–548.

- Larrinaga, P., Chastre, C., Biscaia, H. C., and San-José, J. T. (2014). Experimental and numerical modeling of basalt textile reinforced mortar behavior under uniaxial tensile stress. *Materials & Design*, 55:66–74.
- Lima, R. et al. (2013). Utilização de fibras metálicas com funções estruturais em estruturas de betão. *Dissertação de Mestrado, Universidade do Porto, Porto, Portugal*.
- Machado, J. M. L. (2015). Estudo da ligação entre componentes estruturais de GFRP (glass fiber reinforced polymer) e componentes estruturais em betão. *Dissertação de Mestrado, Universidade do Minho, Minho, Portugal*.
- Mandal, S., Hoskin, A., and Fam, A. (2005). Influence of concrete strength on confinement effectiveness of fiber-reinforced polymer circular jackets. *ACI Structural Journal*, 102(3):383.
- Mander, J. B., Priestley, M. J., and Park, R. (1988). Theoretical stress-strain model for confined concrete. *Journal of structural engineering*, 114(8):1804–1826.
- Manfredi, G. and Realfonzo, R. (2001). Models of concrete confined by fiber composites. In *Proc., 5th Annual Symp. on Fibre-Reinforced-Plastic Reinforced for Concrete Structures*, volume 865–874.
- Masia, M. J., Gale, T. N., and Shrive, N. G. (2004). Size effects in axially loaded square-section concrete prisms strengthened using carbon fibre reinforced polymer wrapping. *Canadian Journal of Civil Engineering*, 31(1):1–13.
- Matthys, S. (2000). Structural behaviour and design of concrete members strengthened with externally bonded FRP reinforcement. *Ghent University, Dep. Of Structural Engineering*.
- Matthys, S., Toutanji, H., and Taerwe, L. (2006). Stress–strain behavior of large-scale circular columns confined with FRP composites. *Journal of Structural Engineering*, 132(1):123–133.

- Micelli, F. and Modarelli, R. (2013). Experimental and analytical study on properties affecting the behaviour of FRP-confined concrete. *Composites Part B: Engineering*, 45(1):1420–1431.
- Mirmiran, A. and Shahawy, M. (1997). Behavior of concrete columns confined by fiber composites. *Journal of Structural Engineering*, 123(5):583–590.
- Mirmiran, A., Shahawy, M., Samaan, M., Echary, H. E., Mastrapa, J. C., and Pico, O. (1997). Effect of column parameters on FRP-confined concrete. *Journal of Composites for Construction*, 2(4):175–185.
- Moreira, A. M. (2009). Materiais compósitos. *Instituto Politécnico de Tomar, Portugal*.
- Morgado, T. M. R. (2012). Comportamento ao fogo de vigas de compósito de GFRP. *Dissertação de Mestrado, Instituto Superior Técnico*.
- Nanni, A. and Bradford, N. M. (1995). FRP jacketed concrete under uniaxial compression. *Construction and Building Materials*, 9(2):115–124.
- Ozbakkaloglu, T. and Lim, J. C. (2013). Axial compressive behavior of FRP-confined concrete: Experimental test database and a new design-oriented model. *Composites Part B: Engineering*, 55:607–634.
- Pantazopoulou, S. and Mills, R. (1995). Microstructural aspects of the mechanical response of plain concrete. *Materials Journal*, 92(6):605–616.
- Paula, R. (2003). Influência da geometria das secções no confinamento de pilares de betão armado com compósitos de CFRP. *Dissertação de Mestrado, Inst Sup Técnico/UTL, Lisboa*.
- Pessiki, S., Harries, K. A., Kestner, J. T., Sause, R., and Ricles, J. M. (2001). Axial behavior of reinforced concrete columns confined with FRP jackets. *Journal of Composites for Construction*, 5(4):237–245.
- Popovics, S. (1973). A numerical approach to the complete stress-strain curve of concrete. *Cement and concrete research*, 3(5):583–599.

- Raval, R. and Dave, U. (2013). Behavior of GFRP wrapped rc columns of different shapes. *Procedia Engineering*, 51:240–249.
- Richard, R. M. and Abbott, B. J. (1975). Versatile elastic-plastic stress-strain formula. *Journal of the Engineering Mechanics Division*, 101(4):511–515.
- Richart, F. E., Brandtzaeg, A., and Brown, R. L. (1928). A study of the failure of concrete under combined compressive stresses. *University of Illinois at Urbana Champaign, College of Engineering. Engineering Experiment Station*.
- Richart, F. E., Brandtzæg, A., and Brown, R. L. (1929). Failure of plain and spirally reinforced concrete in compression. *University of Illinois at Urbana Champaign, College of Engineering. Engineering Experiment Station*.
- Rocca, S. (2007). Experimental and analytical evaluation of FRP-confined large size reinforced concrete columns. *University of Missouri–Rolla*.
- Rochette, P. and Labossiere, P. (2000). Axial testing of rectangular column models confined with composites. *Journal of Composites for Construction*, 4(3):129–136.
- Rousakis, T. C. and Karabinis, A. I. (2008). Substandard reinforced concrete members subjected to compression: FRP confining effects. *Materials and structures*, 41(9):1595.
- Rousakis, T. C. and Karabinis, A. I. (2012). Adequately FRP confined reinforced concrete columns under axial compressive monotonic or cyclic loading. *Materials and structures*, 45(7):957–975.
- Rousakis, T. C., Karabinis, A. I., and Kioussis, P. D. (2007). FRP-confined concrete members: Axial compression experiments and plasticity modelling. *Engineering Structures*, 29(7):1343–1353.
- Saafi, M., Toutanji, H. A., and Li, Z. (1999). Behavior of concrete columns confined with fiber reinforced polymer tubes. *ACI materials journal*, 96(4):500–509.
- Samaan, M., Mirmiran, A., and Shahawy, M. (1998). Model of concrete confined by fiber composites. *Journal of structural engineering*, 124(9):1025–1031.

- Silva, A. S. (2002). Comportamento de pilares curtos confinados por compósitos de fibras de vidro e carbono. *Universidade de São Paulo*.
- Silva, M. A. and Rodrigues, C. C. (2006). Size and relative stiffness effects on compressive failure of concrete columns wrapped with glass FRP. *Journal of Materials in Civil Engineering*, 18(3):334–342.
- Spoelstra, M. R. and Monti, G. (1999). FRP-confined concrete model. *Journal of composites for construction*, 3(3):143–150.
- TC952, J. (1998). Continuous fiber reinforced concrete. *relatório técnico do JCI, comitê técnico em betão reforçado com fibras contínuas (TC952), editado por JCI, Tokyo, Japão*.
- Teng, J., Jiang, T., Lam, L., and Luo, Y. (2009). Refinement of a design-oriented stress–strain model for FRP-confined concrete. *Journal of Composites for Construction*, 13(4):269–278.
- Toutanji, H. A. (1999). Stress-strain characteristics of concrete columns externally confined with advanced fiber composite sheets. *ACI materials journal*, 96(3):397–404.
- Wei, Y. and Wu, Y. (2012). Unified stress–strain model of concrete for FRP-confined columns. *Construction and Building Materials*, 26(1):381–392.
- Wu, G., Wu, Z., and Lü, Z. (2007). Design-oriented stress–strain model for concrete prisms confined with FRP composites. *Construction and Building Materials*, 21(5):1107–1121.
- Youssef, M. N., Feng, M. Q., and Mosallam, A. S. (2007). Stress–strain model for concrete confined by FRP composites. *Composites Part B: Engineering*, 38(5):614–628.