REM

Professora Y
O papel da aprendizagem da matemática na construção do perfil do jovem empreendedor

RELATÓRIO DE ESTÁGIO DE MESTRADO

Liliana Maria Mendes Sousa
MESTRADO EM ENSINO DA MATEMÁTICA
NO 3º CICLO DO ENSINO BÁSICO E SECUNDÁRIO

UNIVERSIDADE da MADEIRA
A Nossa Universidade
www.uma.pt

setembro | 2016

Professora Y
O papel da aprendizagem da matemática na construção do perfil do jovem empreendedor
RELATÓRIO DE ESTÁGIO DE MESTRADO

Liliana Maria Mendes Sousa
MESTRADO EM ENSINO DA MATEMÁTICA
NO 3º CICLO DO ENSINO BÁSICO E SECUNDÁRIO

ORIENTADORA
Maria Elsa dos Santos Fernandes

Queria dedicar esta tese ao meu anjo da guarda, a minha querida avó Belinha, que mesmo sem estar fisicamente presente sei que esteve sempre ao meu lado.

Agradecimentos

Gostaria de agradecer, em primeiro lugar, à Sra. Professora Doutora Elsa Fernandes por ter tornado possível o meu sonho de estagiar na Escola da APEL, por me ter apoiado durante todos os momentos (altos e baixos!) e por me ter escutado e orientado em cada fase deste trabalho.

Em segundo lugar à Professora Cátia Belim, sempre se revelou um modelo a seguir enquanto mulher, amiga, colega e professora. Como escreveram os nossos alunos: "a melhor orientadora de estágio que alguém poderia desejar".

Em terceiro lugar, aos meus alunos, que foram e são a minha fonte de inspiração e motivação de cada dia. Um “muito obrigada” pelo carinho, pela partilha de todos estes momentos e por terem tornado única esta experiência. Encontro a minha realização em cada um dos vossos sucessos, em cada uma das vossas vitórias. Desejo-vos toda a sorte do mundo, para a vida académica que vão iniciar agora.

Gostaria de agradecer também:

Ao Professor Marco Gomes todas as oportunidades que me proporcionou, por me ter recebido de braços abertos na escola que me é tão querida.

Ao grupo disciplinar de matemática da Escola da APEL por me acolher e integrar no seu núcleo de trabalho.

Ao grupo responsável pelos projetos extracurriculares, em especial às Professoras Rosabel Jorge e Ana Filipa Luís, pelo esforço conjunto que fizemos para realizar o sonho daqueles pais em verem a sua filha colocar-se de pé pela primeira vez.

À Professora Elizabete Fernandes e ao grupo do CEIM pelo maravilhoso projeto RS4E. Foi um orgulho partilhar as aprendizagens dos alunos com cada um de vós.

À Escola da APEL, aos docentes e não-docentes, a todos os que me acolheram e receberam tão bem. Em especial à D. Rubina, D. Graziela e D. Cristina, pela ajuda inestimável no preenchimento de documentos vários, impressões de “última hora”, entre tantas outras peripécias.

Agradeço ainda:

Ao Professor António Gomes, o meu professor de matemática de 5º ano, por me ter inspirado e motivado para esta disciplina e, sem saber, me ter feito sonhar em me tornar professora.

Aos meus antigos professores do Colégio de Santa Teresinha, da Escola da APEL, da Faculdade de Ciências da Universidade do Porto e, por fim, da Universidade da Madeira, pela minha formação, por todos os ensinamentos e aprendizagens, por cada palavra amiga e desafiadora; foram também, sem dúvida, responsáveis pelo meu sucesso.

Aos meus colegas e amigos das explicações e, em especial, à Carolina pelas longas noites de trabalho a animar-me, a apoiar-me no que fosse preciso, e à Adriana que foi preciosa na gestão e organização do centro.

Aos meus alunos de explicação por dizerem que seria capaz de vencer esta batalha e terem participado na construção de ideias para implementar no estágio.

Não poderia deixar de agradecer:

À minha colega e grande amiga, Isabel pelo apoio incondicional. Pela força e motivação para que eu nunca desistisse de concluir esta tarefa, por me ouvir e me levantar, quando preciso, me aconselhar com a sua sabedoria e estar presente até ao fim.

À minha querida amiga e "irmã" Laura, por me ter "lido" nas entrelinhas e me ter ajudado, quando eu bem precisava, sem sequer hesitar.

Queria deixar um especial agradecimento à minha família, e às minhas primas queridas, que tornaram este projeto num projeto "nosso". Sem vocês não seria possível dar este percurso por concluído:

À "gémea" Tânia que dedicou grande parte das suas férias para se debruçar neste desafio; à Beatriz, que passou muitas noites acordada e ainda hoje, ao meu lado nesta madrugada, espera que eu conclua este projeto; à Sofia que me motivou a não desistir e à Adriana por me ter "mimado" e acordado nos momentos de maior cansaço.

Em especial, gostaria de agradecer à minha amada afilhada Andreia, que me acompanhou desde o primeiro momento e não descansou sem que eu concluísse este trabalho, dedicando dias e dias a estar ao meu lado e a me apoiar no que fosse necessário.

Por fim, jamais poderia esquecer as duas pessoas que me deram a vida. Quero agradecer aos meus pais, os meus alicerces, por todos os sacrifícios que fizeram para me dar a melhor educação possível. À minha mãe que muito sofrimento passou para nunca me falhar e ao meu pai que esteve sempre pronto em todas as circunstâncias para o que precisasse. Não há palavras que cheguem para exprimir o quão agradecida me sinto por tudo o que sempre fizeram e fazem por mim.

Resumo

A sociedade do século XXI espera dos futuros jovens profissionais uma postura plurifacetada e um espírito crítico motivados para inovação. Exige também, clareza na formulação dos objetivos dos jovens para que estes reconheçam as suas competências, e encontrem as estratégias para alcançar o sucesso. É neste conjunto de condicionantes que se evidencia o perfil de um jovem empreendedor.

Considerando que o empreendedorismo não é apenas inato e sim fruto de uma educação empreendedora, a escola e os professores, são agentes na formação destes jovens. Nesta ótica, a natureza matemática que potencia o desenvolvimento do raciocínio e ao mesmo tempo mune o jovem aluno com conhecimentos transferíveis às múltiplas áreas do conhecimento, assume um papel inequívoco na génese da aprendizagem do empreendedorismo.

É com base nestes pressupostos que surge a motivação para uma análise segundo uma metodologia qualitativa, desenvolvida no âmbito de uma prática letiva supervisionada, em que se pretende dissecar o seguinte problema de investigação: compreender a aprendizagem da matemática e do empreendedorismo em contexto escolar.

Numa aprendizagem quer em âmbito curricular, quer em âmbito extracurricular, pretendeu-se explorar a simbiose matemática/empreendedorismo, de forma a que o jovem empreendedor aluno de matemática, supere as exigências da sociedade vigente e responda, positivamente, aos desafios matemáticos que lhe são propostos.

Um trabalho realizado por uma jovem professora Y, motivada pela paixão à matemática e inspirada pelo gosto entusiasta ao empreendedorismo.

Palavras Chave: Aprendizagem, matemática, empreendedorismo, interdisciplinaridade, extracurricular.

Abstract

The XXI century society expects young professionals of the future to be multiskilled and critical thinkers focusing on innovation. It also demands from them a clear statement of their goals so they are able to acknowledge their own competences and choose the best strategies to achieve success. And it is in this context that the profile of the young entrepreneur emerges.

Considering that being an entrepreneur is not simply an innate characteristic, but also the product of an education faced towards entrepreneurship, the school and the teachers have a part in the training of these young students. From this perspective, the mathematical nature that engages the development of reasoning and, at the same time, gives the young student competences that are transferable to other areas of knowledge, plays a key role concerning the initial phase of the entrepreneurship training.

Both in curricular and extracurricular learning, the purpose is to explore the symbiosis between mathematics and entrepreneurship preparing the young student of mathematics to respond to the demandings of nowadays society and to face mathematical challenges from a positive perspective.

It is on this assumption that, during my teacher training, motivation arises and, using a qualitative methology, I investigated the learning of mathematics and entrepreneurship in an educational context.

A work developed by a young “Y teacher”, motivated by her passion to mathematics and inspired by her love to entrepreneurship.

Key words: Learning, mathematics, entrepreneurship, interdisciplinarity, extracurricular.

Não nos orgulhamos todos do fantástico empreendimento que construíram os portugueses? Não sabemos bem como o sucesso de tal aventura se construiu sobre uma base sólida de conhecimento e ciência desenvolvida na cooperação entre os melhores cérebros portugueses e os que de todo o mundo para cá foram convocados? Não foi esse conhecimento a bússola que guiou a ambição dos investidores, a audácia e a coragem dos navegadores, a ousadia, a imaginação e o espírito inovador de um povo determinado em vencer o medo de descobrir?

(Pereira, Ferreira, & Figueiredo, 2007, p. 6)

Índice

Índice de tabelas

Índice de Ilustrações

Introdução

Atualmente, a palavra empreendedorismo invade a linguagem quotidiana da população, especialmente nas sociedades mais desenvolvidas. Este conceito tornou-se um acontecimento global considerado pelos especialistas como fundamental para o progresso de toda e qualquer sociedade.

> (…) o empreendedorismo, é hoje considerado um fenômeno tanto econômico quanto cultural, sendo alvo de uma série de estudos em que pesquisadores de todo o mundo, em diversos campos do saber, tentam explorar e compreender o seu papel no processo de desenvolvimento e crescimento econômico e social dos países, sob o ponto de vista da geração de riquezas. (Souza M. B., 2006, p. 18)

Mas para o comum dos mortais que não se dedicaram a tais estudos, há a urgência de compreender como terá surgido o conceito de empreendedorismo, qual a sua definição, quem o promove e quem o poderá promover e de qual forma o poderão fazer, e finalmente porquê e para quê o empreendedorismo. Todas estas questões são pertinentes quando são exigidas mudanças comportamentais nas atitudes da população, aquando da ambição do progresso quer social, quer económico.

Um dos principais meios para uma reeducação social é a escola. Sendo assim, será necessário fundamentar o porquê do empreendedorismo no âmbito escolar e quais as adaptações que esta entidade terá de sofrer para se ajustar ao fenómeno.

Todos os elementos da comunidade educativa têm o seu papel na formação académica e social do aluno. Em específico, o papel atribuído aos docentes, revela-se fulcral nessa formação por estes serem os responsáveis na transmissão direta e indireta dos conhecimentos e representarem modelos para os seus alunos. Portanto, é necessário compreender a relevância da implementação do empreendedorismo, por meio de uma ação direta do professor e consequentemente quais as benesses de uma adaptação no trabalho realizado na sala de aula.

Dada a dimensão das áreas de conhecimento e considerando uma utopia a transformação e reajuste de todos os profissionais do ensino para uma educação voltada para o empreendedorismo, a mudança na educação deverá ser progressiva.

Devido à relação inequívoca entre os cursos ciências e tecnologias, os cursos socioeconómicos e o desenvolvimento de competências específicas focadas para o progresso e inovação, poderá ser fomentado, em primeira instância, o empreendedorismo nas disciplinas transversais.

A disciplina de matemática dedica-se ao desenvolvimento do raciocínio lógico, tendo por base algoritmos e técnicas de cálculo que permitem a resolução de problemas.

Compreender de que forma as aulas de matemática poderão contribuir na formação do aluno enquanto empreendedor é entender o verdadeiro objetivo dos educadores matemáticos que visam, para além da transmissão de conhecimentos científicos, incutir no aluno uma atitude crítica, estimulando a capacidade reflexiva e dedutiva que ultrapasse o âmbito escolar.

Uma educação matemática para a sociedade pressupõe um trabalho interdisciplinar que explore a ligação entre a matemática, a economia e o empreendedorismo. Explicitar o porquê de ser imperativo ao educador procurar introduzir na consolidação dos conceitos científicos, o máximo de aproximação possível ao mundo real será expor uma das soluções propostas para uma educação/formação de empreendedores.

Todavia, não será esta solução uma solução única. Ao longo dos anos vários educadores empreendedores dinamizaram atividades, estabeleceram protocolos e adaptaram as suas técnicas letivas, de modo, a cumprirem os pressupostos de uma educação para a formação de empreendedores.

Com base numa fundamentação teórica que pretende explorar as implicações supracitadas surge a motivação para um estudo que prevê interrelacionar os conceitos de empreendedorismo e de matemática.

> A motivação está ligada à dinâmica do comportamento das pessoas. Motivar é estimular as pessoas a fazer algo ou de se comportar de determinado jeito. A motivação está intimamente relacionada com as necessidades pessoais. Assim, as necessidades direcionam o comportamento daqueles que procuram satisfazer carências pessoais. Tudo o que leva a alguma satisfação dessas necessidades motiva o comportamento, isto é, provoca as atitudes das pessoas. (Chiavenato, 2007, *apud* Júnior, 2013, p. 43)

Para além da motivação para enveredar pela via do ensino, sempre considerei explorar a área económica, tendo em conta a minha formação, enquanto aluna do ensino secundário, no curso das ciências socioeconómicas.

A disciplina de matemática sempre despertou a minha curiosidade desde os tempos de aluna. O facto de ser uma das áreas em que me fui apercebendo das dificuldades e até mesmo de uma certa “aversão” a esta disciplina, desafiou-me a encontrar estratégias, agora enquanto professora que levassem os alunos a compreender a importância e a desenvolver o gosto pela matemática.

Ao mesmo tempo, ao longo desse percurso, participei em diversas atividades e projetos extracurriculares, especialmente, voltados para a iniciativa e a criatividade, o apelo à inovação e a aceitação ao risco do desafio, o que se revela no empreendedorismo, ou não poder-me-ia considerar uma jovem da geração Y, compreendida entre 1980 e 1999.

> O que há de tão singular na Geração Y, a geração da tecnologia, da criatividade e liderança, uma geração de empreendedores natos. A transgressão como ferramenta de inovação e busca da satisfação imediata de seus sonhos são algumas das mais marcantes características dos jovens nos dias atuais, conhecidos como Geração Y. (Oliveira, 2010 *apud* Rosa, 2011, p.10)

A partir dos discursos apresentados emergiu o sequente problema de investigação: Compreender a aprendizagem da matemática e do empreendedorismo em contexto escolar. De modo a dissecar este problema, foram estruturadas as seguintes questões de investigação:

I. Como é que os alunos aprendem a empreender com a matemática?;
II. Qual é a importância da matemática no desenvolvimento de comportamentos empreendedores nos alunos?;
III. Em que medida a realização de projetos interdisciplinares influenciam a postura do jovem empreendedor e aluno de matemática?;
IV. De que forma projetos extracurriculares, em particular, o projeto Tampinhas e o projeto rs4e potenciam a simbiose matemática/empreendedorismo?.

Segundo uma metodologia qualitativa baseada na obra de Robert K. Yin (2011) foi desenvolvida uma investigação que se impulsionou no meio escolar e que decorreu ao longo de um ano letivo.

Este tipo de metodologia tão abrangente permitiu uma aproximação direta com o meio e com os intervenientes da ação, onde foi possível vivenciar e registar não só a componente concetual, como também toda a envolvência motivacional.

A adoção desta metodologia garantiu a possibilidade de recolher dados suficientemente passíveis de uma observação, interpretação e conclusão, que traduzem na íntegra a realidade experienciada em comunidade escolar e em paralelo fundamentam as respostas às questões enumeradas acima.

Em suma, como forma de reflexão da natureza da geração Y, considerada a geração dos empreendedores é, portanto, apresentado um trabalho desenvolvido em estágio curricular, onde as aulas de matemática foram palcos de empreendedorismo, nos quais o professor Y encenou e orientou os seus educandos em cada ato da dramaturgia do Progresso.

1. Empreendedorismo

1.1. Breve Introdução Histórica

Segundo vários investigadores, tais como, Mota, Dos Santos e Silva (2004, p. 25), a etimologia da palavra empreendedorismo remonta-nos à França do século XII, com o termo "entrepreneur" associado ao indivíduo mentor de brigas.

Posteriormente, já no século XVI, este termo propagou-se na língua inglesa como "interpreneurship" num aplicação mais prática, relativo a atitudes e ideias. Segundo o irlandês Richard Cantillon, escritor e economista, este termo estaria ligado a um indivíduo capaz de assumir riscos e não do investidor, aquele que apenas disponibiliza o capital quando reconhece margens de lucro garantidas. No mesmo contexto económico empresarial, o escocês Adam Smith, economista, associou ao termo empreendedor o sentido de "criador de riquezas".

Já no século XVII e segundo Sanches (2012, p. 19) que reflete sobre a investigação de Leite (2002) um seguidor do trabalho do economista Joseph Schumpeter (1946), afirma que empreendedor é aquele que assume "o risco de criar um novo empreendimento".

Nos séculos seguintes XVIII, XIX e até meados do século XX, o empreendedorismo centra-se como objeto de estudo de pensadores e defensores do liberalismo económico (Chiavenato *apud* Junior, 2013). Segundo Souza M. B. (2006, pp. 1,2) os economistas, Jean-Baptiste Say (1827) considerado o pai do empreendedorismo, e o economista austríaco Joseph A. Schumpeter (1934) foram os impulsionadores do empreendedorismo, pois associaram ideias relativas ao empreendedorismo e ao empreendedor, identificando o seu papel fundamental no desenvolvimento económico, no âmbito da inovação e captação de momentos chave de negócio, concluindo que os empreendedores seriam portanto, agentes de mudança (pp. 76, 77).

Já no final do século XX, e de acordo com o trabalho de Sanches (2012, p. 19), em 1970 Peter Drucker introduziria o conceito de risco, ao defender que a pessoa na sua natureza empreendedora, teria de arriscar em algum negócio. Em 1985, Gifford Pinchot surge com o conceito de intra-empreendedor, distinguindo o empreendedor autónomo e independente do empreendedor que age a partir de uma organização.

Com a formação da União Europeia, unificaram-se e massificaram-se forças e esforços para o bem-estar e crescimento social e económico da sociedade. Tal união reflexiva, evidenciou a ligação inequívoca de dependência da sociedade com o mundo empresarial. De acordo com os investigadores, a qualidade de vida dos indivíduos e do seu meio ambiente e a satisfação de necessidades sociais económicas, culturais e políticas dependem existencialmente das empresas e da sua ação. Nas últimas décadas do século passado agravou-se o fator desemprego e este problema não só abalou toda a conjuntura económica e social, como colocou o empreendedorismo em foco na agenda económica e política da União Europeia. (Pereira et al., 2007, p. 5)

O estudo do empreendedorismo foi ponto de mudança no trabalho realizado pelos líderes europeus, que após a compreensão e aceitação deste conceito entenderam o papel fulcral do indivíduo como empreendedor.

“ (...) potencial humano, potencial este que é o único verdadeiro recurso da Europa para rumar ao futuro numa Sociedade do Conhecimento e da Informação.” (Pereira et al., 2007, p. 13)

Em Portugal, o tema do empreendedorismo foi introduzido em Março de 2000, em Lisboa, na conhecida Cimeira de Lisboa. Com base nos estudos dos supracitados investigadores, o empreendedorismo foi defendido como uma das áreas cruciais de atuação do programa “Educação e Formação 2010”, apresentado pela Sociedade do Conhecimento e da Informação. Consequentemente, em 2002, dando continuidade ao trabalho que ao longo dos anos foi desenvolvido assente na ideia do empreendedorismo, surge um programa de trabalho que vai ao encontro da implementação das ideias alinhavadas em 2000 e que tem como mote o empreendedorismo e a inovação empresarial. No seguimento destes dois programas seguiram-se outros projetos de incentivo ao empreendedorismo, quer a nível nacional, quer a nível europeu bem como a nível mundial.

> No momento atual, que alguns chamam de era do empreendedorismo, “são os empreendedores que estão eliminando barreiras comerciais e culturais, encurtando distâncias, globalizando e renovando os conceitos econômicos, criando novas relações de trabalho e novos empregos, quebrando paradigmas e gerando riqueza para a sociedade” (Dornelas, 2001, *apud* Souza M. B., 2006, p.75)

Na mesma linha de pensamento, emerge a afirmação do indivíduo na sua vertente de polivalência evidenciada nos estudos de Pereira et al. (2007, p.13), que relevam o fator mudança e adaptação às necessidades e exigências do mundo atual, por parte do indivíduo.

> A noção de que uma pessoa pode fazer todo o seu percurso profissional estando vinculada a um único emprego ou local de trabalho é hoje nada mais que uma utopia. (...) mobilidade profissional e às trocas de emprego, implicando um reconhecimento e valorização das novas capacidades profissionais como a flexibilidade, a mobilidade, o demonstrar iniciativa, a disponibilidade e vontade para assumir responsabilidades, o ser capaz de trabalhar em equipa. (Pereira et al., 2007, p. 13)

É nesta ótica de pensamento que se encerra o trabalho Kühner (in Oliveira, 2010, *apud* Rosa, 2011, p. 4), onde a autora refere que "vivemos um tempo de intensas mudanças, e não existe nada que se torne sustentável no tempo que não tenha começado pequeno, simples e não tenha se originado de uma mudança (p.17).

Foi neste sentido que o empreendedorismo tomou notoriedade, passou a ser objeto de estudo para muitos e consagrou-se ponto assente na vida de todos e de cada um, o que veio fundamentar a analogia de Timmos (1994, *apud* Dolabela, 2006, p. 30) em que "o empreendedorismo é uma revolução silenciosa, que será para o século 21 mais do que a revolução industrial foi para o século 20".

1.2. Definição do Conceito Empreendedorismo

Encontrar uma única definição para o termo empreendedorismo, que complemente a amplitude do seu verdadeiro significado tem sido tarefa árdua para os investigadores que se dedicaram à análise deste conceito.

Numa tentativa de definir empreendedorismo, tornou-se imprescindível analisar as suas múltiplas perspetivas. Uma ideia defendida pelos investigadores que vai ao encontro dos resultados evidenciados por Hisrich & Peters (2004) na medida em que estes afirmam que o empreendedorismo poderá ser entendido segundo dois prismas, nomeadamente, aquele que correlaciona aspetos de foro social, psicológico e comportamental e ainda aquele que explora aspetos económicos, onde as capacidades criativa e inovadora do empreendedor consideram-se componentes principais associadas ao progresso.

Dando ênfase a este raciocínio e com base na sua investigação, Dolabela (2006, pp. 29, 30) evidencia que para dar significado a este conceito, urge entender o sujeito enquanto empreendedor e as características do seu perfil, bem como o seu meio de origem e o meio onde atua e está inserido. Este autor destaca o contexto empresarial onde, de forma geral, o empreendedorismo é associado não só à criação de empresas, como também, ao trabalhador independente e empregador e ainda, ao empreendedorismo comunitário e às políticas governamentais.

Ao encontro dos supracitados autores, Júnior (2013, p. 13), professor na área do empreendedorismo, consciencializando as ideias de Dornelas (2007), acrescenta três pontos fulcrais no que diz respeito ao comportamento do empreendedor, aquando a definição de empreendedorismo, que são: a iniciativa e a paixão que se empreende na criação de uma nova ideia de negócio; a utilização criativa dos recursos disponibilizados com o intuito da transformação do ambiente social e económico a que pertence; a capacidade de reconhecer e assumir riscos, não omitindo a hipótese de fracasso.

De entre várias definições, é de salientar algumas significações que explicitam as ideias acima apresentadas nas distintas vertentes do conceito empreendedorismo.

Tendo por base o significado etimológico da palavra e o sentido ideológico do empreendedor enquanto indivíduo de uma sociedade, Boava e Macedo (2006, *apud* Mocellin, Vasconcelos, Ferreira, & Scherne, 2010, p. 4) destacam " (...) que o seu sufixo "ismo" designa movimentos sociais, ideológicos, políticos, opinativos, religiosos e personativos".

Nessa ótica, o empreendedorismo é definido como "protagonismo social, rutura de laços de dependência, crença dos indivíduos e das comunidades na própria capacidade de construir o seu desenvolvimento pela cooperação entre os diversos âmbitos político-sociais que a caracterizam" (Franco, 2000, *apud* Souza M. B., 2006, p. 72). Acresce ainda o facto de ser, "um termo que implica em uma forma de ser, uma conceção de mundo, uma forma de se relacionar [...] é um fenômeno cultural, ou seja, empreendedores nascem por influência do meio em que vivem". (Dolabela, 2006, *apud* Saes & Pita, 2007, p. 35).

Ainda na mesma vertente, são vários os investigadores que constroem uma definição de empreendedorismo centrada na atitude comportamental do empreendedor. Barbosa equipara a este conceito, *à priori*, "emoção, sonho, o indefinido, o incerto e fundamentalmente a priorização do ser em relação ao saber" (Barbosa, 2014, p. 4), justifica, afirmando que o empreendedorismo:

> nasce por meio de sonhos, através de pessoas motivadas por fatores pessoais, como a necessidade de realização pessoal e profissional ou a necessidade de afiliação, como também, no empreendedorismo social onde pessoas vislumbram e almejam chegar a determinado objetivo em união com outros indivíduos. (Barbosa, 2014, p. 3)

Conforme Pereira et al. (2007) o ato de empreender pressupõe, "fundamentalmente encarar a realidade como um conjunto de oportunidades de mudança e de inovação, assumindo o desejo e mobilizando a energia necessária para a sua transformação" (p. 9).

Seguindo essa linha de pensamento, o empreendedorismo é tido "como um aspeto da ação humana, onde todos os atos individuais de arbítrio são, em vários graus, expressões de atitudes empreendedoras, tais como motivação, inovação, competitividade e aspiração de rápido crescimento, e que podem ser sistematicamente e rigorosamente estudadas." (Ferreira, 2009, in Global Entrepreneurship Monitor (GEM), *apud* Júnior, 2013, p. 13).

Souza M. B. (2006, p.68) denota que "uma particularidade do empreendedorismo está no fato de não se basear tão simplesmente em conhecimentos, mas também em saber-fazer (ou em "know how"), em saber-ser, em saber-evoluir e em saber-viver harmoniosamente consigo mesmo e com os outros." Esta afirmação vai ao encontro da ideia defendida por Azevêdo & Dantas (2010, p. 5), que classificam o empreendedorismo como um exercício intensivo, ideal para desenvolver a capacidade não só de criatividade, mas também, o de ultrapassar desafios e, além disso, fortificar conquistas. Com base nos trabalhos de Dolabela (1999, p. 33), estes autores, acrescentam o facto de não existirem quaisquer estigmatismos ou moldes associados ao empreendedorismo, por não se tratar de uma ciência, em conformidade com o afirmado, estão Rehfeldt & Martins (2012, p. 6), que citando Peter Drucker (2000), afiançam que "o empreendedorismo não é nem arte, nem ciência, ele é, sim, uma prática."

Já no que diz respeito à vertente económica, Souza M. B. (2006, p.68) apresenta a definição de ""empreendedorismo" como um processo que gera valor e de "empreendedor", como vetor desse processo". De igual forma, Pandolfi & Lopes (2013, p. 178) enfatizam essa relação intrínseca, ao citarem Dornelas (2008, p.22) que define o empreendedorismo, como sendo o "envolvimento de pessoas e processos que, em conjunto, levam à transformação de ideias em oportunidades. E a perfeita implementação destas oportunidades leva à criação de negócios de sucesso".

Segundo os dados do GEM (2012), os autores Mauer, Klauck, Guimarães, & Severo (2013, p.3), denominam por empreendedorismo "toda e qualquer tentativa de criar um novo empreendimento, ou seja, abertura de uma atividade autônoma, criação de um empreendimento ou até mesmo a expansão de um empreendimento já existente". Tais premissas encerram-se na visão de Sanches (2012, p. 20) que descreve o empreendedorismo como um:

> processo dinâmico a partir do qual os indivíduos são capazes de tomar iniciativas, de projetarem soluções inovadoras, criando empreendimentos rentáveis, correndo riscos a partir de uma ideia baseada numa oportunidade de mercado, de forma a contribuir para o desenvolvimento sustentável.

As perspetivas dos distintos autores, corroboram com a ideia de Hisrich & Peters (2004, *apud* Souza M. B., 2006).

> Do ponto de vista econômico, o empreendedorismo pode ser compreendido como o processo de criar algo novo com valor dedicando o tempo e o esforço necessários, assumindo os riscos financeiros, psíquicos e sociais correspondentes e recebendo as consequentes recompensas da satisfação e independência econômica e pessoal (p. 67 e 68).

É na conjugação dos pontos de vista dos supracitados autores que vários investigadores encontram a significação para o conceito empreendedorismo pois, o acima apresentado, não só engloba, como sintetiza os aspetos fulcrais para a sua compreensão.

Ambas as vertentes pelas quais os investigadores mencionados direcionaram os seus estudos, revelam a importância do sujeito, quer a partir da sua formação, quer até à forma como atua e recebe retorno do seu empreendimento. Dolabela (2006, p.31) expõe tal importância, ao afirmar que a palavra empreendedorismo só toma sentido, quando relacionada com todas as ações do sujeito empreendedor, refletindo nas suas atitudes e características inerentes ao seu comportamento.

> Em 1934, o economista austríaco Joseph Schumpeter in Dornelas (2006, p.37) definiu-o como: "[...] aquele que destrói a ordem econômica existente pela introdução de novos produtos e serviços, pela criação de novas formas de organização ou pela exploração de novos recursos materiais. [...]"(...)pois retrata a essência do espírito empreendedor (Rosa, 2011, p.10).

O economista Schumpeter alude à essência de um espírito empreendedor. Adicionalmente, os seus seguidores destacam a existência de um conjunto de caraterísticas inatas ao sujeito, que quando aliadas a uma formação adequada distinguem um indivíduo de um indivíduo empreendedor. Dornelas (2003, *apud* Mauer et al., 2013, p. 3) aponta às singularidades do sujeito, ao afirmar que o processo empreendedor "exige diferenciação nas pessoas, as pessoas possuem motivação especial, singular, amam as atividades que realizam, querem se destacar perante os demais, buscando o reconhecimento e a admiração, buscam o exemplo." Souza M. B. (2006, p.88) reflete no que diz respeito à transformação do sujeito, esclarece que "a formação do empreendedor passa pela aquisição de conhecimentos, habilidades, experiências, capacidade criativa e inovadora."

Em síntese, compreender e definir o empreendedorismo contempla conhecer e explorar o perfil do empreendedor, com o objetivo de adequar a sua instrução e garantir que na sua formação desenvolve e atinge todas as suas potencialidades, como referem Azevêdo & Dantas (2010, p. 3), "é a soma da: coragem, vontade, garra, determinação, inovação, criatividade e outras qualidades que geram sucesso."

2. Porquê Empreender? Ser Empreendedor

2.1. Perfil Empreendedor

> (...) o empreendedor não é um capitalista, embora precise de capital como em qualquer atividade econômica. Ele também não é um investidor, apesar de assumir riscos. Não é um empregador, embora possa ser um empregado ou alguém que trabalha sozinho e exclusivamente para si mesmo. (Drucker apud Souza M. B., 2006, p. 78)

É na procura de uma definição de empreendedorismo que surge o conceito de empreendedor. Foram vários os investigadores que, ao longo dos tempos, procuraram esta significação. No trabalho de Pinheiro (2001, *apud* Mauer et al., 2013, pp. 4, 5) é-nos apresentado um quadro síntese que expõe cronologicamente, entre 1934 e 1998, o empreendedor na ótica de diversos autores.

Autor	Definição
Shumpter (1934)	Empreendedor é aquele que destrói a ordem económica existente, pela introdução de novos produtos e serviços e pela criação de novas formas de organização ou pela exploração de novos recursos materiais. O empreendedor é aquele que realiza coisas novas e não necessariamente aquele que inventa.
Belshaw (1955)	O empreendedor é alguém que toma iniciativa nos recursos administrativos.
McClelland (1961)	O empreendedor é definido como alguém que exercita controlo sobre os meios de produção e produtos e produz mais do que consome a fim de vendê-los (ou trocá-los) pelo pagamento ou renda.
Aitkem (1965)	Por definição, empreendedorismo sempre envolve explícita ou implicitamente a ideia de inovação.
Rosenberg (1967)	Alguém que assume risco financeiro da iniciação, operação e gerenciamento de um dado negocio ou empresa.
Baumol (1968)	O empreendedor tem uma função diferente. É seu trabalho localizar novas ideias e coloca-las em prática. Ele deve liderar, e ainda inspirar não pode deixar as coisas se tornem rotineiras e que a prática de hoje jamais será suficientemente boa para amanha.
Kirzner (1970)	Empreendedor é aquele que cria um equilíbrio, encontrando uma posição clara e positiva em um ambiente de caos e turbulência.
Amar Bhide (1971)	Trata-se simplesmente daquele que localiza e aproveita uma oportunidade de mercado criando a partir dai um novo negócio.

Hornaday (1971)	Comparado aos homens em geral, empreendedores estão significativamente em maior escala, refletindo necessidades de realização, independência e eficácia de sua liderança e estão em menor escala, refletindo ênfase nas necessidades de manutenção.
Palmer (1971)	Tomar decisões sobre diversos graus de incerteza vem a ser uma característica fundamental do empreendedor.
Peter drucker (1974)	A criatividade não depende de inspirações, mas de estudo árduo, um ato de vontade. Assim como a pesquisa sistemática, pode resultar na invenção, também pode haver uma busca premeditada de oportunidades para inovar. Quem souber onde e como encontra-la será o empreendedor.
Brereto (1974)	Empreendedorismo é a habilidade de criar uma atividade empresarial crescente onde não existia nenhuma anteriormente.
Mancuso (1974)	O empreendedor é aquele que cria uma empresa próspera do nada.
Kierulff (1975)	Há evidências de que as características empresariais e comportamentais podem ser desenvolvidas. O empreendedor é acima de tudo generalista deve saber um pouco sobre tudo.
Shapiro (1975)	Em quase todas as definições de empreendedorismo há um consenso e estamos falando de um tipo de comportamento que inclui a tomada de iniciativa; organização e reorganização de mecanismos socioeconómicos, para transformar recursos e situações em contas práticas; aceitação do risco e fracasso. O principal recurso usado pelo empreendedor é ele mesmo.
Kets de Vries (1977)	O empreendedor satisfaz um número de funções que podem ser resumidas em inovação, gerenciamento, coordenação e risco.
Schuwarts (1977)	Empreendedor é um investidor, um mercador ou simplesmente alguém que busca independência que usa uma oportunidade para desenvolver seus talentos para fundar uma nova companhia.
Lynn (1978)	O empreendedor é também alguém criativo no sentido de que tenha de criar um novo produto ou serviço na imaginação e então, deve ter energia e autodisciplina de transformar a nova ideia em realidade.
Komives (1979)	O empreendedor é alguém que inicia um negócio onde geralmente não existia ninguém antes dele.
Casson (1982)	Um empreendedor é alguém que se especializa em tomar decisões determinantes sobre a coordenação de recursos escassos.
Jasse (1982)	Empreendedorismo é a apropriação e a gestão dos recursos humanos e materiais dentro de uma visão de criar, de desenvolver e de implantar resoluções permanentes, de atender as necessidades dos indivíduos.
Carland (1984)	Um empreendedor é um individuo imaginativo, caracterizado pela de fixar alvos e objetos.
Filion (1986)	Um empreendedor é um individuo imaginativo, caracterizado pela de fixar alvos e objetivos.
Julien (1986)	O empreendedor é aquele que não perde a capacidade de imaginar, tem uma grande confiança em si mesmo é entusiasta, tenaz, ama resolver problemas, ama dirigir, combate a rotina, evita constrangimento.

Lance (1986)	Empreendedor é uma pessoa que congrega riscos, inovação, liderança, vocação artística habilidade e perícia profissional em uma fundação sobre a qual constrói um equipe motivada.
PRODE Sebrae (PR) (1998)	Empreender é exercer a capacidade de imaginar, planejar e pôr em pratica seus sonhos e projetos. Em resume é fazer acontecer.

Tabela 1: Definições de empreendedorismo (Pinheiro, 2001, *apud* Mauer et al., 2013, pp. 4, 5).

Dando seguimento às supracitadas conceções, Dolabela (2006, p. 29) corroborando com o pensamento de Louis Jacques Filion (1991), reforça a ideia de que o empreendedor é um indivíduo capaz de identificar oportunidades de negócio e nichos de mercado, de reestruturar os recursos de forma a organizar para progredir. Afirmam-no como detentor da capacidade de converter simples ideias e sonhos em realidade.

Posteriormente, os investigadores Hisrich & Peters (2004), ao focarem três vertentes diferentes para o termo empreendedor, acrescentam que num mundo empresarial, o empreendedor pode ser visto, quer como uma ameaça ou um concorrente, quer como um aliado, um provedor, alguém que gera riqueza para os outros. Numa ótica do empreendedor enquanto indivíduo, Oliveira (2007), citado por Sanches (2012, p. 21), identifica-o como uma pessoa inquieta perante o estado das coisas, possuidor de uma atitude dinâmica e visionária com foco na inovação. Uma ideia que vai ao encontro da visão de Saes & Pita (2007, p. 39), na medida em que os autores acentuam que é através das pessoas e da sociedade que o empreendedor vê o caminho para a sua aprendizagem.

Os autores Maruyama, Maciel, Carvalho, Queiroz, & Silva (2013, p.12) afirmam que a sede pela inovação não é comum a todos os indivíduos, a procura pelo não óbvio e a coragem para enfrentar e assumir o desconhecido são características de alguns. Ter a capacidade de ver oportunidades, onde a maioria das pessoas vê riscos é um fator decisivo no campo da produção de novo conhecimento.

“Para um psicólogo, tal pessoa é geralmente impulsionada por certas forças – a necessidade de obter ou conseguir algo, experimentar, realizar ou talvez escapar à autoridade de outros.” (Souza M. B., 2006, p. 76)

O supracitado autor, na continuidade da sua investigação e baseado nos estudos de Chiavenato (2004), revela que este indivíduo, embora condicionado não só por características pessoais, como também culturais e sociais, é o que é capaz de ““fazer as coisas acontecerem”, por ser dotado de sensibilidade para os negócios, ter criatividade e um alto nível de energia e por demonstrar imaginação e perseverança” (p. 78 e 79).

Segundo os estudos de Júnior (2013, p. 23), numa reflexão sobre o trabalho do autor Ronald Degen (2009), existem duas caraterísticas fulcrais num empreendedor, sendo a primeira a de não se conformar com o mundo e tentar adaptá-lo à sua forma de ser e pensar e a segunda, uma necessidade irrefutável de minimizar o fator risco e assumir sacrifícios pessoais para obter sucesso.

É um conjunto de singularidades, caraterísticas, habilidades e competências que constitui o perfil do empreendedor. Este tem a particularidade de ter um perfil mutável, no sentido em que é diretamente influenciado pelos fatores tempo e localização. O autor Júnior (2013, p. 23), na sua investigação, diferencia o empreendedor que se inicia no mercado, daquele que já atua há algum tempo e reforça a ideia de Dolabela (1999) de que o perfil de um empreendedor pode variar de um lugar para o outro, uma vez que um ambiente pode ser mais ou menos propício ao empreendedorismo. Estes aspetos justificam a ideia de que "não existe um perfil único que defina um empreendedor de sucesso." (Azevêdo & Dantas, 2010, p. 7)

Embora não exista nenhuma chave exclusiva para o êxito e não se possa dizer que este seja resultado de um combinado de caraterísticas comportamentais, são vários os autores que defendem a existência de determinadas particularidades associadas ao tipo de indivíduo empreendedor. Certamente pode-se afirmar que um conjunto de condições, presentes no indivíduo, contribuirão para o seu sucesso como empreendedor. (Azevêdo & Dantas, 2010, p. 7)

Nos estudos de Mauer et al. (2013, pp. 6, 7), é-nos apresentado um quadro onde Dornelas (2001), com base na sua investigação, procurou traçar o perfil do empreendedor e de um modo geral, focar as caraterísticas daquele que "é protagonista e autor de si mesmo e da comunidade em que vive" (Saes & Pita, 2007, p. 35) na busca pela prosperidade.

São Visionários	Eles têm uma visão de como será o futuro para o seu negocio e sua vida e, o mais importante: eles têm a habilidade de implementar seus sonhos.
Sabem tomar decisões	Eles não se sentem inseguros, sabem tomar as decisões corretas na hora certa, principalmente nos momentos de adversidade, sendo isso um fator chave para o seu sucesso. E mais: alem de tomar decisões, implementam suas ações rapidamente.
São indivíduos que fazem a diferença	Os empreendedores transformam algo de difícil definição, uma ideia abstrata em algo concreto, que funciona, transformando o que é possível em realidade (Kao, 1989: Ket de Vries, 1997). Sabem agregar valor aos serviços e produtos que colocam no mercado.
Sabem explorar ao máximo as	Para a maioria das pessoas, as boas ideias são daqueles que a veem primeiro, por sorte ou acaso. Para os visionários (os empreendedores), as boas ideias são geradas daquilo que todos conseguem ver, mas não

oportunidades	identificam algo pratico para transformá-las em oportunidade, por meio de dados e informação. Para Shumpeter (1949), o empreendedor é aquele que quebra a ordem corrente e inova, criando mercado com uma oportunidade identificada. Para Kirzner (1973), o empreendedor é aquele que cria o equilíbrio, encontrando uma posição clara e positiva em um ambiente de caos e turbulência, ou seja, identifica oportunidades na ordem presente. Porém, ambos são enfáticos em afirmar que o empreendedor é um exímio identificador de oportunidades, sendo um individuo curioso e atento a informações, pois sabe que suas chances melhoram quando seu conhecimento aumenta.
São determinados e dinâmicos	Eles implementam suas ações com total comprometimento. Atropelam as adversidades, ultrapassando os obstáculos, com uma vontade impar de “fazer acontecer”. Mantêm-se sempre dinâmicos e cultivam um certo inconformismo diante a rotina.
São dedicados	Eles se dedicam 24h por dia, 7 dias por semana, ao seu negócio. Comprometem o relacionamento com amigos, com a família, e até mesmo com a própria saúde. São trabalhadores exemplares, encontrando energia para continuar, mesmo quando encontram problemas pela frente. São incansáveis e loucos pelo trabalho.
São otimistas e apaixonados pelo que fazem	Eles adoram o trabalho que realizam. E é esse amor ao que fazem o principal combustível que os mantem cada vez mais animados e auto determinados, tornando-os os melhores vendedores de seus produtos e serviços, pois sabem, como ninguém como fazê-lo. O otimismo faz com que sempre enxerguem o sucesso, em vez de imaginar o fracasso.
São independentes e constroem o próprio destino	Eles querem estar a frente das mudanças e ser donos do próprio destino. Querem ser independentes, em vez de empregados; querem criar algo novo e determinar os próprios passos, abrir os próprios caminhos, ser o próprio patrão e gerar empregos.
Ficam ricos	Ficar rico não é o principal objetivo dos empreendedores. Eles acreditam que dinheiro é consequência do sucesso dos negócios.
São lideres e formadores de equipes	Os empreendedores têm um senso de liderança incomum. E são respeitados e adorados pelos seus funcionários, pois sabem valoriza-los, estimula-los e recompensa-los formando um time em torno de si. Sabem que para obterem êxito e sucesso, dependem de uma equipe de profissionais competentes. Sabem ainda recrutar as melhores cabeças para assessorá-los nos campos onde não detêm o melhor conhecimento.
São bem relacionados (networking)	Os empreendedores sabem construir uma rede de contatos que os auxiliam no ambiente externo da empresa, junto a clientes, fornecedores e entidades de classe.

São organizados	Os empreendedores sabem obter e alocar os recursos materiais, humanos tecnológicos e financeiros, de forma racional, procurando o melhor desempenho para o negócio.
Planejam, planejam planejam.	Os empreendedores de sucesso planejam cada passo de seu negócio, desde o primeiro rascunho do plano de negócio, ate a apresentação do plano a investidores, definição de estratégias de marketing do seu negócio, etc… sempre tendo como base a forte visão de negócio que possuem.
Possuem conhecimento	São sedentos pelo saber e aprender continuamente, pois sabem que quanto maior o domínio sobre o ramo de negócio, maior é sua chance de êxito. Esse conhecimento pode vir da experiência pratica de informações obtidas em publicações especializadas, em cursos, ou mesmo de conselhos de pessoas que montaram empreendimentos semelhantes.
Assumem riscos calculados	Talvez essa seja a característica mais conhecida dos empreendedores. Mas o verdadeiro empreendedor é aquele que assume riscos calculados e sabe gerenciar o risco, avaliando as reais chances de sucesso. Assumir risco tem relação com desafios. E para o empreendedor, quanto maior o desafio, mais estimulante será a jornada empreendedora.
Criam Valor para a sociedade	Os empreendedores utilizam seu capital intelectual para cria valor para a sociedade, com a geração de empregos, dinamizando a economia e inovando, sempre usando sua criatividade em busca de soluções para melhorar a vida das pessoas.

Tabela 2: Características dos empreendedores de sucesso (Dornelas, 2001, *apud* Mauer et al. pp. 6, 7)

Posteriormente, Azevêdo & Dantas (2010, p. 7), bem como Sanches (2012, p. 22, 23), corroborando com as ideias apresentadas por Dornelas (2001), sumariam como caraterísticas inerentes ao empreendedor de sucesso, a aceitação do risco, a ambição, a persistência suplantando o fracasso e a rejeição, a aprendizagem no erro, a autoconfiança e automotivação, a capacidade de trabalho em equipa, o domínio de conhecimentos técnicos, o controle e organização, o planeamento, a criatividade, o poder de decisão e de liderança, a intuição e perspicácia empresarial, a determinação, iniciativa e eficiência, a energia, o otimismo e a flexibilidade.

Segundo Barbosa (2014, p.4), há que ainda acrescentar a ideia de Bernardi (2003,p.64) relativo à habilidade de equilibrar "sonho" e realização, Dolabela (2006, p. 39), baseado nas pesquisas de Timmons (1994) e Hornaday (1982) define-o o como sonhador realista, uma caraterística esmiuçada por Portigliatti (2006, *apud* Olivieri, 2006, p. 54), na medida em que este afirma que o empreendedor "é alguém que tem atitude e habilidade para aplicar o conhecimento transformando, com ousadia, a visão em realidade".

As supracitadas caraterísticas perfazem o perfil do empreendedor e distinguem-no de todos os restantes indivíduos que compõem a sociedade. Azevêdo e Dantas (2010, p. 5), inspirados na visão de Dornelas (2007) de que para ser empreendedor não é necessário ser empresário, salientam a ideia recíproca de que nem todo empresário pode ser considerado um empreendedor. Chiavenato (2004, *apud* Rosa, 2011, p. 7) justifica-o também dizendo que o empreendedor não se limita àquele que funda novas empresas ou constrói novos negócios e declara-o como sendo "a energia da economia, a alavanca de recursos, o impulso de talentos, a dinâmica de ideias."

2.2. Competências do Empreendedor

O mundo está em constante mudança, em especial para o empreendedor, que procura continuamente por novas formas de transformar a realidade. É o conjunto das suas caraterísticas singulares que lhe permite alcançar o sucesso e é na sua ação, na forma como articula os seus conhecimentos, capacidades e atitudes que se determinam as suas competências.

Segundo Wenger (1998, *apud* Fernandes & Matos, 2004, p. 7) "a competência é criada e definida na acção." O indivíduo pode possuir as caraterísticas inerentes ao perfil empreendedor e no entanto não empreender. São as competências passíveis de observação nos seus comportamentos e desempenhos que permitem distinguir o simples indivíduo, do autêntico empreendedor.

De acordo com o estudo de vários investigadores, o termo competência está associado a três campos de saber, ao Saber - Saber, campo dos conhecimentos, ao Saber - Fazer, relativo às capacidades e ao Saber - Ser ou Saber - Estar, plano das atitudes do indivíduo. Especificamente, na ótica do empreendedorismo, Dornelas (2001, *apud* Souza M. B., 2006, p.90) reconhece supracitadas áreas de classificação e intitula-as de habilidades técnicas, habilidades gerenciais ou administrativas e habilidades empreendedoras, respetivamente. Posteriormente, por Hirish & Peters (2004, *apud* Souza M. B., 2006, p. 91) em *Educação e Empreendedorismo*, é-nos apresentada uma tabela utilizada onde, os referidos autores, sintetizam e diferenciam as distintas habilidades que perfazem o perfil do empreendedor.

Habilidades técnicas	Habilidades administrativas	Habilidades empreendedoras pessoais
Redação; Expressão Oral; Monitoramento do ambiente; Administração comercial técnica; Tecnologia; Interpessoal; Capacidade de ouvir; Capacidade de organizar; Construção de rede de relacionamentos; Estilo; Administrativo; Treinamento; Capacidade de Trabalho em equipe.	Planeamento e estabelecimento de metas; Capacidade de tomar decisões; Relações humanas; Marketing; Finanças; Contabilidade; Administração; Controle; Negociação; Lançamento de empreendimento; Administração do crescimento.	Controle interno e de disciplina; Capacidade de correr riscos; Inovação; Orientação para mudanças; Persistência; Liderança visionaria; Habilidade para administrar mudanças.

Tabela 3: Tipos de habilidades necessárias em empreendedorismo aprensentados por Hirish & Peters (2004, *apud* Souza M. B., 2006, p.91)

O empreendedor é um indivíduo capaz de atingir o sucesso em todas as suas ações. Por ser competente, tudo aquilo a que se submete tem um fim produtivo mesmo quando se distancia do projeto inicial. Durante todo esse processo, o empreendedor desenvolve competências específicas, que posteriormente se revelam competências transversais.

"Estas competências são por um lado, transversais à vida de qualquer pessoa, e por outro lado, são generalizáveis e possíveis de transferência de um contexto para outro, não sendo por isso específicas de nenhum contexto particular." (Pereira et al., 2007, p. 21)

Os supracitados autores enfatizam a ideia de que os três campos de saber atribuídos ao empreendedor não se restringem apenas à atividade em que empreende, pois a procura pelo conhecimento técnico poderá incitá-lo a novas descobertas, a novos desafios e as suas capacidades de atuação poderão ser aplicáveis desde o ambiente profissional atual às atividades lúdicas, tal como o seu desenvolvimento intrapessoal e interpessoal irão capacitá-lo enquanto ser social.

3. É Possível Aprender a Empreender? A Escola e o Empreendedorismo

3.1. Porquê o Empreendedorismo na Escola

Segundo o trabalho de diversos autores, o sujeito empreendedor reúne de facto, um conjunto de caraterísticas que o destaca em relação aos outros indivíduos e por isso mesmo, a reflexão sobre a sua origem tem sido uma das questões mais pertinentes no estudo do empreendedorismo. Dolabela (2006, p. 36) refere-o ao afirmar que sempre existiu uma discussão ferrenha no seu entender, se apenas aquele que nasce empreendedor fosse "o empreendedor", ou se existisse a possibilidade de desenvolver um empreendedor em qualquer indivíduo.

São várias as opiniões que defendem que algumas caraterísticas do empreendedor poderão ser, certamente, traços da natureza do indivíduo e do meio onde este cresceu, e, qualidades que desenvolveu sem qualquer intencionalidade. Mas, do mesmo modo, são vários os que creem que para ser empreendedor, o indivíduo terá que ser mais que um conjunto de características propícias ao, "(…) a aptidão para o empreendedorismo não constitui um dom inato e natural. Não vem escrito no código genético das pessoas. Cultiva-se". (Pereira et al., 2007, p. 6)

Corroborando com essa ideia, estão Bateman e Snell (1998, *apud* Mauer et al., 2013, p.7) ao defenderem que o sucesso não é limitado àqueles que apresentem caraterísticas favoráveis, o êxito estende-se àqueles que demonstrem potencialidades e que embora não possuam as competências necessárias poderão desenvolvê-las. Dentro desta ótica, Dornelas (2001, *apud* Mauer et al., 2013, p.7) acrescenta que é com o passar dos anos que os empreendedores de sucesso adquirem e aprimoram as suas competências, e que este sim, é um fator que justifica e aponta a prática como fator primordial desmistificando a influência genética.

Nesse sentido, Souza M. B. (2006, p.80) conclui que os saberes acumulados poderão ser fruto de um ensino prévio, ou seja, o autor acredita ser possível ensinar as pessoas a identificar oportunidades e a agir a caminho da produtividade, em suma, afirma ser possível aprender a empreender.

> A "massa cinzenta" humana é a riqueza do hoje e do amanhã. É a "moeda" do presente e do futuro; um autêntico capital intelectual e o recurso mais importante de uma organização, que não pode e nem deve ser tratado como um mero recurso organizacional. (Júnior, 2013, p. 10)

As pessoas são o fator número um, aquando da evolução do mundo e, sem dúvida, que essa evolução deve-se ao empreendedorismo e àqueles quem se denominam empreendedores. Quanto mais capazes forem os indivíduos, maior será o seu papel na construção do futuro e melhor será a sociedade. A aposta no processo de formação de atitudes e caraterísticas em detrimento de uma simples transmissão de conhecimentos é o único caminho viável para a prosperidade e o grande desfio, tal como nos refere Dolabela (1999, *apud* Barbosa, 2014, p.7), será descobrir os agentes de formação que, para além de formar pessoas capazes no que diz respeito às suas capacidades técnicas, procuram "incorporar ao processo de aprendizado elementos como a emoção, o conceito de si, a criatividade, o não-conformismo, a persistência." O autor defende que para uma aprendizagem ser completa, terá que existir um conjunto de aprendizagens funcionais, multidisciplinares e que estas por sua vez ocorrerão ao longo da vida. Tal constatação, remete-nos à escola, e ao ensino, que é o meio de educação e formação do indivíduo que o acompanha desde tenra idade até ao seu vínculo na vida profissional. Nesta ótica, o autor defende que fará todo sentido inserir o empreendedorismo "em todos os conteúdos formacionais e nos programas de ensino de todos os níveis e áreas." (Barbosa, 2014, p. 7)

Aliar a escola ao empreendedorismo, segundo Azevêdo & Dantas (2010, p. 9), ajudará do ponto de vista económico, na formação de melhores empresários, melhores empresas e naturalmente na maior criação de riqueza do país. Uma visão sustentada por Senna (2010, *apud* Pandolfi & Lopes, 2013, pp. 182, 183) que atribui ao ensino empreendedor a capacidade de despertar nos educandos o desejo pelo aprendizado, de trazer confiança a um potencial criador a satisfação e realização profissional. Em virtude de tais benefícios, o autor conclui ao exclamar que "(...) o caminho para se minimizar os problemas é, indubitavelmente, a disseminação da cultura empreendedora no universo escolar".

A escola é o epicentro da aprendizagem por ser o centro de promoção do desenvolvimento de competências essenciais e transversais. Sendo assim, (...) o espírito empreendedor deve ser integrado de forma transversal na educação" (Pereira et al., 2007, p. 18).

De acordo com Souza M. B. (2006, p.52), no relatório Jacques Delors, *Educação: um tesouro a descobrir*, elaborado pela Comissão Internacional sobre Educação para o Século XXI da UNESCO com a cooperação de pedagogos de todo o mundo, a escola é responsável por diferentes tipos de "aprenderes". Tal afirmação confere ao ensino a tarefa de se orientar em torno de formas distintas de aprendizagens fundamentais, nomeadamente, aprender a conhecer, ou seja, alcançar ferramentas ao nível da compreensão; aprender a fazer, de forma a agir corretamente no seu meio; aprender a conviver, isto é, a viver em sociedade e num espírito de cooperação e entreajuda, e consequentemente aprender a ser, que encerra todas as restantes aprendizagens. (Souza M. B., 2006, p. 52)

As colocações apresentadas pelo supracitado autor conduzem à equiparação entre os "aprenderes" do ensino e os "saberes" que constituem as competências do empreendedor. De facto, ambos têm como foco a autonomia em relação à apropriação e ao uso do saber, o que leva à igualdade entre competências curriculares e competências para o empreendedorismo. (Pereira et al., 2007, p. 22)

Cada vez mais nos dias que correm, o tempo que a criança, o adolescente e o adulto passam em ambiente escolar ultrapassa o tempo que estes compartilham no seu seio familiar. Com efeito, a vivência na escola é, fora da família, o fator basilar no desenvolvimento do educando e será responsável pelo papel que no futuro assumirá na sociedade. De acordo com Souza M. B. (2006, p.68), tal importância, vem expor a forte correlação entre o nível educacional, a atividade empreendedora e o crescimento económico, pois tudo o que for benéfico para o indivíduo, beneficiará o seu meio envolvente e promoverá o desenvolvimento.

A educação deverá ser encarada como um pré-requisito, por ser cada vez mais importante uma formação académica sólida, que permitirá não só ao indivíduo ser um empresário/funcionário competente, como também ser capaz de entender o meio onde está inserido e as transformações a que está sujeito ao longo dos tempos. Os supracitados autores assumem a escola como o veículo de formação de pessoas criativas e inovadoras motivadas para o empreendedorismo.

A formação de novos empreendedores dependerá então, da aptidão dos alunos, se estes atingiram ou não as competências espetáveis que cruzam o cumprimento curricular com a ação empreendedora. Cabe à escola e aos profissionais do ensino garantir que se cumprem as metas previamente estabelecidas e cabe aos empreendedores apostar na educação e nas escolas, apostando em mudanças necessárias, quer na filosofia educacional, quer nos estabelecimentos e profissionais do ensino.

3.2. Atitudes da Escola em Relação ao Empreendedorismo

> " (…) à saída da escolaridade, o aluno deverá ser um empreendedor." (Pereira et al., 2007, p. 23)

Ao observarmos com atenção os pressupostos para o ensino básico apresentados pela Direção Geral de Educação, constatamos que ao encerrar este ciclo de ensino, os alunos estariam munidos de competências que corresponderiam às aptidões de um indivíduo com um perfil empreendedor. A continuação de tais filosofias e práticas durante o ensino secundário potenciariam os alunos a atingirem as metas previstas e o sucesso e, consequentemente, todo o seu futuro passaria pelos caminhos do empreendedorismo, uma visão utópica, focada pelos supracitados autores.

Segundo Junior (2013, p. 5), o motivo pelo qual nem todas as pessoas possuem o perfil de um empreendedor rege-se pela forma como foi baseada a sua educação. O autor explicita que muitas dessas pessoas foram educadas para o trabalho e para o cumprimento de tarefas, através de um ensino tradicional, na medida em que não lhes foi ministrado um ambiente propício para desenvolver o incentivo à autonomia, no que diz respeito à aprendizagem, à inovação e consequentemente ao brio pelo empreendedorismo.

No seguimento desta ideia, há que salientar que um ensino tradicional não inviabiliza que os alunos venham a ser empresários. Do mesmo modo, um ensino para o empreendedorismo não garante que os alunos sejam influenciados a abrir empresas. O que realmente se pretende é que os alunos sejam "estimulados a ter autoconfiança, perseverança e tenacidade conscientizando-os da sua condição de cidadão" (Mocellin et al., 2010, p. 3).

Face a esta contingência existe, de facto, um descuramento das competências essenciais em prol das competências específicas de cada área de ensino, no que toca ao ensino secundário. A forma é ultrajada em benefício do conteúdo, ou seja, os alunos, por imposições externas, estão sujeitos a um ensino cujo objetivo se limita ao cumprimento dos conteúdos programáticos e não a um ensino mais abrangente que promova um equilíbrio entre ambas as competências. Nesta ótica, os supramencionados investigadores incentivam à definição de novos contextos e objetivos estratégicos, em especial para o ensino secundário, face ao aumento do insucesso e abandono escolares (Pereira et al., 2007, p. 23). O espírito empreendedor na escola é-nos apresentado como solução e como resultado desse mesmo empreendedorismo.

"Às instituições, fica a responsabilidade de semear a cultura empreendedora (...)" (Saes & Pita, 2007, p. 34), uma ideia paralela à visão de Souza M. B. (2006, p. 208) que incute, maioritariamente na educação, a missão de criar estratégias pedagógicas que promovam a imprescindíveis mudanças culturais, pelo facto da natureza do espírito empreendedor estar ligada ao sistema de crenças e valores da sociedade. Azevêdo & Dantas (2010, p. 10) acrescentam ainda que "é possível que as pessoas aprendam a ser empreendedores, mas dentro de um sistema de aprendizagem especial, bastante diferente do ensino tradicional".

Indo ao encontro dos supracitados autores, Souza M. B. (2006, p. 87) que reflete sobre o trabalho de Dolabela (1999); de Filion (2000); e de Hisrich & Peters (2004), afirma que este novo sistema de aprendizagem, incitará no aluno a preocupação de "aprender a aprender", isto é, a refletir e a desenvolver um método próprio para a sua aprendizagem pois, na prática, tem de estabelecer um paralelismo entre as experiências vivenciadas num ambiente escolar e "o seu dia-a-dia fora deste contexto, onde, é submetido a situações que exigem a constante apreensão de conhecimentos que não estão nos livros". Com este tipo de ensino, o aluno "cria a partir do que faz" reforçando a ideia da importância do saber ser em relação ao saber, saber.

Dentro desta ótica, os autores Pereira et al. (2007, p. 20), procuraram, num quadro síntese, diferenciar a educação empreendedora de um ensino convencional.

É	**Não é**
Educação transversal para a vida	Educação para a gestão
Centrada na ação	Centrada nos saberes
Focalizada no processo e nos resultados	Focalizada nas tarefas
Coerente e constante	Esporádica e inconstante
Integrada multidisciplinarmente	Isolada disciplinarmente
Contextualizada	Descontextualizada
Construída pelos alunos	Transmitida pelos agentes de ensino

Tabela 4: O que é uma educação para o empreendedorismo. (Pereira et al. 2007, p. 20)

No âmbito do que se pretende numa educação para o empreendedorismo, a escola terá de passar por um processo de adaptação e reajustar a sua ação em função de novas metas curriculares. Com isto, terá de se transformar num espaço de oportunidades, de evolução intelectual, de desenvolvimento político e crítico do pensamento do aluno (Miranda, Trindade, & Santos, 2004, p. 5).

Segundo Oliveira (1994, *apud* Souza M. B., 2006, p.47) "a educação é uma condição indispensável para o exercício da cidadania". Como tal, e de acordo com Fernandes (2008, p.3), a escola deverá procurar conhecer a comunidade educativa a que pertence e as demais realidades, em especial, deverá procurar observar e entender os alunos, quer na forma como estes se inserem no seu meio e comunicam com o resto do mundo, quer na forma como a sua ação escolar (e não escolar) influencia direta e indiretamente a evolução da sociedade.

Consequentemente, a escola terá de se adaptar à atualidade, onde impera um "novo contexto de competitividade, flexibilidade e capacidade criativa" quer na liberdade de escolha, quer na produção de resultados, (Maruyama et al., 2013, p. 6)

A partir da análise deste núcleo de pensamento, os supracitados autores, em conformidade com vários investigadores, denominam este conjunto de ações escolares por Pedagogia Empreendedora, uma metodologia baseada "em duas perguntas: qual é o seu sonho e o que você pode fazer para realizá-lo?" Pedro (2007, *apud* Pandolfi & Lopes, 2013, p. 180).

A posição da escola será auxiliar os alunos em todo este processo, sem descurar da sua maturidade psicológica.

No processo de implementação da pedagogia anteriormente mencionada, a escola poderá optar por duas vias paralelas, nomeadamente, integrar o empreendedorismo no programa das disciplinas específicas existentes e criar uma disciplina dedicada a esta temática que será transversal a todas as outras.

> Ambas as ações partem do pressuposto de que o empreendedorismo deve estar inserido nos currículos nacionais, com o intuito de garantir a possibilidade aos alunos de, desde muito novos, entrarem em contato com o empreendedorismo e começarem a desenvolver competências nesta área. (Comissão das Comunidades Europeias, 2001, 2006, *apud* Gomes, 2012)

Assim sendo, a escola terá, certamente, na sua multiplicidade de tarefas, de refletir na contextualização dos conteúdos, aproximando-os ao mundo real (Oechsler & Gaertner, 2013, p. 5), e, por conseguinte, apostar numa educação que ultrapasse a sala de aula, onde prevaleça o trabalho cooperativo e reflexivo entre os profissionais de ensino (Freire, 1887, *apud* Maruyama et al., 2013, p.6).

De facto, para uma educação empreendedora, será necessária uma escola de portas abertas ao empreendedorismo e naturalmente de agentes educativos com uma atitude renovada e com formas de trabalho empreendedoras. Sendo assim, a administração escolar terá que ter em conta um investimento, em profissionais especializados, para guiar os professores e para além disso, estabelecer parcerias externas, com o intuito de reduzir despesas e transformar as aulas, em momentos aliciantes e inspiradores para ambos, alunos e professores. (Theodoro, 2008, p. 6). Será então, no trabalho conjunto entre a escola e os seus docentes que estará a chave para uma educação transformadora e empreendedora.

> Não sabemos que profissões terão os alunos, poderão ser engenheiros, professores, médicos, bombeiros, empresários, funcionários púbicos, ou mesmo missionários, mas façam o que fizerem, o facto de serem empreendedores será uma competência muito importante em qualquer estrutura (Gomes, 2012, p. 61).

É claro qual o papel do professor enquanto interveniente direto e indireto no processo de aprendizagem das competências específicas do aluno. O que é necessário é compreender quais as mudanças necessárias, quer nas suas crenças e valores, quer nas suas estratégias de ensino, de modo a que aprenda qual é a missão de uma pedagogia empreendedora. Mais precisamente, como nos recorda Júnior (2013, p. 19), o objetivo essencial do empreendedorismo é “(...) libertar o sujeito que tem a capacidade de sonhar e de transformar estes sonhos em realidade, ou seja, é preciso libertar o empreendedor que existe em cada um.”

4. O Professor e o Empreendedorismo

> (...) não existe uma fórmula mágica, como uma receita de bolo ou algo similar, que o resultado é esperado, como uma simples operação matemática de adição. Depende muito mais do estímulo que o estudante tem pelo seu objetivo e da maneira de como ele encara o desafio, ou seja, do conhecimento, da habilidade e da atitude de cada um de nós. (Olivieri, 2006, p. 54)

A inovação no ensino depende, não só das instituições de ensino, mas em especial, daqueles que têm como função participar e acompanhar todo o processo de aprendizagem. Uma renovação no meio escolar, ao encontro da educação para o empreendedorismo, exigirá uma mudança de atitudes, em particular, dos profissionais de ensino.

Para entendermos, no âmbito do empreendedorismo, quais as ações a desconsiderar, a modificar, a introduzir no trabalho do professor e de que forma essas atitudes influenciarão o caminho dos seus educandos surge a necessidade, em primeira instância, de perceber o que se compreende por professor e qual o seu papel e em seguida, estabelecer um paralelismo com o que se pretende para o ensino empreendedor e por fim, entender quais os domínios de competências reconhecidas como prioritárias, ao encargo dos profissionais de ensino, "não negligenciando, no entanto, as «velhas» funções, que são exigidas neste novo horizonte do ter que *aprender a aprender*." Perrenoud (2000, *apud* Mesquita, 2011, p. 75)

4.1. Ser Professor e a Multiplicidade de Papéis

> Uma ponte entre o conteúdo que a criança precisa aprender e a criança, é ser uma ponte em todos os sentidos, não só deixar passar os conteúdos, mas ajudar a passá-los, ser o que a criança precisa, não só ensinar mas ser um apoio, senão então bastava a criança ter um livro e aprendia. Shulman (*apud* Sá-Chaves, 2000, *apud*, Mesquita, 2011, p. 87)

Procurar definir o que se entende por profissional de ensino é, segundo Carbonell (*apud* Rico, 1999, Mesquita, 2011, p. 31) admitir a sua multiplicidade de papéis, como consequência da "visão ideológica e educativa, histórica e politicamente vivida no seio de um imaginário coletivo". Tendo em conta tais fatores, o autor procurou considerar o professor, em primeiro lugar, do ponto de vista educativo, um artesão da infância, um técnico da docência, um artista da formação, um trabalhador do ensino, em segundo lugar, no âmbito profissional, questionou-se se este profissional não seria um missionário, um investigador, um poeta, um arquiteto, um escultor, um jardineiro, entre outros, e por fim, no plano socio-afetivo, se não se poderia equiparar a um amigo, um pai ou uma mãe.

Após esta reflexão, o referido autor sintetiza esta ideia, designando o professor como "alguém com vocação profissional, que corresponde a um modelo de militância quase religiosa, que com o seu trabalho, desenvolvido com sentido de austeridade, responde a uma ética do compromisso e entende o ensino como um serviço à comunidade". Acrescenta ainda que, é também, "um ser intelectual, com formação científica e pedagógica, consciente do seu papel na sociedade".

Uma perspetiva que vai ao encontro de Shulman (1987, *apud* Mesquita, 2011, p. 89) onde o professor é alguém que se adapta a todos e a cada um dos seus alunos, às necessidades de grupo e às específicas individuais. Nesse sentido, o autor refere que ser professor é estar habituado a não ter um padrão rígido que defina a sua ação para cada situação.

Paralelamente à visão do autor supracitado, Souza (2000, *apud* Mesquita, 2011, p. 94) assume o professor como uma pessoa que respeita "a interioridade do outro, para o fazer pessoa", na medida em que permite o diálogo e a troca de ideias e entende as desigualdades, quer entre formas, quer entre ritmos, de construção de saber, como benefícios para a aprendizagem.

Considerando as aptidões acima mencionadas, é possível compreender o porquê de alguns investigadores incumbirem ao professor uma multiplicidade de tarefas que vão muito além do domínio cognitivo. Ao profissional de ensino é exigido que domine não só os conhecimentos científicos que lecionará, como também que seja "facilitador da aprendizagem, pedagogo eficaz, organizador do trabalho de grupo, e que, para além do ensino, cuide do equilíbrio psicológico e afetivo dos alunos, da integração social e da educação sexual" (Esteve, 1999, *apud* Mesquita, 2011, p. 32). Para tal, é-lhe pedido que interprete ativamente as suas ações sobre as distintas situações profissionais, de modo a manter uma postura profissional com o seu público; a tomar decisões ponderadas, a emitir juízos de valor e a agir com pertinência e, com base numa reflexão diária do seu desempenho, que aprenda com o ensino, ou seja, que esteja predisposto para "aprender a aprender", comprometendo-se com a sua profissão. Uma ideia evidenciada por Flores (2000) à qual Mesquita (2011, p. 32) acrescenta a responsabilidade que o professor acarreta quando tem de assumir, nas suas turmas, alunos com necessidades educativas especiais.

Na investigação deste autor podemos encontrar o seguinte esquema circular, que interrelaciona as múltiplas designações do conceito professor e as práticas que este desenvolve.

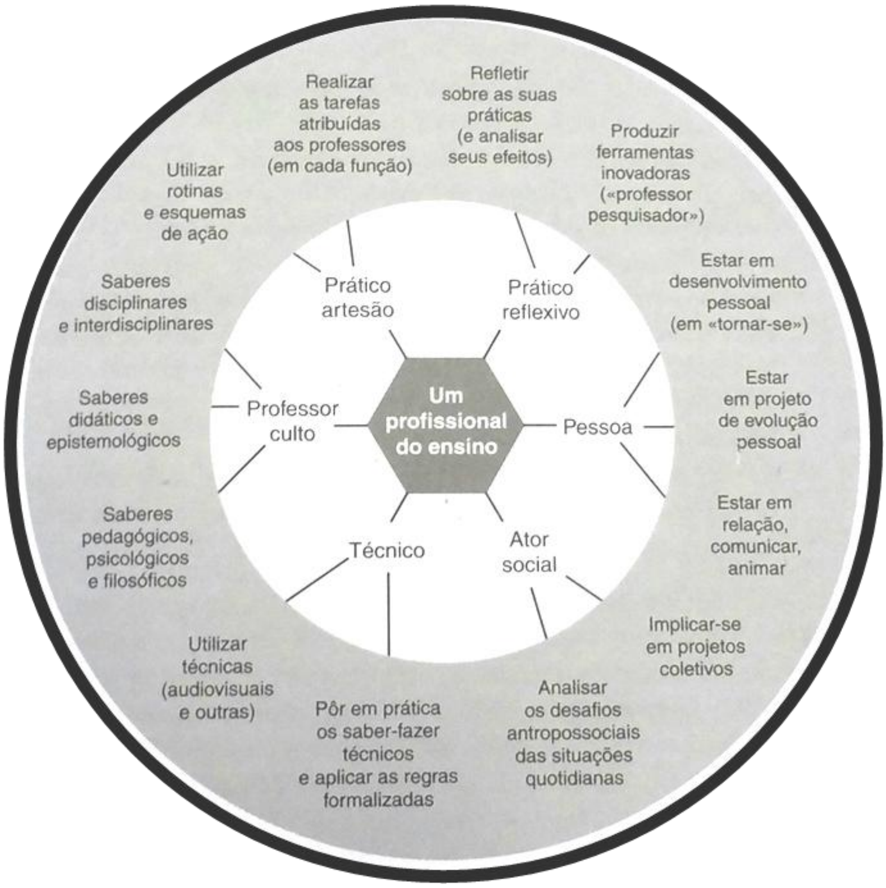


Ilustração 1: Múltiplas designações conceito do professor (Paquay &Wagner, 2001, *apud* Mesquita, 2011, p. 25)

Este núcleo de práticas perfaz com que o profissional de ensino seja um mediador, entre a componente e a prática letiva. Segundo Pacheco (1995) o professor é tido não só como um intermediário do conhecimento como também um conselheiro da aprendizagem. (Mesquita, 2011, p. 31) Sendo assim, e para que seja possível estabelecer relações de confiança com os alunos, o professor deverá demonstrar-lhes afetividade. Consequentemente ao fazê-lo estará a assumir uma multiplicidade de papéis sociais, tais como, de amigo, pai, mãe, advogado, colega, irmão, entre outros (Mesquita, 2011, p. 95).

A partir da análise deste núcleo de pensamento, compreende-se que para o exercício da docência, os professores necessitam:

> (...) possuir conhecimentos ligados ao agir profissional, no domínio pedagógico, científico e ético; possuir disposições motivacionais intrínsecas que se manifestam na realização pessoal com a profissão e na disposição permanente para a formação; ser dotados de múltiplas qualidades pessoais, como a dedicação, a criatividade, a flexibilidade, a disponibilidade e o auto-controlo; assumir a profissão como uma prática relacional, o que exige o estabelecimento de interações seguras, promotoras de confiança entre os envolvidos no processo e o desenvolvimento de estratégias de ação

> no âmbito da diversidade; e compreender a relação da profissão com a sociedade, assumindo-a como um compromisso onde se releva a responsabilidade do professor na formação para a cidadania (Mesquita, 2011, p. 100).

Em conformidade com Saes & Pita (2007, p. 39), "o espírito de desejo em realizar algo diferente, novo e revolucionário, que é característica de um empreendedor, já faz parte da natureza humana, estando apenas adormecido no ser humano" e, portanto, é o professor que tem o dever de garantir o despoletar do pensamento e da ação empreendedora.

4.2. Ser Professor, um Modelo para o Futuro Empreendedor

" (...) um empreendedor deverá considerar seis princípios base: autonomia, flexibilidade, inovação, mudança, participação e cooperação" (Pereira et al., 2007, p. 20).

Após a análise da docência, enquanto profissão e do professor, enquanto responsável da formação científica, pessoal e cívica dos alunos, é possível compreender o perfil geral do desempenho docente. Tal como já foi esclarecido, são vários os investigadores que referem a motivação própria e o autodomínio emocional, a disponibilidade pessoal e a dedicação, a flexibilidade e a criatividade como qualidades imprescindíveis ao professor enquanto pessoa (Mesquita, 2011, p. 92).

Tendo por base a visão holística do ser professor, na medida em que, a sua ação passa por assumir uma multiplicidade de papéis e de que, para cada uma das práticas que desenvolve, necessita estar munido de uma pluralidade de competências gerais e específicas, o professor entende-se como um empreendedor. Um empreendedor contínuo, resultado da efemeridade na área educacional, não só devido às influências internas e externas de toda a comunidade educativa, mas principalmente devido à própria natureza humana.

Paradoxalmente, no decurso da formação do aluno enquanto empreendedor, a escola, e consequentemente, o professor assume um papel primordial quer por influência direta ou indireta. Contudo, uma das razões que fazem deste profissional a chave para o sucesso e para a mudança na educação terá a ver com a condição necessária, inerente à consciência humana de que é preciso ver para ser. Há a necessidade extrema de uma representação do que é ser empreendedor para se tornar empreendedor.

Através dos estudos de múltiplos autores, tais como Hornaday (1982), seguindo-se Timmons (1994) e posteriormente Oliveri (2006, p. 54), é possível identificar que um dos fatores fulcrais numa formação de sucesso é a existência de um "modelo", ou seja, de uma pessoa que influencia o futuro empreendedor.

Reforçando esta ideologia, Saes & Pita (2007, p. 38) apresenta-nos Filion (2007) que em conformidade com Dolabela (2006), expõe que para aprender a ser empreendedor, é necessário conviver com pessoas que apresentem os supramencionados valores empreendedores. Na ótica destes autores, tal afirmação acentua o insubstituível papel dos modelos de influência na conceção do comportamento empreendedor, tendo em conta que a observação assume-se como etapa fundamental no processo educativo.

Atendendo ao facto de na nossa sociedade atual, o tempo em contexto escolar suprimir o restante, é compreensível admitir a dimensão do peso que o professor assume na formação do aluno, e consequentemente assumir que este profissional seja o mais natural modelo de influência na sua ação empreendedora (ou não empreendedora). É no culminar da ação do profissional de ensino que o aluno se sente motivado ou não para ser um empreendedor de sucesso.

Sendo assim, como principal objetivo, e antes de qualquer outra iniciativa, o professor deve procurar demonstrar na sua ação a vontade e o empenho em aprender, com o intuito de transmitir aos alunos a importância da construção contínua do saber, e para além disso, gerar o sentimento nos alunos de que o professor é "um elemento de uma comunidade de prática a que eles podem também pertencer. " (Fernandes, 2008, p.4)

O empreendedor é aquele que cuja sede pela sabedoria e a compreensão da importância de uma formação contínua leva-o a encarar o ato de aprender como um processo inacabado, que se enquadra com o pretérito imperfeito. Aprender porque se tem vontade de dar continuidade ao que se iniciou no passado, apreender pelo simples motivo de se querer continuar a aprender. (Barbosa, 2014, p. 4)

O professor ao escolher a docência como profissão, partilha deste sentimento e portanto como empreendedor e modelo de influência para o futuro empreendedor necessita provocar uma mudança na visão, de que com o término da formação escolar, e posteriormente com a formação académica se encerra a etapa da aprendizagem, o que faz com que o aprender seja encarado como obrigatório só porque sim, e não como necessário pelo valor da aprendizagem.

Como tal, Mesquita (2011, p. 96) refere que o professor deverá procurar fazer vencer uma ideologia de trabalho baseada no lema de que "os alunos têm sempre algo a ensinar" e portanto, que permita aos alunos intervirem ativamente na aprendizagem, ao valorizar a sua sabedoria proveniente de experiências vivenciadas e interesses particulares e lhes conferir o papel de professores e fomentadores de descoberta. Ao estabelecer relações de empatia, promover a liberdade de pensamento, de expressão, de comunicação e de debate, o professor através das "mensagens que implicitamente se captam no que as crianças dizem e no que as crianças fazem" encontra um caminho para a renovação do ambiente escolar em prol de um espaço seguro que viabilizará a construção de competências, atitudes e valores transversais à comunidade educativa.

4.3. Ser Professor e ser Empreendedor

“ (...) um bom professor é «uma pessoa, uma personalidade única, um facilitador que cria condições que conduzem à aprendizagem e, para o conseguirem, os professores devem conhecer os seus estudantes como indivíduos” (Mesquita, 2011, p. 27).

Contudo, nem todos os indivíduos são empreendedores e nem todos os professores partilham uma educação para o empreendedorismo. Consideram-se professores empreendedores, os profissionais que com uma “postura sensível, dinâmica, responsável, independente, participativa (…)” (Rehfeldt & Martins, 2012, p. 9) que procuram compreender a natureza caraterística das comunidades e das culturas que integra cada um dos seus alunos, de modo a se adaptarem à heterogeneidade e, logicamente, aplicarem estratégias de aprendizagem distintas.

Face a esta contingência, fica ao encargo dos profissionais do ensino a integração das aprendizagens curriculares e dos programas das áreas disciplinares nas metodologias de ação (Pereira et al., 2007, p. 21), bem como a operacionalização das competências transversais, num contexto interdisciplinar (Pereira et al., 2007, p. 23).

O somatório entre os saberes transmitidos na sala de aula, na escola e nas atividades extracurriculares determina o grau de competência de cada aluno para atingir o êxito profissional e pessoal. Com base nessa linha de pensamento, Mesquita (2011, p.73) sublinha as quatro dimensões evidenciadas no *Perfil Geral do Desempenho Docente* (Decreto-Lei n.º 240/2001 de 30 de Agosto) necessárias à ação profissional dos professores: a dimensão profissional, social e ética, a dimensão de desenvolvimento do ensino e da aprendizagem, a dimensão da participação na escola e de relação com a comunidade e a dimensão de desenvolvimento profissional ao longo da vida. É no trabalho de Perrenoud (2000) que a autora encontra dez domínios de competências, reconhecidos como prioritários numa formação contínua e que especificam o que se pretende da ação profissional educativa, na ótica das supramencionadas dimensões.

COMPETÊNCIAS DE REFERENCIA	COMPETÊNCIAS MAIS ESPECIFICAS A TRABALHAR EM FORMAÇÃO CONTINUA (EXEMPLOS)
1. ORGANIZAR E DIRIGIR SITUAÇÕES DE APRENDIZAGEM	• Conhecer, para determinada disciplina, os conteúdos a serem ensinados e a sua tradução em objetivos de aprendizagem. • Trabalhar a partir das representações dos alunos. • Trabalhar a partir dos erros e dos obstáculos à aprendizagem. • Construir ou planejar dispositivos e sequências didáticas. • Envolver os alunos em atividades de pesquisa, em projetos de conhecimento.
2. ADMINISTRAR A PROGRESSÃO DAS APRENDIZAGENS	• Conceber e administrar situações-problema ajustadas ao nível e as possibilidades dos alunos. • Adquirir uma visão longitudinal dos objetivos de ensino. • Estabelecer laços com as teorias subjacentes às atividades de aprendizagem. • Observar e avaliar os alunos em situações de aprendizagem de acordo com uma abordagem formativa. • Fazer balanços periódicos de competências e tomar decisões de progressão.
3. CONCEBER E FAZER EVOLUIR OS DISPOSITIVOS DE DIFERENCIAÇÃO	• Administrar a heterogeneidade no âmbito de uma turma. • Abrir, ampliar a gestão de classe para um espaço mais vasto. • Fornecer apoio integrado, trabalhar com alunos portadores de grandes dificuldades. • Desenvolver a cooperação entre os alunos e certas formas simples de ensino mútuo.
4. ENVOLVER OS ALUNOS EM SUA APRENDIZAGEM E EM SEU TRABALHO	• Suscitar o desejo de aprender, explicar a relação com o saber, o sentido do trabalho escolar e desenvolver na criança a capacidade de autoavaliação. • Instituir e fazer funcionar um conselho de alunos (conselho de classe ou de escola) e negociar com eles diversos tipos de regras e de contratos. • Oferecer atividades opcionais de formação, à la carte. • Favorecer a definição de um projeto pessoal do aluno.
5. TRABALHAR EM EQUIPA	• Elaborar, negociar um projeto da instituição. • Administrar os recursos da escola. • Coordenar, dirigir uma escola com todos os seus parceiros. • Organizar e fazer evoluir, no âmbito da escola, a participação dos alunos. • Formar e renovar uma equipa pedagógica. • Enfrentar e analisar em conjunto situações complexas, práticas e problemas profissionais. • Administrar crises ou conflitos interpessoais.
6. PARTICIPAR DA ADMINISTRAÇÃO DA ESCOLA	• Elaborar, negociar um projeto da instituição. • Administrar os recursos da escola. • Coordenar, dirigir uma escola com todos os seus parceiros. • Organizar e fazer evoluir, no âmbito da escola, a participação dos alunos.

7. INFORMAR E ENVOLVER OS PAIS	• Dirigir reuniões de informação e de debate. • Fazer entrevistas. • Envolver os pais na construção dos saberes.
8. UTILIZAR NOVAS TECNOLOGIAS	• Utilizar editores de texto. • Explorar as potencialidades didáticas dos programas em relação aos objetivos de ensino. • Comunicar-se à distância por meio da telemática. • Utilizar as ferramentas multimédia no ensino.
9. ENFRENTAR OS DEVERES E OS PROBLEMAS ÉTICOS DA PROFISSÃO	• Prevenir a violência na escola e fora dela. • Lutar contra os preconceitos e as discriminações sexuais, étnicas e sociais. • Participar da criação de regras da vida comum referentes à disciplina na escola, às sanções e à apreciação da conduta. • Analisar a relação pedagógica, a autoridade, a comunicação em aula. • Desenvolver o senso de responsabilidade, a solidariedade e o sentido de justiça.
10. ADMINISTRAR SUA PRÓPRIA FORMAÇÃO CONTÍNUA	• Saber explicar as próprias práticas. • Estabelecer seu próprio balanço de competências e seu programa pessoal de formação contínua. • Negociar um projeto de formação comum com colegas (equipa, escola, rede). • Envolver-se em tarefas em escala de uma ordem de ensino ou de sistema educativo. • Acolher a formação dos colegas e participar dela.

Tabela 5: Dez domínios de competências reconhecidas como prioritárias na formação contínua (Perrenoud, 2000, *apud* Mesquita, 2011, pp. 75, 76).

De acordo com a tabela apresentada acima, é possível observar alguns exemplos de competências específicas que direcionam o trabalho dos profissionais de ensino para uma educação empreendedora. Cabe ao professor desenvolver ações potenciadoras que garantam e promovam o empreendedorismo.

> (...) não podemos simplesmente despejar conteúdos aos alunos e na avaliação cobrar o que foi transmitido, mesmo com carga horária pequena é essencial buscar as reflexões por parte de toda a turma, acreditando que, na troca de experiências de cada um e instigando-os a expressar seus pensamentos sem receio do erro e da discordância, é que chegaremos ao final da carga horária com construção de um aprendizado e o encontro de um "caminho das pedras" experimentado por estes estudantes. (Barbosa, 2014, p. 3)

Dentro desta ótica, é essencial proporcionar um espaço de diálogo, onde seja possível debater dúvidas, problemas ou questões, partilhar ideias de atuação distintas e positivas e através de perguntas orientadoras, incentivar à criação de novos problemas significativos, onde os alunos estejam envolvidos em todo o processo. É importante que o professor revele confiança nas competências dos alunos para arriscar e ultrapassar bloqueios. Ao invés de punir e valorizar o erro como aspeto negativo, o profissional de ensino deve auxiliar os alunos nas suas carências e dificuldades técnicas ou de conhecimento, de modo a garantir a dinâmica do processo de aprendizagem. É crucial criar um "ambiente motivacional de tal modo que todos os alunos se sintam sem ansiedade e sem medo de errar" (Martins & Silva, 2000, p. 2).

Ao organizar e dirigir situações de aprendizagem, o professor deve procurar apresentar novos desafios, no sentido de desencadear e incentivar reflexões. O profissional de ensino tem o " (...) dever de fomentar a curiosidade do aluno ajudando-o a descobrir e construir respostas divergentes, mas corretas, para a mesma situação problemática" (Mesquita, 2011, p. 31).

Ao estabelecer um intercâmbio entre a aprendizagem e a sociedade real, não descurando do conteúdo técnico, os alunos poderão conhecer a realidade do mercado e do mundo empresarial. Segundo Souza (2006, p.87 e 88) "os professores apresentam um problema, solicitam aos alunos que dêem soluções, e depois trazem o empresário, que responde a perguntas e conta o desfecho do caso na vida real." É imprescindível lecionar os conteúdos de maneira contextualizada, vinculada com a realidade social, ética e moral do aluno, de forma, a que os alunos estejam atentos ao mundo à sua volta, interpretem os acontecimentos e assumam uma posição esclarecida (Oechsler & Gaertner, 2013, p. 5).

No sentido de suscitar o gosto por aprender e pelo que se aprende, o professor deve promover a troca de experiências. Para além do conhecimento científico, o professor deve incluir o conhecimento empírico. Os alunos devem ser instruídos de maneira a que saibam que " (...) podem levar suas experiências e vivências para o interior da sala de aula, tornando assim, o conteúdo mais dinâmico e atrativo" (Saes & Pita, 2007, p. 40).

As intervenções dos alunos são oportunidades para desenvolver o papel do professor, enquanto gestor curricular. "O trabalho do professor na aula é um trabalho eminentemente criativo." O professor, enquanto empreender e tendo em conta a forma como os alunos reagem ao que lhes é proposto, tem de reformular os seus objetivos e consequentemente as suas estratégias, em função das ocorrências no decorrer da sua aula (Ponte, 2005, p. 23).

Conhecendo os alunos, quais as suas motivações e os seus interesses, o professor tem a possibilidade de explorar novas linhas de conhecimento e interligar o conhecimento adquirido, com o conhecimento a adquirir, através de meios familiares aos alunos, "seja por intermédio de meios convencionais, seja mediante novas tecnologias" (Rehfeldt & Martins, 2012, p. 9 e 10).

Nos dias que correm, em que o mundo exterior ao ambiente escolar é cada vez mais aliciante e globalizado, cabe ao profissional de ensino idealizar e estruturar:

> (...) aulas dinâmicas, motivadoras, saindo do modelo tradicional, levando o estudante a aprender a pensar, a trabalhar em equipe, descobrir mais sobre a capacidade de cada um, ensinar a negociar, além de tantas outras práticas para promover a criatividade, a identificação de oportunidades e as relações interpessoais (Olivieri, 2006, p. 55).

De modo a enfrentar os deveres e os problemas éticos da profissão e segundo Freire (1995, *apud* Oechsler & Gaertner, 2013, p. 5), o professor deve levar o aluno a refletir sobre as múltiplas perspetivas do seu papel social. Tanto o professor, como o aluno devem ser agentes de transformação no sentido de promover uma sociedade mais justa que prime pela igualdade, que proporcione cada vez mais um maior leque de oportunidades, refletindo-se na diminuição da exclusão social, intelectual e moral, nos múltiplos setores sociais (Mocellin et al., 2010, p. 4).

Ao ambicionar um mundo real distinto do mundo atual e, ao reconhecer como fulcral o trabalho em equipa e para que tal aconteça, é inevitável que o professor admita a importância de um trabalho conjunto entre professores e logicamente com as Instituições de Ensino. É através desta união que é possível transformar conceitos em práticas e incentivar o empreendedorismo no ambiente escolar. Esta ideia é corroborada por Saes &Pita (2007, p.38) que afirmam ser possível alargar este desafio a todas as áreas de conhecimento.

5. Porquê e Para Quê Empreendedorismo na Sala de Aula

"Se, por um lado, qualquer ação empreendedora é uma oportunidade de aprendizagem, pelo outro lado, qualquer aprendizagem deve ser uma oportunidade de desenvolvimento do empreendedorismo" (Pereira et al., 2007, p. 21).

A arte de empreender, isto é, de tomar decisões criativas todavia racionais, de encarar riscos e incertezas, de identificar e equacionar soluções para os problemas, está no centro das discussões no âmbito das competências que perfazem o trabalhador da sociedade atual, cuja volátil empregabilidade invoca um ambiente cada vez mais competitivo.

Empreender e, posteriormente, evoluir com o processo tem sido uma constante nas aprendizagens da sociedade vigente. Contudo "aprender a empreender é, de fato, uma necessidade inegável dos novos tempos" (Souza M. B., 2006, p. 208). Orientar uma educação que permita capacitar os alunos, desde tenra idade, a interpretar e aplicar conceitos teóricos relacionados com a inovação e o empreendedorismo, tem-se revelado uma oportunidade para o que se intitula de uma sociedade competente e direcionada para o desenvolvimento.

O empreendedorismo no ambiente escolar é o primeiro passo para uma sociedade de desenvolvimento. "Todos os alunos são empreendedores se viverem num ambiente promotor encorajador do seu potencial" (Pereira et al., 2007, p. 9). Os alunos devem sentir que todo conhecimento é válido e que a sua aprendizagem é contínua e que, muito embora ocorra maioritariamente entre "quatro paredes", o saber não se confine ao interior de uma sala de aula. Os alunos devem interpretar o espaço físico escolar como um ponto de partida para as atuais e futuras aprendizagens.

Conforme o referenciado pelo Ministério de Educação "(...) a aquisição e consolidação de saberes curriculares pode simultaneamente desenvolver competências para o empreendedorismo, constituindo-se como alicerces dos conhecimentos (...)" (Pereira et al., 2007, p. 29).

Os professores, ao garantirem a transmissão e a consolidação dos conteúdos, estão a munir os alunos com competências teóricas e teórico-práticas que são determinantes, quando se pretende desenvolver valências práticas e fazer florescer o aluno empreendedor na sua plenitude.

É através de experiências reais que ampliam o "ambiente sala de aula, transformando-a em um laboratório de conhecimentos" (Saes & Pita, 2007, p. 39) que os alunos, para além de idealizarem aplicações dos conteúdos estudados, visualizam e comprovam o valor de dominarem tais ferramentas do conhecimento, com o objetivo de se tornarem capazes de transformar o mundo em que vivem. Nesse sentido, o professor ao resgatar a história de cada um dos seus alunos, através de um processo reflexivo, ao orientá-los na construção de novas problemáticas e ao promover a autonomia na busca pelo conhecimento e realização individual, comprometimento e interação social, assegura que os seus alunos não irão interpretar os seus saberes como meros instrumentos obsoletos neste mundo tão dinâmico e de tecnologia altamente especializada" (Barbosa, 2014, pp. 2, 3).

O empreendedorismo em sala de aula, onde os alunos aprendem com o "experimentar" e com o "fazer", onde os projetos práticos e reais servem de mote para a aprendizagem, são fundamentais por se mostrarem muito apelativos para os alunos.

Primeiramente, pelo facto de os alunos poderem intervir de forma ativa na sua própria realidade, depois por procurarem ter uma resposta concreta para as suas problemáticas e, finalmente, por permitir "a existência de um nexo causalidade entre ações e os seus resultados e entre os conhecimentos escolares e vida social, por via da construção e da transferência de saberes." (Pereira et al., 2007, p. 7)

Segundo Andrade e Torkomian (2001, *apud* Mocellin et al., 2010, p. 6) são inúmeros os benefícios de uma educação empreendedora capaz de estimular nos alunos a vontade de desenvolver atitudes inovadoras, talentos e competências transversais e específicas. Do ponto de vista económico, é no decorrer do processo de aprendizagem que os alunos adquirem uma ampla variedade de práticas e comportamentos que serão determinantes no mundo dos negócios e oportunidades presentes na comunidade e nas organizações globais. A educação escolar, ao apostar num ensino empreendedor, viabiliza a oportunidade de os alunos se preparem para um futura entrada no mercado de trabalho, "através de indicação de bibliografias adequadas, aulas práticas e motivação constante em sala de aula" (Olivieri, 2006, p. 54).

Ao invés de alunos que duvidam consecutivamente das suas capacidades, que não agem de forma independente e que apresentam muitas dificuldades, desde a resolução de problemas até à construção de hipóteses de resolução, o resultado de uma educação para o empreendedorismo são alunos com uma ideia positiva de si próprios, que atuam com confiança e acreditam nas suas competências e capacidades de avaliação, reflexão e decisão, na procura de soluções para os problemas. Um aluno com espírito empreendedor é "alguém que sonha e busca transformar seu sonho em realidade, aprendendo na prática e com seus erros" (Mocellin et al., 2010, p. 2). Portanto, alunos empreendedores são aqueles que assumem o risco, sem medo do erro, e que o encaram como um passo fundamental no processo de desenvolvimento. Alunos conscientes de que o erro avoca um papel formativo e que numa lógica de correção imediata, não compreensiva, os alunos aprendem através da forma como lidam com os seus erros (Pereira et al., 2007, p. 7).

Este núcleo de pensamento, que carateriza e distingue alunos empreendedores, revela a relevância de uma formação para o empreendedorismo. Se o objetivo é formar empreendedores de sucesso, então há que fomentar o espírito empreendedor dos alunos, levá-los a adquirir conhecimentos, competências e práticas que promovam o desenvolvimento de ideias e novos e revigorados projetos em todas as áreas de conhecimento.

Sendo a comunidade responsável pelo tipo de indivíduos que educa, cabe à própria sociedade criar o ambiente propício para o seu desenvolvimento, ou seja, é a sociedade que tem o dever, não só de exigir à educação que responda com a formação adequada para obter indivíduos empreendedores, como também de garantir que são fornecidos os meios e estabelecidas as linhas de ação na formação de alunos empreendedores. É essencial que a comunidade ofereça desde o início da escolaridade, o ensino para o empreendedorismo, em vez de esperar por níveis mais avançados do sistema de ensino para que os alunos comecem a empreender. A educação básica deve ser portanto o ponto de partida e, consequentemente, os ensinos secundário e pós secundário devem dar continuidade a este processo para que ocorra efetivamente a mudança e seja viável a criação de indivíduos globalmente preparados.

6. A Relação Entre a Matemática e o Empreendedorismo

"(…) ensinar matemática é muito mais do que apenas apresentar e treinar algoritmos e fórmulas aos alunos. (...)" (Oechsler & Gaertner, 2013, p. 3).

Numa breve reflexão sobre a história do ensino da matemática, é possível observar o grau de importância que esta disciplina assume na construção das novas gerações e o papel preponderante no desenvolvimento do pensamento.

Segundo:

> Os pressupostos da Lei de Bases do Sistema Educativo Português de 14 de Outubro de 1986, deparamos com os princípios orientadores da reforma educativa na qual está implícita a ideia de que a Matemática, assim como o Português, é uma área fulcral na formação global do aluno e, consequentemente, na do cidadão. Por conseguinte, e porque a Matemática é sem dúvida essencial ao desenvolvimento de quase todos os sectores, senão de todos, se os cidadãos não aprenderem Matemática e não desenvolverem a sua inteligência certamente os países terão muitas dificuldades em competir e absorver as contínuas revoluções tecnológicas (Martins & Silva, 2000, p. 7).

Contudo, ao longo dos tempos tem sido notório o profundo desagrado dos alunos por esta disciplina. De entre vários fatores, a falta de conexão entre o contexto escolar e o mundo real que de um modo geral, se evidencia em todas as disciplinas, em particular na matemática tem surtido um efeito contraproducente. A matemática, portanto, tem sido tradicionalmente considerada como uma ciência de conhecimento, e da qual a sociedade apenas se limita a absorver uma ínfima parte dessa sabedoria, muitas vezes entendida como dogmática, e não a compreendê-la e a experimentá-la como uma atividade humana que permeia áreas diversificadas da sociedade atual.

Para além da compreensão da matemática, enquanto disciplina, segundo Matos (2004, *apud* Fernandes & Matos, 2004, p. 5) prevalece a necessidade de compreender o que significa "saber matemática". Se isso se entende por ser conhecedor de factos matemáticos, se saber aplicá-los em novas problemáticas ou se pensar matematicamente.

> Analogamente em relação à Matemática temos que questionar se um aluno que domina as diferentes técnicas de cálculo e algoritmos mas que não consegue resolver um problema onde essas técnicas surgem incorporadas, sabe Matemática? Ou será que saber Matemática envolve mais do que isso? Não será importante desenvolver nos alunos o pensamento matemático? (Fernandes & Matos, 2004, p. 6)

A questão da utilidade da matemática, enquanto disciplina e enquanto ferramenta do dia-a-dia, deriva do problema de compreensibilidade no que diz respeito à sua própria natureza, o que consequentemente poderá originar resultados negativos obtidos nas últimas décadas. Investigadores acrescentam ainda que "(...) essa falta de clareza pode ser a principal responsável pelas dificuldades crônicas de que padece seu ensino" (Machado, 1989 *apud* Miranda et al, 2004, p. 2).

Entender qual é a natureza da matemática e quais os contributos desta disciplina no desenvolvimento do ser humano e do indivíduo enquanto elemento integrante de uma sociedade, é a primeira etapa para compreender e aprender sobre o conteúdo e a forma que se pretende ensinar, de modo a reeducar a comunidade para o real contributo da matemática.

Numa sociedade que urge pela formação de indivíduos empreendedores, a matemática surge como disciplina potenciadora da arte de empreender. Pois, aprender matemática é muito mais do que aprender a efetuar procedimentos cíclicos ou algoritmos. Segundo (Oechsler & Gaertner, 2013, p. 4) recriar a educação e adaptá-la à natureza da matemática é estar perante uma educação que auxiliará os alunos a desenvolver e a assumir a sua capacidade crítica em relação ao meio, em vez de apenas reproduzir fórmulas pré-concebidas.

No cerne desta disciplina está a ambição em incitar nos alunos competências que se consideram transversais e que viabilizam não só uma postura adequada para encarar esta disciplina, como também para participar ativamente na sociedade.

A capacidade de abstração, a criatividade e a curiosidade, a habilidade de pensar sob diferentes prismas na ótica da resolução de um mesmo problema, o trabalho em equipa e em particular, o desenvolvimento do pensamento matemático, pensamento crítico, são de facto competências que adquirem um contexto prático e útil à vida de qualquer ser humano e em qualquer idade. O que vai ao encontro dos investigadores que afirmam que "o significado, o pensamento e o raciocínio deveriam ser considerados produtos da atividade social e como tal coube aos entendidos em Educação Matemática desenvolver e testar teorias que justificassem tal relação" (Lerman, 2001, *apud* Fernandes, 2008, p. 2).

No seguimento desta ideia e tal como já foi evidenciado, para uma educação empreendedora "(...) uma educação voltada para a cidadania, não se pode pensar em um ensino voltado para o treinamento dos indivíduos e sim para a reflexão, discussão e aplicação em situações praticas na sociedade" (Oechsler & Gaertner, 2013, p. 4). Considerando a matemática como uma área de conhecimento que parte para o mundo abstrato, mas não descura do mundo experimental, é-nos passível compreender e estabelecer um paradoxo entre o conceito de aluno empreendedor e de aluno da ciência.

Por um lado, " (...) o empreendedor tende a realizar suas ações de forma diferente, visando outros resultados, e nesse processo constante de inovação vai recriando a realidade" (Pereira et al., 2007, p. 19). Por outro lado, "um aluno matematicamente competente é aquele que é capaz de articular os conhecimentos matemáticos que tem para resolver uma determinada tarefa (seja ela proposta no âmbito escolar ou não escolar) " (Fernandes & Matos, 2004, p. 8).

Portanto, existe uma conexão entre o que se espera de um aluno empreendedor e de um aluno da ciência. Ambos ambicionam a resolução de problemas e recorrem aos métodos que dominam e a outros alternativos e inovadores para alcançar os seus objetivos. Estes partilham a curiosidade e a ambição pelo domínio do descoberto e pelo desconhecido, têm plena consciência da necessidade de compreender a natureza dos riscos inerentes a todo processo, mas ao mesmo tempo, aprendem e empreendem todos os conhecimentos ao ministrar as ferramentas que possuem para alcançar o sucesso.

Sendo assim e após vários ciclos de investigação entendeu-se que o ensino da matemática não passa por "actividades puramente individuais, isoladas de factores sociais, culturais e contextuais" (Lave, 1988; Collins, Brown & Newman, 1989; Cobb, 1994; Confrey, 1995; em Núñez, Edwards e Matos, 1998; *apud* Fernandes, 2008, p. 3).

Uma visão que vai ao encontro do exposto no Programa de Matemática do Ensino Básico "o desenvolvimento do currículo de Matemática deve ser visto como um contributo, a par e em articulação com outros, para a promoção de competências gerais do ensino básico" (Fernandes & Matos, 2004, p. 1).

Portanto, esta disciplina é uma ferramenta cada vez mais poderosa, na mestria de observar, interpretar e agir nas múltiplas problemáticas dos domínios sociais, "onde errar significa aperfeiçoar técnicas e não desistir. Se um aluno for persistente decerto conseguirá obter êxito nesta disciplina" (Martins & Silva, 2000, p. 9). Consequentemente, essa persistência se revelará como uma das competências essenciais do perfil empreendedor.

Em suma, o empreendedorismo, tal como a matemática são ambos palcos simbióticos, onde se desenvolve uma forma de arte de pensar que está em constante desenvolvimento.

6.1. Porquê Empreendedorismo e Matemática?

> Sabe-se que a maneira de encarar e se dedicar ou não a uma determinada disciplina acadêmica varia de uma pessoa para outra, porém, a vivência prática em relação a esta disciplina pode fazer a diferença no resultado com os estudantes (Saes & Pita, 2007, p. 40).

Como se tem vindo a observar, existe uma unanimidade no mundo educacional, no que diz respeito à matemática e à forma como esta deve assumir uma postura dinâmica. Quando a ciência adquire um caráter construtivo, os alunos são capazes de reconhecê-la e dominá-la, com o intuito de a transpor para o mundo real, de acordo com o contexto histórico, cultural e social. Uma matemática empreendedora faz com que os alunos se tornem "conscientes de que eles também são construtores deste saber" (Miranda et al., 2004, p. 2).

Ao adaptar o valor da matemática e encará-la, como um bem cultural e fundamental ao aluno, enquanto ser integrante de uma sociedade, esta assumirá uma utilidade clara e de interesse total. Os alunos conseguirão dominar conhecimentos que engrandecem, não só a sua formação escolar, como também a sua formação enquanto cidadãos, o que irá permitir ultrapassar a ideia de que o conhecimento apenas se cria em sala de aula e aí permanece.

> É uma ideia falsa. Os alunos aprendem fora da escola muita coisa que são capazes de mobilizar na aula de Matemática. É muitas vezes mais eficaz, em termos de aprendizagem, que eles descubram um método próprio para resolver uma questão do que esperar que eles aprendam o método do professor e sejam capazes de reconhecer, perante uma dada situação, como o aplicar (Ponte, 2005, p. 9).

Tal como já foi referido anteriormente, o empreendedorismo passa pela inovação e criação de um método para a resolução de problemas. Assim, Martins & Silva (2000, p. 3), na sua obra evidenciam o trabalho de George Pólya, um matemático húngaro do século XX, que defende a importância da arte da resolução de problemas no ensino. É através da afirmação de Pólya que constatamos a transversalidade de um método, inicialmente matemático para outras áreas de conhecimento:

> o principal objetivo da educação é ensinar os mais novos a pensar e a resolução de problemas constitui uma arte prática que todos os alunos podem aprender. Porque o ensino é, na sua perspetiva, também uma arte, ninguém pode programar ou mecanizar o ensino da resolução de problemas; este ensino é uma atividade humana que requer experiência, gosto e bom senso (Pólya, *apud* Martins & Silva 2000, p. 4).

Desta forma, Martins & Silva (2000, p. 4) apresentam-nos os cinco procedimentos associados à resolução de problemas, defendidos pelo autor supracitado, que ainda se aplicam na sociedade atual e são esses: a definição do problema; a seleção de uma estratégia de resolução; a execução da estratégia solucionada; a avaliação do resultado e do processo e a autoavaliação.

Considera-se assim a ligação inequívoca entre a matemática e o empreendedorismo. Ambas as disciplinas visam o desenvolvimento das capacidades específicas que se afirmam transversais, dada a dimensão global do século XXI.

6.2. O Professor de Matemática e o Empreendedorismo

No capítulo 4 foi apresentado o papel do professor na educação e a sua importância, no que respeita ao desenvolvimento das competências essenciais à formação do cidadão empreendedor. O professor de matemática, para além das tarefas de docente, encontra um desafio a outro nível, pois como referido existe uma conotação negativa em torno da disciplina de matemática e para além disso combinar a essência de um ensino empreendedor.

São múltiplos os problemas associados à motivação para a disciplina de matemática. Cabe ao professor garantir que, além desse conjunto, não transmite novos fatores condicionantes de qualquer ordem.

Segundo a visão de Le Boterf (1997, *apud* Mesquita, 2011, p. 92):

> o professor deve ter em atenção as suas atitudes para com os alunos, ao nível dos conhecimentos, dos afetos e das condutas, uma vez que estes influenciarão a sua forma de estar no mundo. É necessário que o professor tenha "a noção de que, independentemente da pessoa que é, tem de ter cuidado em não transmitir aspetos negativos".

Na afirmação anterior, o professor é tido como um exemplo para o aluno, o que vai ao encontro dos pressupostos para o empreendedorismo.

Não poderá existir evolução se continuarmos a acreditar que "na aula de Matemática, os princípios de avaliação residem com o professor. O aluno não é capaz de, sozinho ou com os colegas de grupo, legitimar o seu trabalho. Necessita sempre da autoridade do conhecimento do professor" (Fernandes, 2008, 11), o que se constitui numa das causas para a falta de confiança no trabalho desenvolvido pelos jovens da atualidade.

A avaliação tem sido um tema constante na área docente, por assumir um caráter negativo, pois é maioritariamente entendida como medidor de conhecimento e não como ferramenta formativa que auxilia o aluno. A matemática torna-se, então, "um mero instrumento para que a aprovação seja obtida nas escolas" (Pelicioli & Ramos, 2011, p. 3).

Como fruto deste pensamento, exponencia-se um outro problema, que é o facto de que "nas aulas de Matemática os alunos, muitas vezes, têm por objetivo encontrar a resposta correcta o mais rapidamente possível. O produto, neste caso, é mais importante que o processo" (Fernandes, 2008, p. 11).

No empreendedorismo, o caminho para atingir o sucesso é tão importante como alcançar o fim e é crucial para compreendê-lo, o que vai ao encontro dos objetivos da disciplina de matemática. É da responsabilidade do professor preparar os alunos para a aceitação do erro e da vontade em abraçar o desafio. Sendo assim, deverá ser promovida a autoconfiança, onde o aluno se torna consciente do seu próprio trabalho e valoriza-o, tal como o resultado que obtém.

O professor tem a missão de mostrar que “a Educação Matemática virada para a conformidade e obediência é incompatível com o desenvolvimento do pensamento crítico e capacidade de análise” (Fernandes & Matos, 2004, p. 10). Portanto, o professor terá de ser um verdadeiro empreendedor, na medida em que “aprender Matemática é essencialmente aprender uma determinada forma de pensar, que se desenvolve, como todas as outras formas de pensar. É por isso que não aprendemos Matemática da mesma maneira como se fez ontem e se fará amanhã” (Martins & Silva, 2000 p. 7).

O aluno será o espelho desta mudança, na atitude do professor de matemática, pois se for capaz de identificar no professor a motivação, a coragem, a inovação, em paralelo com a consciencialização de tais atos, irá encontrar um modelo, sobre o qual poder-se-á refletir.

6.3. De que Forma Podem as Aulas de Matemática Contribuir na Formação do Aluno Enquanto Empreendedor

Com a mudança do comportamento do professor, no que respeita a sua predisposição para o ensino empreendedor:

> (…) é possível, na sala de aula, desenvolver um conjunto de ações que contribuam decisivamente para a consolidação de uma cultura de empreendedorismo que se traduz pela criação de uma atitude diferente dos jovens face a alguns desafios nomeadamente nos campos da iniciativa, da inovação e da criatividade (Pereira et al., 2007, p. 8).

Nesse sentido, nada melhor que o trabalho desenvolvido na disciplina de matemática, onde os desafios são constantes, principalmente na resolução de problemas, em que os alunos necessitam de articular conhecimentos dos vários anos letivos. Na maioria das vezes, os alunos não solucionam o problema proposto e é por falta de iniciativa, em comum acordo com a falta de criatividade.

Ao contrário da imagem preconcebida da matemática, enquanto conjunto de processos e técnicas infalíveis, esta disciplina exige acima de tudo experimentação e despreendimento. Não existe apenas uma solução única para um determinado problema e não é de todo garantido que apenas existam as soluções conhecidas para o problema em questão. Trata-se exatamente da situação oposta, pois, mais que qualquer outra ciência, a matemática está em constante estudo, reajustamento e inovação, portanto nos meandros da matemática está presente o empreendedorismo, sendo assim, aqueles que são capazes de questionar e usufruir dos conhecimentos adquiridos desenvolveram competências deterministas do empreendedor.

Muito embora não se possa "descurar nem minimizar os conteúdos científicos, bem como devemos ter a preocupação de capacitar os alunos em termos do domínio de processos e do desenvolvimento de aptidões que conduzam para a resolução de problemas, adaptando-os a novas situações" (Martins & Silva, 2000, p. 9), o professor tem ao seu dispor uma série de ferramentas que permitem satisfazer as exigências da sociedade atual.

Uma aprendizagem com uma abordagem prática permite aos alunos terem meios ao seu dispor para atingir o grau de compreensão necessário aos desafios colocados.

Fazer e aprender com o que se faz remete o aluno para o leme da sua própria aprendizagem, pois este ao assumir o papel de investigador apercebe-se da forma como aprende. Segundo esta ótica, o aluno desenvolve a aptidão de selecionar informação e analisá-la, de modo a ser capaz de direcionar o seu trabalho e alcançar as suas próprias metas. Para além disso, este desenvolve a habilidade de trabalhar em equipa e ao mesmo tempo que gere as suas tarefas, domina e monitoriza a evolução do trabalho. Adicionalmente, desenvolve a capacidade de avaliar, argumentar e validar o sucesso durante todas as fases do seu projeto, tendo ainda consciência das implicações das suas conclusões, no meio em que se insere.

Em face dessa contingência, " (...) o aprender fazendo implica a capacidade de tomar decisões, de executar e de errar" (Pereira et al., 2007, p. 17).

Incitar as valências inumeradas pressupõe uma preparação exaustiva do trabalho do professor, pois este terá de construir tarefas de modelação adaptadas a uma educação matemática empreendedora, logo tarefas adaptadas ao meio em que o aluno se insere.

"As chamadas tarefas de modelação são, no fundo, tarefas que se apresentam num contexto de realidade. Estas tarefas revestem-se, de um modo geral, de natureza problemática e desafiante, constituindo problemas ou investigações, conforme o grau de estruturação do respectivo enunciado" (Ponte, 2005, p. 10).

Tais premissas apontam para a necessidade constante do professor se manter atualizado, no que respeita a sociedade global a que este pertence e as inúmeras estratégias que florescem do próprio empreendedorismo na área educacional, de modo a garantir que "a aula de Matemática deve tornar-se um dos (melhores) locais para preparar os indivíduos que a sociedade actual exige" (Martins & Silva, 2000, p. 5).

7. Interdisciplinaridade. Relação entre Matemática, Economia e Empreendedorismo

7.1. De que Forma Poderá a Matemática Fomentar esta Ligação?

No capítulo anterior, foi explorada a relação entre a disciplina de matemática e o empreendedorismo. Verificou-se uma analogia entre estas duas grandes áreas e a sua importância no currículo escolar.

Tal como "a Matemática é, sem dúvida, a ciência que melhor permite analisar o trabalho da mente e desenvolver um raciocínio aplicável ao estudo de qualquer assunto ou temática" (Martins & Silva, 2000 p. 1), a génese do empreendedorismo está na reflexão das condicionantes que determinam o sucesso de um empreendimento.

A disciplina de economia está subentendida nas áreas acima referidas, pois quer a matemática, quer o empreendedorismo recorrem a conceitos económicos, nas suas aplicações.

Um dos campos mais desenvolvidos na matemática é a modelação. "Segundo Biembengut (1997, p.89), modelo matemático é "um conjunto de símbolos e de relações matemáticas que representa, de alguma forma, um fenômeno em questão ou um problema de situação real" "(Rehfeldt & Martins, 2012, p. 6). De acordo com esta definição, podemos observar que o meio envolvente apresenta-nos inúmeros modelos matemáticos, nas mais distintas áreas do conhecimento.

A modelação assume-se uma ferramenta da educação e, em particular, da aprendizagem da matemática, pois garante ao aluno partir para uma descoberta concetual, com base numa realidade observada.

Os autores supramencionados exploram tais premissas, afirmando que a modelação está lado a lado com o empreendedorismo ao incitar no professor a necessidade de desenvolver práticas pedagógicas empreendedoras em sala de aula. Acrescentam ainda que a modelação matemática e o empreendedorismo, "quando trabalhados em sala de aula, podem colaborar com a formação de estudantes com o perfil exigido por um mercado de trabalho que almeja a prosperidade" (Rehfeldt & Martins, 2012, p. 6).

Quando os alunos desenvolvem estratégias inovadoras para aplicar num determinado contexto, nomeadamente do seu quotidiano, estão a modelar. Se refletirmos sobre o perfil do empreendedor, em análise no capítulo 2.1 conseguimos estabelecer uma conexão direta com tal colocação. Os empreendedores vivem na constante procura de solução para problemas existentes no seu meio de conhecimento. Quer os alunos, quer os empreendedores partem na busca do sucesso, sem estratégias previamente elaboradas, focando-se na oportunidade e no processo decisivo.

Portanto, "o professor de Matemática que utiliza a modelagem matemática em suas aulas estará inovando na área educacional, buscando levar seus alunos ao objetivo primeiro de uma sala de aula: a aprendizagem." (Rehfeldt & Martins, 2012, p. 11) Assim sendo, o professor não deverá esquecer a sua atitude, face a essa contingência, apresentada no capítulo 6.2.

Já no que respeita a modelação, no âmbito das ciências socioeconómicas, assume um papel fundamental na vida prática do aluno, enquanto membro de uma sociedade. A utilização de modelos matemáticos que explorem conceitos particulares de um profissional do mundo económico desenvolvem no aluno uma sensibilidade quer na compreensão, quer na ação da vida social. É na habilidade de reconhecer, problematizar e equacionar soluções, em paralelo com o pensamento estratégico e o domínio de todo o processo de planificação que se evidencia na aprendizagem do aluno, as competências para satisfazer as necessidades da sociedade vigente.

Uma educação económica e financeira poderá revelar-se crucial na formação do aluno, enquanto indivíduo, pois:

> é importante saber que através de atitudes simples, como fazer um orçamento ou calcular determinada taxa de juro de uma prestação, aliada a um plano de investimentos, pode-se garantir uma melhoria de qualidade de vida, tanto no presente e, mais ainda, no futuro, tendo em vista o aumento da expectativa de vida de nossa geração (Theodoro, 2008, p. 5).

O professor de matemática, ao promover atividades interdisciplinares com a disciplina de economia no ensino secundário, possibilitará que os jovens adultos deixem de ser guiados pelas emoções e passem a ser mais racionais, no que respeita à área financeira, o que corrobora com a afirmação de que "o direito à educação financeira deve ser creditado ao estudante tão logo este esteja na escola, pois quanto mais cedo ele adquirir essa consciência, mais cedo saberá administrar suas finanças" (Pelicioli & Ramos, 2011, p. 11).

Portanto, os docentes das disciplinas devem procurar estabelecer conexões entre os programas de ensino, viabilizando uma educação conjunta que segue os princípios empreendedores ao garantir ao aluno que este sabe o que está a aprender, como o aprende e o porquê de tal conhecimento.

Para levar a cabo esta tarefa, os professores deverão explorar ao máximo a sua capacidade criativa, de modo a passar aos alunos, apenas os conceitos necessários para que estes os multipliquem e a partir destes atinjam as metas a que se propuseram. A área financeira apresenta um caráter com um certo grau de complexidade, logo os docentes terão ainda que ter em conta a maturidade dos seus alunos, para introduzir determinados conceitos, contudo, deverá procurar introduzi-los, de forma simplificada e adaptada à linguagem corrente dos alunos. Para isso, os docentes poderão recorrer a múltiplas estratégias dinâmicas, tais como jogos "que além de despertar a motivação pelo tema, irão desenvolver, quando bem explorado, os conceitos de honestidades e o saber lidar com perdas, além de estimular o raciocínio" (Theodoro, 2008, p. 7).

Em jeito de conclusão, pretende-se que os professores desenvolvam um trabalho simbiótico, de modo a colmatar as lacunas no ensino de ambas as disciplinas, em especial, na matemática onde são evidentes os momentos de dificuldade, as barreiras e o erro constante. Deverá, então, procurar ser desenvolvido um trabalho com base na persistência em não desistir, o que refletir-se-á no comportamento humano do indivíduo de hoje e de amanhã.

7.2. Porquê a Necessidade de Tarefas com o Máximo de Aproximação Possível ao Mundo Real?

> O acumular de saberes descontextualizados não serve realmente senão àqueles que tiverem o privilégio de aprofundá-los durante longos estudos ou uma formação profissional, contextualizando alguns desses conhecimentos e exercitando-se para utilizá-los na resolução de problemas e na tomada de decisões (Pereira et al., 2007, p. 18).

No capítulo 6.3 foi possível verificar a forma como as aulas de matemática podem contribuir na formação do aluno empreendedor. Um dos pontos apresentados atesta a adaptação dos exercícios e problemas ao contexto do aluno, o que corrobora com a afirmação seguinte.

> (…) a Educação Matemática Crítica não defende a explicação de conteúdos de forma estanque e descontextualizada. Além do desenvolvimento intelectual, a Educação Matemática Crítica defende que a Matemática deve servir como uma ferramenta para se entender, analisar e explicar a sociedade em que se vive. Para tanto, os conteúdos de Matemática abordados devem ser utilizados dentro de um contexto (…) (Oechsler & Gaertner, 2013, p. 8).

Dentro desta ótica, podemos encontrar diversos investigadores que fundamentam tal raciocínio. Devido às adversidades no ensino da matemática, procurar estratégias práticas e transparentes que garantam a aprendizagem do aluno sem perda do conhecimento científico e que estes os transponham para as demais disciplinas tem sido um desafio constante, pois "Os alunos sabem, por exemplo, resolver equações na aula de Matemática e não as sabem resolver na aula de Física" (Fernandes & Matos, 2004, p. 5 e 6).

Relativamente à área económica, tem sido notória a falta de exercícios que relacionem economia com a matemática e até mesmo a importância de tal ligação em ambiente de sala de aula. No entanto, vários investigadores têm inumerado as vantagens resultantes do recurso a exercícios que explorem os conceitos inerentes a este campo. O recurso a este tipo de exercícios, não só irá permitir a compreensão concetual, bem como a sua aplicação à vida real. Assim, os alunos aprenderão a assumir uma atitude crítica perante questões que se denotam problemas no mundo laboral. Ao mesmo tempo, serão capazes de explorar conceitos básicos e específicos, tais como juros simples, compostos, de curto, médio e longo prazo; desconto e aumento; pagamentos a crédito e a pronto; cotações de bolsa e ações; consumo e poupança, entre outros. Os alunos irão entender que o recurso à matemática permite, por exemplo, "analisar a composição e a qualidade dos produtos e avaliar seu impacto sobre a saúde e o meio ambiente, ou para analisar a razão entre menor preço/maior quantidade" (Theodoro, 2008, p. 4).

Em suma, uma educação matemática financeira assumirá um papel fundamental na vida prática do aluno, logo estará incumbida, no professor, a missão de promover o meio e as ferramentas para esta aprendizagem. Deverá, portanto, fornecer uma oferta bibliográfica atualizada e onde existam textos que explorem os conceitos económicos e de empreendedorismo, e garantir que os problemas de texto estejam vinculados a um meio social e adaptados à realidade vivida.

Este tipo de problemas constitui uma das estratégias a adotar, pois viabiliza o "cumprimento das funções, tarefas e objectivos da Matemática: aglutinando seus objectivos, em três campos, do saber e do poder (saber fazer), do desenvolvimento intelectual e da educação ideológica (saber ser) " (Mendes, 2013, p. 120), visto que permitem adquirir, exercitar e consolidar noções aritméticas, teoremas e procedimentos que se constituirão em ferramentas para os diversos campos do saber.

Em síntese, o professor, ao explorar o currículo de matemática, deverá tentar promover as condições necessárias, de modo a que "o aluno transcenda um modo de vida restrito a um determinado espaço social e se torne ativo na transformação de seu ambiente" (Pelicioli & Ramos, 2011, p. 10).

8. Atividades e Projetos Extracurriculares no Âmbito da Simbiose Matemática/Empreendedorismo

No capítulo anterior, verificámos a importância de projetos interdisciplinares, no âmbito da promoção da educação para o empreendedorismo. Porém, cabe à escola proporcionar aos alunos a possibilidade de criar projetos extracurriculares que promovam essa mesma educação, como foi analisado no capítulo 3.2.

Partindo desse pressuposto, foram criadas por diversas entidades, quer institucionais, quer privadas, inúmeras atividades e projetos dinamizadores do empreendedorismo, das quais se destacarão dois projetos.

Em primeiro lugar, o projeto Tampinhas, que integra o projeto Eco - Escolas, na Região Autónoma da Madeira (RAM). Este projeto tem como objetivo apelar à consciência e responsabilidade social da comunidade escolar, através da recolha de tampas de plástico, que posteriormente são entregues à entidade responsável pela reciclagem e cujo peso reverte em dinheiro para a aquisição de material de apoio à deficiência motora.

Em segundo lugar, "o Projeto Educação para o Empreendedorismo (EPE) em boa hora lançada pelo Ministério de Educação constitui um bom exemplo de uma iniciativa que tem como objetivo promover o empreendedorismo na Escola" (Pereira et al., 2007, p. 8).

A partir de projetos de investigação e de intervenção, dinamizados pelas áreas curriculares específicas, os alunos serão capazes de desenvolver produtos de cariz social e económico, motivadores que respondem às necessidades do meio envolvente, ou seja, "o espírito empreendedor no âmbito do projeto EPE é visto no sentido mais abrangente, promovendo a utilização de conhecimentos, capacidades, atitudes e saberes curriculares e não apenas confinando à criação de empresas numa ótica do espírito empresarial" (Pereira et al., 2007, p. 18).

Neste tipo de empreendimento, será necessário desenvolver capacidades, tais como: a relação entre professor e aluno; o estreitamento entre os serviços especializados e as estruturas que viabilizam os projetos e o auxílio a profissionais de apoio psicológico, na orientação profissional.

Um dos projetos associados de EPE é o RS4E, desenvolvido em 2004, pela Secretaria Regional de Educação e Cultura, em parceria com o Centro de Empresas e Inovação da Madeira (CEIM) a aplicar ao ensino secundário, profissional e universitário, cuja "sua metodologia é a do "learning by doing" (aprendendo fazendo), ou seja, permitindo que os alunos tenham um contato com o mundo do empreendedorismo através da experimentação" (Aprender a Empreender – Junior Achievement Portugal, 2008, *apud* Gomes, 2012, p. 67).

Este projeto tem como objetivos:

> “despertar e estimular, no aluno, a predisposição para empreender; alertar o aluno para a existência de oportunidades de negócio no meio que o rodeia e sensibilizar, o aluno, para a importância da criação de riqueza e do seu próprio trabalho como forma de promover a eficiência económica e a estabilidade social” (rs4e, 2016).

Estabelecendo uma ponte com os aspetos apresentados no capítulo 6, em que se evidenciou a simbiose matemática/empreendedorismo justifica-se a necessidade de projetos tais como aqueles acima apresentados.

Por fim, são os objetivos específicos dessas mesmas atividades que tornam evidentes as semelhanças nas duas áreas de conhecimento e que, para além disso, será ao potenciar projetos que alcancem e, de certo modo, ultrapassem as barreiras da comunidade escolar, que os alunos serão capazes de se munirem das valências cruciais aos desafios do século XXI.

9. A Professora Y

9.1. A Geração Y. Porquê Professora Y?

Determina-se por geração Y os jovens nascidos entre 1980 e 1999 que é considerada "uma geração de empreendedores natos" (Oliveira, 2010, *apud* Rosa, 2011, p. 3). Numa fase em que a tecnologia predomina no quotidiano das sociedades é-nos apresentada uma geração capaz, criativa e líder que invoca à inovação e à luta da satisfação das necessidades e desejos.

"Sociólogos vêm estudando o comportamento e estilo de vida destes jovens que buscam não só um bom emprego, equivalente a outras gerações, mas também a autorrealização, o rápido sucesso no mercado e um equilíbrio entre vida pessoal e trabalho" (Rosa, 2011, p. 2).

De certa forma, parte-se do princípio que nesta geração há igualdade social, na medida em que não há separação entre géneros, etnias e idades. É uma juventude que, desde tenra idade, reconhece o potencial entre os seus membros, na competição e no sucesso no campo profissional, independentemente, do meio social de onde provêm, mas sim valorizando quer a sua formação, quer a sua experiência, como valências competitivas.

Estes jovens Y são aqueles que partem à descoberta de oportunidades de negócio, em paralelo com a sua realização pessoal, segundo a ótica empreendedora. "A geração Y está encontrando no empreendedorismo uma oportunidade de mudar o mundo, de reinventar o jeito de gerir uma organização. São jovens que encontraram uma ótima ferramenta para por em prática seus sonhos e planos de mercado ideal" (Rosa, 2011, p. 7, 8), o que faz desta uma geração de líderes natos, pois os jovens Y consideram que o progresso é inerente a uma boa liderança, o que pressupõe a supremacia do perfil empreendedor.

> Um bom líder precisa possuir várias virtudes, entre elas: competência (conhecimento, habilidades e atitude/ação), ética (integridade e honestidade), entusiasmo, empatia, autoconfiança, sensibilidade, humildade, imparcialidade, saúde, autoconhecimento, motivação e inteligência acima da média. É fundamental que goste de se relacionar com pessoas, que saiba ouvir e que seja observador (Jordão, 2004, *apud* Júnior, 2013, p. 35).

O professor é um líder e um empreendedor, como foi referido no capítulo 4. Logo, este procura inovar, criar e revolucionar o mundo não só à sua medida, como também à medida de outrem. É alguém que se questiona e se motiva e as suas intenções fundamentam-se numa base sólida de prospeção. Este jovem professor está em constante procura da forma como irá promover o equilíbrio a todos os níveis.

> “A geração Y não quer trabalhar para um chefe, quer trabalhar com um mestre, alguém que os ensine, explique e os motive para dar o melhor de si, pois é isso que acreditam ser a atribuição de um chefe/mestre, é assim que vão tratar seus futuros jovens subordinados” (Rosa, 2011, p. 14).

Considerando que me aproximo da maioria dos traços acima mencionados do jovem professor Y e, dado que nasci no ano de 1989, adotei como título desta dissertação *A Professora Y*.

9.2. Qual a Motivação para esta Investigação? E, Quais as Questões de Investigação?

> Matemática é ensinada nos nossos dias em quase todo o mundo civilizado. A principal questão que se levanta é: Como ensinar a Matemática? E o problema é o mesmo de sempre: Como motivar o aluno? Como ensiná-lo a pensar? Como torná-lo autónomo? (Martins & Silva, 2000, p. 1)

São questões, como as acima referidas que surgem no início da carreira de um jovem professor. Ao longo da minha formação secundária, no curso de Ciências Socioeconómicas, seguindo-se a formação académica, no ensino da matemática, fui desenvolvendo a motivação pelo ramo educacional, assim como pela vertente económica e financeira.

Desde muito cedo que senti a necessidade em compreender o porquê das dificuldades na disciplina de matemática, em particular, o caráter negativo associado a esta. Para mim, a matemática sempre me incentivou à descoberta, por ser desafiadora e me parecer a mais aliciante de todas as disciplinas.

O fascínio pelo domínio de técnicas e conhecimentos e a capacidade de relacionar conteúdos, nas mais diversas formas, foram condicionantes para o sucesso do meu percurso académico. Uma disciplina que tem, a meu ver, todas as ferramentas para preparar o aluno para a sua vida em sociedade.

Ambicionar ser professora de tal disciplina, cuja natureza por si só se denota bela é, sem dúvida, encontrar numa possível mudança de mentalidade a minha realização pessoal. Desde muito nova, parti em busca de estratégias que, um dia mais tarde poderia usar enquanto professora, com o intuito de colmatar as dificuldades e o denegrir da imagem da matemática.

Encontrar uma forma que leve os meus alunos a alcançar o sucesso da disciplina e, ao mesmo tempo, a disfrutar de tudo o que esta oferece é uma das metas que me acompanhará ao longo da minha carreira docente.

Uma das estratégias que tive o privilégio de experienciar está diretamente ligada com o empreendedorismo. Tive a sorte de, quer no ensino secundário, quer no ensino superior encontrar professores que sempre me inspiraram e motivaram para desenvolver projetos empreendedores. Com isso, pude enriquecer a minha formação, pois desenvolvi o meu lado mais criativo, a confiança para reconhecer nos meus planos e resultados, os erros e os sucessos como caráter formativo, a aceitação do desafio e do risco ponderado, a vontade e o gosto pela inovação e reinvenção.

Foi-me possível constatar, em primeira instância, as benesses de um ensino que promove e garante uma educação empreendedora. Participei em todas as atividades extracurriculares disponíveis na escola secundária, incluindo o projeto RS4E. Posteriormente, na universidade voltei a participar nesse mesmo projeto, do qual saí vitoriosa. Foi uma experiência que permitiu observar a minha evolução, de forma autorreflexiva e compreender que tudo aquilo que tinha feito, desde a primeira participação no projeto RS4E contribuiu para munir-me das valências necessárias e assim, alcançar o sucesso.

> Se a pessoa quer ser criativa, deve fazer coisas diferentes todos os dias! Mudar o seu ambiente de trabalho, mudar alguma coisa no seu lar, ver novos filmes, ir a novos lugares, falar com novas pessoas, ler livros variados. Na medida em que a mente fica exposta a novidades, há estímulo, a observação fica mais aguçada e é mais fácil fazer novas conexões entre as ideias (Holanda, 2010). Por outro lado, quando a pessoa tem paixão pelo trabalho que realiza, a criatividade manifesta-se mais espontaneamente, já que a tarefa é sentida prioritariamente como prazerosa, acima do dever, da obrigação. (Júnior, 2013, p. 10)

Encarando o desafio apresentado na afirmação anterior e tendo em conta as ideias que corroboram com a fundamentação teórica desenvolvida até este capítulo, emerge a motivação para o seguinte problema de investigação: compreender a aprendizagem da matemática e do empreendedorismo em contexto escolar. Para analisar este problema dissecámo-lo nas seguintes questões de investigação:

I. Como é que os alunos aprendem a empreender com a matemática?;
II. Qual é a importância da matemática no desenvolvimento de comportamentos empreendedores nos alunos?;
III. Em que medida a realização de projetos interdisciplinares influenciam a postura do jovem empreendedor e aluno de matemática?;
IV. De que forma projetos extracurriculares, em particular, o projeto Tampinhas e o projeto RS4E potenciam a simbiose matemática/empreendedorismo?.

Considerando as questões enumeradas e num contexto em que o professor de matemática descruza os braços e abraça o ensino empreendedor, levei a cabo esta investigação.

10. A Metodologia Qualitativa, Segundo Robert K. Yin

10.1. A Metodologia Qualitativa e as Vantagens do Recurso a esta Metodologia. Porque é que Adotei esta Metodologia neste Trabalho?

"The diversity of what is called qualitative research, because of its relevance to different disciplines and professions, challenges anyone to arrive at a succinct definition." (Yin, 2011, p. 7)

Segundo o autor Robert K Yin (2011), a investigação qualitativa tornou-se uma das principais metodologias adotadas pelos investigadores, nos diferentes campos académicos e profissionais. Sendo assim, urge a definição do conceito de metodologia qualitativa. Yin explica que tal conhecimento pressupõe a compreensão dos cinco traços característicos desta metodologia que se assumem como vantagens no uso da mesma.

Primeiramente, este tipo de metodologia permite estabelecer as condições necessárias para investigação, pois não só possibilita uma recolha de dados em número suficiente, como ainda, viabiliza a experiência/observação considerando múltiplas variáveis. Há um contato direto entre o investigador e os participantes, o que permite a possibilidade de resultados que explorem situações não previstas pelos investigadores.

Numa segunda instância, o autor eleva o facto de neste tipo de estudo, as perspetivas dos participantes assumirem um papel decisivo aquando da interpretação dos dados recolhidos.

Em terceiro lugar, o estudioso refere que a contextualização do meio permite compreender as ações dos participantes, ter a consciência do registo individual de todos e de cada um e ainda reconhecer as condições em que os participantes realizam e ultrapassam os desafios.

Num próximo ponto, Yin foca o verdadeiro sentido dos meios adotados numa metodologia qualitativa. Refere-os, não como relato das ações dos intervenientes, mas sim, como rampa motivacional para os investigadores. As ideias provenientes de uma análise aprofundada e realista invocam à adaptação e à reconstrução de conceções preconcebidas pelo investigador.

Por fim, o autor destaca o facto de neste tipo de metodologia, o investigador ter um leque de instrumentos diversificados para recolha de dados e poder cruzar diferentes situações e momentos de análise. Toda a informação produzida pelos intervenientes é fonte de conhecimento. São os resultados de uma investigação com recurso a uma metodologia qualitativa que traduzem na íntegra a realidade dos participantes e só assim garante que os problemas de investigação adquirem sentido no mundo real.

Para além dos cinco traços supracitados, existem outras variantes no que diz respeito à metodologia qualitativa, devido às particularidades da ação humana. Segundo Yin, a ação humana pode ser segmentada segundo duas perspetivas. Por um lado, podemos deparar-nos com a singularidade e autenticidade da ação humana e por outro lado reconhecer características e reações transferíveis a outras situações (Yin, 2011, p. 11). Um mesmo estudo, numa outra situação, muito provavelmente obteria resultados únicos, pois, por muito que o estudo fosse considerado e adaptado às condições do meio, a imprevisibilidade da ação humana garantiria uma multiplicidade de respostas.

Contudo, com base na explicação de Yin (2011, p. 17) no que se refere à escolha de uma diretriz num estudo qualitativo, considerei a afirmação onde o autor expressa a não-obrigatoriedade na adoção de variantes desta metodologia e sim uma abordagem mais genérica, que contemple as supramencionadas caraterísticas.

Com esta opção e seguindo uma linha generalizada desta metodologia foi possível ir à procura de respostas às questões de investigação que concernem temas tão abrangentes como a matemática e o empreendedorismo. Só assim foi possível estabelecer a estrutura de um plano de ação, nomeadamente, definir o perfil do estudo, escolher os métodos de recolha de dados e a forma de interpretação dos mesmos. Esta escolha teve como propósito eleger uma metodologia que não restringisse o apreender da complexidade do fenómeno em estudo.

10.2. Quais os Métodos/Meios/Instrumentos da Metodologia Qualitativa?

Um estudo que siga uma metodologia qualitativa deve obedecer a três princípios fundamentais de modo a garantir a veracidade e a credibilidade.

Em primeiro lugar, deverá existir transparência nos resultados e consequentemente nos dados recolhidos que os comprovam, ou seja, o investigador tem por obrigação garantir que qualquer outro curioso nesta área de conhecimento tenha acesso à sua investigação, bem como aos dados e resultados obtidos, comprovando que não foram adulterados.

Seguidamente, a existência de método revelar-se-á fundamental, pois, muito embora a metodologia qualitativa permita a descoberta e adaptação a novas situações, um fio condutor irá diminuir e prevenir o trabalho desnecessário. Eisenhart (2006, *apud* Yin, 2011, p. 20) embora reflita sobre a metodologia qualitativa, não nega a existência de possíveis traços que sejam comuns a outros tipos de metodologias na área das ciências socias. A autora defende que os relatórios que surgem de um trabalho de campo devem realmente mostrar que o investigador esteve “really and fully present - psically, cognitively, and emotionally - in the senses of action under study” Eisenhart (2006, *apud* Yin, 2011, p. 20) e a forma como o alcançaram.

Segundo a autora, quer os dados, quer as conclusões obtidas devem ser entendidas como certas, apenas segundo uma determinada perspetiva. Eisenhart (2006, *apud* Yin, 2011, p. 20) quer com isto dizer, que no processo reflexivo do estudo, o investigador deve apresentar uma sensibilidade particular no que diz respeito ao relatório, de modo a que a inter-relação entre os intervenientes e a sua relação com o meio seja explícita segundo uma linha autorreflexiva. Para tal, a autora defende a criação de um diário, onde não só, sejam registadas as experiências, as ideias, as conquistas, mas também, os receios, os erros, confusões e problemas, e a forma como foram ultrapassados.

Como terceiro objetivo Yin (2011, pp. 20, 21) refere que a investigação qualitativa deverá basear-se num determinado conjunto de indícios, de modo a que sejam alcançadas conclusões baseadas em dados que foram não só recolhidos como também avaliados de forma íntegra. O autor pretende com isto dizer que, deverá existir uma linguagem comum e contextualizada entre os participantes, e que essa linguagem será válida mediante a realidade vivida. Consequentemente, as conclusões para o problema de investigação deverão ser alusivas aos dados recolhidos e analisados. Anderson-Levitt (2006, *apud* Yin, 2011, p. 20) acrescenta ainda que mesmo se existirem múltiplas perspetivas, a análise deverá procurar um sentido para cada uma delas e testar cada um dos indícios recorrendo a variados instrumentos e fontes.

10.3. Como se deve Preparar um Investigador para este Tipo de Metodologia?

Para qualquer investigação, existe um núcleo de características que definem um perfil de investigador adequado para os diferentes tipos de metodologia adotados. Sendo assim, Yin (2011, p. 26) apresenta-nos seis traços que potenciam a qualidade de trabalho de um investigador que pretenda desenvolver um estudo segundo uma metodologia qualitativa, que são: o saber “ouvir”; o levantar questões pertinentes; o dominar o tópico em estudo; o preocupar-se com os seus dados; o conseguir realizar tarefas paralelas e o ser perseverante.

“The more that you are able to listen for these signals, the better will be your fieldwork” (Yin, 2011, p. 26).

O uso da metodologia qualitativa pressupõe que o investigador vá além das palavras que lhe são direcionadas, ou seja, este deverá procurar o subentendido em tudo o que lhe é transmitido. Deverá ser capaz de não só estar atento às ações do sujeito, como também ser capaz de explorar as suas motivações e interpretações. Yin, (2011, p. 27) ao saber "ouvir", acrescenta análise da forma como algo que foi expressado, associado a pequenas coisas como a respiração, o tom, o ambiente em que é dito, entre outros fatores que poderão ser indicadores e/ou condicionantes na problemática em questão.

Na matemática tal como se verifica em algumas disciplinas, um simples respirar quando analisado isolado de qualquer outro ato involuntário, após a leitura de um enunciado, poderá significar coisas distintas: que o aluno não compreendeu o enunciado; que não entende parte do enunciado; que simplesmente respirou um pouco mais profundamente; que não se sente confiante a trabalhar com tais conteúdos; que não tem vontade de procurar responder ao enunciado; que o acha demasiado extenso; que a linguagem é demasiado complexa; que os dados não fazem sentido no mundo real; que é uma perda de tempo pelo facto de não estar motivado para o tema; que é uma perda de tempo devido à resposta ser óbvia, entre tantas outras possíveis conclusões e/ou justificações para tal ato. O professor/investigador tem a decisão de procurar entender, ou não, esse respirar, contudo, se poder observar o aluno no momento e for capaz de identificar outras expressões involuntárias que possam vir a reduzir as interpretações possíveis, tem a hipótese de intervir de forma perspicaz de modo a perceber qual poderia ser o verdadeiro significado da ação do aluno.

Perguntar é considerada uma arte, na medida em que assume uma estrutura, exige técnica, prática e mesmo assim nem todos a dominam de igual forma. As perguntas, quando bem-feitas, podem suprimir a necessidade de resposta, e independentemente de serem respondidas, provocam impacto ao mesmo tempo que estas podem fomentar a curiosidade, a busca pelo conhecimento e consequentemente novas perguntas, podem levar à ação, à concretização de um assunto e quiçá ao nascer de uma nova ideia. As perguntas captam, aludem ao pensamento, geram ilações, intensificam conflitos e ao mesmo tempo estabelecem elos na dinâmica de opiniões. Neste tipo de metodologia qualitativa é necessário a maestria desta estratégia inquiridora, visto que, o investigador deverá ser capaz de reconhecer e aproveitar os momentos chave para motivar quando tem de motivar, inspirar quando tem de inspirar, levar os intervenientes a explorar novas possibilidades, entre tantas outras situações. O investigador de acordo com Yin (2011, p. 28) deve portanto, saber perguntar na sua plenitude, considerando, o quando, o a quem, o onde, o quê, o porquê e o para quê da sua pergunta.

Nesta investigação, em que um dos pontos é explorar a ligação entre a matemática e o empreendedorismo, é importante que o investigador domine a arte de inquirir. Pretende-se que o aluno explore e descubra, através do auto conhecimento, pois para desenvolver o perfil do empreendedor é necessário fomentar a autonomia, a lógica e a análise. O perguntar sem responder levará o aluno a questionar-se durante todo o processo e a atingir aquilo a que se propõe, de forma consciente e ao mesmo tempo inovadora.

Dominar o tema da investigação pressupõe um trabalho de pesquisa, que servirá para fundamentar possíveis conclusões, que à partida são tidas como resultados de anteriores investigações. O investigador que trabalhe segundo uma metodologia qualitativa deve acima de tudo procurar estudos que se aproximem dos tópicos que pretende realizar. Reconhecer, testar e encontrar resultados que corroborem com teorias outrora comprovadas só trará benefícios para o investigador, quer para a validação da sua investigação, quer na validação dos seus resultados. Yin (2011, p. 28) defende que assim o investigador será capaz de atingir um dos propósitos de investigação e por sua vez evitar repetir estudos idênticos ou até mesmo reinventá-los.

A escolha do tema de investigação é, sem dúvida, algo a ter em conta. Ao escolher o empreendedorismo e a matemática tive que ter em conta os conhecimentos adquiridos em formação nestas duas áreas. Por um lado estava a matemática que, além de despertar o meu interesse e ser também a disciplina que viria a lecionar, seria a área onde efetuaria este estudo e por outro lado, o empreendedorismo, por estar subentendido no curso de Ciências Socioeconómicas e por ter feito parte do meu percurso escolar e académico, nomeadamente, em projetos dinamizados na escola e posteriormente na universidade. Tendo em conta estes domínios foi possível fazer um levantamento mais pormenorizado e garantir que as perguntas de investigação a que me propus seriam pertinentes e para as quais faria sentido, no contexto onde me inseri, encontrar resposta.

Ter consciência da importância dos dados recolhidos é uma das tarefas do investigador. É-lhe incutida a missão de proteger desde simples notas a ficheiros digitais, a manusear cuidadosamente artefactos, visto que, se o investigador os perder, não terá hipótese de os recolher novamente nas condições exatas em que o teria feito. Uma conversa não se rege apenas por palavras, mas sim por uma série de comportamentos, condicionados por emoções e estados de espírito associados a momentos específicos da vida particular de cada ser humano. Yin (2011, p. 29) expressa a importância da atenção aos dados, por afirmar que é impossível de todo replicar momentos vividos e consequentemente recolher as mesmas observações e dados. Ao refletir e segundo a ótica de Yin, ao aplicar duas vezes a mesma tarefa, quer o efeito, quer o resultado seriam distintos da primeira aplicação. Se por exemplo, o objetivo principal de uma determinada proposta de trabalho fosse estudar a reação a distintos tipos de linguagem e contextualizações de exercícios de matemática, ao perder as observações de uma das estratégias aplicadas, teria de encontrar uma segunda estratégia com o mesmo objetivo de investigação, com os mesmos tópicos de exploração, que garantisse resultados semelhantes, mas segundo uma perspetiva diferente, que os intervenientes não fossem capazes de a identificar e a comparar com a estratégia previamente observada. Automaticamente a reação aos exercícios do ponto de vista contextual não seria idêntica à inicial.

Ter a capacidade de realizar tarefas paralelas é sem sombra de dúvida uma das qualidades que permite ao investigador prosseguir com o seu estudo de forma mais célere e com maior proveito. Yin (2011, p. 30) afirma na sua obra que o investigador que recorra a uma metodologia qualitativa tem de consciencializar-se de que este tipo de estudo irá transpor as barreiras físicas do meio em observação. Poderão surgir um encadeamento de ocorrências imprevisíveis que exigirão do investigador a capacidade de uma entrega a nível integral.

Contudo, para ser capaz de conseguir realizar tarefas paralelas, o investigador deverá ser perseverante. Este terá de desenvolver a sua capacidade de seguir com a sua investigação, independentemente das inúmeras adversidades que venha a enfrentar. Yin (2011, p. 30) afirma ainda que o investigador terá de saber lidar positivamente e sem embaraço com situações que lhe poderiam causar alguma dificuldade interpessoal.

De facto, Yin não poderia estar mais correto, pois abraçar um estudo como este exigiria disponibilidade total a muitos níveis. Estar atento a todas as possíveis opções e reviravoltas, o preparar de materiais e aplicar as estratégias de investigação viria a testar as minhas capacidades físicas, psicológicas e sociais.

O investigador terá de ser capaz de "ouvir" e eliminar a informação desnecessárias ao mesmo tempo que tem de estar a desenvolver uma determinada atividade, gerindo o tempo, o espaço e ainda mais os comportamentos dos seus intervenientes. Estar preparado, para lidar com problemas pessoais dos alunos e da restante comunidade educativa exigirá que o investigador tenha a capacidade de se abstrair da parte emocional, de forma a proteger a sua investigação, mas ao mesmo tempo sendo humano e podendo interpretar e apoiar, se necessário, pois neste tipo de investigação, o interveniente assumirá um papel ativo nesse mesmo meio. Para este estudo foram vinte e quatro sobre vinte e quatro horas, com múltiplas tarefas para conseguir concluir o trabalho a que me tinha proposto. Cada página do meu diário expressa isso mesmo, a dedicação a este projeto e o nível de exigência e de expetativa para concluí-lo.

10.4. Em que se deve Basear o Investigador para Atuar no seu Trabalho de Campo?

No ponto anterior foi possível verificar as características que se consideram fundamentais e que ultrapassam a importância do domínio de conhecimentos técnicos específicos associados à metodologia adotada. De acordo com o autor que tem sido evidenciado, estas capacidades poderão ser desenvolvidas, quer através da autoaprendizagem, quer através da observação e interação com orientadores.

Um dos objetivos desta investigação é apurar de que forma a matemática potencia a criação de novos empreendedores e verificar de que forma se afirma como uma ferramenta no desenvolvimento das competências do perfil do empreendedor. Tal como foi patenteado, não só é possível aprender a empreender, como também é o professor que assume um papel crucial na formação de jovens empreendedores. Visto que e reforçando a ideia dos autores mencionados nesta investigação, o empreendedor procura um modelo a seguir. Portanto, o professor deverá ser um empreendedor, alguém em que o aluno depositará a sua expetativa e confiança. Por sua vez, esse mesmo professor empreendedor ter-se-á inspirado numa ou em mais entidades que lhe demonstraram as competências necessárias ao empreendedorismo. Assim, tornou-se notória a importância de existir um ou mais mentores no decorrer desta investigação. A orientadora da prática letiva na escola, Professora Cátia Belim e a orientadora científica na Universidade da Madeira, Professora Doutora Elsa Fernandes foram dois modelos a seguir e os seus contributos foram essenciais.

Cabe ao investigador gerir o tempo para planificar e no que respeita as tarefas do docente, estão incumbidas inúmeras planificações, tais como: a planificação anual, as planificações de cada uma das unidades didáticas, a planificação de cada período, a planificação dos momentos de avaliação, a planificação semanal, a planificação diária, entre outras. A orientadora na escola garantiu que, para além do que me foi transmitido durante o mestrado educacional, nomeadamente, o planificar segundo o grau de urgência em paralelo com o grau de importância, como indica Stephen Covey (1989, *apud* Yin, 2011, p. 33) na tabela apresentada a baixo, tivesse em conta aspetos práticos da escola em questão.

Stephen Covey's (1989) Time Management Matrix (Slightly abbreviated)		
	Urgent	Not urgent
Important	I - Crises, pressing problems, deadline-driven projects)	II - Prevention, planning, recognizing new opportunities, relationship building
Not Important	III - Interruptions; some calls, e-mails, and meetings; some reports	IV - Trivia, busywork, time wasters, pleasant activities

Tabela 6: Time Management Matrix Stephen Covey (1989, apud Yin, 2011, p. 33)

Para além da gestão de tempo, a Professora Cátia Belim, não só foi um exemplo em observação direta, como também auxiliou em outras questões científicas, pedagógicas e curriculares como ainda garantiu a inclusão no grupo de trabalho e em toda a comunidade escolar. No que diz respeito à Professora Doutora Elsa Fernandes, a mesma trabalhou todo o aspeto motivacional, com o incentivo à inovação na educação, com recurso a materiais didáticos dinâmicos, que fomentassem a aprendizagem através da experiência, da reflexão e do autoconhecimento.

Dado que, por opção própria, era o único elemento do núcleo de estágio, foi necessário desenvolver a capacidade de autogestão e autocontrolo. A orientadora científica foi quem me guiou durante toda a investigação e análise, dando especial atenção à adoção da metodologia e da seleção das perguntas de investigação, de maneira a que fosse possível dar resposta nos prazos estipulados.

10.5. Como deve o Investigador Proceder na Seleção dos meios, nas Aplicações dos Instrumentos e na Recolha dos Dados?

Yin (2011, pp. 94, 95) apresenta-nos dois de tipos de abordagem aos dados e aos conceitos. Em primeiro lugar uma abordagem indutiva em que o investigador recolhe os dados e é a partir destes que emergem os conceitos e, consequentemente, quais os dados que serão necessários ainda vir a recolher.

Em segundo lugar uma abordagem dedutiva onde o investigador parte de alguns conceitos e teorias iniciais e procura dados para verificá-los. O autor explica que a escolha por uma destas abordagens irá depender do tipo de instrumentos que o investigador tiver ao seu dispor. Pois, dependendo do tipo de estudo, partir para uma abordagem indutiva poderá significar aguardar indefinidamente pela emergência de conceitos e teorias iniciais. Sendo assim, uma abordagem dedutiva poderá contornar essa situação e levar a que o estudo assuma uma estrutura mais direcionada, no entanto, permanecerá sempre a possibilidade de redefinir novos objetivos caso os conceitos não façam sentido no meio em estudo.

Pelas razões acima expostas e seguindo uma das recomendações de Yin (Yin, 2011, p. 95), como esta investigação decorreu durante a prática letiva e em contato direto com os participantes do estudo e com acesso a distintos instrumentos para recolha de dados, foi adotada uma abordagem dedutiva, focada no ensino do empreendedorismo em paralelo com o ensino da matemática.

Todavia, o tipo de estratégias a que o investigador irá recorrer, dependerá do tipo de intervenientes, e também do seu grau de experiência e à vontade neste tipo de metodologia de investigação. Yin (2011, p. 56) afirma que dado o grau de abertura neste tipo de estudo serão as preferências do investigador e do seu público que irão definir as estratégias a aplicar. O investigador poderá, por exemplo, optar por participar e observar presencialmente cada um dos momentos sob investigação, ou então, realizar múltiplas entrevistas abertas, durante o processo de investigação, ou até mesmo, combinar várias estratégias.

"... "data" are the smallest or lowest entities or recorded elements resulting from some experience, observation, experiment, or other similar situation" (Yin, 2011, p. 130).

Tendo em conta a afirmação de Yin as atividades que propiciam este tipo de dados são a entrevista, a conversação, a observação, a recolha e análise e o "feeling".

Segundo o autor, entrevistar de acordo com a metodologia qualitativa difere do que normalmente se pretende obter com um questionário com perguntas específicas e catalogadas. Yin defende o uso de um protocolo, mas remete-nos para um tipo de entrevista em que o investigador assume o papel de entrevistador que segue uma linha de perguntas orientadoras mas sem que estas assumam um carácter limitador. O entrevistador gere a entrevista e molda-a aos seus participantes de acordo com as respostas verbais e não-verbais dos mesmos, quer com isto dizer, que o entrevistador poderá simplesmente conversar com os participantes e "ouvir" mais do que as palavras que estão a ser ditas, ou o contexto que está a ser discutido.

Yin (2011, p. 132) refere a importância dos comportamentos não-verbais, tais como, respirações, pausas, tom de voz, entre outros. Uma das maiores vantagens deste tipo de metodologia no que diz respeito ao recurso à entrevista é o facto de não existirem restrições temporais. Yin (2011, p. 135) eleva o facto de o entrevistador ter a oportunidade de entrevistar os seus participantes o número que considerar necessário e durante o tempo que pretender. O investigador encontra-se no seio da sua investigação e da vida dos seus intervenientes, o que lhe facilita todo esse processo, evitando assim conversas forçadas e conclusões precipitadas, garantindo que a entrevista assume o carácter de conversa oportuna.

Yin (Yin, 2011, pp. 136, 137, 138, 139) acredita que para a entrevista qualitativa o entrevistador deverá seguir as seguintes dicas: falar em quantidade moderada, no sentido de evitar perguntas demasiado longas e ou com múltiplas respostas, tendo sempre em mente que não se trata de um interrogatório ou inquérito e que se pretende respostas que vão além de um sim ou não.

O entrevistador deverá iniciar as questões e procurar fluir a conversa com expressões tipo: porquê?, como assim?, por outras palavras?, e até mesmo com recurso a interjeições. No entanto, o investigador deverá salvaguardar a sua posição de participante ativo e capaz de dominar a conversação. Ter o domínio da conversa não significa direcionar as respostas dos participantes. O autor defende que o objetivo central é não influenciar as opiniões dos entrevistados, e a sua construção de pensamento, mesmo que isso signifique que o entrevistador irá sair do fio condutor que previamente teria idealizado para a entrevista. Só assim o investigador terá a perceção da visão do participante, fruto das suas próprias experiências. Ao mesmo tempo, deverá procurar manter-se neutro, mesmo que a opinião dos seus intervenientes seja divergente da sua.

"Qualitative research will ultimately involve you as a primary research instrument" (Yin, 2011, p. 69).

Quando desenvolvemos um estudo qualitativo, cujo tópico está diretamente relacionado com a nossa área de interesse, é inevitável não reconhecer que em determinado momento o estudo poderá estar condicionado pela nossa própria visão sobre o assunto. O investigador terá que se tentar afastar das suas próprias opiniões para conseguir desenvolver conclusões da forma mais imparcial possível, de modo a ser o mais fiel possível e de maneira a que estas traduzam na íntegra o meio onde foi desenvolvido, de forma a não enviesar a sua investigação.

"In these situations, your five sentences will be main modalities for measuring and assessing information from the field. You also will be constrained by your ability to recall and remember actions, and you will be exercising your own discretion in deciding what to record. All these functions mean that you will be serving as the main research instrument" (Yin, 2011, p. 122).

O investigador deverá ter em atenção que uma pequena análise inicial poderá servir para direcionar e tomar consciência do grau de conhecimento dos alunos na área em estudo. No entanto, não deverá recorrer a essa análise para estabelecer previsões de resposta para os problemas de investigação. Yin (2011, p. 97) afirma ainda que durante todo o estudo o investigador deverá ter conhecimento constante da opinião dos participantes, o que o ajudará a uma melhor compreensão dos dados recolhidos durante toda a investigação.

Nesta investigação, os diálogos iniciais com os participantes serviram para descobrir se fez sentido ou não realizar um estudo no tópico selecionado e quais os desafios de um jovem profissional no mundo do trabalho na era do empreendedorismo. Para além disso, um pequeno inquérito permitiu observar/identificar do ponto de vista dos alunos alguns dos problemas que se apresentam quando se fala da aprendizagem na disciplina de matemática. Estas duas abordagens iniciais informais fomentaram a orientação e redefinição de algumas das estratégias de investigação, quando necessário.

Quando criei o questionário de observação para as atividades desenvolvidas no primeiro período, optei por fazer um questionário adaptado à realidade dos alunos, que de um modo permitisse analisar se as atividades desenvolvidas até à data estariam a surtir o efeito desejado. As perguntas de resposta aberta, onde os alunos pudessem usar as suas próprias palavras, fruto das suas experiências e domínio cognitivo. Para além disso, seguindo a metodologia qualitativa, procurei enquanto os alunos estiveram a responder, circular pela sala e discutir, oportunamente, algumas das suas respostas individuais, tomando nota das observações necessárias. Quando procedi à análise do questionário estava ciente não só do contexto de cada uma das respostas como também de possíveis soluções para o trabalho ainda a desenvolver.

Um outro aspeto ainda a ter em conta deverá ser o cuidado a ter com os intervenientes, de modo a que o tópico da conversa não fira suscetibilidades, especialmente quando são feitas em discussões em grande grupo. Uma das estratégias que Yin (2011, p. 140) refere é a entrevista em grande e pequeno grupo. Assume-a como um desafio, na medida em que o entrevistador terá de ser capaz de moderar a conversação e ao mesmo tempo recolher, não só a informação verbal, bem como os comportamentos associados a esta e os contextos específicos de cada um dos seus intervenientes.

Foi possível recolher durante as longas conversas com os alunos na hora de preparação para os projetos do RS4E as distintas experiências e as suas valências nas determinadas áreas de conhecimento. Foi notório, como a área científica em que os alunos estavam inscritos se revelava na contextualização de cada um dos projetos apresentados e a abertura para desenvolver os mesmos. Por um lado, os alunos de ciências e tecnologias procuravam desenvolver projetos que imperativamente estavam mais direcionados para as disciplinas de Biologia e Geologia e Físico-Química. Por outro lado, os alunos de línguas e humanidades, desenvolviam projetos direcionados para o bem social, para a satisfação de necessidades e serviços, descurando a inovação científico tecnológica e de grande relevo económico. Já no caso dos alunos das ciências socioeconómicas aventuravam-se com projetos com um caris empresarial cujo foco principal seria a criação de bens que promovessem a riqueza e se traduzissem em vantagens lucrativas para a equipa.

No que diz respeito ao observar, Yin (2011, p. 143) refere que a observação faz parte, não só da posição passiva do investigador, como também da sua participação no meio. A seleção do momento, da experiência e do local que se pretender observar ficará ao encargo do investigador, portanto tendo consciência que não é omnipresente, terá de optar conscientemente e garantir que presenciou eventos suficientes para obter os seus dados. Deverá criar múltiplas situações com características semelhantes, que permitam a observação, segundo diferentes perspetivas.

Para registar as suas observações, o investigador deverá procurar ferramentas não evasivas, tais como: registos diários e registo audiovisual, pois a observação não deverá interferir com o meio onde estará a decorrer a investigação.

Dado que a minha prática letiva supervisionada decorreu num estabelecimento de ensino particular, foi-me sugerido optar por fazer apenas registos de observação escritos. Recebi, ainda, indicações que a captação de som e imagem do trabalho em aula poderia vir a ferir suscetibilidades (à exceção dos projetos extracurriculares, Tampinhas e RS4E, que viriam a ser registados pelos responsáveis da equipa audiovisual da escola).

Visto que a investigação decorreu num ambiente escolar, maioritariamente de sala de aula, para além das observações registadas em planos de aula, recorri à criação de um diário para o meu estudo, por considerar que de facto seria um instrumento adequado para o tipo de investigação adotado e a metodologia selecionada. Este diário esteve comigo desde o dia em que iniciei a observação das aulas nas duas turmas que iria observar e a turma onde iria implementar o meu estudo ao longo do ano letivo e o desenvolvimento das atividades interdisciplinares e os projetos implementados na escola que se adequavam à minha investigação. Um diário que era preenchido, dentro e fora da sala de aula e muitas vezes em ambientes exteriores em momentos de reflexão. Durante toda a investigação foi acompanhado e explorado pela orientadora da prática letiva da escola, que além de contribuir com sugestões e críticas construtivas ainda me fornecia a sua análise e recomendações por escrito, reflexões essas que eram anexadas a cada página do diário. De facto, o papel destas pequenas notas permitiu-me adaptar, moldar e criar novas estratégias de modo a superar as exigências do ensino e ao mesmo tempo seguir com a investigação e encontrar uma possível resposta para as questões de investigação.

Relativamente ao registo audiovisual, recorri apenas ao registo fotográfico para a documentação do trabalho em sala de aula, pois, durante o ano letivo, foram vários os momentos, em que foram desenvolvidos e utilizados materiais manipuláveis, tais como: sólidos geométricos, gráficos, entre outros. No que respeita aos projetos extracurriculares, recorri aos materiais audiovisuais (fotos e vídeo) disponibilizados pelos responsáveis. Escolhi estas ferramentas, pois permitiram desenvolver uma reflexão do trabalho desenvolvido em paralelo com os registos diários e os registos em planos de aula.

Para além dos registos supracitados, o investigador deverá procurar proceder à recolha e análise de outros objetos, documentos e arquivos que se comprovem dados, para a sua investigação. Um dos pontos desenvolvidos por Yin (2011, p. 148) refere-se ao trabalho desenvolvido pelos alunos em sala de aula, recorrendo a materiais, tais como: testes, fichas de trabalho, pesquisas, entre outros, para uma maior compreensão da aprendizagem escolar. Existem ainda outros dados, que poderão ser úteis no processo de investigação. O autor defende que uma pesquisa bibliográfica, quer em bibliotecas ou arquivos, quer em pesquisas informáticas, poderá ser útil para o investigador potenciar a sua investigação, ao constituir uma base de dados que encerre todos os prismas da temática em estudo. Tal como o autor indica, foi importante realizar uma investigação complementar, no que diz respeito ao empreendedorismo e à situação económica e social atual da sociedade. Para poder auxiliar os alunos nos seus projetos do rs4e recorri à recolha de publicações atuais que serviram para os alunos poderem identificar problemas e necessidades a serem satisfeitas.

Não menos importante que todo o registo documental e audiovisual que se refere à parte científica da investigação, existe um campo que não deverá ser descurado, designadamente, o campo emocional. O investigador deverá registar os sentimentos dos seus intervenientes, assim como os seus. É através da análise e do cruzamento de dados que o investigador poderá testar a veracidade de tais emoções. Ao mesmo tempo que, num determinado momento, o investigador recolhe uma sensação, essa mesma sensação analisada após a interpretação dos resultados poderá ser válida ou desprezível. Caberá ao investigador a responsabilidade de fomentar diversos acontecimentos que garantam a possibilidade da recolha de tais emoções.

Durante todo o estudo, procurei registar as emoções dos alunos, assim como as minhas. Recorri uma vez mais ao diário para descrever os sentimentos vividos em ambiente escolar. Estes registos sofreram dois processos. Inicialmente tomei uma pequena nota das minhas observações no momento em que me apercebia de tais sensações e, posteriormente, explorava num ambiente exterior à sala de aula essas mesmas observações.

10.6. Como Analisar os Resultados Recolhidos?

Os resultados de estudo segundo uma metodologia qualitativa não se adequam a uma análise com generalizações estatísticas, em particular, para este tipo de estudo, em que o investigador estará em contato direto com os participantes num determinado meio.

Após a recolha dos dados qualitativos, maioritariamente, literários, o investigador deverá proceder à análise dos mesmos. Para tal, Yin (2011, pp. 177, 179) afirma que a análise não segue uma estrutura rígida e linear, mas corrobora com uma sequência de procedimentos. Apresenta-nos cinco fases que têm uma relação recursiva e interativa, com base no seguinte esquema.

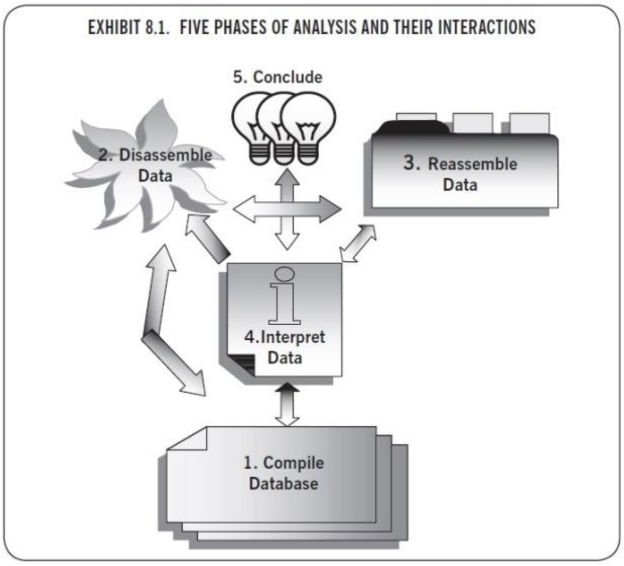


Ilustração 2: Ciclo de 5 fases no processo de análise de dados apresentado por Yin (2011, p. 178).

Numa primeira instância, o autor defende a compilação de dados, ou seja, uma revisão das notas de trabalho de campo, uma recolha de todos os dados, onde o investigador procura organizá-los, dando uma certa ordem inicial. É neste momento que o investigador procura verificar se os dados recolhidos satisfazem na íntegra as perguntas de investigação e até mesmo se suscitam a novas perguntas e distintas abordagens.

Em segundo lugar, Yin defende a exploração dos dados, onde o investigador irá rever e codificar estruturando quais as informações específicas a reter dos dados recolhidos, podendo catalogá-las, com vista a responder às perguntas de investigação.

De seguida, o autor sustenta o reagrupar dos dados, em que nesta fase o investigador após separar e catalogar os dados reagrupa-os de forma ordenada, segundo a problemática do estudo. Nesta etapa o investigador procura reconhecer padrões, recorrendo a formas de organização, tais como: tabelas e matrizes (ver Anexos C.1, D.1, E.1 e F.1).

Em quarto lugar, é apresentada a interpretação dos dados. O investigador deverá ter em consideração alguns aspetos que irão permitir interpretar os dados recolhidos. Yin (2011, p. 207) aponta os seguintes atributos: a preocupação por um estudo completo, na medida em que o investigador garante um princípio, meio e fim na sua interpretação; justiça/honestidade no que diz respeito à interpretação segundo múltiplas perspetivas, isto é, o investigador deverá procurar garantir que a sua interpretação será semelhante à dos demais que analisarem os mesmos dados; que a interpretação assegura a veracidade dos dados recolhidos e por sua vez, se a interpretação obtida é inovadora ou se corrobora com teorias defendidas até à data e por último a credibilidade, onde o investigador deve procurar verificar até que ponto as suas interpretações são válidas. Para tal validação, o investigador, além das supramencionadas estratégias deverá proceder à triangulação de dados.

No entanto, neste estudo, como algumas situações se encontravam restritas a um determinado grupo de alunos, não me foi possível recorrer a diferentes fontes para proceder à triangulação de dados, como tal segui o referido por Yin para estes casos, que quando o investigador obtém os dados por meio de observação direta a triangulação de dados não assume um papel tão importante para a validação dos resultados. “For instance, if you can tape record an interview or photograph a visually important matter, there will be less, if any, need to corroborate the evidence” (Yin, 2011, p. 82).

Ainda nesta fase de interpretação de dados, o autor expõe três dos mais comuns tipos de interpretação: a descrição, onde o investigador apenas descreve o que recolheu; descrição com impulso para a ação, em que o investigador sente a necessidade de agir, durante e após essa descrição e por fim a explicação, em que o investigador procura encontrar nos seus dados explicação para as suas problemáticas. Nesta investigação optei pela descrição/ação, por sentir a necessidade de agir à medida que encontrava aspetos que faziam despoletar novos primas de análise.

Consequentemente, após a fase de interpretação de dados, o autor enuncia a fase de conclusão.

> A conclusion is some kind of overarching statement or series of statements that raises the findings of a study to a higher conceptual level or broader set of ideas. In one sense, the conclusion captures the broader “significance” of a study (Yin, 2011, p. 220).

Na sua obra, o autor aponta inúmeros tipos de conclusões. Dada a investigação que se pretendia, os resultados obtidos levaram a três tipos de conclusões. Primeiramente, conclusões que poderão fomentar a uma nova pesquisa, ou seja, as conclusões assumem a forma de questões que poderão ser respondidas num novo estudo, ao mesmo tempo poderão assegurar-se como sugestões para futuros métodos de pesquisa. Seguidamente, conclusões para desafiar conceções e generalizações, isto é, apontar ideias que *à priori* poderiam fazer sentido, possivelmente devido à fraca interpretação de conceitos. “Qualitative research also can go beyond challenging conventional generalizations by suggesting how they might be altered, adapted, or enriched” (Yin, 2011, p. 223). Por fim, conclusões entendidas como preposições, por outras palavras, os resultados obtidos serão entendidos como possibilidades substantivas e não metodológicas, visto que vivemos numa cultura globalizada, as conclusões resultantes não poderão ser entendidas como generalizações por representarem uma ínfima, quase insignificante parte de uma sociedade global.

Em suma, o investigador deverá procurar estabelecer a possibilidade para futuras generalizações analíticas, Yin (2011, p. 101) procura com isto explicar, que se as conclusões de um estudo qualitativo corroborarem com teorias previamente estabelecidas, e existirem argumentos apresentados que se mostrarem devidamente fundamentados e capazes de serem logicamente testados, o investigador terá portanto, concluído o seu trabalho e como tal as suas conclusões assumir-se-ão como hipóteses passíveis de uma investigação em maior escala.

10.7. Como Apresentar os Dados Recolhidos, as Análises e Conclusões Obtidas?

Após a recolha dos dados, a análise e as considerações finais surge o momento de redigir o documento que irá refletir todo o trabalho efetuado no estudo. Como tal, é importante considerar a forma como serão apresentados, quer os dados recolhidos, quer as interpretações dos mesmos e as conclusões obtidas.

De acordo com Yin (2011, p. 235) não se poderá realizar qualquer tipo de investigação sem primeiramente descrever um meio, bem como os intervenientes que participarão do estudo. Portanto, corroborando com a ideia apresentada pelo autor, procurei explorar cada um dos alunos, quer no contexto escolar, quer no seu percurso até à data.

Para além disso, acrescentei a forma como o estágio estava estruturado em dois grandes grupos, designadamente, as duas turmas onde procedi apenas do ponto de vista de observação e a turma, onde para além de observação, foi possível aplicar as hipóteses e recolher dados específicos para as perguntas de investigação a que me propus. Não esquecendo ainda, a apresentação dos alunos das diferentes turmas que participaram nas aulas extracurriculares de apoio aos projetos do RS4E.

O autor defende ainda que a apresentação dos elementos que compõem a investigação deverá também salientar casos particulares que se destaquem, quer por motivos positivos, quer negativos.

Subsequente a essa apresentação direcionada para a contextualização do estudo, Yin (Yin, 2011, p. 241) remete-nos, então, para a exploração dos dados, que poderão ser apresentados sobre a forma de gráficos, tabelas e fotografias, entre outros, como anexos ou inseridos no corpo do texto. Como foi possível observar, considerei ambas as opções, de acordo com o grau de entendimento pretendido.

Por fim, as observações e reflexões surgirão de acordo com diferentes estratégias, segundo o próprio tipo de dados recolhidos.

11. A Professora Y e o Trabalho de Campo

11.1. Organização da Prática de Ensino Supervisionada

Esta investigação teve por base o estágio curricular que decorreu no grupo disciplinar 500 - Matemática, na escola da APEL, na cidade do Funchal, ilha da Madeira, no ano letivo 2013/2014. Este estágio iniciou-se a 18 de setembro de 2015 e finalizou no dia 4 de abril de 2016.

Foi-me atribuída como orientadora a professora Cátia Belim que supervisionou o trabalho diário, em sala de aula, e outras tarefas respeitantes à prática docente. Foi-me incumbido, também, o mesmo horário da minha professora orientadora (ver Anexo A.1).

Esta prática de ensino supervisionada foi direcionada para o décimo ano do ensino secundário, especificamente, as turmas 10º A3 - Ciências e Tecnologias (Matemática A), 10ºC - Ciências Socioeconómicas (Matemática A) e 10º D1/D2 - Línguas e Humanidades (Matemática Aplicada às Ciências Sociais, *vulgo* MACS). Este estágio consistiu em duas componentes: observei as aulas da professora orientadora em todas as turmas mencionadas e prestei-lhe apoio e preparei e tive aulas assistidas pela professora orientadora na turma 10º C, num total de 46 aulas de 90 minutos (ver Anexo A.2). Algumas destas aulas assistidas foram também supervisionadas pela professora orientadora da Universidade da Madeira, a Sra. Professora Doutora Elsa Fernandes.

Visto que fui responsável por preparar algumas aulas na turma 10ºC, foi-me apresentada e explicada a planificação a longo prazo do 10º ano de Matemática A para o ano letivo em questão (ver Anexo A.3) e que consistiu nas seguintes três unidades temáticas: unidade 1 - "Geometria no plano e no espaço I", unidade 2 - "Funções e gráficos" e unidade 3 - "Estatística". A parte por mim lecionada correspondeu aos seguintes subtemas: da unidade 1, "Resolução de problemas de geometria no plano e no espaço" e "Geometria analítica - referenciais cartesianos e lugares geométricos"; e da unidade 2, "Função, gráfico e representação gráfica", "Estudo intuitivo tanto a partir de um gráfico como usando calculadora gráfica de propriedades das funções e dos seus gráficos" e "Análise dos efeitos das mudanças de parâmetros nos gráficos das funções módulo e quadrática".

É de notar que o grupo disciplinar de matemática teve a tarefa de selecionar o tipo de exercícios a serem resolvidos pelos alunos, em contexto de sala de aula, e, no âmbito da minha prática pedagógica supervisionada, foi-me dada a oportunidade de selecionar outros exercícios diferentes e suplementares aos previamente escolhidos.

No que diz respeito à avaliação, o grupo disciplinar adotou a estratégia de aplicação de testes e mini-testes com uma estrutura e conteúdo semelhantes entre turmas. Foi-me dada possibilitada a participação na construção destes instrumentos de avaliação, que adaptei, quando possível, ao contexto de investigação a estudar neste trabalho.

Paralelamente ao trabalho desenvolvido, em sala de aula, foram desenvolvidos projetos de carácter extracurricular: o projeto Tampinhas sob a supervisão das professoras Rosabel Jorge e Ana Filipa Luís e o projeto RS4E, em que fui selecionada, juntamente com a professora Elisabete Fernandes, para participar na formação e ser uma das professoras dinamizadoras do mesmo na turma 10ºC. No âmbito desta dinamização, foram desenvolvidas, pelos responsáveis do projeto, atividades em sala de aula. Promovi, ainda, aulas de apoio extracurricular a todos os alunos de 10º ano que participaram no RS4E.

11.2. Fichas Biográficas dos Alunos e Opinião dos Mesmos Acerca do Ensino da Disciplina de Matemática

Ao iniciar o ano letivo, a professora Cátia Belim tem por norma distribuir uma ficha biográfica onde os alunos preenchem, não só os seus dados pessoais e os dados do encarregado de educação, como também respondem a algumas questões sobre a sua vida escolar e aspiração profissional. Com o preenchimento dessa ficha pôde-se observar diversos parâmetros posteriormente apresentados em quadro-síntese (ver Anexo B.1).

Em primeiro lugar, observou-se que cerca de dois terços dos alunos estão a frequentar o ensino secundário e o respetivo curso pela primeira vez, sendo que apenas os alunos repetentes se encontram distribuídos pela turma de Ciências Socioeconómicas e pela turma de Línguas e Humanidades.

Numa segunda instância, os alunos responderam quais seriam as suas profissões de sonho. Alguns indicaram que ainda não sabiam o que gostariam de ser no seu futuro profissional. Outros, mencionaram profissões diretamente relacionadas com o curso em que se tinham inscrito, destacando a medicina, no caso dos alunos de Ciências e Tecnologias; gestão e administração, no caso dos alunos de Ciências Socioeconómicas; e, no respeitante aos alunos de Línguas e Humanidades, a área da advocacia.

Seguidamente, os alunos indicaram quais as disciplinas de que gostavam mais e aquelas de que gostavam menos. Das suas respostas, pretende-se salientar apenas aquelas respeitantes à disciplina de matemática. Genericamente, os alunos consideraram a matemática como uma das suas disciplinas preferidas e justificam-no com afirmações como as seguintes: “a matemática tem um lugar bastante importante na vida das pessoas”; “implica muito raciocínio"; "a facilidade (em) chegar aos resultados e descobrir as várias maneiras de fazê-lo"; "gosto de contas e de coisas objetivas" (ver Anexo B2).

No entanto, nem todas as opiniões expressam o gosto pela disciplina de matemática. Alguns alunos apontam razões como: "dificuldades de compreensão"; "um bicho-papão"; "tenho dificuldades nas contas"; "não entendia a matéria, um pouco de culpa também deve-se à falta de empenho"; "tivemos que dar a matéria demasiado rápido".

Em quarto lugar, foi inquirido qual o tipo de atividade preferida em sala de aula, cujas categorias eram: tarefas individuais, tarefas em grupo, trabalho de pesquisa, projetos, apresentações. Destas, os alunos destacaram, indubitavelmente, o trabalho de grupo como atividade preferida; em segundo lugar, o trabalho individual, seguindo-se o trabalho de pesquisa; e, por fim, projetos e apresentações com igual grau de escolha.

Por último, questionou-se os alunos sobre o que estes entendem do que é ser um bom professor. Os alunos apontaram como caraterísticas fundamentais uma boa relação com os alunos, bem como a sua competência científica e pedagógica e exigência, referindo a importância de um professor: "que explique bem, ajuda o aluno, é simpático e exigente"; "que dê apoio a todos os alunos e tem de ser justo"; "que saiba cativar os alunos e que ao mesmo tempo seja exigente (e que faça com) que estes se esforcem"; "ajuda os alunos a superar as suas dificuldades e os seus medos"; "respeita os alunos e as suas opiniões, tal como o aluno respeita o professor" (ver Anexo B3).

11.3. Investigação em Sala de Aula

"As aulas de Matemática estarão condenadas a ser aulas taciturnas, aborrecidas e desinteressantes, completamente desfasadas do meio exterior e sem qualquer aplicação às realidades da vida?" (Martins & Silva, 2000)

Considerando os aspetos referidos na supracitada questão, pretendeu-se desenvolver, em prática pedagógica, um trabalho que garantisse, não só o desenvolvimento das competências científicas dos alunos, como também as suas capacidades transversais de uma forma motivadora e segundo um ponto de vista empreendedor.

Neste contexto, foram desenvolvidas, implementadas, observadas e analisadas quatro abordagens distintas no que diz respeito às estratégias e recursos a utilizar em sala de aula, designadamente: materiais didáticos interativos; materiais didáticos manipuláveis; exercícios contextualizados ao mundo real e exercícios específicos para RS4E. Estas abordagens serão apresentadas, em detalhe, nos subcapítulos que se seguem.

11.3.1. Materiais Didáticos Interativos

Os materiais didáticos interativos, quando disponíveis, são recursos passíveis de serem utilizados pelo professor, de modo a que este enriqueça a sua prática letiva com foco na aprendizagem do aluno. Seguindo a estrutura lógica da planificação a longo prazo apresentada anteriormente, recorreu-se inúmeras vezes a este tipo de abordagem, no sentido de alcançar e analisar o desenvolvimento do perfil de jovem empreendedor em cada aluno da disciplina de matemática.

No módulo inicial, mais concretamente na revisão do estudo da semelhança de triângulos (plano de aula nº8), recorreu-se ao Prezi (ver Anexo C.1.1.1), um *software* que permite criar apresentações interativas, com uma dinâmica apelativa, com o objetivo de motivar os alunos e cativá-los durante o momento de exposição/discussão. Com esta apresentação interativa foi possível dinamizar a exposição/discussão dos conteúdos em estudo. Observou-se uma participação ativa dos alunos registada em diário (ver Anexo C.1.1.2).

Continuando no módulo inicial, no que respeita à resolução de problemas geométricos no plano e no espaço (plano de aula nº13), utilizou-se o Powerpoint, onde foram projetadas aos alunos, construções previamente desenvolvidas em Geogebra, na correção da ficha de trabalho nº2 - exercício 1.4 (ver Anexo C.1.2.1). O objetivo foi utilizar um meio que permitisse a compreensão visual/geométrica da resolução dos exercícios. Foi possível registar uma rápida compreensão dos exercícios, por parte dos alunos, e que estes estiveram atentos à resolução/correção dos mesmos (ver Anexo C.1.2.2).

Ainda no módulo inicial e na resolução de problemas geométricos no plano e no espaço, foram estudadas as secções no cubo (plano de aula nº 17), também com recurso a Powerpoint (ver Anexo C.1.3.1) e ainda materiais didáticos manipuláveis (ver 11.3.2). Foi proposta a ficha de trabalho nº5, cujo propósito passou por demonstrar como se obtêm as secções no cubo. Os resultados obtidos foram observados em plano de aula onde se constatou que os alunos compreenderam o corte de secções no cubo (ver Anexo C.1.3.2).

Na unidade de “Geometria no plano e no espaço I”, ao trabalhar a geometria analítica, no que concerne ao conceito de módulo e à fórmula da distância entre dois pontos (plano de aula nº27), foi utilizado um recurso didático da Escola Virtual (Porto Editora). Pretendeu-se introduzir este tema possibilitando a reflexão acerca da importância da geometria analítica em contexto real. Foi possível observar em sala de aula a compreensão dos conteúdos, pelos alunos, através da interação dos mesmos com a animação (ver Anexo C.1.4.1).

No seguimento da mesma unidade didática e na continuação da exploração deste tema, acrescentando o conceito de mediatriz (plano de aula nº28), recorreu-se, uma vez mais, ao material interativo da Porto Editora para demonstrar a construção da mediatriz de um segmento de reta e sua aplicação em contexto real. Observou-se que os alunos compreenderam este novo conceito estabelecendo a relação com os conceitos discutidos anteriormente (ver Anexo C.1.5.1).

Continuando na unidade temática "Geometria no plano e no espaço I", e no que se refere à equação da circunferência, círculo e coroa circular (plano de aula nº30), utilizou-se, pela última vez, o material interativo da Escola Virtual (ver Anexo C.1.6.1). O objetivo foi a introdução e manipulação da equação da circunferência verificando pontos interiores e exteriores da mesma. Foi possível constatar que os alunos, numa fase inicial, pareceram estar familiarizados com o conceito; todavia, quando confrontados com tarefas individuais de aplicação dos conteúdos, revelaram algumas dificuldades na sua concretização, visto que em algumas tarefas os conceitos não apareciam de forma explícita no enunciado (ver Anexo C.1.6.2).

Na unidade didática "Funções e gráficos", no subtema "Função, gráfico e representação gráfica", em que se fez uma breve introdução histórica do conceito de função (plano de aula nº57), recorreu-se, novamente, ao Prezi. A utilização deste recurso surgiu no âmbito da divulgação da história da matemática de uma forma apelativa. No decorrer da apresentação histórica, foi solicitado aos alunos que preenchessem uma ficha de trabalho acerca da mesma (ver Anexo C.1.7.1).

11.3.2. Materiais Didáticos Manipuláveis

É notória que uma das maiores dificuldades dos alunos passa por conseguir visualizar conceitos tridimensionais que implicam a compreensão do objeto numa perspetiva abstrata.

> Segundo as teorias de Jean Piaget (...) materiais manipuláveis são fundamentais se pensarmos em ajudar a criança na passagem do concreto para o abstracto, na medida em que eles apelam a vários sentidos e são usados pelas crianças como uma espécie de suporte físico numa situação de aprendizagem. Assim sendo, parece relevante equipar as aulas de Matemática com todo um conjunto de materiais manipuláveis (cubos, geoplanos, tangrans, réguas, papel ponteado, ábaco, e tantos outros) feitos pelo professor, pelo aluno ou produzidos comercialmente, em adequação com os problemas a resolver, as ideias a explorar ou estruturados de acordo com determinado conceito matemático (Martins & Silva, 2000, p. 5).

Por esta razão, durante a realização desta prática pedagógica, apostou-se na utilização de recursos manipuláveis para explorar tais conceitos ao longo da unidade didática “Geometria analítica no plano e no espaço I”.

Uns dos tópicos desenvolvidos neste tema foram os sólidos platónicos e a fórmula de Euler (plano de aula nº15). Recorreu-se à planificação e construção dos sólidos, em sala de aula, de modo a motivar os alunos para a geometria e desenvolver a sua visão espacial. Os alunos construíram rapidamente os sólidos, mostraram-se entusiasmados e interpretaram, mais facilmente, a tarefa solicitada. Foram capazes de elaborar um “BI” de cada sólido platónico do qual foi feito um registo fotográfico que foi, posteriormente, inserido no plano de aula. Resolveram ainda, a ficha de trabalho nº4 e concluíram sobre a relação de Euler (ver Anexo D.1.1.1).

Visto que os alunos gostaram da atividade acima referida e em especial da construção dos sólidos, foi sugerido ao grupo disciplinar de matemática o lançamento de uma atividade para todas as turmas do 10º ano de Matemática A. Esta atividade consistiu na construção e decoração de sólidos platónicos com motivos natalícios que posteriormente foram colocados em exposição no átrio onde se encontram as salas do 10º ano (ver Anexo I.2).

Dentro da mesma unidade temática, estudou-se também o dual de um poliedro, em particular, o dual dos sólidos platónicos (plano de aula nº16). Construiu-se o dual do cubo de maneira a que os alunos pudessem visualizar, passo-a-passo, como obter o dual de um sólido. Montar e desmontar o cubo permitiu que os alunos, não só visualizassem a ligação entre este sólido e o seu dual octaedro, mas também compreendessem que o octaedro gera também o cubo, como seu dual. Desta forma, os alunos foram capazes de verificar e explorar a relação da fórmula de Euler, estudada anteriormente (ver Anexo D.1.2.1).

Como forma de complementar o estudo das secções, ainda nesta unidade temática previamente mencionada em 11.3.1 (plano de aula nº17), foram construídas, em diversos cubos de esponja floral, as secções que se podem obter através do corte dos mesmos. Os alunos foram capazes de manipular e visualizar, claramente, como funcionam os cortes num cubo e as figuras geométricas que se obtêm a partir desses (ver Anexo D. 1.3.1).

No plano de aula nº 20, para auxiliar a resolução de uma tarefa respeitante à truncatura do cubo, que dá continuação ao estudo das secções, construíram-se os objetos mencionados no enunciado da tarefa, para facilitar a interpretação do problema. Os alunos conseguiram acompanhar a resolução dos exercícios e mostraram-se capazes e motivados para encarar o desafio (ver Anexo D.1.4.1).

Passando para o subtema “Geometria analítica” e no estudo dos referenciais cartesianos no plano, foi construído em cartolina, um referencial cartesiano com grelha, onde os alunos, no final da aula, participaram num pequeno jogo para introduzir esta temática (plano de aula nº21). A ideia passou por desenvolver o raciocínio rápido nos alunos. Observou-se que os alunos se sentiram inspirados para alcançar o objetivo do jogo que consistia em descobrir uma mensagem secreta (ver Anexo D.1.5.1).

Na aula que se seguiu (plano de aula nº22), como material de apoio à resolução de exercícios propostos no manual, recorreu-se, uma vez mais, ao referencial acima mencionado, bem como a outras ferramentas que incluíram o uso de um acetato e uma figura geométrica. Os alunos atingiram os objetivos propostos e compreenderam como utilizar o referencial cartesiano (ver Anexo D.1.6.1).

Tendo em conta todas as estratégias adotadas, em especial, as referidas nos planos de aulas n^{os}17 e 20, foram elaborados dois exercícios sobre as secções e a truncatura do cubo para o primeiro teste de avaliação (ver Anexo D.1.7.1), aula nº 24. Nos resultados obtidos, verificou-se que a maioria dos alunos conseguiu responder corretamente as questões de resposta breve e apenas alguns foram capazes de responder às questões que implicavam raciocínio mais complexo. Foi notório que, praticamente a totalidade dos alunos, conseguiram desenhar e identificar a secção obtida no cubo (ver Anexo D.1.7.2).

11.3.3. Exercícios Contextualizados que Apelam ao Mundo Real

Uma abordagem que foi desenvolvida, paralelamente, foi o recurso a tarefas contextualizadas ao mundo real. Optou-se por selecionar exercícios vocacionados para o curso de Ciências Socioeconómicas, designadamente, com a linguagem utilizada nas disciplinas de economia e geografia. Para além disso, foi feito um trabalho complementar de criação de tarefas onde os alunos puderam explorar os conteúdos programáticos, mas contextualizados ao meio envolvente.

Num primeiro momento, no plano de aula nº8 (referido em 11.3.1), onde foram relembrados os casos de semelhança de triângulos, criou-se um exercício onde se recorreu a um mapa da baixa da cidade de Lisboa para aplicar o critério de semelhança lado; ângulo; lado (ver Anexo E.1.1.1). O objetivo era estabelecer uma conexão entre conceitos matemáticos e a sua utilização no quotidiano. Este exercício fomentou a discussão sob a aplicação do conceito geométrico e a sua aplicação prática (ver Anexo E.1.1.2).

Na exploração do conceito de razão de semelhança, na aula seguinte (plano de aula nº9), foi criada uma ficha de trabalho cujo objetivo foi aplicar os conceitos geométricos a questões práticas do dia-a-dia relacionadas com a área empresarial e, em concreto, com a necessidade de satisfação dos clientes (ver Anexo E.1.2.1). Como a ficha de trabalho foi explorada em trabalho de grupo, ao acompanhar a realização da mesma por parte dos alunos, foi possível reconhecer algumas competências e conhecimentos prévios dos mesmos relacionados com a disciplina de economia. A maioria dos alunos mostrou estar familiarizada com o léxico desta área, o que facilitou a concretização das tarefas. Os alunos mostraram-se motivados pois sentiram-se capazes de utilizar os conceitos em estudo. (ver Anexo E.1.2.2).

No seguimento do estudo do subtema “Problemas geométricos no plano e no espaço” e no sentido de aprofundar os conceitos matemáticos explorados na ficha de trabalho nº2, foram selecionados, do manual adotado, exercícios da área de economia e da área de geografia (plano de aula nº11). Com tais exercícios, pretendeu-se promover a interdisciplinaridade, pois os alunos trabalharam uma linguagem semelhante à que usam na disciplina de geografia, e, ao mesmo tempo, aperceberam-se que a estratégia matemática de resolução não era explícita no enunciado do problema. Constatou-se que os alunos compreenderam o contexto dos problemas, no entanto apresentaram algumas dificuldades na sua resolução. Um dos exercícios selecionados foi recomendado para casa por implicar um raciocínio análogo ao exigido na aula (ver Anexo E.1.3.1).

Dentro da mesma ótica de seleção de problemas do manual, no plano de aula nº13, escolheu-se um exercício (ver Anexo E.1.4.1) que serviu para consolidar os conteúdos estudados anteriormente e preparar os alunos para um dos exercícios do teste de avaliação, de caráter semelhante. Notou-se que os alunos conseguiram transpor os conhecimentos adquiridos e resolveram o problema autonomamente (ver Anexo C.1.2.2).

No que diz respeito ao plano de aula nº24, para além do exercício acima mencionado, selecionaram-se outros dois, como forma de medir o trabalho desenvolvido até então. Nestes últimos dois exercícios, para além da utilização de materiais manipuláveis, recorreu-se também à aplicação do contexto ao mundo real (ver Anexo D.1.7.1).

Relativamente ao subtema da geometria analítica, em particular, aos lugares geométricos - mediatriz, circunferência, círculo e coroa circular (plano de aula nº32), foi criada uma proposta de trabalho que não só explora os conteúdos programáticos, como também remete o aluno para o seu universo quotidiano. Os alunos recorreram aos conhecimentos teóricos que aprenderam anteriormente, com recurso aos materiais didáticos interativos (ver 11.3.1), e aplicaram-nos num contexto prático que envolvia a sua área de residência. Os alunos trabalharam em grupo, mostraram-se entusiasmados e foram capazes de aplicar, corretamente, os conteúdos que tinham aprendido (ver Anexo E.1.5.1).

Na unidade temática “Funções”, nos subtemas que exploram as noções de função, gráfico e representação gráfica de uma função, foi desenvolvida a segunda parte da ficha de trabalho nº12 (ver Anexo E.1.6.1), com o intuito de introduzir tais conceitos numa linguagem familiar aos alunos. Estes encararam esta temática de forma motivada e assimilaram os conceitos iniciais em estudo subentendidos nos exercícios propostos (ver Anexo C.1.7.1).

Na aula seguinte (plano de aula nº 58), de modo a introduzir o estudo de uma função, elaborou-se uma ficha de trabalho com contexto relacionado com a disciplina de geografia. Verificou-se que os alunos trabalharam os conceitos sem dificuldade e concentraram-se na procura da resposta contextualizada e não nos conceitos matemáticos subentendidos (ver Anexo E.1.7.1). Ainda na mesma aula e por ser Dia de São Valentim, aproveitou-se para introduzir a calculadora gráfica como ferramenta no estudo das funções. Os alunos aderiram positivamente à tarefa de construir o gráfico da "equação do amor" (ver Anexo E.1.7.2).

Ao entrar no estudo concreto da família das funções afim (plano de aula nº64), foi elaborada uma ficha de trabalho (ficha de trabalho nº15) com o título "Como comprar uma playstation portable". Com esta atividade pretendeu-se abordar esta família de funções recorrendo a um contexto real da área da economia. Constatou-se que os alunos puderam acompanhar a evolução dos conceitos e foram promotores da sua aprendizagem principalmente através da discussão em pequenos grupos de trabalho (ver Anexo E.1.8.1). As suas respostas mostraram domínio na utilização da terminologia da disciplina de economia. As justificações para as perguntas na ficha de trabalho demonstram uma compreensão clara da função em análise (ver Anexo E.1.8.2).

Para aprofundar os conteúdos explorados na tarefa anterior, e dando continuidade ao estudo sobre a função afim (plano de aula nº66) foram adotados alguns exercícios do manual que se enquadram, uma vez mais, na área socioeconómica. Os alunos apresentaram maiores dificuldades noutros exercícios, também selecionados, que não estavam contextualizados na sua área de interesse (ver Anexo E.1.9.1).

No que respeita à família das funções quadráticas (plano de aula nº67), criou-se uma proposta de trabalho (ficha nº 16) intitulada "Organização de um campeonato de futebol", cujo objetivo foi a introdução das funções quadráticas através de um contexto real, concretamente, a Liga Zon Sagres. A partir dessa primeira abordagem, os alunos foram capazes de completar e fazer o estudo desta família de funções. Além disso, mostraram-se surpresos com a conexão entre as funções quadráticas e a sua aplicabilidade prática (ver Anexo E.1.10.1).

No sentido de estreitar a ligação entre a matemática e o mundo real, procedeu-se à seleção de exercícios do manual, no estudo das funções quadráticas, direcionando a aprendizagem dos alunos para os conteúdos da disciplina de economia (plano de aula nº73). Registou-se que os alunos reconheceram as vantagens do estudo das funções quadráticas (ver Anexo E.1.11.1).

Nesta ótica e para o estudo da família das funções módulo (plano de aula nº74), selecionaram-se dois exercícios com o mesmo contexto, sendo que um deles serviu de preparação para o teste de avaliação nº4. Verificou-se que os alunos compreenderam a necessidade de existir uma função definida por ramos, em especial quando se estudam problemáticas com parâmetros reais (ver Anexo E.1.12.1).

Por último, no plano de aula nº 75, encontra-se o teste de avaliação nº4 como forma de analisar a evolução da aprendizagem no que se refere à unidade temática das funções. Foram construídos exercícios com os quais se pretendeu testar estratégias de resolução de problemas semelhantes às desenvolvidas em sala de aula (ver Anexo E.1.13.1). Constatou-se que, a maior parte dos alunos, conseguiu interpretar corretamente o contexto do problema e definir o seu domínio. Os alunos demonstraram maior facilidade na resolução de problemas contextualizados na sua área de formação, bem como um domínio da terminologia em questão. Notou-se que foi nos exercícios que exigiam um maior grau de raciocínio que os alunos apresentaram mais dificuldades (ver Anexo E.1.13.2).

11.3.4. Exercícios Específicos para RS4E

Tendo em conta que, paralelamente à prática letiva supervisionada, fui uma das professoras dinamizadoras do projeto RS4E, direcionaram-se algumas atividades a desenvolver em sala de aula no sentido de preparar os alunos para a sua participação no referido projeto e potenciar as competências do jovem aluno empreendedor.

Uma das estratégias adotadas na primeira aula lecionada (plano de aula nº8) refere-se ao trabalho de casa. Uma das mudanças foi transformar a sigla TPC (trabalho para casa) em TRPC (trabalho recomendado para casa). Esta abordagem visou consciencializar os alunos para a importância do trabalho autónomo em casa e suprimir o caráter negativo associado à sua obrigatoriedade. Os resultados desta ação foram, inicialmente, surpresa e alguma desresponsabilização. Contudo, no decorrer do ano letivo, os alunos puderam perceber por eles próprios o impacto positivo do TRPC na sua aprendizagem e sucesso, como é possível ler nas diversas observações que constam nos planos de aula. Para além disso, conseguiram reconhecer que os exercícios nessa recomendação foram selecionados pela professora como orientação para o seu estudo.

Como forma de desenvolver competências empreendedoras, tais como: trabalhar em equipa sem diferenciação; eliminar vícios de trabalho; estimular a cooperação na resolução de um problema comum; promover a autonomia e a discussão de ideias, optou-se por seguir uma estratégia de formação de grupos em que os alunos trabalhariam, o mais possível, com colegas diferentes.

Para tal, na aula nº 9 (plano de aula nº9) em que se trabalhou o subtema da razão de semelhança utilizando uma ficha de trabalho (ficha de trabalho nº2), utilizou-se uma dinâmica de formação de grupos que consistiu em agrupar os alunos que possuíam papéis da mesma cor (ver Anexo F.1.1.1). Observou-se que os alunos se sentiram motivados por saberem que, aquela primeira formação de grupos, não seria definitiva e que teriam oportunidade de trabalhar com outros colegas (ver Anexo C.1.2.2).

Na aula nº13 foi apresentado o projeto RS4E. Os alunos tomaram conhecimento que, tal como em anos anteriores, a escola da APEL iria acolher este projeto, tendo-me como uma das dinamizadoras, bem como a professora de filosofia. Sendo assim, partilhei com a minha experiência no RS4E enquanto aluna (referida no capítulo 9.2) e mostrei uma apresentação sobre o projeto CEMA com a qual venci o concurso no nível universitário (ver Anexo F.1.2.1). Os alunos ficaram motivados para o projeto e curiosos acerca da participação no mesmo (ver Anexo C.1.2.2).

Na aula seguinte (plano d aula nº14), os alunos resolveram a ficha de trabalho nº3 que explorava a amplitude dos ângulos internos de polígonos. Esta proposta de trabalho foi uma vez mais desenvolvida em trabalho de grupo. Para tal, utilizou-se uma nova dinâmica para formação de equipas de trabalho que consistiu em utilizar cartolinas de cinco cores diferentes, em que os alunos definiriam o critério para a formação das suas equipas em dois minutos, sem falar entre eles. O objetivo desta dinâmica foi inspirar a criatividade, incitar ao dinamismo e ao espírito de equipa. Observou-se que os alunos estavam curiosos, animados e prontos para encarar o desafio (ver Anexo F.1.3.1).

Dando continuidade à estratégia da aula anterior, os alunos iriam novamente explorar uma atividade de grupo relativa aos sólidos platónicos e à fórmula de Euler (plano de aula nº15). Após os grupos terem sido formados utilizando a dinâmica da aula anterior, foi distribuído um guião e material para a construção dos sólidos platónicos. Cada grupo ficou incumbido de construir um desses sólidos, dentro de um intervalo de tempo estabelecido, após o qual teriam que elaborar um "BI" (bilhete de identidade) sobre o sólido em questão e preparar uma apresentação oral de, exatamente, três minutos, sob a forma de cartaz. Com esta atividade pretendeu-se desenvolver a capacidade de gestão do tempo e a agilidade em ambas as partes das tarefas. Observou-se que os alunos conseguiram construir com perfeição e rapidez o sólido atribuído. Notou-se que estavam entusiasmados e empenhados em cumprir as "missões" que lhes foram destinadas. Os alunos foram capazes de executar a apresentação do sólido dentro do tempo limite e com uma estrutura organizada (ver Anexo D.1.1.1).

Na aula nº29, na qual foram estudados os lugares geométricos, foi apresentada a ficha de trabalho nº9. Para a sua resolução, e seguindo os pressupostos do empreendedorismo, foi proposta a formação de grupos em que cada um teve que apresentar aleatoriamente (usando um saco com bolas) um dos exercícios à turma. Com este desafio pretendeu-se desenvolver a capacidade de lidar com o imprevisto. Observou-se que os alunos sentiram alguma dificuldade e receio na resolução dos exercícios, pois mostraram-se ansiosos por não saberem qual o exercício iriam ter que apresentar. No entanto, e como fruto desta imprevisibilidade, verificou-se que o espírito colaborativo foi fomentado com esta estratégia (ver Anexo F.1.4.1).

No plano de aula nº32, onde foi desenvolvido um trabalho relativo aos lugares geométricos e no qual se utilizou a ficha de trabalho nº10 (ver 11.3.3), os alunos desenvolveram, uma vez mais, o trabalho em equipa no âmbito da resolução de uma proposta de trabalho que pretendia inspirar a criatividade e a capacidade de resolução dos desafios propostos. Observou-se que os alunos se mostraram empenhados e que, no decorrer da tarefa, estabeleceram a ponte entre os contextos apresentados e os conceitos teóricos subentendidos (ver Anexo E.1.5.1).

Na aula nº33 analisou-se o trabalho desenvolvido ao longo do primeiro período, destacando-se a reflexão sobre a ficha de trabalho nº10 (ver Anexo F.1.5.1). Primeiramente, os alunos, avaliaram, numa escala de 1 a 10, o grau de dificuldade na resolução das tarefas propostas. Pôde-se observar que a maioria dos alunos considerou que a geometria é uma das áreas que lhes suscitava maiores dificuldades, mas, no entanto, em relação às tarefas propostas nas fichas de trabalho, assumem-nas como “isto assim até nem parece um bicho tão feio como no início; até sei fazer algumas coisas”. Em segundo lugar, questionou-se os alunos sobre o tipo de atividade que tinham apreciado mais. Os alunos focaram as atividades desenvolvidas em trabalho de grupo. Seguidamente, direcionaram-se as questões nº 3, 4, 5 e 6 para a reflexão acerca da ficha de trabalho nº10 desenvolvida no plano de aula nº32. Na questão 3, os alunos foram questionados sobre a relevância do contexto escolhido (postos de combustível) para aplicação na ficha de trabalho. Os alunos hesitaram na justificação da escolha do contexto, no entanto identificaram uma relação evidente entre o contexto selecionado e a sua área de estudo, bem como o projeto RS4E. Em quarto lugar, explorou-se a interdisciplinaridade e pretendeu-se observar se os alunos encontravam pontos de ligação com as demais disciplinas. Os alunos descortinaram uma relação, essencialmente, com a geografia e economia. Em quinto lugar, quis-se identificar se os alunos conseguiam estabelecer uma relação entre os conteúdos programáticos e a aplicação dos mesmos em contexto real. Os alunos, maioritariamente, verificaram que existia uma conexão, mas sentiram dificuldades em encontrar uma justificação para tal. Dando seguimento a estas questões, a seguinte centrou-se na identificação do desenvolvimento das competências transversais. Os alunos consideraram que estariam a desenvolver valências, tais como o raciocínio, o trabalho em equipa, que associaram a caraterísticas do jovem empreendedor. Por fim, aceitaram-se sugestões de temas e atividades a desenvolver futuramente (ver Anexo F.1.5.2).

Na última aula (plano de aula nº77), inserida na unidade das funções, foi criado um jogo para encerrar, não só o trabalho desenvolvido nessa unidade temática, referente ao subtema das funções, como também toda esta série de atividades e propostas que pretendiam investigar a relação entre a matemática e o empreendedorismo. Este jogo intitulado "Funbingo" (ver Anexo F.1.6.2) tinha como inspiração o tradicional jogo do bingo, mas foi construído utilizando cinco cartões originais onde, em cada um destes, estava a representação gráfica de uma função e, em vez de bolas, o professor utilizou cartões com uma das caraterísticas observáveis nos gráficos selecionados. Os alunos utilizaram cartões idênticos, colocavam-nos sobre o gráfico e, ganhava o jogo o grupo que conseguisse em primeiro lugar as cinco caraterísticas. O nome "Funbingo" pretendeu ser um trocadilho entre a palavra inglesa "fun", que significa "diversão" e as três primeiras letras da palavra "função" ou "function". Com a realização deste jogo, foi possível observar uma grande motivação e entusiasmo por parte dos alunos e como estes conseguiram, de forma despreocupada e lúdica, demonstrar domínio dos conceitos abordados neste subtema (ver Anexo F.1.6.1).

11.4. Projetos Extracurriculares

No projeto educativo da Escola da APEL constam três grandes opções pedagógicas: privilegiar uma perspetiva personalizadora da educação, numa dinâmica de participação e de cooperação definidora solidária; possibilitar uma síntese, a cultura e a fé num quadro de uma escola cultural; e potenciar uma educação de excelência no contexto da mudança exigida pelos desafios do século XXI.

É com foco no que se pretende da "escola de hoje" que a Escola da APEL entende a importância de complementar qualidade e exigência com projetos extracurriculares direcionados para a comunidade escolar e sua envolvência (ver Anexo A.4). Neste sentido, destacaram-se alguns acontecimentos, tais como a "Beta-talk Vai à Escola" (ver Anexo I.1), um evento de carácter internacional e que teve por objetivo a partilha de experiências e motivação no intuito de estimular o potencial empreendedor dos participantes; e dois grandes projetos de sucesso: o projeto Tampinhas, dinamizado pela equipa de coordenação das atividades extracurriculares e Eco-Escolas, e o projeto RS4E, promovido pelo CEIM (Centro de Empresas e Inovação da Madeira). Estes dois projetos serão, seguidamente, objeto de análise e reflexão.

11.4.1. Projeto Tampinhas

A equipa de coordenação das atividades extracurriculares e Eco-Escolas da Escola da APEL deu-me a conhecer o projeto Tampinhas, um projeto que tem como objetivo a recolha de tampas de plástico para reciclagem, cujo valor da pesagem é convertido em unidade monetária (Euro). Esse valor reverte para patrocinar causas sociais, designadamente, a atribuição de material de apoio a pessoas portadoras de deficiência motora.

Dado que "encontra-se também a figura do empreendedor no empreendedorismo social, no qual o objetivo é a responsabilidade social ou ações comunitárias" (Barbosa, 2014, p. 6), senti-me extraordinariamente motivada para abraçar este projeto e, consequentemente, propus uma atividade à equipa responsável. A proposta foi aprovada e deu-se início à campanha "Não deites fora a tua tampinha" (ver Anexo G.1), cujo objetivo foi a recolha do maior número possível de tampinhas para atribuição de um andarilho adaptado a uma criança de oito anos portadora de deficiência física que lhe permitiu colocar-se na posição vertical, de forma autónoma, pela primeira vez.

Este desafio foi lançado a todas as turmas da escola: entregou-se ao delegado, de cada turma, um saco de plástico de 100 litros, devidamente identificado, e um guião que explicava o projeto, os desafios e outros detalhes acerca da campanha (ver Anexo G.2). Foram também posicionados alguns recipientes para recolha nos espaços comuns da escola.

A iniciativa decorreu em duas fases: uma entre 26 de novembro até 3 de dezembro de 2013 (Dia internacional da pessoa portadora de deficiência), na qual se recolheram cerca de 310 quilogramas; e uma segunda fase entre 4 de dezembro e 13 do mesmo ano, na qual se recolheram o valor aproximado de 210 quilogramas. No final da primeira fase foi feita uma pesagem da recolha de cada turma e fez-se a divulgação da mesma, por forma a incentivar o espírito competitivo saudável entre turmas (ver Anexo G.3). No último dia da atividade, determinou-se o valor da pesagem de cada turma na segunda fase de recolha e venceu a turma 11ºD2 que conseguiu obter o maior valor de tampinhas nas duas fases, aproximadamente 185 quilogramas (ver Anexo G.4).

Ao longo desta campanha destacou-se a turma do 10ºA3 que, desde o início se mostrou interessada e apoiou a causa com entusiasmo (ver Anexo G.5.1). Para além dos alunos terem ficado em segundo lugar na primeira fase e em terceiro lugar na classificação final (50 quilogramas), a turma ajudou no processo de recolha e pesagem da campanha (ver Anexo G.5.2).

No dia 8 de dezembro, a Escola da APEL foi convidada a estar presente numa festa dinamizada pela Madeira Solidária, no auditório John dos Passos, na Ponta do Sol (ver Anexo G.6). Nesse evento, o projeto das Tampinhas foi divulgado ao público presente que empatizou com a nossa causa solidária e com o esforço desenvolvido pelos alunos até à data, e em conjunto com algumas entidades fez donativos no valor de 650 euros.

Após a campanha, fomos informados que, com a nossa recolha, já era possível, proceder à encomenda do andarilho adaptado e que faltavam apenas 1550 quilogramas para concluir a sua construção, que foram, entretanto, conseguidos através de apelos dirigidos a outras entidades exteriores à escola ("Não desistas, guarda a tua tampinha").

Todas as tampinhas recolhidas foram entregues à empresa Madeira Cartão e no dia 31 de janeiro de 2014, na sala multiusos da Escola da APEL, a equipa de trabalho em conjunto com a turma vencedora da campanha teve a alegria de conhecer e entregar pessoalmente o andarilho adaptado à menina de oito anos (ver Anexos G.7).

Nesta atividade observou-se uma enorme determinação e perseverança na forma entusiasta como os alunos se dedicaram a esta iniciativa, evidenciando valores solidários, em especial, o espírito de entreajuda. A partir do lançamento deste projeto, verificou-se um estreitamento na relação dos alunos com o pessoal docente e não docente.

11.4.2. Projeto RS4E

Tal como mencionado em 8., um dos projetos promotores do empreendedorismo, em especial, nas escolas da região é o RS4E um projeto do CEIM, que tem como missão:

> servir de instrumento de desenvolviemento regional apoiando os empreendedores na implementação do seu projeto empresarial inovador na Região Autónoma da Madeira, desde a fase inicial até à fase de desenvolvimento e expansão, proporcionando um ambiente favorável ao empreendedorismo, nomeadamente nos mais jovens, e agindo como um facilitador e ponto de contacto central de um eco sistema empreendedor. (rs4e, 2016)

Este projeto, ao assumir como um dos seus objetivos a criação de um meio propício ao empreendedorimo, reconhece a escola como um dos principais ambientes para se desenvolverem competências empreendedoras.

Com base nesse pressuposto, o projeto RS4E apresenta duas oportunidades para os seus participantes: uma que se refere a sessões em sala de aula com atividades e estratégias no âmbito da formação do jovem empreendedor, e outra, um concurso de ideias de negócio em que os alunos participam em pequenos gupos e têm como missão planificar e criar uma ideia que seja inovadora e criativa recorrendo a um plano de negócios (ver Anexo H.1). O júri do concurso seleciona os de dezasseis melhores planos que posteriormente apresentam os seus trabalhos na ilha do Porto Santo. O melhor plano de negócios do nível secundário e o melhor plano de negócios do nível profissional, são premiados com uma visita de estudo a Londres.

Como resultado dessa experiência, a equipa dinamizadora defende que os alunos desenvolvem, num espírito competitivo saudável, capacidades intrínsecas ao perfil de um indíviduo capaz de satisfazer as necessidades da sociedade vigente (ver Anexo H.2).

A Escola da APEL, no seu projeto educativo, identifica tais capacidades como essenciais à formação de um jovem. Nesse sentido e desde 2005 (ano em que participei enquanto aluna) a escola tem vindo a abrir as portas ao RS4E. Assim sendo, no letivo 2013/2014, a escola participou uma vez mais.

Por considerar que, ao acompanhar este projeto, este se assumiria como trabalho complementar à minha prática letiva supervisionada e que seria fundamental no que respeita à observação do que se entende como perfil do jovem empreendedor (quer por parte da equipa do CEIM, quer parte dos jovens alunos da escola), fui selecionada para ser uma das professoras dinamizadoras deste projeto. Tal como referido sucintamente em 11., as tarefas que a me propus foram as seguintes: o apoio direto à turma 10º C, em conjunto com a professora de filosofia Elizabete Fernandes, nas aulas orientadas pelos responsáveis destacados do projeto CEIM, e a criação de um período extracurricular direcionado para acompanhar todos os alunos do 10º ano que participaram no concurso de criação de um plano de negócio.

No sentido de me familiarizar com as atividades a desenvolver, participei na “Oficina de formação em empreendedorismo 2013” destinada a novos professores que abraçaram o desafio do RS4E (ver Anexo H.3).

No que respeita ao trabalho desenvolvido em sala de aula, pude participar em diversas atividades, entre as quais se destacam quatro nas quais os alunos mostraram particular interesse. Numa delas, os alunos tinham ao seu dispor um copo de plástico e eram incitados a criar ideias para dar ao copo outras utilidades para além das usuais. Noutra, era-lhes atribuído um produto inovador, bem como um meio publicitário através do qual o teriam de promover. Noutra atividade ainda, a construção da torre do poder que consistiu em, com os materiais fornecidos (elásticos, palhinhas de refresco, copos de plástico, folhas de jornal,...), construir uma torre sustentável de modo a atingir a altura máxima possível e de forma a que esta, no final, resistisse, sem desmoronar, à colocação de uma bola no seu topo (ver Anexo H.4). E, por último, a atividade da minha eleição: “Ligando os pontos” em que o objetivo era unir todos os pontos usando, no máximo, quatro linhas retas, sem levantar caneta do papel (ver Anexo H.5). A minha preferência por esta dinâmica está relacionada com o facto de me recordar a famosa expressão do empreendedor nato, Steve Jobs: “Think out of the box”.

No que concerne às aulas desenvolvidas para apoiar os planos de negócio a concurso, foram planificadas duas semanas de trabalho e uma data de simulação da apresentação de projetos (ver Anexo H.6). Para este período de acompanhamento, procurei estruturar uma série de atividades que se inseririam no contexto atual dos alunos e que foram, inevitavelmente, o reflexo da minha experiência pessoal enquanto participante no RS4E. Disponibilizei vários recursos de entre os quais, documentação facultada aquando da minha participação como aluna, os meus apontamento pessoais do “Curso Intensivo em Empreendedorismo e Inovação Empresarial” (ver Anexo H.7), artigos de jorna e revistas, listas de anteriores projetos vencedores, guião para elaboração para um plano de negócios (os alunos teriam que o desenvolver até o ponto 4.3, ver Anexo H.8), entre outros. De entre estes materiais, os alunos mostraram-se notoriamente mais interessados pelas anotações que recolhi durante as comunicações a que assisti, incluídas no curso mencionado, e que incluiram palestrantes com reconhecida reputação na área do empreendedorismo (ver Anexo H. 9).

No que respeita à apresentação prévia do projeto, é de referir que os alunos tiveram a oportunidade de simular, na íntegra, a sua exposição, designadamente, o local, o tempo limite definido no regulamento e para um júri composto pelos últimos três vencedores dos níveis básico, secundário e universitário do RS4E e pelos três mentores da escola (professora Rosabel Jorge, professora Elisabete Fernandes e eu).

Pôde-se observar que os alunos estavam motivados para os seus projetos com ideias inovadoras (ver Anexo H.10). Notou-se que ao alunos de ciências e tecnologias apresentaram projetos direcionados para a ciência, de entre os quais se destacam: a construção de um colchão anti-ácaros, “RAP”; a construção de estradas através do aproveitamento da lava expelida pelos vários vulcões ativos espalhados pelo planeta; e confeção de comida rápida regional madeirense, “Sabor ao minuto - Semilha”. No caso dos alunos de ciências socioeconómicas, apresentaram projetos direcionados para o turismo e satisfação de bens e necessidades, como por exemplo um restaurante móvel paisagista, “MochaBus” e um dispensador de comida para cães com temporizador, “Doozy”.

Das duzentas e trinta apresentações no ensino secundário, foram selecionadas para a eliminatória a decorrer na ilha do Porto Santo, duas ideias de negócio projetadas por dois grupos de alunos pertencentes à Escola da APEL: o “RAP” e o “Sabor ao minuto-Semilha” (ver Anexo H.11).

12. Considerações Finais

12.1. Aprendizagem do Empreendedorismo e da Matemática

A intenção da promoção do empreendedorismo em contexto escolar prende-se com o facto de estarmos numa sociedade globalizada, altamente desafiadora, que não se limita ao que foi convencionalmente idealizado e exige dos seus membros uma multiplicidade de papéis, quer na satisfação de bens e necessidades, quer no processo de inovação e evolução. A urgência em formar, e "bem" formar jovens empreendedores, que por sua vez se afirmam como resultado de um processo de ensino empreendedor, centrado na aprendizagem do aluno, demandam dos estabelecimentos de ensino e, em particular do professor, uma postura multidisciplinar e plurifacetada que ultrapasse os domínios físicos da escola.

Ao longo desta investigação, foi explorado o conceito de educação para o empreendedorismo em paralelo com o significado da aprendizagem em matemática. O empreendedorismo é tido como um exercício intensivo, promotor da capacidade criativa, da superação de desafios e da consolidação de conquistas, o que vai ao encontro do que se pretende na aprendizagem da matemática. Esta deve procurar refletir a natureza da disciplina, na medida em que a matemática potencia o desenvolvimento da capacidade crítica do aluno e a aquisição de competências transversais, muito para além da mera reprodução de conceitos e fórmulas.

O primeiro passo numa educação matemática empreendedora é desenvolver a capacidade de reflexão. Foi, com base neste pressuposto, que assumi como objetivo ir ao encontro do que os alunos entenderam ser importante de modo a potenciar a sua aprendizagem.

Através da vivência da prática de ensino supervisionada, constatei que a aprendizagem do aluno em sala de aula passa, essencialmente, pela motivação que é incutida desde o momento inicial de partida à descoberta até à concretização e superação dos desafios propostos. A questão que se colocou no que respeita ao trabalho em sala de aula, foi exatamente como conseguir essa motivação. Martins e Silva (2000, p. 2), afirmam que "à semelhança da resolução de problemas, não existem receitas." De facto, não existe um único caminho, mas sim um conjunto de estratégias que evidenciam como a matemática poderá ser "divertida, criativa, muito útil, e até mágica" (Martins & Silva, 2000, p. 6).

Para compreender que abordagens selecionar, de entre um leque tão vasto de possibilidades, é necessário conhecer os alunos, bem como o contexto real em que estão inseridos. Assim sendo, para além da apresentação inicial em sala de aula, foi feita uma recolha das opiniões dos alunos em relação às suas áreas de interesse e expectativas. Esta recolha inicial permitiu identificar quer as motivações dos grupos em questão, quer as particularidades únicas e singulares de cada indivíduo, que se refletiu no processo de aprendizagem da matemática e do empreendedorismo.

Embora seja condição essencial, não é somente a exigência científica que garante a qualidade no ensino. O professor foi definido pelos alunos como alguém que, para além das suas capacidades sociais, transmite o seu conhecimento de forma motivadora e exigente. Os alunos reconhecem no professor o modelo de empreendedorismo, na medida em que este apresenta e explora os campos científicos da sua área profissional e ao mesmo tempo é capaz de introduzir os conceitos matemáticos como ferramentas essenciais ao empreendedor. O professor é o garante da aprendizagem do empreendedorismo matemático e da matemática do empreendedorismo.

Encontrei no recurso aos materiais interativos, tais como apresentações em Prezi, Powerpoint e vídeo (quer disponíveis online, quer por mim criadas ou facultadas pela professora orientadora) uma forma de cativar os alunos para as temáticas abordadas, bem como de possibilitar uma maior organização e estrutura para o desenvolvimento da aula. Os alunos beneficiaram de momentos de discussão construtiva que apelaram ao uso da sua capacidade crítica e de compreensão de novos conceitos.

Uma outra estratégia que se verificou promotora da aprendizagem do aluno foi a utilização de materiais manipuláveis; os construídos pelos alunos e os previamente por mim construídos permitiram dinamizar as aulas de matemática e incentivar o gosto pela disciplina.

Ainda neste sentido, procurou-se, na seleção e adaptação de exercícios e problemas, contextualizar, o mais possível, as tarefas à realidade envolvente e às áreas de interesse dos alunos. Os alunos aprendem mais facilmente quando estão familiarizados com a linguagem utilizada nos desafios que lhes são propostos. Por sua vez, essa compreensão desmistifica os “medos” e preconceitos frequentemente associados à resolução de problemas.

Para além de todo o trabalho particular desenvolvido em cada unidade didática, o professor tem ao seu dispor uma série de dinâmicas que fomentam, diretamente, o empreendedorismo, desde a escolha de estratégias para formação de grupos de trabalho até orientações específicas na abordagem de resolução de tarefas e apresentações orais. Os jogos são, ainda, dinâmicas em que os alunos trabalham os conceitos, partilham conhecimentos e desenvolvem a criatividade e a capacidade de comunicação.

Tal como a aprendizagem do empreendedorismo, a aprendizagem da matemática não se restringe apenas ao espaço de sala de aula. Os alunos, ao participarem nas atividades extracurriculares, quer de cariz social (projeto Tampinhas), quer de cariz empresarial (projeto

RS4E), estiveram a trabalhar ao nível do desenvolvimento de competências essenciais à formação de cidadãos críticos e esclarecidos, plenamente conscientes e preparados para as problemáticas do mundo atual.

12.2. O Papel da Matemática na Construção do Perfil Empreendedor do Aluno

Face às exigências do século XXI, há a necessidade de, em tempo escolar, os alunos irem desenvolvendo capacidades para além da aquisição de conhecimentos científicos. Um jovem não nasce empreendedor, e isso faz com que a matemática, através da sua própria natureza, permita que floresça, nos jovens dos dias de hoje, o espírito empreendedor.

Existe uma relação entre o conceito aluno de ciência e aluno empreendedor, pois ambos partem em busca do conhecimento, procurando a descoberta e reconhecendo, no inesperado, a possibilidade de se realizarem e, ao mesmo tempo, se inquietarem com as suas próprias conclusões. O empreendedor é aquele que avança com consciência das suas limitações e transporta, para tudo aquilo que faz, os conhecimentos adquiridos. O papel da matemática é dotar esse mesmo aluno com estratégias e ferramentas que ampliem a sua capacidade de raciocínio, pois, “ o principal recurso usado pelo empreendedor é ele mesmo” (Shapiro, 1975, *apud* Pinheiro, 2001, *apud* Mauer et al., 2013, pp. 4, 5)

O recurso a materiais manipuláveis permite que o aluno desenvolva, entre outras, a sua capacidade de visão espacial. No estudo da geometria, recorri a este tipo de materiais 3D para motivar e facilitar a compreensão dos conceitos matemáticos em estudo. No desafio proposto de construção e apresentação dos sólidos platónicos, pretendeu-se que os alunos fizessem emergir a relação de Euler que era o objetivo principal da tarefa. Na conceptualização do dual de um poliedro e das secções de um sólido, a existência de objetos que os alunos puderam manipular permitiu facilitar a passagem do estádio concreto para o estádio abstrato. Os alunos trabalharam o cubo e o seu dual (o octaedro) em construções tridimensionais e transferiram esse conhecimento para as relações entre os demais sólidos platónicos, bem como os cortes no cubo, conduziram à compreensão dos sólidos obtidos por truncatura do cubo.

Este processo de construção de conhecimento é transferível para a área do empreendedorismo, na medida que “os empreendedores aprendem mais com a prática do que com a teoria” (Dolabela, 2006, *apud* Rosa, 2011, p. 9). A meu ver, nada é mais belo na matemática que o percurso na construção do saber. A aprendizagem do aluno deu-se, não só na manipulação dos materiais, mas também na reflexão dos processos e dos resultados. O raciocínio é uma das ferramentas principais que a matemática permite desenvolver e é o evoluir dessa mesma capacidade de raciocínio que prepara o aluno para iniciar o seu caminho para o sucesso.

Nas aulas de matemática lecionadas, os alunos foram constantemente desafiados à resolução de problemas com diferentes contextualizações. Dada a abrangência da matemática, que encontra aplicabilidade numa multiplicidade de áreas do saber, os alunos exploraram temáticas diversificadas e reconheceram a importância da disciplina. Estes encararam os problemas propostos como desafios e não apenas como exercícios para aplicação de conteúdos. Este comportamento enquadra-se no perfil do jovem empreendedor, na medida em que este procura dar resposta às exigências da sociedade sem assumir que está a aprender a empreender.

12.3. A Interdisciplinaridade como Promotora das Posturas Empreendedora e Matemática do Aluno

Uma educação para o empreendedorismo não se refere apenas à formação de jovens empresários, mas também à formação de jovens cidadãos com competências multidisciplinares, o que pressupõe que, na escola, os alunos sejam desafiados a resolver problemas que se referem a diferentes áreas do conhecimento. A matemática é uma das disciplinas que permite tal abordagem. Para além dos aspetos mais teóricos, é proposto aos alunos que apliquem os conceitos em atividades práticas e que sejam capazes de transferi-los para distintos contextos, em particular, para o meio envolvente.

Nesta investigação, tive oportunidade de estar em contacto direto com três turmas de três cursos diferentes: Ciências e Tecnologias, Ciências Socioeconómicas e Línguas e Humanidades; nos dois primeiros, foi lecionada a disciplina de matemática A e no terceiro a disciplina de MACS. Pude observar a seleção de tarefas do manual e fichas de trabalho que o grupo disciplinar de matemática considerou como "essenciais" ao aluno de 10º ano para o ano letivo 2013/2014, no intuito de iniciar a sua preparação para o exame trienal de matemática A no final do 12º ano.

Numa primeira abordagem às tarefas selecionados, no que respeita a essa mesma disciplina de matemática A, pude constatar uma lacuna referente à área contextual dessas mesmas propostas no que concerne à área das Ciências Socioeconómicas. Uma parte significativa das propostas selecionadas estava fortemente direcionada para as disciplinas específicas do curso de Ciências e Tecnologias.

Na observação das aulas da turma 10ºA3 (curso de Ciências e Tecnologias), verifiquei que os alunos dominaram a linguagem necessária à concretização das tarefas propostas, quer nas fichas de trabalho, quer nos manuais, pois a terminologia específica das ciências e tecnologias foi desenvolvida pelas disciplinas do seu curso, e a terminologia respeitante às ciências socioeconómicas, apresentou-se como estando num nível básico, equivalente ao utilizado no quotidiano. O mesmo domínio de linguagem necessário à resolução de problemas, nem sempre se verificou na turma 10ºC (curso de Ciências Socioeconómicas), onde o desafio mostrou-se um pouco mais ambicioso, visto que os alunos evidenciaram dificuldades substanciais assim que a matemática se distanciou da sua área específica de estudo.

> "Cada manual escolar oferece para cada unidade uma proposta de percurso de aprendizagem. Muitas vezes, essa proposta não se adequa aos alunos, ou porque tem exemplos ou exercícios em excesso, ou porque usa uma linguagem e exemplos que os alunos não estão preparados para compreender." (Ponte, 2005, p. 18)

Nesta ótica, na maior parte dos 46 planos de aula em que tive a oportunidade de desenvolver em conjunto com a professora orientadora (disponíveis em anexo - cd), procurei colmatar essa limitação ao transformar a sala de aula de matemática num espaço promotor de interdisciplinaridade.

Considerei essencial, em especial para os alunos que enveredaram pelo curso de Ciências Socioeconómicas, que estes explorassem os conteúdos programáticos matemáticos associados ao contexto que lhes fosse mais familiar e progressivamente, em paralelo com o desenvolvido nas disciplinas da sua área de conforto, adquirissem a terminologia específica e compreendessem os conceitos. Este desafio assumiu-se como forma de incentivo à descoberta para as demais áreas de conhecimento. Sendo assim, selecionei um conjunto de exercícios e problemas, cujo contexto científico se enquadrou, essencialmente, nas disciplinas de economia e geografia. Com o trabalho desenvolvido, os alunos conseguiram compreender os conceitos em estudo, quando direcionados para um contexto nas suas áreas de domínio.

Dada a que contextualização das tarefas, que viabilizou portanto, uma aprendizagem centrada no aluno, adequada ao nível de linguagem do mesmo e também adaptada às problemáticas com que este se identifica, surge a ideia da construção de um apêndice que seja facultado aos professores, com problemas de matemática, especificamente desenvolvidos para cada unidade didática, que explorem diversas áreas de conhecimento, e se contextualizem em temáticas da atualidade. Com esta abordagem de contextualização dos problemas, que apela ao mundo real, pretende-se iniciar um percurso que evidencie a matemática e o seu caráter intrinsecamente interdisciplinar.

Este carácter interdisciplinar, potenciado pela matemática, está intimamente relacionado com o desenvolvimento do perfil do jovem empreendedor, na medida em que, assim como a interdisciplinaridade implica a capacidade de compreender e aplicar conceitos matemáticos em diferentes contextos reais, o exercício do empreendedorismo exige essa mesma aptidão de aplicar os conhecimentos (matemáticos e outros) nos vários projetos e iniciativas a que se propõe o jovem empreendedor.

12.4. A Importância dos Projetos Extracurriculares na Simbiose Matemática/Empreendedorismo

As aprendizagens curriculares dos alunos direcionadas para o empreendedorismo garantem parte da formação dos jovens na sua perspetiva empreendedora. No entanto, pretende-se que estes indivíduos adquiram consciência da sua responsabilidade social. O jovem empreendedor deve ter em consideração que um primeiro passo para a evolução da sociedade passa por um trabalho colaborativo de identificação e superação dos vários desafios que vão surgindo na comunidade envolvente. Neste âmbito, os projetos extracurriculares configuram-se imprescindíveis no desenvolvimento do perfil do aluno de matemática enquanto jovem empreendedor, uma vez que é através de projetos reais, numa perspetiva de aprendizagem prática, que os alunos concretizam as suas aprendizagens em ações empreendedoras.

“Aprender é participar em comunidade de prática onde o conhecimento existe. Em vez de conceptualizar o conhecimento como um ganho individual adquirido através do ensino, o conhecimento deve ser visto como um produto partilhado pela comunidade.” (Fernandes, 2008, p. 14)

O projeto Tampinhas, de cariz marcadamente social, foi, indubitavelmente, um projeto capaz de canalizar toda a energia de uma escola em torno de um objetivo comum e para um bem maior. Tal como anteriormente referido, os empreendedores procuram modelos a seguir para se inspirarem ao longo da realização das suas ambições. Os jovens alunos empreendedores ficaram sensibilizados pelo entusiasmo da equipa de professores que dinamizou o projeto, assumiram esses professores como pessoas de referência capazes de “imaginar, planejar e pôr em prática seus sonhos e projetos” e decidiram acompanhá-los neste processo de “fazer acontecer” (PRODE Sebrae (PR), 1998). O estreitamento da relação professor de matemática-aluno de matemática, potenciada por projeto social, contribuiu para o desmoronar dos preconceitos negativos associados a esta disciplina em particular, ao mesmo tempo que permitiu uma maior permeabilidade no que diz respeito à aprendizagem dos alunos em sala de aula.

O projeto RS4E foi um outro projeto extracurricular que também foi capaz de alavancar a simbiose matemática-empreendedorismo. Os alunos puderam dar asas à sua criatividade e conceber um plano de negócios original que implicou uma multiplicidade de competências, tais como o raciocínio, o espírito crítico, resolução de problemas e a capacidade de viabilização de um projeto. Estas valências foram explicitamente desenvolvidas através de estratégias integradas nas aulas de matemática, bem como nas aulas dinamizadas pelo grupo do CEIM e exponenciadas nas aulas de apoio extracurricular destinadas à criação e preparação das ideias de negócio.

De entre as inúmeras atividades arquitetadas para esta finalidade, desenvolvidas pela equipa convidada fiquei particularmente interessada pela "torre do poder". Esta atividade, se aplicada em sala de aula de matemática, possibilitaria o estudo de diversos conceitos subentendidos na sua construção e estabilidade, tais como: ângulos, figuras geométricas, centro de massa, equilíbrio, entre outros. A partir deste raciocínio surge o mote para uma futura investigação, onde se pretenderia explorar a matemática subjacente às atividades planeadas pelos responsáveis do projeto RS4E e de que forma tais atividades poderiam ser incutidas no trabalho de sala de aula de matemática, como forma de potenciar a aprendizagem dos alunos nesta simbiose.

12.5. A Importância da Aprendizagem dos Alunos na Formação da Professora Y.

No decorrer deste trabalho, destacou-se a afirmação de que o jovem empreendedor aprende a empreender. Nesta fase particular da minha experiência profissional, de professora estagiária, considero-me ainda uma jovem que continua na ânsia dessa formação para o empreendedorismo. Esta intenção vai ao encontro de Oliveri (2006, p. 54) ao refletir no trabalho de Portigliatti (2006), em que aponta as fases do desenvolvimento do estudante empreendedor, designadamente, "os chamados 5 E's: empreendedor, empresário, executivo, empregado e estagiário" e em que admite "(...) este último, a condição inicial para se tornar o primeiro da lista".

A minha prática de ensino supervisionada ocorreu exatamente na mesma escola, no mesmo curso e até na mesma sala de aula, por mim frequentada no ano letivo 2004/2005. Foi naquele espaço que cultivei a minha paixão pela matemática bem como, fui inspirada e motivada pelos meus professores a dar os primeiros passos no empreendedorismo. Por esta razão e por me considerar uma professora Y não podia deixar de tomar como um dos meus objetivos o despertar nos meus alunos, do gosto pela matemática e do entusiasmo pelo empreendedorismo e, mais do que isso, evidenciar a simbiose entre estas duas disciplinas extramente desafiadoras.

O acompanhamento da aprendizagem dos alunos nestas duas áreas permitiu observar de um novo prisma, agora enquanto professora estagiária, os benefícios de uma educação matemática para o empreendedorismo. Ao identificar os “receios”, as motivações, ao adotar algumas estratégias que se verificaram viáveis e ao refletir sobre as supramencionadas considerações, encontrei a motivação para dar continuidade à minha prática letiva.

Para além disso, desenvolvi competências para satisfazer as exigências no que concerne ao trabalho do professor, indispensáveis ao sucesso das aprendizagens dos alunos. A dedicação a um projeto com esta ambição exigiu da minha parte uma disponibilidade total, uma energia inesgotável e um desdobramento para responder à pluralidade de desafios a que me propus.

Em suma, o vivenciar do dia-a-dia dos alunos em contexto escolar revelou-se uma experiência extraordinariamente enriquecedora enquanto jovem professora empreendedora. Até mesmo no último momento, estas minhas primeiras três turmas tornaram a despedida inesquecível (ver Anexo I.3) e fizeram com que tudo tivesse valido a pena. É nesta ótica que tomo como minha a afirmação de Júlia Silva da Rosa (2011):

> “Penso que todo o jovem, independente de sua geração ou época, quer mudar o mundo, mesmo que seja mudar o seu mundo e o mundo dos que o cercam. Todos os jovens, à sua maneira, querem inovar, transformar e reinventar. (...) Também sei que estes jovens, que esta jovem, quer e vai mudar o mundo.” (Rosa, 2011, p. 16)

E também eu, tal como a autora, quero e vou mudar o mundo!

Referências Bibliográficas

Azevêdo, E. d., & Dantas, M. A. (2010). PERFIL EMPREENDEDOR RUMO AO SUCESSO EMPRESARIAL.

Barbosa, F. R. (2014). Empreendedorismo e novas Metodologias de Ensino: reflexão e autoconhecimento.

Dolabela, F. (2006). *O Segredo de Luísa.* São Paulo: Editora de Cultura.

Fernandes, E. (2008). Uma viagem de ida e volta – um outro olhar sobre a Escola. *Educação para o Sucesso: Políticas e Actores.* (pp. 101-111). Lisboa: J. M. Sousa (org.) Actas do IX Congresso da SPCE.

Fernandes, E., & Matos, J. F. (2004). Aprender Matemática na escola versus ser matematicamente competente: que relação? 15 Seminário de Investigação em Educação Matemática: Universidade da Madeira.

Gomes, M. Â. (2012). Ensino da Matemática, Tecnologia, Trabalho de Projeto e Empreendedorismo. Funchal: Universidade da Madeira.

Hisrich, R., & Peters, M. (2004). *Empreendedorismo* (5ª Edição ed.). São Paulo: Bookman.

Júnior, W. M. (2013). Faculdade Pitágoras de Uberlândia.

Martins, S., & Silva, A. (2000). Falar de Matemática Hoje é...

Maruyama, Ú. G., Maciel, M. S., Carvalho, T. C., Queiroz, J. K., & Silva, R. C. (2013). ABORDAGENS EDUCACIONAIS PARA A INOVAÇÃO: UM ESTUDO COMPARATIVO ENTRE ESTUDANTES DO ENSINO MÉDIO DO COLÉGIO PEDRO II E BRIGADEIRO NEWTON BRAGA. Retirado Maio de 2013 de http:\www.convibra.org

Mauer, J. d., Klauck, F. O., Guimarães, J. C., & Severo, E. A. (2013). EMPREENDEDORISMO: CARACTERISTICAS E HABILIDADES DO EMPREENDEDOR DE SUCESSO. *I Congresso de Pesquisa e Extensão da FSG.* Faculdade da Serra Gaucha.

Mendes, J. A. (Abril de 2013). Estratégia didáctica para elaborar problemas aritméticos com textos que favoreçam a formação integral dos alunos de Economia e Gestão. *REVISTA DO CENTRO DE INVESTIGAÇÃO SOBRE ÉTICA APLICADA (CISEA)*, pp. 113 - 138.

Mesquita, E. (2011). *Competências do Professor.* Lisboa: Edições Sílabo.

Ministério da Educação . (2001). *Currículo Nacional do Ensino Básico - Competências Essenciais*. Lisboa: Departamento da Educação Básica.

Miranda, L. O., Trindade, P. d., & Santos, P. F. (2004). Um programa para resgatar o papel transformador da Matemática: contribuições para os desafios de uma nova escola. *VIII encontro Nacional de Educação Matemática.*

Mocellin, D. Z., Vasconcelos, E. S., Ferreira, J. M., & Scherner, M. L. (2010). EMPREENDEDORISMO NA SALA DE AULA: UMA EXPERIÊNCIA NO ENSINO FUNDAMENTAL., (pp. 3203-3217).

Mota, A. R., Dos Santos, A. M., & Silva, T. d. (2004). EMPREENDEDORISMO: o perfil empreendedor de mulheres de sucesso.

Oechsler, V., & Gaertner, R. (2013). ATIVIDADES MATEMÁTICAS QUE CONTRIBUEM PARA O ALCANCE DOS OBJETIVOS DO MILÊNIO. *XI Encontro Nacional de Educação Matemática.*

Olivieri, M. d. F. A. (2006). O estudante empreendedo. *REVISTA CIENTÍFICA FAMEC / FACC / FMI / FABRASP, V.5, N. 5*, pp. 52-56.

Pandolfi, M. d., & Lopes, R. E. (Março de 2013). A EDUCAÇÃO VOLTADA PARA O EMPREENDEDORISMO: UM LEVANTAMENTO DO DEBATE ACADÊMICO. *HISTEDBR On-line, nº 49*, pp. 177-196.

Pelicioli, A. F., & Ramos, M. G. (2011). A importância do ensino de Matemática para a educação financeira: um estudo no Ensino Médio.

Pereira, M. M., Ferreira, J. S., & Figueiredo, I. O. (Setembro de 2007). Guião «Promoção do Empreendedorismo na Escola». Portugal: Ministério da Educação/Direcção-Geral de Inovação e Desenvolvimento Curricular.

Pereira, M. M., Ferreira, J. S., & Figueiredo, I. O. (Setembro de 2007). Projeto Educação para o Empreendedorismo. *Guião «Promoção do Empreendedorismo na Escola»*. 264 127/07, Portugal: Ministério da educação/ Direção-Geral de Inovação e Desenvolvimento Curricular.

Pires, R. F., & Silva, B. A. (2013). O ENSINO E A APRENDIZAGEM DO CONCEITO DE FUNÇÃO: AS CONCEPÇÕES DE PROFESSORES E ALUNOS. *Encontro de Produção Discente PUCSP* . Cruzeiro do Sul: Encontro de Produção Discente PUCSP.

Ponte, J. P. (2005). Gestão curricular em Matemática. Lisboa: Associação dos Professores de Matemática.

Rehfeldt, M. J., & Martins, S. N. (Julho de 2012). Práticas de Modelagem Matemática: uma Possibilidade para o Professor Empreendedor. *Acta Scientiae,14(2)*, pp. 1-13.

Rosa, J. S. (2011). O EMPREENDEDOR Y. Castelli - Escola Superior de Hotelaria.

Saes, D. X., & Pita, F. H. (Julho a Dezembro de 2007). EMPREENDEDORISMO NO ENSINO SUPERIOR: UM ABORDAGEM TEÓRICA. *Maringá Management: Revista de Ciências Empresariais, IV, N.2*, pp. 33-41.

Sanches, D. M. (27 de Setembro de 2012). EMPREENDEDORISMO E DESENVOLVIMENTO LOCAL: UM ESTUDO DE CASO ENTRE OS JOBENS DO CONCELHO DE S. MIGUEL. Praia, Cabo Verde.

Sousa, M. B. (Março de 2006). *(Dissertação de Mestrado) Educação e Empreendedorismo - Qualificação de empreendedores no nArranjo Produtivo Local de Tobias Barrteo/SE*. São Cristóvão - Sergipe: Universidade Federal de Sergipe.

Teixeira, P. C., & Silva, A. O. (2013). A contribuição dos futuros professores de matemática - Parfor para o desenvolvimento dos conhecimentos ligados ao dia-a-dia comercial. *VII CIBEM*, (pp. 4827-4834). Motevideo, Uruguay.

Theodoro, F. R. (2008). Como a essência do empreendedorismo é ditada pela liberdade, boa parte das. Taubaté - São Paulo.

Yin, R. K. (2011). *Qualitative Research from Start to Finish.* New York: The Guilford Press.

Anexos

Índice de Anexos

Anexo A. Organização da Prática de Ensino Supervisionada

A.1. Horário da Professora Orientadora Cátia Belim

HORÁRIO DO(A) DOCENTE

Ano escolar- Estabelecimento 2013/2014 - Escola da APEL
Nome do(a) Docente Cátia Patricia Teixeira Belim
Nível e grau de ensino/educação Professor /
Disciplina(s) ______ Grupo ______
Escalão ______ Habilitação ______
Índice ______
Forma de vinculação ______

Hora	Segunda	Terça	Quarta	Quinta	Sexta
08:00					
08:30			Matemática A (A11) 08:00 às 09:30 10C	Matemática Aplicada às Ciências Sociais (A12) 08:00 às 09:30 10D1/D2	Matemática Aplicada às Ciências Sociais (A12) 08:00 às 09:30 10D1/D2
09:00					
09:30			DT faltas		
10:00				Matemática A (A3) 09:45 às 11:15 10A3	Matemática A (A3) 09:45 às 11:15 10A3
10:30			DT ATEND TE		
11:00					
11:30					
12:00			Matemática Aplicada às Ciências Sociais (A12) 11:30 às 13:00 10D1/D2	Matemática A (A11) 11:30 às 13:00 10C	Matemática A (A11) 11:30 às 13:00 10C
12:30					
13:00					
13:30					
14:00	10A3 Matemática A (A3) 14:00 às 15:30				15h – 16h Reunião de Grupo
14:30					
15:00					
15:30	OR. Estágio TE				

Cargo	Nº de horas de redução	Disposição legal
Diretor de Turma		10C

Orientadora Estágio
4 horas Redução [illegible]

Nº de Horas												
C. Letiva		Redução/Dispensa da Componente Letiva							C. Não Letiva			Total
Lecionação	Apoio	Total por Cargos	Por Antiguidade	Por Incapacidade				Extraordinárias	Nº3 do Art.º 2º do Desp.nº87/2008	Art.º 4º do Desp. nº87/2008 31/10	Art.º 4º do Desp. nº87/2008 31/10	
		0										

Nº de horas de Acumulação

Data de validade
___/___/___

Local em que presta serviço em acumulação

Rubrica do(a) Diretor(a) /Presidente do Conselho Executivo/Presidente da Comissão Provisória

Despacho da autorização da acumulação

Observações:

A.2. Calendário Escolar com Aulas Lecionadas e Observadas

ESCOLA DA APEL

Calendário Escolar 2013-2014

Dia Mês	Setembro	Outubro	Novembro	Dezembro	Janeiro	Fevereiro	Março	Abril	Maio	Junho	Julho
Dom	1			1						[redacted]	
Seg	2			2						2	
Ter	3	1		3				1		3	[redacted]
Qua	4	2		4	1			2		4	2
Qui	5	3 1º dia		5	2			3 Último dia	[redacted]	5	3
Sex	6	4	1	6 T	3			4 Fim 2º P	2	6 Fim 11º e 12º	4
Sab	7	5	2	7 Benção das Capas	4	1	1	5	3	7	5
Dom	8	6	3	[redacted]	5	2	2	6	4	8	6
Seg	9	7	4	9	6 Início 2º P	3	3	7 Reuniões Avaliações	5	9 Reuniões de Avaliações	7
Ter	10	8	5	10	7	4	Carnaval	8 Entrega Avaliação	6	[redacted]	8
Qua	11	9	6	11	8	5	5	9	7	11	9
Qui	12	10	7 Reuniões Intercalares	12	9	6	6	10	8	12 Fim 10º Ano	10
Sex	13	11 MT	8 T	13 Missa do Parto	10	7	7	11	9 T	13	11
Sab	14	12	9	14	11	8	8	12	10	14	12
Dom	15	13	10	15	12	9	9	13	11	15	13
Seg	16 Visita 10º Ano	14	11 Av. Intermédia	16 Reuniões de Avaliações	13	10	10	14	12	16	14
Ter	17 Início 1º P	15	12	17	14	11	11	15	13	17	15
Qua	18	16	13	18 Fim 1º P	15	12	12	16	14	18	16
Qui	19	17	14	19 Entrega Avaliação	16	13	13	17	15	19	17
Sex	20	18	15	20	17	14 MACS	14	[redacted]	16	20	18
Sab	21	19 Abertura	16	21	18	15	15	19	17	21	19 2ª Fase de Exames
Dom	22	20	17	22	19	16	16	PÁSCOA	18	22 1ª Fase de Exames	20
Seg	23	21	18	23	20	17	17	21	19	23	21
Ter	24	22	19	24	21	18	18	22 Início 3º P	20	24	22
Qua	25	23	20	NATAL	22	19	19	23	21	25	23
Qui	26	24	21	26	23	20	20	24	22	26	24
Sex	27	25 MACS	22	27	24 T	21 MT	21	[redacted]	23 MACS	27	25
Sab	28	26	23	28	25	22	22	26	24	28	26
Dom	29	27	24	29	26	23	23	27	25	29	27
Seg	30	28	25	30	27	24	24	28	26	30	28
Ter		29	26	31	28	25	25	29	27		29
Qua		30	27		29	26	26	30	28		30
Qui		31	28		30	27 Av. Intermédia	27		29		31
Sex			29		31	28	28 T		30 MT		
Sab			30				29		31		
Dom							30				
Seg							31				
Ter											

Obs. Afixação de pautas da 1ª Fase de Exames: 11 de julho
Afixação de pautas da 2ª Fase de Exames: 04 de agosto

Aulas que lecionei na turma do 10º C

Aulas observadas 10ºC; 10ºA3; 10ºD[illegible]

A.3 – Planificação a Longo Prazo do 10 º ano de Matemática A 2013/2014

Planificação a Longo Prazo do 10º Ano
de Matemática A 2013 / 2014

1º Período

Unidade Temática		Especificação dos Temas	Aulas Previstas (90 minutos)	Total de aulas
1ª Unidade	**Geometria no Plano e no Espaço I**	**1. Resolução de problemas de geometria no plano e no espaço.**	**15**	
		Resolução de problemas ligados ao mundo real.	6	
		Radicais	4	
		Poliedros regulares	1	
		Critérios de paralelismo e perpendicular de retas e planos. Modos de definir um plano	1	
		Estudo de secções (corte de um sólido)	2	
		Composição e decomposição de figuras tridimensionais	1	
		2. Geometria Analítica	**22**	
		2.1 Referenciais cartesianos. Lugares Geométricos	**12**	
		Referencias cartesianos ortogonais e monométricos no plano e no espaço.Correspondência entre o plano e IR^2, entre espaço e IR^3	1	**40**
		Conjunto de pontos e condições	2	
		Distância entre dois pontos. Ponto médio de um segmento de recta	2	
		Mediatriz de um segmento de reta	2	
		Circunferência e Círculo.	2	
		Superfície esférica, esfera e plano mediador	3	
		2.2 Vetores. Operações. Propriedades	**10**	
		Vetores livres no plano e no espaço. Adição de vetores. Produto de um vetor por um escalar. Propriedades	2	
		Componentes e coordenadas de um vetor num referencial ortonormado do plano/espaço	4	
		Soma de um ponto com um vetor. Norma de um vetor num referencial ortonormado no plano e no espaço. Colinearidade de dois vetores Coordenadas do ponto médio de um segmento de reta.	4	
Avaliação			3	

2º Período

Unidade Temática		Especificação dos Temas	Aulas Previstas (90 minutos)	Total de aulas
				39
1ª Unidade	**Geometria no Plano e no Espaço I**	**2.3 Equação da reta**	**6**	
		Equação vetorial da reta no plano e no espaço	3	
		Equação reduzida	3	
2ª Unidade	**Funções e Gráficos**	**1. Função, gráfico (gráfico cartesiano de uma função em referencial ortogonal) e representação gráfica**	**2**	
		2. Estudo intuitivo tanto a partir de um gráfico como usando calculadora gráfica de propriedades das funções e dos seus gráficos	**7**	
		Domínio, contradomínio, pontos notáveis (interseção com os eixos coordenados), monotonia, continuidade, extremos (relativos e absolutos)	6	
		Simetrias em relação ao eixo dos *yy* e à origem do referencial	1	
		3. Análise dos efeitos das mudanças de parâmetros nos gráficos das funções (considerando a variação para cada parâmetro separadamente) para as seguintes funções	**18**	
		Função Módulo: estudo de famílias de funções com um módulo	7	
		Funções Quadráticas: estudo de famílias de funções quadráticas	7	
		Principais propriedades da parábola e a sua importância histórica	4	
		4. Estudo de transformações simples de funções tanto usando papel e lápis como calculadora gráfica	**3**	
Avaliação			3	

3º Período

Unidade Temática		Especificação dos Temas	Aulas Previstas (90 minutos)	Total de aulas
2ª Unidade	Funções e Gráficos	**5. Resolução de problemas concretos envolvendo funções polinomiais**	**5**	
		Resolução de problemas envolvendo a expressão de uma variável em função de outra, ou recorrendo a uma representação gráfica	5	
3ª Unidade	Estatística	**1. Estatísticas generalidades**	**1**	
		Objeto da Estatística e breve nota histórica sobre a evolução desta Ciência; utilidade na vida moderna. População e amostra. Recenseamento e Sondagem. Estatística descritiva e estatística indutiva	1	
		2. Organização e interpretação de caracteres estatísticos	**2**	
		Variáveis estatísticas qualitativas e quantitativas	1	
		Análise gráfica de atributos qualitativos (gráficos de barras, gráficos circulares, pictogramas).	1	
		Análise de atributos quantitativos:	**9**	
		Variável discreta: Tabelas de frequências (absolutas, absolutas acumuladas, relativas e relativas acumuladas). Gráficos de barras e circulares. Função cumulativa	2	**23**
		Variável contínua: Tabelas de frequências (absolutas, absolutas acumuladas, relativas e relativas acumuladas). Gráficos (histograma e polígono de frequências). Função cumulativa	3	
		Medidas de localização de uma amostra: moda ou classe modal, média e mediana	1	
		Medidas de dispersão de uma amostra: amplitude, variância, desvio padrão e amplitude interquartis	2	
		Discussão das limitações destas estatísticas	1	
		3. Referência a distribuições bidimensionais (abordagem gráfica e intuitiva)	**4**	
		Diagrama de dispersão	1	
		Ideia intuitiva de correlação. Exemplos gráficos de correlação positiva, negativa ou nula	1	
		Coeficiente de correlação e sua variação em [– 1, 1]	1	
		Centro de gravidade de um conjunto finito de pontos; sua interpretação física. Ideia intuitiva de reta de regressão, sua interpretação e limitações.	1	
Avaliação			2	

A.4. Trajeto Pedagógico da Escola da APEL

DESCOBRE A

ESCOLA DA APEL

TRAJETO PEDAGÓGICO
2013/2014

ESCOLA
DA APEL

Escola da APEL
www.escola-apel.com

ESCOLA DA APEL www.escola-apel.com

SAUDAÇÃO

A escola da **APEL** (Associação Promotora do Ensino Livre) dá as boas-vindas e apresenta o **TRAJETO PEDAGÓGICO** para o ano letivo 2013/2014.

Acolhemo-vos numa Escola que, na fidelidade à sua história continua a ser:

- uma opção de reconhecida qualidade,
- uma marca de diferença,
- um espaço de elevado nível de segurança.

Somos na Região a **Única Escola Particular do Secundário**

PROJETO EDUCATIVO

GRANDES OPÇÕES PEDAGÓGICAS

"Num mundo em constante mudança, exige-se à **Escola de Hoje**, um projeto que mobilize vontades, desperte capacidades, congregue energias, tendo em conta **o sucesso educativo**".

1. Privilegiar uma perspetiva personalizadora da educação, numa dinâmica de participação e de cooperação definidora de uma cidadania solidária.

2. Possibilitar uma síntese entre a vida, a cultura e a fé no quadro de uma escola cultural.

3. Potenciar uma educação de excelência no contexto da mudança exigida pelos desafios do século XXI.

1

Anexo B. Fichas Biográficas dos Alunos

B.1. Quadro Síntese da Ficha Biográfica das Turmas Observadas

	Área de estudo			Repetente		Matemática			Tipo de atividade preferida					
Idade	Ciências e Tecnologias	Ciências Socieconomicas	Línguas e Humanidades	Sim	Não	Amo	Odeio	Tanto Faz	Individual	Grupo	Pesquisa	Projeto	Apresentações	Profissão de sonho
15		x			x	x				x				Não sei.
19		x		x				x		x				Médica
16		x		x				x		x				Piloto / gestora de empresa
14		x		x			x			x	x			Não sei.
15		x			x			x	x	x				Polícia.
16		x		x				x	x	x				Gestão Hoteleira
16		x		x		x				x				Gestor de empresa.
15		x			x	x				x				Empresário
15		x			x	x			x					Contabilista
14		x			x			x	x					Empresário
15		x			x	x				x	x			Gestão Hoteleira/ Empresária
16		x		x				x		x	x			Área Policial
14		x			x			x		x				Gestor Financeiro
15		x			x	x				x				Gestão Financeira/ Contabilista
15		x			x	x			x					Economia/ Gestão
17		x			x	x			x					Não sei.
18		x		x			x			x				Educadora de Infância/ Psicóloga/ Obstreta
16		x		x		x			x		x			Geografia física
15		x			x	x			x		x			Gestor / Administrador Empresarial /Hotel
15	x				x	x				x			x	Engenharia Ambiental
15	x				x	x					x			Médico
15	x				x			x		x				Pediatra
15	x				x	x				x				Dermatologista
15	x				x	x			x					Neurocirurgião
15	x				x	x				x				Não sei.
15	x				x	x			x					Cientista
15	x				x	x				x				Não sei.
14	x				x			x	x	x				Não sei.
14	x				x			x		x				Não sei.
15	x				x	x				x				Médico
15	x				x	x				x				Piloto de Aviação
14	x				x			x	x		x			Neurocirurgião/cardiologista
15	x				x	x				x	x			Veterinário
15	x					x				x				Médica Forense
15	x				x	x				x				Médica
15	x				x	x				x				Cirurgiã Plástica
15	x				x	x			x					Não sei.
15	x				x	x			x	x				Cirurgiã Plástica
15	x				x	x				x				Médica
17			x	x			x			x	x			Jogador de Futebol
16			x	x				x		x				Piloto
14			x		x			x		x				Advogacia
16			x	x				x			x			Advogado
14			x		x			x		x				Reabilitação de Toxicodependentes
15			x		x		x			x	x			Educadora de Infância ou professora de ensino especial
14			x		x		x		x					Geógrafa
17			x	x			x			x	x			Não sei.

17			x	x				x		x	x			Gestor hoteleiro/ Professor de história ou geografia
16			x	x			x			x		x		Advogado empresarial
16			x	x						x	x			Piloto de F-16.
17			x	x			x			x	x			Não sei.
14			x		x		x			x	x			Jornalista ou Juiza
15			x		x		x			x				Jogadora Profissional de Futebol
15			x		x			x		x	x			Não sei.
17			x	x				x	x	x				Advogada, Psicóloga
19			x	x			x			x				Engenheiro eletrotécnico
15			x		x	x				x				Advogada
17			x	x		x			x					Gestão ou turismo

B.2. Opiniões dos Alunos Acerca da Disciplina de Matemática

Matemática, Amo ou Odeio? porquê?

Amo:

3. Quais as disciplinas de que gostas mais? Mat. e Ed. Física

Porquê? Emplica muito raciocínio e também aptidões físicas.

3. Quais as disciplinas de que gostas mais? Matemática e Geografia

Porquê? Matemática é porque gosto de resolver problemas, equações e inequações e Geografia porque gosto de localizar os países e gosto de saber mais sobre a sua cultura.

3. Quais as disciplinas de que gostas mais? Matemática

Porquê? Porque para além de eu gostar de contas e afins, eu acho que a Matemática tem um lugar bastante importante na vida das pessoas.

3. Quais as disciplinas de que gostas mais? Matemática

Porquê? É uma disciplina objectivo em que só há (normalmente) uma resolução possível.

3. Quais as disciplinas de que gostas mais? Inglês e Matemática

Porquê? Porque acho que ambos são importantes para o meu futuro e porque gosto.

3. Quais as disciplinas de que gostas mais? Matemática

Porquê? Porque é uma ciência exacta que nunca falha.

3. Quais as disciplinas de que gostas mais? Geografia e Matemática.

Porquê? Gosto de Geografia porque é uma disciplina que desperta o meu interesse. E gosto de matemática porque acho que é uma disciplina que nos acompanha ao longo da nossa vida.

3. Quais as disciplinas de que gostas mais? Matemática/Geografia

Porquê? Pois sempre tive boas notas a ambas as disciplinas.

3. Quais as disciplinas de que gostas mais? Matemática e Biologia

Porquê? Porque é interessante estudar e perceber como tudo funciona.

3. Quais as disciplinas de que gostas mais? Matemática

Porquê? Porque eu gosto de fazer contas e é uma disciplina objetiva em que tenho mais facilidade

3. Quais as disciplinas de que gostas mais? Espanhol e Matematica

Porquê? Gosto de Espanhol porque é uma língua diferente e gosto de Matematica pois acho que é uma disciplina fundamental.

3. Quais as disciplinas de que gostas mais? Matemática, físico-química

Porquê? Porque são as disciplinas mais objetivas.

3. Quais as disciplinas de que gostas mais? Matemática, F.Q., E.F., etc.

Porquê? Gosto de números e a facilidade, chegar aos resultados e descobrir as várias maneiras de fazê-lo

3. Quais as disciplinas de que gostas mais? Matemática, Biologia..., Química.

Porquê? Porque são as mais interessantes e as que despertam mais a minha curiosidade

3. Quais as disciplinas de que gostas mais? Matemática e Biologia

Porquê? Gosto de resolver problemas, cálculos... Gosto de Biologia pelo facto de estar interessada em conhecer melhor a 'vida'.

3. Quais as disciplinas de que gostas mais? Matemática e Espanhol

Porquê? Porque tenho mais facilidades

3. Quais as disciplinas de que gostas mais? Matemática

Porquê? Porque é sempre algo diferente todos os dias, não é aborrecido trabalhar com números. e

3. Quais as disciplinas de que gostas mais? Matemática e Fisica-Química

Porquê? Matemática porque gosto de números; fisica-química porque ~~gosto~~ acho interessante as formulas e gosto de estar no laboratorio.

3. Quais as disciplinas de que gostas mais? Matemática, Fisico-Química

Porquê? São disciplinas que me interessam e tenho mais facilidade

3. Quais as disciplinas de que gostas mais? Matemática e Biologia

Porquê? Matemática, porque gosto das contas e de coisas objetivas. Biologia, pois gosto de estudar o ambiente

3. Quais as disciplinas de que gostas mais? MACS, Geografia, Português e Inglês.

Porquê? Porque, na minha opinião são disciplinas interessantes e que são essenciais.

3. Quais as disciplinas de que gostas mais? Matematica; ingles; fisica e quimica

Porquê? Gosto de fazer contas e de falar ingles; e gosto de fazer experiencias, etc.

Odeio:

4. Quais as disciplinas de que gostas menos? Macs e Historia

Porquê? Tenho mais dificuldade

4. Quais as disciplinas de que gostas menos? Mat.

Porquê? Dificuldades de compreenção.

4. Quais as disciplinas de que gostas menos? Matemática

Porquê? Porque acho uma disciplina que é um bicho papão e não me enquadro muito nela.

4. Quais as disciplinas de que gostas menos? Matemática e Físico-Química

Porquê? Porque são as disciplinas que tinha mais dificuldade e as notas mais baixas.

4. Quais as disciplinas de que gostas menos? Matemática

Porquê? Porque tenho dificuldades nas contas.

4. Quais as disciplinas de que gostas menos? Matemática

Porquê? Não entendia a matéria, um pouco de culpa também deve-se à falta de empenho.

4. Quais as disciplinas de que gostas menos? Macs

Porquê? Porque não costumo ter muito boas notas.

4. Quais as disciplinas de que gostas menos? Matemática

Porquê? Devido às faltas que a professora dava, tivemos que dar a matéria demasiado rápida.

4. Quais as disciplinas de que gostas menos? História, Matemática e

Porquê? Físico Química, porque não me dou bem com números nem com fórmulas.

. Quais as disciplinas de que gostas menos? Matemática e Físico-Química

Porquê? Porque desde o 3º ciclo que tenho negativa.

B.3. Opiniões dos Alunos Acerca do que é Ser um Bom Professor

Para ti o que é um bom professor?

6 . Para ti o que é um bom professor? Um professor que saiba explicar bem a materia; e que seja simpatico.

Página 2 de

6 . Para ti o que é um bom professor? Um professor que seja amigo, saiba transmitir bem as questões e ajudar a resolve-las e dê aulas dinâmicas.

Página 2 de 2

6 . Para ti o que é um bom professor? Professor que saiba ensinar e interagir com os alunos.

Página 2 de 2

6 . Para ti o que é um bom professor? O que ajuda ao aluno a alcançar melhores resultados.

Página 2 de 2

6 . Para ti o que é um bom professor? Que explique bem, ajude o aluno e simpático e exigente.

Página 2 de

6 . Para ti o que é um bom professor? Um prof que brinque muito e que faça testes fáceis.

Página 2 de 2

6 . Para ti o que é um bom professor? É um professor que sabe explicar bem a matéria aos alunos.

Página 2 de 2

6 . Para ti o que é um bom professor? Um professor que dê apoio a todos os alunos e tem de ser justo

Página 2 de 2

6 . Para ti o que é um bom professor? É aquele que sabe comunicar bem com o aluno e sabe explicar bem.

Página 2 de 2

6 . Para ti o que é um bom professor? Para mim um bom profes-sor é aquele que sabe bem transmitir aos alunos aquilo que sabe.

Página 2 de 2

6 . Para ti o que é um bom professor? Um professor que saiba ensinar.

Página 2 de 2

6 . Para ti o que é um bom professor? É um professor que explica bem a matéria, pontual, ...

Página 2 de 2

6 . Para ti o que é um bom professor? Um bom professor deve communicar com os alunos, ajudar quando necessário, tirar dúvidas.

Página 2 de 2

6 . Para ti o que é um bom professor? É um professor que saiba cativar os alunos e que ao mesmo tempo seja exigente para que estes se esforcem.

Página 2 de 2

6 . Para ti o que é um bom professor? É um professor que pode esplicar bem.

Página 2 de 2

6 . Para ti o que é um bom professor? É aquele que ajuda os alunos a superar as suas dificuldades e os seus medos.

Página 2 de 2

6 . Para ti o que é um bom professor? É um professor que nos apoie e nos ajude em qualquer dificuldade. Também é alguém que nos compreenda e nos escute e perceba.

Página 2 de 2

6 . Para ti o que é um bom professor? Um professor empenhado no seu trabalho e justo.

Página 2 de 2

6 . Para ti o que é um bom professor? Está sempre disposto a ajudar o aluno quando ele necessita e esclarecer bem as dúvidas que lhe são propostas.

Página 2 de 2

6 . Para ti o que é um bom professor? Para mim um bom professor é um professor atencioso, que explica bem, que é simpático e que se interessa com os alunos a nível de dúvidas/dificuldades.

Página 2 de 2

6 . Para ti o que é um bom professor? Para mim, o que é bom num professor é ser compreensível, explicar bem a matéria e ajudar sempre que é necessário.

Página 2 de 2

6 . Para ti o que é um bom professor? Que seja compreensivo e que explique bem a matéria. No caso de matemática gosto de professores que dão muitos exercícios para poder praticar a matéria dada.

Página 2 de 2

6 . Para ti o que é um bom professor? Aquele que explica bem e que dá a oportunidade de praticar em aula e de comparar os resultados, tal como os passos para ~~[illegible]~~ chegar a esses resultados.

Página 2 de 2

6 . Para ti o que é um bom professor? Um professor que tenha tempo para brincar mas que consiga explicar de maneira positiva a matéria de forma a que o aluno perceba e que cumpra o plano da aula.

Página 2 de 2

6 . Para ti o que é um bom professor? (Um) Para mim, um bom professor é aquele que respeita os alunos e as suas opiniões tal como o aluno respeita o professor e que os mantem cativados nas suas aulas.

6 . Para ti o que é um bom professor? É um professor que ensine bem, mas que as suas aulas não sejam aborrecidas, se foram "mais engraçadas", com alguns ~~pid~~ piadas etc, aí os alunos vão dar mais atenção às aulas.

Página 2 de 2

6 . Para ti o que é um bom professor? Que saiba explicar bem, imponha respeito mas também brinque um pouco com os alunos e seja descontraído.

Página 2 de 2

6 . Para ti o que é um bom professor? É aquele que se preocupa com o aluno, dando atenção, que mantém as aulas divertidas, mas que ~~assim~~ acima de tudo ensina os seus alunos.

Página 2 de 2

6 . Para ti o que é um bom professor? Alguém paciente, reconfortante, simpático e que explique a matéria dada da melhor maneira.

Página 2 de 2

6 . Para ti o que é um bom professor? Uma pessoa que respeite os alunos, que faça algumas brincadeiras, um pouco exigente, que não se importe de tirar dúvidas por mais vezes que ~~sem~~ possam surgir.

Página 2 de 2

6 . Para ti o que é um bom professor? Que convive com os alunos e que se importe connosco

Página 2 de 2

6 . Para ti o que é um bom professor? É um professor que tem uma boa relação com os alunos e que nos ajuda.

Página 2 de 2

6 . Para ti o que é um bom professor? É aquele professor que se importa com os alunos e o bem-estar dos mesmos e um professor que seja bem disposto na aula.

Página 2 de 2

6 . Para ti o que é um bom professor? Para mim um bom professor tem de ser competente mas também tem de ter o seu lado engraçado, mas nada de excessos.

Página 2 de 2

6 . Para ti o que é um bom professor? Que nos faça interessar pela matéria

Página 2 de 2

6 . Para ti o que é um bom professor? Um bom professor é alguém que consegue explicar a matéria de forma explícita e, simples e divertida.

Página 2 de 2

6 . Para ti o que é um bom professor? É simpático, acolhe o aluno, chama a atenção para o melhor do aluno. tem momentos de ~~[illegible]~~ descontrair...

Página 2 de 2

6 . Para ti o que é um bom professor? sempre disponível a ajudar e de explicar as vezes necessárias para que o aluno perceba

Página 2 de 2

6 . Para ti o que é um bom professor? É um professor que para além de rir um pouco connosco que faça um bom trabalho e que ajude-nos a compreender as nossas dificuldades.

Página 2 de 2

6 . Para ti o que é um bom professor? Um bom professor para mim é aquele que ajuda os alunos em todos os aspectos.

Página 2 de 2

6 . Para ti o que é um bom professor? Um professor que para além de exercer bem a sua função também saiba ser um amigo.

Página 2 de 2

6 . Para ti o que é um bom professor? Aquele que se preocupa com o aluno, o qual ajuda que sempre tiver dificuldade ou dúvidas irá ter com ele para o ajudar.

Página 2 de 2

6 . Para ti o que é um bom professor? um bom professor para mim é aquele que explica e dá a matéria de forma atractiva.

Página 2 de

6 . Para ti o que é um bom professor? um bom professor para mim é aquele que explica e dá a matéria de forma atractiva.

Página 2 de

6 . Para ti o que é um bom professor? É um professor que compreende os seus alunos, conversa com eles, explica as coisas com calma e não exige muito trabalho.

Página 2 de 2

6 . Para ti o que é um bom professor? É um professor que nos tira as dúvidas e que tem uma boa relação com os alunos

Página 2 de 2

Anexo C. Materiais Didáticos Interativos

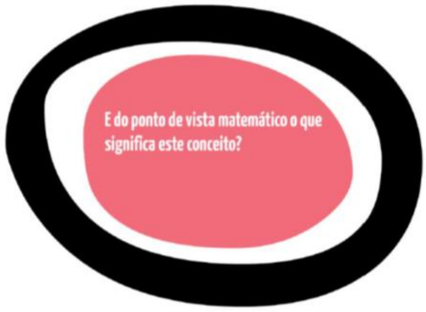
C.1. Quadro Síntese dos Materiais Didáticos Interativos Utilizados em Sala de Aula

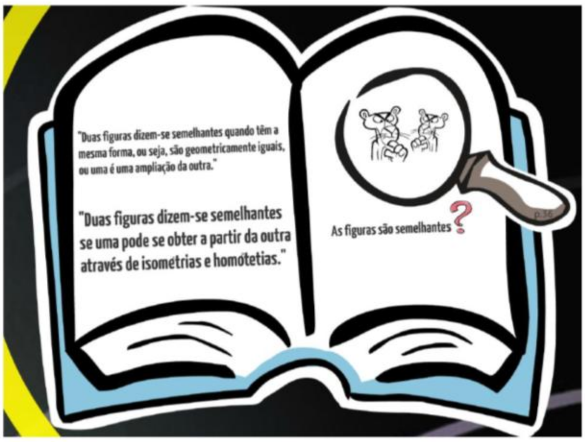
Plano de aula / Data	Tema	Materiais utilizados	Objetivos	Resultados	Método de Recolha dos dados	Dados a incluir em "Anexos"
Nº8 03/10/2013	Módulo Inicial - Semelhança de triângulos	Prezi - Casos de semelhança de triângulos	Motivação	Apresentação dinâmica, alunos mais participativos.	Observação: Registo em diário.	Prezi - Casos de semelhança de triângulos. ***(C.1.1.1)*** Diário de aula nº 8. ***(C.1.1.2)***
Nº 13 16/10/2013	Módulo Inicial - Problemas geométricos no plano e no espaço.	Powerpoint com recurso ao Geogebra de correção. Ficha de trabalho nº2, exercício 1.4.	Utilização dos meios para compreensão visual da resolução dos exercícios.	Maior compreensão. Correção rápida e eficaz.	Observação: Registo em plano de aula.	Correção da ficha de trabalho nº 2, ex.1.4 em powerpoint. ***(C.1.2.1)*** Página 9 do plano de aula nº13. ***(C.1.2.2)***
Nº17 24/10/2013	Resolução de problemas de geometria em $\mathbb{R}^2$ e $\mathbb{R}^3$ - Secções no cubo.	Powerpoint de correção da ficha de trabalho nº5.	Demonstrar como se obtêm as secções no cubo.	Maior exatidão nas construções.	Recolha fotográfica. Observação: Registo em plano de aula.	Proposta de correção da ficha de trabalho nº 5. ***(C.1.3.1)*** Página 13 do plano de aula nº17.***(C.1.3.2)***
Nº27 15/11/2013	Geometria analítica - Módulo; Fórmula da distância entre dois pontos no plano.	Material didático escola virtual - lugares geométricos.	Introduzir o tema e aplicação da geometria analítica em contexto real.	Através da animação os alunos atingiram os conceitos pretendidos.	Observação: Registo em plano de aula.	Páginas 5,6,7 e 8 do plano de aula nº27. ***(C.1.4.1)***

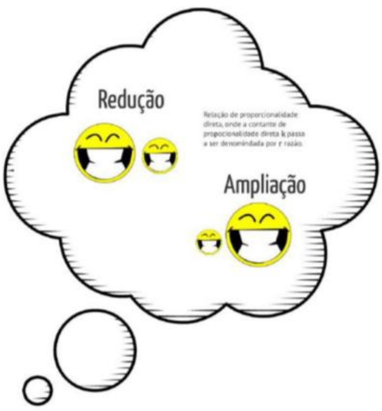
Nº28 20/11/2013	Geometria analítica - Fórmula da distância entre dois pontos no plano; Cálculo da distância entre dois pontos no plano; Equação da mediatriz.	Material didático escola virtual - lugares geométricos.	Demonstrar a construção da mediatriz do segmento reta e sua aplicação no mundo real.	Os alunos conseguiram acompanhar o raciocínio de construção.	Observação: Registo em plano de aula.	Páginas 6,7,8 e 9 do plano de aula nº28. ***(C.1.5.1)***
Nº 30 22/11/2013	Geometria analítica- Equação de uma circunferência, de um círculo e de uma coroa circular; Representação e identificação de regiões no plano cartesiano.	Material didático escola virtual - lugares geométricos.	Introdução e manipulação da equação da circunferência. Pontos exteriores e interiores à circunferência.	Os alunos apresentam ainda muitas dificuldades. Repetir este tipo de estratégias.	Observação: Registo em sala de aula.	Páginas 3,4,5 e 8 do plano de aula nº30. ***(C.1.6.1)***
Nº 57 13/02/2014	Funções - História da matemática - Funções; Noção de função; Gráfico e representação gráfica de uma função; Formas de representar uma função; Variável dependente e variável independente; Teste da reta vertical.	Prezi - Introdução à história das funções.	Dar a conhecer um pouco da história da matemática de uma forma, visualmente apelativa.	Os alunos conseguiram preencher a ficha (página inicial) durante o decorrer da apresentação.	Observação: Registo em plano de aula.	Páginas 3,4 e 14 do plano de aula nº57. ***(C.1.7.1)***

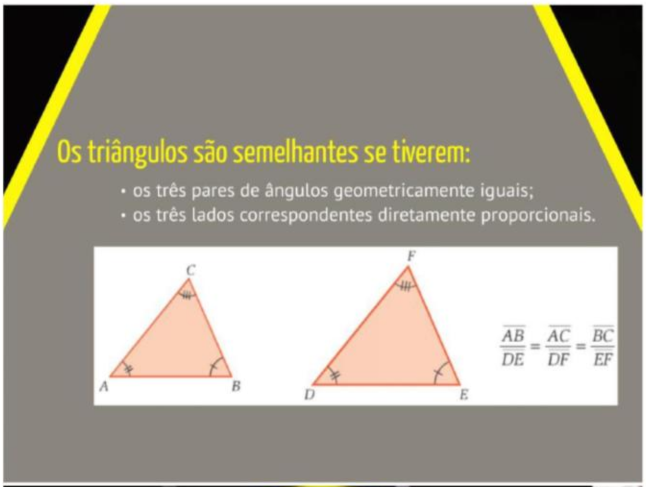
C.1.1. Plano de aula nº8 (03/10/2013).

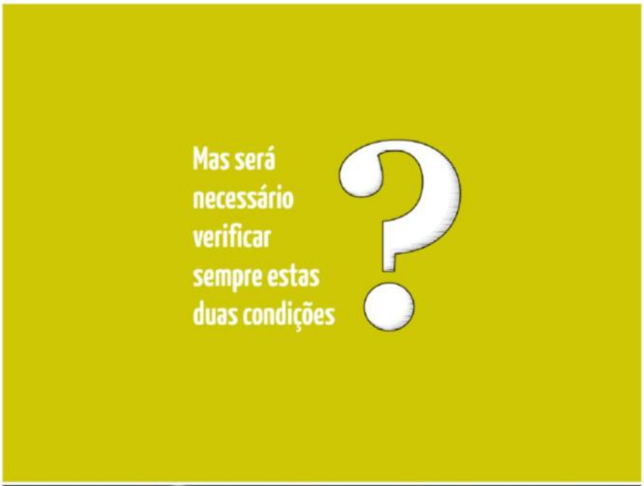
C.1.1.1 Prezi em pdf - Casos de semelhança de triângulos.

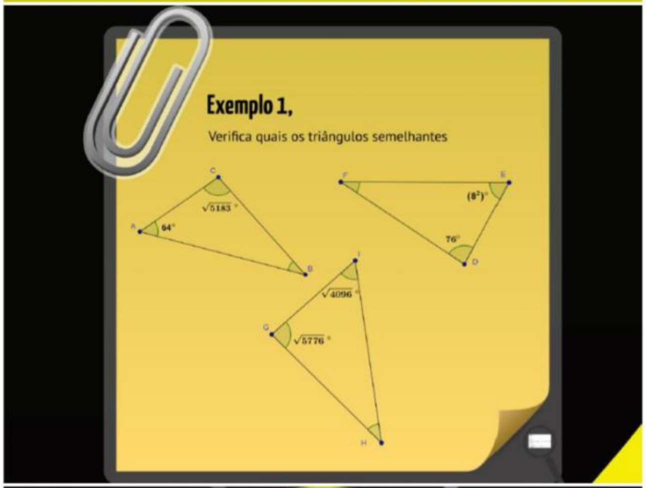


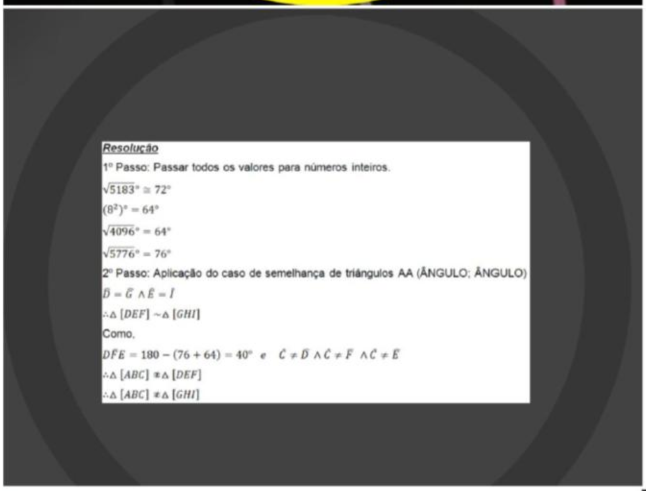











Resolução

1º Passo: Passar todos os valores para números inteiros.

$\sqrt{5183}° \cong 72°$

$(8^2)° = 64°$

$\sqrt{4096}° = 64°$

$\sqrt{5776}° = 76°$

2º Passo: Aplicação do caso de semelhança de triângulos AA (ÂNGULO; ÂNGULO)

$\hat{D} = \hat{G} \wedge \hat{E} = \hat{I}$

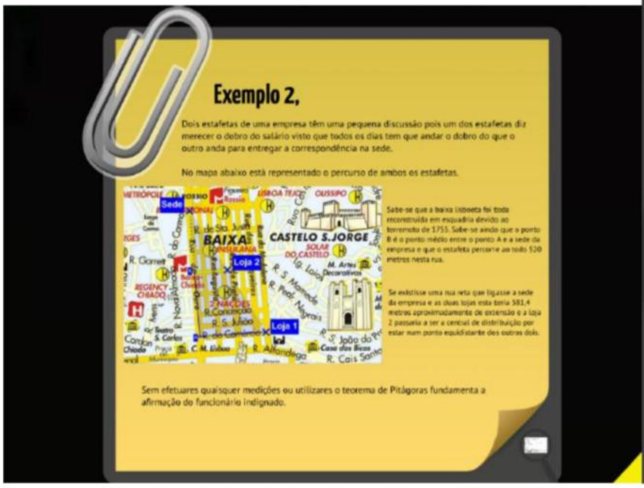
$\therefore \triangle [DEF] \sim \triangle [GHI]$

Como,

$D\hat{F}E = 180 - (76 + 64) = 40° \;\; e \;\; \hat{C} \neq \hat{D} \wedge \hat{C} \neq \hat{F} \wedge \hat{C} \neq \hat{E}$

$\therefore \triangle [ABC] \nsim \triangle [DEF]$

$\therefore \triangle [ABC] \nsim \triangle [GHI]$




Resolução

1º Passo: Interpretar o enunciado e retirar os dados do problema.

Denominamos sede por S, loja 1 por L_1 e loja 2 por L_2

$\overline{AS} = 520\ m \;\; e \;\; \overline{AB} = \overline{BS}$

$\overline{L_1S} = 581{,}4\ m \;\; e \;\; \overline{L_1L_2} = \overline{L_2S}$

$L_1\hat{A}S = 90° \; e \; L_2\hat{B}S = 90°$

2º Passo: Aplicação do caso de semelhança LAL (LADO; ÂNGULO, LADO).

$\frac{\overline{AS}}{\overline{AB}} = \frac{520}{260} = 2 \;\; e \;\; \frac{\overline{L_1S}}{\overline{L_1L_2}} = \frac{581{,}4}{290{,}7} = 2$

$\therefore \frac{\overline{AS}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{L_1S}}{\overline{L_1L_2}}$

$B\hat{S}L_2 = A\hat{S}L_1$

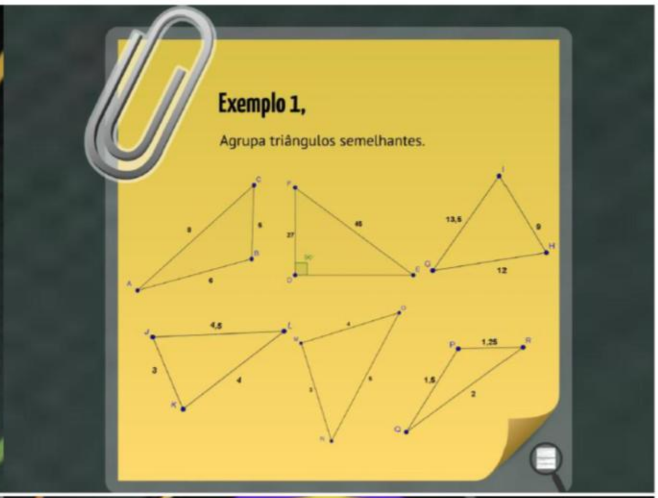
$\therefore \triangle [BSL_2] \sim \triangle [ASL_1]$

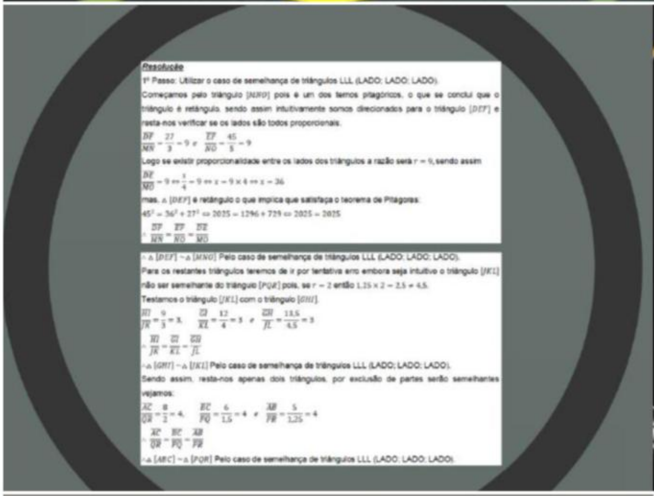
3º Passo: Justificação da afirmação do estafeta indignado.

Como os triângulos verificam a condição suficiente LAL (LADO, ÂNGULO, LADO), então os triângulos são semelhantes, consequentemente os três lados são proporcionais o que significa que a razão entre ambos é a mesma $r = 2$, sendo assim, $\overline{AL_1} = 2\overline{BL_2}$.

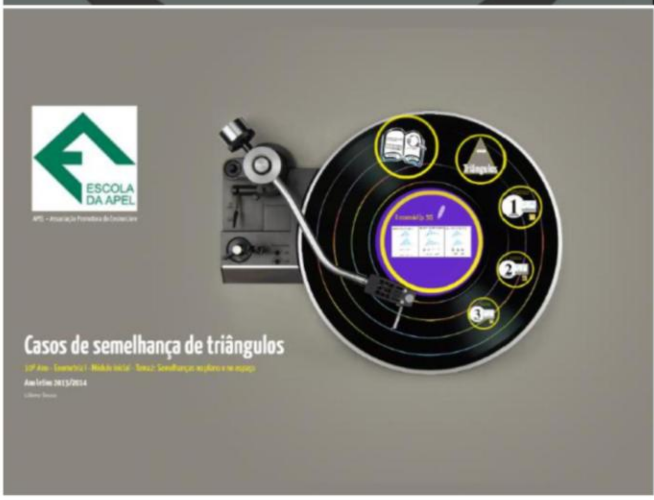
$\therefore (\overline{AL_1} + \overline{AS}) = 2(\overline{BL_2} + \overline{BS})$ Mostrando que a afirmação do estafeta tem fundamento.


Condições suficientes para que haja semelhança de triângulos
3
LLL (LADO; LADO; LADO)
"Dois triângulos são semelhantes se os três lados de um são proporcionais aos três lados do outro."

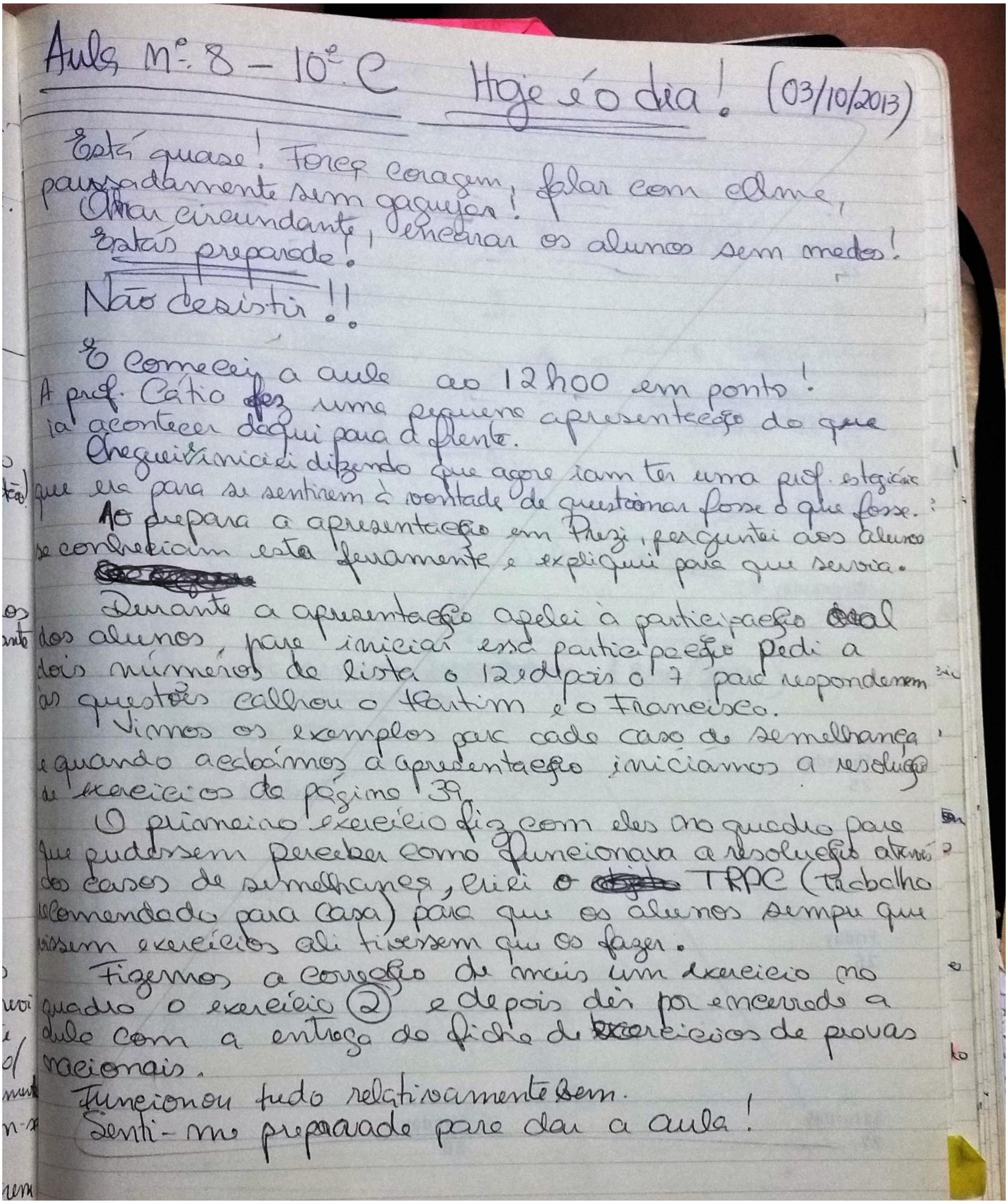

Exemplo 1,
Agrupa triângulos semelhantes.


Resolução
1º Passo: Utilizar o caso de semelhança de triângulos LLL (LADO; LADO; LADO).
Começamos pelo triângulo [MNO] pois é um dos ternos pitagóricos, o que se conclui que o triângulo é retângulo, sendo assim intuitivamente somos direcionados para o triângulo [DEF] e resta-nos verificar se os lados são todos proporcionais.
$\frac{\overline{DF}}{\overline{MN}}=\frac{27}{3}=9$ e $\frac{\overline{EF}}{\overline{NO}}=\frac{45}{5}=9$
Logo se existir proporcionalidade entre os lados dos triângulos a razão será $r=9$, sendo assim
$\frac{\overline{DE}}{\overline{MO}}=9 \Leftrightarrow \frac{x}{4}=9 \Leftrightarrow x=9\times 4 \Leftrightarrow x=36$
mas, $\triangle[DEF]$ é retângulo o que implica que satisfaça o teorema de Pitágoras:
$45^2=36^2+27^2 \Leftrightarrow 2025=1296+729 \Leftrightarrow 2025=2025$
$\therefore \frac{\overline{DF}}{\overline{MN}}=\frac{\overline{EF}}{\overline{NO}}=\frac{\overline{DE}}{\overline{MO}}$
$\therefore \triangle[DEF]\sim\triangle[MNO]$ Pelo caso de semelhança de triângulos LLL (LADO; LADO; LADO).
Para os restantes triângulos teremos de ir por tentativa erro embora seja intuitivo o triângulo [JKL] não ser semelhante do triângulo [PQR] pois, se $r=2$ então $1{,}25\times 2=2{,}5\neq 4{,}5$.
Testamos o triângulo [JKL] com o triângulo [GHI].
$\frac{\overline{HI}}{\overline{JK}}=\frac{9}{3}=3$, $\frac{\overline{GI}}{\overline{KL}}=\frac{12}{4}=3$ e $\frac{\overline{GH}}{\overline{JL}}=\frac{13{,}5}{4{,}5}=3$
$\therefore \frac{\overline{HI}}{\overline{JK}}=\frac{\overline{GI}}{\overline{KL}}=\frac{\overline{GH}}{\overline{JL}}$
$\therefore \triangle[GHI]\sim\triangle[JKL]$ Pelo caso de semelhança de triângulos LLL (LADO; LADO; LADO).
Sendo assim, resta-nos apenas dois triângulos, por exclusão de partes serão semelhantes vejamos:
$\frac{\overline{AC}}{\overline{QR}}=\frac{8}{2}=4$, $\frac{\overline{BC}}{\overline{PQ}}=\frac{6}{1{,}5}=4$ e $\frac{\overline{AB}}{\overline{PR}}=\frac{5}{1{,}25}=4$
$\therefore \frac{\overline{AC}}{\overline{QR}}=\frac{\overline{BC}}{\overline{PQ}}=\frac{\overline{AB}}{\overline{PR}}$
$\therefore \triangle[ABC]\sim\triangle[PQR]$ Pelo caso de semelhança de triângulos LLL (LADO; LADO; LADO).


O essencial (p. 50)
AA (ÂNGULO;ÂNGULO)
LAL (LADO; ÂNGULO; LADO)
LLL (LADO;LADO;LADO)


ESCOLA DA APEL
Casos de semelhança de triângulos

C.1.1.2. Diário de aula nº8.



Aula Nº 8 – 10º C Hoje é o dia! (03/10/2013)

Está quase! Força coragem, falar com calma, pausadamente sem gaguejar!
Olhar circundante, encarar os alunos sem medos!
Estás preparada!

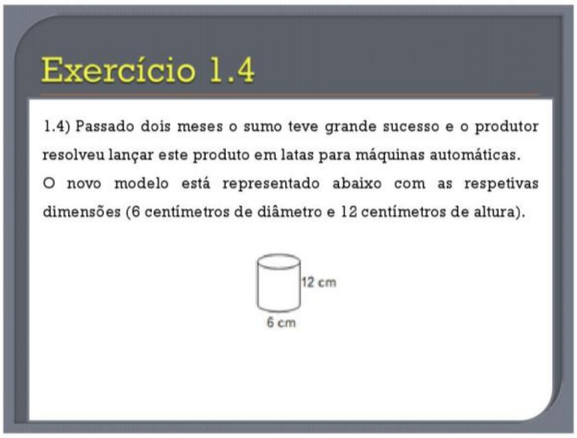
Não desistir!!

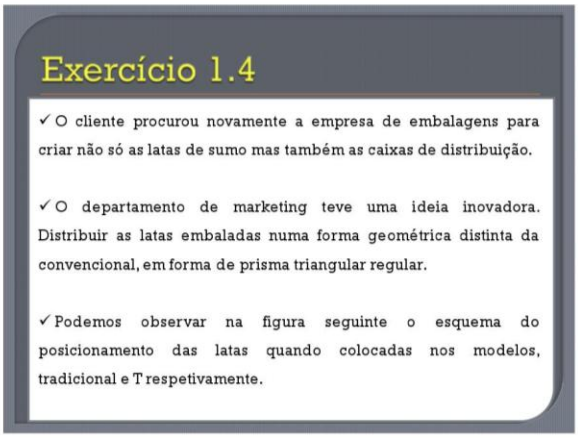
E comecei a aula às 12h00 em ponto!
A prof. Cátia fez uma pequena apresentação do que ia acontecer daqui para a frente.
Cheguei/iniciei dizendo que agora iam ter uma prof. estagiária que era para se sentirem à vontade de questionar fosse o que fosse.
Ao preparar a apresentação em Prezi, perguntei aos alunos se conheciam esta ferramenta e expliquei para que servia.

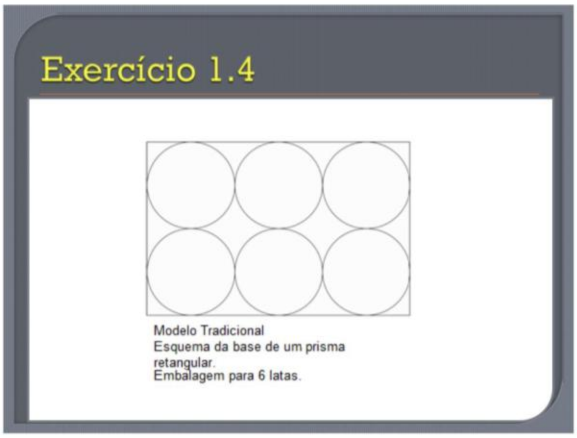
Durante a apresentação apelei à participação oral dos alunos, para iniciar essa participação pedi a dois números de lista o 12 e depois o 7 para responderem às questões calhou o Martim e o Francisco.
Vimos os exemplos para cada caso de semelhança e quando acabámos a apresentação iniciamos a resolução de exercícios da página 39.
O primeiro exercício fiz com eles no quadro para que pudessem perceber como funcionava a resolução através dos casos de semelhança, criei o ~~[illegible]~~ TRPC (Trabalho recomendado para casa) para que os alunos sempre que vissem exercícios ali tivessem que os fazer.
Fizemos a correção de mais um exercício no quadro o exercício 2 e depois dei por encerrada a aula com a entrega da ficha de exercícios de provas nacionais.
Funcionou tudo relativamente bem.
Senti-me preparada para dar a aula!

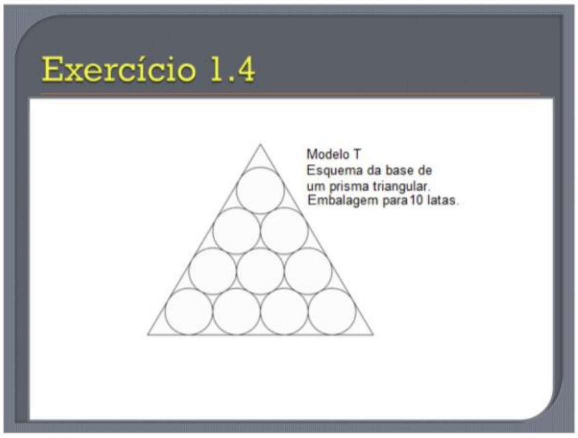
C.1.2. Plano de aula nº13 (16/10/2013).

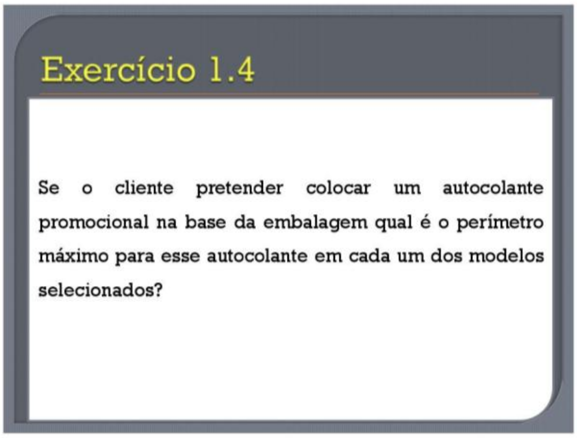
C.1.2.1. Correção da ficha de trabalho nº 2, ex.1.4 em powerpoint.

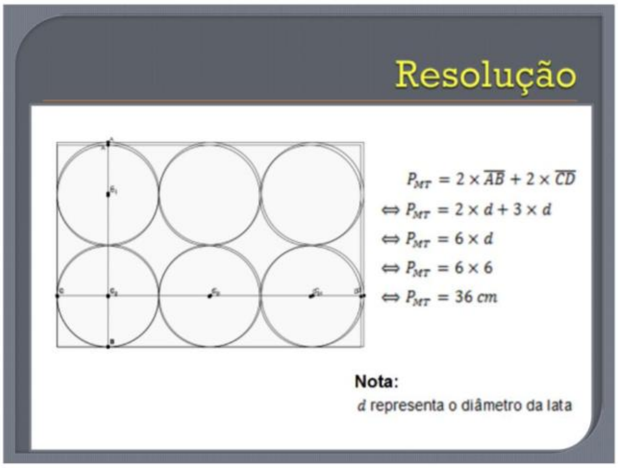




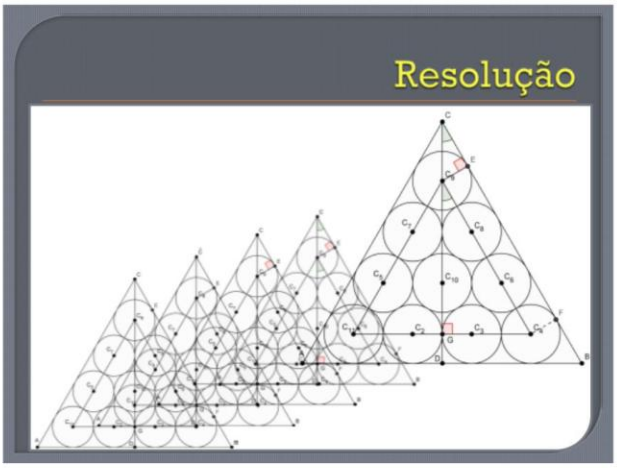




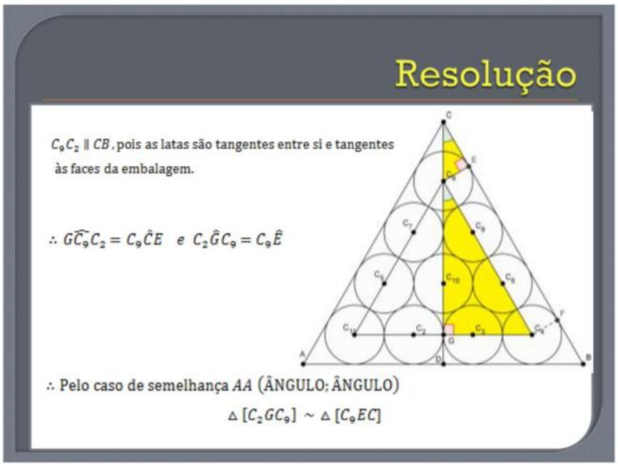




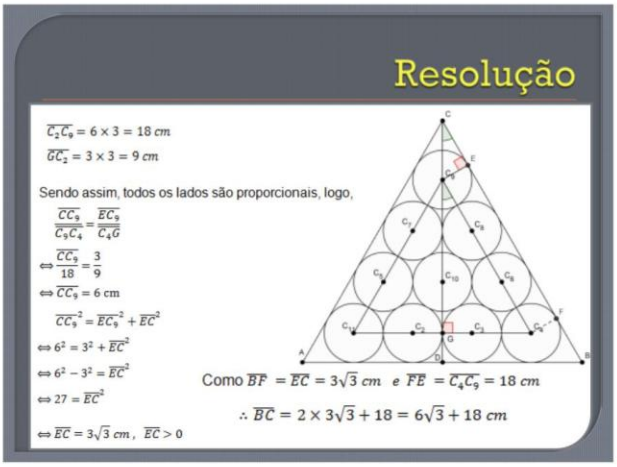
Resolução
$P_{MT} = 2 \times \overline{AB} + 2 \times \overline{CD}$
$\Leftrightarrow P_{MT} = 2 \times d + 3 \times d$
$\Leftrightarrow P_{MT} = 6 \times d$
$\Leftrightarrow P_{MT} = 6 \times 6$
$\Leftrightarrow P_{MT} = 36\ cm$
Nota:
d representa o diâmetro da lata



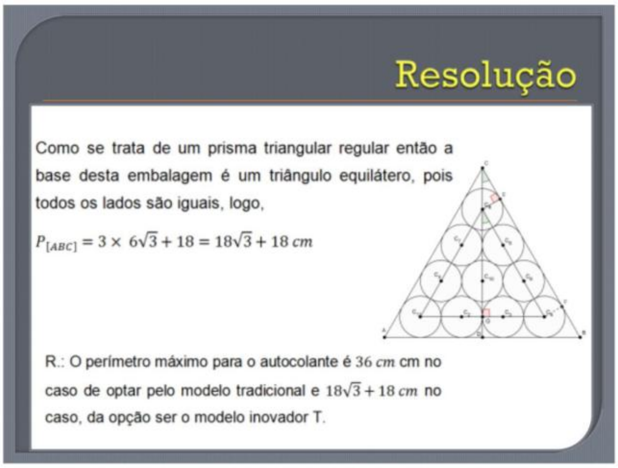
Resolução



Resolução
$C_9C_2 \parallel CB$, pois as latas são tangentes entre si e tangentes às faces da embalagem.
$\therefore G\widehat{C_9}C_2 = C_9\hat{C}E \quad e \quad C_2\hat{G}C_9 = C_9\hat{E}$
$\therefore$ Pelo caso de semelhança AA (ÂNGULO; ÂNGULO)
$\triangle [C_2GC_9] \sim \triangle [C_9EC]$



Resolução
$\overline{C_2C_9} = 6 \times 3 = 18\ cm$
$\overline{GC_2} = 3 \times 3 = 9\ cm$
Sendo assim, todos os lados são proporcionais, logo,
$\frac{\overline{CC_9}}{\overline{C_9C_4}} = \frac{\overline{EC_9}}{\overline{C_4G}}$
$\Leftrightarrow \frac{\overline{CC_9}}{18} = \frac{3}{9}$
$\Leftrightarrow \overline{CC_9} = 6$ cm
$\overline{CC_9}^2 = \overline{EC_9}^2 + \overline{EC}^2$
$\Leftrightarrow 6^2 = 3^2 + \overline{EC}^2$
$\Leftrightarrow 6^2 - 3^2 = \overline{EC}^2$
$\Leftrightarrow 27 = \overline{EC}^2$
$\Leftrightarrow \overline{EC} = 3\sqrt{3}\ cm,\ \overline{EC} > 0$
Como $\overline{BF} = \overline{EC} = 3\sqrt{3}\ cm \quad e \quad \overline{FE} = \overline{C_4C_9} = 18\ cm$
$\therefore \overline{BC} = 2 \times 3\sqrt{3} + 18 = 6\sqrt{3} + 18\ cm$



Resolução
Como se trata de um prisma triangular regular então a base desta embalagem é um triângulo equilátero, pois todos os lados são iguais, logo,
$P_{[ABC]} = 3 \times\ 6\sqrt{3} + 18 = 18\sqrt{3} + 18\ cm$
R.: O perímetro máximo para o autocolante é $36\ cm$ cm no caso de optar pelo modelo tradicional e $18\sqrt{3} + 18\ cm$ no caso, da opção ser o modelo inovador T.

C.1.2.2. Excerto do plano de aula nº13, página 9.

OBSERVAÇÕES:

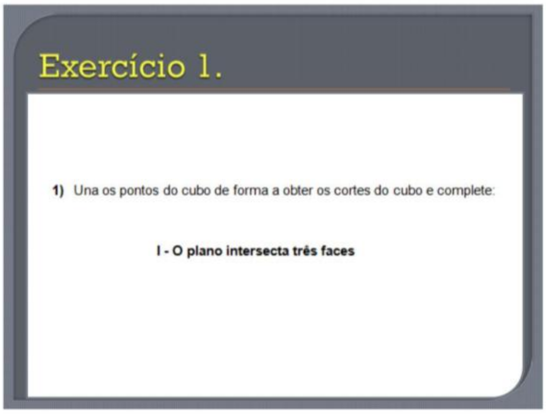
A aula correu conforme planeado. Os alunos responderam bem à conversa pós Mini-Teste. Na correção da ficha de trabalho, do exercício 1.4) os alunos não mostraram muitas dúvidas e foi possível corrigir esse exercício, dentro do tempo previsto. Os alunos não tinham resolvido do manual, da página 45, o exercício 2, sendo assim, foram distribuídos os esquemas de apoio à resolução e os alunos tiveram a trabalhar o exercício aos pares. Aproveitou-se a oportunidade para questionar os alunos sobre a aula do rs4e, se tinham participado e se tinham gostado. Os alunos mostraram algum interesse. Tendo em conta que este é um dos objetivos para a tese, aproveitou-se o momento para explorar mais o projeto e promovê-lo. Expus a minha experiência pessoal enquanto vencedora do projeto rs4e, no nível universitário, desde o momento inicial de formação, até ao prémio, a viagem a Londres. No dispositivo móvel estava a apresentação final do projeto CEMA que foi projetado aos alunos, de modo a que estes pudessem visualizar um exemplo prático deste projeto.

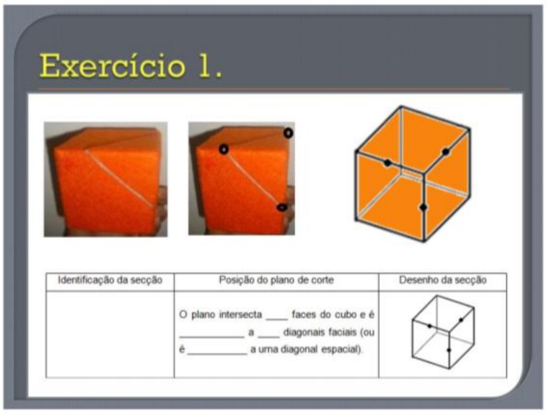
Distribuiu-se ainda o exercício para T.R.P.C. e foi dito que na próxima aula, apenas os resultados seriam confirmados. Caso quisessem a correção, deveriam resolver numa folha à parte e entregar ao professor no fim da aula.

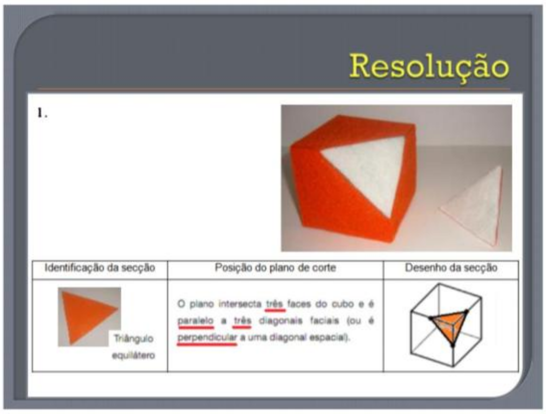
Página **9** de **25**

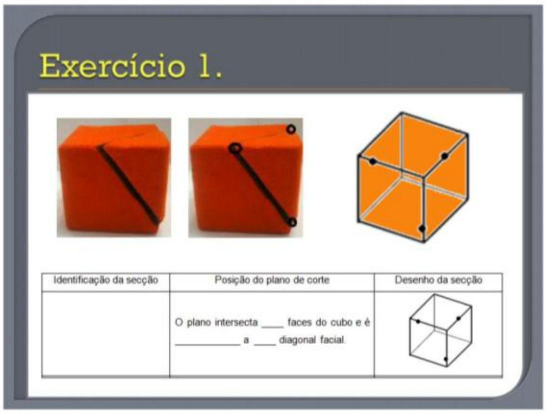
C.1.3. Plano de aula nº 17 (24/10/2013).

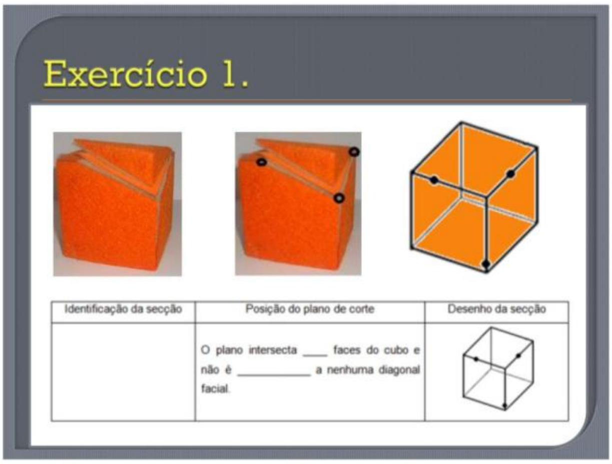
C.1.3.1. Proposta de correção da ficha de trabalho nº 5.

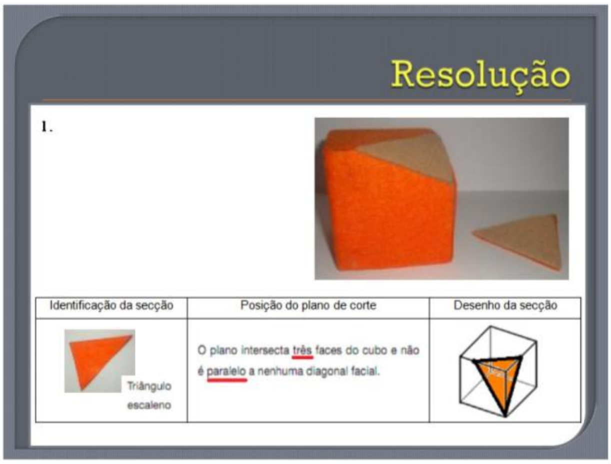


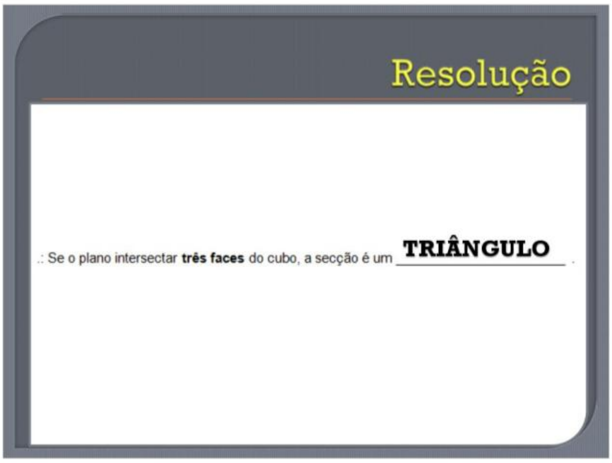


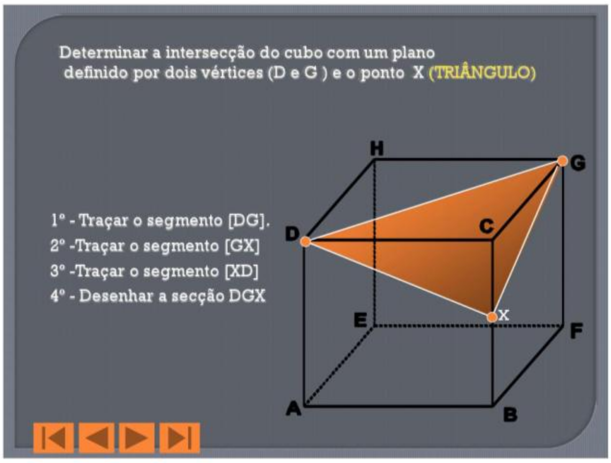


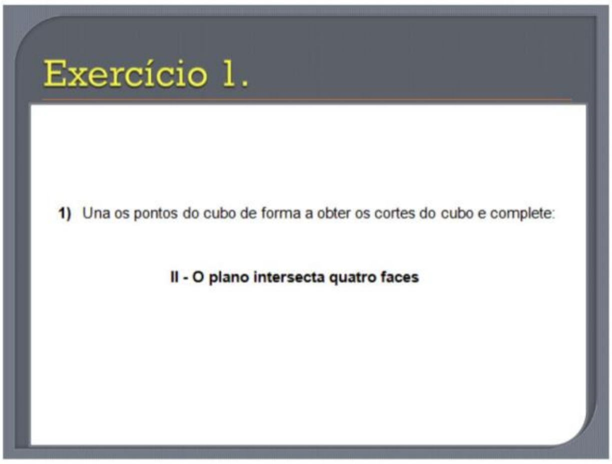


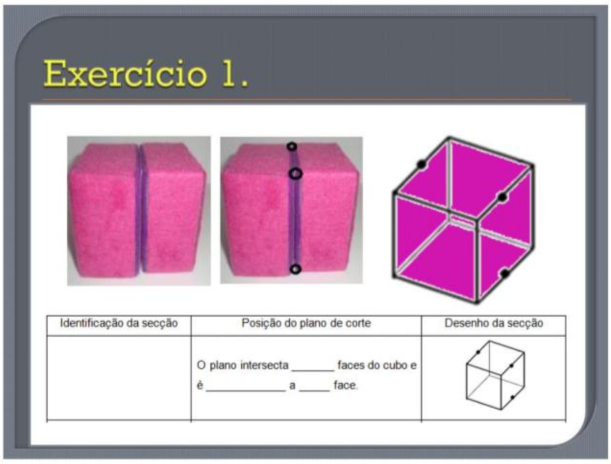

Exercício 1.
Identificação da secção
Posição do plano de corte
Desenho da secção
O plano intersecta ____ faces do cubo e não é __________ a nenhuma diagonal facial.

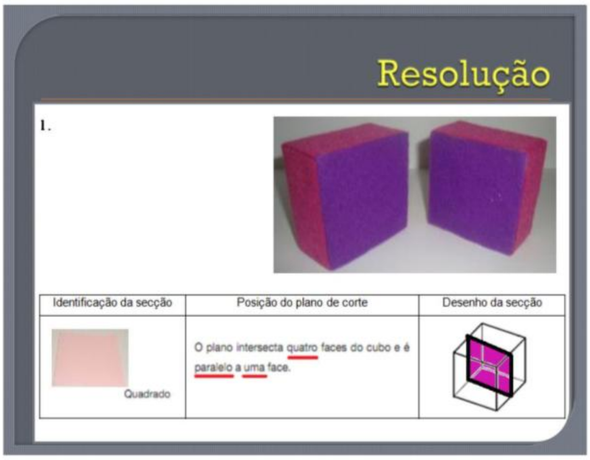

Resolução
1.
Identificação da secção
Posição do plano de corte
Desenho da secção
Triângulo escaleno
O plano intersecta três faces do cubo e não é paralelo a nenhuma diagonal facial.

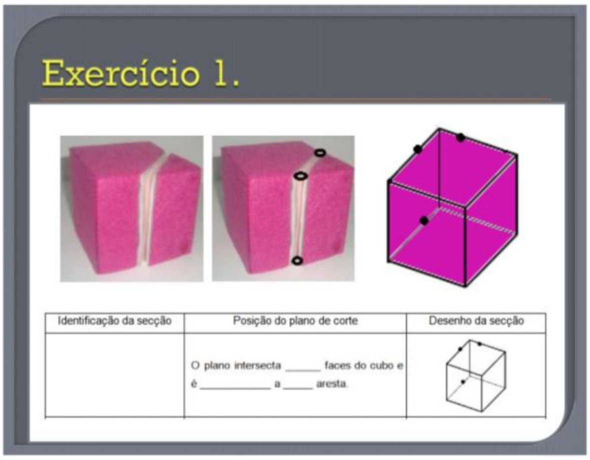

Resolução
∴ Se o plano intersectar três faces do cubo, a secção é um TRIÂNGULO .

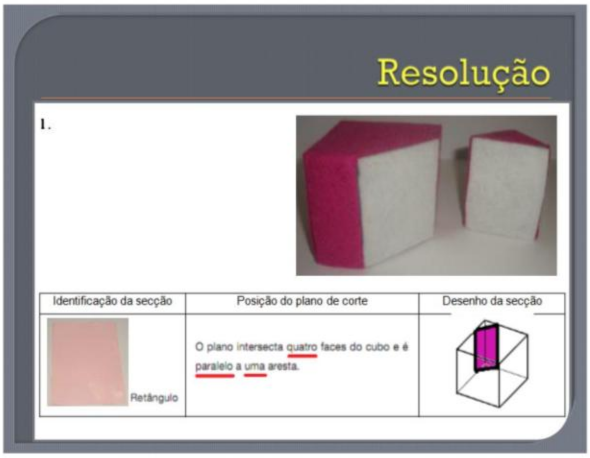

Determinar a intersecção do cubo com um plano definido por dois vértices (D e G) e o ponto X (TRIÂNGULO)
1º - Traçar o segmento [DG].
2º -Traçar o segmento [GX]
3º -Traçar o segmento [XD]
4º - Desenhar a secção DGX
H
G
D
C
X
E
F
A
B

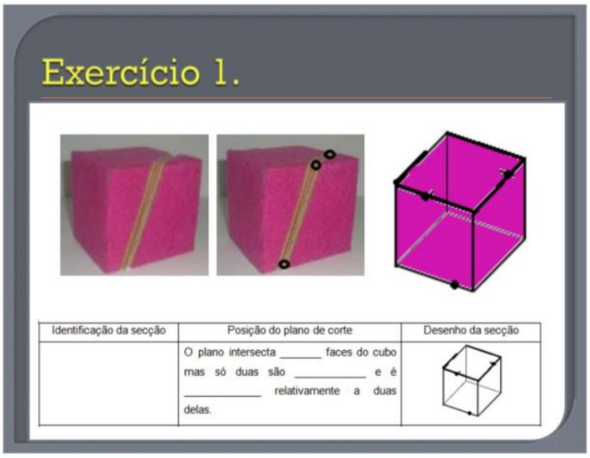

Exercício 1.
1) Una os pontos do cubo de forma a obter os cortes do cubo e complete:
II - O plano intersecta quatro faces


Exercício 1.
Identificação da secção
Posição do plano de corte
Desenho da secção
O plano intersecta ______ faces do cubo e é ___________ a _____ face.

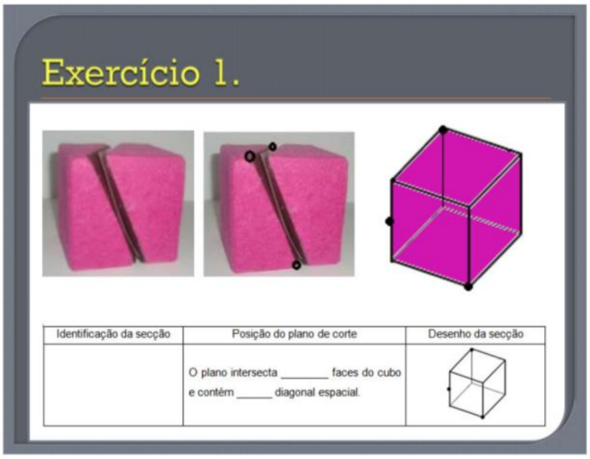

Resolução
1.
Identificação da secção
Posição do plano de corte
Desenho da secção
Quadrado
O plano intersecta quatro faces do cubo e é paralelo a uma face.


Exercício 1.
Identificação da secção
Posição do plano de corte
Desenho da secção
O plano intersecta ______ faces do cubo e é ___________ a _____ aresta.

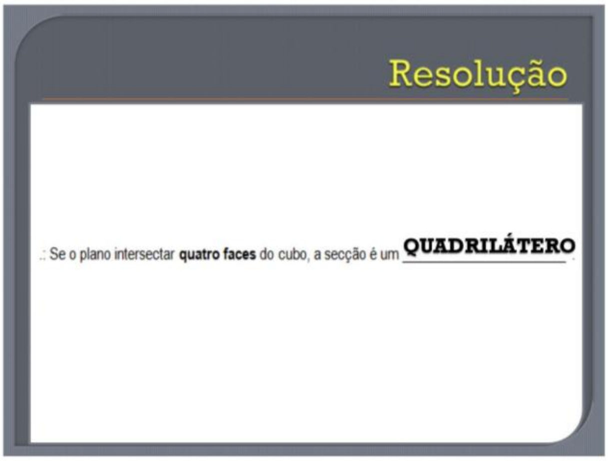

Resolução
1.
Identificação da secção
Posição do plano de corte
Desenho da secção
Retângulo
O plano intersecta quatro faces do cubo e é paralelo a uma aresta.

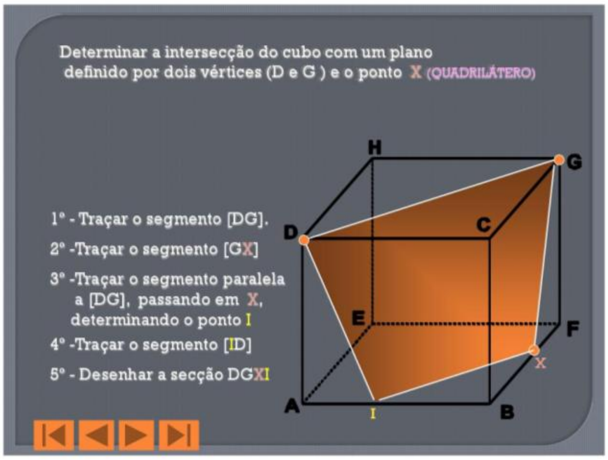

Exercício 1.
Identificação da secção
Posição do plano de corte
Desenho da secção
O plano intersecta ______ faces do cubo mas só duas são __________ e é __________ relativamente a duas delas.

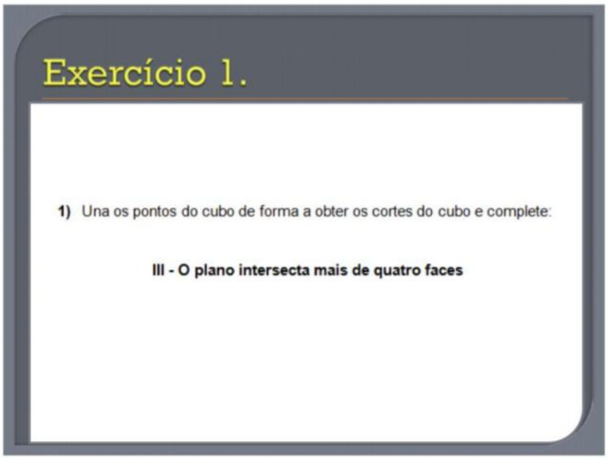

Resolução
1.
Identificação da secção
Posição do plano de corte
Desenho da secção
Trapézio
O plano intersecta quatro faces do cubo, mas só duas são paralelas e é oblíquo relativamente a duas delas.

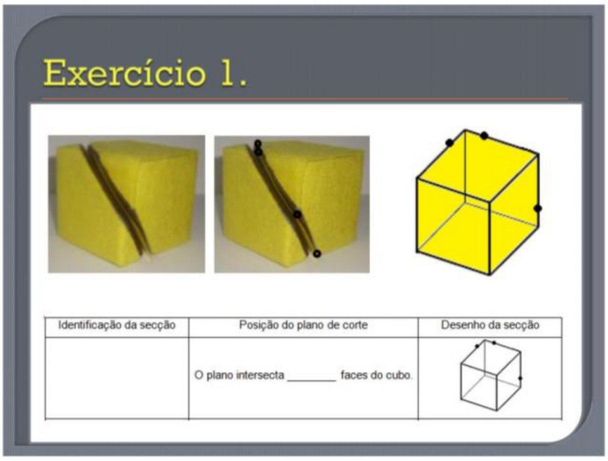

Exercício 1.
Identificação da secção
Posição do plano de corte
Desenho da secção
O plano intersecta _______ faces do cubo e contém ______ diagonal espacial.


Resolução
1.
Identificação da secção
Posição do plano de corte
Desenho da secção
Losango
O plano intersecta quatro faces do cubo e contém uma diagonal espacial.

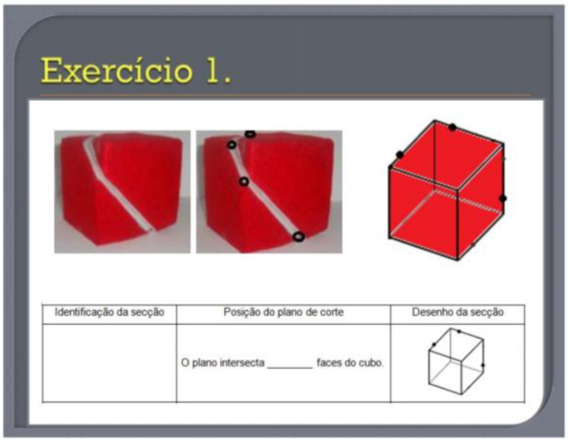

Resolução
.: Se o plano intersectar quatro faces do cubo, a secção é um QUADRILÁTERO.

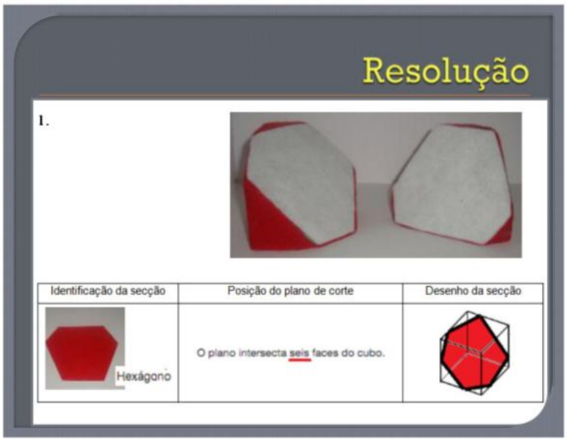

Determinar a intersecção do cubo com um plano definido por dois vértices (D e G) e o ponto X (QUADRILÁTERO)
1º - Traçar o segmento [DG].
2º -Traçar o segmento [GX]
3º -Traçar o segmento paralela a [DG], passando em X, determinando o ponto I
4º -Traçar o segmento [ID]
5º - Desenhar a secção DGXI
H
G
C
D
E
F
X
A
I
B

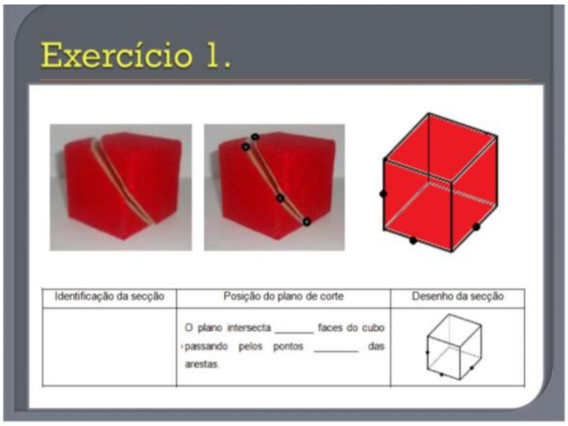

Exercício 1.
1) Una os pontos do cubo de forma a obter os cortes do cubo e complete:
III - O plano intersecta mais de quatro faces

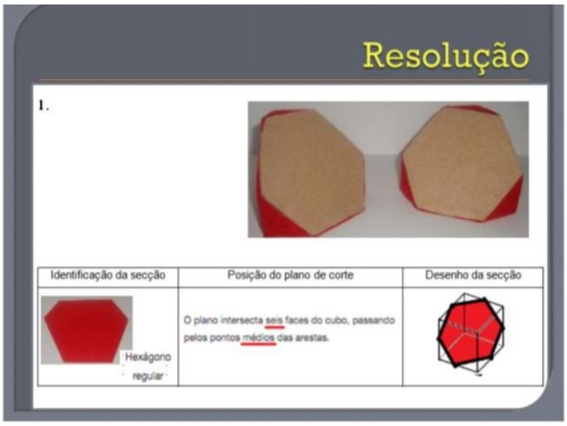

Exercício 1.
Identificação da secção
Posição do plano de corte
Desenho da secção
O plano intersecta ________ faces do cubo.

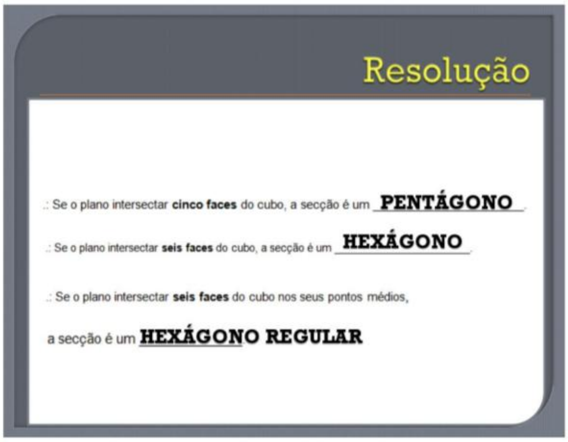

Resolução
1.
Identificação da secção
Posição do plano de corte
Desenho da secção
Pentágono
O plano intersecta cinco faces do cubo.

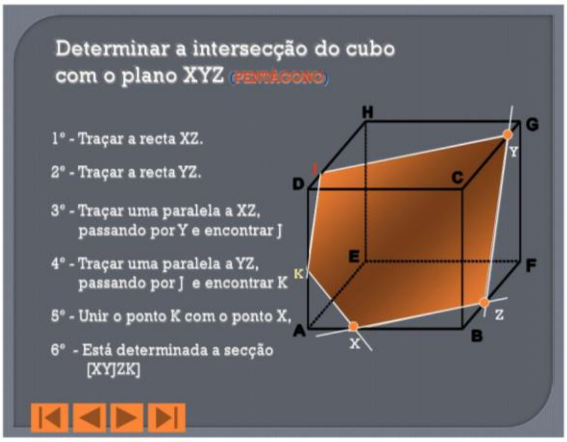

Exercício 1.
Identificação da secção
Posição do plano de corte
Desenho da secção
O plano intersecta _______ faces do cubo.

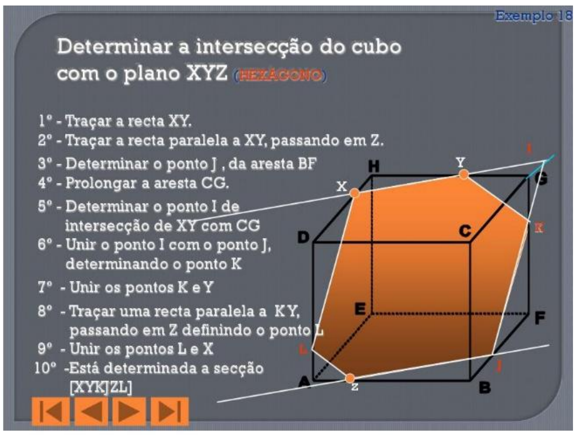

Resolução
1.
Identificação da secção
Posição do plano de corte
Desenho da secção
Hexágono
O plano intersecta seis faces do cubo.


Exercício 1.
Identificação da secção
Posição do plano de corte
Desenho da secção
O plano intersecta _______ faces do cubo passando pelos pontos _______ das arestas.


Resolução
1.
Identificação da secção
Posição do plano de corte
Desenho da secção
Hexágono regular
O plano intersecta seis faces do cubo, passando pelos pontos médios das arestas.


Resolução
.: Se o plano intersectar cinco faces do cubo, a secção é um PENTÁGONO
.: Se o plano intersectar seis faces do cubo, a secção é um HEXÁGONO
.: Se o plano intersectar seis faces do cubo nos seus pontos médios,
a secção é um HEXÁGONO REGULAR


Determinar a intersecção do cubo com o plano XYZ (PENTÁGONO)
1º - Traçar a recta XZ.
2º - Traçar a recta YZ.
3º - Traçar uma paralela a XZ, passando por Y e encontrar J
4º - Traçar uma paralela a YZ, passando por J e encontrar K
5º - Unir o ponto K com o ponto X,
6º - Está determinada a secção [XYJZK]
H
G
Y
D
C
E
F
K
A
X
B
Z


Exemplo 18
Determinar a intersecção do cubo com o plano XYZ (HEXÁGONO)
1º - Traçar a recta XY.
2º - Traçar a recta paralela a XY, passando em Z.
3º - Determinar o ponto J, da aresta BF
4º - Prolongar a aresta CG.
5º - Determinar o ponto I de intersecção de XY com CG
6º - Unir o ponto I com o ponto J, determinando o ponto K
7º - Unir os pontos K e Y
8º - Traçar uma recta paralela a KY, passando em Z definindo o ponto L
9º - Unir os pontos L e X
10º -Está determinada a secção [XYKJZL]
H
Y
X
G
C
D
E
F
A
Z
B

C.1.3.2. Excerto de plano de aula nº17, página 13.

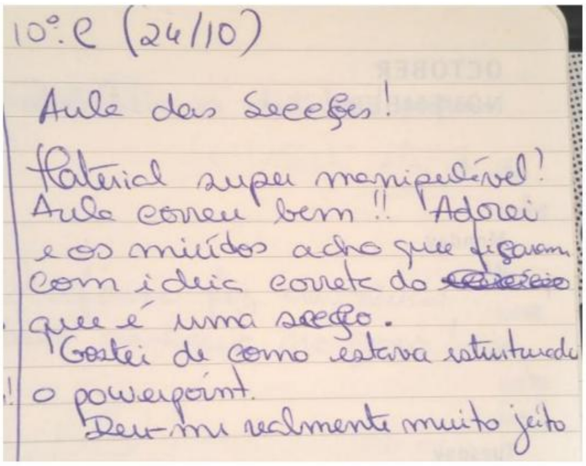
OBSERVAÇÕES:

A matéria dada na aula foi secções, sendo que foi utlizado material super manipulável.

Os alunos responderam bem aos conteúdos, especificamente conseguiram ver com se obtém as secções.

Com estrutura do powerpoint estava boa, sendo que o professor utilizou-a da melhor maneira.

1) Observações em diário:



10.º E (24/10)

Aula das Secções!

Material super manipulável!

Aula correu bem!! Adorei

e os miúdos acho que ficaram

com ideia correta do

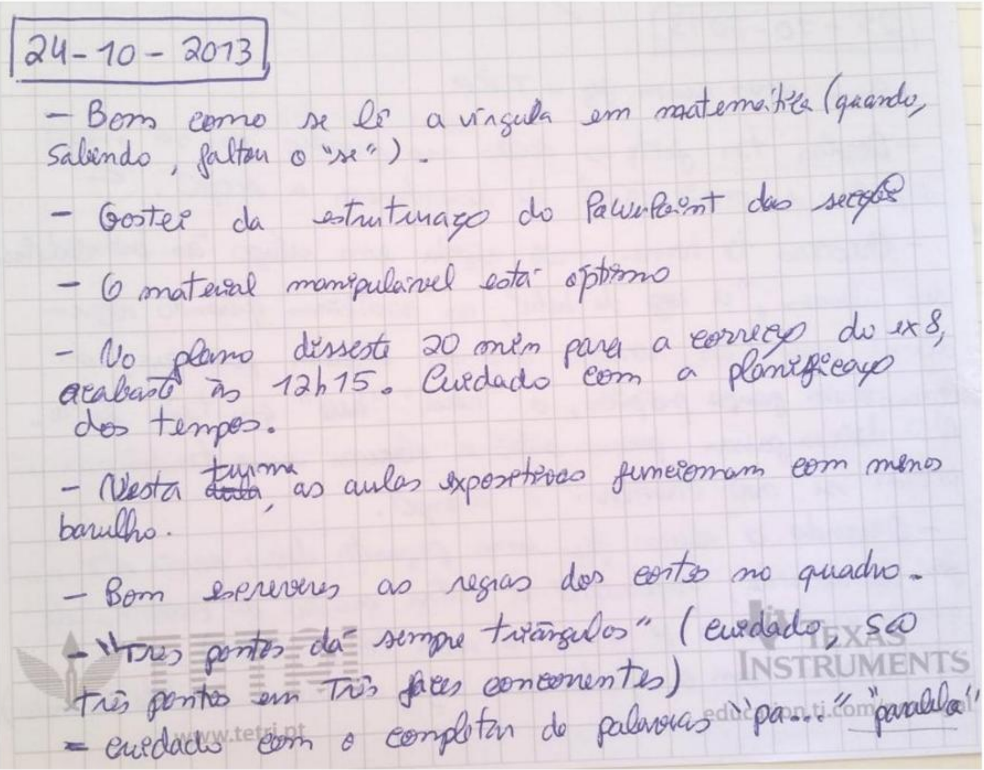
que é uma secção.

Gostei de como estava estruturado

o powerpoint.

Deu-me realmente muito jeito

2) Recomendações professora Cátia Belim



24-10-2013

– Bom como se lê a vírgula em matemática (quando, sabendo, faltou o "se").

– Gostei da estruturação do PowerPoint das secções

– O material manipulável está óptimo

– No plano disseste 20 min para a correção do ex 8, acabaste às 12h15. Cuidado com a planificação dos tempos.

– Nesta turma, as aulas expositivas funcionam com menos barulho.

– Bom escreveres as regras dos cortes no quadro.

– "Três pontos dá sempre triângulos" (cuidado, são três pontos em três faces concorrentes)

– cuidado com o completar de palavras "pa..." "paralela"

Página 13 de 30

C.1.4. Plano de aula nº27 (15/11/2013).

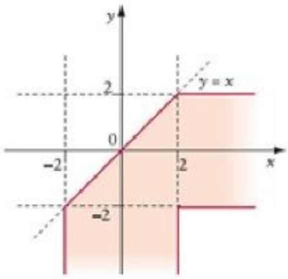
C.1.4.1. Excerto do plano de aula nº 27, página 5,6, 7 e 8.

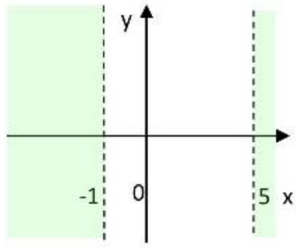
Proposta de resolução:

$I: \ (|x| \leq 2 \vee |y| \leq 2) \wedge y \leq x$

$|x| \leq 2 \Leftrightarrow -2 \leq x \leq 2$

$|y| \leq 2 \Leftrightarrow -2 \leq y \leq 2$





$J: \sim(|x-2| \leq 3) \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow |x-2| > 3 \Leftrightarrow x-2 > 3 \vee x-2 < -3 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x > 3+2 \vee x < -3+2 \Leftrightarrow x > 5 \vee x < -1$

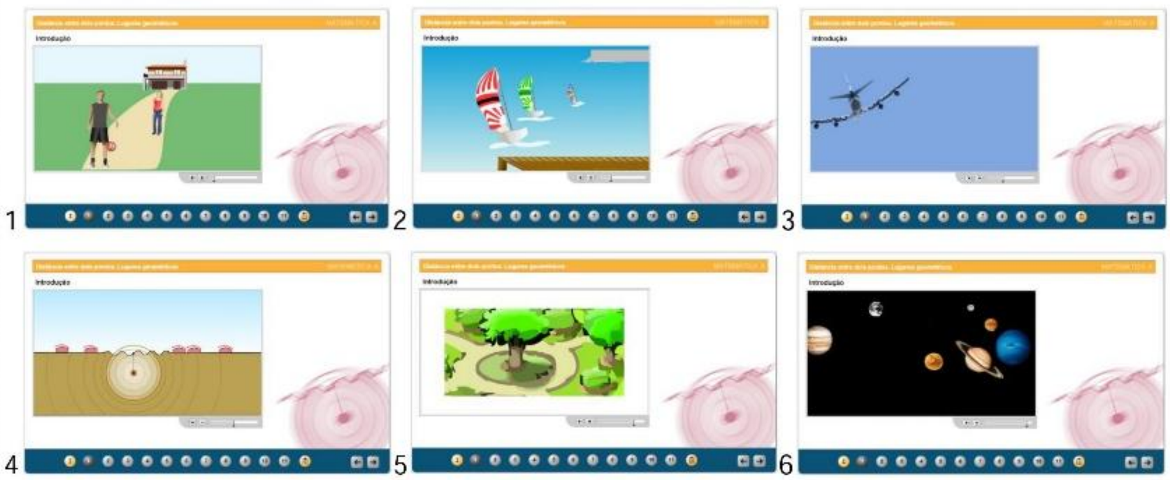
De seguida, o professor irá introduzir uma nova temática. Tema 5 do manual – Distância entre dois pontos. Lugares geométricos.

Para introduzir esta temática o professor irá projetar uma animação que está associado ao manual adotado e que se encontrará disponível em:

http://brip.escolavirtual.pt/page.php/resources/view_all?id=10mat_07&from=search

Esta animação explora todos os lugares geométricos no plano e no espaço, sendo assim para as próximas aulas o professor irá recorrer ao mesmo material para explorar os lugares geométricos no plano. A apresentação terá a seguinte estrutura:

Introdução ao tema:



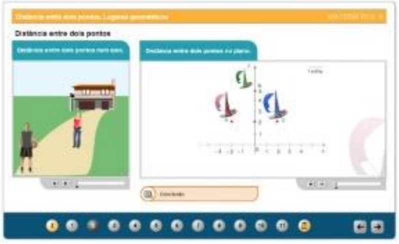
Página **5** de **13**

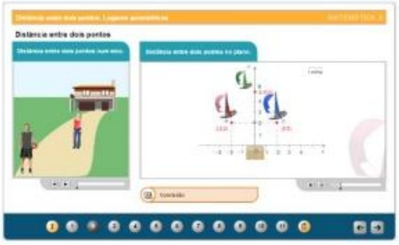
Distância entre dois pontos no plano:

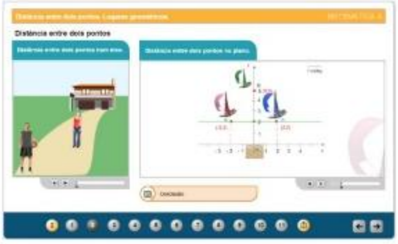

1

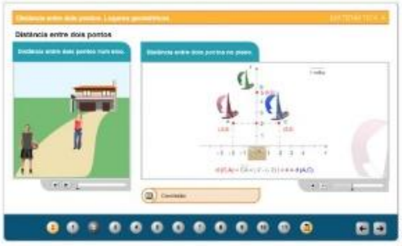

2

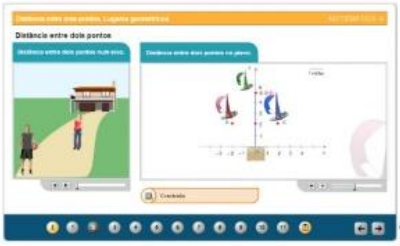

3

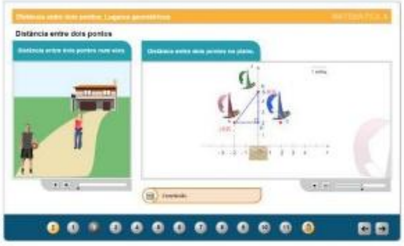

4

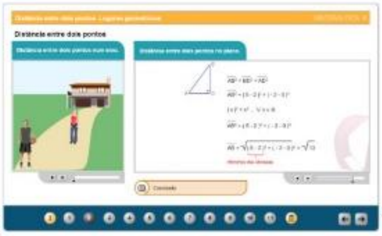

5

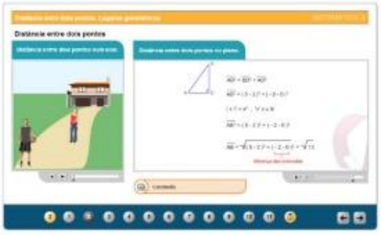

6

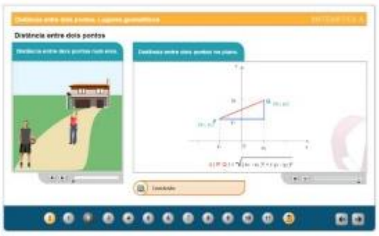

7

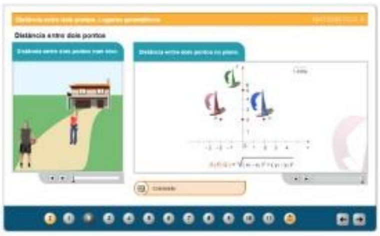

8


9

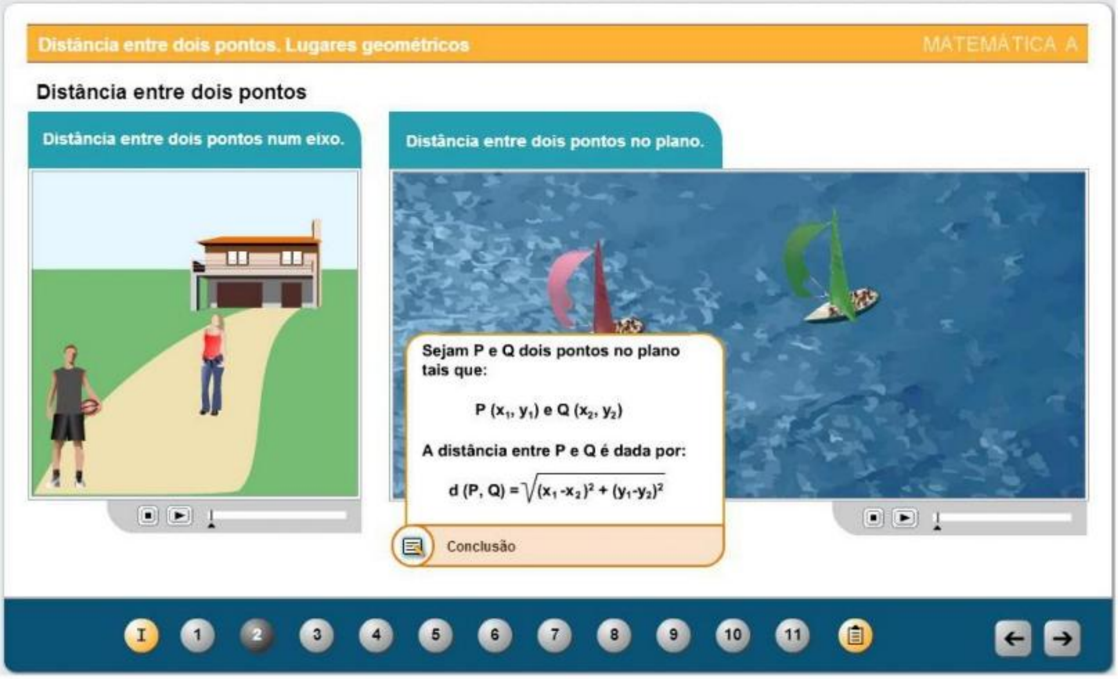

10


11


12


13

A explicação terminará com a imagem 13. Posto isto, o professor pedirá aos alunos que registem o título “Distância entre dois pontos no plano. Lugares geométricos.” (P.112) e que registem ainda a conclusão teórica do exercício de acordo com a animação (imagem 14).



14

A aula será encerrada com o registo do sumário no Place 21 e a arrumação do material utilizado durante a aula.

AVALIAÇÃO:

- Respeito pelas normas de sala de aula e participação;
- Interesse/empenho pelas atividades propostas;
- Avaliar as intervenções dos alunos durante a correção e resolução dos exercícios propostos.

SUMÁRIO:

1. Geometria I
   1.1. Geometria analítica.
      1.1.1. Módulo. Resolução de exercícios do manual.
      1.1.2. Distância entre dois pontos no plano. Lugares geométricos.
         1.1.2.1. Resolução de exercícios do manual.

BIBLIOGRAFIA/RECURSOS:

- Manual
  Guerreiro, L., Leite, A., Neves, M. A. F. & Silva, J. N. (2010). *Matemática A 10 (Geometria I)*. Lisboa: Porto Editora.
- Material didático escola virtual – Lugares geométricos.
  http://brip.escolavirtual.pt/page.php/resources/view_all?id=10mat_07&from=search

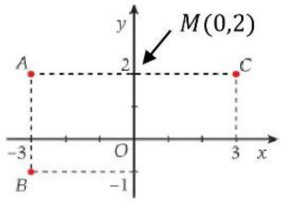
OBSERVAÇÕES:

Estivemos a aula toda a resolver exercícios do livro no quadro. Os exercícios foram resolvidos pelos alunos, com idas ao quadro. Foi possível chegar ao ponto principal que foi introduzir a distância entre dois pontos e lugares geométricos.

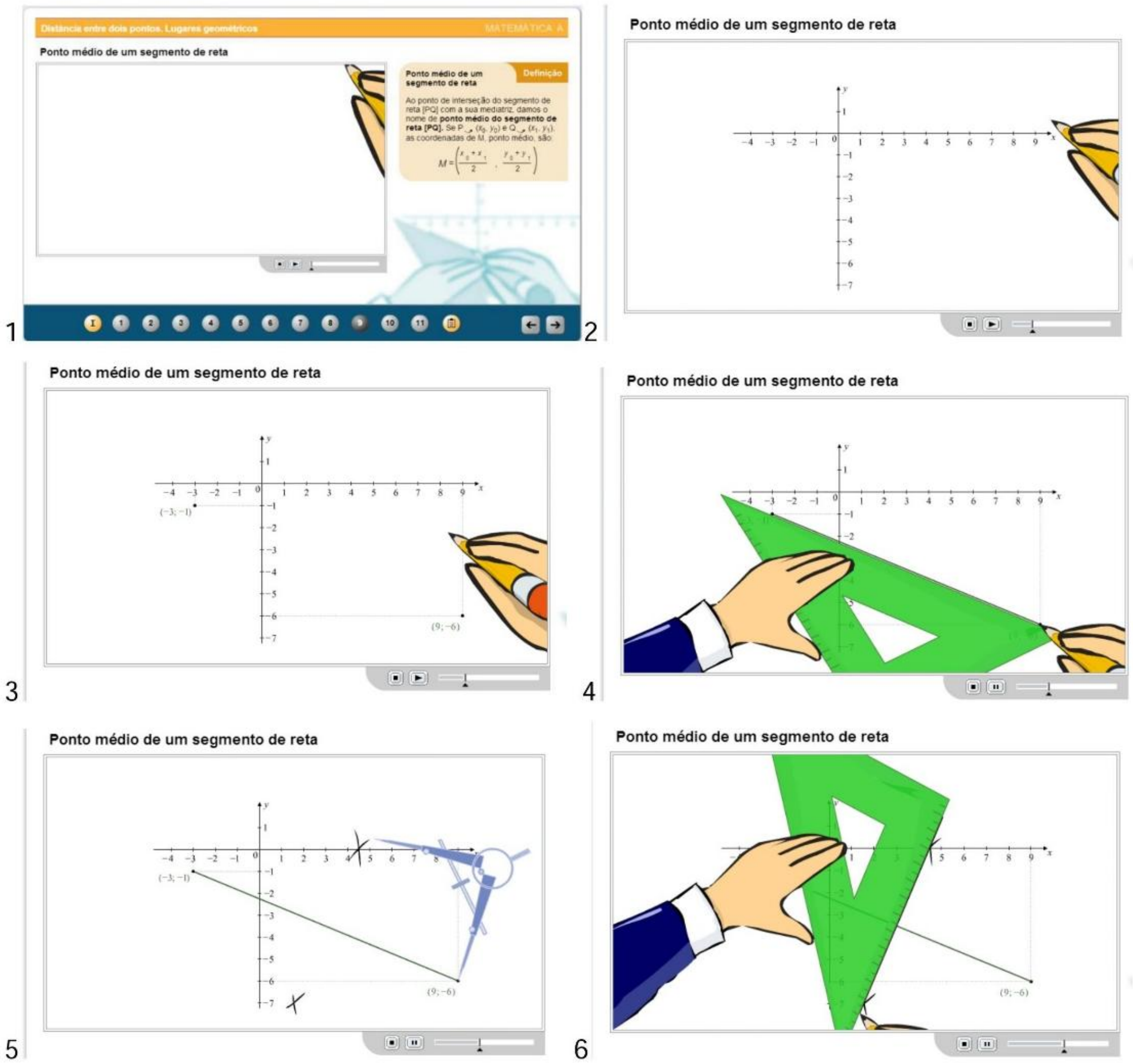
C.1.5. Plano de aula nº28 (20/11/2013).

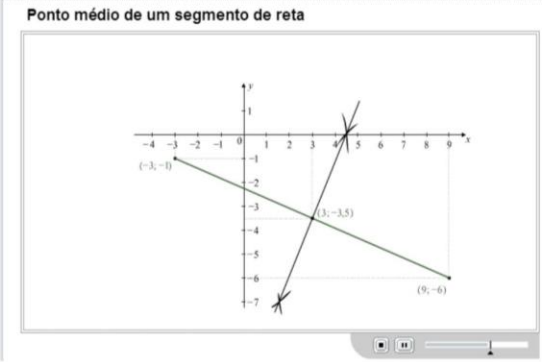
C.1.5.1. Excerto do plano de aula nº28, página 6,7,8 e 9.

De seguida, o professor irá introduzir uma nova temática, nomeadamente a equação da mediatriz de um segmento de reta. Sendo assim, o professor deverá inicialmente relembrar o conceito de ponto médio e tendo como base o exercício acima, deverá questionar os alunos sobre qual o ponto médio do segmento $[AC]$.

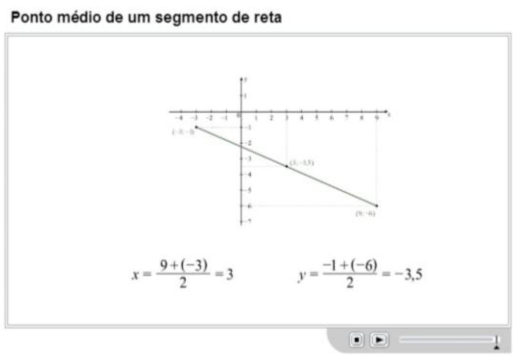


Para relembrar este conceito o professor irá projetar a animação e os alunos deverão registar no caderno, a conclusão teórica do exercício de acordo com a animação (imagens abaixo).

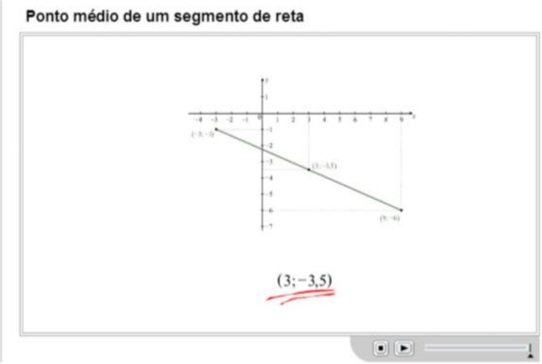




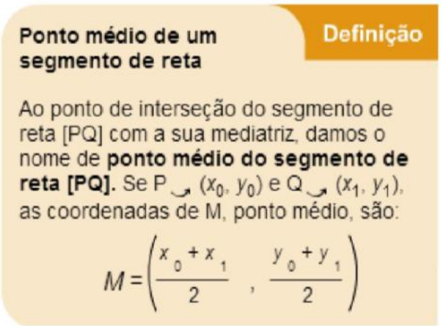
7



8



9



10

Nesta ótica de pensamento o professor deverá pedir aos alunos para responderem à alínea **7.5** (do exercício que estavam a resolver anteriormente).

(Manual) P. 131

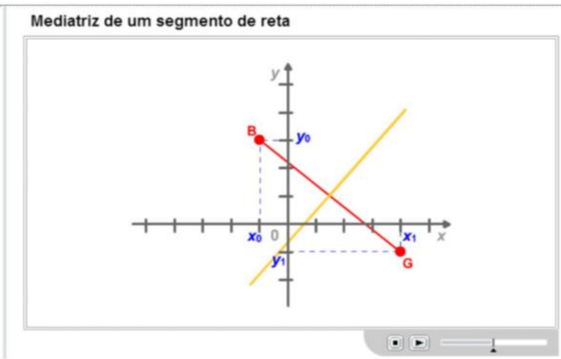
Exercícios: **Proposta de resolução:**

7.5 as coordenadas de dois pontos equidistantes de A e de C; 7.5 Por exemplo, $(0, 2)$ e $(0, 3)$.

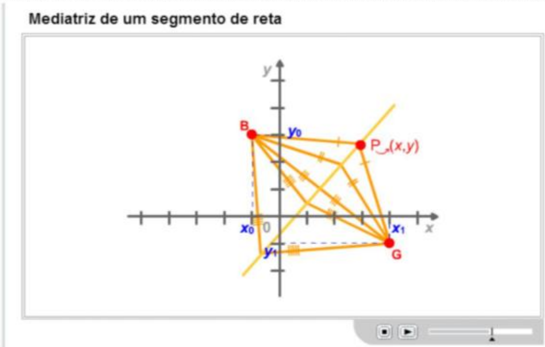
O professor deverá direcionar uma pequena discussão de modo a chegar ao conceito de mediatriz de um segmento. A conclusão deverá culminar com a seguinte animação:

1

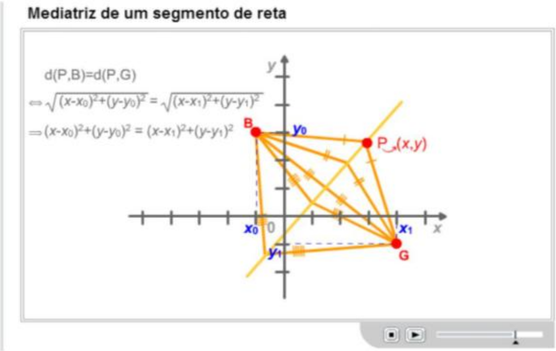
2



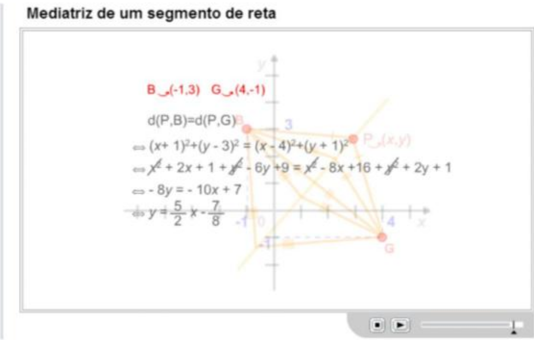
3



4



5



6

Os alunos deverão registar no caderno o título *"Mediatriz de um segmento de reta."*(P.122) e a conclusão teórica do exercício:

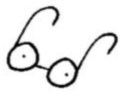
Equação da mediatriz de um segmento de reta $[AB]$

$$A(x_0,y_0)\ \ B(x_1,y_1)\ \ M(x,y)$$

$$d(A,M)=d(M,B)\Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \overline{AM}=\overline{MB}$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{(x-x_0)^2+(y-y_0)^2}=\sqrt{(x-x_1)^2+(y-y_1)^2}\Leftrightarrow$$



$$\Rightarrow (x-x_0)^2+(y-y_0)^2=(x-x_1)^2+(y-y_1)^2$$

No final da aula se houver tempo o professor deverá resolver a alínea **7.6** (do exercício que estavam a resolver anteriormente), se não conseguir realizar este exercício devera recomendar como **T.R.P.C.**, e será corrigido na próxima aula.

(Manual) P. 131

Exercícios: **Proposta de resolução:**

7.6 a equação da mediatriz de $[AC]$;

7.6 $x=0$

ou

7.6 $M(0,2)$ $A(-3,2)$ $C(3,2)$

$$d(A,M)=d(M,C)\Leftrightarrow \overline{AM}=\overline{MC}\Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow\sqrt{(x-(-3))^2+(y-2)^2}=\sqrt{(x-3)^2+(y-2)^2}$$

$$\Rightarrow (x-(-3))^2+(y-2)^2=(x-3)^2+(y-2)^2\Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (x+3)^2+\cancel{(y-2)^2}=(x-3)^2+\cancel{(y-2)^2}\Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (x+3)^2=(x-3)^2\Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \cancel{x^2}+6x+\cancel{9}=\cancel{x^2}-6x+\cancel{9}\Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 6x+6x=0\Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x=0$$

⚠ Quadrado do Binómio

$(a\pm b)^2=a^2\pm 2ab+b^2$

Página **8** de **23**

A aula será encerrada com o registo do sumário no Place 21 e a arrumação do material utilizado durante a aula.

AVALIAÇÃO:

- Respeito pelas normas de sala de aula e participação;
- Interesse/empenho pelas atividades propostas;
- Avaliar as intervenções dos alunos durante a correção e resolução dos exercícios propostos.

SUMÁRIO:

1. Geometria I
   1.1. Geometria analítica.
      1.1.1. Distância entre dois pontos no plano. Resolução de exercícios do manual.
      1.1.2. Ponto médio no plano. Equação da mediatriz de um segmento de reta.

BIBLIOGRAFIA/RECURSOS:

- Manual
  Guerreiro, L., Leite, A., Neves, M. A. F. & Silva, J. N. (2010). *Matemática A 10 (Geometria I).* Lisboa: Porto Editora.
- Material didático escola virtual – Lugares geométricos.
  http://brip.escolavirtual.pt/page.php/resources/view_all?id=10mat_07&from=search

OBSERVAÇÕES:

Nesta aula será apresentada a campanha do projeto Tampinhas, que se realizará de 26 de Novembro a 3 de Dezembro de 2013, sendo que irá haver um concurso em que o prémio consiste na divulgação da turma vencedora nos média e a participação da mesma na entrega ao 'deficiente'. A turma vencedora será a que tiver um maior número de saco (s) de tampinhas.
Não foi possível resolver a alínea 7.6 na aula sendo assim foi recomendada para casa.

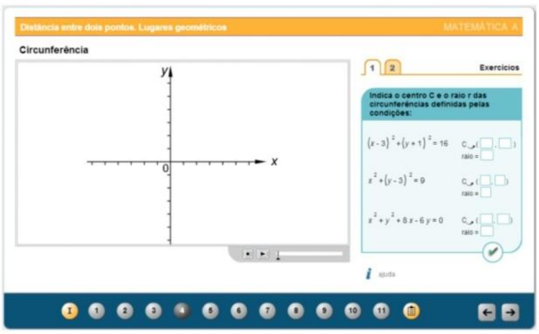
C.1.6. Plano de aula nº 30 (22/11/2013).

C.1.6.1. Excerto do plano de aula nº30, página 3,4,5 e 8.

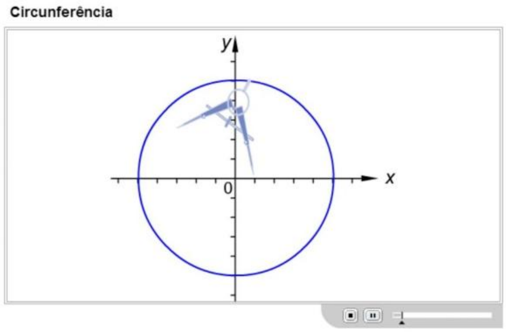
Esta animação irá introduzir os lugares geométricos, circunferência (1ª parte) e círculo (2ª parte).

Animação escola virtual (1ª parte)

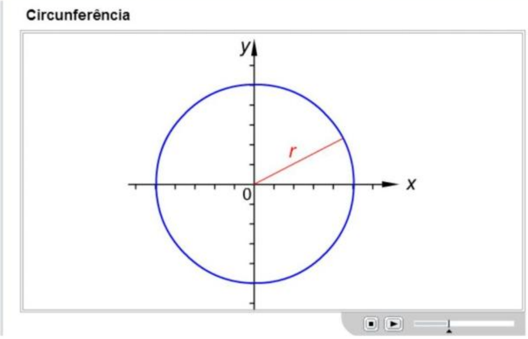
(http://brip.escolavirtual.pt/page.php/resources/view_all?id=10mat_07&from=search)



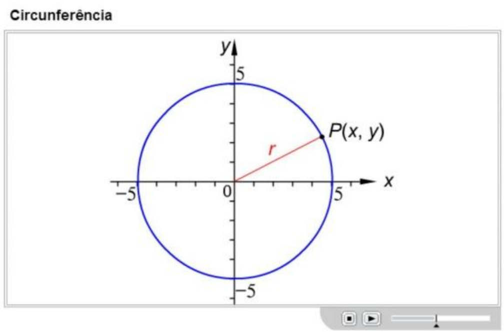
1



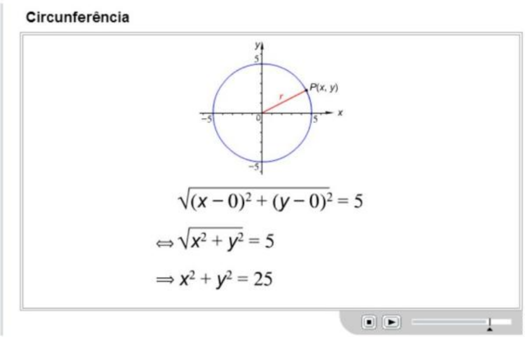
2



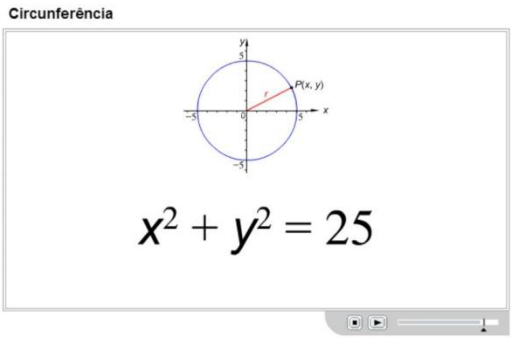
3



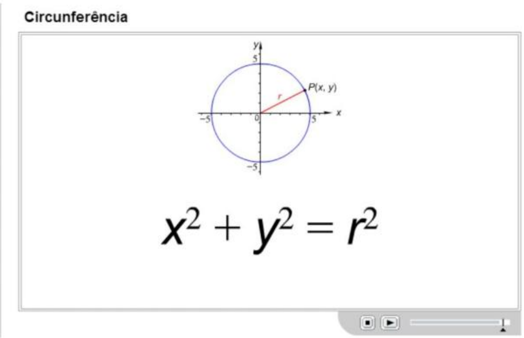
4



5



6



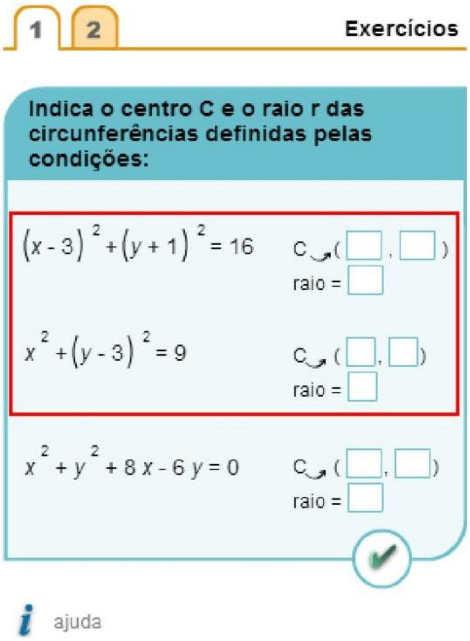
7

Após a animação (1ª parte) o professor irá resolver do exercício interativo **1**, as duas primeiras condições.

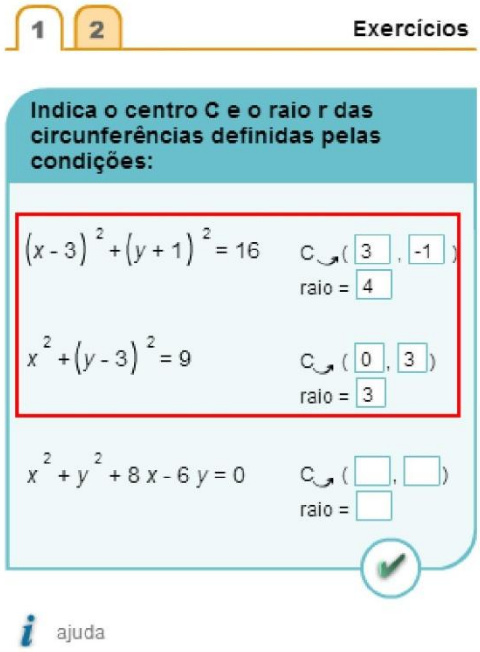
Atividade interativa

(http://brip.escolavirtual.pt/page.php/resources/view_all?id=10mat_07&from=search)

Exercício:



Proposta de resolução:

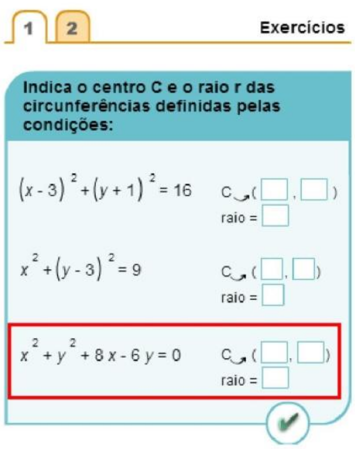


Seguir-se-á a resolução da terceira alínea do exercício **1**. Nessa atividade será necessário relembrar o que significa completar o quadrado. Será feito referência ao quadrado do binómio. Sendo assim o professor deverá resolver os cálculos auxiliares no quadro.

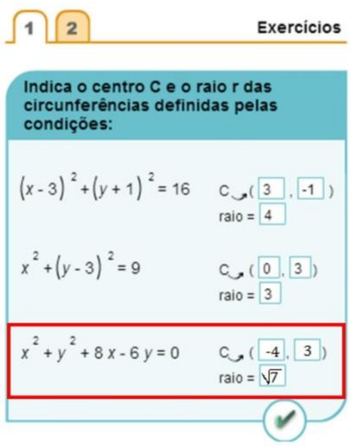
Atividade interativa

(http://brip.escolavirtual.pt/page.php/resources/view_all?id=10mat_07&from=search)

Exercício:



Proposta de resolução:



Cálculos auxiliares:

$x^2+y^2+8x-6y=0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \left(x+\frac{8}{2}\right)^2+\left(y-\frac{6}{2}\right)^2=0+\left(\frac{8}{2}\right)^2+\left(-\frac{6}{2}\right)^2 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow (x+4)^2+(y-3)^2=4+3 \Leftrightarrow$

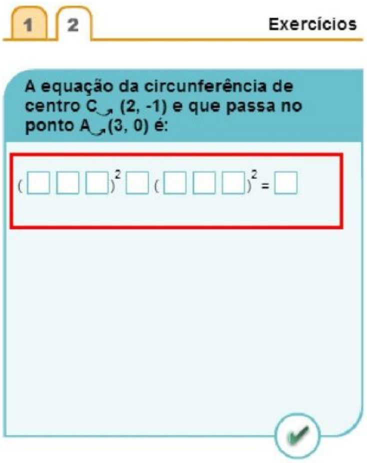
$\Leftrightarrow (x+4)^2+(y-3)^2=7$

Será resolvido ainda o exercício **2** da mesma atividade.

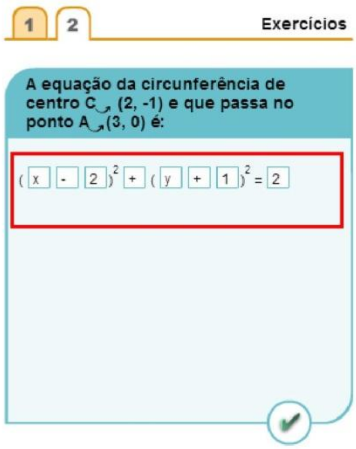
Atividade interativa

(http://brip.escolavirtual.pt/page.php/resources/view_all?id=10mat_07&from=search)

Exercício:



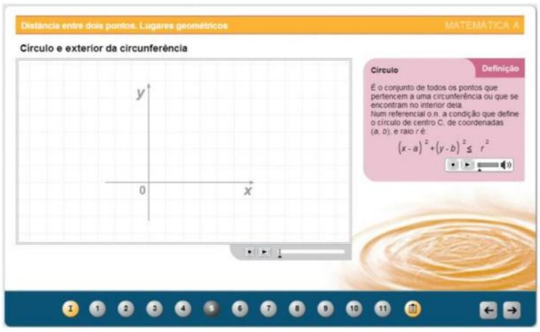
Proposta de resolução:



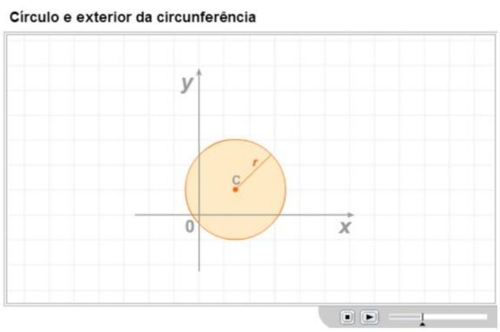
Seguir-se-á com a apresentação da animação (2ª parte). Será explorado o conceito de círculo, onde os alunos irão observar o conjunto de pontos interiores e exteriores a uma circunferência.

Animação escola virtual (2ª parte)

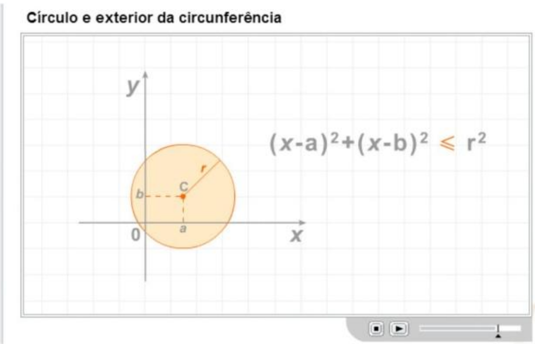
(http://brip.escolavirtual.pt/page.php/resources/view_all?id=10mat_07&from=search)



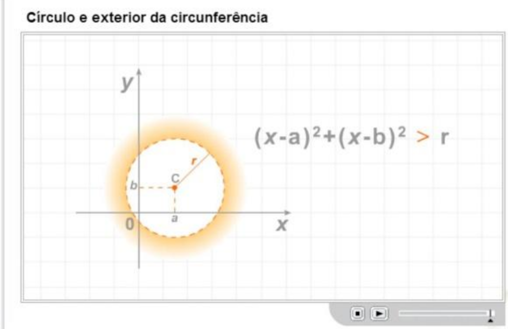
1



2



3



4

OBSERVAÇÕES:

Os apresentaram muita dificuldade para determinar o centro e o raio de uma circunferência quando esta não está na forma canónica. Explicar o raciocínio de completar quadrados não foi tarefa fácil. Será necessário nas aulas nº31 e nº33 rever este raciocínio e praticar alguns exercícios.
Deveria ter estruturado um esquema que permitisse rapidamente compreender este raciocínio.

No preenchimento da ficha deveria ter projetado o powerpoint tal como previsto, mesmo sendo em cima da hora teria sido muito mais rápido pois assim os alunos poderiam visualizar rapidamente e corretamente as respostas.

C.1.7. Plano de aula nº 57 (13/02/2013).

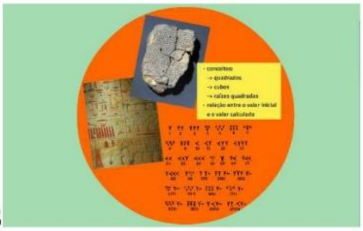
C.1.7.1. Excerto do plano de aula nº57, páginas 3, 4 e 14.

(http://prezi.com/6qrhlncudckz/?utm_campaign=share&utm_medium=copy&rc=ex0share)

História das funções

1

2


3

4

5

6

7

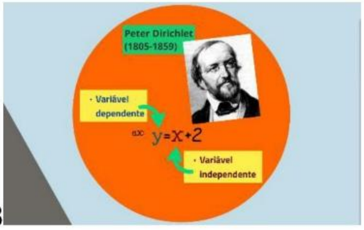
8

9

10

11

12



13

Ficha de trabalho nº 12

História das funções (P. 10)

Página **3** de **25**

O conceito de função é um dos mais importantes da matemática. Este conceito sofreu uma grande evolução ao longo dos séculos. Preencha os espaços e descubra a construção deste conceito.

Um dos povos mais antigos que apresentou uma vaga ideia de funções foi o povo **babilónico**, pois foram encontradas tábuas onde constam **quadrados**, **cubos** e **raízes quadradas** de números. Para além disso, este povo começou a perceber a existência de uma relação entre o valor inicial e o valor calculado.

Também os **pitagóricos** se interessaram pelas funções. Estes estabeleceram relações entre **grandezas físicas** e **numéricas**, como por exemplo, verificaram que existia uma relação muito forte entre o comprimento de uma corda e a frequência do som que esta emitia ao vibrar; quanto mais comprida fosse a corda vibrante, menor era a frequência do som emitido.

O matemático e filósofo **René Descartes** (1596-1650) foi o primeiro a utilizar os **eixos cartesianos** para representar uma função. Deste modo, permitiu representar graficamente as relações existentes entre duas variáveis. Esta descoberta foi tão importante para a matemática que ainda nos nossos dias utilizamos essa representação.

Mais tarde, já no séc. XVII, o matemático alemão **Gottfried Leibnitz** (1646-1716), muito rigoroso com a linguagem matemática, inventou vários termos e símbolos ligados às funções, nomeadamente **variável**, **parâmetro**, **constante** e **função**. O termo função, que nunca tinha sido utilizado antes, é mencionado no manuscrito *"Methodus tangentium inversa, seu de fuctionibus"*.

A definição de "**função**" surge mais tarde pelo matemático suíço **Leonard Euler** (1707-1783) que escreveu: "Se x é uma quantidade variável, então toda a quantidade que depende de x de qualquer maneira, ou que seja determinada por aquela, chama-se função da dita variável". Foi este matemático que utilizou pela primeira vez a notação ***f(x)*** para denotar uma função que dependesse de x.

Foi já no séc. XIX que apareceram os conceitos de **variável independente** e **variável dependente** atribuídos pelo matemático alemão **Peter Dirichlet** (1805-1859).

Em suma, a noção de função foi-se construindo e aperfeiçoando ao longo de vários séculos. Hoje em dia conhecemos vários tipos de funções, onde trabalhamos com vários domínios, mas podemos imaginar que muitas outras funções serão ainda descobertas, pois a matemática é infinita e poderá nos surpreender quando menos esperamos.

OBSERVAÇÕES:

Os alunos estiveram atentos e "sorridentes" durante a apresentação da história das funções. Foram capazes de preencher corretamente a ficha de trabalho nº 12.

Fizeram perguntas e acompanharam o os primeiros passos na nova unidade didática.

Conseguiram acompanhar a resolução dos primeiros exercícios da ficha de trabalho. Expressaram a sua relutância neste campo, no entanto, quando viram contexto dos exercícios aceitaram o desafio.

Após a resolução da ficha de trabalho iniciamos a resolução de exercícios do manual. Apenas foi possível resolver do manual, da página 15 o exercício 1. Na próxima aula irei resolver os restantes exercícios antes de continuar com a matéria.

Senti os alunos ainda um pouco perdidos em relação ao conceito de função especialmente nos exercícios em que a linguagem não lhes era tão comum.

Anexo D. Materiais Didáticos Manipuláveis

D.1. Quadro Síntese dos Materiais Didáticos Manipuláveis Utilizados em Sala de Aula

Plano de aula / Data	Tema	Materiais utilizados	Objetivos	Resultados	Método de Recolha dos dados	Dados a incluir em "Anexos"
Nº 15 18/10/2013	Módulo inicial - Sólidos platónicos. Fórmula de Euler.	Cartolinas com a planificação de cada um dos sólidos. (Material de construção) Sólidos platónicos pré-construídos em cartolina.	Motivação para a geometria. Dinâmicas de grupo. Desenvolvimento da visão espacial.	Rápida construção. Entusiasmo. Rápida interpretação. Cumprimento de todas as tarefas propostas.	Registo fotográfico. Registo documental (Cartolinas). Observação: Registos em sala de aula e em diário.	Páginas 2 a 6, 8 a 10, 12, 13, 18 a 21 do plano de aula nº15. ***(D.1.1.1)***
Nº 16 23/10/2013	Módulo inicial - Sólidos platónicos. Relação de Euler. Dual dos sólidos platónicos. Dual de um poliedro.	Cubo com o seu dual. Ambos os sólidos construídos em cartolina.	Noção tridimensional da construção de um dual de um sólido.	Os alunos conseguiram realmente compreender como se obtêm o dual de um sólido através da montagem e desmontagem do material.	Registo fotográfico. Observação: Registos em planos de aula.	Páginas 6, 7 a 12, do plano de aula nº16. ***(D.1.2.1)***
Nº17 24/10/2013	Resolução de problemas de geometria em $\mathbb{R}^2$ e $\mathbb{R}^3$ - Secções no cubo.	Secções do cubo construídas em cubos de esponja floral.	Compreensão do conceito secção. Construção das secções no cubo.	Os alunos conseguiram construir as secções na ficha de trabalho ao manipularem os objetos.	Registo fotográfico. Observação: Registos em planos de aula.	Páginas 2 a 6, 8 a 10, 12, 13, 18 a 21 do plano de aula nº17. ***(D.1.3.1)***

Nº20 31/10/2013	Resolução de problemas de geometria em $\mathbb{R}^2$ **e** $\mathbb{R}^3$ - Secções no cubo.	Cubos truncados construídos em cartolina e de acordo com o enunciado das tarefas propostas.	Maior compreensão das tarefas ao recorrer às construções tridimensionais dos cubos e respetivas truncaturas mencionadas no enunciado.	Os alunos conseguiram visualizar os sólidos através da truncatura do cubo, e assim mais facilmente resolver aos exercícios.	Registo fotográfico. Observação: Registos em planos de aula.	Páginas 3, 4 a 8, do plano de aula nº20. ***(D.1.4.1)***
Nº21 01/11/2013	Geometria analítica - Referenciais cartesianos no plano.	Referencial cartesiano em cartolina. Os pormenores fazem a diferença - "10ºC"	Pequeno jogo no final da aula de modo a introduzir a marcação de pontos no referencial cartesiano.	Os alunos foram capazes de colocarem de forma eficaz os pontos no referencial.	Registo fotográfico. Observação: Registos em planos de aula.	Páginas 7, 8 e 10 do plano de aula nº21. ***(D.1.5.1)***
Nº 22 6/11/2013	Geometria analítica - Conjuntos e condições no plano.	Referencial cartesiano em cartolina e material acessório para apoio aos exercícios 1 e 2 do manual na página 79.	Facilitar a compreensão e a resolução dos exercícios.	Os alunos atingiram rapidamente o resultado.	Registo fotográfico. Observação: Registos em planos de aula.	Páginas 2, 3 e 15 do plano de aula nº22. ***(D.1.6.1)***
Nº24 08/11/2013	Teste de Avaliação nº1.	Exercício nº2 e 3, baseados no estudo das secções, em particular, na truncatura do cubo.	Avaliar as estratégias utilizadas, em especial, nos planos de aula nº 17 e 20.	Grelha dos resultados das perguntas em análise.	Registo dos resultados obtidos na avaliação.	Teste de avaliação nº1.***(D.1.7.1)*** Grelha da correção dos testes. ***(D.1.7.2)***

D.1.1. Plano de aula nº15 (18/10/2013).

D.1.1.1. Excerto do plano de aula nº15, páginas 2 a 6, 8 a 10, 12, 13, 18 a 21.

- Resolução de problemas.

MATERIAL:

- Caderno de atividades
- Calculadora
- Colunas
- Material para a construção dos sólidos (tesouras, colas, cartolinas, cola)
- Guião de construção dos sólidos
- Cartolinas com quadros de análise e sólidos construídos
- Ficha de revisão teórica
- Ficha de trabalho nº 4 e proposta de resolução
- Projetor

DESENVOLVIMENTO DA AULA:

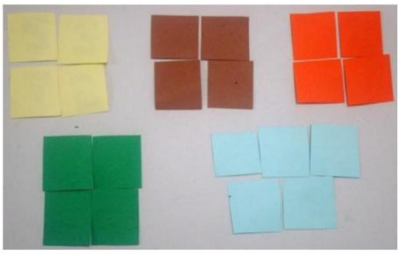
Nota: O professor deverá chega à sala de aula, uns minutos antes da aula começar, de modo a levar todo o material necessário para a aula, preparar os grupos, colocando os nomes dos alunos por grupo e organizar a sua mesa de trabalho.

A aula terá início a formação dos grupos de trabalho, de acordo com a seguinte tabela:

Nome do aluno	Cor	Nº	11. Teresa	Verde	4
1. Alex	Amarelo	1	12. Martim	Azul	5
2. Alexandre	Verde	5	13. Nikita	Amarelo	5
3. Bernardo	Laranja	5	14. Patrícia	Azul	2
4. Ronaldo	Castanho	3	15. Roberto	Amarelo	2
5. Daniel	Verde	2	16. Saryna	Laranja	3
6. Diogo	Azul	3	17. Tomás	Castanho	5
7. Francisco	Castanho	2	18. Tiago	Laranja	1
8. Jéssica	Azul	4	19. José	Laranja	4
9. Leonel	Castanho	4	20. Miriam	Amarelo	3
10. Margarida	Verde	1	21. Horacy	Azul	1

Grupos aula nº 14		Critério: Números			Grupos aula nº 15		Critério: Cores		
1. Alex Margarida Tiago Horacy	2. Daniel Francisco Patrícia Roberto	3. Ronaldo Diogo Saryna Miriam	4. Jéssica Leonel Teresa José	5. Alexandre Bernardo Martim Nikita Tomás	Amarelo Alex Nikita Roberto Miriam	Castanho Ronaldo Francisco Leonel Tomás	Laranja Bernardo Saryna José Tiago	Verde Daniel Teresa Alexandre Margarida	Azul Patrícia Diogo Martim Jéssica Horacy

Ficarão assim organizados por cores como indica o esquema:



O professor deverá registar no quadro o título: “Sólidos Platónicos.”(P.52)

A aula estará organizada em dois momentos de trabalho de grupo.

1º Parte - Construção, análise e apresentação dos sólidos platónicos (Guião em anexo)

2º Parte - Apresentação oral à turma do Sólido Platónico e respetivo "B.I."

Importante para a aula:

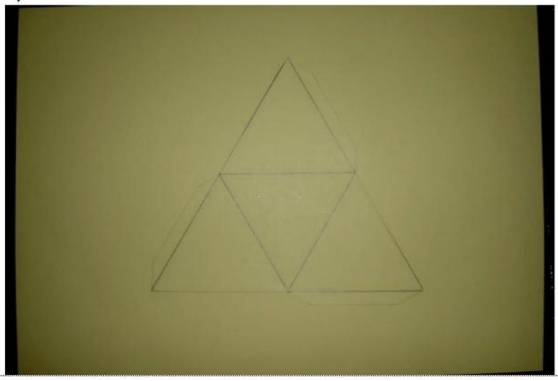
- Os alunos formam 1º os grupos de trabalho.
- Entregamos apenas o guião de construção, a cola, a cartolina, a planificação e um marcador.
- Lê-mos o guião em voz alta com eles.
- Mal terminarmos de ler colocamos os tempos no quadro e registamos a hora que iniciaram a tarefa.
- Durante a construção e análise o professor deve ajudar o mínimo possível, apenas nos casos do icosaedro e dodecaedro. O ideal será eles pedirem ajuda uns aos outros mesmo que de grupos distintos. Objetivo é ser empreendedor!! Organizado, logo os alunos devem delegar tarefas entre eles para cumprirem os prazos.
- No fim dos 30 minutos iniciais o professor tem de recolher tudo o que vai ser usado na apresentação dos sólidos para que seja justo entre todos e os alunos estejam atentos! Coloca em cima da secretária.
- As apresentações devem ser rígidas quanto ao tempo, 3 minutos são mesmo 3 minutos!! Cortar o pio aos alunos se necessário. No fim de cada apresentação o professor coloca no quadro as cartolinas com bostik.

Estas dinâmicas de grupos vão ao encontro do projeto rs4e e a formação do aluno enquanto ser dinâmico, criativo e capaz de responder aos desafios que lhe são propostos. Estaremos com esta atividade a desenvolver competências do aluno como empreendedor.

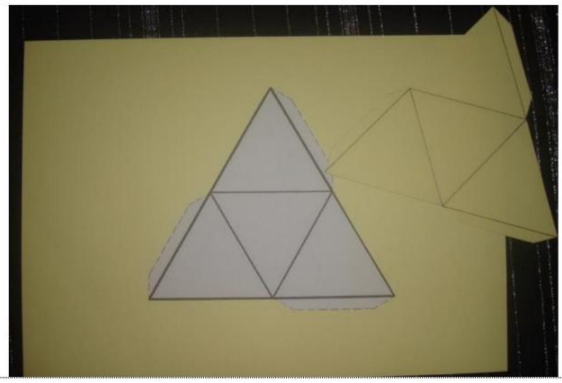
Etapas de construção dos sólidos.

Tetraedro:

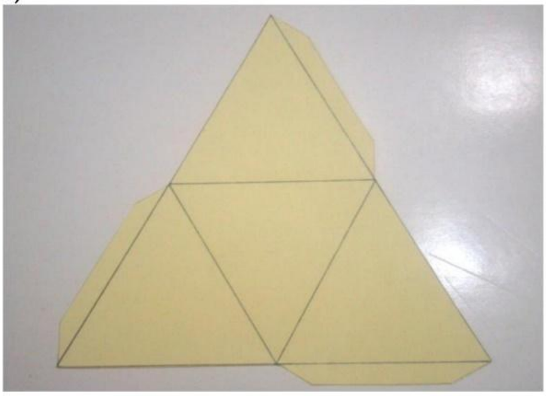
1)



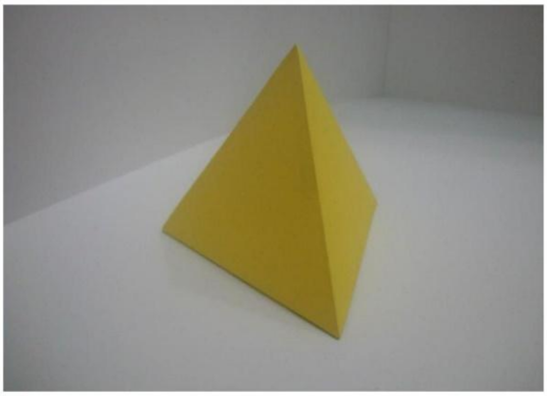
2)



3)

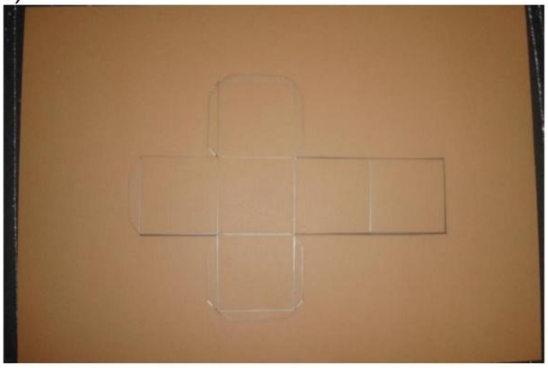


4)

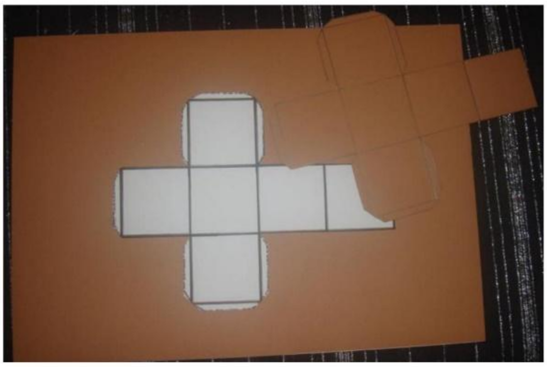


Cubo:

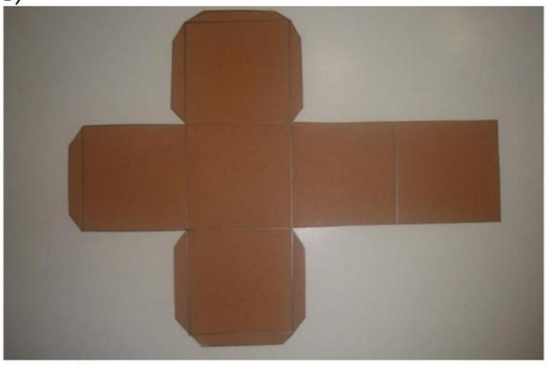
1)



2)



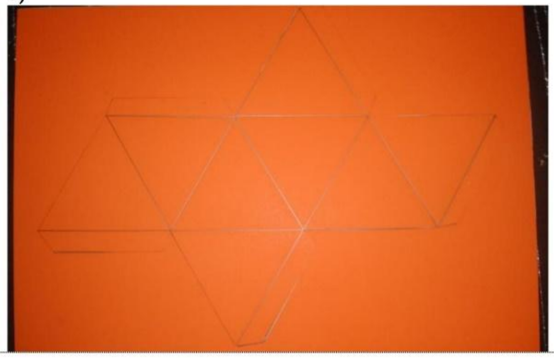
3)



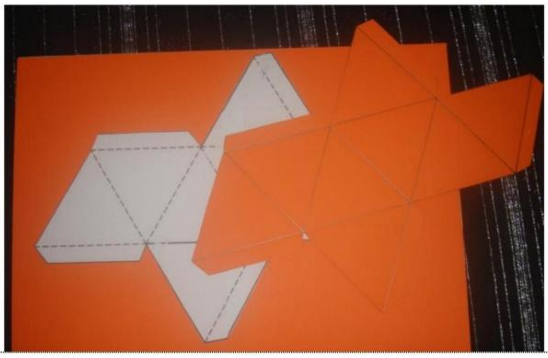
4)

Octaedro:

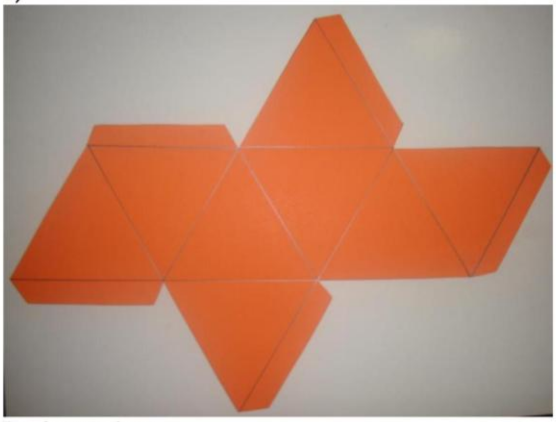
1)



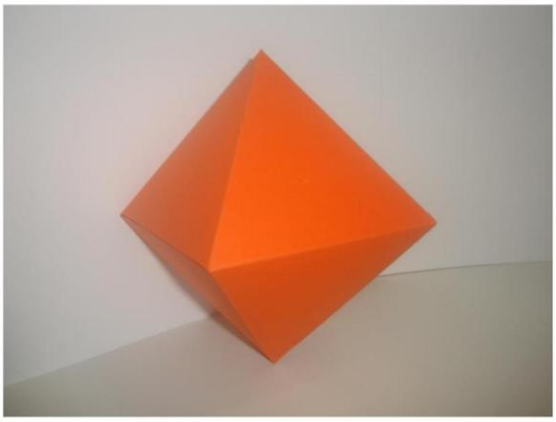
2)



3)



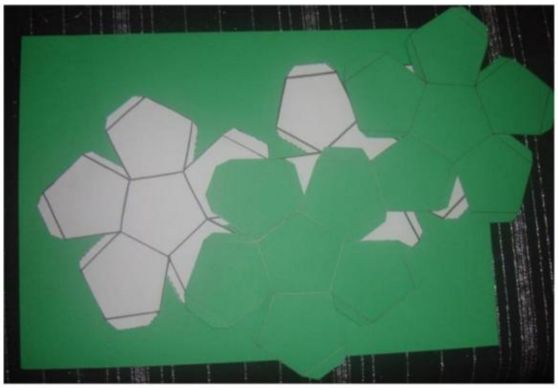
4)



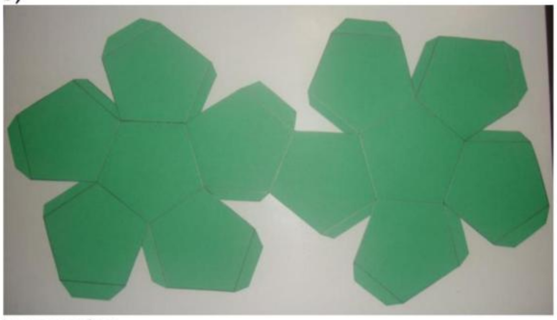
Dodecaedro:

1)

2)



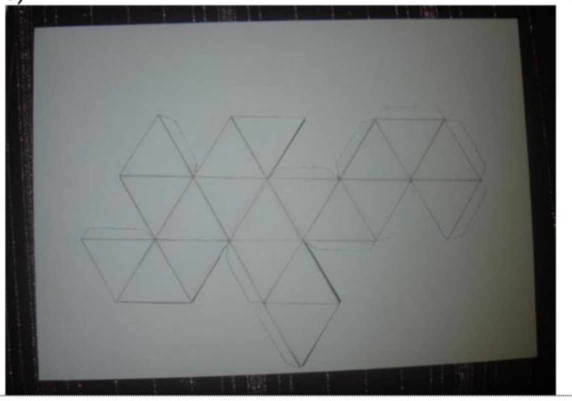
3)



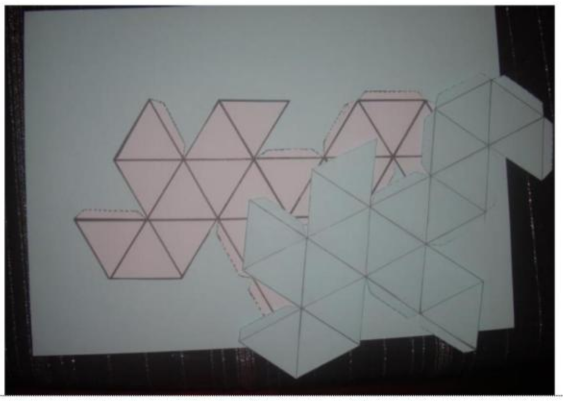
4)

Icosaedro :

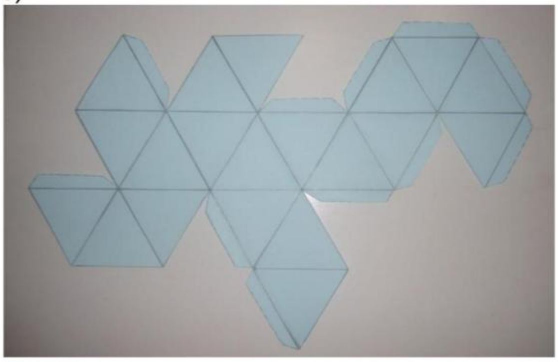
1)



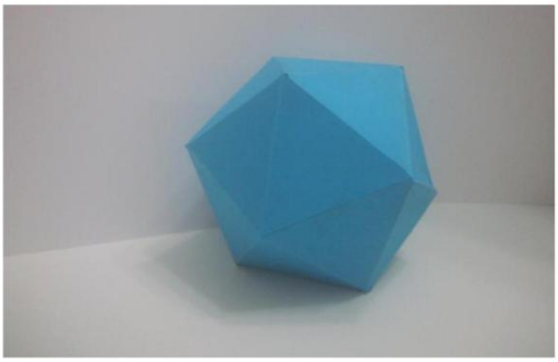
2)



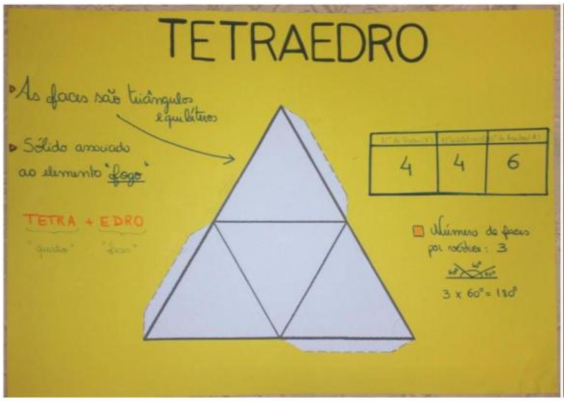
3)

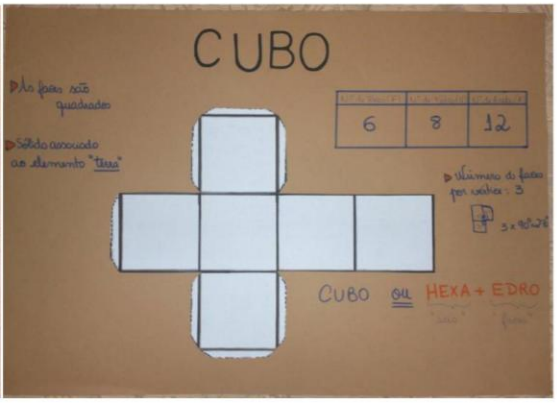


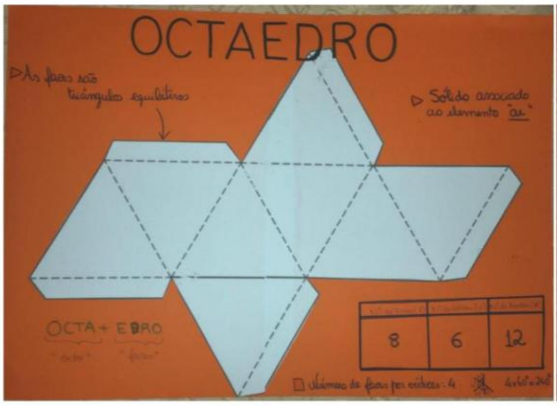
4)

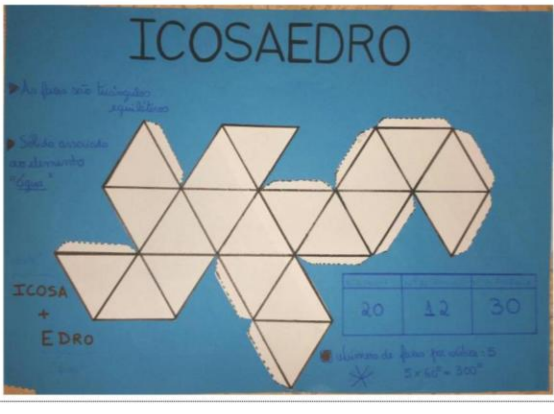


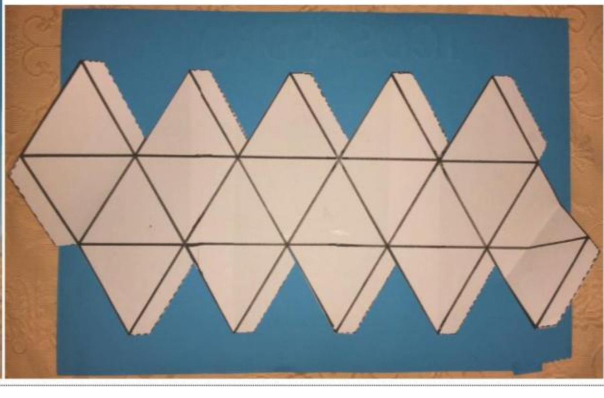
Cartolinas de apresentação, quadros de análise:





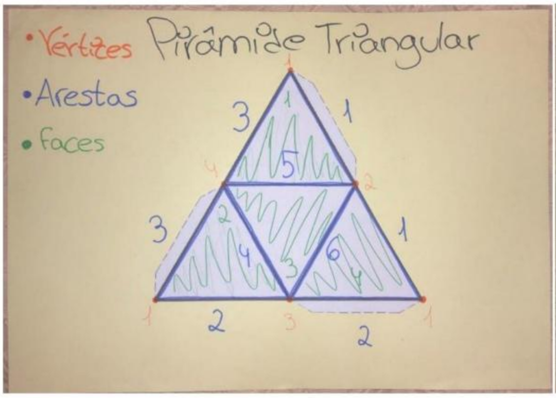


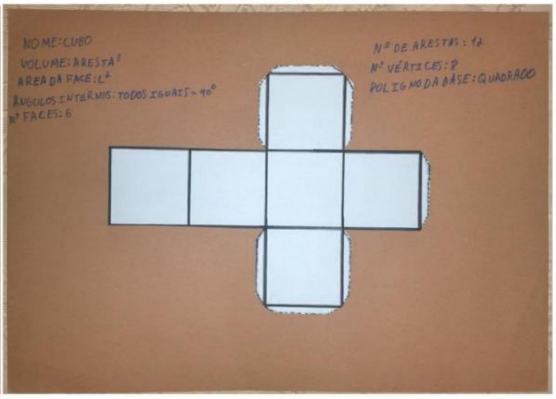


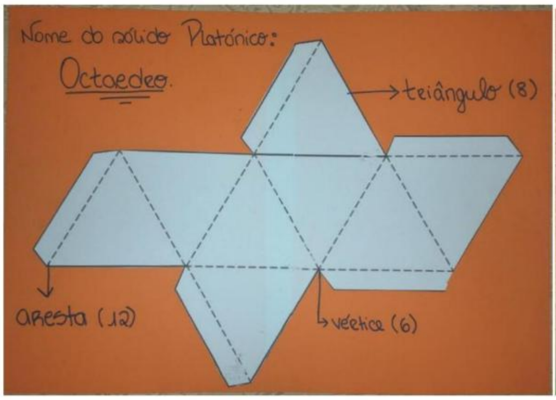


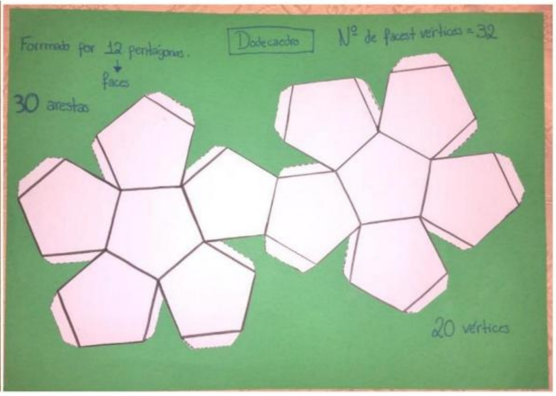
OBSERVAÇÕES:

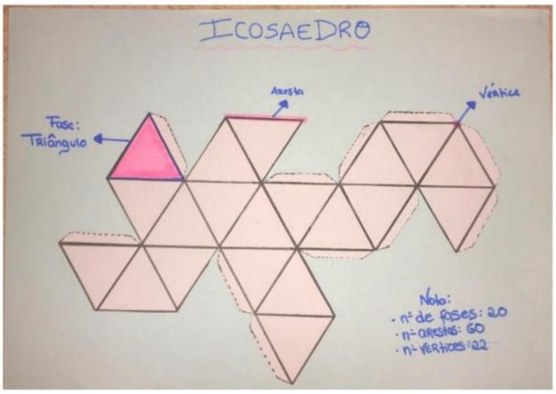
1) Quadros de análise apresentados na aula pelos alunos.



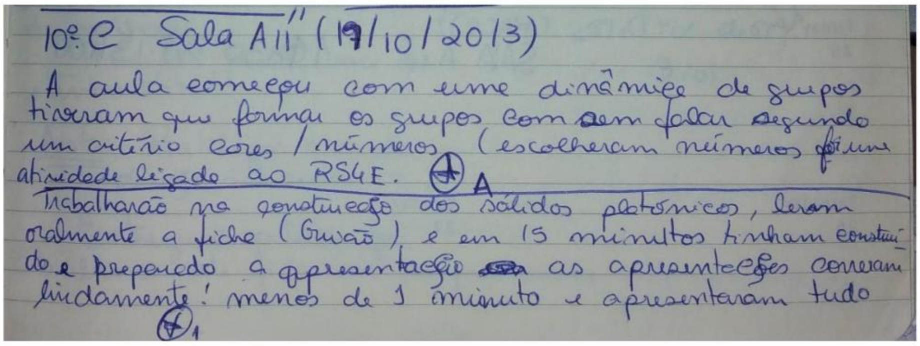








2) Observações da atividade registadas no diário.



10º C Sala A11 (17/10/2013)

A aula começou com uma dinâmica de grupos tiveram que formar os grupos sem falar segundo um critério cores / números (escolheram números foi uma atividade ligada ao RS4E. A

Trabalharão na construção dos sólidos platónicos, leram oralmente a ficha (Guião) e em 15 minutos tinham construído e preparado a apresentação as apresentações correram lindamente! menos de 1 minuto e apresentaram tudo

1

(7)A Formam os grupos e iniciamos a resolução de ficha de trabalho sobre as amplitudes, os alunos trabalharam bem e pude corrigir até ao exercício 1.5) que fazia a conclusão teórica da ficha de trabalho e escreveram no caderno. Foi muito boa a aula !!

Gostei de explorar o que o Ronaldo falou sobre e se for um octógono

$$\frac{180° \times (8-2)}{n} = \frac{180° \times 6}{8} = 135°$$

A aula correu bem à excepção do facto de não ter som mas controlei a situação tirando o som e explicando por minhas palavras!

(7)1 Coloquei no quadro com bostik as cartolinas e os sólidos construídos e coloquei as minhas por baixo para que eles vissem como poderiam ser feitas para cumprir todas as características/pré-requisitos do Guião.

Continuaram a resolver a ficha de trabalho até ao fim da aula. Antes de terminar a aula nos últimos minutos os alunos viram um pequeno vídeo muito bom sobre os sólidos platónicos e que resume tudo o que têm andado a trabalhar.

Foi recomendado que eles terminassem as fichas nº 3 e 4 para corrigir na próxima aula.

Os sólidos ficaram excelentes !!

Início da aula

Formação dos grupos de acordo com a formação da aula anterior!

Ajuda da turma toda a preparar a sala!

3) Recomendações da professora Cátia Belim.

18-10-2013

– Foi bom teres relembrado na ficha a diferença entre sólidos côncavos e convexos.

– Cuidado com os planos de aula, tenta fazê-los com mais antecedência.

– Bom dares tempo para cada etapa, pra não se perderem e teres recolhido antes das apresentações para ser justo.

– O esquema no quadro ....edro foi bom.

– Gostei do vídeo

1. Guião de construção dos sólidos platónicos

APEL – Associação Promotora do Ensino Livre

Matemática A - 10º ano

Ficha de Trabalho nº 4

Guião de construção dos sólidos platónicos

Unidade Temática – Módulo Inicial **Nome:** ___________________________

Tema – Sólidos Platónicos – Fórmula de Euler **Turma:** _____ **Data:** ____/____/____

Neste guião encontras todas as informações sobre o trabalho que o teu grupo terá de desenvolver, no âmbito do estudo dos **sólidos platónicos**.

Etapas definidas para este trabalho:

1. Construção e análise de um sólido platónico.
2. Preparação da apresentação do sólido platónico.
3. Apresentação do sólido platónico.
4. Resolução de uma ficha de trabalho.

Nota: Todas as etapas terão tempo limite que não poderá ser ultrapassado.

Para que compreendas na integra o que trabalho que terás de realizar com o teu grupo, tens ao teu dispor uma descrição detalhada das regras e objetivos para as três primeiras etapas.

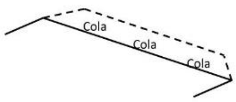
Sugestão: Um empreendedor define estratégias para vencer todos os desafios dentro dos prazos estipulados.

Descrição da etapa **1 – Construção e análise de um sólido platónico**

Lista de material disponível:

- ✓ Planificação do sólido platónico em cartolina;
- ✓ Cola.

Para esta primeira estapa dispões apenas de **20 minutos**.
Começa por construir o sólido platónico, utilizando a planificação em cartolina que foi previamente recortada e a cola. Tem em atenção que deverás unir as faces do sólido pelas abas já existentes na planificação, como indica a imagem.



Analisa o sólido platónico segundo a seguinte tabela:

Nome do Sólido Platónico	Nome dos polígonos das faces	Nº de Faces (F)	Nº de arestas (A)	Nº de vértices (V)	F + V

Descrição da etapa **2 – Preparação da apresentação do sólido platónico**

Lista de material disponível:

- ✓ Cartolina para a aprensentação com a planificação;
- ✓ Marcador.

Para esta estapa dispões apenas de **10 minutos**.

Agora que já construíste e analisaste um dos cinco sólidos platónicos, prepara uma pequena apresentação para os restantes colegas da turma. Utiliza a cartolina com a planificação e o marcador para construíres a tua apresentação. Na cartolina deverá estar todas as informações que observaste com a construção e análise do sólido. A estratégia da apresentação fica a teu critério, tem em atenção que a apresentação será de apenas **3 minutos**. Ao fim dos 10 minutos a cartolina e materiais que forem ser usados na apresentação serão recolhidas pelo professor.

Descrição da etapa **3 – Apresentação do sólido platónico**

Para esta estapa dispões apenas de **3 minutos**.

A apresentação deve conter todas as informações sobre o sólido. Deverá ser transmitido de forma clara e dentro do tempo disponível, aos restantes colegas da turma.

No final da apresentação serão colocadas no quadro pelo professor a cartolina da apresentação do sólido.

4. Ficha de trabalho nº4 e respetiva proposta de resolução

APEL – Associação Promotora do Ensino Livre

ESCOLA DA APEL

Matemática A - 10º ano

Ficha de Trabalho nº 4

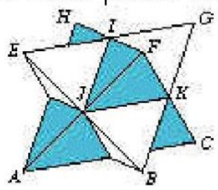
Unidade Temática – Módulo Inicial **Nome:** ____________________________

Tema – Sólidos Platónicos – Fórmula de Euler **Turma:** _____ **Data:** ____/____/____

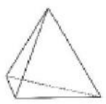
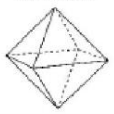
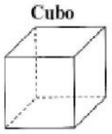
Relembrar:

- **Poliedros** são sólidos limitados por polígonos. Os **polígonos** são as **faces** do poliedro (são as figuras planas que o limitam), os **lados** dos polígonos são as **arestas** do poliedro (são os segmentos de reta que limitam as faces), e os **vértices** dos polígonos são os **vértices** do poliedro (são os pontos de encontro das arestas).
- Os poliedros podem ser ***convexos*** ou ***côncavos***. O poliedro é convexo se dados dois pontos no poliedro então qualquer ponto no segmento de reta entre esses pontos ainda pertence ao poliedro. Caso contrário, o poliedro diz-se côncavo.

Exemplo de um poliedro côncavo:



1) Os sólidos platónicos são poliedros convexos. De acordo com a apresentação dos sólidos platónicos e a ficha de trabalho sobre as amplitudes dos ângulos internos de um polígono, complete a tabela seguinte:

Sólido convexo	Nº de vértices (V)	Nº de faces (F)	Nº de arestas (A)	F + V	Nome dos polígonos da face	Amplitude de cada ângulo interno de uma face	Número de faces por vértices	Esboço plano das faces concorrentes em cada vértice	Soma dos ângulos que concorrem no mesmo vértice
Tetraedro 									
Octaedro 									
Icosaedro 									
Cubo 									
Dodecaedro 									

1.1) A cada um destes cinco sólidos podemos ainda atribuír o nome de poliedro regular convexo. Quais são as características destes sólidos?

1.2) Atendendo à tabela consegue estabelecer uma relação entre o número de faces, vértices e arestas para qualquer poliedro regular convexo?

1.3) Escolha um destes sólidos e esboce uma planificação do mesmo. Essa planificação é única?

1.4) Será que é possível formar um poliedro regular convexo, onde cada vértice é formado por seis triângulos equiláteros? E com quatro quadrados é possível? Justifique.

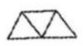
1.5) Porque é que existem apenas cinco sólidos platónicos? Será que existem outros poliedros regulares convexos?

Proposta de resolução:

1)

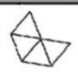
Sólido convexo
Tetraedro 

Nº de vértices (V)	Nº de faces (F)	Nº de arestas (A)	F + V	Nome dos polígonos da face
4	4	6	8	*Triângulos equiláteros*

Amplitude de cada ângulo interno de uma face	Número de faces por vértices	Esboço plano das faces concorrentes em cada vértice	Soma dos ângulos que concorrem no mesmo vértice
$180^\circ : 3 = 60^\circ$	3		$3\times 60^\circ = 180^\circ$

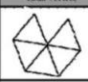
Sólido convexo
Octaedro 

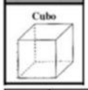
Nº de vértices (V)	Nº de faces (F)	Nº de arestas (A)	F + V	Nome dos polígonos da face
6	8	12	10	*Triângulos equiláteros*

Amplitude de cada ângulo interno de uma face	Número de faces por vértices	Esboço plano das faces concorrentes em cada vértice	Soma dos ângulos que concorrem no mesmo vértice
$180^\circ : 3 = 60^\circ$	4		$4\times 60^\circ = 240^\circ$

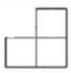
Sólido convexo
Icosaedro 

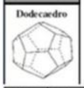
Nº de vértices (V)	Nº de faces (F)	Nº de arestas (A)	F + V	Nome dos polígonos da face
12	20	30	32	*Triângulos equiláteros*

Amplitude de cada ângulo interno de uma face	Número de faces por vértices	Esboço plano das faces concorrentes em cada vértice	Soma dos ângulos que concorrem no mesmo vértice
$180^\circ : 3 = 60^\circ$	5		$5\times 60^\circ = 300^\circ$

Sólido convexo
Cubo 

Nº de vértices (V)	Nº de faces (F)	Nº de arestas (A)	F + V	Nome dos polígonos da face
8	6	12	14	Quadrados

Amplitude de cada ângulo interno de uma face	Número de faces por vértices	Esboço plano das faces concorrentes em cada vértice	Soma dos ângulos que concorrem no mesmo vértice
$\frac{(4-2)\times 180^\circ}{4} = 90^\circ$	3		$3\times 90^\circ = 270^\circ$

Sólido convexo
Dodecaedro 

Nº de vértices (V)	Nº de faces (F)	Nº de arestas (A)	F + V	Nome dos polígonos da face
20	12	30	32	Pentágonos

Amplitude de cada ângulo interno de uma face	Número de faces por vértices	Esboço plano das faces concorrentes em cada vértice	Soma dos ângulos que concorrem no mesmo vértice
$\frac{(5-2)\times 180^\circ}{5} = 108^\circ$	3		$3\times 108^\circ = 324^\circ$

1.1) Algumas das características que poderão tirar acerca dos poliedros regulares:

- As faces são polígonos regulares geometricamente iguais;
- Os polígonos regulares que compõem as faces são apenas triângulos, quadrados e pentágonos;
- De cada vértice sai o mesmo número de faces;
- De cada vértice sai o mesmo número de arestas;
- A soma das amplitudes dos ângulos que concorrem no mesmo vértice é inferior a 360º;

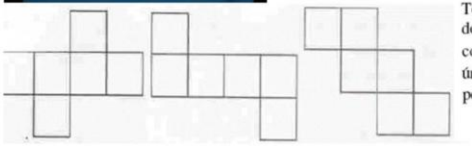
1.2) *"Relação de Euler" (P.25)*

*Em qualquer poliedro convexo, o número de faces **F**, o número de arestas **A** e o número de vértices **V** verificam a seguinte condição:*

$$F + V = A + 2$$

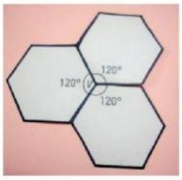
1.3)

Outra planificação do icosaedro



Todas estas planificações são do cubo o que nos permite concluir que não existe uma única planificação deste poliedro regular convexo.

1.4)



.: Não, pois nos vértices de um sólido convexo não pode concorrer 360° ou mais. Para que forme um vértice, os ângulos que concorrem no mesmo têm de ter menos de 360° ao todo.

1.5) A partir da observação dos poliedros e das respetivas planificações, encontramos uma justificação para a não existência de outros poliedros regulares.

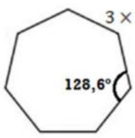
Sólido convexo	Número de faces por vértices	Esboço plano das faces concorrentes em cada vértice	Soma dos ângulos que concorrem no mesmo vértice
Tetraedro	3		$3\times 60^\circ = 180^\circ$
Cubo	3		$3\times 90^\circ = 270^\circ$
Octaedro	4		$4\times 60^\circ = 240^\circ$
Dodecaedro	3		$3\times 108^\circ = 324^\circ$
Icosaedro	5		$5\times 60^\circ = 300^\circ$

Em qualquer poliedro, o número mínimo de faces que concorrem no mesmo vértice é 3.

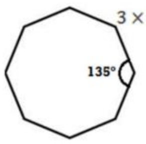
Por outro lado, pela alínea anterior verificámos que não é possível formar um vértice com hexágonos, pois se juntarmos 3 obtemos um ângulo ao centro de 360°, que é uma pavimentação.

Se considerarmos polígonos regulares com mais lados, como por exemplo, o heptágono (7 lados) e o octógono (oito lados), observamos que para o nº mínimo de polígonos 3 temos:

$3 \times 128{,}6^\circ = 385{,}8^\circ > 360^\circ$



$3 \times 135^\circ = 405^\circ > 360^\circ$

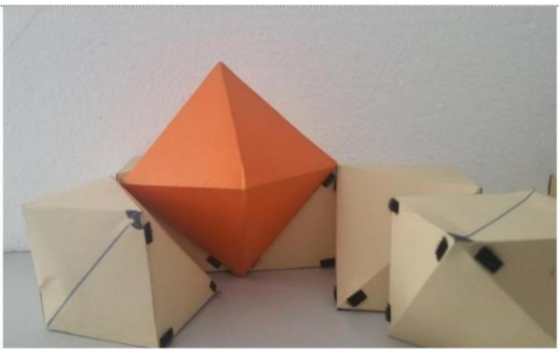


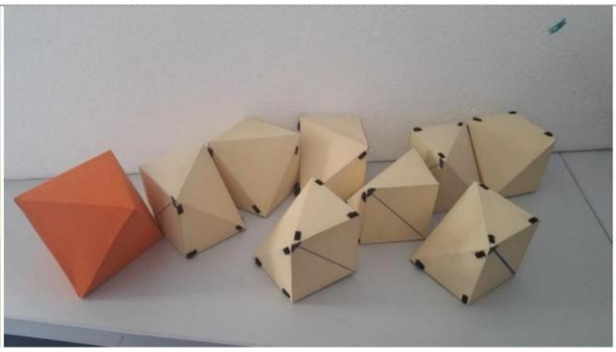
.: Quanto maior o nº de lados, maior a amplitude, logo será impossível construir um vértice.

.: Não outros existem poliedros regulares convexos para além dos cinco sólidos de Platão.

D.1.2. Plano de aula nº16 (23/10/2013).

D.1.2.1. Excerto do plano de aula nº16, páginas 6,7 e 12.





1. Pontos de interseção das diagonais de cada uma das faces.
2. Identificar os pontos de interseção:

* Ponto da face superior – A * Ponto da face inferior – B* Ponto da face anterior – C

* Ponto da face posterior – D* Ponto da face lateral esquerda – E* Ponto da face lateral direita – F

3. Construir os segmentos de recta:

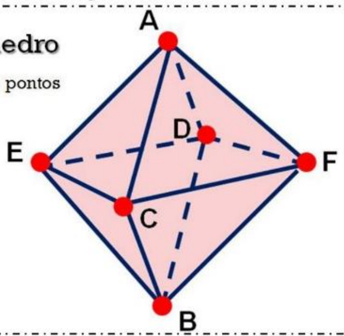
[AC], [AD], [AE], [AF], [BC], [BD], [BE], [BF], [ED], [EC], [CF] e [DF]

As questões **1.4)** e **1.5)** serão respondidas oralmente e com recurso ao powerpoint.

Exercícios: **Proposta de resolução:**

1.4) Que sólido obteve com a construção do dual do cubo?

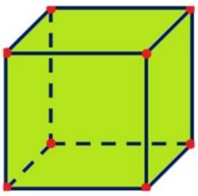
Dual do cubo é um **Octaedro** formado pela ligação dos pontos médios de cada face.



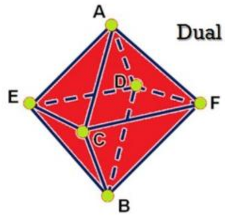
1.5) Que relação existe entre o cubo e o seu dual?

(**Sugestão:** Compare o número de faces, vértices e arestas dos dois sólidos)

Cubo



Dual do cubo - Octaedro



Ao analisarmos a figura podemos concluir que:

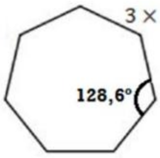
- o cubo e o octaedro têm o mesmo número de arestas;
- o número de faces do cubo é igual ao número de vértices do octaedro e vice-versa;
- o número de faces que concorrem em cada vértice do cubo é igual ao número de lados de cada face do octaedro.

De seguida, será dado algum tempo para os alunos resolverem as questões **2)** e **3)**. Estas

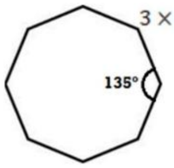
Por outro lado, pela alínea anterior verificámos que não é possível formar um vértice com hexágonos, pois se juntarmos 3 obtemos um ângulo ao centro de 360°, que é uma pavimentação.

Se considerarmos polígonos regulares com mais lados, como por exemplo, o heptágono (7 lados) e o octógono (oito lados), observamos que para o n° mínimo de polígonos 3 temos:

$3 \times 128{,}6° = 385{,}8° > 360°$



$3 \times 135° = 405° > 360°$



.: Quanto maior o n° de lados, maior a amplitude, logo será impossível construir um vértice.

.: Não outros existem poliedros regulares convexos para além dos cinco sólidos de Platão.

O professor fará referência ao contexto histórico, sugerindo uma leitura rápida do manual da página 52 (em anexo). Finda a correção das fichas de trabalho nº 3 e 4, deverá recomendar para **T.R.P.C.**, do manual, da página 69, o exercício 6 (em anexo).

O professor iniciará uma nova temática, o dual de um poliedro. Para tal, será entregue aos alunos a **ficha de trabalho nº 5**, cujas alíneas **1.1)**, **1.2)**, **1.3)**, **1.4)** e **1.5)** serão resolvidas pelo professor em paralelo com os alunos.

Com o auxílio ao dual do cubo (construído previamente), o octaedro, o professor resolverá as alíneas **1.1)**, **1.2)** e **1.3)**.

OBSERVAÇÕES:

Aula de aplicação do dual. Os alunos estavam muito entusiasmados e por isso a aula correu bem. Foi ótimo os alunos terem o material nas mãos e poderem observar na integre o que foi feito.

1)Observações em diário:

10º E (23/10)
Aula da aplicação do dual! estava tão entusiasmada acho que correu bem!
Foi ótimo terem ~~o~~ material nas mãos e poderem observar na íntegra o que foi feito acho muito melhor assim!
Perguntei aos alunos e eles também acharam que ~~…~~ tendo o material seria ~~…~~ melhor!

2)Recomendações professora Cátia Belim:

$\boxed{23 - 10 - 2013}$

- Foi bom dares tempo para eles se despacharem a passar a resolução, pois já a deviam ter feito na aula
- Foi bom ditares pra ser mais rápido
- Bom o esquema pra passarem $\underset{\text{vértices}}{V} + \underset{\text{faces}}{F} = \underset{\text{Arestas}}{A} + 2$
- Está muito bom o cubo com o seu dual (adorei)
- Deves insistir para que os alunos digam o nome dos sólidos, pois eles estão a dizer mal.
- Bom resolveres o 4, 3 da ficha

D.1.3. Plano de aula nº 17 (24/10/2013).

D.1.3.1. Excerto do plano de aula nº16, páginas 3 a 8, 13, 20 a 23.

8.2.2) o volume do dual do cubo.

8.2.2) $V_{octaedro} = \frac{1}{3} \times A_{base} \times altura \times 2 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow V_{octaedro} = \frac{1}{3} \times (\sqrt{2})^2 \times 3 \times 2 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow V_{octaedro} = 36\ cm^3$

ou

$V_{octaedro} = \frac{1}{6} \times V_{cubo} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow V_{octaedro} = \frac{1}{6} \times 216 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow V_{octaedro} = 36\ cm^3$

.: O volume do dual do cubo é $36\ cm^3$.

8.3) Determine o comprimento da aresta do cubo, sabendo que o dual tem um volume de 26 244 cm^3.

8.3) Seja x o comprimento da aresta do cubo, em centímetros:

$\frac{x^3}{6} = 26\,244 \Leftrightarrow x^3 = 157\,464 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x = \sqrt[3]{157\,464} \Leftrightarrow x = 54$ cm

A aresta do cubo mede 54 cm .

8.4) Considere que o octaedro tem 288 cm^3 de volume. Determine a área total do cubo.

8.4) $V_{octaedro} = 288\ cm^3$

$V_{octaedro} = \frac{1}{6} \times V_{cubo}$

$\Leftrightarrow 288 \times 6 = V_{cubo}$

$\Leftrightarrow V_{cubo} = 1728\ cm^3$

$\sqrt[3]{1728} = 12\ cm$

$A_{Total\ do\ cubo} = A_{base\ do\ cubo} + A_{lateral\ do\ cubo}$

$\Leftrightarrow A_{Total\ do\ cubo} = 6 \times A_{base\ do\ cubo}$

$\Leftrightarrow A_{Total\ do\ cubo} = 6 \times 12^2$

$\Leftrightarrow A_{Total\ do\ cubo} = 864\ cm^2$

.: A área total do cubo é $864\ cm^2$.

Após a resolução do exercício o professor deverá recordar a importância de os alunos fazerem a ficha de trabalho em questão. Deverá sugerir o exercício do manual que é relacionados com a temática dos sólidos platónicos, da página 69, o exercício 6 (em anexo).

Finda esta tarefa o professor deverá distribuir pelos alunos a ficha de trabalho nº 7. O professor irá iniciar uma nova temática, as secções no cubo, sendo assim, deverá recorrer ao material didático e ao powerpoint para em grande grupo desenvolver a ficha de trabalho nº 7.

As secções estarão organizadas em 4 grupos:

1. Triângulos (escaleno, isósceles, equilátero);
2. Quadriláteros (quadrado, retângulo, trapèzio e paralelogramo não retângulo);
3. Pentágonos (irregulares);
4. Hexágonos (regulare e irregulares);

O professor deverá estruturar a resolução de acordo com ao enunciado da ficha de trabalho.

Para cada alínea o professor deverá proceder da seguinte forma:

1. Mostrar o cubo correspondente sem cortes e identificar os pontos tal como o esquema do enunciado.

2. Intersetar o cubo com um plano (folha branca em anexo correspondente ao corte) nos pontos identificados.

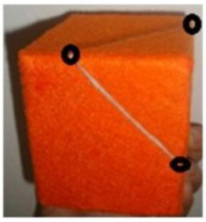
3. Apresentar os dois sólidos formados pelo corte e observar a secção obtida no cubo (através da folha de papel e da réplica da secção em cartolina plastificada).

4. Reproduzir no powerpoint a animação correspondente.

Ficha de trabalho nº 7

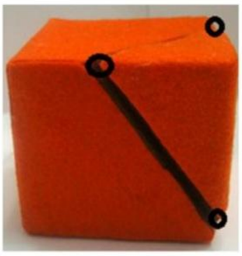
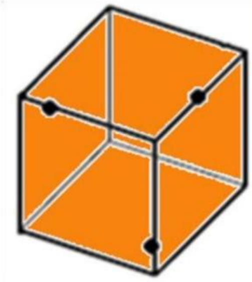
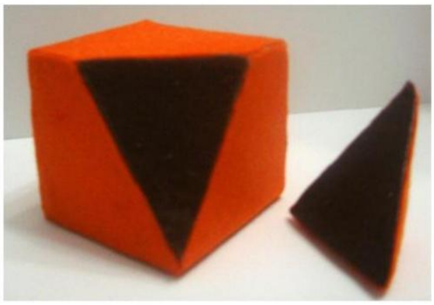
(Enunciado em anexo)

Proposta de resolução: Triângulo equilátero



Identificação da secção	Posição do plano de corte	Desenho da secção
 Triângulo equilátero	O plano intersecta três faces do cubo e é paralelo a três diagonais faciais (ou é perpendicular a uma diagonal espacial).	

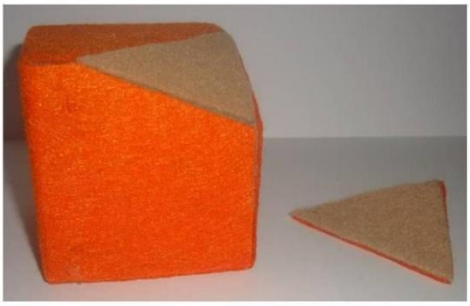
Triângulo isósceles

Identificação da secção	Posição do plano de corte	Desenho da secção
 Triângulo isósceles	O plano intersecta três faces do cubo e é paralelo a uma diagonal facial.	

Triângulo escalenos



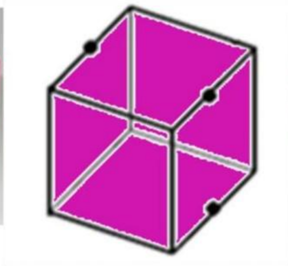
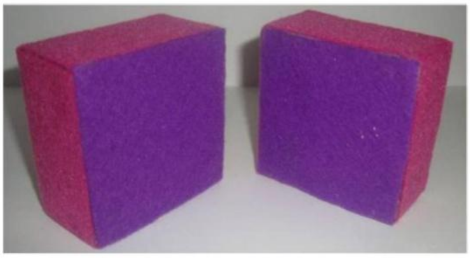
Identificação da secção	Posição do plano de corte	Desenho da secção
 Triângulo escaleno	O plano intersecta três faces do cubo e não é paralelo a nenhuma diagonal facial.	

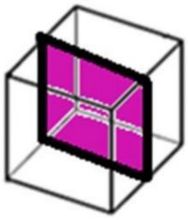
.: Se o plano intersectar **três faces** do cubo, a secção é um **TRIÂNGULO** .

Quadriláteros:

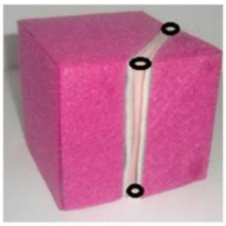
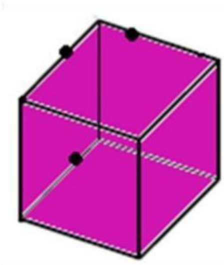
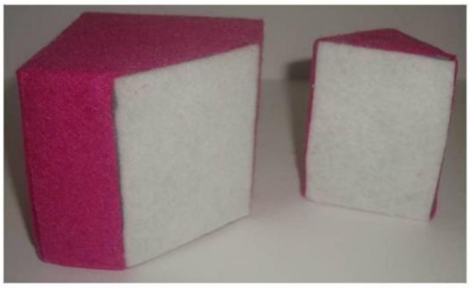
Quadrado

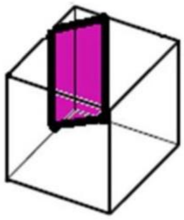


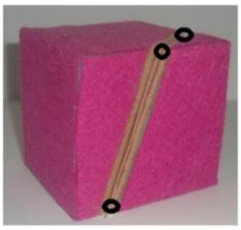
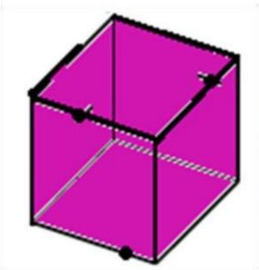
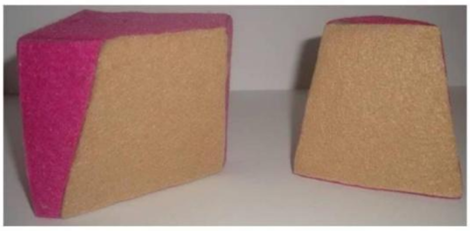
Identificação da secção	Posição do plano de corte	Desenho da secção
 Quadrado	O plano intersecta quatro faces do cubo e é paralelo a uma face.	

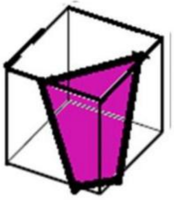
Retângulo

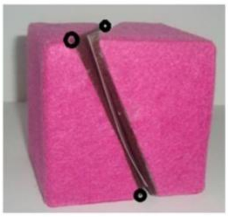
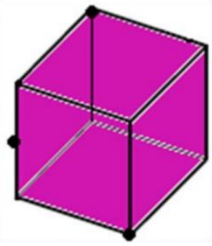
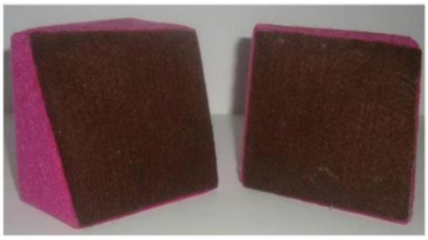
Identificação da secção	Posição do plano de corte	Desenho da secção
 Retângulo	O plano intersecta quatro faces do cubo e é paralelo a uma aresta. e ____________ a uma diagonal espacial).	

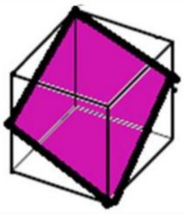
Trapézio

Identificação da secção	Posição do plano de corte	Desenho da secção
 Trapézio	O plano intersecta quatro faces do cubo, mas só duas são paralelas e é oblíquo relativamente a duas delas.	

Losango

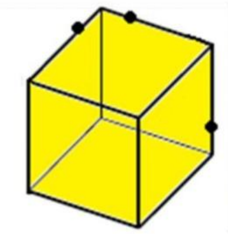





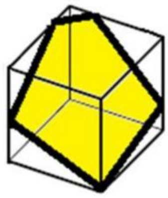
Identificação da secção	Posição do plano de corte	Desenho da secção
 Losango	O plano intersecta quatro faces do cubo e contém uma diagonal espacial.	

.: Se o plano intersectar **quatro faces** do cubo, a secção é um **QUADRILÁTERO** .

Pentágono



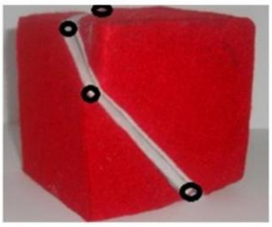
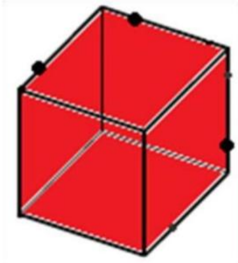
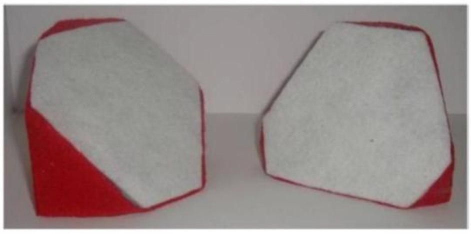


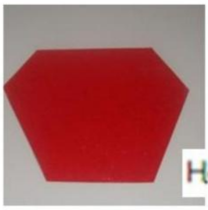
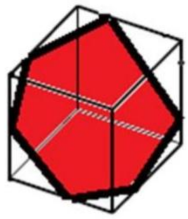

Identificação da secção	Posição do plano de corte	Desenho da secção
 Pentágono	O plano intersecta cinco faces do cubo.	

.: Se o plano intersectar **cinco faces** do cubo, a secção é um **PENTÁGONO**.

Hexágonos:

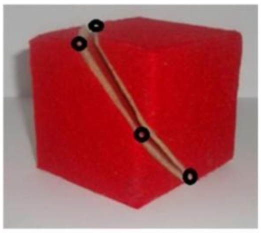
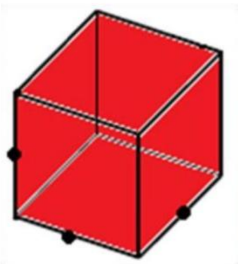
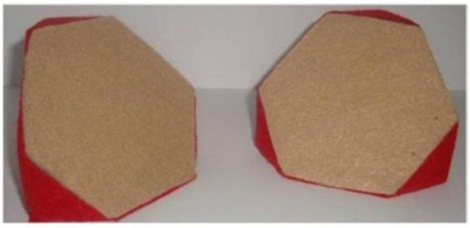
Hexágono irregular

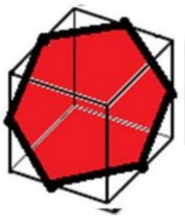
   

Identificação da secção	Posição do plano de corte	Desenho da secção
 Hexágono	O plano intersecta seis faces do cubo.	

.: Se o plano intersectar **seis faces** do cubo, a secção é um HEXÁGONO.

Hexágono regular

Identificação da secção	Posição do plano de corte	Desenho da secção
 Hexágono regular	O plano intersecta seis faces do cubo, passando pelos pontos médios das arestas.	

.: Se o plano intersectar **seis faces** do cubo nos seus pontos médios,

a secção é um HEXÁGONO REGULAR.

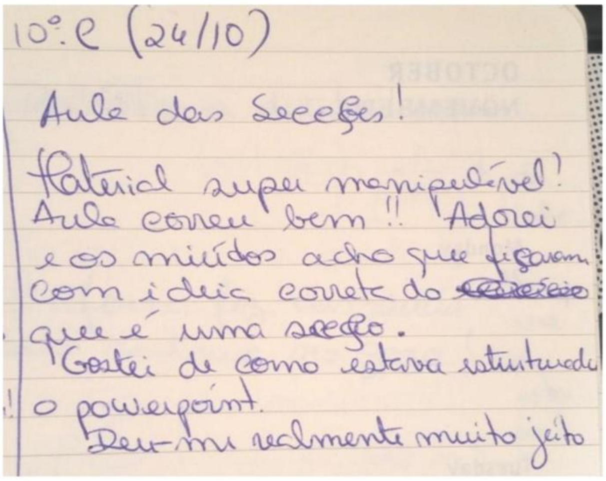
OBSERVAÇÕES:

A matéria dada na aula foi secções, sendo que foi utlizado material super manipulável.

Os alunos responderam bem aos conteúdos, especificamente conseguiram ver com se obtém as secções.

Com estrutura do powerpoint estava boa, sendo que o professor utilizou-a da melhor maneira.

1) Observações em diário:



10º E (24/10)

Aula das Secções!

Material super manipulável!

Aula correu bem!! Adorei

e os miúdos acho que ficaram

com ideia correta do ~~[illegible]~~

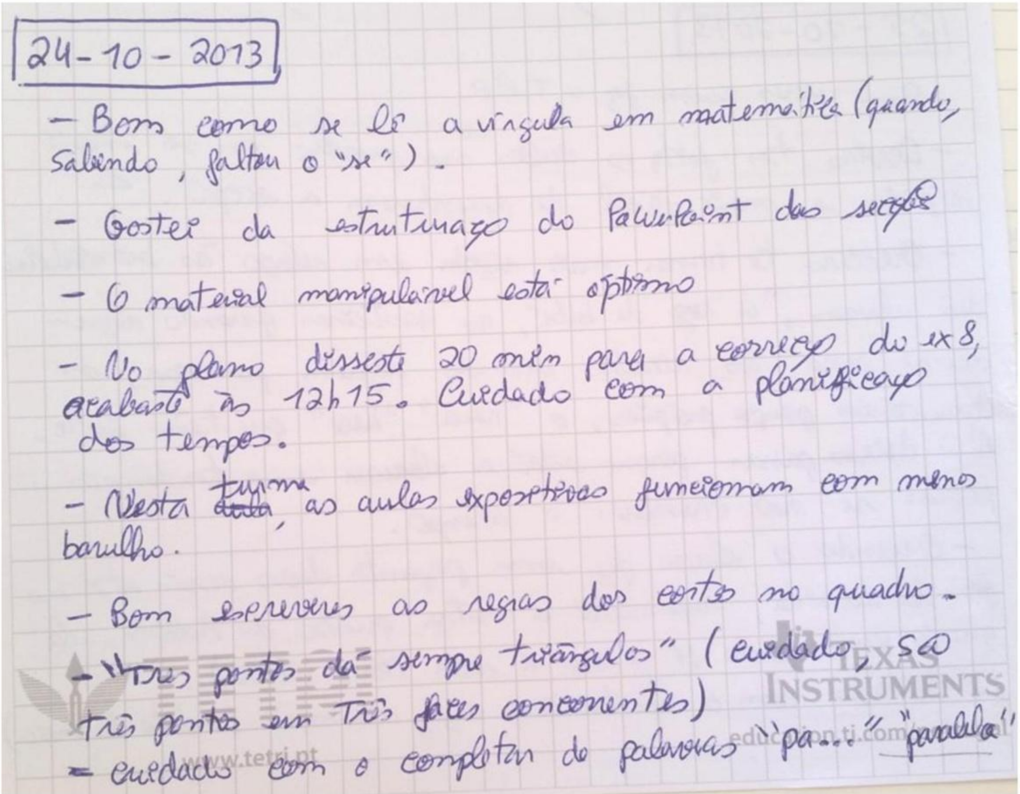
que é uma secção.

Gostei de como estava estruturado

o powerpoint.

Deu-me realmente muito jeito

2) Recomendações professora Cátia Belim



24-10-2013

- Bom como se lê a vírgula em matemática (quando, sabendo, faltou o "se").
- Gostei da estruturação do PowerPoint das secções
- O material manipulável está óptimo
- No plano disseste 20 min para a correção do ex 8, acabaste às 12h15. Cuidado com a planificação dos tempos.
- Nesta ~~aula~~ turma, as aulas expositivas funcionam com menos barulho.
- Bom escreveres as regras dos cortes no quadro.
- "Três pontos dá sempre triângulos" (cuidado, são três pontos em três faces concorrentes)
- cuidado com o completar de palavras "pa..." "paralela"

APEL – Associação Promotora do Ensino Livre

Matemática A - 10º ano

Ficha de Trabalho nº 7

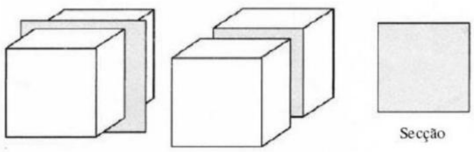
Unidade Temática – Resolução de problemas de geometria **Nome:** ______________________________
Tema – Secções no cubo **Turma:** _____ **Data:** ____/____/____

Relembrar:

- Dois pontos definem uma reta.
- Dois planos concorrentes intersetam-se segundo uma reta.
- Um plano interseta dois planos paralelos segundo duas retas paralelas.

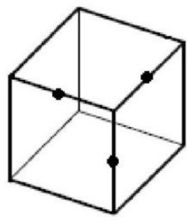
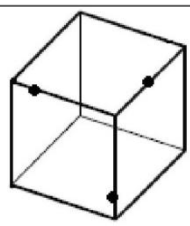
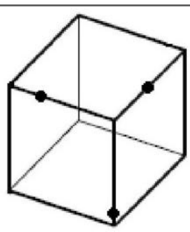
Secção

Quando se corta um sólido por um plano, a interseção obtida é um polígono. A esse polígono denominamos por **secção** (ou corte) e o plano de corte divide o sólido em dois sólidos. Por exemplo, se o plano de corte for paralelo a uma das faces do cubo, a secção que obtemos é um quadrado.



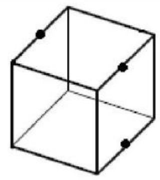
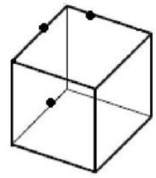
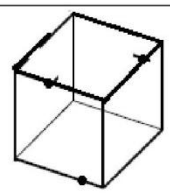
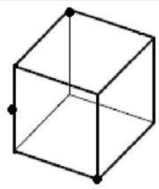
1) Una os pontos do cubo de forma a obter os cortes do cubo e complete:

I - O plano interseta três faces

Identificação da secção	Posição do plano de corte	Desenho da secção
	O plano interseta ____ faces do cubo e é ______________ a ____ diagonais faciais (ou é _____________ a uma diagonal espacial).	
	O plano interseta ____ faces do cubo e é ______________ a ____ diagonal facial.	
	O plano interseta ____ faces do cubo e não é ______________ a nenhuma diagonal facial.	

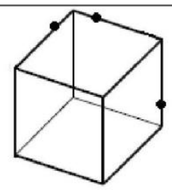
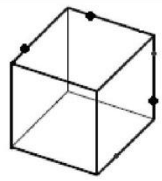
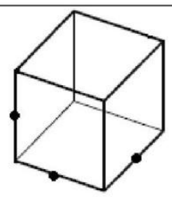
.: Se o plano intersetar **três faces** do cubo, a secção é um ________________________ .

II - O plano interseta quatro faces

Identificação da secção	Posição do plano de corte	Desenho da secção
	O plano interseta _______ faces do cubo e é _____________ a _____ face.	
	O plano interseta ______ faces do cubo e é ____________ a _____ aresta.	
	O plano interseta _______ faces do cubo mas só duas são ____________ e é _____________ relativamente a duas delas.	
	O plano interseta ________ faces do cubo e contém ______ diagonal espacial.	

.: Se o plano intersetar **quatro faces** do cubo, a secção é um ________________________ .

III - O plano interseta mais de quatro faces

Identificação da secção	Posição do plano de corte	Desenho da secção
	O plano interseta ________ faces do cubo.	
	O plano interseta ________ faces do cubo.	
	O plano interseta _______ faces do cubo passando pelos pontos ________ das arestas.	

.:Se o plano intersetar **cinco faces** do cubo, a secção é um ________________________.

.:Se o plano intersetar **seis faces** do cubo, a secção é um ________________________.

.:Se o plano intersetar **seis faces** do cubo nos seus pontos médios, a secção é um ________________.

<u>Proposta de resolução</u> (Ficha de trabalho nº 7)

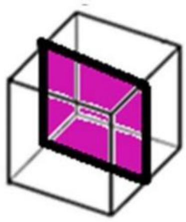
1)

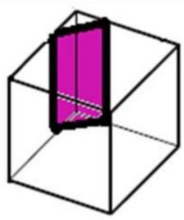
Identificação da secção	Posição do plano de corte	Desenho da secção
 Triângulo equilátero	O plano intersecta três faces do cubo e é paralelo a três diagonais faciais (ou é perpendicular a uma diagonal espacial).	

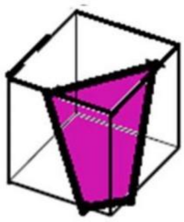
Identificação da secção	Posição do plano de corte	Desenho da secção
 Triângulo isósceles	O plano intersecta três faces do cubo e é paralelo a uma diagonal facial.	

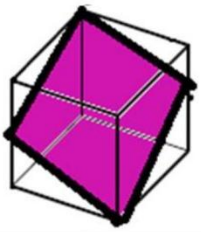
Identificação da secção	Posição do plano de corte	Desenho da secção
 Triângulo escaleno	O plano intersecta três faces do cubo e não é paralelo a nenhuma diagonal facial.	

.: Se o plano intersectar **três faces** do cubo, a secção é um TRIÂNGULO .

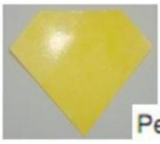
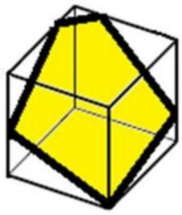
Identificação da secção	Posição do plano de corte	Desenho da secção
 Quadrado	O plano intersecta quatro faces do cubo e é paralelo a uma face.	

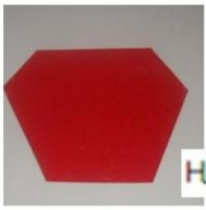
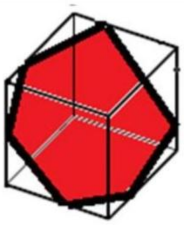
Identificação da secção	Posição do plano de corte	Desenho da secção
 Retângulo	O plano intersecta quatro faces do cubo e é paralelo a uma aresta. e ____________ a uma diagonal espacial).	

Identificação da secção	Posição do plano de corte	Desenho da secção
 Trapézio	O plano intersecta quatro faces do cubo, mas só duas são paralelas e é oblíquo relativamente a duas delas.	

Identificação da secção	Posição do plano de corte	Desenho da secção
 Losango	O plano intersecta quatro faces do cubo e contém uma diagonal espacial.	

.: Se o plano intersectar **quatro faces** do cubo, a secção é um QUADRILÁTERO.

Identificação da secção	Posição do plano de corte	Desenho da secção
 Pentágono	O plano intersecta cinco faces do cubo.	

Identificação da secção	Posição do plano de corte	Desenho da secção
 Hexágono	O plano intersecta seis faces do cubo.	

Identificação da secção	Posição do plano de corte	Desenho da secção
 Hexágono regular	O plano intersecta seis faces do cubo, passando pelos pontos médios das arestas.	

.: Se o plano intersectar **cinco faces** do cubo, a secção é um PENTÁGONO.

.: Se o plano intersectar **seis faces** do cubo, a secção é um HEXÁGONO.

.: Se o plano intersectar **seis faces** do cubo nos seus pontos médios,

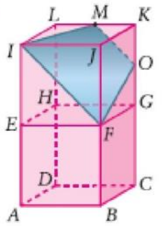
a secção é um HEXÁGONO REGULAR

D.1.4. Plano de aula nº 20 (31/10/2013).

D.1.4.1 Excerto do plano de aula nº20, página 3, 4, 5 e 8.

Proposta de resolução:

2.6



Trata-se do trapézio [*FIMO*]

$P_{[FIMO]} = \overline{IF} + \overline{FO} + \overline{OM} + \overline{IM}$

$\overline{IF}^2 = 5^2 + 5^2$
$\overline{IF}^2 = 25 + 25$
$\overline{IF}^2 = 50$
$\overline{IF} = 5\sqrt{2}$
$\overline{IM} = \overline{FO}$

$\overline{MO}^2 = 2{,}5^2 + 2{,}5^2$
$\overline{MO}^2 = 6{,}25 + 6{,}25$
$\overline{MO}^2 = 12{,}5$
$\overline{MO} = \sqrt{12{,}5}$

$\overline{IM}^2 = 5^2 + 2{,}5^2$
$\overline{IM}^2 = 25 + 6{,}25$
$\overline{IM}^2 = 31{,}25$
$\overline{IM} = \sqrt{31{,}25}$

Assim, vem que:

$P_{[FIMO]} = 5\sqrt{2} + 2 \times \sqrt{31{,}25} + \sqrt{12{,}5}$

$\approx 21{,}8$ cm

2.7 Se a base é a mesma e a altura também, basta fazer:

$V_{\text{pirâmide}} = \frac{1}{3} A_{\text{base}} \times \text{altura}$

$V_{\text{pirâmide}} = \frac{1}{3} V_{\text{prisma}}$

$\frac{V_{\text{prisma}}}{V_{\text{pirâmide}}} = 3$

2.8 Por exemplo:

a) *AB* e *FB*;
b) *AB* e *LB*;
c) *AB* e *HG*;
d) *AB* e *HF*.

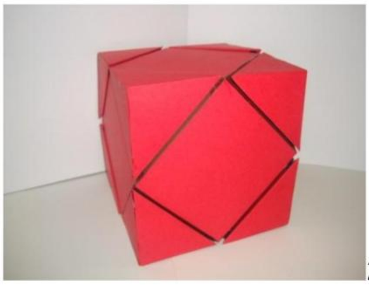
2.9 Por exemplo:

a) *EG* e *ABC*;
b) *DB* e *ABC*;
c) *FB* e *ABC*;
d) *FD* e *ABC*.

Assim que terminar a correção do exercício proposto, o professor deverá resolver do manual, da página 65, o exercício 2, e incluir duas alíneas. As alíneas serão projetadas e os alunos deverão passar o enunciado para o caderno.

Para este exercício o professor terá ao seu dispor um exemplar em cartolina dos sólidos utilizados no exercício.

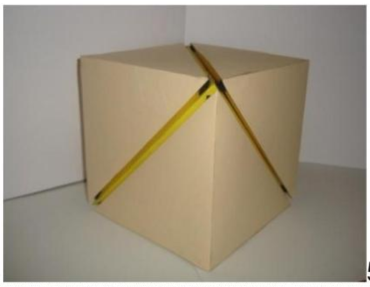
Para alínea **4.1)**

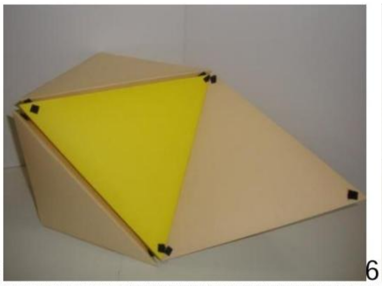

1

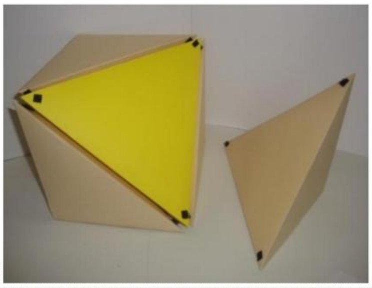

2


3

Para alínea **4.2)**


4


5


6

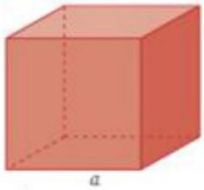
Os alunos deverão ser relembrados sobre a forma de resolver um exercício de mostre que, deverão ainda ser alertados para o facto, destes exercícios, serem típicos de exame e importantes para o teste.

(Manual) P.65

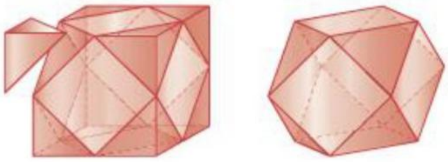
Exercício:

4 Truncatura de um cubo

Considere um cubo de aresta a.



4.1 Truncando o cubo por sucessivos cortes de planos que passam nos pontos médios das arestas convergentes em cada vértice obteve-se o poliedro representado na figura:



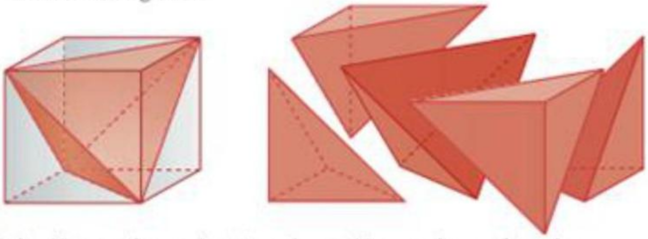
As faces do poliedro assim obtido – o cuboctaedro – são formadas por quadrados e triângulos equiláteros.

Mostre que o volume, V, do cuboctaedro é dado, em função da aresta a, do cubo, por $V = \frac{5}{6}a^3$.

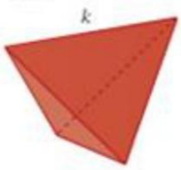
O professor deverá acrescentar a seguinte alínea:

4.1.1) Considerando que o volume do cubo é igual a $512\ cm^3$. Determine o volume do cubocatedro obtido por truncatura do cubo segundo as condições da alínea anterior. Arrendonde às unidades.

4.2 Considerando uma diagonal em cada face do cubo de modo que concorram três a três em quatro vértices, obtemos as arestas de um tetraedro regular.



Seja V_T o volume do tetraedro e V_C o volume do cubo.

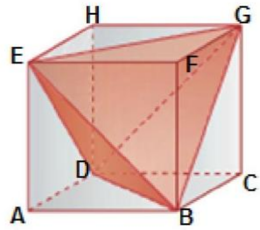


a) Mostre que $V_T = \frac{V_C}{3}$.

b) Verifique que o volume do tetraedro é dado, em função da sua aresta k, por

$$V = \frac{\sqrt{2}}{12}k^3.$$

O professor deverá acrescentar a seguinte alínea:



c) Sabendo que $\overline{AB} = 4\ cm$.

Determine o volume da pirâmide $[EBFG]$ e, de seguida, determine a altura da pirâmide relativa à base $[EBG]$.

Proposta de resolução:

Pág. 65

4.1 $V_{\text{pirâmide}} = \frac{1}{3} \times \frac{\frac{a}{2} \times \frac{a}{2}}{2} \times \frac{a}{2} = \frac{1}{3} \times \frac{a^2}{8} \times \frac{a}{2} = \frac{a^3}{48}$

$V_{\text{cubo octaedro}} = V_{\text{cubo}} - 8V_{\text{pirâmide}} = a^3 - 8 \times \frac{a^3}{48} =$

$= a^3 - \frac{a^3}{6} = \frac{5a^3}{6}$ c. q. v.

4.1.1

$V_{cubo} = a^3$

$V_{cuboctaedro} = \frac{5a^3}{6} \Leftrightarrow V_{cuboctaedro} = \frac{5 \times V_{cubo}}{6} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow V_{cuboctaedro} = \frac{5 \times 512}{6} = \frac{1280}{3} \approx 427\ cm^3$

4.2 a) $V_{\text{cubo}} = a^3$

$V_{\text{pirâmide}} = \frac{1}{3} \times \frac{a \times a}{2} \times a = \frac{a^3}{6}$

$V_T = V_{\text{cubo}} - 4\ V_{\text{pirâmide}} = a^3 - 4 \times \frac{a^3}{6} =$

$= a^3 - \frac{2a^3}{3} = \frac{3a^3 - 2a^3}{3} = \frac{a^3}{3}$

Logo, $V_T = \frac{V_C}{3}$.

b) k é igual à diagonal facial do cubo.

$k^2 = a^2 + a^2$

$k = \sqrt{2a^2}$

$k = \sqrt{2}a \Leftrightarrow a = \frac{k}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow a = \frac{\sqrt{2}}{2}k$

$V_T = \frac{1}{3}a^3 = \frac{1}{3}\left(\frac{\sqrt{2}}{2}k\right)^3 = \frac{1}{3} \times \frac{(\sqrt{2})^3}{8} \times k^3$

$V_T = \frac{1}{3} \times \frac{2\sqrt{2}}{8}k^3$

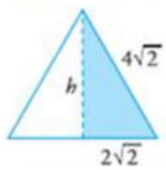
$V_T = \frac{\sqrt{2}}{12}k^3$

c) Volume da pirâmide $[EBFG] = \frac{1}{3} \times$ área da base $\times$ altura $=$

$= \frac{1}{3} \times A_{[EBF]} \times \overline{FG} = \frac{1}{3} \times \frac{4 \times 4}{2} \times 4 = \frac{32}{3}\ cm^3$

$V = \frac{32}{3}\ cm^3$

$[EBG]$ é um triângulo equilátero de lado igual a $4\sqrt{2}$. Seja h a altura deste triângulo.



$h^2 + (2\sqrt{2})^2 = (4\sqrt{2})^2$

$h^2 = 32 - 8$

$h = \sqrt{24}$

$h = 2\sqrt{6}$

$A_{[EBG]} = \frac{4\sqrt{2} \times \cancel{2}\sqrt{6}}{\cancel{2}} = 4\sqrt{12} = 8\sqrt{3}\ cm^2$

$A_{\text{base}} = 8\sqrt{3}\ cm^2$

Seja a a altura da pirâmide $[EBFG]$ relativa à base $[EBG]$.

$V_{\text{pirâmide}} = \frac{1}{3}A_{\text{base}} \times a \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \frac{32}{3} = \frac{1}{3} \times 8\sqrt{3} \times a \Leftrightarrow a = \frac{32}{8\sqrt{3}} \Leftrightarrow a = \frac{4}{\sqrt{3}} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow a = \frac{4\sqrt{3}}{3}$ cm

Prevê-se pelo menos 50 minutos da aula para a resolução dos dois exercícios anteriores.

O professor à partida, irá dispor de pelo menos 30 minutos de aula, sendo assim deverá resolver do manual, da página **67**, o exercício **2**.

Deverá ser resolvido em grande grupo no quadro pelo professor.

(Manual) P.67

Exercício:

Proposta de resolução:

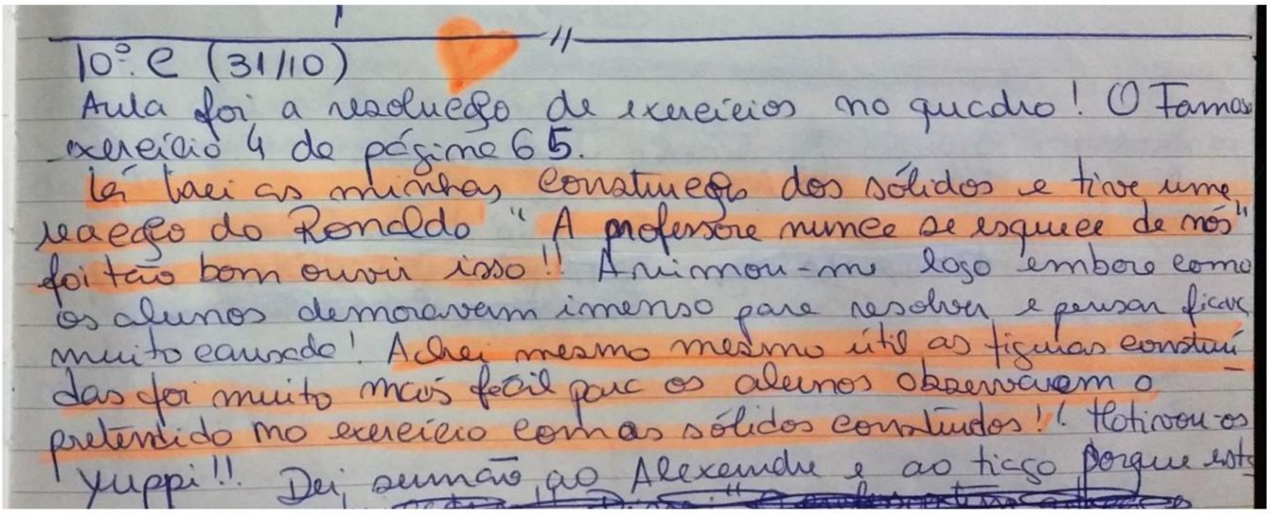
OBSERVAÇÕES:

A aula teve início com a professora Cátia Belim a distribuir papéis com informações, sendo que demorou cerca de 20 minutos.

Em seguida corrigiu-se o T.R.P.C. Foi perguntado aos aulos se realizaram a ficha que tinha sido sugerida.

Procedeu-se para a resolução dos exercícios com recurso aos materiais manipuláveis.

Observações em diário:



10º.E (31/10)
Aula foi a resolução de exercícios no quadro! O Famoso exercício 4 da página 65.
Lá levei as minhas construções dos sólidos e tive uma reação do Ronaldo "A professora nunca se esquece de nós" foi tão bom ouvir isso!! Animou-me logo embora como os alunos demoravam imenso para resolver e pensar fiquei muito cansada! Achei mesmo mesmo útil as figuras construídas foi muito mais fácil para os alunos observarem o pretendido no exercício com as sólidos construídos!! Motivou-os yuppi!! Dei sumário ao Alexandre e ao Tiago porque esta

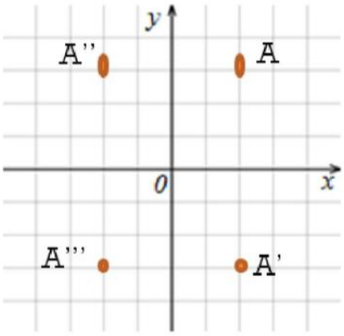
Nota:

No final da aula, alguns alunos já não estavam com um comportamento aceitável.

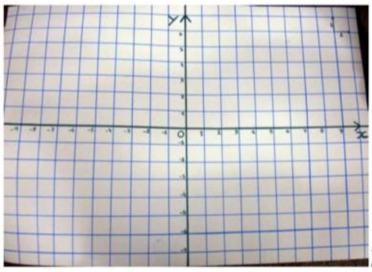
D.1.5. Plano de aula nº 21 (01/11/2013).

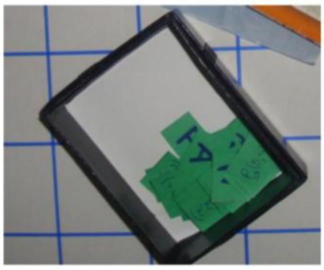
D.1.5.1. Excerto do plano de aula nº21, páginas 7, 8 e 10.

- Representa no referencial ortonormado o ponto A e os respectivos pontos simétricos:

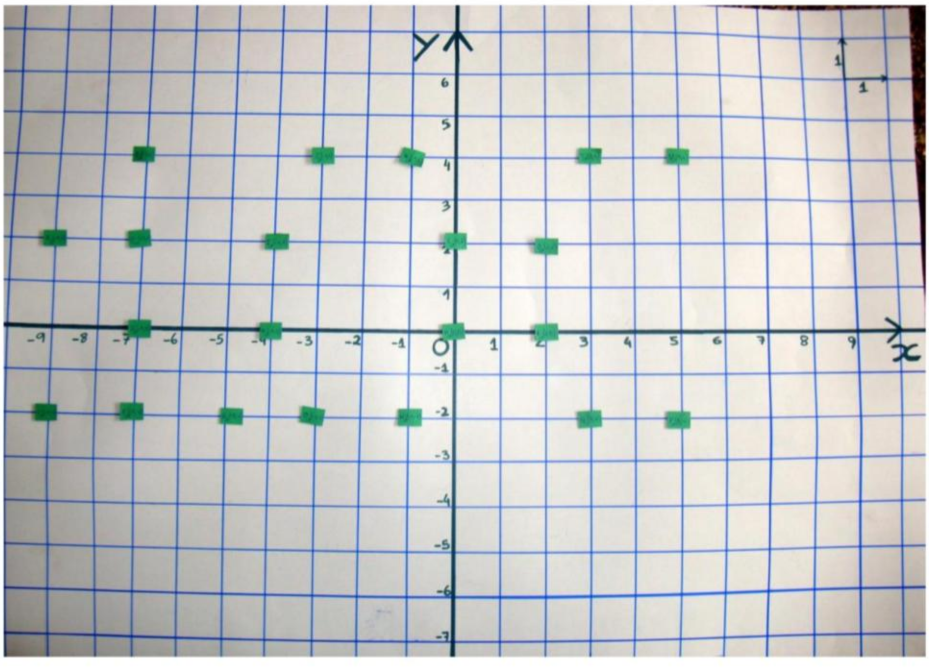


Posto isto, para introduzir os conceitos de conjuntos e condições no plano os alunos irão marcar pontos no referencial através de uma dinâmica com os seguintes materias:

1 
2 

3 

Será colocado no quadro a cartolina (imagem 1) e tendo 21 pontos na caixa (imagem 3) em papéis verdes, com o recurso ao bostik (imagem 2) os alunos irão, um a um, ao quadro identificar e marcar o ponto que retiraram da caixa, no final obterão os pontos no referencial tal como a figura abaixo.



A resolução da supracitada tarefa terá como objetivo verificar individualmente se os alunos

Página **7** de **29**

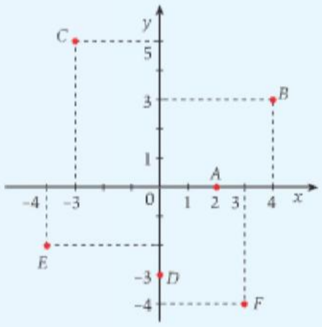
saberão ou não identificar e marcar coordenadas no plano cartesiano. Os pontos marcados no referencial construído em cartolina serão o ponto de arranque da próxima aula em que será colocado uma questão diretamente focada para "conjuntos e condições no plano", que será projetada.

O professor deverá recomendar aos alunos do manual, da página **79** o exercício **1** para **T. R. P.C.**. Caso este disponha de algum tempo de aula poderá resolver em grande grupo de modo a que o professor consiga identificar as dificuldades de cada aluno e possa desse modo trabalhar no sentido de as colmatar.

(Manual) P.79

Exercícios:

1 Observe o referencial representado na figura.



1.1 Escreva as coordenadas dos pontos A, B, C, D, E e F.

1.2 Escreva as coordenadas dos pontos A', B', C', D', E' e F', simétricos relativamente ao eixo Ox, respetivamente de A, B, C, D, E e F.

1.3 Escreva as coordenadas dos pontos A'', B'', C'', D'', E'' e F'', simétricos relativamente ao eixo Oy, respetivamente de A, B, C, D, E e F.

1.4 Sendo $[AD]$ o lado de um losango, determine as coordenadas dos outros dois vértices. Indique duas soluções possíveis.

Proposta de resolução:

Pág. 79

1.1 $A(2, 0)$; $B(4, 3)$; $C(-3, 5)$; $D(0, -3)$; $E(-4, -2)$ e $F(3, -4)$.

1.2 $A'(2, 0)$; $B'(4, -3)$; $C'(-3, -5)$; $D'(0, 3)$; $E'(-4, 2)$; e $F'(3, 4)$.

1.3 $A''(-2, 0)$; $B''(-4, 3)$; $C''(3, 5)$; $D''(0, -3)$; $E''(4, -2)$ e $F''(-3, -4)$.

1.4 1.º caso: $(-2, 0)$ e $(0, 3)$.

2.º caso: $(4, -3)$ e $(2, -6)$, por exemplo.

O professor deverá colocar no quadro a lista de exercícios para **T.R.P.C.**, pois para a semana os alunos farão o teste de avaliação.

- ✓ **Manual, p. 67, exercício 3;**
- ✓ **Caderno de atividades, p. 9, exercício 12 e 13;**
- ✓ **Caderno de atividades, p.10, exercício 14 e 15;**
- ✓ **Caderno de atividades, p.12, exercício 19.**

Os alunos deverão ser relembrados sobre a importância da sala de apoio, pois, será o último dia

OBSERVAÇÕES:

Os alunos apresentaram algumas dúvidas na resolução da alínea que foi acrescentada ao exercício 4 da página 65.

Já em relação à nova temática, os alunos mostraram estar à vontade e recordaram alguns conceitos lecionados em anos anteriores.

Não foi possível resolver do manual, da página 79 o exercício 1, sendo assim na próxima aula nº 22 será recomendado para **T. R. P. C.**

D.1.6. Plano de aula nº 22 (06/11/2013).

D.1.6.1. Excerto do plano de aula nº22, páginas 2, 3 e 14.

MATERIAL:

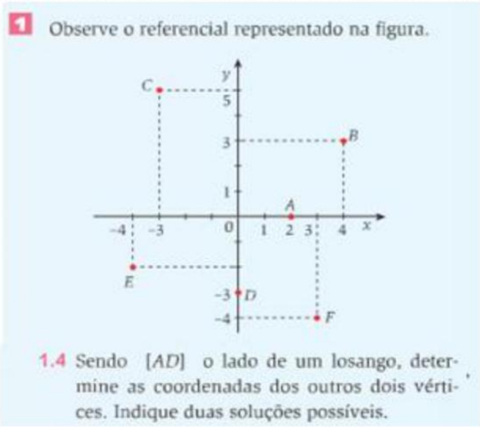
- Anexo ficha de trabalho nº 8
- Calculadora
- Computador (c/internet)
- Correção da ficha de trabalho nº 8 (Powerpoint)
- Ficha de trabalho nº 8
- Manual
- Material didático – Referenciais cartesianos
- Projetor
- Régua, esquadro e transferidor de quadro

DESENVOLVIMENTO DA AULA:

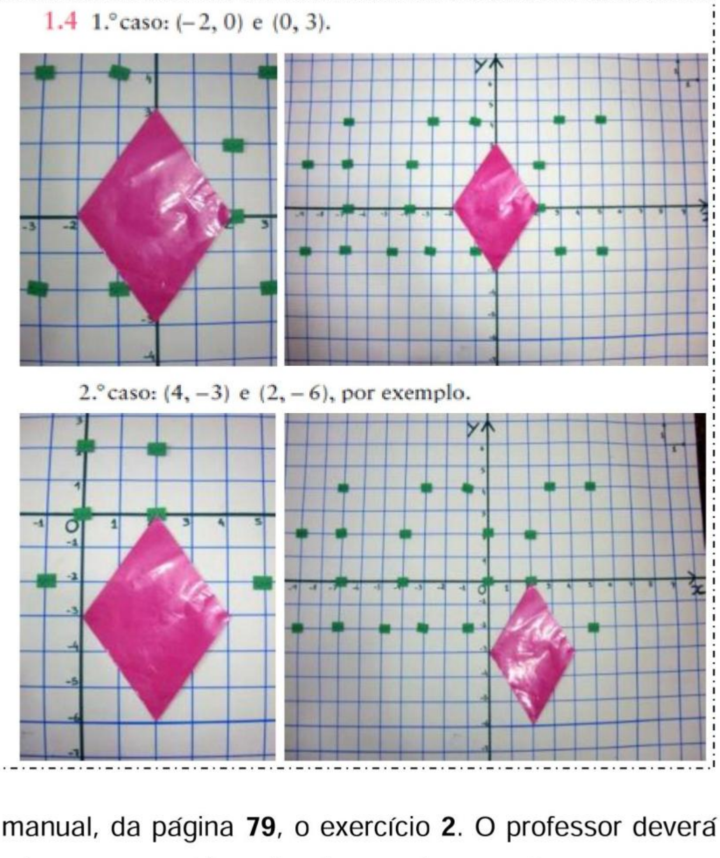
A aula terá início com a resolução do manual, da página **79** do exercício **1**, a alínea **1.4)**. O professor deverá recomendar para **T. R. P.C.** as restantes alíneas do exercício. O professor deverá resolver em grande grupo e com recurso ao referencial em cartolina (utilizado na aula anterior nº 21) previamente colocado no quadro e registar as coordenadas no quadro.

(Manual) P.79

Exercícios:



Proposta de resolução:



De seguida, os alunos irão resolver do manual, da página **79**, o exercício **2**. O professor deverá dar algum tempo para que os alunos resolvam o exercício e depois questionar oralmente como o fizeram.

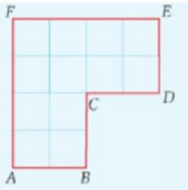
A resolução deverá ser feita utilizando o acetato para mostrar as respostas obtidas pelos alunos no referencial em cartolina que já se encontra no quadro, como demostra na proposta de resolução a baixo.

(Manual) P.79

Exercícios:

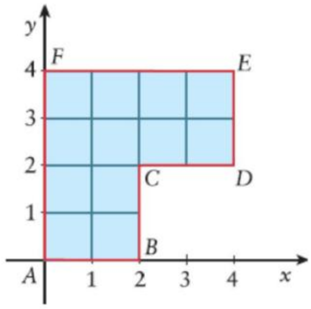
2 Desenhe um referencial onde seja fácil definir as coordenadas dos vértices da figura ao lado.

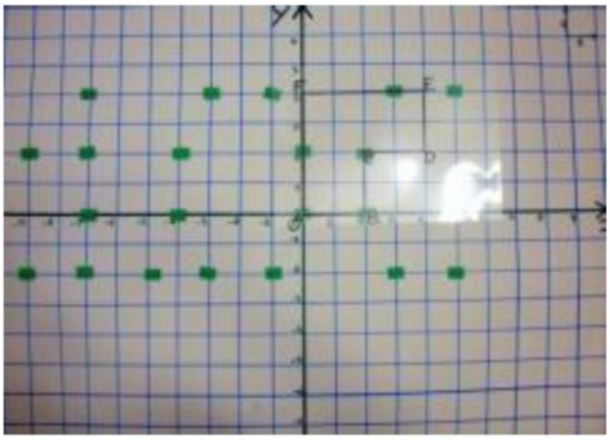
Compare a sua resposta com a dos seus colegas.

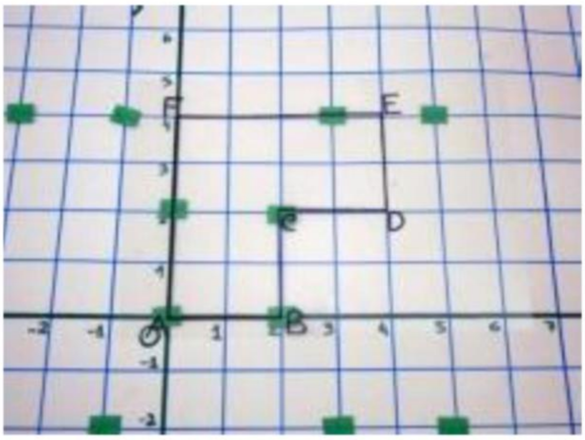


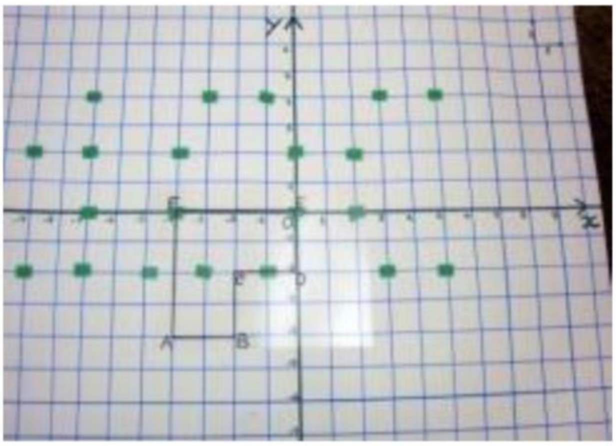
Proposta de resolução:

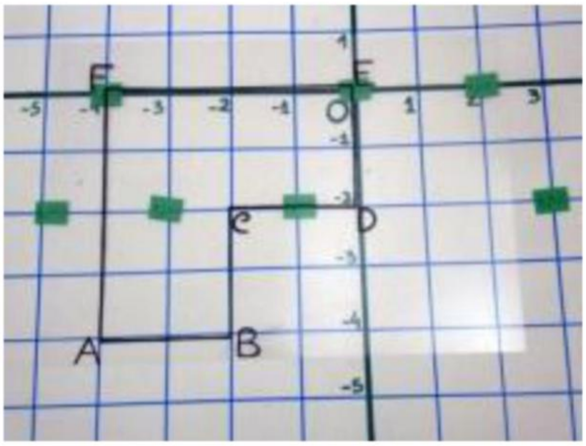
2. Por exemplo:











OBSERVAÇÕES:

Os alunos responderam rapidamente aos exercícios 1 e 2 da página 79. No entanto, apresentaram muitas dúvidas no que diz respeito à resolução de sistemas e equações. O exercício 3 e 4 da página 79 fez com que os alunos não conseguissem explorar os conteúdos que estavam destinados para a aula ficando assim pela reta de equação $x = a$, sendo assim optei por mandar para T.R.P.C a resolução o anexo da ficha de trabalho nº 8 e o preenchimento da ficha de trabalho até à página 1 da folha 2.

Na próxima aula é imperativo corrigir rapidamente a ficha de trabalho e o anexo e resolver apenas exercícios da matéria que vem para o teste!

Na aula estaria previsto os alunos irem registando ao longo da resolução do anexo da ficha de trabalho nº 8 os alunos irem registando os títulos no caderno, mas, suprimi essa tarefa para tentar avançar mais rapidamente com a aula e à medida que os alunos forem fazendo os exercícios no caderno pedirei para o fazerem.

D.1.7. Plano de aula nº 24 (06/11/2013).

D.1.7.1. Teste de Avaliação nº 1.

APEL – Associação Promotora do Ensino Livre

ESCOLA DA APEL

Matemática A - 10º ano

Teste nº 1

Novembro 2013

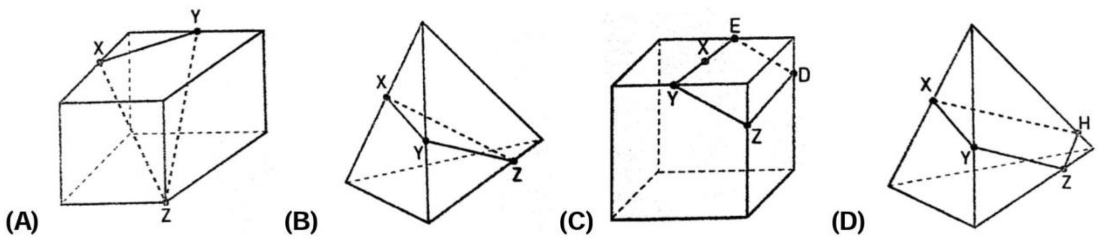
Unidade Temática – Geometria I
Duração: 90 minutos
Classificação: ______________________________

Nome: ______________________
Turma: _____ **Data:** ____/____/____
Professora: Liliana Sousa

1ª Parte

- As 5 questões seguintes desta primeira parte são de escolha múltipla.
- Para cada uma delas, são indicadas alternativas, das quais **só 1 está correta**.
- Escreva na sua folha de respostas a letra correspondente à alternativa que selecionar para responder a cada questão.
- Se apresentar mais do que uma resposta, a questão será anulada, o mesmo acontecendo se a letra transcrita for ilegível.
- Não apresente cálculos nem justificações.
- Cada questão desta primeira parte vale 0,6, num total de **3 valores**.

1) Em cada um dos seguintes sólidos, foi determinada a secção pelo plano XYZ. Qual das secções foi determinada **corretamente**?



2) Se a amplitude de cada ângulo interno de um polígono regular é 162º, quantos lados terá o polígono?

(A) 13 **(B)** 20 **(C)** 12 **(D)** 21

3) Considere as seguintes afirmações:

I – Existe um único sólido platónico cujo dual é ele próprio.

II – A soma de vértices e faces de um cubo é igual ao número arestas mais 2 do octaedro.

III – Um prisma hexagonal regular é um poliedro regular cujas faces são hexágonos regulares.

IV – Só é possível pavimentar utilizando triângulos, quadrados e hexágonos pois, a soma das amplitudes dos ângulos internos em torno de cada vértice é sempre inferior a 360º.

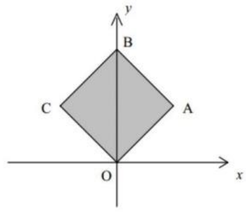
As afirmações **falsas** são:

(A) I e IV **(B)** I e III **(C)** II e III **(D)** III e IV

4) O valor simplificado da expressão $\dfrac{\sqrt{3}-1}{1+\sqrt{3}}$ é:

(A) 1 **(B)** $2-\sqrt{3}$ **(C)** -1 **(D)** $-\sqrt{3}+\frac{1}{2}$

5) Na figura está representado um quadrado ao qual foi aplicado um referencial $o.m.\ xOy$. Sabe-se que o área do quadrado é $24\ m^2$. O ponto C tem de coordenadas:



(A) $(2\sqrt{3},2\sqrt{3})$ **(B)** $(-3\sqrt{2},3\sqrt{2})$ **(C)** $(-2\sqrt{3},2\sqrt{3})$ **(D)**$(-4\sqrt{6},4\sqrt{6})$

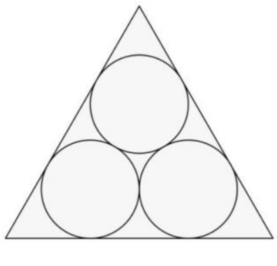
2ª Parte

- Em todas as questões da segunda parte, apresente o seu raciocínio de forma clara, indicando todos os **cálculos** que tiver de efetuar e todas as **justificações** necessárias.
- **Atenção:** Quando para um resultado, não é pedida a aproximação, pretende-se sempre o **valor exato**.
- Apresente uma **única resposta** a cada item. Se escrever mais do que uma resposta, deve indicar de forma inequívoca a que pretende que seja classificada (riscando todas as que pretende anular).

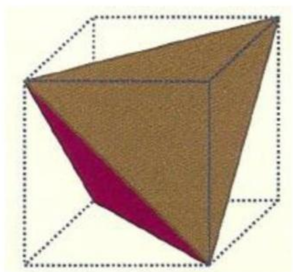
1) Numa pastelaria confecionam-se bolas de Berlim. Uma das embalagens de venda tem forma de prisma triangular e permite empacotar 3 bolas de Berlim. Sabendo que o diâmetro de uma bola de Berlim é 10 cm e que as bolas são colocadas na embalagem tal como mostra a imagem a baixo, determine perímetro da base da embalagem

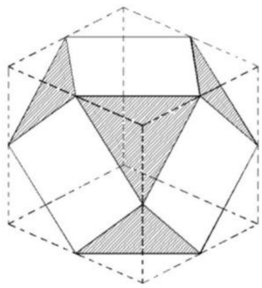
Expositor de bolas de Berlim

Sugestão: Recorra à imagem abaixo, que representa a base da embalagem.



2) Nas figuras ao lado, podemos observar um tetraedro, cujas arestas coincidem com quatro diagonais faciais do cubo que concorrem em quatro dos seus vértices e um cuboctaedro, cujos vértices das faces triangulares são os pontos médios das arestas do cubo. Ambos os sólidos foram obtidos por truncatura de um cubo com aresta ***a***.

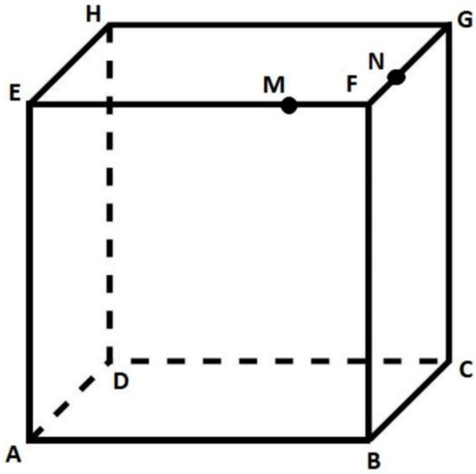




2.1) Sabendo que o volume do tetraedro é um terço do volume cubo mostre que a razão entre o volume do tetraedro e o volume do cuboctaedro é $\frac{2}{5}$.

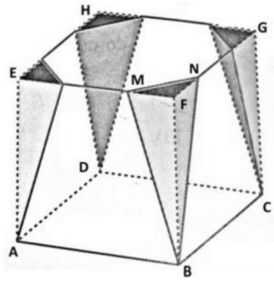
2.2) Se o cubo tiver 27 cm^3 de volume, determine a altura do tetraedro. **Sugestão:** Comece por determinar a área da face do tetraedro sabendo que a aresta do tetraedro é dada por $k=a\sqrt{2}$.

3) Considere o cubo [ABCDEFGH], de aresta a cm. Atenda a que o ponto **M** é um ponto pertencente à aresta [EF], **N** é um ponto pertencente à aresta [FG] e $\overline{MF} = \overline{FN}$.



3.1) Transcreva o cubo para a sua folha de teste, **desenhe** a secção obtida no cubo pela intersecção do plano ***ENB*** e **identifique-a**.

3.2) Uma criadora de perfumes pediu a uma fábrica que lhe fizesse um frasco para perfume com a forma indicada na figura, cuja base fosse quadrada e o topo um octógono regular com $\sqrt{2}\, cm$ de lado.



Topo do frasco do perfume

3.2.1) Calcule o valor exato da aresta do cubo.

__Nota:__ Caso não tenha respondido à alínea **3.2.1)** considere a aresta do cubo igual a $(1+\sqrt{3})cm$ para responder às restantes alíneas.

3.2.2) Calcule o volume do frasco de perfume.

Sugestão: Para calculares o volume do cubo considera $V_{[ABCDEFGH]} = A_{[ABCD]} \times \overline{FB}$.

3.2.3) Se a criadora de perfumes pretender fazer um frasco com a capacidade oito vezes superior à do frasco inicial, qual deverá ser o comprimento da aresta do cubo?

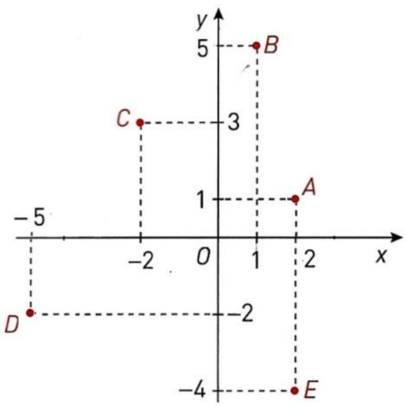
3.3) Indique:

3.3.1) Duas retas perpendiculares.

3.3.2) Uma reta e um plano estritamente paralelos.

3.5.3) Dois planos oblíquos.

4) Observe o referencial ortogonal e monométrico xOy e os pontos A, B, C, e D, nele assinalados.



4.1) Indique as **coordenadas** dos pontos representados e o **quadrante** em que se encontram cada um deles.

4.2) Escreva a equação da **reta vertical** que passa pelo ponto **A**.

4.3) Determine o valor da constante $k \in I\!R$ de modo que a equação $y+k=3$ represente a **reta horizontal** que passa pelo ponto **E**.

4.4) Indique as coordenadas do ponto **C'** simétrico de **C** em relação à origem do referencial.

4.5) Quais são as coordenadas do ponto **B'** simétrico de **B** em relação ao eixo das abcissas?

4.6) Indique as coordenadas do ponto **D'** simétrico de **D** em relação a *Oy.*

5) Seja **P** um ponto do plano cujas coordenadas em relação a um referencial *o. m. xOy*, são dadas por $\boldsymbol{P}(-\frac{k}{2}+3, k-4,)$. Determine $\boldsymbol{k}$ de modo que o ponto **P** pertença ao **1º quadrante**.

Cotação (2ª Parte) – 17 Valores																	
Questão	1	2		3							4						5
		2.1	2.2	3.1	3.2			3.3			4.1	4.2	4.3	4.4	4.5	4.6	
					3.2.1	3.2.2	3.2.3	3.3.1	3.3.2	3.3.3							
Cotação	2	2	2	1	0,5	1,5	1	0,5	0,5	0,5	1,2	0,5	1	0,6	0,6	0,6	1

D.1.7.2. Grelha de avaliação do teste de avaliação nº1.

Grelha de correção dos testes

Tema(s) 1º Teste (Novembro) Data 08-11-2013

1ª Parte · Somar

QUESTÃO	1	2	3	4	5	1	2.1	2.2	3.1	3.2.1	3.2.2	3.2.3	3.3.1	3.3.2	3.3.3	4.1	4.2	4.3	4.4	4.5	TOTAL	N.º	NOME
COTAÇÃO	0,6	0,6	0,6	0,6	0,6	2	2	2	1	0,5	1,5	1	0,5	0,5	0,5	1,2	0,5	1	0,6	0,6			
	✓	✓	✓	✓	✓																		
	0,6	0,6	0,6	0	0,6	0,1	0,5	NF	0,6	0	0,4	NF	0,4	0,4	0,5	1,2	0,5	0	0,6	0,6	8,2	1	Alex Joaquim
	0	0,6	0	0,6	0,6	1,3	0,1	0,2	1	0,4	1,1	0,1	0,4	0,5	0	1,2	0,5	0,6	0,6	0,6	10,4	2	Alexandre Filipe
	0	0	0	0	0	0	0	0,7	0,6	0,3	0,1	NF	0,5	0	NF	1,2	0,5	1	0,6	0,6	6,1	3	Bernardo Teles
	0,6	0,6	0	0,6	0,6	0,8	0,4	0,8	1	0,5	0,2	0	0,5	0,5	0	1,2	0,5	1	0,6	0,6	11	4	Carlos Ronaldo
	0,6	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	1,7	1,3	0,7	1	0,2	0,1	NF	0,4	0,4	0,4	1,2	0,5	1	0,6	0,6	13,1	5	Daniel Alberto
	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	0	0	5,3	0,4	0	0,1	0,1	0,4	0,4	0	1,1	0	0,3	0,6	0	5,5	6	Diogo Monteiro
	0	0	0,6	0,6	0,6	1,5	1,9	0,5	0,8	0,4	0,8	0,9	0,5	0,5	0,5	1,2	0,5	1	0,6	0	13,4	7	Francisco Santos
	0	0	0	0,6	0,6	0,2	1,4	0,5	0,8	0	0	0	0,4	0,4	0	1,2	0	0,3	0,3	0	6,7	8	Jéssica Stephanie
	0,6	0	0	0	0	0,2	0,4	0,7	1	0,3	0,3	0	0,4	0,4	0	1,2	0,5	1	0,6	0,6	8,2	9	Leonor Macedo
	0,6	0,6	0	0,6	0	0	1,7	0,2	0,8	0,4	0,1	NF	0,5	0,5	0,5	1,2	0	1	0,3	0,6	9,6	10	Marguerite Soares
	0,6	0,6	0,6	0,6	0,6	1,9	2	2	1	0,5	0,8	0,9	0,5	0,5	0,5	1,2	0,5	1	0,6	0,6	17,5	11	[illegible]
	0,6	0,6	0,6	0,6	0,6	0	0,8	0,1	1	0,2	0,1	0	0,4	0,4	0	1,2	0,6	0	0,6	0	8,4	12	Martim Pereira
	0,6	0	0	0	0,6	1	0	1,7	0,8	0,3	NF	NF	NF	NF	NF	1,2	0,5	1	0,6	0,6	8,9	13	Nikita
	0,6	0	0	0	0	0	1,6	0,3	0,4	0	0	0,1	0,4	0,4	0	1,2	0,5	1	0,6	0,3	7,4	14	Patrícia Bote
	0	0	0,6	0,6	0	0,1	0	0,3	0,8	0,3	NF	NF	NF	NF	NF	1,2	0,5	0	0	0,6	5	15	Roberto
	0	0	0	0,6	0	1,25	0,4	0,8	0,8	0,5	0,7	NF	0,4	0,4	0	1,2	0	1	0,6	0,6	9,15	16	Sayure
	0,6	0	0	0	0,6	0,2	1,5	NF	0,8	0,4	0,6	NF	0,4	0,4	0	1,2	0	1	0,6	0,6	8,9	17	Tomás
	0,6	0,6	0,6	0	0	0,5	0,2	NF	0,6	0	NF	NF	0,4	0,4	0,4	1,2	0,5	1	0,6	0,6	8,2	18	Henoey
	0	0	0,6	0,6	0	0	NF	NF	1	0,1	0,4	0	0	0,4	0	1,1	0	0,7	0,3	0,6	5,8	19	Tiago
	0	0,6	0	0	0,6	0	0,2	NF	0,8	0	0,4	0	0,5	0,5	0,5	1	0	0	0,6	0	5,1	20	Miriam
	0,6	0,6	0	0	0	0,1	NF	NF	0,4	0	NF	NF	0,5	0	0	1,2	0	0	0,6	0,6	9,6	21	Zé Alberto
																						22	
																						23	
																						24	
																						25	
																						26	
																						27	
																						28	
																						29	
																						30	

Observações: Positivas: ______ % Negativas: ______ %

Porto Editora · Caderneta de Registos do Professor 69 · Professor 77

Anexo E. Exercícios Contextualizados que Apelam ao Mundo Real

E.1. Quadro Síntese dos Exercícios Contextualizados que Apelam ao Mundo Real Utilizados em Sala de Aula

Plano de aula / Data	Tema	Materiais utilizados	Objetivos	Resultados	Método de Recolha dos dados	Dados a incluir em "Anexos"
Nº8 03/10/2013	Módulo Inicial - Semelhança de triângulos	Exercício com mapa de Lisboa (Critério de semelhança LAL).	Conexão com os conceitos económicos e do quotidiano.	Discussão sobre a aplicação do conceito geométrico e a sua aplicação prática.	Observação em sala de aula.	Enunciado e proposta de resolução do exercício. ***(E.1.1.1)***
Nº9 04/10/2013	Módulo Inicial - Razão de semelhança entre perímetros e áreas de figuras semelhantes. Razão de semelhança entre volumes de sólidos semelhantes.	Ficha de Trabalho nº2 e respetiva proposta de resolução.	Discussão de tópicos de economia e do quotidiano, em pequenos grupos de trabalho.	Reconhecimento de competências e conhecimentos prévios dos alunos na área económica. Os alunos mostraram-se motivados e atingiram mais facilmente os resultados.	Observação: Registo em plano de aula.	Ficha de Trabalho nº2 e respetiva proposta de resolução. ***(E.1.2.1)*** Página 6 do plano de aula nº9. ***(E.1.2.2)***
Nº11 10/11/2013	Módulo Inicial- Problemas geométricos no plano e no espaço.	Exercícios do manual: Página 46, exercício 4(Área - Economia). Página 43, exercício 4(Área - Geografia).	Promoção da interdisciplinaridade. Contextualização ao mundo real do aluno (curso de ciências socioeconómicas).	Os alunos conseguiram acompanhar a o contexto dos problemas apresentados e assim aplicar os conceitos.	Observação: Registo em plano de aula.	Páginas 3, 4 e 8 do plano de aula nº11. ***(E.1.3.1)***

Nº 13 16/10/2013	Módulo Inicial - Problemas geométricos no plano e no espaço.	Exercício do manual: página 45, exercício 2.	Reaplicar os conteúdos desenvolvidos na aula nº9.	Os alunos conseguiram aplicar os conhecimentos adquiridos.	Observação: Registo em plano de aula.	Páginas 22 e 23 do plano de aula nº13. ***(E.1.4.1)*** Página 9 do plano de aula nº13. ***(C.1.2.2)***
Nº24 08/11/2013	Teste de Avaliação nº1.	Exercícios parte II: nº1 - bola de Berlim nº2 e 3 - baseado na truncatura do cubo.	Avaliar as estratégias utilizadas no plano de aula nº 13 (ver ainda a tabela de materiais didáticos interativos).	Cerca de um terço dos alunos foi capaz de resolver os problemas propostos.	Registo dos resultados obtidos na avaliação.	Teste de avaliação nº1.***(D.1.7.1)*** Grelha da correção dos testes. ***(D.1.7.2)***
Nº32 28/11/2013	Geometria analítica - Distância entre dois pontos no plano. Lugares geométricos no plano (Mediatriz, circunferência, círculo e coroa circular).	Problema em contexto real – Bombas de gasolina. Ficha de trabalho nº10 e respetiva proposta de resolução.	Aplicar os conceitos teóricos ao contexto real (mediatriz, circunferência, círculo e coroa circular).	Os alunos conseguiram aplicar os conhecimentos teóricos a um contexto prático.	Observação: Registo em plano de aula, em diário.	Plano de aula nº 32 (completo). ***(E.1.5.1)***

Nº 57 13/02/2014	Funções - História da matemática - Funções; Noção de função; Gráfico e representação gráfica de uma função; Formas de representar uma função; (...).	Ficha de trabalho nº12 e respetiva proposta de resolução.	Introdução ao "mundo das funções" através de uma linguagem reconhecida (exercícios em contexto socioeconómico).	Os alunos encararam as funções de forma mais motivada.	Observação: Registo em plano de aula.	Páginas 8, 9 e 10 do plano de aula nº57. ***(E.1.6.1)*** Página 14 do plano de aula nº57. ***(C.1.7.1)***
Nº 58 14/02/2013	Funções - Estudo de uma função: Domínio; Contradomínio; Ponto de interseção com o eixo Oy; Zeros; Sinal; Monotonia; Extremos; Continuidade e Injetividade.	Ficha de trabalho nº 13 e respetiva proposta de resolução. Função especial do "Dia dos Namorados".	Relembrar conceitos, com recurso a um problema de geografia, estudo de um gráfico das temperaturas em Viseu.	Os alunos trabalham os conceitos facilmente, sem estarem focados em conceitos puramente matemáticos.	Observação: Registo em plano de aula.	Ficha de trabalho nº 13 e respetiva proposta de resolução. ***(E.1.7.1)*** Páginas 8 e 9 do plano de aula nº58. ***(E.1.7.2)***
Nº64 28/02/2014	Funções - Estudo da função afim: Domínio; Contradomínio; Zeros; Sinal e Variação.	Ficha de trabalho nº15 -*"Como comprar uma playsation portable"* Respetiva proposta de resolução. Calculadora gráfica.	Estudar a função afim a partir de um problema em contexto real.	Os alunos puderam acompanhar a evolução dos conceitos e foram os mentores do seu conhecimento.	Observação: Registo em plano de aula. Respostas dos alunos.	Páginas 2 a7 e 9 do plano de aula nº64. ***(E.1.8.1)*** Algumas respostas apresentadas pelos alunos à ficha de trabalho nº15. ***(E.1.8.2)***

Nº66 07/03/2014	Funções - Modelo analítico de uma função afim; Função definida por ramos; Introdução à função quadrática.	Exercícios do manual: Página 51, exercício 6. Página 47, exercício 1 e 4.	Exploração de exercícios que envolvam conceitos de funções no contexto da área das ciências socioeconómicas.	Os alunos apresentaram mais dificuldade na resolução dos exercícios não concetualizados. Dominaram aqueles que exploravam a sua área de conhecimento.	Observação: Registo em plano de aula.	Páginas 2, 3, 4, 5, e 8 do plano de aula nº66. ***(E.1.9.1)***
Nº 67 12/03/2014	Funções - Função quadrática; Família das funções quadráticas; Propriedades das funções quadráticas.	Ficha de trabalho nº16 e Proposta de resolução *"Organização de um campeonato de futebol"* .	Introdução das funções quadráticas através de um exercício com contexto real.	Os alunos ficaram surpresos a conexão das funções quadráticas e a sua aplicabilidade prática. Conseguiram atingir os conhecimentos pretendidos.	Observação: Registo em plano de aula.	Páginas 2, 3, 4 e 9 do plano de aula nº67. ***(E.1.10.1)***
Nº73 26/03/2014	Funções - Funções quadráticas em problemas de contexto real; Função módulo.	Exercícios do manual: Página 77, exercícios 1 e 3.	Aplicar funções quadráticas num contexto prático, direcionado para as aulas de economia.	Os alunos reconheceram as vantagens do recurso ao estudo das funções quadráticas.	Observação: Registo em plano de aula.	Páginas 2, 3 e 8 do plano de aula nº73. ***(E.1.11.1)***

Nº74 27/03/2014	Funções - Generalidades de funções: Função afim; Funções quadrática; Função definida por ramos; Função módulo.	Exercícios do manual: Página 53, exercício 2. Página 58, exercício 5.	Aplicar funções quadráticas num contexto prático, direcionado para as aulas de economia.	Os alunos resolveram os exercícios autonomamente.	Observação: Registo em plano de aula.	Páginas 2, 3 e 5 do plano de aula nº74. ***(E.1.12.1)***
Nº 75 28/03/2014	Funções	Teste de Avaliação continua nº 4. Parte I – exercício 4 e 5. Parte II- exercício 3 e 5.	Aplicar os conhecimentos desenvolvidos em sala de aula. Avaliação de acordo com o contexto científico do aluno.	Ver respostas e resultados dos alunos.	Registo dos resultados obtidos na avaliação.	Teste de avaliação continua nº4. ***(E.1.13.1)*** Resoluções dos alunos e grelha de resultados. ***(E.1.13.2)***

E.1.1. Plano de aula nº8 (03/10/2013).

E.1.1.1. Enunciado do exercício com mapa de Lisboa e respetiva proposta de resolução.

Exemplo 2, Dois estafetas de uma empresa têm uma pequena discussão pois um dos estafetas diz merecer o dobro do salário visto que todos os dias tem que andar o dobro do que o outro anda para entregar a correspondência na sede.

No mapa abaixo está representado o percurso de ambos os estafetas.

Sabe-se que a baixa lisboeta foi toda reconstruída em esquadria devido ao terremoto de 1755. Sabe-se ainda que o ponto *B* é o ponto médio entre o ponto A e a sede da empresa e que o estafeta percorre ao todo 520 metros nesta rua. Se existisse uma rua reta que ligasse a sede da empresa e as duas lojas esta teria 581,4 metros aproximadamente de extensão e a loja 2 passaria a ser a central de distribuição por estar ponto equidistante dos outros dois.

Sem efetuares quaisquer medições ou utilizares o teorema de Pitágoras fundamenta a afirmação do funcionário indignado.

Resolução

1º Passo: Interpretar o enunciado e retirar os dados do problema.

Denominamos sede por *S*, loja 1 por L_1 e loja 2 por L_2

$\overline{AS} = 520\ m \quad e \quad \overline{AB} = \overline{BS}$

$\overline{L_1S} = 581{,}4\ m \quad e \quad \overline{L_1L_2} = \overline{L_2S}$

$L_1\hat{A}S = 90° \ e \ \ L_2\hat{B}S = 90°$

2º Passo: Aplicação do caso de semelhança LAL (LADO; ÂNGULO, LADO).

$$\frac{\overline{AS}}{\overline{AB}} = \frac{520}{260} = 2 \quad e \quad \frac{\overline{L_1S}}{\overline{L_1L_2}} = \frac{581{,}4}{290{,}7} = 2$$

$$\therefore \frac{\overline{AS}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{L_1S}}{\overline{L_1L_2}}$$

$B\hat{S}L_2 = A\hat{S}L_1$

$\therefore \triangle\,[BSL_2] \sim \triangle\,[ASL_1]$

3º Passo: Justificação da afirmação do estafeta indignado.

Como os triângulos verificam a condição suficiente LAL (LADO, ÂNGULO, LADO), então os triângulos são semelhantes, consequentemente os três lados são proporcionais o que significa que a razão entre ambos é a mesma $r = 2$, sendo assim, $\overline{AL_1} = \ 2\overline{BL_2}$.

$\therefore (\overline{AL_1} + \overline{AS}) = 2(\overline{BL_2} + \overline{BS})$ Mostrando que a afirmação do estafeta tem fundamento.

E.1.2. Plano de aula nº9 (04/10/2013).

E.1.2.1. Ficha de trabalho nº2 e respetiva proposta de resolução.

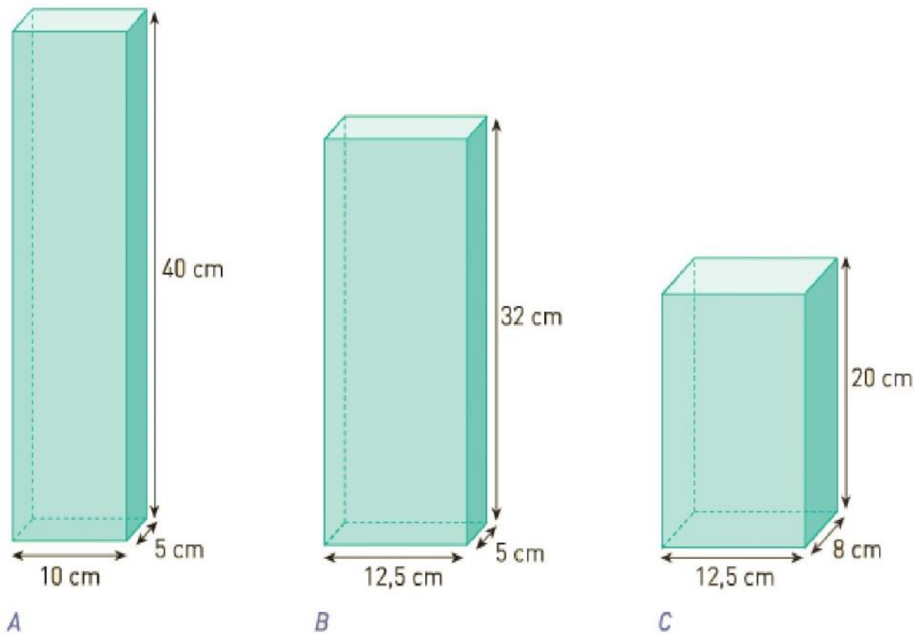
ESCOLA DA APEL	**APEL – Associação Promotora do Ensino Livre** **Matemática A - 10º ano** **Ficha de Trabalho nº 2**	
Unidade Temática – Módulo Inicial **Tema –** (2) Semelhanças no plano e no espaço		**Nome:** ____________________ **Turma:** _____ **Data:** ____/____/____

1. Uma empresa de embalagens recebeu uma encomenda para fabricar cinco tipos de pacotes para sumos que obedeçam às seguintes condições:

- ✓ forma de paralelepípedo;
- ✓ capacidade de 2 l (litros).

Nota: 1 l corresponde a $1dm^3$.

Os primeiros modelos que foram construídos estão representados abaixo com as respetivas dimensões.



1.1. Sugere dimensões para outros dois modelos.

1.2. Um funcionário da empresa, na construção de um dos modelos, enganou-se e duplicou as dimensões das bases e manteve a altura. Obteve desta forma um modelo que será rejeitado.

Qual é a capacidade do modelo rejeitado? Para responderes a esta questão completa a tabela que se segue de acordo com os espaços que já estão preenchidos.

		Modelo A	Modelo B	Modelo C
Pacotes Aprovados	Dimensões $c \times l \times h$	$10 \times 5 \times 40$	a)	b)
	Área da base	c)	$A_{BA} = c \times l$ $\Leftrightarrow A_{BA} = 12{,}5 \times 5$ $\Leftrightarrow A_{BA} = 62{,}5\ cm^2$	d)
Pacotes Rejeitados	Dimensões $c \times l \times h$	e)	f)	$12{,}5 \times 2 \times 8 \times 2 \times 20$ $= 25 \times 16 \times 20$
	Área da base	$A_{BR} = c \times l$ $\Leftrightarrow A_{BR} = 10 \times 2 \times 5 \times 2$ $\Leftrightarrow A_{BR} = 2 \times 2 \times 10 \times 5$ $\Leftrightarrow A_{BR} = 2^2 \times 10 \times 5$ $\Leftrightarrow A_{BR} = 2^2 \times A_{BA}$ $\Leftrightarrow A_{BR} = 2^2 \times 50$ $\Leftrightarrow A_{BR} = 200\ cm^2$	g)	h)
	Volume do pacote	i)	j)	$V_R = A_{BR} \times h$ $\Leftrightarrow V_{BR} = 2^2 \times A_{BA} \times h$ $\Leftrightarrow V_{BR} = 2^2 \times 100 \times 20$ $\Leftrightarrow V_{BR} = 8000\ cm^3$

1.2.1. Qual é a razão entre as dimensões da base dos pacotes aprovados e as dimensões da base dos pacotes rejeitados?

1.2.2. Observa a área da base dos pacotes rejeitados e compara com a área da base dos pacotes aprovados. Será possível estabelecer alguma relação entre a razão de semelhança das dimensões da base e a sua área?

1.3. O cliente que encomendou os pacotes está a organizar uma campanha publicitária para o sumo que comercializa, envolvendo "pacotes mini" para distribuir nas escolas, "pacotes gigantes" para colocar em grandes praças e "pacotes oferta" para distribuir em grandes superfícies comerciais.

Para a concretização desta campanha fez uma nova encomenda que obedece às seguintes condições:

Pacotes mini

- Semelhante ao modelo C.
- Dimensões: $5 \times 3{,}2 \times 8$.

Pacotes gigantes

- Semelhante ao modelo B.
- Capacidade 2000 litros.

Pacotes oferta

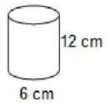
- Semelhante ao modelo A.
- Redução de 87,5% da capacidade.

Par dar início à produção é necessário determinar as dimensões dos restantes pacotes, a do modelo gigante e a do modelo oferta.

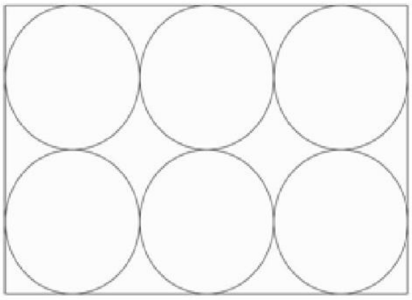
Sugestão: Começa por determinar a razão de semelhança entre as dimensões do pacote mini e as do modelo C. De seguida, determina a capacidade do modelo mini e compara com a capacidade do modelo C (calcula a capacidade do modelo C a partir das dimensões do modelo mini). Será possível estabelecer alguma relação entre a razão de semelhança das dimensões do pacote e a sua capacidade?

1.4. Passado dois meses o sumo teve grande sucesso e o produtor resolveu lançar este produto em latas para máquinas automáticas.

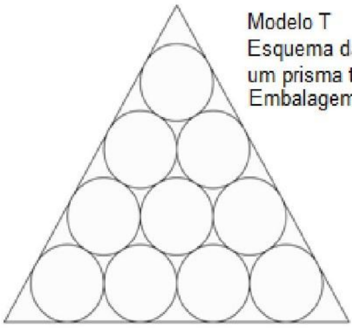
O novo modelo está representado abaixo com as respetivas dimensões (6 centímetros de diâmetro e 12 centímetros de altura).



O cliente procurou novamente a empresa de embalagens para criar não só as latas de sumo mas também as caixas de distribuição. O departamento de marketing teve uma ideia inovadora. Distribuir as latas embaladas numa forma geométrica distinta da convencional, em forma de prisma triangular regular. Podemos observar na figura seguinte o esquema do posicionamento das latas quando colocadas nos modelos, tradicional e T respetivamente.



Modelo Tradicional
Esquema da base de um prisma retangular.
Embalagem para 6 latas.



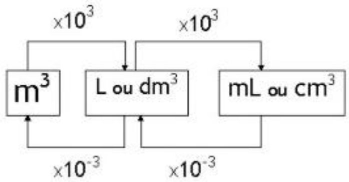
Modelo T
Esquema da base de um prisma triangular.
Embalagem para 10 latas.

Se o cliente pretender colocar um autocolante promocional na base da embalagem qual é o perímetro máximo para esse autocolante em cada um dos modelos selecionados?

<u>Resoluções</u> (Ficha de trabalho nº 2)

1.

Cálculo Auxiliar:



1.1. Como a capacidade dos pacotes de sumo terá de ser $2\ l$ (litros), então o 1º passo é converter este valor em cm^3.

Sabemos que $1\ l = 1\ dm^3$ logo, $2\ l = 2\ dm^3 = 2000\ cm^3$

Sendo assim, desde que o volume permaneça inalterado e os pacotes sejam paralelepípedos retângulos, estes poderão tomar quaisquer dimensões.

Por exemplo, $10 \times 4 \times 50$ e $16 \times 5 \times 25$.

1.2.

		Modelo A	Modelo B	Modelo C
Pacotes Aprovados	Dimensões $c \times l \times h$	$10 \times 5 \times 40$	$12{,}5 \times 5 \times 32$	$12{,}5 \times 8 \times 20$
	Área da base	$A_{BA} = c \times l$ $\Leftrightarrow A_{BA} = 10 \times 5$ $\Leftrightarrow A_{BA} = 50\ cm^2$	$A_{BA} = c \times l$ $\Leftrightarrow A_{BA} = 12{,}5 \times 5$ $\Leftrightarrow A_{BA} = 62{,}5\ cm^2$	$A_{BA} = c \times l$ $\Leftrightarrow A_{BA} = 12{,}5 \times 8$ $\Leftrightarrow A_{BA} = 100\ cm^2$
Pacotes Rejeitados	Dimensões $c \times l \times h$	$10 \times 2 \times 5 \times 2 \times 40$ $= 20 \times 10 \times 40$	$12{,}5 \times 2 \times 5 \times 2 \times 32$ $= 25 \times 10 \times 32$	$12{,}5 \times 2 \times 8 \times 2 \times 20$ $= 25 \times 16 \times 20$
	Área da base	$A_{BR} = c \times l$ $\Leftrightarrow A_{BR} = 10 \times 2 \times 5 \times 2$ $\Leftrightarrow A_{BR} = 2 \times 2 \times 10 \times 5$ $\Leftrightarrow A_{BR} = 2^2 \times 10 \times 5$ $\Leftrightarrow A_{BR} = 2^2 \times A_{BA}$ $\Leftrightarrow A_{BR} = 2^2 \times 50$ $\Leftrightarrow A_{BR} = 200\ cm^2$	$A_{BR} = c \times l$ $\Leftrightarrow A_{BR} = 12{,}5 \times 2 \times 5 \times 2$ $\Leftrightarrow A_{BR} = 2 \times 2 \times 12{,}5 \times 5$ $\Leftrightarrow A_{BR} = 2^2 \times 12{,}5 \times 5$ $\Leftrightarrow A_{BR} = 2^2 \times A_{BA}$ $\Leftrightarrow A_{BR} = 2^2 \times 62{,}5$ $\Leftrightarrow A_{BR} = 250\ cm^2$	$A_{BR} = c \times l$ $\Leftrightarrow A_{BR} = 12{,}5 \times 2 \times 8 \times 2$ $\Leftrightarrow A_{BR} = 2 \times 2 \times 12{,}5 \times 8$ $\Leftrightarrow A_{BR} = 2^2 \times 12{,}5 \times 8$ $\Leftrightarrow A_{BR} = 2^2 \times A_{BA}$ $\Leftrightarrow A_{BR} = 2^2 \times 100$ $\Leftrightarrow A_{BR} = 400\ cm^2$
	Volume do pacote	$V_R = A_{BR} \times h$ $\Leftrightarrow V_{BR} = 2^2 \times A_{BA} \times h$ $\Leftrightarrow V_{BR} = 2^2 \times 50 \times 40$ $\Leftrightarrow V_{BR} = 8000\ cm^3$	$V_R = A_{BR} \times h$ $\Leftrightarrow V_{BR} = 2^2 \times A_{BA} \times h$ $\Leftrightarrow V_{BR} = 2^2 \times 62{,}5 \times 32$ $\Leftrightarrow V_{BR} = 8000\ cm^3$	$V_R = A_{BR} \times h$ $\Leftrightarrow V_{BR} = 2^2 \times A_{BA} \times h$ $\Leftrightarrow V_{BR} = 2^2 \times 100 \times 20$ $\Leftrightarrow V_{BR} = 8000\ cm^3$

R.: A capacidade do modelo rejeitado é $8000\ cm^3$.

1.2.1. Sabemos que as dimensões da base duplicaram logo, $r = 2$, ou seja

$\frac{20}{10} = \frac{10}{5} = 2$, $\frac{25}{12{,}5} = \frac{10}{5} = 2$ e $\frac{25}{12{,}5} = \frac{16}{8} = 2$, nos casos modelo A, B e C respetivamente.

1.2.2. Verificamos que $A_{BR} = 2^2 \times A_{BA}$, e sabemos pela alínea anterior que $r = 2$, onde r é a razão de semelhança entre as dimensões da base do modelo aprovado e do modelo rejeitado.

$$\therefore A_{BR} = r^2 \times A_{BA} \Leftrightarrow \frac{A_{BR}}{A_{BA}} = r^2$$

1.3. Comecemos então por determinar a razão de semelhança entre as dimensões do pacote mini e as do modelo C.

$$\frac{12{,}5}{5} = 2{,}5\;;\quad \frac{8}{3{,}2} = 2{,}5 \quad e \quad \frac{20}{8} = 2{,}5 \qquad \therefore r = 2{,}5$$

$V_{mini} = c \times l \times h$

$\Leftrightarrow V_{mini} = A_{Bmini} \times h_C$, $\qquad A_{Bmini} = 5 \times 3{,}2 = 16$

$\Leftrightarrow V_{mini} = 16 \times 8$

$\Leftrightarrow V_{mini} = 128\ cm^3$ Sabemos então que $V_C = 2000\ cm^3$ e $V_{mini} = 128\ cm^3$ logo,

$V_C = c \times l \times h$

$\Leftrightarrow V_C = A_B \times h$ Para calcularmos V_C em função das dimensões do modelo mini obtemos,

$V_C = 2{,}5^2 \times A_{Bmini} \times 2{,}5 \times h_{mini}$

$\Leftrightarrow V_C = 2{,}5^2 \times 16 \times 2{,}5 \times 8$

$\Leftrightarrow V_C = 2{,}5^2 \times 2{,}5 \times 16 \times 8$

$\Leftrightarrow V_C = 2{,}5^3 \times 16 \times 8$

$\Leftrightarrow V_C = 2{,}5^3 \times V_{mini}$

$\Leftrightarrow V_C = 2{,}5^3 \times 128\ cm^3$

$\Leftrightarrow V_C = 2000\ cm^3 \qquad \therefore \dfrac{V_C}{V_{mini}} = 2{,}5^3$

Sabendo que $r = 2{,}5$ e como,

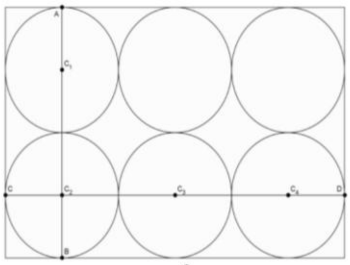
$$\frac{V_C}{V_{mini}} = 2{,}5^3 \quad \therefore \frac{V_C}{V_{mini}} = r^3$$

O que se conclui que existe uma relação entre a razão de semelhança das dimensões do pacote e a sua capacidade.

Sendo assim, as dimensões para os restantes casos poderão ser obtidas através da razão de semelhança.

Pacote gigante	**Pacote oferta**
$V_G = 2\ 000\ l$ $\Leftrightarrow V_G = 2\ 000\ 000\ dm^3$ logo, $\dfrac{V_G}{V_B} = \dfrac{2\ 000\ 000}{2\ 000} = 1\ 000 = 10^3$ $\Rightarrow r^3 = 10^3 \Leftrightarrow r = \sqrt[3]{10^3} \Leftrightarrow r = 10$	Redução de 87,5% $\Rightarrow V_O = V_A \times 0{,}125 = 250\ dm^3$ $\dfrac{V_O}{V_A} = \dfrac{250}{2000} = \dfrac{1}{8} = \dfrac{1}{2^3}$ $\Rightarrow r^3 = \dfrac{1}{2^3} \Leftrightarrow r = \sqrt[3]{\dfrac{1}{2^3}} \Leftrightarrow r = \dfrac{1}{2}$
$12{,}5 \times 10 \times 5 \times 10 \times 32 \times 10$ $= 125 \times 50 \times 320$	$10 \times \dfrac{1}{2} \times 5 \times \dfrac{1}{2} \times 20 \times \dfrac{1}{2}$ $= 5 \times 2{,}5 \times 20$

1.4. Modelo Tradicional



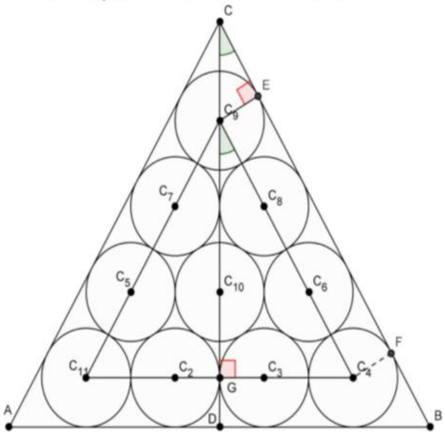
$$P_{MT} = 2 \times \overline{AB} + 2 \times \overline{CD}$$

$$\Leftrightarrow P_{MT} = 2 \times d + 3 \times d,$$ d representa o diâmetro da lata

$$\Leftrightarrow P_{MT} = 6 \times d$$

$$\Leftrightarrow P_{MT} = 6 \times 6$$

$$\Leftrightarrow P_{MT} = 36\ cm$$



$$\overline{C_2C_9} = 6 \times 3 = 18\ cm$$

$$\overline{GC_2} = 3 \times 3 = 9\ cm$$

$C_9C_2 \parallel CB$, pois as latas são tangentes entre si e tangentes às faces da embalagem.

$$\therefore G\widehat{C_9}C_2 = C_9\hat{C}E \quad e \quad C_2\hat{G}C_9 = C_9\hat{E}C$$

$\therefore$ Pelo caso de semelhança AA (ÂNGULO; ÂNGULO)

$$\Delta\ [C_2GC_9]\ \sim \Delta\ [C_9EC]$$

Sendo assim, todos os lados são proporcionais, logo,

$$\frac{\overline{CC_9}}{\overline{C_9C_2}} = \frac{\overline{EC_9}}{\overline{C_2G}}$$

$$\Leftrightarrow \frac{\overline{CC_9}}{18} = \frac{3}{9}$$

$$\Leftrightarrow \overline{CC_9} = 6 \text{ cm}$$

$$\overline{CC_9}^2 = \overline{EC_9}^2 + \overline{EC}^2$$

$$\Leftrightarrow 6^2 = 3^2 + \overline{EC}^2$$

$$\Leftrightarrow 6^2 - 3^2 = \overline{EC}^2$$

$$\Leftrightarrow 27 = \overline{EC}^2$$

$$\Leftrightarrow \overline{EC} = 3\sqrt{3}\ cm$$

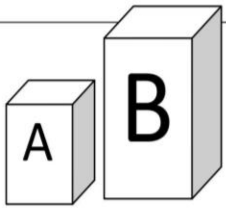
Como $\overline{BF} = \overline{EC} = 3\sqrt{3}\ cm \ \ e \ \ \overline{FE} = \overline{C_2C_9} = 18\ cm \ \ \therefore \overline{BC} = 2 \times 3\sqrt{3} + 18 = 6\sqrt{3} + 18\ cm$

Como se trata de um prisma triangular regular então a base desta embalagem é um triângulo equilátero, pois todos os lados são iguais, logo,

$$P_{[ABC]} = 3 \times\ 6\sqrt{3} + 18 = 18\sqrt{3} + 18\ cm$$

R.: O perímetro máximo para o autocolante é $36\,cm$ cm no caso de optar pelo modelo tradicional e $18\sqrt{3} + 18\ cm$ no caso, da opção ser o modelo inovador T.

O essencial

<table>
<tr><td colspan="3">

Razão entre os comprimentos, perímetros e áreas de figuras semelhantes
Razão entre volumes de sólidos semelhantes</td></tr>
<tr><td colspan="3">Sendo A e B duas figuras semelhantes, a razão entre os comprimentos dos lados da figura B e os comprimentos dos lados correspondentes da figura A é igual à razão de semelhança que transforma A em B.</td></tr>
<tr><td>$\frac{Perímetro\ da\ base\ de\ B}{Perímetro\ da\ base\ de\ A}$</td><td>$= r$</td><td>Sendo A e B duas figuras semelhantes, a razão entre o perímetro da figura B e o perímetro da figura A é igual à razão de semelhança que transforma A em B.</td></tr>
<tr><td>$\frac{Área\ da\ base\ de\ B}{Área\ da\ base\ de\ A}$</td><td>$= r^2$</td><td>Sendo A e B duas figuras semelhantes, a razão entre a área da figura B e a área da figura A é igual ao quadrado da razão de semelhança que transforma A em B.</td></tr>
<tr><td>$\frac{Volume\ de\ B}{Volume\ de\ A}$</td><td>$= r^3$</td><td>Sendo A e B duas figuras semelhantes, a razão entre o volume do sólido B e o volume do sólido A é igual ao cubo da razão de semelhança que transforma A em B.</td></tr>
</table>

E.1.2.2. Excerto plano de aula nº9, página 6.

OBSERVAÇÕES:

Os alunos trabalharam em pequenos grupos e encaram bem o desafio de trabalhar com colegas diferentes nas tarefas que forem solicitadas ao longo do ano.

Os alunos apresentaram algumas facilidade no que diz respeito ao campo lexical apresentado na ficha de trabalho nº 2. Ao circular pela sala foi possível observar que os alunos dominavam o contexto da tarefa e estavam motivados para conseguir concretizá-la.

A aula correu bem, apenas não foi possível concluir a tarefa. A conclusão ficará para a próxima aula, onde deverá ser dado algum tempo para concluir e posteriormente com recurso à projeção proceder à correção e comparação de resultados.

Página **6** de **19**

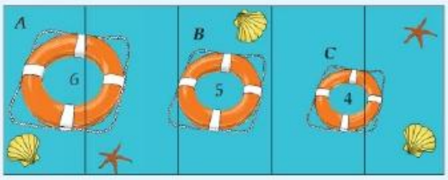
E.1.3. Plano de aula nº11 (10/11/2013).

E.1.3.1. Excerto plano de aula nº11, páginas 3, 4 e 8.

De seguida deverão ser resolvidos do manual, da página 43 os exercício 4 e 5. O exercício 4, por apresentar uma linguagem diferente, semelhante à que se utiliza na disciplina de geografia adequar-se-á à turma em questão, pois é uma turma das ciências socioeconómicas. O exercício 5, será crucial que seja corrigido com especial atenção pois, este será um dos exercícios adaptado para o 1º Mini-Teste.

(Manual) P.43

4 Um conjunto de três boias semelhantes, A, B e C, encontra-se no jardim de um restaurante.



Os correspondentes diâmetros estão na proporção $6:5:4$. O volume da boia menor é 800 cm^3.

4.1 Calcule o volume da boia B.

4.2 A área do jardim ocupada pela boia B é 500 cm^2. Qual é a área do jardim ocupada pela boia A?

4.1 A razão de semelhança que transforma a bóia C na bóia B é $\frac{5}{4}$.
Por outro lado, temos que:

$$\frac{\text{Volume da bóia } B}{\text{Volume da bóia C}} = \left(\frac{5}{4}\right)^3 \Leftrightarrow \frac{x}{800} = \frac{125}{64}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{800 \times 125}{64}$$

$$\Leftrightarrow x = 1562{,}5$$

O volume da bóia B é $1562{,}5 \text{ cm}^3$.

4.2 A razão de semelhança que transforma a bóia B na bóia A é $\frac{6}{5}$.
Por outro lado, temos que:

$$\frac{\text{Área do jardim ocupado pela bóia A}}{\text{Área do jardim ocupada pela bóia } B} = \left(\frac{6}{5}\right)^2$$

$$\Leftrightarrow \frac{x}{500} = \frac{36}{25} \Leftrightarrow x = \frac{500 \times 36}{25} \Leftrightarrow x = 720$$

A área do jardim ocupada pela bóia A é 720 cm^2.

5. Designemos por A a botija inicial, por B a nova botija e por V_A e V_B os volumes correspondentes. Deste modo, temos:

$V_B = V_A + 0{,}3V_A$

$V_B = 1{,}3V_A$

$\frac{V_B}{V_A} = 1{,}3$

Como as botijas são semelhantes o quociente dos volumes é igual ao cubo da razão de semelhança. Então, sendo r a razão de semelhança que transforma A em B, vem:

$r^3 = 1{,}3 \Leftrightarrow r = \sqrt[3]{1{,}3}$

5.1 $d = \sqrt[3]{1{,}3} \times 9 \approx 9{,}8 \text{ cm}$

5.2 $V_B = V_A \times 1{,}3$

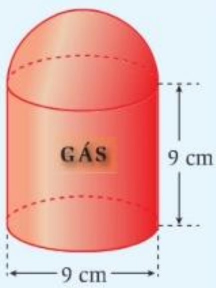
$$= \left(V_{\text{cilindro}} + \frac{1}{2} V_{\text{esfera}}\right) \times 1{,}3$$

$$= \left(\pi \times 4{,}5^2 \times 9 + \frac{1}{2} \times \frac{4}{3} \times \pi \times 4{,}5^3\right) \times 1{,}3$$

$$= \pi(182{,}25 + 60{,}75) \times 1{,}3$$

$$= 243 \times 1{,}3\pi = 315{,}9\pi \text{ cm}^3$$

5 Uma pequena botija de gás tem a forma de um cilindro com uma semiesfera no topo, como se mostra na figura. A fábrica decidiu aumentar em 30% a capacidade da botija mas mantendo a forma.



5.1 Qual é, com aproximação às décimas do centímetro, o diâmetro da base da nova botija?

5.2 Qual é a capacidade da nova botija? Apresente o valor exato para dar a resposta.

(Manual) P.46

De seguida, será resolvido, ainda do manual, da página 46, o exercício 4. Com este exercício, o professor pretenderá mostrar aos alunos, a aplicação das razões de semelhança como sendo a chave da resolução de um exercício que não apresenta a linguagem óbvia de aplicação destes conceitos.

4 De dois depósitos com forma cúbica sabe-se que um deles tem uma capacidade 8 vezes superior à do outro.

Admita que o custo de fabrico destes depósitos é proporcional à sua área.

Se a construção do depósito maior custa 48 euros, quanto custa a construção do depósito de menor capacidade?

(A) 6 euros; **(B)** 12 euros;

(C) 16 euros; **(D)** 24 euros.

10 pontos

4. Sejam A e B os depósitos cúbicos.

Sabe-se que $V_A = 8V_B \iff \frac{V_A}{V_B} = 8$.

A razão de semelhança que transforma B em A é r sendo $r^3 = 8$. Logo, $r = 2$.

Assim, sendo A_A a área de A e A_B a área de B, vem $A_A = 2^2 \times A_B$, ou seja, $A_A = 4A_B$.

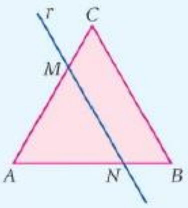
Tem-se, portanto, $48 = 4x$, sendo x o custo da construção do depósito de menor capacidade. Logo, $x = 12$.

Resposta: (B)

Para terminar os exercícios do manual, os alunos resolverão da página 43, o exercício 2. Se os alunos apresentarem dúvidas na compreensão do exercício, deverá ser recomendado do manual, da página 46, o exercício 1 para T.R.P.C. que segue a mesma linha de raciocínio.

(Manual) P.43

2 Considere um triângulo $[ABC]$.



Uma reta r, paralela a $[BC]$, interseta os lados $[AC]$ e $[AB]$ nos pontos M e N, respetivamente, dividindo o triângulo $[ABC]$ em dois polígonos com a mesma área.

Se $\overline{BC} = 2$ cm determine $\overline{MN}$.

2. Os triângulos $[ANM]$ e $[ABC]$ são semelhantes (têm um ângulo comum e o ângulo com vértice em M é igual ao ângulo com vértice em C por serem ângulos agudos de lados paralelos).

Seja r a razão de semelhança que transforma o triângulo $[ANM]$ no triângulo $[ABC]$.

$$\frac{\text{Área de } [ABC]}{\text{Área de } [ANM]} = r^2$$

Como MN divide o triângulo $[ABC]$ em dois polígonos com a mesma área, vem $r^2 = 2$ ou seja, $r = \sqrt{2}$.

Então, $\frac{\overline{BC}}{\overline{MN}} = \sqrt{2}$ e como $\overline{BC} = 2$, vem que

$$\frac{2}{\overline{MN}} = \sqrt{2} \iff \overline{MN} = \frac{2}{\sqrt{2}}$$

$$\iff \overline{MN} = \frac{2\sqrt{2}}{2} \iff \overline{MN} = \sqrt{2}$$

$\overline{MN} = \sqrt{2}$ cm

OBSERVAÇÕES:

A resolução dos exercícios correu conforme o esperado, tendo em consideração, a turma em questão. Os alunos apresentaram algumas dúvidas nos exercícios do manual, da página 43, em especial o exercício 4 e o exercício 5 por utilizarem uma linguagem diferente, nomeadamente escalas e aumentos percentuais. Como tal, a resolução destes exercícios exigiu que o professor explicasse várias vezes o raciocínio e sempre de formas distintas, o que tomou algum tempo de aula. Foi fundamental este tipo de trabalho porque, os alunos necessitavam compreender verdadeiramente os exercícios e a lógica de resolução de forma, a serem capazes de resolver os exercícios do Mini-Teste.

Foram suprimidos os exercícios do manual, da página 46, o exercício 4 e da página 43, o exercício 2. Em relação ao primeiro exercício, foi dito aos alunos qual o raciocínio necessário para resolver o exercício e que este seria análogo ao exercício do manual, da página 43, o exercício 4. No que diz respeito ao segundo exercício, a resolução do mesmo, tinha como objetivo rever os casos de semelhança de triângulos e posteriormente a razão entre áreas de figuras semelhantes. Como será resolvido na próxima aula um exercício que relaciona os triângulos utilizando uma estratégia semelhante, então o professor, optou por reforçar os exercícios que não seriam mais trabalhados até ao momento de avaliação.

Do caderno de atividades, da página 6, o exercício 7 foi adaptado como previsto e na próxima aula será corrigido oralmente com os alunos.

E.1.4. Plano de aula nº13 (16/11/2013).

E.1.4.1. Excerto plano de aula nº13, páginas 22 e 23.

P.45

2 **Caixas de sabonetes**

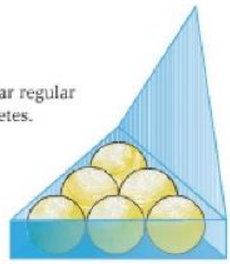
Uma fábrica produz sabonetes esféricos com 6 cm de diâmetro, que embala em caixas com a forma de prismas regulares. Em cada caso, os sabonetes, depois de embalados, ficam tangentes entre si e tangentes às faces da caixa. Existem três modelos de caixas:

Modelo *A*

Prisma quadrangular regular com quatro sabonetes. Nesta embalagem é oferecido um frasco de perfume, de forma cilíndrica, colocado no centro, ficando tangente às quatro esferas.

Modelo *B*

Prisma triangular regular com seis sabonetes.



Modelo *C*

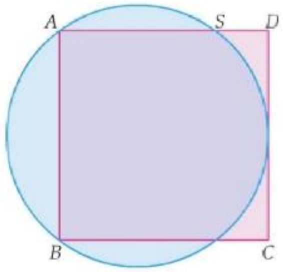
Prisma hexagonal regular com um sabonete.

2.1 Determine as dimensões (altura e medida do lado da base) das três embalagens.

2.2 Determine a medida do diâmetro do frasco de perfume.

3 **A circunferência tangente**

Na figura seguinte apresenta-se:



- um quadrado $[ABCD]$ de área igual a 16 cm^2 ;
- uma circunferência que passa nos pontos A e B e é tangente ao lado $[DC]$ do quadrado;
- a circunferência interseta o lado $[AD]$ nos pontos A e S .

Determine:

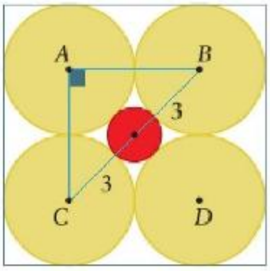
3.1 a medida do raio da circunferência;

3.2 o comprimento do segmento de reta $[SD]$.

Proposta de resolução:

2.1

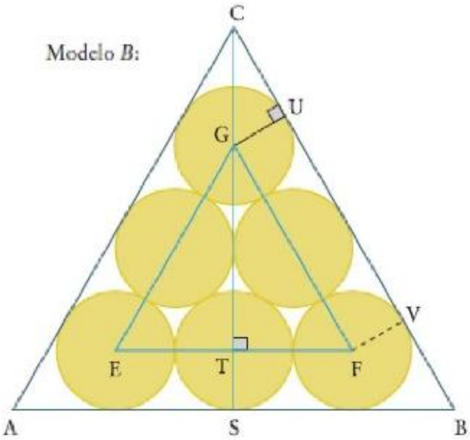
Modelo *A*:



Dimensões da caixa:

- a base é um quadrado de lado $2 \times 6\text{ cm} = 12\text{ cm}$;
- a altura é igual a 6 cm.

Modelo *B*:



$\overline{FG} = 4 \times 3 = 12$

$\overline{TF} = 6$

$\overline{GU} = 3$

Os triângulos $[GUC]$ e $[FTG]$ são semelhantes, pelo que:

$\frac{\overline{CG}}{\overline{GF}} = \frac{\overline{UG}}{\overline{TF}}$

$\frac{\overline{CG}}{12} = \frac{3}{6} \Leftrightarrow \overline{CG} = 6$

$\overline{CG}^2 = \overline{GU}^2 + \overline{UC}^2$

$6^2 = 3^2 + \overline{UC}^2 \Leftrightarrow \overline{UC}^2 = 27 \Leftrightarrow \overline{UC} = 3\sqrt{3}$

$\overline{VB} = \overline{UC} = 3\sqrt{3}$

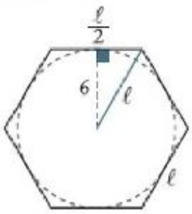
$\overline{UV} = \overline{GF} = 12$

$\overline{CB} = 3\sqrt{3} + 12 + 3\sqrt{3} = 6\sqrt{3} + 12$

O lado da base mede $(6\sqrt{3} + 12)$ cm.

A altura mede 6 cm.

Modelo C:



$\ell^2 = 6^2 + \left(\frac{\ell}{2}\right)^2$

$\ell^2 = 36 + \frac{\ell^2}{4}$

$\Leftrightarrow \ell^2 - \frac{\ell^2}{4} = 36$

$\Leftrightarrow \frac{3\ell^2}{4} = 36 \Leftrightarrow \ell^2 = 48$

$\Leftrightarrow \ell^2 = 48$

$\Leftrightarrow \ell = \sqrt{48}$

$\Leftrightarrow \ell = 4\sqrt{3}$

O lado da base mede $4\sqrt{3}$ cm.
A altura mede 6 cm.

2.2 Diâmetro do frasco de perfume : *d*

$\overline{CB}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{AC}^2$

$\overline{CB}^2 = 6^2 + 6^2$

$\overline{CB} = \sqrt{6^2 \times 2}$

$\overline{CB} = 6\sqrt{2}$

$\overline{CB} = 3 + d + 3 = 6 + d$

$6 + d = 6\sqrt{2}$

$d = (6\sqrt{2} - 6)$ cm

O diâmetro do frasco de perfume é igual a $(6\sqrt{2} - 6)$ cm.

E.1.5. Plano de aula nº 32 (28/11/2013).

E.1.5.1. Plano de aula nº32, completo.

APEL – Associação Promotora do Ensino Livre

Matemática A - 10º ano – Turma C

Plano de Aula nº 32

Unidade Temática – Geometria analítica I

Data: 28/11/2013

Tema – Lugares geométricos. Mediatriz, circunferência, círculo e coroa circular.

Docente: Liliana Sousa

CONTEÚDOS:

- Distância entre dois pontos no plano.
- Lugares geométricos no plano.
  - ✓ Mediatriz;
  - ✓ Circunferência;
  - ✓ Círculo;
  - ✓ Coroa circular.

OBJETIVOS:

- Reconhecer a vantagem de um referencial na resolução de problemas em contexto real;
- Determinar a distância entre dois pontos num contexto real;
- Aplicar o conceito de ponto médio e de mediatriz num contexto real;
- Interpretar e aplicar os conceitos: circunferência, círculo, coroa circular, raio e centro num contexto real.

PRÉ-REQUISITOS:

- Representação e identificação de pontos no plano;
- Representação e identificação de retas no plano;
- Representação e identificação de semiplanos no plano;
- Equação da mediatriz de um segmento de reta no plano;
- Ponto médio de um segmento de reta no plano;
- Noção de circunferência, círculo, coroa circular, raio e centro;
- Escrever uma condição para uma circunferência e um círculo de centro C e raio r;
- Escrever uma condição para uma coroa circular de centro C e raios r_1 e r_2;
- Custo mínimo;
- Regra de três simples.

CAPACIDADES TRANSVERSAIS:

- Raciocínio matemático:
  - ✓ Interpretar informações, ideias e contextos;
  - ✓ Formular, testar e demonstrar conjeturas e generalizações, desenvolvendo e avaliando argumentos matemáticos.
- Comunicação matemática: interpretar, discutir, representar e exprimir ideias, processos e resultados matemáticos, utilizando a notação, simbologia e vocabulário próprios;
- Resolução de problemas.

MATERIAL:

- Calculadora
- Computador (c/internet)
- Ficha de trabalho nº 10 e proposta da resolução
- Material didático – GeoGebra
- Material didático – auxiliares para a ficha de trabalho nº 10
- Projetor
- Régua e compasso

DESENVOLVIMENTO DA AULA:

A aula terá início com a formação dos grupos de trabalho que serão os mesmos grupos que irão trabalhar no projeto rs4e que foram determinados arbitrariamente pelos alunos.

Grupo 1	Grupo 2	Grupo 3	Grupo 4	Grupo 5
Jéssica Margarida Maria Teresa Patrícia Saryna	Alexandre Bernardo Martim Tiago	Carlos Ronaldo Diogo Miriam José Alberto	Alex Daniel Nikita Tomás	Leonel Francisco Roberto

De seguida, o professor irá explicar o trabalho que será desenvolvido na aula. Sendo assim, apresentará aos alunos a seguinte estrutura:

1. Resolução da ficha de trabalho nº 10 em grupo (40 minutos);
2. Apresentação e registo no quadro das respostas de cada grupo a cada um dos desafios (10 minutos);
3. Discussão onde serão debatidos quais os raciocínios à resolução dos desafios (15 minutos);
4. Observação de uma proposta de resolução para a ficha de trabalho em questão (10 minutos).

As dinâmicas de grupos adotadas e a resolução de problemas inseridos na matemática crítica vão ao encontro do projeto rs4e e à formação do aluno enquanto ser dinâmico, criativo e capaz de responder aos desafios que lhe são propostos. Estaremos com esta atividade a desenvolver competências do aluno como empreendedor.

Ficha de trabalho nº 10

Enunciado:

Um grupo de jovens empreendedores resolveu criar uma aplicação para telemóveis. Essa aplicação permitirá ao seu utilizador, determinar qual o posto de combustível mais próximo e qual o custo por litro dos diferentes combustíveis.

Após um processo seletivo o grupo determinou quais os postos de abastecimento de combustível que estariam disponíveis na aplicação e obtiveram o seguinte mapa:

Mapa retirado de http://www.whatgas.com/pt/

Para o lançamento da aplicação no mercado, os jovens fizeram a seguinte campanha para a aquisição da aplicação:

1 Mês gratuito	4 Meses gratuitos	8 Meses gratuitos	12 Meses gratuitos	Vitalício
Responder acertadamente a 1 dos 5 desafios	Responder acertadamente a 2 dos 5 desafios	Responder acertadamente a 3 dos 5 desafios	Responder acertadamente a 4 dos 5 desafios	Responder acertadamente aos 5 desafios

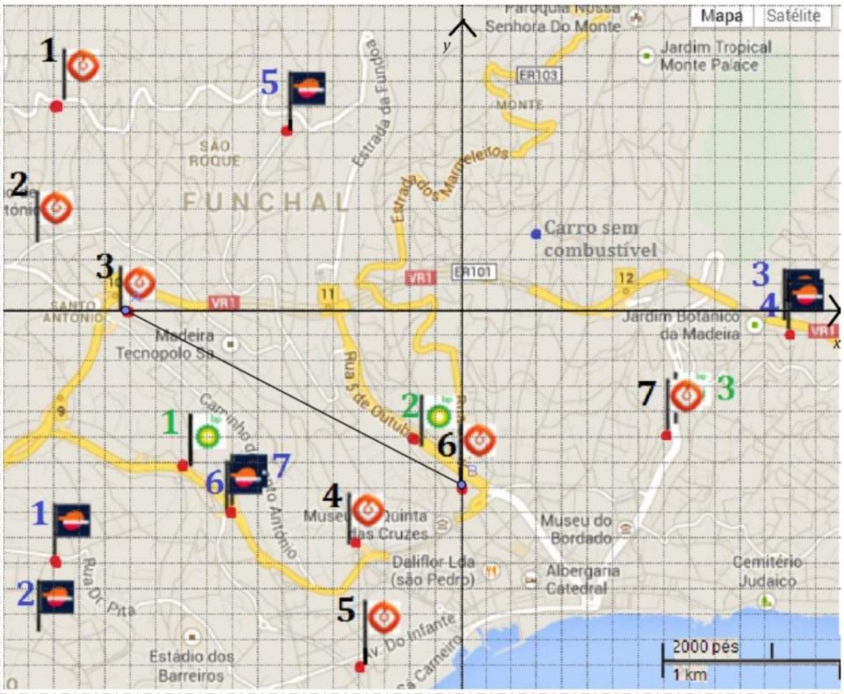
Para participar na campanha, bastaria submeter a resposta a cada desafio na página da aplicação e caso a resposta fosse correta, o participante teria que enviar por correio eletrónico a proposta de resolução de cada desafio validado corretamente.

Os desafios lançados pelo grupo empreendedor foram os seguintes:

(SEM UTILIZAR A RÉGUA PARA EFETUAR MEDIÇÕES)

A. Determine a distância entre o posto da Galp da rua 5 de Outubro e o posto da Galp de Santo António.

Proposta de resolução:



$A(-13,0) \quad e \quad B(0,-7)$

$$\overline{AB} = \sqrt{(-13+0)^2 + (0-(-7))^2} =$$

$$= \sqrt{(-13)^2 + (-7)^2} =$$

$$= \sqrt{169+49} =$$

$$= \sqrt{218} \simeq 14,7648$$

$$\begin{array}{c} 1 - 7 \\ \sqrt{218} - x \end{array} \Leftrightarrow x \simeq 2,11km$$

B. Se um carro ficar sem combustível num determinado ponto de uma rua do Livramento (identificado no mapa), existem apenas dois postos de combustível, equidistantes a esse ponto. Quais são?

Proposta de resolução:

$C(-7,7), D(13,-1)$ *e* $S(3,3)$

$$\overline{CS} = \overline{DS} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{(-7-3)^2+(7-3)^2} = \sqrt{(13-3)^2+(-1-3)^2} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{(-10)^2+(4)^2} = \sqrt{10^2+(-4)^2} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{100+16} = \sqrt{100+16} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{116} = \sqrt{116} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 116 = 116 \quad P.V.$$

ou $P(x,y) \in [CD]$, *logo:*

$$\overline{CP} = \overline{PD} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (x-(-7))^2+(y-7)^2 = (x-13)^2+(y+1)^2 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \cancel{x^2}+14x+49+\cancel{y^2}-14y+49 = \cancel{x^2}-26x+169+\cancel{y^2}+2y+1 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow -14y-2y = -26x-14x+169+1-49-49 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow -16y = -40x+72 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow y = \frac{10x}{4} - \frac{9}{2}$$

$S(3,3)$

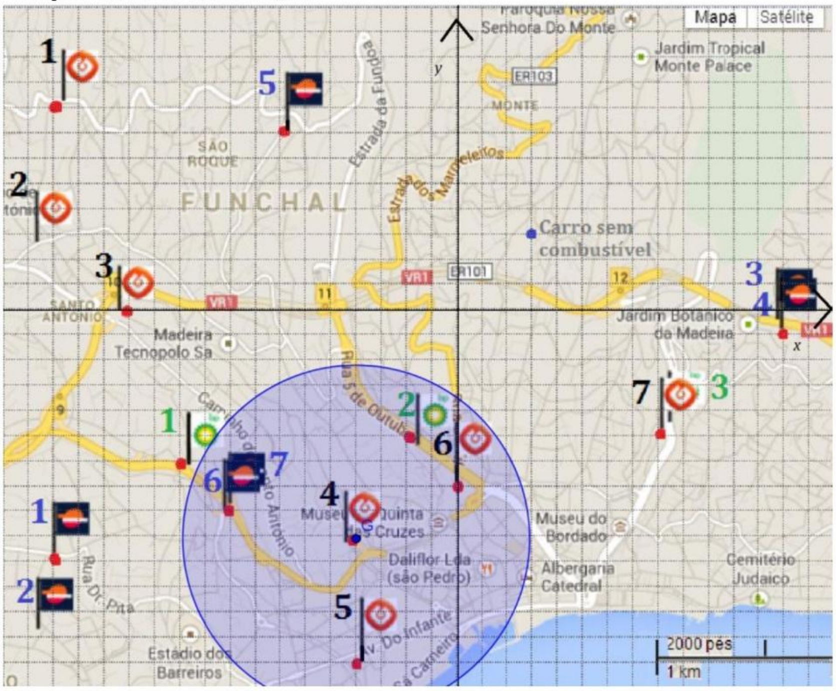
$$3 = \frac{10 \times 3}{4} - \frac{9}{2} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 24 = 60 - 36 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 24 = 24 \quad P.V.$$

C. Supondo que todos os postos de combustível num raio de 1km da Galp, à esquerda do Museu da Quinta das Cruzes, não foram reabastecidos, explique analiticamente porque não poderá abastecer na BP da avenida 5 de Outubro. Qual será o posto mais próximo disponível?

Proposta de resolução:



$C(-4,-9)$ *e* raio 1km $\Rightarrow$ raio = 7

$$(x-(-4))^2+(y-(-9))^2 \leq 7^2 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (x+4)^2+(y+9)^2 \leq 49 \Leftrightarrow$$

BP da 5 de Outubro tem de coordenadas $(-2,-5)$

$$(-2+4)^2+(-5+9)^2 \leq 49 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 2^2+4^2 \leq 49 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 4+16 \leq 49 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 20 \leq 49 \quad P.V. \quad logo,$$

a BP da 5 de Outubro não foi reabastecida.

$\Leftrightarrow 20 \leq 49$ *P. V.* *logo,*

a BP da 5 de Outubro não foi reabastecida.

É a BP 1, pois tem de coordenadas $(11, -6)$ *e*

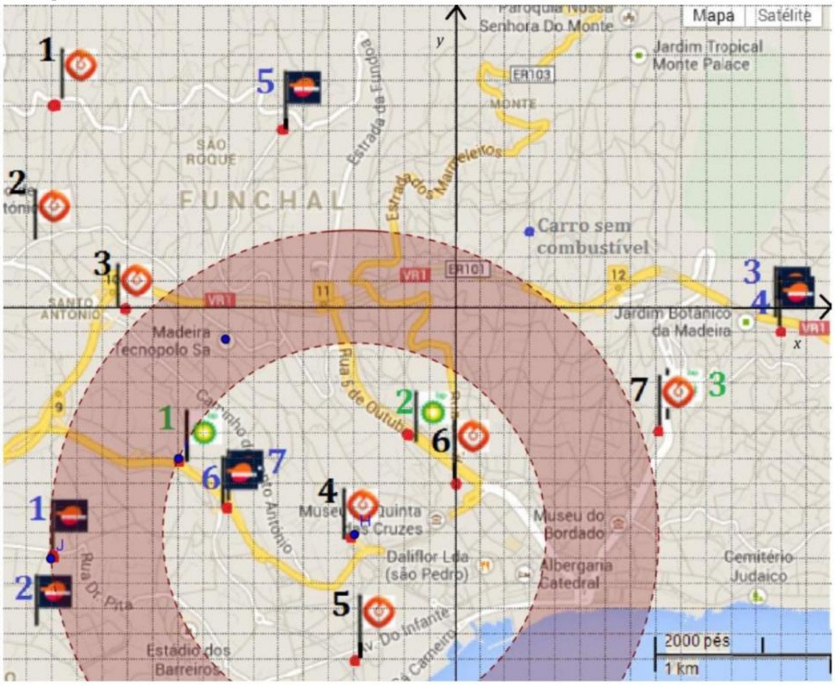
$(-11+4)^2 + (-6+9)^2 \leq 49 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 7^2 + 3^2 \leq 49 \Leftrightarrow \Leftrightarrow 58 \leq 49 P.F.$

$\therefore$ A BP 1 foi reabastecida está além de 1 km de raio.

D. Defina uma condição onde seja válida a seguinte afirmação: "O Madeira Tecnopolo encontra-se numa região onde poderia ser construído pelo menos um posto de combustível, se considerarmos a Galp nº4, o posto central da zona abrangida pela aplicação."

Proposta de resolução:



Raio menor: $C(-4,-9),\ R_1(-11,-6)$

$$\overline{CR_1} = \sqrt{(-4-(-11))^2 + (-9-(-6))^2} =$$
$$= \sqrt{(-4+11)^2 + (-9+6)^2} =$$
$$= \sqrt{8^2 + (-3)^2} =$$
$$= \sqrt{64+9} =$$
$$= \sqrt{73}$$

$$\therefore\ (x-(-4))^2 + (y-(-9))^2 > \left(\sqrt{73}\right)^2 \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow (x+4)^2 + (y+9)^2 > 73$$

Raio maior: $C(-4,-9),\ R_2(-16,-10)$

$$\overline{CR_2} = \sqrt{(-4-(-16))^2 + (-9-(-10))^2} =$$
$$= \sqrt{(-4+16)^2 + (-9+10)^2} =$$
$$= \sqrt{12^2 + 1^2} =$$
$$= \sqrt{144+1} =$$
$$= \sqrt{145}$$

$$\therefore\ (x-(-4))^2 + (y-(-9))^2 < \left(\sqrt{145}\right)^2 \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow (x+4)^2 + (y+9)^2 < 145$$

$$\therefore\ 73 < (x+4)^2 + (y+9)^2 < 145$$

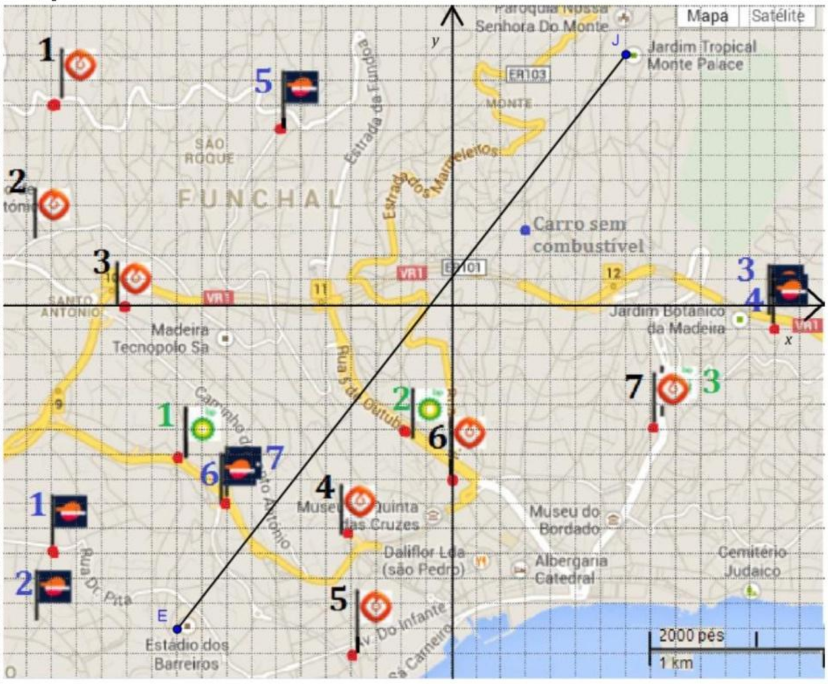
$\begin{matrix} 1 - 7 \\ x - \sqrt{73} \end{matrix} \Leftrightarrow x = \dfrac{\sqrt{73}}{7} = 1,22 \Rightarrow 1,22^2 = 1,49$

$\begin{matrix} 1 - 7 \\ x - \sqrt{145} \end{matrix} \Leftrightarrow x = \dfrac{\sqrt{145}}{7} = 1,72 \Rightarrow 1,72^2 = 2,96$

$\therefore$ Num raio superior a aproximadamente 1,5 km e inferior a aproximadamente 3 km de posto da Galp 4 (à esquerda do Museu da Quinta das Cruzes).

E. Se o custo por litro da gasolina sem chumbo 95 for 1,64 € e o carro tiver um consumo médio de aproximadamente 6 litros aos 100 km, qual é o custo mínimo para se poder deslocar de carro entre o estádio dos Barreiros e o jardim tropical Monte Palace.

Proposta de resolução:



$E(-11,-13),\ J(7,10)$

$$\overline{EJ} = \sqrt{(-11-7)^2 + (-13-10)^2} =$$
$$= \sqrt{(-18)^2 + (-23)^2} =$$
$$= \sqrt{324+529} =$$
$$= \sqrt{853}$$

$$\begin{matrix} 1 - 7 \\ x - \sqrt{853} \end{matrix} \Leftrightarrow x = \frac{\sqrt{853}}{7} \simeq 4,17$$

$$\begin{matrix} 100 - 6 \\ 4,17 - x \end{matrix} \Leftrightarrow x = \frac{4,17 \times 6}{100} \Leftrightarrow x = 0,024$$

$$\begin{matrix} 1 - 1,64 \\ 0,024 - x \end{matrix} \Leftrightarrow x = \frac{0,024 \times 1,64}{1} <\Rightarrow x = 0,03936$$

∴ O custo mínimo seria aproximadamente 0,04 €

Os alunos irão resolver a ficha de trabalho em grupo, sendo assim, o professor deverá se deslocar pela sala de aula e esclarecer algumas dúvidas que possam surgir.

Findo o período estimado para a resolução da ficha de trabalho, o professor irá questionar os alunos sobre as respostas que obtiveram para cada um dos desafios. Esta correção deverá ser feita oralmente e todas as respostas serão registadas num quadro (em anexo) para que no fim seja possível verificar qual o tipo de campanha correspondente a cada grupo.

Finda esta tarefa o professor irá fomentar um pequena discussão sobre quais os raciocínios inerentes à resolução de cada desafio. É importante que o professor ocupe um papel de moderador, e ao mesmo tempo que promova os conteúdos matemáticos que foram trabalhados revelando assim a sua aplicabilidade num contexto real.

Para terminar a ficha de trabalho, o professor disponibilizará aos alunos uma proposta de resolução da ficha em questão e em grande grupo, analisará as propostas de resposta aos desafios, o professor concluirá assim a ficha de trabalho nº 10.

Para dar por encerrada a aula, o professor irá fazer algumas recomendações:

1. Sólidos que terão de ser entregues até sexta-feira dia 29/11.
2. A importância da sala de apoio, pois, será o último dia de apoio antes do teste dia 6 de dezembro.
3. Projeto tampinhas que já está a decorrer.

A aula será encerrada com o registo do sumário no Place 21 e a arrumação do material utilizado durante a aula.

AVALIAÇÃO:

- Respeito pelas normas de sala de aula e participação;
- Interesse/empenho pelas atividades propostas;
- Trabalho cooperativo em grupo;
- Avaliar as intervenções dos alunos durante a correção e resolução dos exercícios propostos.

SUMÁRIO:

1. Geometria I
   1.1. Geometria analítica I.
      1.1.1. Lugares geométricos no plano. Ficha de trabalho nº 10.

BIBLIOGRAFIA/RECURSOS:

- Manual
  Guerreiro, L., Leite, A., Neves, M. A. F. & Silva, J. N. (2010). *Matemática A 10 (Geometria I).* Lisboa: Porto Editora.
- Site: http://www.whatgas.com/pt/
- Ficha de trabalho nº 10 – Lugares geométricos no plano.

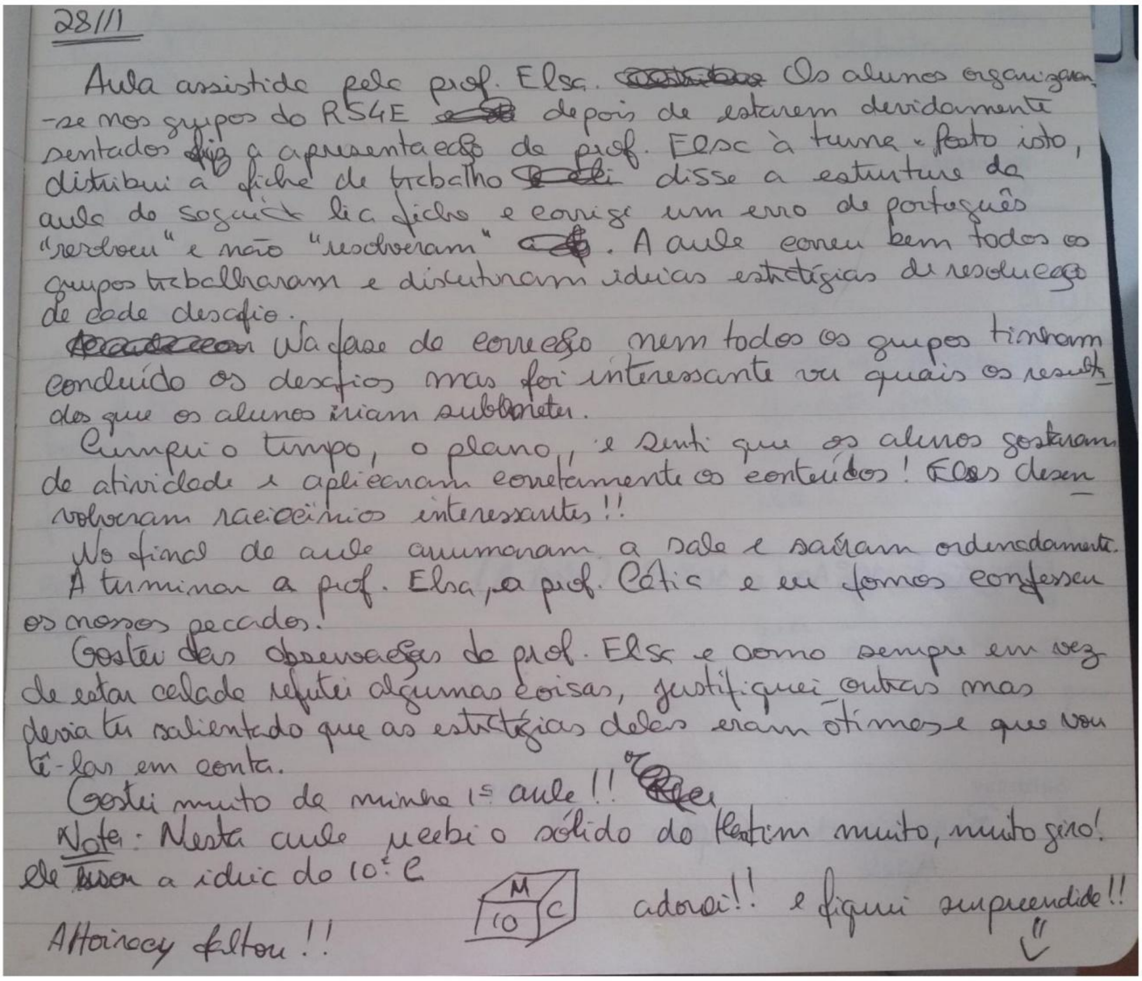
OBSERVAÇÕES:

A aula correu de acordo com o previsto, sendo possível cumprir com o plano de aula.

Sugestões a ter em conta:

- Durante os momentos de correção poderia estar a projetar em paralelo a mesma;
- Poderia ter recolhido uma resolução de cada grupo das questões que estes conseguiram resolver para com calma posteriormente analisar os raciocínios e retirar algumas observações;
- Sempre que realizar pequenas discussões onde se pretendam explorar certos conteúdos, deveria realizar uma espécie de guião para que não me esqueça de alguma observação pertinente.

Observações em diário:



28/1

Aula assistida pela prof. Elsa. Os alunos organizaram-se nos grupos do RS4E depois de estarem devidamente sentados a apresentação da prof. Elsa à turma. Posto isto, distribui a ficha de trabalho disse a estrutura da aula do seguinte lia ficha e corrigi um erro de português "resolveu" e não "resolveram". A aula correu bem todos os grupos trabalharam e discutiram ideias estratégias de resolução de cada desafio.

Na fase de correção nem todos os grupos tinham concluído os desafios mas foi interessante ver quais os resultados que os alunos iriam submeter.

Cumpri o tempo, o plano, e senti que os alunos gostaram da atividade e aplicaram corretamente os conteúdos! Eles desenvolveram raciocínios interessantes!!

No final da aula arrumaram a sala e saíram ordenadamente.

A terminar a prof. Elsa, a prof. Cátia e eu fomos confessar os nossos pecados!

Gostei das observações da prof. Elsa e como sempre em vez de estar calada refutei algumas coisas, justifiquei outras mas devia ter salientado que as estratégias deles eram ótimas e que vou tê-las em conta.

Gostei muito da minha 1ª aula!!

Nota: Nesta aula recebi o sólido do Martim muito, muito giro! Ele usou a ideia do 10ºC

M 10 C

adorei!! e fiquei surpreendida!!

Altairaay faltou!!

Recomendações por professora Cátia Belim:

28-11-2013 aula assistida pela prof. Dra. Elsa

- Devias ter entregue o plano de aula, com mais antecedência por forma a que eu tivesse tido mais tempo de o ler com mais atenção para detetar os erros de português.

- Cuidado para não falares demasiado rápido

- "raiz" devias ter dito "raiz quadrada"

- "mete-se" " " "coloca-se"

- Boa ficha de contexto real e boa estratégia de aula, trabalho em grupo, no entanto, penso que a correção da mesma deveria ter sido feita de outra maneira, mesmo entregando a resolução, se tivesses projetado seria mais fácil para explicares os raciocínios.

- Poderias ter recolhido uma resolução de cada grupo, para veres os vários raciocínios e corrigires mais personalizadamente.

Anexos

1. Ficha de trabalho nº 10 e respetiva proposta de resolução;
2. Mapa anexo da ficha de trabalho;
3. Grelha de apoio ao registo de respostas dos alunos.

1. Ficha de trabalho nº 10

APEL – Associação Promotora do Ensino Livre

Matemática A - 10º ano

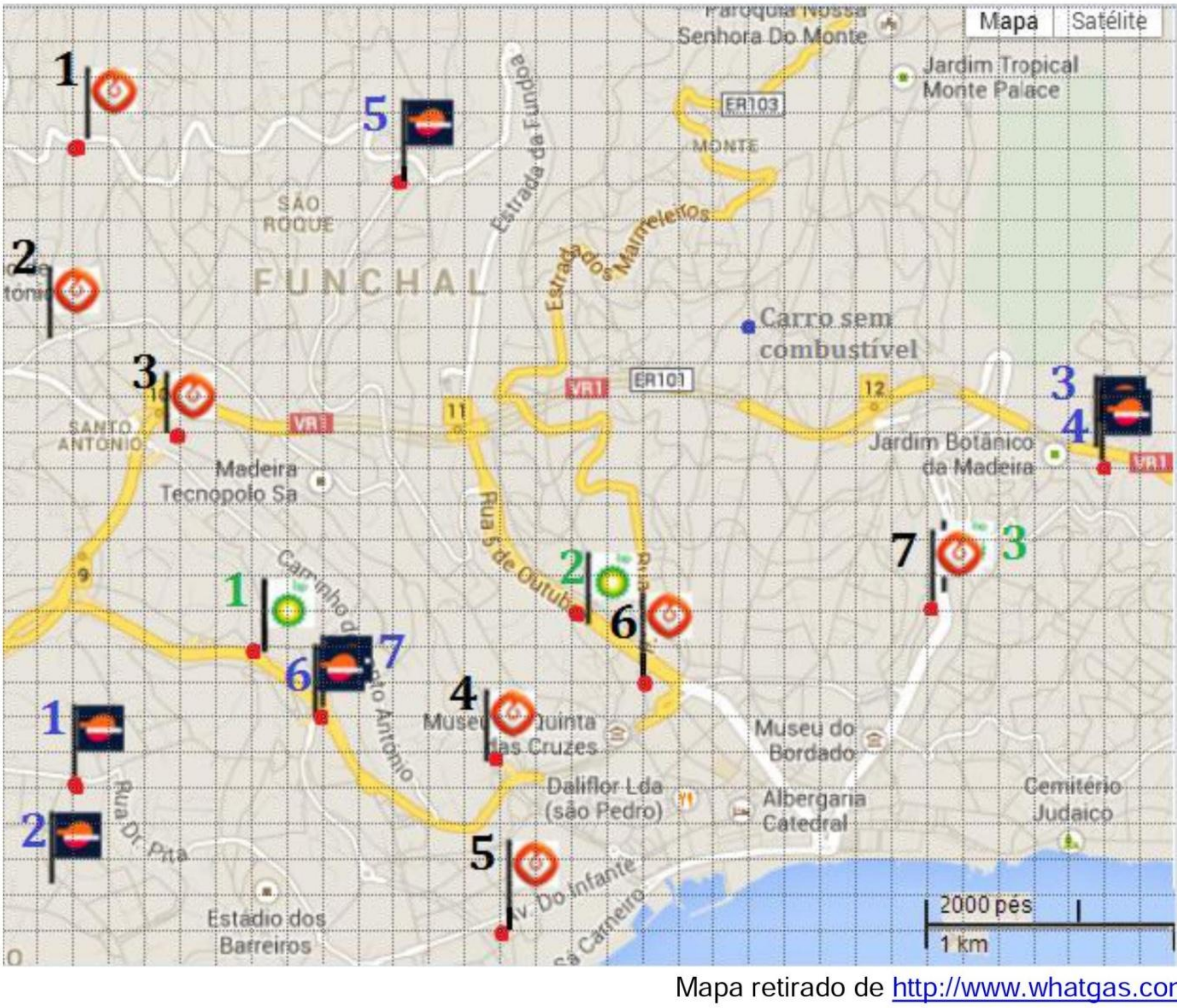
Ficha de Trabalho nº 10

Unidade Temática – Geometria analítica I | **Nome:** ____________________________

Tema – Distância entre dois pontos. Lugares geométricos. | **Turma:** ______ **Data:** ____/____/____

Um grupo de jovens empreendedores resolveram criar uma aplicação para telemóveis. Essa aplicação permitirá ao seu utilizador, determinar qual o posto de combustível mais próximo e qual o custo por litro dos diferentes combustíveis.

Após um processo seletivo o grupo determinou quais os postos de abastecimento de combustível que estariam disponíveis na aplicação e obtiveram o seguinte mapa:



Mapa retirado de http://www.whatgas.com/pt/

Para o lançamento da aplicação no mercado, os jovens fizeram a seguinte campanha para a aquisição da aplicação:

1 Mês gratuito	4 Meses gratuitos	8 Meses gratuitos	12 Meses gratuitos	Vitalício
Responder	Responder	Responder	Responder	Responder

acertadamente a 1 dos 5 desafios	acertadamente a 2 dos 5 desafios	acertadamente a 3 dos 5 desafios	acertadamente a 4 dos 5 desafios	acertadamente aos 5 desafios

Para participar na campanha, bastaria submeter a resposta a cada desafio na página da aplicação e caso a resposta fosse correta, o participante teria que enviar por correio eletrónico a proposta de resolução de cada desafio validado corretamente.

Os desafios lançados pelo grupo empreendedor foram os seguintes:

(SEM UTILIZAR A RÉGUA PARA EFETUAR MEDIÇÕES)

A. Determine a distância entre o posto da Galp da rua 5 de Outubro e o posto da Galp de Santo António.

B. Se um carro ficar sem combustível num determinado ponto de uma rua do Livramento (identificado no mapa), existem apenas dois postos de combustível, equidistantes a esse ponto. Quais são?

C. Supondo que todos os postos de combustível num raio de 1km da Galp, à esquerda do Museu da Quinta das Cruzes, não foram reabastecidos, explique analiticamente porque não poderá abastecer na BP da avenida 5 de Outubro. Qual será o posto mais próximo disponível?

D. Defina uma condição onde seja válida a seguinte afirmação: "O Madeira Tecnopolo encontra-se numa região onde poderia ser construído pelo menos um posto de combustível, se considerarmos a Galp nº4, o posto central da zona abrangida pela aplicação."

E. Se o custo por litro da gasolina sem chumbo 95 for 1,64 € e o carro tiver um consumo médio de aproximadamente 6 litros aos 100 km, qual é o custo mínimo para se poder deslocar de carro entre o estádio dos Barreiros e o jardim tropical Monte Palace.

Procure responder aos desafios lançados pelo grupo inovador e verifique qual seria o período gratuito de adesão no lançamento desta campanha.

Nota:

Existe a aplicação gratuita para telemóveis se estiver interessado procure em:

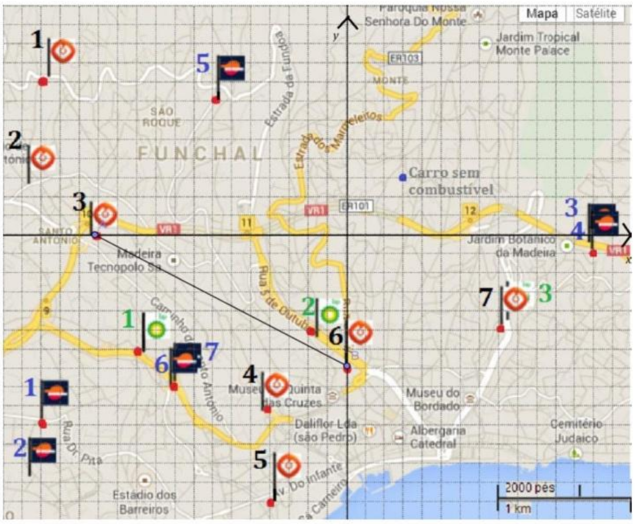
http://www.whatgas.com/mobi/index.html#.UpXkftJdXgw

ou então diretamente em aplicações por:

Gasolina Preços WhatGas

Ficha de trabalho nº 10 - Proposta de resolução

A. Determine a distância entre o posto da Galp da rua 5 de Outubro e o posto da Galp de Santo António.



$$A(-13,0) \quad e \quad B(0,-7)$$

$$\overline{AB} = \sqrt{(-13+0)^2+(0-(-7))^2} =$$

$$= \sqrt{(-13)^2+(-7)^2} =$$

$$= \sqrt{169+49} =$$

$$= \sqrt{218} \simeq 14,7648$$

$$\begin{array}{cc} 1 & 7 \\ \sqrt{218} & x \end{array} \Leftrightarrow x \simeq 2,11km$$

B. Se um carro ficar sem combustível num determinado ponto de uma rua do Livramento (identificado no mapa), existem apenas dois postos de combustível, equidistantes a esse ponto. Quais são?

$$C(-7,7), D(13,-1) \ e \ S(3,3)$$

$$\overline{CS} = \overline{DS} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{(-7-3)^2+(7-3)^2} = \sqrt{(13-3)^2+(-1-3)^2} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{(-10)^2+(4)^2} = \sqrt{10^2+(-4)^2} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{100+16} = \sqrt{100+16} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{116} = \sqrt{116} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 116 = 116 \quad P.V.$$

ou $\quad P(x,y) \in [CD]$, *logo:*

$$\overline{CP} = \overline{PD} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (x-(-7))^2+(y-7)^2 = (x-13)^2+(y+1)^2 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \cancel{x^2}+14x+49+\cancel{y^2}-14y+49 = \cancel{x^2}-26x+169+\cancel{y^2}+2y+1 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow -14y-2y = -26x-14x+169+1-49-49 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow -16y = -40x+72 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow y = \frac{10x}{4} - \frac{9}{2}$$

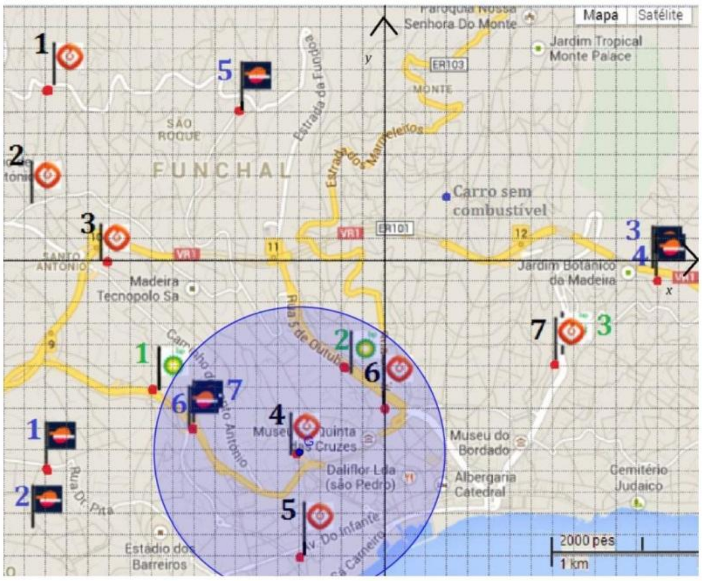
$$S(3,3)$$

$$3 = \frac{10 \times 3}{4} - \frac{9}{2} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 24 = 60 - 36 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 24 = 24 \quad P.\ V.$$

C. Supondo que todos os postos de combustível num raio de 1km da Galp, à esquerda do Museu da Quinta das Cruzes, não foram reabastecidos, explique analiticamente porque não poderá abastecer na BP da avenida 5 de Outubro. Qual será o posto mais próximo disponível?



$C(-4,-9)$ *e* raio 1km ⇒ raio = 7

$$(x-(-4))^2+(y-(-9))^2 \leq 7^2 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (x+4)^2+(y+9)^2 \leq 49 \Leftrightarrow$$

BP da 5 de Outubro tem de coordenadas $(-2,-5)$

$$(-2+4)^2+(-5+9)^2 \leq 49 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 2^2+4^2 \leq 49 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 4+16 \leq 49 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 20 \leq 49 \quad P.\,V. \quad logo,$$

a BP da 5 de Outubro não foi reabastecida.

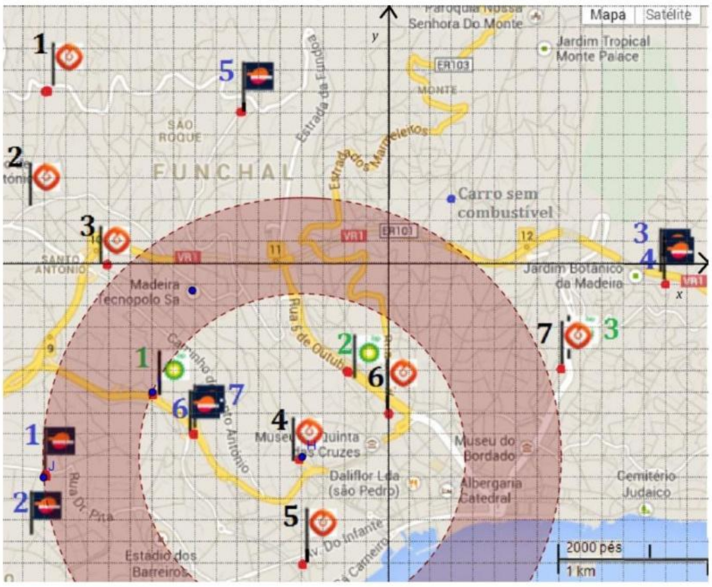
É a BP 1, pois tem de coordenadas $(11,-6)$ *e*

$$(-11+4)^2+(-6+9)^2 \leq 49 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 7^2+3^2 \leq 49 \Leftrightarrow \; \Leftrightarrow 58 \leq 49 P.F.$$

$\therefore$ A BP 1 foi reabastecida está além de 1 km de raio.

D. Defina uma condição onde seja válida a seguinte afirmação: "O Madeira Tecnopolo encontra-se numa região onde poderia ser construído pelo menos um posto de combustível, se considerarmos a Galp nº4, o posto central da zona abrangida pela aplicação."



Raio menor: $C(-4,-9)$, $R_1(-11,-6)$

$$\overline{CR_1}=\sqrt{(-4-(-11))^2+(-9-(-6))^2}=$$
$$=\sqrt{(-4+11)^2+(-9+6)^2}=$$
$$=\sqrt{8^2+(-3)^2}=$$
$$=\sqrt{64+9}=$$
$$=\sqrt{73}$$

$$\therefore\ (x-(-4))^2+(y-(-9))^2>\left(\sqrt{73}\right)^2 \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow (x+4)^2+(y+9)^2>73$$

Raio maior: $C(-4,-9)$, $R_2(-16,-10)$

$$\overline{CR_2}=\sqrt{(-4-(-16))^2+(-9-(-10))^2}=$$
$$=\sqrt{(-4+16)^2+(-9+10)^2}=$$
$$=\sqrt{12^2+1^2}=$$
$$=\sqrt{144+1}=$$
$$=\sqrt{145}$$

$$\therefore\ (x-(-4))^2+(y-(-9))^2<\left(\sqrt{145}\right)^2 \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow (x+4)^2+(y+9)^2<145$$

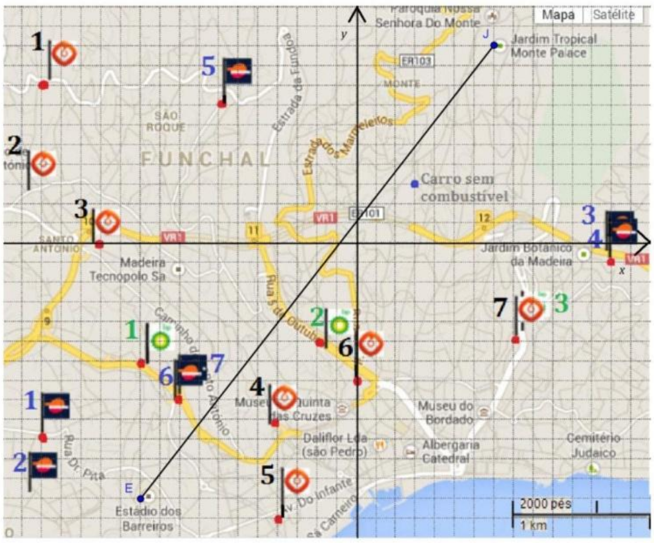
$$\therefore\ 73<(x+4)^2+(y+9)^2<145$$

$1-7$
$x-\sqrt{73}$ $\Leftrightarrow x=\dfrac{\sqrt{73}}{7}=1,22 \Rightarrow 1,22^2=1,49$

$1-7$
$x-\sqrt{145}$ $\Leftrightarrow x=\dfrac{\sqrt{145}}{7}=1,72 \Rightarrow 1,72^2=2,96$

$\therefore$ Num raio superior a aproximadamente 1,5 km e inferior a aproximadamente 3 km de posto da Galp 4 (à esquerda do Museu da Quinta das Cruzes).

E. Se o custo por litro da gasolina sem chumbo 95 for 1,64 € e o carro tiver um consumo médio de aproximadamente 6 litros aos 100 km, qual é o custo mínimo para se poder deslocar de carro entre o estádio dos Barreiros e o jardim tropical Monte Palace.



$E(-11,-13)$, $J(7,10)$

$$\overline{EJ}=\sqrt{(-11-7)^2+(-13-10)^2}=$$
$$=\sqrt{(-18)^2+(-23)^2}=$$
$$=\sqrt{324+529}=$$
$$=\sqrt{853}$$

$1-7$
$x-\sqrt{853}$ $\Leftrightarrow x=\dfrac{\sqrt{853}}{7}\simeq 4,17$

$100-6$
$4,17-x$ $\Leftrightarrow x=\dfrac{4,17\times 6}{100}\Leftrightarrow x=0,024$

$1-1,64$
$0,024-x$ $\Leftrightarrow x=\dfrac{0,024\times 1,64}{1} <\Rightarrow x=0,03936$

∴ O custo mínimo seria aproximadamente 0,04 €

2. Mapa anexo da ficha de trabalho

3. Grelha de apoio ao registo de respostas dos alunos.

	Desafio 1	Desafio 2	Desafio 3	Desafio 4	Desafio 5
Grupo 1					
Grupo 2					
Grupo 3					
Grupo 4					
Grupo 5					
Respostas corretas					

E.1.6. Plano de aula nº57 (13/02/2014).

E.1.6.1. Excerto plano de aula nº57, páginas 8, 9 e 10.

Parte III – Aplicação de conteúdos.

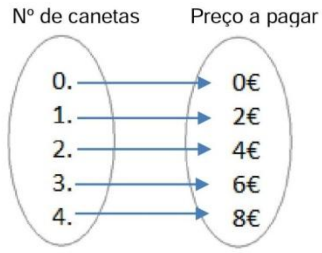
Após a apresentação das diferentes formas de representar uma função o professor irá resolver no quadro, em paralelo com os alunos, os dois exercícios disponibilizados na **ficha de trabalho nº12**. Com esses exercícios o professor explorará os conteúdos abordados na aula aplicados a um contexto económico.

Nota: Caso o professor verifique que não dispõe de muito tempo para a resolução desta terceira parte da ficha de trabalho nº 12, deverá resolver as alíneas que for possível e destinar as restantes para T.P.C..

Ficha de trabalho nº 12 – Proposta de resolução:

Exercício 1: A Joana entrou numa papelaria e viu canetas que custavam 2€ cada. A Joana só dispõe de 8 euros para gastar.

1.1) Represente através de um **diagrama de setas** a relação que existe entre o número de canetas que poderá comprar e o preço que a Joana irá pagar.



1.2) Será que a correspondência entre o número de canetas que a Joana vai comprar e o preço que irá pagar é uma função? Justifique.

R.: Sim trata-se de uma função, pois a cada objeto (nº de canetas) faz corresponder uma e uma só imagem (preço a pagar). Ou seja, consoante o número de canetas a Joana terá apenas um preço a pagar.

1.3) Complete a **tabela** ao lado:

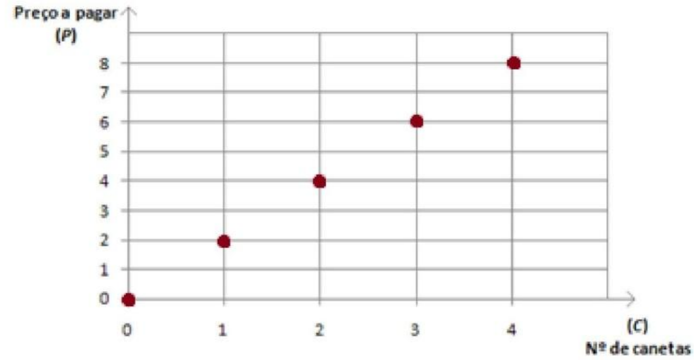
Nº de canetas (C)	Preço a pagar (P)
0	0 €
1	2 €
2	4 €
3	6 €
4	8 €

1.4) Indique a variável independente e a variável dependente.

Variável independente: número de canetas (C)

Variável dependente: preço a pagar (P)

1.5) Desenhe um **gráfico cartesiano** tendo em conta a informação da tabela.



1.6) Tente encontrar uma **expressão analítica** que defina a correspondência entre C e P.

$$\boldsymbol{P = f(C) = 2 \times C,\ \ C \in \{0, 1, 2, 3, 4\}}$$

1.7) Identifique o domínio e o contradomínio da função definida por $f(C)$.

$$\boldsymbol{D_f = \{0, 1, 2, 3, 4\}}$$

$$\boldsymbol{CD_f = D'_f = \{0, 2, 4, 6, 8\}}$$

1.8) Qual o objeto que tem por imagem 4?

$\boldsymbol{f(C) = 4 \Leftrightarrow C = 2}$ **R.: O objeto que tem por imagem 4 é o objeto 2.**

1.9) Qual a imagem do objeto 1?

$\boldsymbol{C = 1 \Rightarrow f(1) = 2}$ **R.: A imagem que tem por objeto 1 é a imagem 2.**

1.10) Indique $f(2)$ e $f(3)$.

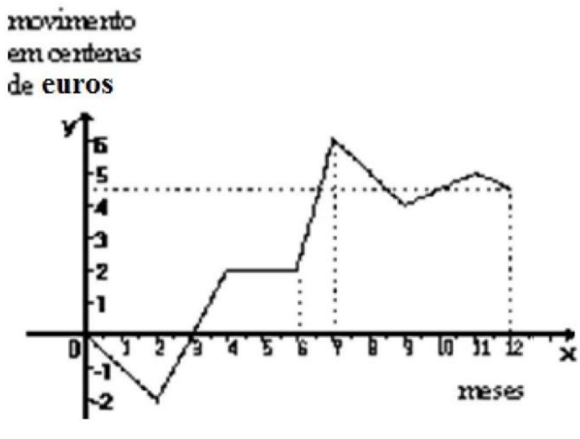
$$\boldsymbol{f(2) = 2 \times 2 = 4} \ \text{ e } \ \boldsymbol{f(3) = 2 \times 3 = 6}$$

Exercício 2: Considere o gráfico do movimento da empresa "Damoslucro":

Indique:

-qual foi o movimento no fim do 5º mês;

R.: O movimento foi de 200 euros.



-em que meses se verificou:

um movimento de 600 euros;

R.: Verificou-se apenas no 7º mês.

movimentos constantes;

R.: No 5º e 6º mês, inclusive.

movimentos negativos;

R.: Entre o primeiro dia do mês inicial até ao final do 3º mês, exclusive.

movimentos nulos;

R.: No início do 1º mês e no final do 3º mês.

-durante que meses se registou o movimento desta empresa (**domínio**)

R.: Durante um período de 12 meses. $\boldsymbol{D = [0, 12]}$

-entre que valores variou o movimento da empresa (**contradomínio**)

R.: Os movimentos da empresa variaram entre os 200 euros negativos e os 600 euros positivos.

$$\boldsymbol{D = [-200, 600]}$$

-o movimento (**variável dependente**) depende do mês (**variável independente**), por isso se diz que o movimento é dado em função do mês.

Dada por terminada a ficha de trabalho o professor irá pedir que os alunos registem no caderno o título **"Funções I. Introdução e generalidades. (P.12) "**

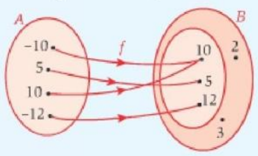
De seguida, o professor irá resolver exercícios do manual de modo a que os alunos pratiquem os conteúdos explorados na aula.

Deverão ser resolvidos, do **manual**, da página **15**, o exercício **1**, **4** e **5**, da página **19**, do exercício **3**, as alíneas **3.3**, **3.5** e **3.6**, os exercícios **6** e **7** e da página **34**, o exercício **1**. A correção será projetada e apenas as alíneas que suscitarem mais dúvidas deverão ser exploradas no quadro. Os exercícios que não forem resolvidos em aula serão recomendados para **T.R.P.C.**. o professor deverá respeitar a ordem que se segue para a realização dos exercícios.

(Manual) P.15

Exercícios:

1 Considere a seguinte correspondência entre A e B.



1.1 Justifique que a correspondência, f, é uma função.

1.2 Indique o domínio, D_f, da função.

1.3 Indique o conjunto de chegada da função.

1.4 Indique o contradomínio, D'_f, da função.

1.5 Qual é a imagem do objecto -12?

1.6 Quais os objectos que têm imagem 10?

1.7 Qual é o objecto que tem imagem 5?

1.8 Qual das seguintes expressões corresponde à função f?

(A) $f(x) = x + 2$; **(B)** $f(x) = x + 1$;

(C) $f(x) = 1 + x^2$; **(D)** $f(x) = |x|$.

Proposta de resolução:

1.1 A cada elemento de A corresponde, por f, um e um só elemento de B.

1.2 $D_f = \{-12, -10, 5, 10\}$

1.3 $B = \{2, 3, 5, 10, 12\}$

1.4 $D'_f = \{5, 10, 12\}$

1.5 12

1.6 -10 e 10

1.7 5

1.8 Resposta: (D)

E.1.7. Plano de aula nº58 (14/02/2014).

E.1.7.1. Excerto plano de aula nº58, páginas 5, 6, 7 e 10.

a ficha proposta de resolução e após a correção o professor pedirá a um aluno para ler então em voz alta a conlusão sobre o que são o monotonia da função.

Monotonia da função:

Uma <u>função é crescente</u>, num intervalo contido no seu domínio, se para quaisquer valores a e b, desse intervalo:

Se a < b então f(a) $\leq$ f(b).

Uma <u>função é decrescente</u>, num intervalo contido no seu domínio, se para quaisquer valores a e b, desse intervalo:

Se a < b então f(a) $\geq$ f(b).

Uma <u>função é constante</u>, num intervalo contido no seu domínio, se para quaisquer valores a e b, desse intervalo:

Se f(a) = f(b).

NOTA: Se nas definições dadas <u>não admitimos a igualdade</u>, obtemos definições de funções **estritamente crescentes** ou **estritamente decrescentes.**

Diz-se que uma <u>função é monótona</u> num intervalo se for crescente ou decrescente nesse intervalo.

- Grupo IV -

1.9) Complete o quadro seguinte de modo a traduzir a variação da função t (temperatura) entre as 0 horas e as 24 horas.(**Tabela de variação**)

Tempo (em horas)	0		3		5		12		16		24
Temperatura (em ºC)	**0**	↘	**-3**	↗	**0**	↗	**8**	→	**8**	↘	**2**

- A função é monótona crescente nos seguintes intervalos: $[\mathbf{3}, \mathbf{12}]$
- A função é monótona decrescente nos seguintes intervalos: $[\mathbf{0}, \mathbf{3}]$ e em $[\mathbf{16}, \mathbf{24}]$
- A função é constante nos seguintes intervalos: $[\mathbf{12}, \mathbf{16}]$

1.10) Qual foi a temperatura máxima que se atingiu ao longo do dia? E a que horas?

<u>R.: A temperatura máxima ao longo do dia foi 8ºC desde as 12h até e inclusivé as 16h.</u>

1.11) Qual foi a temperatura mínima que se atingiu ao longo do dia? E a que horas?

R.: A temperatura mínima ao longo do dia foi de -3ºC às 3h.

Para a função dizemos que $\mathbf{8}$ e $-\mathbf{3}$ são extremos e que $\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}) = \mathbf{8}$ é o máximo e $\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}) = -\mathbf{3}$ é o mínimo.

Assim que a maior parte dos alunos tiverem resolvido este primeiro grupo o professor irá projetar a proposta de resolução e após a correção o professor pedirá a um aluno para ler então em voz alta a conclusão sobre os extremos da função.

Máximos e mínimos de uma função:

Diz-se que f(a) é o máximo absoluto da função se f(a) é o maior valor do contradomínio da função, isto é, f(a) ≥ f(x)

Diz-se que f(b) é o mínimo absoluto da função se f(b) é o menor valor do contradomínio da função, isto é, f(b) ≤ f(x)

Aos maiores valores da função num determinado intervalo do seu domínio, chamamos máximos relativos.

Aos menores valores da função num determinado intervalo do seu domínio, chamamos mínimos relativos.

Aos máximos e mínimos (absolutos e relativos) de uma função chama-se extremos da função. Os valores do domínio a que correspondem os máximos e mínimos da função chamam-se maximizantes e minimizantes respectivamente.

- Grupo V -

1.12) A função apresentada é contínua no seu domínio?

R.: Sim, a função é contínua pois não apresenta nenhuma interrupção no seu gráfico "podemos desenhá-la sem levantar o lápis.

Assim que a maior parte dos alunos tiver resolvido este primeiro grupo o professor irá projetar a proposta de resolução e após a correção o professor pedirá a um aluno para ler então em voz alta a conclusão sobre a continuidade da função.

Continuidade:

Uma função <u>f é contínua</u> no seu domínio quando não existem interrupções no seu gráfico. (Fig 1)

Uma função <u>f é descontínua</u> no seu domínio quando existem interrupções no seu gráfico. (Fig 2)

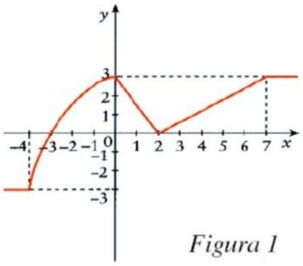


Figura 1

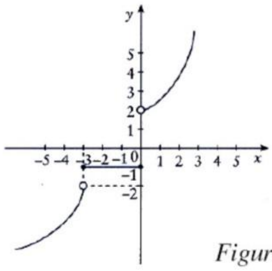
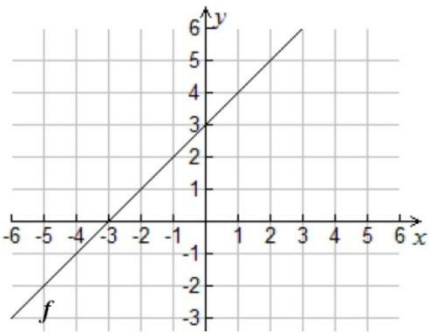


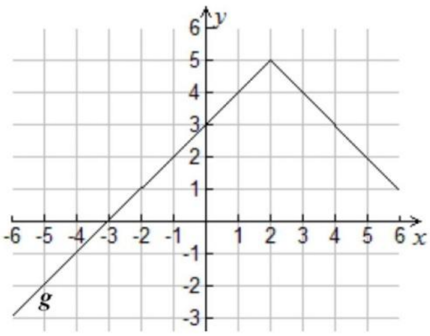
Figura 2

- Grupo VI -

Injectividade:

Considere a representação gráfica das funções f e g:





Determine os valores de x para os quais se tem:

$f(x)=3$ $\Leftrightarrow \boldsymbol{x=0}$ $\qquad$ $f(x)=5$ $\Leftrightarrow \boldsymbol{x=2}$

$g(x)=4$ $\Leftrightarrow \boldsymbol{x=1 \vee x=3}$ $\qquad$ $g(x)=3$ $\Leftrightarrow \boldsymbol{x=0 \vee x=4}$

A função f é **injetiva**, pois para cada **dois objetos diferentes** as respectivas **imagens são** diferentes .

A função g **não é injetiva**, pois há **objetos diferentes** com a mesma **imagem.**

Uma função f de domínio D é **injetiva** quando, para todos os elementos a e b pertencentes ao domínio, se a é diferente de b, então as imagens de a e de b também são diferentes, isto é, a função f é injetiva se e só se: $\forall a,b \in D_f$, se $a \neq b$ então $f(a) \neq f(b)$

Graficamente, verifica-se que uma **função é injetiva** se e só se qualquer reta horizontal intersectar o gráfico da função, no máximo, num ponto.

OBSERVAÇÕES:

Os alunos apresentaram algumas dificuldades no exercício do manual, da página 19, o exercício 3. Foi necessário recorrer a vários exemplos para os alunos perceberem o que significava calcular por

Não foi possível resolver toda a ficha de trabalho nº 13, pois tinha ficado para resolver da aula anterior alguns exercícios do manual. No entanto, que foram possíveis resolver em sala de aula, os alunos não apresentaram grandes dificuldades, apenas notou-se que ficaram um pouco confusos com a construção das tabelas, quer a do quadro de sinal, quer a tabela de variação. Terão de aplicar novamente estes procedimentos nas próximas aulas.

E.1.7.2. Excerto plano de aula nº58, páginas 8 e 9.

Finda esta tarefa o professor distribuirá uma **ficha de trabalho nº14** sobre as generalidades das funções para **T.P.C.** e que será corrigida na próxima aula (a resolução da ficha encontra-se em anexo). O professor irá alertar que irá recolher para avaliação algumas resoluções e que a seleção das mesmas será aleatória.

Nota: atividade especial "dia dos Namorados"

A 10 minutos do final da aula o professor irá pedir aos alunos para explorem as calculadoras. Como se trata do dia dos namorados o primeiro impacto que estes terão com as calculadoras será a chamada "Equação do amor" dada pela expressão:

$$\sqrt{1-(|x|-1)^2} = -3\sqrt{1-\sqrt{\frac{|x|}{2}}}$$

Os alunos irão introduzir na calculadora da seguinte forma:

1º Colocam a função:

$$y_1 = \sqrt{1-(|x|-1)^2}$$

Nota: O professor deverá orientar o aluno de forma muito breve como abrir o menu das funções, de seguida como introduzir "corretamente" as funções.

É provável que os alunos apresentem dúvidas sobre a colocação do |x|, para tal e sem se alongar muito o professor deverá indicar os seguintes passos, dependendo do modelo de calculadora de cada aluno :

Calculadora casio:

1- OPTN
2- NUME
3- ABS

Calculadora Texas:

1- MATH
2- NUM
3- ABS

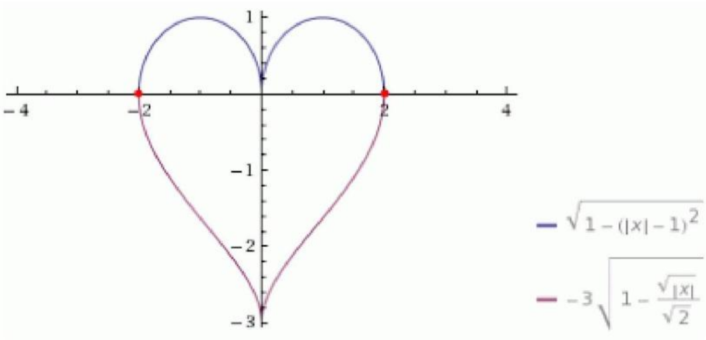
2º Acertam a janela, como indicado a seguir e depois fazem *draw* da função.

Xmin=-3
Xmax=3
Ymin=-4
Ymax=2

3º Colocam a função:

$$y_2 = -3\sqrt{1-\sqrt{\frac{|x|}{2}}}$$

4º Fazem *draw* e obtém a função construída pela "equação do amor"



A aula será encerrada com o registo do sumário no Place 21 e arrumação do material utilizado.

AVALIAÇÃO:

- Respeito pelas normas de sala de aula e participação;
- Interesse/empenho pelas atividades propostas;
- Capacidade de interligação e aplicação dos conteúdos abordados nos exercícios propostos;
- Avaliar as intervenções dos alunos durante a resolução dos exercícios propostos.

SUMÁRIO:

1. Funções I
   1.1. Generalidades sobre funções – Ficha de trabalho nº13
   1.2. Estudo: domínio, contradomínio, zeros, quadro de sinal, quadro de monotonia, extremos, continuidade e injetividade.
   1.3. Função construída através da calculadora. "Equação do amor".
   1.4. Resolução de exercícios do manual.

BIBLIOGRAFIA/RECURSOS:

- Manual
  Guerreiro, L., Leite, A., Neves, M. A. F. & Silva, J. N. (2010). *Matemática A 10 (Funções I).* Lisboa: Porto Editora.
- Ficha de trabalho nº 13 e respetiva proposta de resolução.
- Ficha de trabalho nº 14 e respetiva proposta de resolução.

E.1.8. Plano de aula nº64 (28/02/2014).

E.1.8.1. Excerto plano de aula nº64, páginas 2 a 7 e 9.

MATERIAL:

- Calculadora
- Colunas
- Computador (c/internet)
- Diapositivos de correção da ficha de trabalho nº 15
- Ficha de trabalho nº 15 e respetiva proposta de resolução.
- Manual
- Projetor

DESENVOLVIMENTO DA AULA:

A aula terá início com a conclusão do trabalho realizado na aula anterior.

De seguida, o professor irá preparar os alunos para a tarefa que irão realizar na aula. Para tal, será necessário que os alunos se organizem em grupos de 2 ou 3 elementos. A formação dos grupos ficará ao critério dos alunos.

Assim que os alunos se encontrarem devidamente sentados e organizados em grupos, o professor irá distribuir a **ficha de trabalho nº 15** que será explorada na aula.

O professor irá designar 60 minutos para a exploração da ficha de trabalho. Sendo assim, o professor deverá deslocar-se pela sala e apoiar os grupos na resolução da ficha de modo a promover o trabalho autónomo, de forma, a que os alunos sejam capazes de exprimir processos e ideias matemáticas, oralmente e por escrito, utilizando a notação, simbologia e vocabulário próprios.

Na exploração da tarefa pretende-se que os alunos, numa primeira fase, analisem a representação gráfica e procurem contextualizá-la e dar-lhe significado à medida que vão refletindo e respondendo às questões formuladas e, numa segunda fase, associem retas não verticais representadas graficamente que exprimam uma relação à família de funções afim. Esta tarefa irá permitir ainda que os alunos explorem algumas famílias de funções afim, com recurso às potencialidades gráficas da calculadora.

Finda a fase exploratória da ficha o professor irá promover uma discussão reflexiva sobre a ficha de trabalho, onde serão confrontadas e discutidas as ideias e respostas às questões, assim como os processos utilizados pelos alunos. Durante este período, o professor irá formalizar os conceitos estudados ao longo da aula.

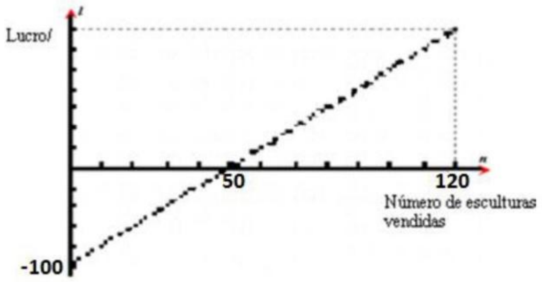
Esta tarefa permitirá ao aluno a identificação de algumas caraterísticas de uma função afim, adaptada à vida real. A tarefa possibilitará ainda o desenvolvimento de diferentes estratégias na resolução das questões que envolvem representações de funções e relações entre as mesmas, assim como a manifestação de algumas dificuldades que possam existir na interpretação da representação gráfica e resolução das questões.

Ficha de trabalho nº 15 – Proposta de resolução

Como comprar uma PlayStation Portable?

A época de saldos começou no fim de Dezembro e os gémeos João e José querem comprar, a meias, uma PlayStation Portable (psp). O custo é de 250 euros, pois já vem com dois jogos incluídos, mas encontra-se atualmente em promoção, uma vez que vai surgir um novo modelo no mercado. Como são fortes defensores do ambiente, os irmãos decidiram fazer esculturas com materiais reutilizáveis que tinham em casa (latas, sacos de plástico, tampas, ...) e vender aos parentes e amigos para conseguirem comprar a playstation e ficarem com algum dinheiro de reserva.

A figura indica a evolução do dinheiro de reserva com que os irmãos iam ficando à medida que o número de esculturas vendidas ia aumentando, sendo vendidas todas pelo mesmo preço.



1. Com o auxílio da representação gráfica, responda às questões que se seguem, justificando:
   1.1. Qual o preço, promocional, da PSP?

R.: O valor promocional da *PSP* é 100 euros, pois no gráfico quando os irmãos começam a vender as esculturas, o lucro é -100, ou seja, o preço da *PSP* é 100 euros.

Nota:
Os alunos deverão concluir diretamente que o valor da *PSP* é 100 euros, já que, quando o número de esculturas é zero, a "dívida" dos irmãos é 100 euros.

1.2. Qual o preço de cada escultura?

R.: 50 Esculturas correspondem a 100 euros, portanto cada escultura tem um custo de 2 euros.

$$\frac{100}{50} = 2$$

1.3. Determine o lucro obtido com as esculturas vendidas pelos irmãos.

R.: Os irmãos venderam 120 esculturas a 2 euros cada uma, o que faz um total de 240 euros. Como o valor da *playstation* na promoção era de 100 euros então, o lucro final será 240 euros menos os 100 euros, resultando em 140 euros.

$$(120 \times 2 - 100 = 140).$$

1.4. Escreva um modelo matemático que defina a situação apresentada.

R.: Seja *n* o número de esculturas vendidas e *l* o lucro obtido pelos irmãos, em euros.

Dado que a função está representada por uma reta, podemos determinar a função determinando a equação reduzida da reta.

Tem-se dois pontos cujas coordenadas são conhecidas: (0; -100) e (120; 140), logo

$$\boldsymbol{m = \frac{-100 - 140}{0 - 120} = \frac{-240}{-120} = 2}, \quad \textbf{e} \quad \boldsymbol{b = -100}$$

Então, um modelo que pode traduzir a situação é

$$l = 2n - 100, \text{ com } n \in \mathbb{N}_0 \text{ e } 0 \leq n \leq 120.$$

<u>Ou</u>

Se por cada escultura vendida ganham 2 euros e o preço da *PSP* é 100 euros, então o lucro será o valor do que os irmãos vendem menos o valor da *PSP*, logo:

$$l = 2n - 100, \text{ com } n \in \mathbb{N}_0 \text{ e } 0 \leq n \leq 120.$$

1.5. Se os irmãos tivessem vendido 145 esculturas, de quanto seria o lucro após a compra da PSP?

R.: Fazendo um prolongamento da função anterior, substituindo *n* por 145, obtém-se o lucro com que os gémeos ficariam após a compra da *PSP:*

$$l = 2 \times 145 - 100 \Leftrightarrow l = 190,$$

Ou seja, lucraram 190 euros.

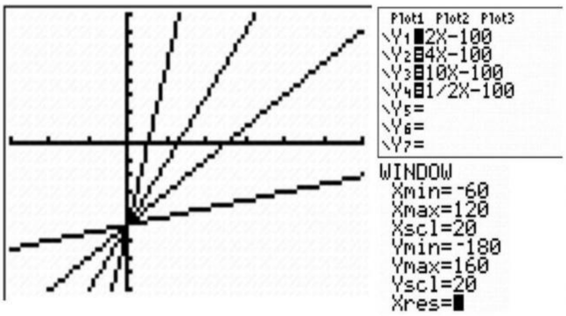
2. No exercício anterior, a relação entre o número de esculturas vendidas e o lucro obtido estava representada com uma reta. Como sabe, a equação reduzida que traduz uma determinada reta no plano é dada por $y = mx + b$. Tendo em conta as supracitadas considerações complete o seguinte quadro:

Chama-se **função afim** a toda a função real de variável real da família $\boldsymbol{y = f(x) = mx + b}$. A representação gráfica de uma função desta família é uma reta não vertical.

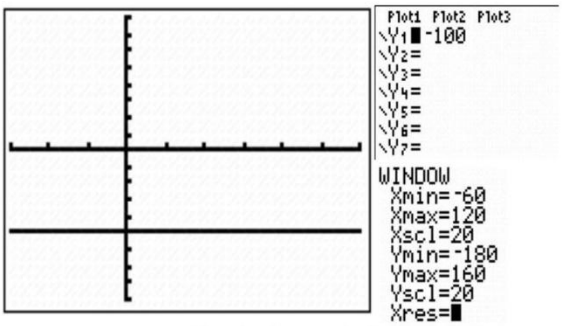
2.1 Recorrendo às potencialidades gráficas da calculadora, estude as representações gráficas desta família de funções, indicando a influência que nelas têm os parâmetros **m** e **b**.

Utilize as tabelas que se seguem para estruturar as conclusões verificadas, no que diz respeito ao estudo do domínio, contradomínio, monotonia, sinal e inclinação das retas, obtidas na sua calculadora. (**Sugestão**: Poderá utilizar o modelo matemático determinado na questão **1.**. Comece por fixar o parâmetro **b** e faça variar o parâmetro **m**. De seguida, fixe o parâmetro **m** e faça variar o parâmetro **b**.)

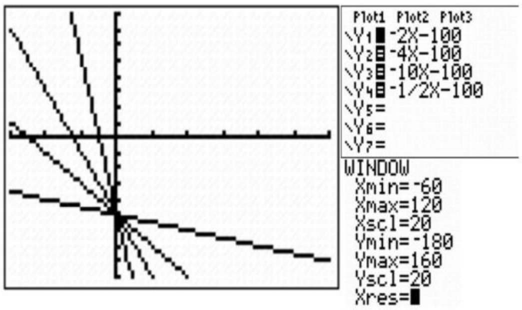
R.: Usando o modelo determinado na questão anterior, tem-se a expressão $y = 2x - 100$, e em que $b = -100$. Fixando este valor de *b* e fazendo variar o parâmetro *m*, tem-se a expressão $y = mx - 100$. Podem, então obter-se as seguintes, por exemplo, representações gráficas para $m > 0$, para $m < 0$ e para $m = 0$, respetivamente:



Representações gráficas de alguns elementos da família de funções $y = mx - 100$, com $m > 0$



Representação gráfica do elemento da família de funções $y = mx - 100$, com $m = 0$



Representações gráficas de alguns elementos da família de funções $y = mx - 100$, com $m < 0$

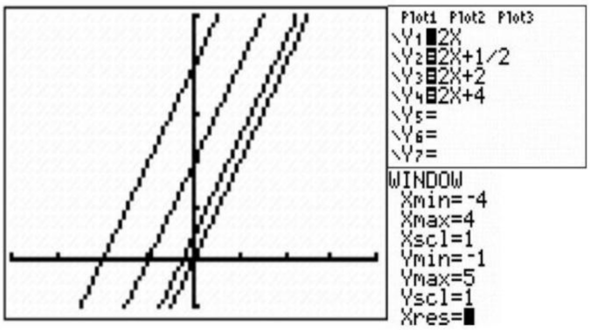
Observando as representações gráficas, os alunos poderão identificar algumas características e propriedades das funções correspondentes. Sendo assim, o professor irá explorar as observações verificadas com a variação do parâmetro *m*, através da projeção dos gráficos acima representados. De seguida, o professor irá estudar com os alunos os supracitados casos, verificando quais as relações que os alunos foram capazes de identificar, finalizando com a projeção da tabela conclusiva (diapositivos disponíveis em anexo).

$y = mx - 100$		
$m > 0$	$m = 0$	$m < 0$
▪ Domínio: $\mathbb{R}$; ▪ Contradomínio: $\mathbb{R}$; ▪ A função é crescente; ▪ As imagens tomam valores negativos no intervalo de $-\infty$ a x_0 e valores positivos no intervalo de x_0 a $+\infty$, sendo x_0 o zero da função; ▪ Embora m varie, as ordenadas na origem, das rectas que representam cada uma das funções da família, coincidem; no valor -100; ▪ A recta faz um ângulo agudo com o semi-eixo positivo das abcissas; ▪ Quanto maior é o valor absoluto de m, mais inclinada é a recta (a amplitude do ângulo que a recta faz com o semi-eixo positivo das abcissas aproxima-se cada vez mais de 90º).	▪ Domínio: $\mathbb{R}$; ▪ Contradomínio: $\{-100\}$; ▪ A função é constante; ▪ A função não tem zeros (neste caso, $b = -100$); ▪ As imagens tomam sempre valores negativos pois b é negativo; ▪ A recta é paralela ao eixo das abcissas.	▪ Domínio: $\mathbb{R}$; ▪ Contradomínio: $\mathbb{R}$; ▪ A função é decrescente; ▪ As imagens tomam valores positivos no intervalo de $-\infty$ a x_0 e valores negativos no intervalo de x_0 a $+\infty$, sendo x_0 o zero da função; ▪ Embora m varie, as ordenadas na origem, das rectas que representam cada uma das funções da família, coincidem; no valor -100; ▪ A recta faz um ângulo obtuso com o semi-eixo positivo das abcissas; ▪ Quanto maior é o valor absoluto de m, a amplitude do ângulo que a recta faz com o semi-eixo positivo das abcissas aproxima-se cada vez mais de 90º.

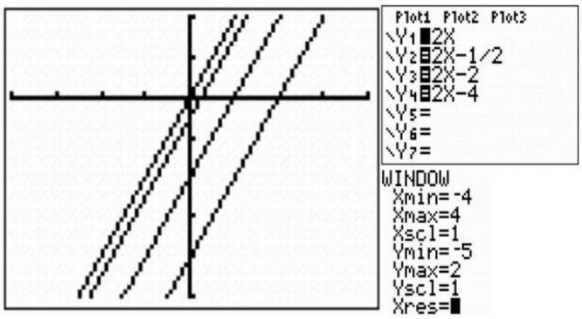
Nota: a injetividade de cada função só é afetada se *m* toma o valor zero.

Continuamente o professor irá repetir o mesmo processo para a variação do parâmetro *b.*

R.: Fixando um valor para *m* (utilizando o exemplo 1., $m = 2$) e fazendo variar o parâmetro *b*, tem-se a expressão $y = 2x + b$. Podem então obter-se as seguintes representações gráficas para $b > 0$, para $b < 0$, e para $b = 0$, sendo o último a nossa referência para os outros dois, como se pode verificar nas figuras que se seguem.



Representações gráficas de alguns elementos da família de funções $y = 2x + b$, com $b > 0$



Representações gráficas de alguns elementos da família de funções $y = 2x + b$, com $b < 0$

Observando as representações gráficas, os alunos poderão identificar algumas características e propriedades das funções correspondentes. Sendo assim, o professor irá explorar as observações verificadas com a variação do parâmetro *b*, através da projeção dos gráficos acima representados. De seguida, o professor irá estudar com os alunos os supracitados casos, verificando quais as relações que os alunos foram capazes de identificar, finalizando com a projeção da tabela conclusiva.

$y = 2x + b$		
$b > 0$	$b = 0$	$b < 0$
▪ Domínio: $\mathbb{R}$; ▪ Contradomínio: $\mathbb{R}$; ▪ As sucessivas variações de b dão origem a rectas paralelas; ▪ Quanto maior é o valor de b, maior é o comprimento do vector $(0, b)$, que determina a translação vertical da representação gráfica de $y = 2x + b$ relativamente à representação gráfica de $y = 2x$.	▪ Domínio: $\mathbb{R}$; ▪ Contradomínio: $\mathbb{R}$; ▪ A função toma o valor zero quando x é zero; ▪ A função representa uma situação de proporcionalidade directa.	▪ Domínio: $\mathbb{R}$; ▪ Contradomínio: $\mathbb{R}$; ▪ As sucessivas variações de b dão origem a rectas paralelas; ▪ Quanto maior é o valor absoluto de b, maior é o comprimento do vector $(0, b)$, que determina a translação vertical da representação gráfica de $y = 2x + b$ relativamente à representação gráfica de $y = 2x$.

OBSERVAÇÕES:

A aula correu como prevista, sendo que os alunos ficaram como uma noção de como fazer o estudo de uma função ao analisar e interpretar representações gráficas de funções no contexto de um problema e a identificar os efeitos das mudanças de parâmetros nas representações gráficas de famílias de funções afim.

E.1.8.2. Algumas respostas apresentadas pelos alunos à ficha de trabalho nº15.

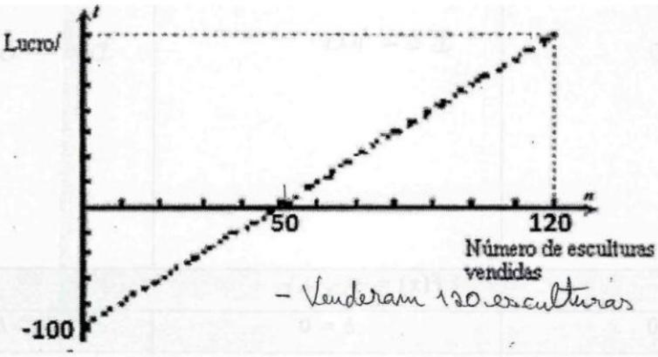
Aluno Russo

1. Com o auxílio da representação gráfica, responda às questões que se seguem, justificando:
   1.1. Qual o preço, promocional, da *PSP*? é 100€.
   1.2. Qual o preço de cada escultura? $\frac{100}{50} = 2$
   1.3. Determine o lucro obtido com as esculturas vendidas pelos irmãos. $120 \cdot 2 = 240$ €
   1.4. Escreva um modelo matemático que defina a situação apresentada. $f(x) = 2x - 100$ $[0, \infty[$ $0 \leq x \leq 126$
   1.5. Se os irmãos tivessem vendido 145 esculturas, de quanto seria o lucro após a compra da *PSP*? 190.

Aluna fraquinha mas esforçada

1.1) $\frac{100}{50} = 2$€

1.3) 120 —— x
1 —— 2
$x = 120 \times 2 = 240$€



– Venderam 120 esculturas

1. Com o auxílio da representação gráfica, responda às questões que se seguem, justificando:
   1.1. Qual o preço, promocional, da *PSP*? 100€ Porque já obtinham 100 de lucro antes de vender as esculturas.
   1.2. Qual o preço de cada escultura? 2€ → cada escultura.
   1.3. Determine o lucro obtido com as esculturas vendidas pelos irmãos. 240€ → lucro
   1.4. Escreva um modelo matemático que defina a situação apresentada. $l(x) = 2x - 100$, $0 < x < 120$
   1.5. Se os irmãos tivessem vendido 145 esculturas, de quanto seria o lucro após a compra da *PSP*?
   $l(x) = 2 \times 145 \times 100$
   $= 180$
   ∴ O lucro seria de 180, após comprarem a PSP.

Aluno esforçado

1. Com o auxílio da representação gráfica, responda às questões que se seguem, justificando:
   1.1. Qual o preço, promocional, da *PSP*? 100€
   1.2. Qual o preço de cada escultura? 2€
   1.3. Determine o lucro obtido com as esculturas vendidas pelos irmãos. 240
   ? 1.4. Escreva um modelo matemático que defina a situação apresentada.
   1.5. Se os irmãos tivessem vendido 145 esculturas, de quanto seria o lucro após a compra da *PSP*?
   O lucro após a compra da PSP seria 190€, pois sendo o lucro 290 €. Com a compra da PSP, é descontado 100€ do lucro total.

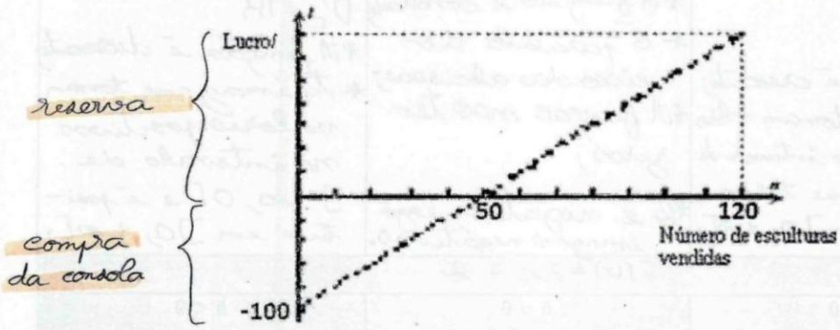
2. No exercício anterior, a relação entre o número de esculturas vendidas e o lucro obtido estava

Aluno organizado com um apresentação excelente

Como comprar uma *PlayStation Portable?*

A época de saldos começou no fim de Dezembro e os gémeos João e José querem comprar, a meias, uma *PlayStation Portable (psp)*. O custo é de 250 euros, pois já vem com dois jogos incluídos, mas encontra-se atualmente em promoção, uma vez que vai surgir um novo modelo no mercado. Como são fortes defensores do ambiente, os irmãos decidiram fazer esculturas com materiais reutilizáveis que tinham em casa (latas, sacos de plástico, tampas, ...) e vender aos parentes e amigos para conseguirem comprar a *playstation* e ficarem com algum dinheiro de reserva.

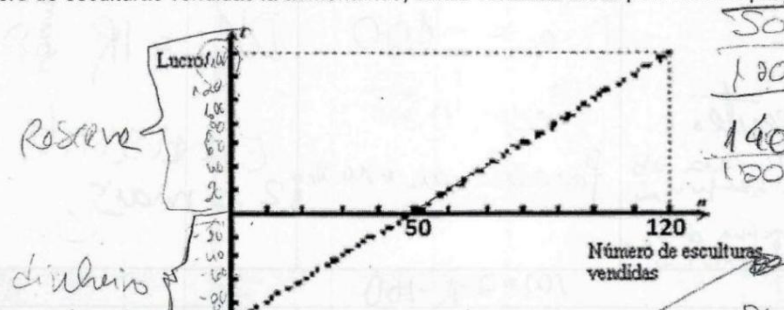
A figura indica a evolução do dinheiro de reserva com que os irmãos iam ficando à medida que o número de esculturas vendidas ia aumentando, sendo vendidas todas pelo mesmo preço.



1. Com o auxílio da representação gráfica, responda às questões que se seguem, justificando:
   1.1. Qual o preço, promocional, da *PSP*? O preço promocional do PSP é 100€ pois quando ainda não tinham vendido nenhuma escultura, tinham prejuízo de 100
   1.2. Qual o preço de cada escultura? O preço de cada escultura é 2€ pois é o resultado da divisão do valor gasto com a consola, 100€, pelo número de esculturas vendidas na altura em que
   1.3. Determine o lucro obtido com as esculturas vendidas pelos irmãos. O lucro obtido foi de 240€ pois é o resultante da soma da reserva dos irmãos com o valor gasto com a
   1.4. Escreva um modelo matemático que defina a situação apresentada. $l = 2x - 100 \wedge 0 \leq x \leq 120$
   1.5. Se os irmãos tivessem vendido 145 esculturas, de quanto seria o lucro após a compra da *PSP*?
   O lucro após a compra da PSP seria 190€ pois sendo o lucro 290€, com a compra da PSP, é descontado 100€ do lucro total.

Aluna um pouco desorganizada mas, com as melhores notas da turma

número de esculturas vendidas ia aumentando, sendo vendidas todas pelo mesmo preço.



d	y
50	0
120	140

$\frac{140-0}{120-50} = \frac{140}{70}$

$120 — 240$

$1 — x$

$x = \frac{240}{120} = 2€$

1. Com o auxílio da representação gráfica, responda às questões que se seguem, justificando:
   1.1. Qual o preço, promocional, da *PSP*? 100 € porque até as 50 esculturas vendidas eles arrecadaram esse valor, conseguindo assim guardar mais 140€ para si
   1.2. Qual o preço de cada escultura? O preço de cada escultura é 2€.
   1.3. Determine o lucro obtido com as esculturas vendidas pelos irmãos. O lucro é 140€ porque foi o dinheiro que ficou de reserva.
   1.4. Escreva um modelo matemático que defina a situação apresentada. $L = 2x - 100$, $10 \leq x \leq 120$
   1.5. Se os irmãos tivessem vendido 145 esculturas, de quanto seria o lucro após a compra da *PSP*?
   $120 — 240$, $145 — x$, $x = \frac{145 \times 120}{100}$, $x = 290$, $L = 290 - 100 = 190$

2. No exercício anterior, a relação entre o número de esculturas vendidas e o lucro obtido estava

E.1.9. Plano de aula nº66 (07/03/2014).

E.1.9.1. Excerto plano de aula nº66, páginas 2, 3, 4, 5 e 8.

MATERIAL:

- Calculadora
- Manual
- Computador (c/internet)
- Projetor

DESENVOLVIMENTO DA AULA:

A aula terá início com a conclusão do trabalho realizado na aula anterior. O professor irá verificar o TPC (o exercício do manual da página 51, exercício 6).

Manual p.51

Exercício:

6 A Joana foi às compras e regressou a casa de táxi.
A taxa fixa são 2 euros e cada quilómetro de viagem custa 0,25 euros.
O custo total de uma viagem de táxi, C, é dado em função do número, x, de quilómetros percorridos pelo táxi nessa viagem.

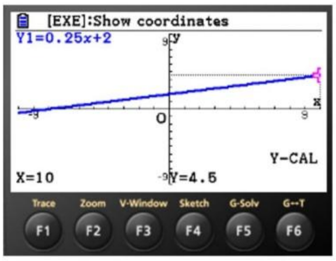
6.1 Indique uma expressão para $C(x)$.

6.2 Recorrendo à calculadora gráfica, determine:

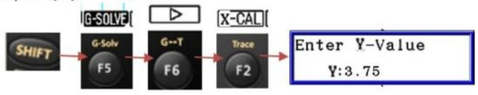
a) o custo da viagem se a Joana andou 10 km;

b) o número de quilómetros que a Joana andou de táxi se pagou 3,75 euros.

Proposta de Resolução:



b) $C(x) = 3{,}75€$



R.: A joana andou de táxi 7 km.

De seguida, o professor irá recomendar que os alunos resolvam o exercício do manual, da página 43, o exercício 6 para TPC, enquanto irá ser resolvido o exercício 5 da mesma página.

Página **2** de **15**

Manual p.43

Exercício: **Proposta de Resolução:**

5 Considere a função f definida em $\mathbb{R}$ por:

$$f(x) = 2x - a\ ,\ \text{com}\ a \in \mathbb{R}\ .$$

5.1 Determine a de modo que o ponto de coordenadas $(-1\ ,\ 2)$ pertença ao gráfico de f.

5.2 Determine a de modo que a função f tenha um zero para $x = -2$.

5.3 Mostre que para qualquer valor de $a \in \mathbb{R}$, a função f é injetiva.

5.1 $(-1\ ,\ 2):\ 2 = 2 \times (-1) - a \iff 2 = -2 - a \iff a = -4$

5.2 Ora, se $x = -2$ é um zero de f temos que:
$2 \times (-2) - a = 0 \iff -4 - a = 0$
$\iff a = -4$.

5.3 f é injectiva sse $f(x_1) = f(x_2) \implies x_1 = x_2\ ,\ \forall x_1\ ,\ x_2 \in D_f$.
Ora, $f(x_1) = f(x_2) \iff 2x_1 - a = 2x_2 - a$
$\iff x_1 = x_2$

Então f é injectiva, $\forall a \in \mathbb{R}$.

Seguidamente, os alunos irão resolver do manual, da página 47 o exercício 1. A correção será feita no quadro pelo professor apelando e explorando a participação oral dos alunos.

Manual p.47

Exercício: **Proposta de Resolução:**

1 O Pedro fez um acordo com a sua mãe. Todos os dias ajuda-a a arrumar a cozinha e a mãe dá-lhe 0,50 euros no primeiro dia de cada mês, 1 euro no segundo dia, 1,50 euros no terceiro dia e assim sucessivamente.

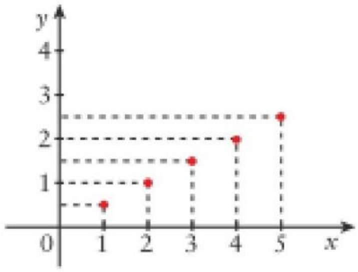
1.1 Construa uma tabela e um gráfico para descrever a situação durante os primeiros cinco dias de um mês.

1.2 Obtenha um modelo analítico para descrever a situação.

1.3 Use o modelo analítico para determinar quanto vai receber o Pedro no dia 20 de cada mês.

1.1

Dias	Prémio
1	0,50
2	1
3	1,50
4	2
5	2,50



1.2 $A \curvearrowright (1\ ;\ 0,5)$;
$B \curvearrowright (2\ ,\ 1)$

$$m = \frac{1 - 0,5}{2 - 1} = 0,5$$

$y - 1 = 0,5\,(x - 2) \iff y = 0,5x$

$y = 0,5x$

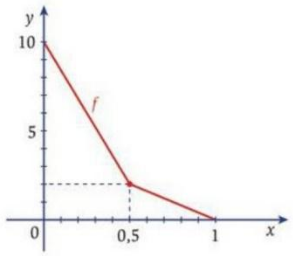
1.3 $x = 20$

$y = 0,5 \times 20 = 10$

Resposta: 10 €

Finda esta tarefa o professor irá introduzir a função definida por ramos. Para tal, recorrerá ao exercício 5 da página 54 do manual, pedindo que escrevam o título antes como indicado a seguir.

5 Considere a função f definida graficamente por:



A expressão analítica da função f é:

(A) $f(x) = \begin{cases} -16x + 10 & \text{se} \quad 0 \leqslant x \leqslant 0{,}5 \\ -4x + 4 & \text{se} \quad 0{,}5 < x \leqslant 1 \end{cases}$

(B) $f(x) = \begin{cases} -19{,}6x + 10 & \text{se} \quad 0 \leqslant x \leqslant 0{,}5 \\ -0{,}4x - 0{,}4 & \text{se} \quad 0{,}5 < x \leqslant 1 \end{cases}$

(C) $f(x) = -10x + 10$;

(D) $f(x) = -4x + 4$.

A expressão analítica de função f? O professor deverá questionar os alunos sobre a função, devendo orientar a conversa de modo, a que os alunos concluam que a função f é constituída por duas retas com inclinação distintas.

Os alunos deverão observar o gráfico e identificar que o gráfico de função f é constituído por dois segmentos de reta.

Esses dois segmentos deverão ser identificados como ramos de função e reconhecer que a sua representação é dada por um sistema com duas equações para valores limitados de x.

$$y - y_1 = m_1\,(x_1 - x_2) \Leftrightarrow \; m_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{10 - 2}{0 - 0{,}5} = \frac{8}{-0{,}5} = -16$$

$$logo, \qquad y - 2 = -16(x - 0{,}5) \Leftrightarrow y = -16x + 8 + 2 \; \Leftrightarrow y = -16x + 10\,, 0 \leq x \leq 0{,}5$$

$$y - y_2 = m_2(x_1 - x_2) \Leftrightarrow \; m_2 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{2 - 0}{0{,}5 - 1} = \frac{2}{-0{,}5} = -4$$

$$logo, \qquad y - 0 = -4(x - 1) \Leftrightarrow y = -4x + 4\,, 0{,}5 \leq x \leq 1$$

$$\therefore f = \begin{cases} -16x - 10\,, 0 \leq x \leq 0{,}5 \\ -4x + 4\,, \;\; 0{,}5 \leq x \leq 1 \end{cases}$$

De seguida os alunos irão resolver do manual, da página 47, o exercício. O exercício será resolvido no quadro pelo professorem paralelo com a exploração oral dos alunos.

Manual p.47

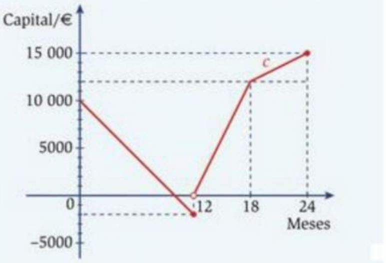
Exercício:

4 O Pedro iniciou um pequeno negócio de arranjo de eletrodomésticos.

Iniciou o negócio com um capital de 10 000 € e durante o primeiro ano não ganhou dinheiro.

No final do primeiro ano mudou para outra loja e o negócio começou a correr melhor.

O gráfico seguinte, da função c, mostra como decorreu o negócio nos primeiros 24 meses.



4.1 Defina a função c por uma expressão analítica.

4.2 Calcule $c(0)$ e explique o significado deste valor.

4.3 Em que períodos o capital da empresa era superior a 5000 euros?

4.4 A partir de que mês o Pedro pode dizer que está a ter lucro?

Proposta de Resolução:

4.1 $A(0\ ,\ 10\,000)$; $B(12\ ,\ -2000)$

$$m = \frac{10\,000 + 2000}{0 - 12} = -1000$$

$$y - 10\,000 = -1000(x - 0) \iff y = -1000x + 10\,000$$

• $C(12\ ,\ 0)$ e $D(18\ ,\ 12\,000)$.

$$m = \frac{12\,000 - 0}{18 - 12} = 2000$$

$$y - 0 = 2000(x - 12) \iff y = 2000x - 24\,000$$

4.2 $C(0) = 10000$;

$C(0)$ é o capital investido

4.3 $-1000x + 10\,000 = 5000 \iff$

$\iff -1000x = -5000 \iff x = 5$

$2000x - 24\,000 = 5000 \iff$

$\iff 2000x = 29000 \iff x = 14{,}5$

O capital foi superior a 500€ durante os primeiros cinco meses e voltou a ser superior a partir do 15º mês.

4.4 $2000x - 24\,000 = 10000 \iff$

$2000x = 34\,000 \iff x = 17$

A partir do 17º mês.

Finda esta tarefa os alunos irão resolver do manual, da página 54, o exercício (oralmente).

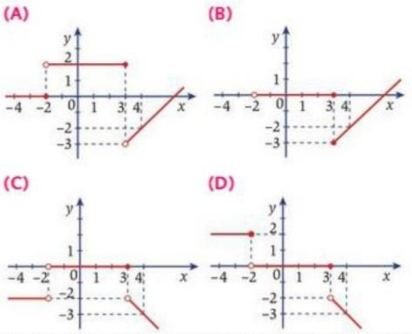
Manual p. 54

Exercício:

6 Considere a função f definida por:

$$f(x) = \begin{cases} 2 & \text{se} \quad x \leqslant -2 \\ 0 & \text{se} \quad -2 < x \leqslant 3 \\ -x + 1 & \text{se} \quad x > 3 \end{cases}$$

Qual dos seguintes gráficos pode representar a função f?



Proposta de Resolução:

6. Resposta: (D)

OBSERVAÇÕES:

A aula foi iniciada com a correção do trabalho proposto para casa.

Os alunos sentiram maior dificuldade nos exercícios que não utilizavam conceitos a que estes estavam habituados.

No entanto, os exercícios que foram especificamente selecionados no contexto dos alunos, estes apresentaram maior facilidade, pois o foco não seria apenas nos conceitos de matemática mas sim na própria resolução do desafio.

Nota:

Ter em atenção que alguns alunos continuam com algumas dificuldades.

E.1.10. Plano de aula nº67 (12/03/2014).

E.1.10.1. Excerto plano de aula nº67, páginas 2, 3, 4 e 9.

- Funções quadráticas - noções básicas e algumas propriedades.

CAPACIDADES TRANSVERSAIS:

- Raciocínio matemático:
  - ✓ Interpretar informações, ideias e contextos;
  - ✓ Formular, testar e demonstrar conjeturas e generalizações, desenvolvendo e avaliando argumentos matemáticos.
- Comunicação matemática: interpretar, discutir, representar e exprimir ideias, processos e resultados matemáticos, utilizando a notação, simbologia e vocabulário próprios;
- Resolução de problemas.

MATERIAL:

- Calculadora
- Computador (c/internet)
- Diapositivos de correção da ficha de trabalho nº 16
- Ficha de trabalho nº 16 e respetiva proposta de resolução.
- Manual
- Projetor

DESENVOLVIMENTO DA AULA:

A aula terá início com a conclusão do trabalho realizado na aula anterior. O professor deslocar-se-á pelos lugares de modo a verificar se os alunos terão concluído do manual, da página **47**, as alíneas **4.2**, **4.3** e **4.4**. (Enunciado e proposta de resolução disponível em anexo.)

De seguida, o professor irá preparar os alunos para a tarefa que irão realizar na aula. Para tal, será necessário que os alunos se organizem em grupos de 2 ou 3 elementos. A formação dos grupos ficará ao critério dos alunos.

Assim que os alunos se encontrarem devidamente sentados e organizados em grupos, o professor irá distribuir a **ficha de trabalho nº 16** que será explorada durante as próximas aulas em paralelo com a resolução de exercícios do manual. A ideia será trabalharem em grupo caso o professor verifique que este tipo de trabalho está a ser funcional, caso contrário os alunos deverão trabalhar individualmente.

A ficha está estruturada por 5 tarefas além de uma tarefa inicial que irá introduzir o estudo das funções quadráticas.Para a corrente aula apenas estarão previstas a resolução da tarefa introdutória e das tarefas 1, 2 e 3.

O professor irá designar 20 minutos para a exploração da tarefa introdutória, de seguida 20 minutos para tarefa 1 e 10 minutos cada uma das tarefas 2 e 3. As questões 2.2 e 3.2 irão ser recomendadas para casa e os alunos de modo a que na próxima aula a correção destas duas alíneas sirvam como arranque para a tarefa 4.

Sendo assim, o professor deverá deslocar-se pela sala e apoiar os grupos na resolução da ficha de modo a promover o trabalho autónomo, de forma, a que os alunos sejam capazes de exprimir processos e ideias matemáticas, oralmente e por escrito, utilizando a notação, simbologia e vocabulário próprios.

Na exploração da tarefa pretende-se que os alunos, numa primeira fase, analisem a representação gráfica e procurem contextualizá-la e dar-lhe significado à medida que vão refletindo e respondendo às questões formuladas e, numa segunda fase, estabeleçam termos comparativos entre as variações nos gráficos das funções com a variação dos parâmetros.

Esta tarefa irá permitir ainda que os alunos explorem algumas famílias de funções quadráticas, com recurso às potencialidades gráficas da calculadora.

Após cada tarefa concluída o professor irá proceder à correção da tarefa. Para tal irá projetar os diapositivos de correção de proposta de resolução da tarefa em questão. Irá ao mesmo tempo promover uma discussão reflexiva a cada tarefa da ficha de trabalho, onde serão confrontadas e discutidas as ideias e respostas às questões, assim como os processos utilizados pelos alunos. Durante este período, o professor irá formalizar os conceitos estudados ao longo da aula.

Ficha de trabalho nº 16 – Proposta de resolução

Organização de um campeonato de futebol

No desporto, num campeonato de futebol, cada clube joga duas vezes com outro, ou seja, existe a denominada 1ª mão e a 2ª mão. Assim, o número p de jogos do campeonato é dado em função do número n de clubes participantes, conforme se pode observar na tabela ao lado.

Número de clubes	Número de jogos
2	2
3	6
4	12
5	20
...	...

1)Encontre a expressão algébrica que permite relacionar o número de clubes e o número de jogos.

Número de clubes	Número de jogos
2	2(2-1)=2
3	3(3-1)=6
4	4(4-1)=12
5	5(5-1)=20
....	.....
n	n(n-1)

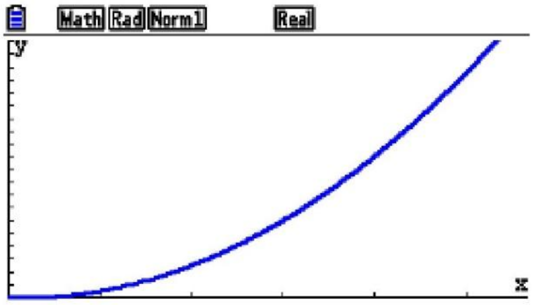
Pela tabela, vemos que o número p de jogos é dado por:

$$p(n) = n(n-1) = n^2-n.$$

2)Sabendo que na liga ZON SAGRES participam 16 clubes de futebol, qual será o número de jogos necessários para a realização do campeonato.

$$p(16) = 16 \times (16 - 1) = 16^2 - 16 = 240$$

3)Recorra às potencialidades gráficas da calculadora e esboce o gráfico que representa a relação anterior.



4)Se considerar, a janela *standard* o que observe e justifique:

4.1)Poderá esta relação ser uma função?

Sim.

4.2)Será esta relação uma relação linear ou de proporcionalidade direta?

Não.

OBSERVAÇÕES:

Alunos demonstraram que desconheciam a aplicação das funções quadráticas para além da sala de matemática. Sentiram-se motivados para o exercício (turma tem um número considerável de rapazes).

Correu bem, apenas não concluímos todas as atividades planeadas.

E.1.11. Plano de aula nº73 (26/03/2014).

E.1.11.1. Excerto plano de aula nº73, páginas 2, 3 e 8.

MATERIAL:

- Calculadora
- Computador (c/internet)
- Diapositivos de correção da ficha de trabalho nº 17 - Função Módulo
- Ficha de trabalho nº17 - Função Módulo
- Manual
- Projetor

DESENVOLVIMENTO DA AULA:

A aula terá início com a conclusão do trabalho realizado na aula anterior.

O professor irá verificar o T.P.C., sendo assim, deverá deslocar-se pela sala e pedir um aluno voluntário para corrigir o exercício no quadro.

O professor deverá ainda indicar aos alunos que verifiquem a resolução do trabalho de casa e iniciem a resolução do **manual**, da página **77**, o exercício **3**. O exercício será resolvido posteriormente no quadro pelo professor.

(Manual) P. 77

Exercícios:

1 Observe a figura seguinte.

O Sr. Joaquim tem 100 metros de rede e pretende utilizá-la para construir uma vedação com a forma rectangular. Um dos lados do rectângulo dispensa a utilização de rede, uma vez que tem como suporte um muro como se mostra na figura.

Designemos por x e por y a largura e o comprimento do rectângulo, respectivamente.

1.1 Qual é o significado de cada uma das expressões?

a) $2x + y$;

b) $y = 100 - 2x$;

c) $x(100 - 2x)$.

1.2 Determine as dimensões do terreno vedado de forma que a sua área seja máxima.

Proposta de resolução:

Pág. 77

1.1 **a)** $2x + y$ é o comprimento da rede.

b) $100 - 2x$ é o comprimento do lado paralelo ao muro, em função do comprimento dos outros dois.

c) $x(100 - 2x)$ é a área do rectângulo.

1.2 Para resolver o problema vamos determinar as coordenadas do vértice da parábola que representa graficamente a função $x(100 - 2x) = -2x^2 + 100x$. Seja, V , o vértice de coordenadas $V(h\ ,\ k)$, onde:

$$h = -\frac{b}{2a} = -\frac{100}{2 \times (-2)} = 25 \text{ e } k = -2 \times 25^2 + 100 \times 25 = 1250 .$$

Temos então que, se $x = 25$ então $100 - 2x$ torna o valor 50 .

A área do terreno é máxima se as dimensões do terreno forem 25 m e 50 m .

3 A D. Cristina comprou 24 metros de rede para fazer um jardim rectangular na sua nova moradia. Para optimizar o investimento feito na compra da rede, pretende que o jardim tenha área máxima.

3.1 Exprima a largura ℓ em função do comprimento c do jardim.

3.2 Mostre que a área, A, do jardim é dada em função do comprimento c por:

$$A(c) = 12c - c^2$$

e, em seguida, determine o domínio da função A.

3.3 Determine, por processos analíticos, o valor de c para o qual a área do jardim é máxima e determine essa área.

3.4 Utilizando as capacidades gráficas da sua calculadora responda à seguinte questão:

Qual deve ser o comprimento, c, do jardim de modo que a sua área não seja inferior a $20\ \text{m}^2$?

Explique como procedeu. Na sua explicação, deve incluir o gráfico obtido na sua calculadora, bem como as coordenadas de alguns pontos que considerou relevantes.

3.1 Seja, P, o perímetro do jardim. Então, temos que:
$P = 2\ell + 2c$
$24 = 2\ell + 2c \Leftrightarrow 12 = \ell + c \Leftrightarrow \ell = 12 - c$

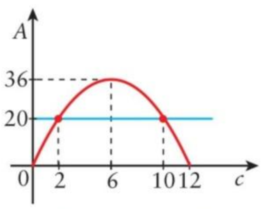
3.2 Seja, A, a área do jardim. Então, temos que:
$A = c \times \ell$
$A = c \times (12 - c) \Leftrightarrow A = 12c - c^2$
$D_A =]0\ ,\ 12[$

3.3 A área máxima do jardim é igual à ordenada do vértice da parábola que representa graficamente a função; sendo V o vértice da parábola, temos que, $V(h\ ,\ k)$, onde:

$$h = -\frac{b}{2a} = -\frac{12}{2 \times (-1)} = 6 \ \text{ e } \ k = 12 \times 6 - 6^2 = 36\ .$$

A área do jardim é máxima quando $c = 6$ m e essa área é $36\ \text{m}^2$.

3.4



A área do jardim não é inferior a $20\ \text{m}^2$ se $c \in [2\ ,\ 10]$.

Finda esta tarefa o professor irá alertar que na próxima aula serão resolvidos mais alguns exercícios do manual que exploram a função quadrática e alguns outros para relembrar a função afim e a função definida por ramos. Como tal, os alunos deverão tentar resolvê-los para que a correção corra celeremente e assim o professor possa maximizar o tempo para esclarecimento de dúvidas. Os exercícios serão os seguintes:

- **P.32, ex. 6;**
- **P.53, ex.2.2;**
- **P.58, ex.5;**
- **P.80, ex.1 e 5;**
- **P.81, ex.1;**

De seguida, o professor irá distribuir a ficha de trabalho nº 17 que introduz o estudo da função módulo.

O professor dará algum tempo para que os alunos resolvam autonomamente os exercícios a que estão propostos, a correção da ficha será em paralelo exercício a exercício mediante o recurso a

OBSERVAÇÕES:

Foram cumpridos os objetivos desta aula, sendo que foi lecionada a função módulo e a função quadrática.

Os alunos mostraram-se admirados com a aplicação das funções quadráticas ao contexto real. Associaram com a matéria das equações do 8º e 9º ano.

Alguns dos alunos continuam a apresentar algumas dificuldades para iniciar a construção do raciocínio quando o trabalho é individual.

Nota:

A Maria Teresa fez uma observação pertinente sobre o domínio da função no exercício 3 da página 77.

E.1.12. Plano de aula nº74 (27/03/2014).

E.1.12.1. Excerto plano de aula nº74, páginas 2, 3 e 5.

MATERIAL:

- Calculadora
- Computador (c/internet)
- Manual
- Projetor

DESENVOLVIMENTO DA AULA:

A aula terá início com a conclusão do trabalho realizado na aula anterior.

O professor irá iniciar a resolução dos exercícios do manual tal como proposto na aula anterior. Sendo assim, deverá resolvê-los no quadro apelando à participação oral dos alunos.

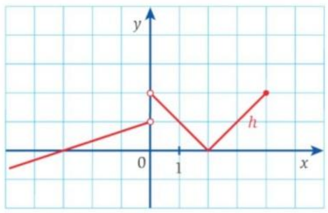
Os exercícios serão os seguintes:

- **P.32, ex. 6; P.53, ex.2.2; P.58, ex.5; P.80, ex.1 e 6; P.81, ex.1;**

(Manual) P. 32

Exercício: **Proposta de resolução:**

6 Na figura está representada graficamente a função h.



Qual das afirmações é **verdadeira**?

(A) $D_h =]-\infty\ ,\ 4]$; **(B)** $D'_h =]-\infty\ ,\ 2]$;

(C) $h(0) = 2$; **(D)** $h(-4) > 0$.

6. Resposta: (B)

(Manual) P. 53

Exercício: **Proposta de resolução:**

O consumo de água

A água é essencial à vida. É o elemento mais abundante do planeta e ocupa cerca de 71% da sua superfície. Apesar disso, apenas 2,5% está disponível para o nosso uso, estando a maior parte cativa nos Oceanos. Devemos, assim, reduzir o consumo de água no dia-a-dia.

Numa localidade A o preço a pagar por mês pelo consumo de água é a soma das seguintes parcelas:

- 7 euros pelo aluguer do contador;
- 0,50 euros por cada metro cúbico de água consumido até $10\ m^3$;
- 0,90 euros por cada metro cúbico de água consumido para além de $10\ m^3$.

2.2 Justifique que a função, a, que traduz o preço a pagar, em euros, em função do número x de metros cúbicos de água consumidos é dada por:

$$a(x) = \begin{cases} 7 + 0{,}5x & \text{se } x \leqslant 10 \\ 12 + 0{,}9\,(x - 10) & \text{se } x > 10 \end{cases}$$

2.2 Para $x \leqslant 10$,

$7 + 0{,}5x$

→ metros cúbicos até 10 .
→ preço por metro cúbico até 10 .
→ aluguer do contador.

Para $x > 10$,

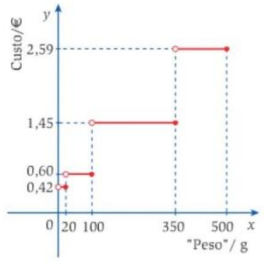
$12 + 0{,}9\,(\underline{x - 10})$

→ metros cúbicos para além de 10 .
→ preço por metro cúbico para além de 10
→ aluguer do contador + primeiros $10\ m^3$ consumidos $(7 + 0{,}5 \times 10 = 12)$.

(Manual) P. 58

Exercício: **Proposta de resolução:**

5 O gráfico seguinte mostra a relação entre o custo dos selos necessários para enviar uma encomenda pelo correio e o "peso" da encomenda.



5.1 Indique o custo dos selos necessários para enviar uma encomenda de:

a) 100 gramas;

b) 410 gramas.

5.2 Sabendo que se gastaram 1,45 euros em selos para enviar uma encomenda, indique entre que valores está o "peso" da encomenda.

5.3 Escreva uma expressão algébrica que corresponda ao gráfico apresentado.

5.1 a) 0,60 €

b) 2,59 €

5.2 $100 < x \leqslant 350$ (em gramas)

5.3 $y = \begin{cases} 0{,}42 & \text{se} \quad 0 < x \leqslant 20 \\ 0{,}60 & \text{se} \quad 20 < x \leqslant 100 \\ 1{,}45 & \text{se} \quad 100 < x \leqslant 350 \\ 2{,}59 & \text{se} \quad 350 < x \leqslant 500 \end{cases}$

(Manual) P. 80

Exercícios: **Proposta de resolução:**

1 Considere a função f, real de variável real, definida em $\mathbb{R}$ por:

$$f(x) = -3(x+1)^2 - 5 .$$

O contradomínio da função f é:

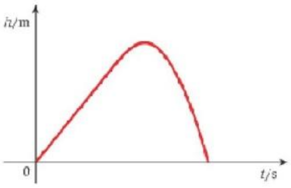
(A) $]-\infty\,,\ -3]$; (B) $[-5\,,\ +\infty[$;

(C) $[-3\,,\ +\infty[$; (D) $]-\infty\,,\ -5]$.

1. A parábola que representa graficamente a função f tem como vértice a ponto de coordenadas $(-1\,,\ -5)$ e a concavidade voltada para baixo, pois o coeficiente de termo do 2.° grau é negativo. Desta forma, temos que $D'_f =]-\infty\,,\ -5]$. Pág. 80

Resposta: (D)

6 A figura representa o gráfico da função h que relaciona em cada instante a distância ao solo de um desportista.
O gráfico é formado por um segmento de recta e parte de uma parábola.



A função h é definida por:

$$h(t) = \begin{cases} t & \text{se } 0 < t < 5 \\ -0{,}5\,(t-6)^2 + 5{,}5 & \text{se } 5 \leqslant t \leqslant 9{,}3 \end{cases}$$

Pode afirmar-se:

(A) O salto do desportista durou 8 segundos.

(B) A distância do atleta ao solo foi superior a 3 metros durante 4 segundos.

(C) A distância máxima ao solo atingida pelo desportista foi de 7 metros.

(D) Para $t = 3{,}5$ s e $t = 8$ s o desportista esteve a 3,5 metros do solo.

6. $f(3{,}5) = 3{,}5$

$f(8) = -0{,}5\,(8-6)^2 + 5{,}5 = -2 + 5{,}5 = 3{,}5$

Resposta: (D)

OBSERVAÇÕES:

A aula foi basicamente uma breve revisão para o Teste de avaliação sumativa, de toda a matéria lecionada.

Foi proposto pelo professor para trabalho de casa a resolução do exercício 2, 4 e 5 da página 91.

E.1.13. Plano de aula nº75 (28/03/2014).

E.1.13.1. Teste de avaliação nº4.

APEL – Associação Promotora do Ensino Livre

Matemática A - 10º ano

Teste nº 4

Março 2014

ESCOLA DA APEL

Unidade Temática – Funções I
Duração: 90 minutos
Classificação: ______________________________

Nome: ______________________
Turma: _____ **Data:** ____/____/____
Professora: Liliana Sousa

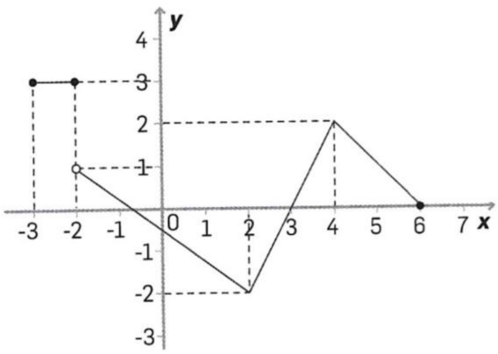
1ª Parte

- As 5 questões seguintes desta primeira parte são de escolha múltipla.
- Para cada uma delas, são indicadas alternativas, das quais **só 1 está correta**.
- Escreva na sua folha de respostas a letra correspondente à alternativa que selecionar para responder a cada questão.
- Se apresentar mais do que uma resposta, a questão será anulada, o mesmo acontecendo se a letra transcrita for ilegível.
- Não apresente cálculos nem justificações.
- Cada questão desta primeira parte vale 6 num total de **30 valores**.

1. Considere a função real de variável real, de domínio $\mathbb{R}$, definida por: $g(x) = \sqrt{2}x - 1$
O valor de $\dfrac{g(\sqrt{2})}{\sqrt{2}}$ é:

(A) $2\sqrt{2}$ **(B)** $-\sqrt{2}$ **(C)** $\sqrt{2}$ **(D)** $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

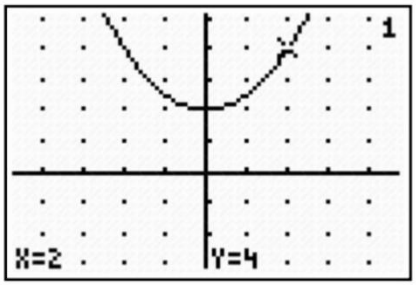
2. Observa a figura onde está representado, em referencial o.n., o gráfico de uma função h. Qual das seguintes afirmações é **falsa**?



(A) $D_h = [-3,6]$ **(B)** $D'_h = [-2,3]$

(C) $h(-2) = 3$ **(D)** $h(4) = 2$

3. Observe o gráfico de uma função quadrática da forma $y = ax^2 + bx + c,\ a \neq 0$ representado na figura ao lado. Escolha das seguintes a expressão que a pode definir.



(A) $y = 4x^2 + 2$ **(B)** $y = \frac{1}{2}x^2 + 2$

(C) $y = 2x^2 + 4$ **(D)** $y = 2x^2 + 2$

4. Num certo parque, o preço a pagar pelo aluguer de um cacifo é o seguinte:

- aluguer por tempo não superior a 1 hora: 1€;
- por cada minuto acima de 1 hora: 4 cêntimo do euro.

Qual das seguintes funções traduz o preço a pagar, em euros, por um veículo que estacione durante x minutos?

(A) $f(x) = \begin{cases} 1 & \text{se } x \leqslant 60 \\ 0{,}04x & \text{se } x > 60 \end{cases}$

(B) $f(x) = \begin{cases} 1 & \text{se } x \leqslant 60 \\ 1 + 0{,}04x & \text{se } x > 60 \end{cases}$

(C) $f(x) = \begin{cases} 1 & \text{se } x \leqslant 60 \\ 1 + 0{,}04\,(x - 60) & \text{se } x > 60 \end{cases}$

(D) $f(x) = \begin{cases} \dfrac{x}{60} & \text{se } x \leqslant 60 \\ 1 + 0{,}04\,(x - 60) & \text{se } x > 60 \end{cases}$

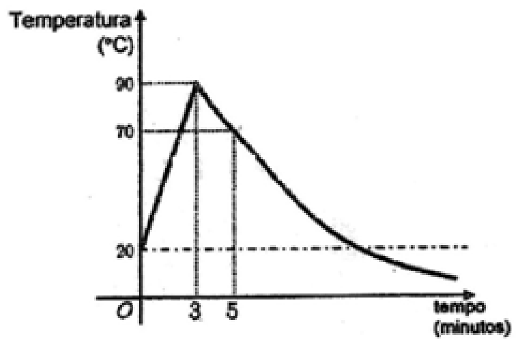
5. A Rosália fez uma experiência na sua cozinha que consistiu em aquecer ao lume uma certa quantidade de água, durante algum tempo; passado este tempo, ela apagou o lume e deixou a água a arrefecer.

Sabe-se que:

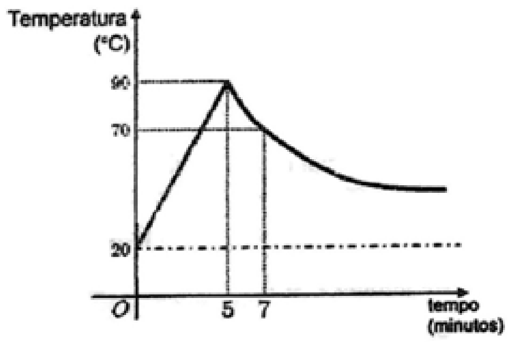
- a temperatura da água, no instante em que começou a ser aquecida, era igual à temperatura ambiente (que é de 20 graus Celsius na cozinha da Rosália);
- quando apagou o lume, a temperatura da água era de 90 graus Celsius;
- dois minutos depois de ter apagado o lume, a temperatura da água era de 70 graus Celsius;
- depois de a Rosália ter apagado o lume, a temperatura da água tendeu, com o passar do tempo, a igualar a temperatura ambiente.

Em qual das opções seguintes pode estar representada parte do gráfico da função que dá a temperatura da água em função do tempo?

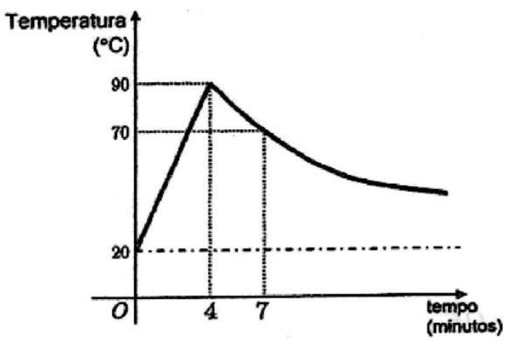
(A)



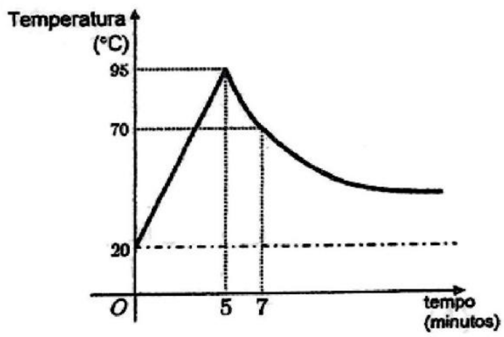
(B)



(C)



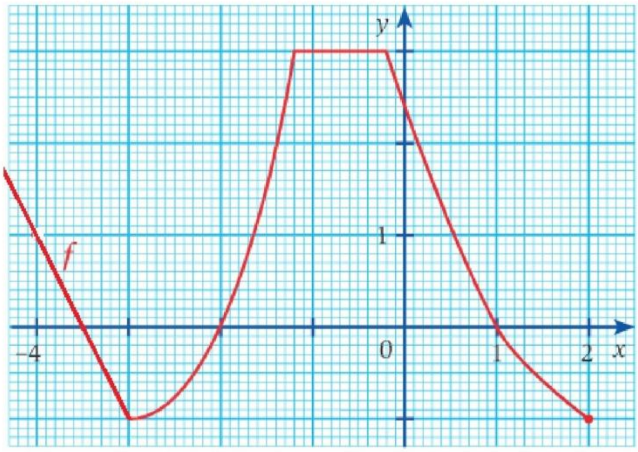
(D)



2ª Parte

- Em todas as questões da segunda parte, apresente o seu raciocínio de forma clara, indicando todos os **cálculos** que tiver de efetuar e todas as **justificações** necessárias.
- Apresente uma **única resposta** a cada item. Se escrever mais do que uma resposta, deve indicar de forma inequívoca a que pretende que seja classificada (riscando todas as que pretende anular).

1. Considere a função *f* cuja representação gráfica é a seguinte:



1.1 Justifique que esta representação gráfica define uma função.

1.2 Relativamente à função *f*, indique:

1.2.1 o domínio e o contradomínio.

1.2.2 os zeros.

1.2.3 os intervalos onde a função é positiva e os intervalos onde a função é negativa (construa uma tabela de sinal).

1.2.4 os extremos relativos, os extremos absolutos, os maximizantes e os minimizantes.

1.2.5 os intervalos onde a função é estritamente crescente, os intervalos onde a função é decrescente e os intervalos onde a função é constante.

1.3 Esta função é contínua? Justifique.

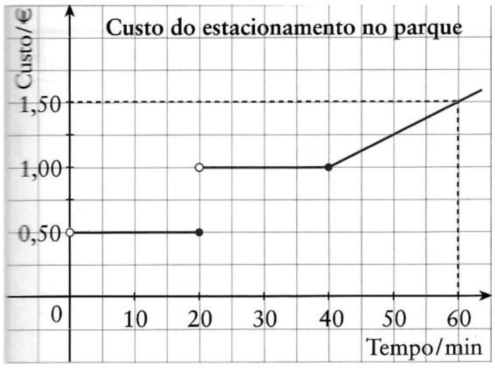
1.4 Indique um intervalo onde a função *f* seja injetiva, negativa e crescente.

2. Caracterize cada uma das seguintes funções reais de variável real:

2.1 $m(x) = \dfrac{4}{3x+9}$

2.2 $l(x) = \dfrac{x-2}{\sqrt{2x^2-4}}$

3. Observe o gráfico ao lado onde se apresenta o custo, em euros, do estacionamento de um automóvel num parque em função do tempo, em minutos.



3.1 Relativamente à função que traduz o problema, indique o domínio e o contradomínio.

3.2 Escreva uma expressão analítica para representar a função, f, representada graficamente.

4. Considere a função quadrática definida pela expressão: $h(x) = 2x^2 - 4x + 4$.

4.1 Escreva a expressão analítica da função *h* na forma $h(x) = a(x-h)^2 + k$.

4.2 Indique o domínio e o contradomínio de *h*.

4.3 Determine:

4.3.1 as coordenadas do vértice da parábola que representa graficamente a função;

4.3.2 uma equação do eixo de simetria;

4.3.3 o extremo absoluto de *h*.

4.4 Construa a tabela de variação da função *h* e indique os intervalos de monotonia de *h*.

5. Atendendo às condicionantes dos transportes e do poder de compra dos consumidores, o gerente de uma loja estima que, se vender x **dezenas** de mochilas de uma marca nova, irá gerar um lucro, em euros, de acordo com a função f definida por:

$$f(x) = -15x^2 + 300x + 900, \text{ para } x \in [2,23].$$

Resolva os itens seguintes usando exclusivamente processos analíticos.

5.1 Determine $f(2)$. Interprete o resultado obtido no contexto do problema.

5.2 Determine o conjunto de valores de x para os quais o lucro é superior ou igual a 1860 euros. Apresente a sua resposta usando a notação de intervalos de números reais e interprete-a no contexto do problema.

Recorrendo à calculadora gráfica determine:

5.3 em euros, o lucro máximo que o gerente espera ganhar com a venda das mochilas;

5.4. o número de mochilas onde lucro volta a ser igual ao lucro inicial de 1440 euros;

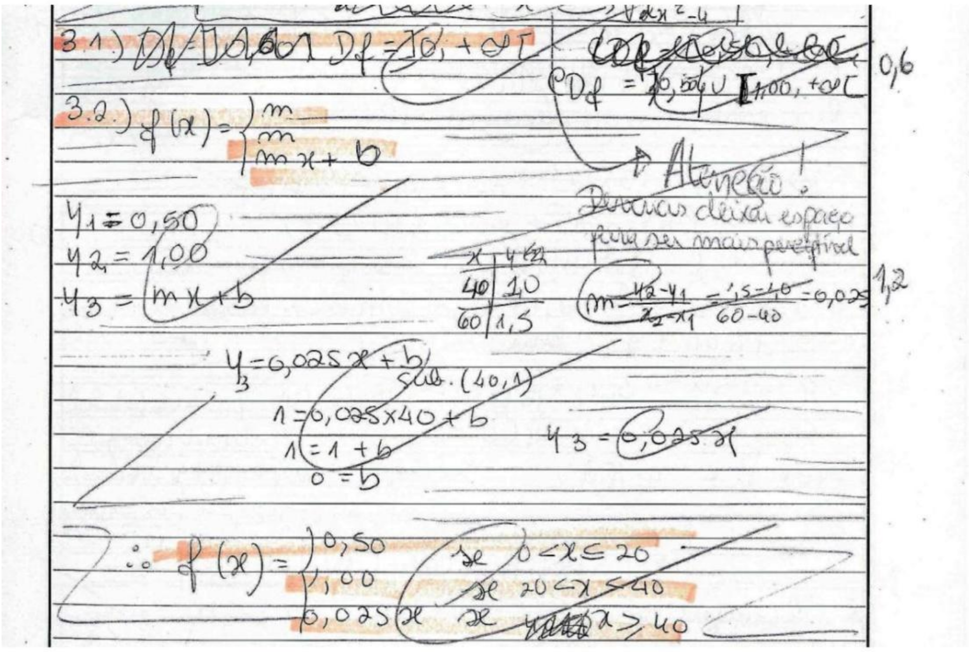
5.5 o número de mochilas para qual o lucro é nulo. Apresente os resultados arredondados com duas casas decimais.

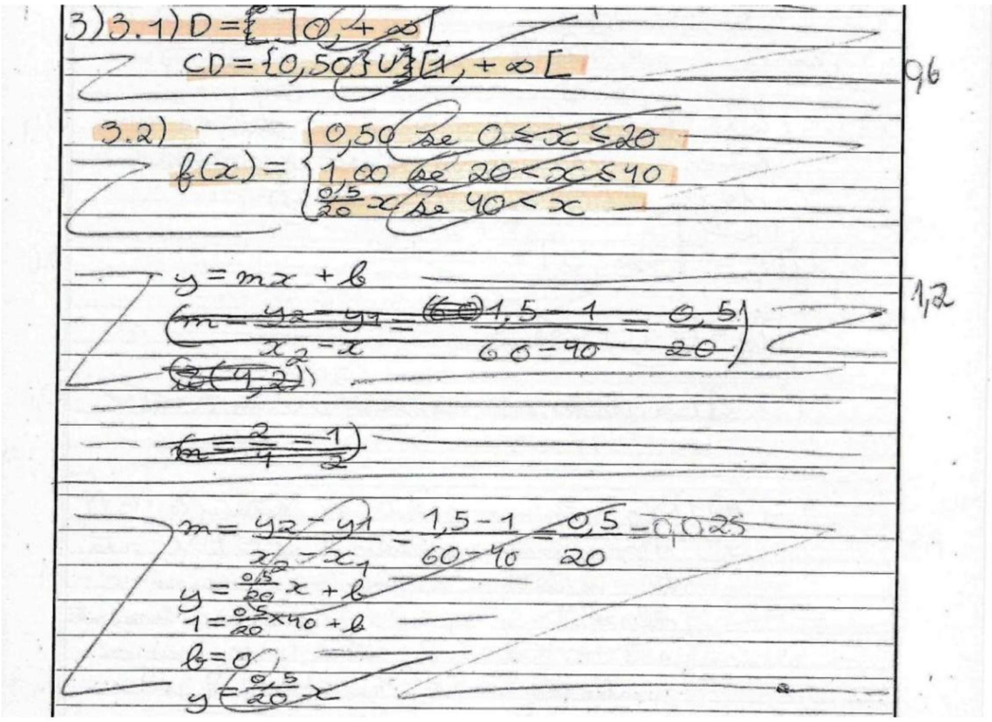
Bom Trabalho!

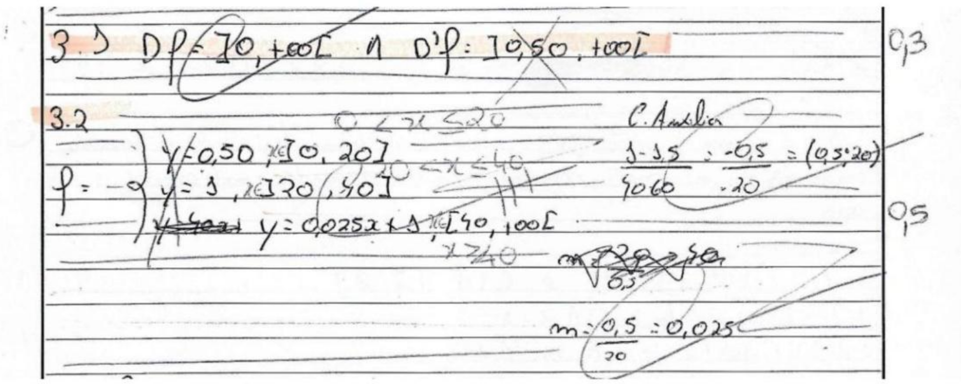
	Cotação (2ª parte)											
Questão	**1.1**	**1.2.1**	**1.2.2**	**1.2.3**	**1.2.4**	**1.2.5**	**1.3**	**1.4**	**2.1**	**2.2**	**3.1**	**3.2**
Pontos	4	6	6	10	12	6	4	4	8	10	6	12

	Cotação (2ª parte)											Total
Questão	**4.1**	**4.2**	**4.3.1**	**4.3.2**	**4.3.3**	**4.4**	**5.1**	**5.2**	**5.3**	**5.4**	**5.5**	
Pontos	12	6	4	4	4	4	6	12	10	10	10	170

E.1.13.2. Resoluções dos alunos e grelha de resultados.







3.1. $D_f =]0, +\infty[$

$CD_f = \{0{,}50\} \cup [1, +\infty[$ 0,6

3.2. $f(x) = \begin{cases} 0{,}50 & \text{se } 0 < x \leq 20 \\ 1 & \text{se } 20 < x \leq 40 \\ y = \frac{1}{2}x & \text{se } x > 40 \end{cases}$ 0,8

Ponto A: (40, 1)

Ponto B: (60; 1,5)

$\vec{AB} = B - A = (20; \frac{1}{2})$ ⟸ vetor diretor

$\left.\begin{array}{l} y = mx + b \\ \frac{1}{2} = m20 + b \end{array}\right\}$ Não tem lógica

$m = \dfrac{1{,}5 - 1}{60 - 40} = \dfrac{\cancel{1}^{0,5}}{\cancel{40}^{20}}$

$y = mx + b \Leftrightarrow \frac{1}{2} = \frac{1}{2} + b \Leftrightarrow b = 0$

$y = \frac{1}{2}x$

3.1. $D_f =]0, 20] \;\&\;]20, +\infty[$ 0

$CD_f =]0{,}50; +\infty[$

3.2. $f(x) \begin{cases} 0{,}5, & \text{se } 0 < x \leq 20 \\ f(x - 1{,}50), & \text{se } \infty < x \leq +\infty \end{cases}$ 0,1 +0,2

3

3.1) $D:]0; +\infty[$ 0,3

$CD:]0{,}50 + \infty[$

4,9

3.2) $f(x) = \begin{cases} 0{,}5 & \text{se } 0 < x \leq 20 \\ 1 & \text{se } 20 < x \leq 40 \\ 0{,}025x + 39{,}975 & \text{se } x > 40 \end{cases}$

$(60, 1{,}50) - (40, 1)$

$y = mx + b$ $\vec{AB}: B - A = ~~(40, 1) - (60, 1{,}50)~~$

$B - A = ~~(-20, -0{,}5)~~$

$B - A = (20, 0{,}50)$

$y = 0{,}025x + b$

$40 = 0{,}025 \times 1 + b$ $\dfrac{~~-0{,}5~~}{-20}$

$40 - 0{,}025 = b$

$39{,}975 = b$

$y = 0{,}025x + 39{,}975$

0,1

0 porque nunca estava escrito!

3.1) $f(x) = D_f\ ]0, +\infty[$ $f(x) = D'_f\ ]0{,}5, +\infty[$ 0,3

3.2) $\{ y =$ 0

3)

3.1) Domínio = $]0, 20] \cup]20, 40] \cup]40, +\infty[$

$=]0, +\infty[$

Contradomínio = $]0, 50; +\infty[$

0,3

3.2)

$f_1 = mx + b$ — $A(0; 0,50)$

$y = mx + b$ — $B(20; 0,50)$

$\vec{AB} = B - A =$

$= (20; 0,50) - (0; 0,50) =$

$= (20; 0)$

$m = \frac{0}{20} = 0$

$y = 0x + b$

$y = 0,50$

Desnecessário

$f_2 = mx + b$

$C(20; 1,00)$

$D(40; 1,00)$

$\vec{CD} = D - C =$

$= (40; 1,00) - (20; 1,00) =$

$= (20; 0)$

$m = \frac{0}{20} = 0$

$y = 0x + b$

$C(40; 1,00)$

$1,00 = 0 \times 40 + b$

$b = 1,00$

$y = 1,00$

Desnecessário

$f_3 = mx + b$

$E(40; 1,00)$

$F(60; 1,50)$

$\vec{EF} = F - E =$

$= (60; 1,50) - (40; 1,00) =$

$= (20; 0,50)$

$m = \frac{0,50}{20} = 0,025$

$y = 0,025x + b$

$E(40; 1,00)$

$1,00 = 0,025 \times 40 + b$

$1,00 = 1 + b$

$b = 0$

$y = 0,025x$

$\therefore f(x) = \begin{cases} 0,50, & \text{se } 0 < x \leq 20 \\ 1,00, & \text{se } 20 < x \leq 40 \\ 0,025x, & \text{se } x \geq 40 \end{cases}$

1,2

3)

3.1) $D =]0, +\infty[$

$D' =]0,50 , 1,50]$

0,3

3.2)

0

3.1 $D_f =]0; +\infty[$

$CD_f =]0,5; +\infty[$ $]0,50; 1,50[$

0,4

3.2 $f(x) = 0,50x$

0

0,4

3.1) Domínio =]0, +∞[ou seja A^+ 0,4

Contradomínio = [0,50; +∞[\ ]0,50 ; 1,50[

3.1) D_f =]0, +∞[

D'_f = [0,5 ; +∞[\ ]0,50; 1,50[0,4

3.2)

f(x) { — constante (y=?) 1º → y = 0,5
— " (y=?) 2º → y = 1
reta f y=mx+b) 3º → y = 0,025x

(3)

3.1) Domínio = [0, +∞[0,2

contradomínio =]0,50, +∞[

3.2) f(x) = 0

3.1 D =]0; +∞[

D' =]0,50; +∞[0,3

3.2- y = 0,50
y = 1
y = 0

y=mx+b (=)
(=) 1 = 0,025 × 40 + b (=)
(=) 1 = 1 + b (=)
(=) 1 - 1 = b (=)
(=) 0 = b

P (60; 1,50) ; (20,1) (40,1)

m = $\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$ = $\frac{1-1}{20-40}$ =

= $\frac{1-1,50}{40-60}$ = $\frac{-0,5}{-20}$ =

= 0,025 = m

f(x) = { 0,50 se 0 ≤ x ≤ 20
1 se 20 < x ≤ 40
0 se 40 < x ≤ 60 0,6

3 -

3.1) D =]0, +∞[C.D =]0,20] e]20, +∞[0,3

3.2). f(x) = 20x + 0,50 0

3)

3.1) D =]0,50; +00[0

D' =]0, 50; 1] \ ]1; +00[

f(-2) = 0 não é negativo

3.2) f(x) = { 0,50 ; 0 ≤ x ≤ 20
1; 20 < x ≤ 40
1,50 ; 40 < x ≤ +00 0,3

5.1) $f(2) = -15\times 2^2 + 300\times 2 + 900 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow f(2) = -60 + 600 + 900 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow f(2) = 1440$

R: Quando são vendidas 20 mochilas, o lucro é de 1440 € que é o lucro inicial.

5.2.) $-15x^2 + 300x + 900 \geq 1860 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow -15x^2 + 300x - 960 \geq 0 \Leftrightarrow$

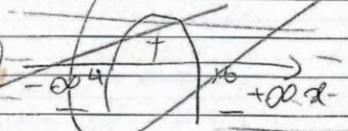
$\Leftrightarrow x \in [4, 16]$

e. auxiliar

$-15x^2 + 300x - 960 = 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x = \frac{-300 \pm \sqrt{300^2 - 4\times(-15)\times(-960)}}{2\times(-15)}$

$\Leftrightarrow x = 4 \vee x = 16$



C.S. $= [4, 16]$

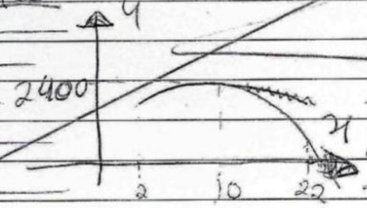
R: O conjunto de valores de x para os quais o lucro é igual ou superior a 1860 é [4,16], o que quer dizer que quando são vendidas 40 até 160 mochilas, inclusive, a empresa tem lucro igual ou superior a 1860€.

5.3.) Pela calculadora gráfica:

$y_1: -15x^2 + 300x + 900$

$\boxed{G\text{-}SOLV} \to \boxed{MAX}: x = 10$

$y = 2400$



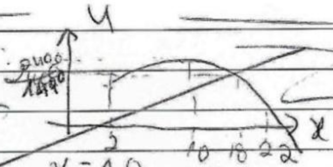
R: O lucro máximo que o gerente espera ganhar é 2400€.

5.4.) Pela calculadora gráfica:

$y_1: -15x^2 + 300x + 900$

$\boxed{G\text{-}SOLV} \to \boxed{X\text{-}CALC}: x = 2$; $x = 18$

$y = 1440$; $y = 1440$



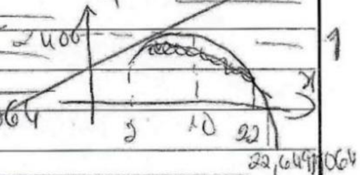
R: O lucro volta a ser igual a 1440€ quando são vendidos 180 mochilas

5.5) Pela calculadora gráfica:

$y_1: -15x^2 + 300x + 900$

$\boxed{G\text{-}SOLV} \to \boxed{ROOT}: x = 22,6491064$

$y = 0$



R: O número de mochilas para as quais o lucro é 0 é de 22,65 dezenas de mochilas.

NÃO FEZ

5. Atendendo às condicionantes dos transportes e do poder de compra dos consumidores, o gerente de uma loja estima que, se vender x **dezenas** de mochilas de uma marca nova, irá gerar um lucro, em euros, de acordo com a função f definida por:

$$f(x) = -15x^2 + 300x + 900, \text{ para } x \in [2,23].$$

Resolva os itens seguintes usando exclusivamente processos analíticos.

5.1 Determine $f(2)$. Interprete o resultado obtido no contexto do problema.

5.2 Determine o conjunto de valores de x para os quais o lucro é superior ou igual a 1860 euros. Apresente a sua resposta usando a notação de intervalos de números reais e interprete-a no contexto do problema.

Recorrendo à calculadora gráfica determine:

5.3 em euros, o lucro máximo que o gerente espera ganhar com a venda das mochilas;

5.4. o número de mochilas onde lucro volta a ser igual ao lucro inicial de 1440 euros;

5.5 o número de mochilas para qual o lucro é nulo. Apresente os resultados arredondados com duas casas decimais.

5) 5.1) $f(2) = -15 \times 2^2 + 300 \times 2 + 900 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow f(2) = -60 + 600 + 900 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow f(2) = 1440$ 0,6

No contexto do problema, visto que x era o número de dezenas mochilas de uma marca nova, se 2 era o nº de dezenas de ~~uma~~ mochilas então o lucro irá ser de 1440€.

5.3) Na calculadora:

$y_1: -15x^2 + 300x + 900$ 0,5

G-solve → Max. → $x = 10$

$y = 2400$

fora do contexto

O lucro máximo que o gerente espera ganhar é de 2400€.

5.4) Na calculadora: 0,5

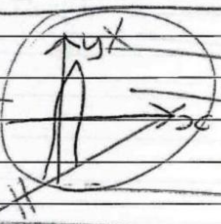
$y_1: -15x^2 + 300x + 900$

y-solve → X-cal → $y = 1440$ — $y = 1440$

$x = 2$ — $x = 18$

O lucro volta a ser 1440€ quando o nº de mochilas for 18 dezenas.

5) 5.5) Na calculadora:



$y_1: -15x^2 + 300x + 900$ 0,5

G-solve → root → $x \simeq -2,65$

$y = 0$

$x \simeq 22,65$

$y = 0$

O lucro é nulo quando quando x dezenas de mochilas for 22,65.

5.2) $1860 = -15x^2 + 300x + 900 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 0 = -15x^2 + 300x - 960 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x = \frac{-300 \pm \sqrt{300^2 - 4 \times (-15) \times (-960)}}{2 \times (-15)} \Leftrightarrow$ 0,6

$\Leftrightarrow x = -2,649 \vee x = 22,649$

O conjunto do valores de x em que o lucro é superior ou igual a 1860 é $x \in [4,16]$ e significa que a partir de 4 dezenas de mochilas e até 16 o lucro é superior ou igual a 1860€.

5 $f(x) = -15x^2 + 300x + 900$, para $x \in [2,23]$

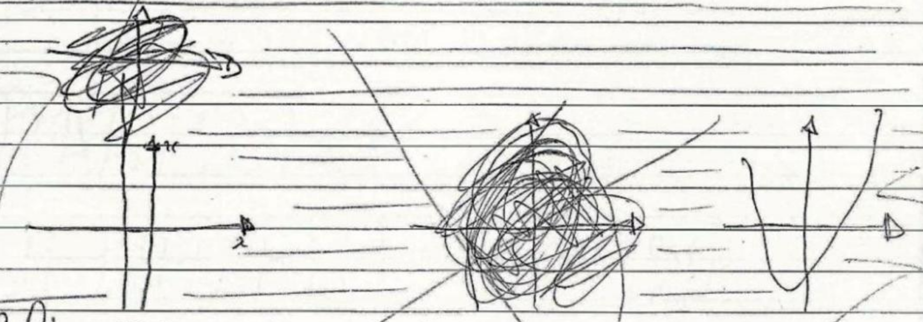
5.) $f(2) = -15(2)^2 + 300 \times 2 + 900 \Leftrightarrow -60 + 600 + 900 \Leftrightarrow 1440$ 0,4

o que significa

Isto significa o lucro obtido pelo o vendedor

5.2 O conjunto ~~de~~ numeros reais, para o lucro maior ou igual 1860 é $]-1,67; +\infty[$ 0

5.3 $y_1: -15x^2 + \cancel{600}\,300\, x + 900$



0,1

Shift → GSolv → MAX → Não há maximo

esta

correta a forma mas incorreta a conclusão

5.1. $f(2) = -15\times 2^2 + 300\times 2 + 900$

$f(2) = 1440$

∴ O resultado obtido é o lucro gerado pela venda de 2 dezenas de mochilas. 0,6

5.2. $-15x^2 + 300x + 900 \geq 1860$ — C. Auxiliar:

$-15x^2 + 300x - 960 \geq 0$ — $-15x + 300x - 960 = 0$

$\Leftrightarrow x \in [4,16]$

$x = \frac{-300 \pm \sqrt{300^2 - 4\times(-15)\times(-960)}}{2\times(-15)}$

$x = 4 \vee x = 16$

∴ Para que o vendedor tenha um lucro superior ou igual a 1860 euros, terá de vender entre 4 a 16 dezenas de mochilas inclosive. 1,1

13,5

5.3. $\boxed{\text{SHIFT}} \rightarrow \boxed{\text{G·Solv}} \rightarrow \boxed{\text{MAX}}$ $Y_1: -15x + 300x + 900$

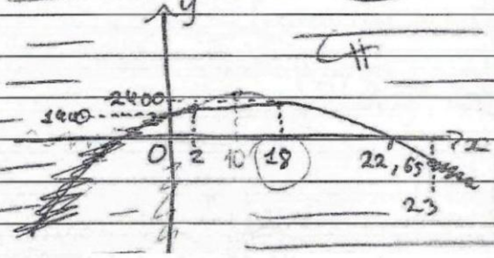
∴ O gerente terá um lucro máximo de 2400€, ao vender 10 dezenas de mochilas. 0,7

5.4. $\boxed{\text{SHIFT}} \rightarrow \boxed{\text{G·Solv}} \rightarrow \boxed{\text{X·Cal}} \rightarrow \boxed{\text{Y:1440}}$

∴ O lucro volta ser igual ao lucro inicial de 1440€ ao vender 18 mochilas. 0,7

5.5. $\boxed{\text{SHIFT}} \rightarrow \boxed{\text{G·Solv}} \rightarrow \boxed{\text{X·Cal}} \rightarrow \boxed{\text{Y:0}}$

∴ O vendedor terá lucro nulo se vender 22,65 dezenas de mochilas. 1



Representação para as alíneas do exercício 5.

5,5

Substituir por 2

5.1. $f(2) = -15(x^2) + 300(x) + 900 = 1440$

∴ Se o gerente da loja vender 2 dezenas de mochilas (~~vender~~) terá um lucro de 1440(€) euros. 0,5

5.2. ∴ x tem de ser igual a 4 para obter um lucro de 1860 euros, ou seja a partir de 4. 0,2

$-15\times 4^2 + 300\times 4 + 900 = 1860$

inequação!

5.1. $f(2) = -15 \times 2^2 + 300 \times 2 + 900$

$f(2) = 1440$

∴ O resultado obito é o lucro gerado pela venda de 2 dezenas de mochilas. 0,6

5.2. $-15x^2 + 300x + 900 \geq 1860$ — C. Auxiliar:

$-15x^2 + 300x - 960 \geq 0$ — $-15x + 300x - 960 = 0$

$\Leftrightarrow x \in [4,16]$

$x = \frac{-300 \pm \sqrt{300^2 - 4\times(-15)\times(-960)}}{2\times(-15)}$

$x = 4 \vee x = 16$ 1,1

∴ Para que o vendedor tenha um lucro superior ou igual a 1860 euros, terá de vender entre 4 a 16 dezenas de mochilas inclosive.

13,5

5.3. $\boxed{\text{SHIFT}} \rightarrow \boxed{\text{G·Solv}} \rightarrow \boxed{\text{MAX}}$ $Y_1: -15x + 300x + 900$

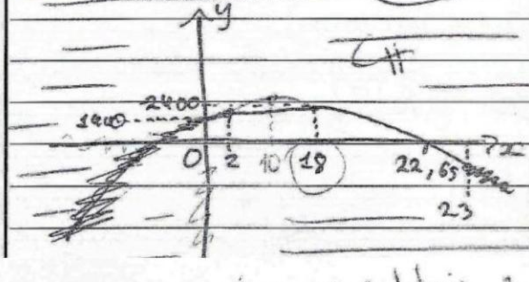
∴ O gerente terá um lucro máximo de 2400€, ao vender 10 dezenas de mochilas. 0,7

5.4. $\boxed{\text{SHIFT}} \rightarrow \boxed{\text{G·Solv}} \rightarrow \boxed{\text{X·Cal}} \rightarrow \boxed{\text{Y:1440}}$

∴ O lucro volta ser igual ao lucro inicial de 1440€ ao vender 18 mochilas. 0,7

5.5. $\boxed{\text{SHIFT}} \rightarrow \boxed{\text{G·Solv}} \rightarrow \boxed{\text{X·Cal}} \rightarrow \boxed{\text{Y:0}}$

∴ O vendedor terá lucro nulo se vender 22,65 dezenas de mochilas. 1



Representação para as alíneas do exercício 5.

Substituir por 2

5,5

5.1. $f(2) = -15x^2 + 300x + 900 = 1440$ 0,5

∴ Se o gerente da loja vender 2 dezenas de mochilas (~~vender~~) terá um lucro de 1440(€) euros.

5.2. ∴ x tem de ser igual a 4 para obter um lucro de 1860 euros, ou seja a partir de 4. 0,2

$-15 \times 4^2 + 300 \times 4 + 900 = 1860$

inequação!

5.3 ∴ O lucro máximo que o gerente espera ganhar é 2400 euros, ao vender 10 dezenas de mochilas, pois após esse número, o lucro vai diminuindo até transformar-se em prejuízo. 0,5

$\boxed{TABLE} \to -15x^2+300x+900 \to \boxed{SET} \to$ Start: 30, End: 50 $\to \boxed{TABL}$

5.4. ∴ O lucro volta a ser de 1440 quando vender 18 dezenas de mochilas, ou seja, 1800 mochilas. 0,5

$\boxed{TABLE} \to -15x^2+300x+900 \to \boxed{SET} \to$ Start: 50, End: 150 $\to \boxed{TABL}$

~~5.4.~~

5.5. 0

Falta o esboço da função!

5.

5.1) $f(2) = -15(2)^2+300(2)+900 =$ 0,6

$= -60+600+900 =$

$= 1440$

R: quer dizer que se ele vender 2 dezenas de mochilas irá ter um lucro de 1440.

5.2) $f(x) \geq 1860$

$-15x^2+300x+900 \geq 1860 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow -15x^2+300x+900-1860 \geq 0 \Leftrightarrow$ 1,1

$\Leftrightarrow -15x^2+300x-960 \geq 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x \in [4,16]$

R: $[4,16]$ isto quer dizer que entre 4 a 16 dezenas de mochilas vendidas o valor do lucro vai ser superior ou igual a 1860

Cálculo ar:

$-15x^2+300x-960=0$

$\frac{-300 \pm \sqrt{300^2-4\times(-15)\times(-960)}}{2\times(-15)}$

$x=16 \vee x=4$

+

4 16

$[4;16]$

max → 2400

5.3) $y1=-15x^2+300x+900 \to$ Draw → Shift → G-solv → 2400 0,5

R: ou seja o lucro máximo é de 2400

5.4) $y1=-15x^2+300x+900 \to$ Draw → shift → G-solv → y-cal = $x=18$ 0,5

5.5) $y1=-15x^2+300x+900 \to$ Draw → shift → G-solv → root → $x=22,649$ 1-0,6

0,4

R: ~~22,6 mochilas~~

duas casas decimais!

Não tem nada no esboço!

0

~~5.2~~

5.3 ∴ O lucro máximo que o gerente espera ganhar é 2400 euros, ao vender 10 dezenas de mochilas, pois após esse número, o lucro vai diminuindo até transformar-se em prejuízo. 0,5

$\boxed{TABLE} \to -15x^2+300x+900 \to \boxed{SET} \to$ Start: -50 End: 50 $\to \boxed{TABL}$

S.4. ∴ O lucro volta a ser de 1440 quando vender 18 dezenas de mochilas, ou seja, 180 mochilas. 0,5

$\boxed{TABLE} \to -15x^2+300x+900 \to \boxed{SET} \to$ Start: -50 End: 50 $\to \boxed{TABL}$

~~5.7.~~

S.8. 0

Falta o esboço da função!

5

5.1) $f(2) = -15(2)^2 + 300(2) + 900 =$ 0,6

$= -60 + 600 + 900 =$

$= 1440$

Aquem dizem que se ele vender 2 dezenas de mochilas irá ter um lucro de 1440.

5.2) $f(x) \geq 1860$

$-15x^2 + 300x + 900 \geq 1860 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow -15x^2 + 300x + 900 - 1860 \geq 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow -15x^2 + 300x - 960 \geq 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x \in [4, 16]$

R: [4, 16] isto quer dizer que entre 4 a 16 dezenas de mochilas vendidas o valor do lucro vai ser superior ou igual a 1860

Calculo aux:

$-15x^2 + 300x - 960 = 0$ 1,1

$\dfrac{-300 \pm \sqrt{300^2 - 4 \times (-15) \times (-960)}}{2 \times (-15)}$

$x = 16 \vee x = 4$

+

4 16

[4 ; 16]

max -> 2400

5.3) $y1 = -15x^2 + 300x + 900 \to$ Draw $\to$ shift $\to$ G-solv $\to$ ~~y=2400~~ 2400 0,5

R: ou seja o lucro máximo é de 2400

5.4) $y1 = -15x^2 + 300x + 900 \to$ Draw $\to$ shift $\to$ G-solv $\to$ y-cal = x = 18 0,5

5.5) $y1 = -15x^2 + 300x + 900 \to$ Draw $\to$ shift $\to$ G-solv $\to$ root $\to x = 22,649$ 1+0,64

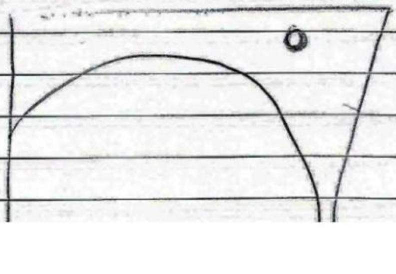
0,4

R: 22,6 mochilas !

0

duas casas decimais!

Não tem nada no esboço!



5.)

5.1 $f(2) = -15 \times 2^2 + 300 \times 2 + 900$

$f(2) = 225 \times 4 + 600 + 900$

$f(2) = 2000$

0,2

R: O resultado da-nos a entender com um numero multiplicado por 2 mochilas na função o seu lucro irá ser de 2000 €

5.2) $1860 \leq -15x^2 + 300x + 900$

$-15x^2 + 300x - 960 = 0$

C.aux

$x = \frac{-300 \pm \sqrt{300^2 - 4 \times -15 \times -960}}{2 \times -15}$

$x = \frac{-300 \pm \sqrt{32400}}{-30}$

$x = \frac{-300+180}{-30} \vee x = \frac{-300-180}{-30}$

$x = 4 \vee x = 16$

$-\infty$ 4 + 16 $+\infty$

0,7

R: $]-\infty, 4] \cup [16, +\infty[$

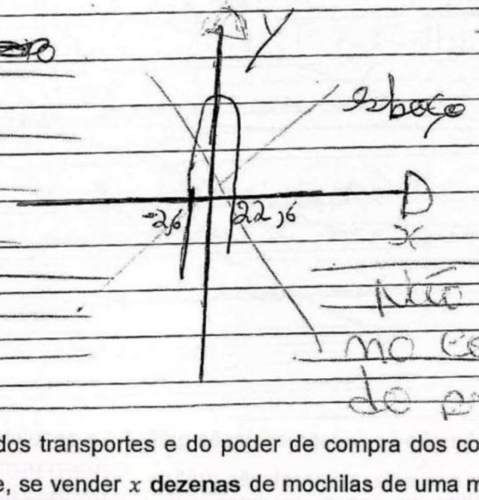
5.3) Será de 10 euros.

5.4) O numero de mochilas é de 22,65.

0

5.5) R:

0



Não está no contexto do problema!

FALTA DE TEMPO

5. Atendendo às condicionantes dos transportes e do poder de compra dos consumidores, o gerente de uma loja estima que, se vender x **dezenas** de mochilas de uma marca nova, irá gerar um lucro, em euros, de acordo com a função f definida por:

$$f(x) = -15x^2 + 300x + 900, \text{ para } x \in [2,23].$$

Resolva os itens seguintes usando exclusivamente processos analíticos.

5.1 Determine $f(2)$. Interprete o resultado obtido no contexto do problema.

5.2 Determine o conjunto de valores de x para os quais o lucro é superior ou igual a 1860 euros. Apresente a sua resposta usando a notação de intervalos de números reais e interprete-a no contexto do problema.

Recorrendo à calculadora gráfica determine:

5.3 em euros, o lucro máximo que o gerente espera ganhar com a venda das mochilas;

5.4. o número de mochilas onde lucro volta a ser igual ao lucro inicial de 1440 euros;

5.5 o número de mochilas para qual o lucro é nulo. Apresente os resultados arredondados com duas casas decimais.

5)

5.1)

$f(2) = -15 \times 2^2 + 300 \times 2 + 900 =$

$= 1440$

0,6

∴ O resultado obtido significa que 2 dezenas de mochilas de uma marca nova irá ter um lucro de 1440 €.

5.2)

$-15x^2 + 300x + 900 = 1860 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow -15x^2 + 300x + 900 - 1860 = 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow -15x^2 + 300x - 960 = 0$

1,1

$x = \frac{-300 \pm \sqrt{300^2 - 4 \times (-15) \times (-960)}}{2 \times (-15)}$

$x =$

5)

5.1) $f(x) = -15x^2 + 300x + 900$

$f(2) = -15 \times 2^2 + 300 \times 2 + 900$

$f(2) = -60 + 600 + 900$

$f(2) = 1440$

0,6

∴ O Resultado obtido (1440) diz-nos que quando o gerente da loja vender duas dezenas de mochilas obterá um lucro de 1440 €.

5.2)

$f(x) = -15x^2 + 300x + 900 = 1860$

$f(x) = -15x^2 + 300x = 960$

0,2

$f(x) = \quad x = 960 \quad \vee \quad 15x = 300$

$x = 960 \quad \vee \quad x = 20$

$x = [20, 960]$.

5.3) O lucro máximo é 2200 €. (menu, ponto 6, sub-ponto 3) 0

5.4) O numero de mochilas é 960 (menu, ponto 6, subponto 2). 0

5.5) Quando o lucro é nulo, o nº de mochilas vendidas será 20 0

(menu, ponto 6, subponto 1)

5.1)

5.1) $f(2) = -15\times 2^2 + 300\times 2 + 900$

(=) $-30 + 600 + 900$

$f(x) = \frac{-600 \pm \sqrt{600^2 + (-30)} + 900}{-30+900}$

(=) $\frac{-600 \pm \sqrt{1470}}{870}$

(=) $\frac{-600 + \sqrt{1470}}{870} \wedge \frac{-600 - \sqrt{1470}}{870}$

(=) $\frac{870}{870} \wedge \frac{\cancel{870} - 2070}{870}$ 0,1

5) $f(x) = -1,5x^2 + 300x + 900$

5.1)

$f(2) = (-1,5\times 2^2) + (300\times 2) + 900$ (=)

(=) $f(2) = (-60) + 600 + 900$ (=)

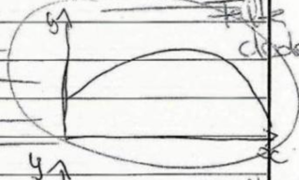
(=) $f(2) = 1440$

∴ O lucro que teve ao vender as mochilas 0,5
2 dezenas de mochilas
lucro 1440€

5.2)

$C(x) = \{1860, 2000\}$ 0

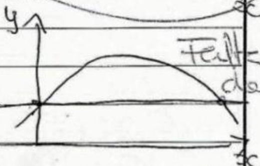
5.3) $\boxed{2ND} \rightarrow \boxed{calc}$



Falta dados! 0,5

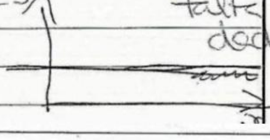
$x = 9,999989$ $y = 2400$

5.4) ~~2ND → calc~~



Falta dados! 0,1

5.5)



Falta dados! 0

5.1 $f(2) = -15\times 2^2 + 300\times 2 + 900$ (=)
(=) $f(2) = 1440$ 0,6

∴ O resultado obtido é a venda de 2 dezenas de mochilas que gerou um lucro de 1440 euros.

5.2 C.a.x.

$f(x) - 15x^2 + 300x + 900$ (=)

$x \in \{4\}$

$-15x^2 + 300x + 900 = 1860$ (=)

$-15x^2 + 300x - 960 = 0$ (=) 0,6

$x = \frac{-300 \pm \sqrt{300^2 - 57600}}{-30}$ (=)

$x = \frac{-300 + \sqrt{32400}}{-30} \vee x = \frac{-300 - \sqrt{32400}}{-30}$

$x = 4 \vee x = 16$

5.3
Table → y1: $-15x^2+300x+900$ → Tabl
$f(5) = 2025$ €
∴ A cada 5 dezenas gera de lucro 2025 €
0

5.4 $f(2) = 1440$ €   Range: Start: −10
$f(18) = 1440$ €   End: 100
Tabl
porque modo garante que seja exactamente 18 dezenas
∴ A volta ao lucro inicial quando vende 18 dezenas de mochilas.
0,5

5.5 − Equation: a: −15 b: 300 c: 900
→ Enter
$f(0) = -15x^2+300x+900$ (⇔
⇔ $x \in \{-2{,}64 ; 22{,}65\}$
$x_1: -2.649$
$x_2: 22.649$
⇓
Graficamente!
0,8

5.
5.1) $f(x) = -15x^2+300x+900$
⇔ $f(2) = -15(2)^2+300(2)+900$
⇔ $f(2) = -60 + 600 + 900$
⇔ $f(2) = 1440$ ∴ Vai ser o seu lucro quando vender 2 dezenas de mochilas.
0,6

5.2) Para o seu lucro ser igual ou superior a 1860 € vai ter que vender 4 vezes mais, 4 dezenas. → apenas?
0,5
$f(x) = -15(4)^2 + 300(4) + 900 \geq 1860$
$= -240 + 1200 + 900 \geq 1860$
$= 1860 \geq 1860$

5.3) 10 € 0

5.4) 2 dezenas 0

5.5) 0

5.1 $F(2) = 1440$

$-15\times 2^2 + 300\times 2 + 900 = 1440$

R: é 1440 quando o x é 2. em contexto?!

03

5.2. $-15x^2 + 300x + 900 \geq 1860$

$-15x^2 + 300x - 960 \geq 0$

09

C.A. A B C forma resolvente = $x = 4 \vee x = 16$

-15 300 -960

+ 4 16 x

R: $x \in [4, 16]$ R: Tem que ser entre 4 a 16.

Cotações

5.3 Grafica → max → = $x = 10 \wedge y = 2400$

$y = 2400$ R: O lucro máximo é 2400€

0,5

Falta o esboço!

5.4 $-15x^2 + 300x + 900 = 1440$

$-15x^2 + 300x - 540 = 0$

0,5

$A = -15$ $B = 300$ $C = 540$

forma resolvente = $x = 2 \vee$ OU $= 18$

Falta o esboço!

~~R: 2 ou 8~~ R: 2 ou 18 mochilas

5.5.

2. Falta o esboço!

Grafica → X-cal → $y = 0$ → = aos zeros

0,5

zeros = 22.65 $\wedge$ -2.65 como é menor

R: Para o lucro ser 0 é preciso 22.65 mochilas

5.1) $f(x) = -15x^2 + 300x + 900 \Leftrightarrow$

0,6

$\Leftrightarrow f(2) = -15\times 2^2 + 300\times 2 + 900 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow f(2) = -60 + 600 + 900 \Leftrightarrow$

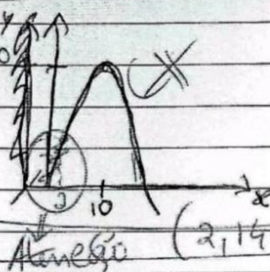
$\Leftrightarrow f(2) = 1440$

~~R: [illegible]~~

R: Com 2 dezenas, o lucro será de 1440.

5.3) $Y_1: -15x^2 + 300x + 900$ 0,7

esboço: 2400



$\boxed{\text{G-solve}} \rightarrow \boxed{\text{MAX}}$: $x = 10$

$y = 2400$

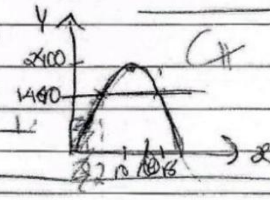
valor máximo

R: O lucro máximo é de 2400€

Atenção (2, 1440) é o ponto inicial

5.4) $Y_1: -15x^2 + 300x + 900$ / $Y_2: 1440$ 1

esboço:



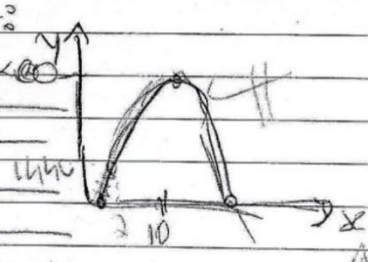
$\boxed{\text{G-solve}} \rightarrow \boxed{\text{ISCT}}$: $x = 18$

~~R: nº de mochilas~~

R: 18 dezenas de mochila

5.5) $Y_1: -15x^2 + 300x + 900$ 0,9

esboço:



$\boxed{\text{G-solve}} \rightarrow \boxed{\text{ROOT}}$ $x = -2,65$ X

$x = 22,65$

R: nº de mochilas: 22,65

⚠ Consequentemente o mesmo no esboço do gráfico.

5.2) $f(x) \geq 1860 \Leftrightarrow$ 1,1

$a = -15$ $b = 300$ $c = -460$

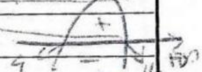
$-15x^2 + 300x + 900 \geq 1860 \Leftrightarrow$

$x = \frac{-300 \pm \sqrt{300^2 - 4 \times (-15)(-460)}}{30}$

$-15x^2 + 300x - 460 \geq 0$

$S = [4, 16]$

$x = 4 \vee x = 16$



R: Para ter um lucro igual ou superior a 1860€ terá de vender entre 40 e 160 mochilas.

5.3) R: O valor máximo que espera ganhar é de 2400 euros. 0,5

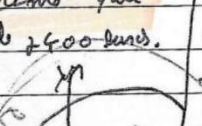
calculadora:

1- Inserir função

2- ~~zoom~~ shift-zoom-Auto

3- shift-G-solv-max

$y = 2400$ quando $x = 10$



Fora de contexto

5.4) R: O nº de mochilas quando o lucro volta a ser igual a 1440 é de 2 mochilas 0,5

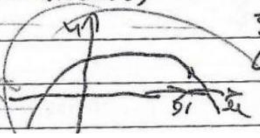
calculadora:

1- Inserir função

2- Shift-Zoom-Auto

3- Shift-G-Solv-X-cal $y = 1440$

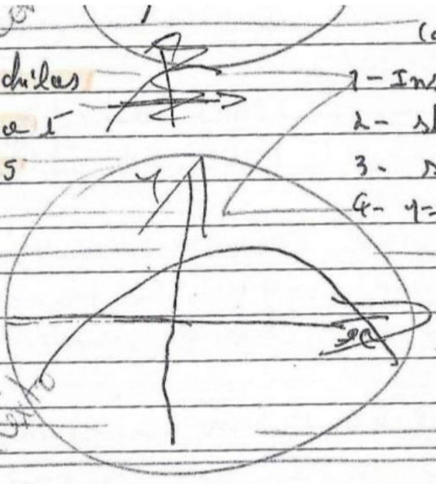
4- $y = 1440$ quando $x = 2$



Fora de contexto

5.5)

R: o nº de mochilas para que o lucro é nulo é de 22,65 mochilas.



Calculadora:
1- Inserir função
2- shift-zoom-Auto
3- shift-G-solv-x-cal y=0
4- y=0 quando $x \approx 22,65$

0,5

5) 5.1) $f(2) = (-15 \times 2^2) + (300 \times 2) + 900$

$= 60 + 600 + 900$

$= 60 + 1500$

$= 1560$

0,3

x é o numero das dezenas de mochilas vendidas. Como neste caso $x = 2$ significa que o calculo foi feito com o objetivo de calcular o lucro em euros da venda de 2 dezenas de mochilas, o qual é de 1560€.

5.2) (24 mochilas) 2 dezenas — 1560 $\qquad x = \frac{24 \times 1440}{1560}$

x — 1860 $\qquad = 2,3$ dezenas $\approx 23,8 \approx 24$

R = 24 , [

0

★ $-15x^2 + 300x + 900 = 1860$

$-15x^2 + 300x = 1860 - 900$

$-15x^2 + x = 3.2$

$x^2 + x = -0,21(3)$

5.3)

0

5.4) ≈ 22 mochilas

0

5.5)

0

5) 5.1) $f(x) = -15x^2 + 300x + 900 =$

$f(2) = -15 \times (2)^2 + 300(2) + 900 =$

$f(2) = 1440$

0,3

e o contexto de resposta?!

CONTEXTO ?

5.3) o lucro máximo ~~...~~ é de cerca de ~~...~~ 2400€ com 10 mochilas;

5.4) Terá de vender 18 mochilas.

0,6

5.3) $\boxed{Shift} \rightarrow \boxed{G\text{-}Solve} \rightarrow \boxed{Max}$ = 2400 €

0,6

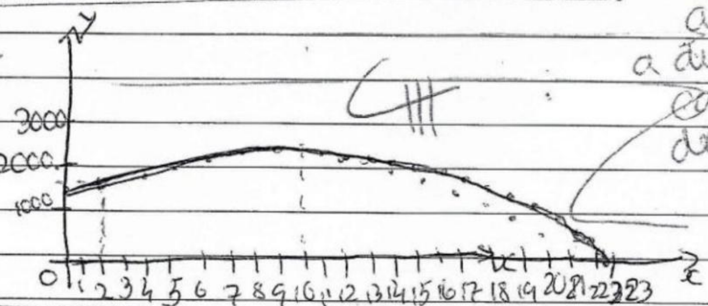
5.4) $\boxed{Shift} \rightarrow \boxed{G\text{-}Solve} \rightarrow \boxed{X\text{-}Cal}$ = 2 e 18 mochilas

0,6

5.5) Arlenor $\boxed{Shift} \rightarrow \boxed{G\text{-}Solve} \rightarrow \boxed{Y\text{-}Cal}$ = 23 mochilas

arredonda a duas casas decimais?

5)



Apenas o gráfico!! Não estão devidamente assinalados os valores importantes à resolução das alíneas

5.1- $f(2) = -15\times 2^2+300\times 2+900 = -15\times 4+300\times 2+900 =$
$= 1440$

0,5

Irá ter um lucro de 1440 €. ~~na venda de 2 dezenas de mochilas~~

Teste nº 4		Turma 10º C																									
		1	2	3	4	5	1,1	1,2,1	1,2,2	1,2,3	1,2,4	1,2,5	1,3	1,4	2,1	2,2	3,1	3,2	4,1	4,2	4,3	4,4	5,1	5,2	5,3	5,4	5,5	Total
		0,6	**0,6**	**0,6**	**0,6**	**0,6**	**0,4**	**0,6**	**0,6**	**1**	**1,2**	**0,6**	**0,4**	**0,4**	**0,8**	**1**	**0,6**	**1,2**	**1,2**	**0,6**	**1,2**	**0,4**	**0,6**	**1,2**	**1**	**1**	**1**	**20**
1	ALEX FERNANDES	0,6	0,6	0	0,6	0,6	0,4	0,3	0,6	0	0,5	0,4	0,2	0	0	0	0	0,3	0	0,4	0	0	0,5	0,2	0,5	0,5	0	**7,2**
2	ALEXANDRE SILVA	0,6	0,6	0	0	0	0,4	0,3	0,6	0,3	1	0,4	0,4	0	0	0	0,3	0,7	0,6	0,4	0,4	0	0,6	1,1	0,5	0,5	0,4	**10,1**
3	BERNARDO LOURENÇO	0,6	0	0	0,6	0,6	0	0,3	0,6	0,2	0	0,6	0	0,4	0	0	0,3	0	1	0,6	1,2	0	0,2	0,7	0	0,1	0	**8**
4	CARLOS RONALDO RAMOS	0,6	0,6	0,6	0,6	0	0	0,3	0,5	0,3	0	0,3	0	0,4	0	0	0,3	0,5	0	0,4	0,4	0	0,4	0	0,1	0	0,2	**6,5**
5	DANIEL FREITAS	0	0,6	0,6	0,6	0,6	0,4	0,6	0,6	0	1	0,6	0,4	0	0	0	0,6	1,2	1,2	0,6	1,1	0,3	0,6	0,6	0,5	0,5	0,5	**13,7**
6	DIOGO FIALHO	0	0,6	0	0,6	0,6	0,4	0,3	0	0	0,2	0,4	0	0	0	0	0,3	0	0	0,3	0	0	0,1	0	0	0	0	**3,8**
7	FRANCISCO SANTOS	0,6	0,6	0,6	0,6	0,6	0,4	0,3	0,6	0,4	0,9	0,6	0,4	0,4	0	0	0,6	0,8	1,2	0,6	1,2	0,4	0,6	1,1	0,7	0,7	1	**15,9**
8	JÉSSICA FREITAS	0	0,6	0,6	0,6	0	0,4	0,3	0,6	0,4	0,1	0,6	0	0	0	0	0	0	0	0,6	0,2	0	0,5	0	0,5	0,1	0	**6,1**
9	LEONEL MACEDO	0,6	0,6	0,6	0,6	0,6	0,4	0,3	0,6	0	0	0,4	0	0	0	0	0,4	0	1,1	0,6	0,8	0	0,6	0,6	0	0,5	0,8	**10,1**
10	MARGARIDA SOARES	0	0	0,6	0,6	0,6	0,4	0,3	0,6	0,6	0	0,4	0,4	0	0	0	0,3	1,2	1,2	0,3	0,8	0	0,6	1,1	0	0	0	**10**
11	MARIA TERESA FIGUEIROA	0,6	0,6	0,6	0,6	0,6	0,4	0,6	0,6	1	0,9	0,6	0,4	0,4	0,8	0,9	0,6	1,2	1,2	0,6	1,2	0,4	0,6	1,2	1	1	1	**19,6**
12	MARTIM PIRES	0,6	0,6	0,6	0,6	0,6	0,4	0,3	0,6	0	0	0,5	0,2	0	0	0	0,3	0,3	0,8	0,6	0,4	0	0,6	0,3	0,5	0	0	**8,8**
13	NIKITA PAVLUSHKO	0,6	0	0	0	0,6	0,4	0,3	0,5	0,3	0,1	0,4	0,4	0,4	0	0	0,6	0,5	0	0,6	0	0	0	0	0	0	0	**5,7**
14	PATRÍCIA BAETA	0,6	0,6	0,6	0,6	0,6	0,4	0,3	0,3	0	0,1	0,2	0	0,2	0	0	0,3	0	1,2	0,6	1,2	0	0,6	0,2	0	0	0	**8,6**
15	ROBERTO WIJNTJE	0,6	0,6	0,6	0,6	0,6	0,4	0,6	0,3	0	0,7	0,6	0,4	0,4	0	0	0,4	0	1,2	0,6	0,8	0,2	0,3	0,9	0,5	0,5	0,5	**12,3**
16	SARYNA CASANOVA	0,6	0,6	0	0	0,6	0,4	0,3	0,6	1	0,5	0,6	0,4	0,2	0,1	0,5	0,4	1	1,2	0,6	0,8	0,3	0,6	0	0,7	1	0,9	**13,9**
17	TOMÁS PEREIRA	0,6	0	0	0	0,6	0	0,6	0,4	0	0,5	0,6	0,4	0,4	0	0	0,2	1,1	1,2	0,6	1,2	0	0,6	1,1	0,5	0,5	0,5	**11,6**
18	HORAICY BATISTA	0	0	0	0	0,6	0	0,6	0,6	0	0,9	0,4	0	0,2	0,1	0	0,2	0	0	0,1	0	0	0,3	0	0	0	0	**4**
19	TIAGO AFONSO	0,6	0,6	0,6	0,6	0,6	0	0	0,6	0,5	0	0,5	0	0,3	0	0	0	0,3	1,2	0,3	1,2	0,2	0,3	0	0,6	0,6	0,6	**10,2**
20	MIRIAM	0,6	0,6	0,6	0,6	0,6	0,4	0,3	0	0	0	0,5	0	0	0,3	0,6	0	0	0	0	0	0	0,5	0	0	0	0	**5,6**
																											Média=	**9,585**

Anexo F. Exercícios Específicos para RS4E

F.1. Quadro Síntese dos Exercícios Específicos para RS4E Utilizados em Sala de Aula

Plano de aula / Data	Tema	Materiais utilizados	Objetivos	Resultados	Método de Recolha dos dados	Dados a incluir em "Anexos"
Nº8 03/10/2013	Módulo Inicial - Semelhança de triângulos		Compreensão do trabalho recomendado para casa (TRPC)	"Recomendado" não obrigatório, mas essencial.	Discussão Oral	
Nº9 04/10/2013	Módulo Inicial - Razão de semelhança entre perímetros e áreas de figuras semelhantes. Razão de semelhança entre volumes de sólidos semelhantes.	Saco com papeis de cinco cores distintas. Ficha de Trabalho nº2 e respetiva proposta de resolução.	Empreendedorismo. Colmatar de vícios de trabalho. Desenvolver a cooperação na resolução de um problema comum. Autonomia no trabalho em equipa. Partilha de raciocínios, discussão.	Os alunos trabalharam bem nos seus grupos de trabalho e estavam entusiasmados. Estavam focados nas tarefas após serem identificados os parâmetros de avaliação.	Observação: Registo em plano de aula.	Páginas 2 e 3 do plano de aula nº9. ***(F.1.1.1)*** Página 6 do plano de aula nº9. ***(E.1.2.2)***
Nº 13 16/10/2013	Módulo Inicial- Problemas geométricos no plano e no espaço. (abordagem no final da aula ao RS4E).	Apresentação do projeto vencedor a nível universitário 2013: RS4E – CEMA.	Apresentação do projeto RS4E. Incentivar os alunos para a participação no concurso RS4E.	Os alunos mostraram-se curiosos e motivados para a participação no projeto RS4E.	Observação: Registo em plano de aula.	Projeto RS4E 2013 - CEMA. ***(F.1.2.1)*** Página 9 do plano de aula nº13. ***(C.1.2.2)***
Nº14 17/10/2013	Amplitude dos ângulos internos de polígonos.	Cartolinas numeradas e coloridas.	Inspirar a criatividade, incintar ao dinamismo, e ao trabalho em equipa.	Os alunos mostraram-se entusiasmados e prontos a encarar o desafio.	Observação: Registo em plano de aula.	Páginas 2,3, 4 e 12 do plano de aula nº 14. ***(F.1.3.1)***

Nº33 29/11/2013	Geometria analítica - Representação e identificação de regiões no plano cartesiano.	Ficha de reflexão.	Uma primeira analise do trabalho desenvolvido e das estratégias adotadas. Opiniões dos alunos sobre a ficha de trabalho nº10.	Ver respostas dos alunos.	Observação: Registo na ficha reflexiva.	Ficha de Reflexão 1º Período. ***(F.1.5.1)*** Reflexões dos alunos. ***(F.1.5.2)***
Nº77 03/04/2014	Funções I- Equações e inequações com módulos; Problema real com função definida por ramos - função módulo.	Funbingo -jogo didático para aplicar os conceitos estudados neste capitulo – Funções	Através de um jogo muito conhecido os alunos aproveitam para conciliar os conceitos lecionados.	Os alunos trabalharam e ao mesmo tempo se divertiram, foi "bingo" em todos os aspetos.	Registo fotográfico do jogo. Observação: Registo em plano de aula.	Páginas 2, 8 e 16 do plano de aula nº77. ***(F.1.6.1)*** Fotos do jogo Funbingo. ***(F.1.6.2)***

F.1.1. Plano de aula nº9 (04/10/2013).

F.1.1.1. Excerto plano de aula nº9, páginas 2 e 3.

DESENVOLVIMENTO DA AULA:

Trabalho prévio: Os alunos à medida que entrarem na sala deverão retirar de um saco de pano, um papel correspondente a uma cor aleatoriamente que servirá para a organização dos grupos de trabalho para a ficha nº 2. Neste saco estarão 5 cores distintas num total de 17 papéis, 3 vermelhos, 3 verdes, 3 azuis, 4 amarelos e 4 pretos.

Iniciaremos a aula de acordo com o trabalho desenvolvido na aula anterior. Se os alunos tiverem concluído todos os exercícios propostos daremos início à aula com uma pequena discussão sobre o que aprenderam na aula anterior com o objetivo de oralmente rever rapidamente os casos de semelhança de triângulos.

Nota: Será importante fazer esta pequena reflexão porque teremos de ter em conta se todos os alunos estariam presentes na aula anterior e mesmo que estivessem, funcionaria como uma orientação para os mais esquecidos poderem voltar ao contexto da aula.

Se os alunos tiverem feito os exercícios todos à exceção do exercício recomendado de exame (escolha múltipla, grupo I, questão 5, exame de janeiro de 2010 – encontra-se em anexo com a respetiva correção) começaremos pela correção do mesmo.

Após este trabalho inicial informaremos os alunos de que estes irão resolver a ficha de trabalho nº 2 (em anexo com a respetiva correção) em grupos de 3 e 4 elementos (será necessário verificar se estarão todos os alunos, se estiverem então teremos 17 alunos, em que a melhor combinação possível será 2 grupos de 4alunos e 3 grupos de 3 alunos que fará assim um total de 5 grupos de trabalho).

Para formar os grupos de trabalho iremos utilizar uma dinâmica de grupo de grupo. Em primeira instância terá sido pedido aos alunos para retirarem um papel colorido à entrada da sala. Pediremos então aos alunos para se agruparem rapidamente com os colegas que tiverem extraído a mesma cor de papel.

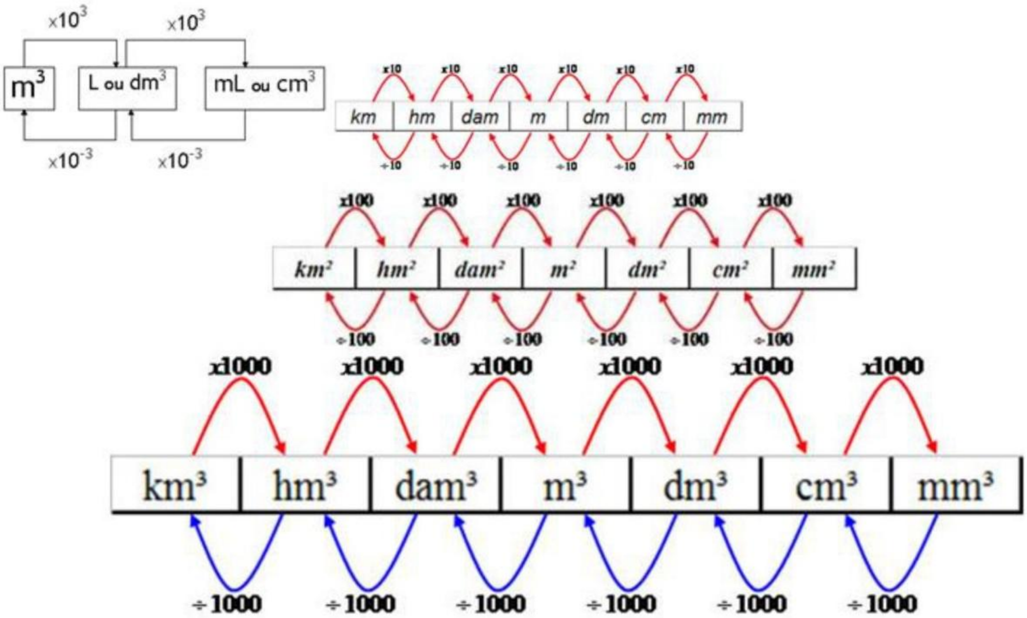
Nota: Todas as fichas de trabalho que forem desenvolvidas para trabalho de grupo, os grupos serão formados com estratégias diferentes de modo a permitir aos alunos o trabalho com colegas distintos evitando vícios de trabalho e fomentando o empreendedorismo na resolução de um problema comum, assim será possível desenvolver nos alunos competências tais como adaptação de ritmos de trabalho e estratégias de trabalho em equipa.

Assim que os grupos estiverem devidamente organizados e aptos para trabalhar explicar-se-á a estrutura da ficha de trabalho nº 2 e para que servirá a tabela vazia que se encontra no final da ficha de trabalho. Essa tabela será para preencher no fim, durante o momento de correção da ficha de

Página **2** de **19**

trabalho. Será o essencial, um quadro resumo dos conteúdos que os alunos terão trabalhado com a ficha de trabalho.

O trabalho deverá ser feito com o mínimo de ajuda possível por parte do professor que deverá se deslocar pela sala de aula para observar o raciocínio dos alunos em cada alínea, pois o objetivo da ficha de trabalho nº 2 é os alunos partirem à redescoberta em grupo dos conteúdos que foram lecionados no 9º ano. Espera-se que os alunos consigam resolver a ficha num máximo de 40 minutos.
Nota: Provavelmente na questão 1.1 os alunos terão algumas dificuldades em passar de litros para centímetros cúbicos se todos os grupos apresentarem a mesma dificuldade inicial iremos explicar como é feita a conversão através da projeção dos seguintes quadros:



Após os alunos terem terminado a ficha de trabalho ou após os 40 minutos estimados para a resolução da ficha de trabalho será feita a correção da ficha. Se o trabalho em grupo estiver a funcionar, os alunos permanecerão em grupo durante a correção e construção da tabela, o essencial, caso contrário deverão regressar aos seus lugares.

O estilo de correção dependerá do tempo que tivermos disponível.
Se faltarem 30 minutos os alunos irão ao quadro resolver cada alínea da ficha de trabalho. Teremos que ter em atenção o facto de ser uma ficha à descoberta do conhecimento o que significa que existirão diferentes conclusões para responder às mesmas questões. É importante dar a conhecer os diferentes raciocínios mesmo que isto signifique não conseguir terminar todas as tarefas planeadas para a aula. No fim da correção será feito o preenchimento do quadro resumo em discussão com os alunos e o registo será igualmente no quadro.

F.1.2. Plano de aula nº13 (16/10/2013).

F.1.2.1. Projeto RS4E 2013 - CEMA.


www.cema.pt
DROP SHIPPING
INTERNO
EXTERNO
PRODUTORES LICORES
PRODUTORES BEBIDAS
PRODUTORES MEL
GROSSISTA VENEZUELA
GROSSISTA AFRICA DO SUL
GROSSISTA REINO UNIDO
DROP SHIPPING
CENTRAL DE EXPORTAÇÕES DA MADEIRA


www.cema.pt
INVESTIMENTO
EQUIPAMENTO BÁSICO
10.000 €
VIATURAS
30.000 €
INVESTIGAÇÃO & DESENVOLVIMENTO
6.000 €
TOTAL
46.000 €
ACTIVIDADE 3 ANOS
2.305.680 €
2.351.794 €
2.398.829 €
TAXA DE CRESCIMENTO ANUAL: 2%
CENTRAL DE EXPORTAÇÕES DA MADEIRA


www.cema.pt
VIABILIDADE
VAL = 480.514
ANÁLISE DE SENSIBILIDADE
VAL = 0
DECRÉSCIMO VENDAS = 60%
TAXA DE CRESCIMENTO = 0%
FINANCIAMENTO
CAPITAL PRÓPRIO
BANCA
LEASING
CENTRAL DE EXPORTAÇÕES DA MADEIRA


www.cema.pt
DA MADEIRA
PARA O MUNDO!
CENTRAL DE EXPORTAÇÕES DA MADEIRA

RS4E UNIVERSIDADE

F.1.3. Plano de aula nº14 (17/10/2013).

F.1.3.1. Excerto plano de aula nº14, páginas 2, 3, 4 e 12.

MATERIAL:

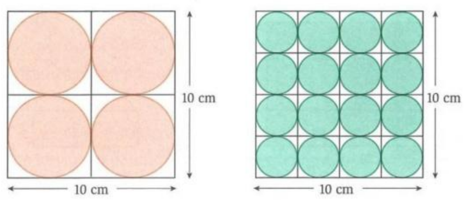
- Animações da Porto Editora
(http://brip.escolavirtual.pt/page.php/resources/view_all?id=recev_100744)
(http://brip.escolavirtual.pt/page.php/resources/view_all?id=recev_100742)
- Caderno de atividades
- Calculadora
- Cartolinas numeradas (21) para a formação dos grupos
- Colunas
- Computador (c/internet)
- Correção da ficha de trabalho nº3 (Powerpoint)
- Ficha de revisão teórica
- Ficha de trabalho nº 3
- Projetor

DESENVOLVIMENTO DA AULA:

A aula terá início com a resposta do exercício de **T.R.P.C.**, do caderno de atividades, da página 11, o exercício 8.

(Caderno de atividades) P.11

18 Observe as figuras.



Seja A_1 a área colorida a cor de laranja e A_2 a área colorida a verde.

Qual das afirmações seguintes é verdadeira?

(A) $A_1 > A_2$

(B) $A_1 < A_2$

(C) $A_1 = A_2$

(D) $A_1 + A_2 = 100$

Proposta de resolução

18. $A_1 = 4 \times \pi \times \left(\frac{10}{4}\right)^2 = 25\pi \ \text{cm}^2$

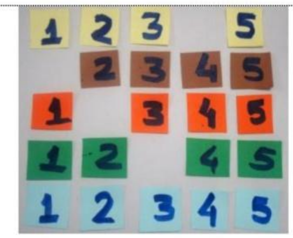
$A_2 = 16 \times \pi \times \left(\frac{10}{8}\right)^2 = 25\pi \ \text{cm}^2$; $A_1 = A_2$

Resposta: (C)

Após a correção o professor deverá registar no quadro do título:
"Amplitude dos ângulos internos de polígonos" (Relembrar)

Para esta aula, os alunos irão resolver a ficha de trabalho nº 3. Para a resolução da ficha e já a prever, o que será explorado na próxima aula nº 15, onde os alunos irão trabalhar em grupo, o professor irá desenvolver uma dinâmica que deverá ocupar os primeiros 5 a 10 minutos da aula.
A dinâmica será a seguinte:

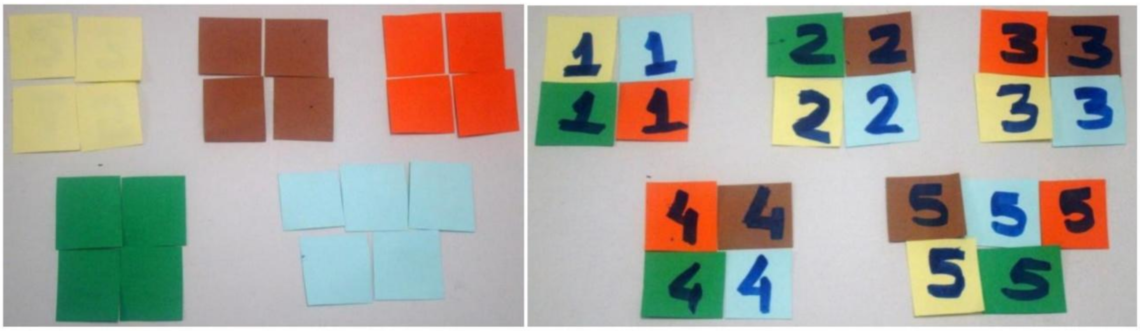
- Pedaços de cartolina que foram aproveitados na preparação dos sólidos platónicos (tema da próxima aula). Estão organizados como a figura abaixo indica.



- O professor deverá distribuir pelos lugares e pedir que os alunos, ao receberem o pedaço de cartolina, escondam-no dos restantes colegas, momentaneamente.
- Para formarem os grupos os alunos deverão ser informados das seguintes regras:
    - ✓ terão apenas **2 minutos** para formarem os grupos;
    - ✓ **não** poderão falar entre eles;
    - ✓ deverão formar **4** grupos de **4 pessoas** e **1** grupo de **5 pessoas.**

A ter em atenção:

Como as cartolinas terão cinco cores distintas mas, ao mesmo tempo estarão numeradas, os alunos terão que definir o critério de formação dos grupos, ou seja, ou ficarão agrupados por cores ou ficarão agrupados por números, como se pode observar na figura seguinte, respetivamente.



Mediante o critério que os alunos definirem, o professor não só terá os grupos para as atividades desta aula como também, já terá automaticamente, os grupos formados para a próxima atividade. O professor deverá informar os alunos que na próxima aula, para o trabalho de grupo, ficarão organizados pela situação contrária, isto é, se tiverem optado por números ficarão na próxima aula organizados por cores e vice-versa. O professor deverá utilizar a tabela abaixo para registar as cores e os números que saíram a cada aluno.

Nome do aluno	Cor	Nº	11.		
1.			12.		
2.			13.		
3.			14.		
4.			15.		
5.			16.		
6.			17.		
7.			18.		
8.			19.		
9.			20.		

10.					21.				
Grupos aula nº 14		Critério:			Grupos aula nº 14		Critério:		

Estas dinâmicas para formação de grupos vão ao encontro do projeto rs4e e a formação do aluno enquanto ser dinâmico, criativo e capaz de responder aos desafios que lhe são propostos. Estaremos com esta atividade a desenvolver competências do aluno como empreendedor.

Mal os grupos estejam formados, o professor deverá entregar as fichas de trabalho pelos alunos e alertar que caso haja algum excesso de barulho, os alunos regressarão imediatamente aos seus lugares e terminarão a ficha individualmente.

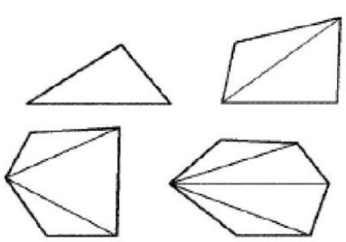
Os alunos terão 45 minutos para resolver a ficha de trabalho. Assim que terminarem a resolução, ou assim que termine o tempo idealizado para a resolução, o professor deverá iniciar a correção da ficha de trabalho. A correção será realizada com o recurso de um powerpoint e algumas animações da Porto Editora, em paralelo com o quadro.

Para a questão **1.1)** será projetada a tabela juntamente com a ampliação das figuras com 3, 4, 5, e 6 lados.

Ficha de Trabalho nº 3

Exercício:

1) Ao desenhar um polígono, podemos decompô-lo em triângulos como mostra a figura:



1.1) Agora, com base nessa informação, complete a tabela abaixo:

Número de lados do polígono	Número de triângulos formados	Soma das amplitudes dos ângulos internos do polígono
3		
4		
5		
6		

Proposta de resolução:

OBSERVAÇÕES:

A aula correu bem dentro do esperado. Os alunos demoraram algum tempo para resolver a ficha de trabalho proposta, com isto, apenas foi possível corrigiu as questões 1.1), 1.2), 1.3), 1.4) e 1.5). Aproveitou-se durante a correção para os alunos registarem no caderno as conclusões teóricas dos exercícios. A ficha devera ainda assim ser toda corrigida para tal, na aula nº16 o professor deverá projetar a correção dos exercícios 2,3,4 e 5.

Grupos de trabalho, proposto para a próxima aula:

Nome do aluno	Cor	Nº	11. Teresa	Verde	4
1. Alex	Amarelo	1	12. Martim	Azul	5
2. Alexandre	Verde	5	13. Nikita	Amarelo	5
3. Bernardo	Laranja	5	14. Patrícia	Azul	2
4. Ronaldo	Castanho	3	15. Roberto	Amarelo	2
5. Daniel	Verde	2	16. Saryna	Laranja	3
6. Diogo	Azul	3	17. Tomás	Castanho	5
7. Francisco	Castanho	2	18. Tiago	Laranja	1
8. Jéssica	Azul	4	19. José	Laranja	4
9. Leonel	Castanho	4	20. Miriam	Amarelo	3
10. Margarida	Verde	1	21. Horacy	Azul	1

Grupos aula nº 14		Critério: Números			Grupos aula nº 15		Critério: Cores		
1. Alex Margarida Tiago Horacy	2. Daniel Francisco Patrícia Roberto	3. Ronaldo Diogo Saryna Miriam	4. Jéssica Leonel Teresa José	5. Alexandre Bernardo Martim Nikita Tomás	Amarelo Alex Nikita Roberto Miriam	Castanho Ronaldo Francisco Leonel Tomás	Laranja Bernardo Saryna José Tiago	Verde Daniel Teresa Alexandre Margarida	Azul Patrícia Diogo Martim Jéssica Horacy

F.1.4. Plano de aula nº29 (21/11/2013).

F.1.4.1. Excerto plano de aula nº29, páginas 3 e 10.

Finda esta tarefa, o professor irá proceder à formação de 7 grupos de trabalho para a realização da ficha de trabalho nº 9 que será explorada durante a aula. Os grupos deverão ter um máximo de 3 elementos e a seleção dos mesmos ficará ao critério dos alunos respeitando apenas o tempo estipulado de 2 minutos, para a sua formação. O professor deverá recorrer à tabela que se segue, para registar a formação dos grupos de trabalho.

Posteriormente, para a correção da ficha de trabalho nº 9, o professor irá ao encontro dos pressupostos do empreendedorismo, sendo assim, será proposto a cada grupo de trabalho apresentar aleatoriamente uma proposta de resolução de um exercício da ficha de trabalho nº 9. Para tal, o professor recorrerá a um sorteio sob a forma de extração de bolas coloridas. Inicialmente serão colocadas com a seguinte ordem lógica:

Seguindo a ordem numérica da turma, será atribuída a cor ao grupo que integrar esse elemento. Começando pelo número 1, cuja atribuição da bola é a de cor branca e assim sucessivamente. O professor deverá registar no quadro anterior a cor corresponde ao grupo.
A correção será feita no final do tempo estipulado (40 minutos) para a resolução total da ficha de trabalho. Apenas no momento correspondente ao exercício a corrigir, será extraída, aleatoriamente, uma bola colorida pelo professor, que determinará o grupo correspondente a se dirigir ao quadro e proceder à correção do exercício.

Página **3** de **20**

OBSERVAÇÕES:

A aula começou com a verificação do T.R.P.C. (Os alunos Alexandre e Francisco não fizeram o T.R.P.C.)., mas nem todos o fizeram. Sendo assim, o início do trabalho de grupo atrasou-se.

Os grupos trabalharam bem mas os alunos estavam inquietos pois viam a bola colorida na mesa e não sabiam a que se devia. Quando os informei do sentido daquela bola ficaram ainda mais preocupados. No entanto, rapidamente lidaram com o imprevisto e começaram a cruzar informações com os restantes grupos de modo a terem todos os exercícios com uma resolução possível.

Depois de ser atribuído a cada grupo a exercício correspondente à cor da bola os alunos preparam-se e foram ao quadro demonstrar a sua solução.

Uma atividade realizada e correu que tudo bem.

F.1.5. Plano de aula nº33 (29/11/2013).

F.1.5.1. Ficha de reflexão às propostas de trabalho, em especial, ficha de trabalho nº10.

ESCOLA DA APEL

APEL – Associação Promotora do Ensino Livre

Matemática A - 10º ano

Reflexão ao trabalho desenvolvido no 1º período

Nome: ____

Turma: _____ **Data:** ____/____/____

É importante para o professor conhecer a opinião dos alunos perante as atividades a que estes são propostos. Faz uma pequena reflexão sobre as atividades que foram realizadas ao longo destas aulas e por fim, especificamente, sobre a ficha de trabalho nº10 e a estrutura como esta foi proposta à turma. Para tal, responde às seguintes questões:

1) Numa escala de 1 a 10, sendo:

1 – "não sei fazer, nem quero tentar fazer nada disto";

5 – "isto assim até não parece um bicho tão feio como no início, parece que já sei fazer algumas coisas";

10 – "fichas, venham elas, estou pronto para tudo".

Assinala a tua posição perante:

A – a primeira ficha de trabalho sobre volumes de sólidos e razões de semelhança:________;

B – a proposta dos sólidos platónicos, construção e apresentação:________;

C – a ficha de trabalho nº 10 sobre os lugares geométricos:_________.

2) Gostaste de alguma atividade em especial? Se sim, qual e porquê?

____

____

Já em relação à ficha de trabalho nº 10.

3) O que pensas sobre o tema escolhido (postos de gasolina) para a ficha de trabalho? Quais terão sido as razões para ser este o tema escolhido?

____

____

____

____

4) Quais os conteúdos programáticos da disciplina explorados com esta ficha de trabalho? Que conteúdos, de outras disciplinas, pensas ter estado também a trabalhar?

____

____

____

____

5) Consegues estabelecer uma relação entre os conteúdos programáticos e a aplicação dos mesmos num contexto real?

____
____
____
____

6) Para além de aplicar os conteúdos programáticos, pensas estar a desenvolver outras competências? Se sim, quais?

____
____
____
____
____
____

7) Tens alguma sugestão para uma atividade, ou alguma curiosidade acerca de algum tema em específico que gostarias de explorar? Se sim, qual ou quais?

____
____
____
____
____
____

F.1.5.2. Ficha de reflexão às propostas de trabalho, em especial, ficha de trabalho nº10.

Questão 1

1) Numa escala de 1 a 10, sendo:

1 – "não sei fazer, nem quero tentar fazer nada disto";

5 – "isto assim até não parece um bicho tão feio como no início, parece que já sei fazer algumas coisas";

10 – "fichas, venham elas, estou pronto para tudo".

Assinala a tua posição perante:

A – a primeira ficha de trabalho sobre volumes se sólidos e razões de semelhança: 5;

B – a proposta dos sólidos platónicos, construção e apresentação: 10;

C – a ficha de trabalho nº 10 sobre os lugares geométricos: 10.

Assinala a tua posição perante:

A – a primeira ficha de trabalho sobre volumes se sólidos e razões de semelhança: 1;

B – a proposta dos sólidos platónicos, construção e apresentação: 5;

C – a ficha de trabalho nº 10 sobre os lugares geométricos: 5.

Assinala a tua posição perante:

A – a primeira ficha de trabalho sobre volumes se sólidos e razões de semelhança: 6;

B – a proposta dos sólidos platónicos, construção e apresentação: 8;

C – a ficha de trabalho nº 10 sobre os lugares geométricos: 8.

Assinala a tua posição perante:

A – a primeira ficha de trabalho sobre volumes se sólidos e razões de semelhança: 7;

B – a proposta dos sólidos platónicos, construção e apresentação: 6;

C – a ficha de trabalho nº 10 sobre os lugares geométricos: 7.

Assinala a tua posição perante:

A – a primeira ficha de trabalho sobre volumes se sólidos e razões de semelhança: 6;

B – a proposta dos sólidos platónicos, construção e apresentação: 7;

C – a ficha de trabalho nº 10 sobre os lugares geométricos: 5.

Assinala a tua posição perante:

A – a primeira ficha de trabalho sobre volumes se sólidos e razões de semelhança: 5;

B – a proposta dos sólidos platónicos, construção e apresentação: 5;

C – a ficha de trabalho nº 10 sobre os lugares geométricos: 5.

Assinala a tua posição perante:

A – a primeira ficha de trabalho sobre volumes se sólidos e razões de semelhança: 5;

B – a proposta dos sólidos platónicos, construção e apresentação: 5;

C – a ficha de trabalho nº 10 sobre os lugares geométricos: 5.

Assinala a tua posição perante:

A – a primeira ficha de trabalho sobre volumes se sólidos e razões de semelhança: 4;

B – a proposta dos sólidos platónicos, construção e apresentação: 8;

C – a ficha de trabalho nº 10 sobre os lugares geométricos: 8.

Questão 2

2) Gostaste de alguma atividade em especial? Se sim, qual e porquê?

Gostei da ficha de trabalho nº 10 sobre os lugares geométricos porque quando os exercícios tem um enunciado "real" tornam-se mais apelativos.

2) Gostaste de alguma atividade em especial? Se sim, qual e porquê?

Sim gostei de todos mas particularmente das atividades com o prezi

2) Gostaste de alguma atividade em especial? Se sim, qual e porquê?

De uma forma geral não desgostei de nenhuma.

2) Gostaste de alguma atividade em especial? Se sim, qual e porquê?

Sim, em especial gostei de fazer a ficha de trabalho nº2 porque foi uma ficha que gostei de fazer por falar de razões.

2) Gostaste de alguma atividade em especial? Se sim, qual e porquê?

Sim as actividades de trabalho em grupo, porque trabalhamos e divertimo-nos ao mesmo tempo e ficamos a conhecer o ponto de vista do nosso colega.

2) Gostaste de alguma atividade em especial? Se sim, qual e porquê?

Sim, gostei da atividade realizada em grupo sobre a construção dos sólidos platónicos em que tivemos de apresentar à turma.

2) Gostaste de alguma atividade em especial? Se sim, qual e porquê?

Gostei de todas as atividades no geral.

Questão 3

Já em relação à ficha de trabalho nº 10.

3) O que pensas sobre o tema escolhido (postos de gasolina) para a ficha de trabalho? Quais terão sido as rezões para ser este o tema escolhido?

Achei um tema interessante que nos deu vontade de o explorar. Não faço a mínima ideia do porquê da professora escolher o tema.

3) O que pensas sobre o tema escolhido (postos de gasolina) para a ficha de trabalho? Quais terão sido as rezões para ser este o tema escolhido?

Acho que foi um bom tema escolhido, porque são coisas relacionadas com o nosso quotidiano, os nossos familiares abastecem os veículos, e são "temas" que estamos habituados a ver.

3) O que pensas sobre o tema escolhido (postos de gasolina) para a ficha de trabalho? Quais terão sido as rezões para ser este o tema escolhido?

Acho que foi uma forma original, e ~~ainda~~ penso que a ~~razões~~ ~~foi~~ razão foi por ter sido a matéria mais acessível.

3) O que pensas sobre o tema escolhido (postos de gasolina) para a ficha de trabalho? Quais terão sido as rezões para ser este o tema escolhido?

Foi uma boa forma de falar falar sobre as condições de forma a mostrar para que elas servem e também foi uma boa forma de explicar de forma melhorada a resolução/descobrimento entre dois pontos.

3) O que pensas sobre o tema escolhido (postos de gasolina) para a ficha de trabalho? Quais terão sido as rezões para ser este o tema escolhido?

Não sei bem a razão para a escolha do tema, mas foi engraçado e ainda ficamos a conhecer as bombas de gasolina do Funchal.

3) O que pensas sobre o tema escolhido (postos de gasolina) para a ficha de trabalho? Quais terão sido as rezões para ser este o tema escolhido?

Achei dificuldades ao realizar a ficha de trabalho nº10, pois achei que o tema era original. Eu penso que as razões para escolher este tema porque nunca tínhamos trabalhado e estava relacionado com a nossa Região.

3) O que pensas sobre o tema escolhido (postos de gasolina) para a ficha de trabalho? Quais terão sido as rezões para ser este o tema escolhido?

Achei que foi um bom tema pois existem muitas bombas de gasolina, pois isto foi o motivo de escolherem.

3) O que pensas sobre o tema escolhido (postos de gasolina) para a ficha de trabalho? Quais terão sido as rezões para ser este o tema escolhido?

Pois existe diversos postos de gasolina espalhados pela ilha e se o carro ficar sem gasolina, será mais simples ir à bomba mais próxima.

Questão 4

4) Quais os conteúdos programáticos da disciplina explorados com esta ficha de trabalho? Que conteúdos, de outras disciplinas, pensas ter estado também a trabalhar?

Lugares geométricos nos referenciais. Penso que também estivemos a trabalhar geografia e economia.

4) Quais os conteúdos programáticos da disciplina explorados com esta ficha de trabalho? Que conteúdos, de outras disciplinas, pensas ter estado também a trabalhar?

Os conteúdos da disciplina de matemática explorados nesta ficha foi distancia entre pontos, mediatriz. Conteúdos de outras disciplinas foi a parte de raciocinar bastante (filosofia) e pensar fora da caixa (rs40)

4) Quais os conteúdos programáticos da disciplina explorados com esta ficha de trabalho? Que conteúdos, de outras disciplinas, pensas ter estado também a trabalhar?

Penso que estive a trabalhar também a análise de mapas, ~~[illegible]~~ Geografia, e relação entre as várias bombas de gasolina, Economia.

4) Quais os conteúdos programáticos da disciplina explorados com esta ficha de trabalho? Que conteúdos, de outras disciplinas, pensas ter estado também a trabalhar?

Os conteúdos falados na ficha foram as condições, regiões, distância entre pontos, intersecções e reuniões de regiões, e de certa forma com esta ficha também deu para explorar geografia por haver um mapa com indicações realistas.

4) Quais os conteúdos programáticos da disciplina explorados com esta ficha de trabalho? Que conteúdos, de outras disciplinas, pensas ter estado também a trabalhar?

Trabalhamos a distância entre pontos e a mediatriz num referencial e ainda trabalhamos um pouco de geografia e Economia.

4) Quais os conteúdos programáticos da disciplina explorados com esta ficha de trabalho? Que conteúdos, de outras disciplinas, pensas ter estado também a trabalhar?

Ao resolver a ficha de trabalho também estavamos a trabalhar geografia e geometria. Com esta ficha revemos a matéria que temos explorado ao longo das aulas de Matemática.

4) Quais os conteúdos programáticos da disciplina explorados com esta ficha de trabalho? Que conteúdos, de outras disciplinas, pensas ter estado também a trabalhar?

~~Pontos no espaço~~, talvez economia.
Distância entre dois planos

4) Quais os conteúdos programáticos da disciplina explorados com esta ficha de trabalho? Que conteúdos, de outras disciplinas, pensas ter estado também a trabalhar?

A distância entre dois pontos, o círculo. Penso Também que a geografia estava envolvida na ficha

Questão 5

5) Consegues estabelecer uma relação entre os conteúdos programáticos e a aplicação dos mesmos num contexto real?

Não.

5) Consegues estabelecer uma relação entre os conteúdos programáticos e a aplicação dos mesmos num contexto real?

Sim, pois podemos utiliza no nosso dia-a-dia

5) Consegues estabelecer uma relação entre os conteúdos programáticos e a aplicação dos mesmos num contexto real?

Sim, pois temos uma noção da prespectiva real.

5) Consegues estabelecer uma relação entre os conteúdos programáticos e a aplicação dos mesmos num contexto real?

Sim, provavelmente, é com base neste sistema de ~~análise~~ resolução de problemas utilizando referenciais que os GPS's funcionam de forma que percebamos o funcionamento de distância entre pontos/lugares.

5) Consegues estabelecer uma relação entre os conteúdos programáticos e a aplicação dos mesmos num contexto real?

~~Não sei.~~ Sim, pois estava com medidas reais.

5) Consegues estabelecer uma relação entre os conteúdos programáticos e a aplicação dos mesmos num contexto real?

Sim, esta ficha deu-nos a ideia de várias distâncias reais que nós não temos noção na realidade, e tambem os preços dos combustiveis.

5) Consegues estabelecer uma relação entre os conteúdos programáticos e a aplicação dos mesmos num contexto real?

Quase todos os conteúdos programáticos podem ser aplicados num contexto real com a vantagem dos exercícios se tornarem mais atractivos

Questão 6

6) Para além de aplicar os conteúdos programáticos, pensas estar a desenvolver outras competências? Se sim, quais?

Acho que não, pois as minhas competências já estão desenvolvidas.

6) Para além de aplicar os conteúdos programáticos, pensas estar a desenvolver outras competências? Se sim, quais?

Sim, melhor análise de ~~gráficos~~ ~~[illegible]~~ mapas.

6) Para além de aplicar os conteúdos programáticos, pensas estar a desenvolver outras competências? Se sim, quais?

Sim, a parte de pensar, esta ficha ajudou imenso a raciocinar e a estabelecer ligação com o grupo, ajudou tambem a desenvolver competencias de interação conjunta, o que será util no projeto RS4e.

6) Para além de aplicar os conteúdos programáticos, pensas estar a desenvolver outras competências? Se sim, quais?

Sim, conseguimos desenvolver caraterísticas de empreendedorismo, relacionado com o RS4e porque temos de criar diferentes estratégias para resolver os exercícios.

Questão 7

7) Tens alguma sugestão para uma atividade, ou alguma curiosidade acerca de algum tema em específico que gostarias que explorar? Se sim, qual ou quais?

Podíamos ir fazer uma visita de estudo, sobre algo com a matemática.

7) Tens alguma sugestão para uma atividade, ou alguma curiosidade acerca de algum tema em específico que gostarias que explorar? Se sim, qual ou quais?

Sim, gostava de fazer alguma atividade relacionado com as somas dos ângulos internos e/ou externos.

7) Tens alguma sugestão para uma atividade, ou alguma curiosidade acerca de algum tema em específico que gostarias que explorar? Se sim, qual ou quais?

Sim, se o próximo tema a explorar fosse as percentagens eu gostaria de analisar as audiências de televisão pois é um assunto bastante interessante e que tem várias dependências, dia, horas, mês...

7) Tens alguma sugestão para uma atividade, ou alguma curiosidade acerca de algum tema em específico que gostarias que explorar? Se sim, qual ou quais?

Não, acho que as professoras têm escolhido atividades super lúdicas, o que nos tem ajudado imenso a perceber a matéria.

7) Tens alguma sugestão para uma atividade, ou alguma curiosidade acerca de algum tema em específico que gostarias que explorar? Se sim, qual ou quais?

Não, não tenho nenhuma sugestão, pois acho que é melhor, quando fazemos os exercícios de surpresa

F.1.6. Plano de aula nº77 (03/04/2014).

F.1.6.1. Excerto plano de aula nº77, páginas 2,8 e 16.

Domínio Cognitivo

Teste nº 1	Teste nº 2	Teste nº 3	Teste nº 4	Média dos Testes

Mini Teste nº 1	Mini Teste nº 2	Média dos Mini Testes

Média Final:

Nota do domínio Sócio Afectivo e Valores ________	x 0,10 +	Média dos testes ________	x 0,70 +	Média dos Mini Testes ________	x 0,20 =	______

Classificação Final 2º Período:

Os alunos deverão preencher num máximo de 10 minutos. De seguida, o professor irá pedir que estes por ordem crescente do número de aluno façam a sua autoavaliação. O professor deverá registar na tabela que se encontra em anexo, onde poderá comparar com a nota estimada para cada aluno e por fim recolher as fichas distribuídas.

Assim que terminar esta tarefa o professor irá pedir que estes se reúnam em grupos de 4 elementos para jogarem um mini jogo do bingo, denominado, "Funbingo".

Este jogo tem por objetivo, de um modo engraçado, terminar todas as atividades que foram realizadas ao longo do 2º período. Um jogo que apresenta uma dinâmica semelhante a um jogo do bingo, porém numa versão adaptada às funções.

- ✓ Os alunos irão formar livremente grupos de 5 elementos num espaço de 1 minuto.
- ✓ Cada grupo terá de escolher aleatoriamente um envelope colorido, num total de 4 envelopes.
- ✓ Cada envelope contém 5 cartões, um para cada membro do grupo, onde estará a representação gráfica de uma função, sendo assim fará um total de 4 funções distintas uma por cada grupo.
- ✓ O professor irá retirar de um saco algumas características das funções em questão, como por exemplo, zeros, extremos, domínios entre outras, e dizê-las oralmente.
- ✓ Os alunos terão que verificar 3, 4 ou 5 propriedades (mediante o tempo disponível para o jogo) de forma a fazerem *funbingo*, o primeiro grupo a fazer *funbingo* ganha o jogo e recebe um prémio simbólico.

Em anexo o professor dispõe das funções e respetivas caraterísticas que estarão no jogo.

Página **6** de **16**

OBSERVAÇÕES:

A aula correu como inicialmente previsto, sendo que o professor concretizou todas as atividades propostas.

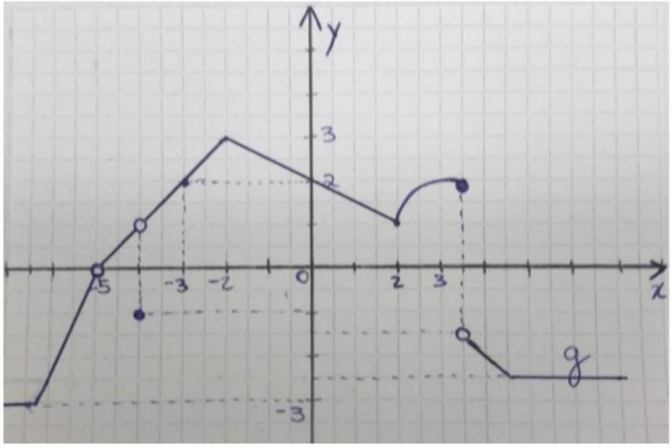
Após o momento de autoavaliação os alunos jogaram o jogo *Funbingo.* Os alunos gostaram do jogo e foi possível verificar que dominavam os conceitos subentendidos no jogo.

Nota:

A Patrícia ficou encantada com o jogo e disse: "Onde é que a professora arranjou esta ideia?, é que faz sempre cada coisa. Queria ter a sua criatividade!"

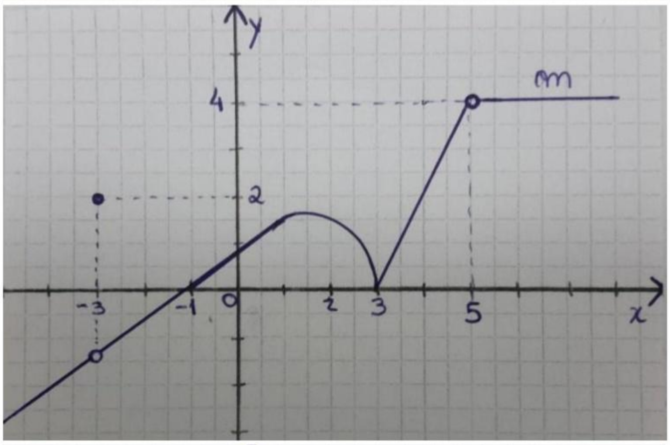
No final da aula, os alunos preparam uma surpresa por esta ser a última aula que teria com eles. Foi muito giro e senti-me mesmo emocionada com as suas palavras....Um dia de muitas supresas!!

5. *Funbingo* - o jogo das funções.



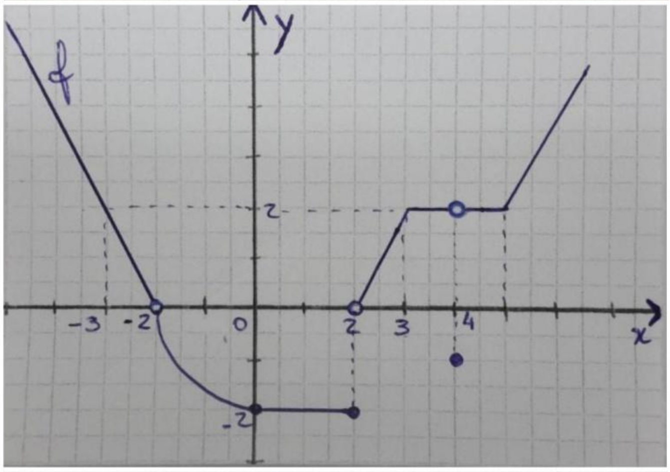
g:

- ✓ $g(-3) = 2$
- ✓ $D_g = \mathbb{R}\backslash\{-5\}$
- ✓ Em $x \in [0,2]$, $g(x) > 0$
- ✓ Máximo absoluto: 3
- ✓ Mínimo absoluto: -3



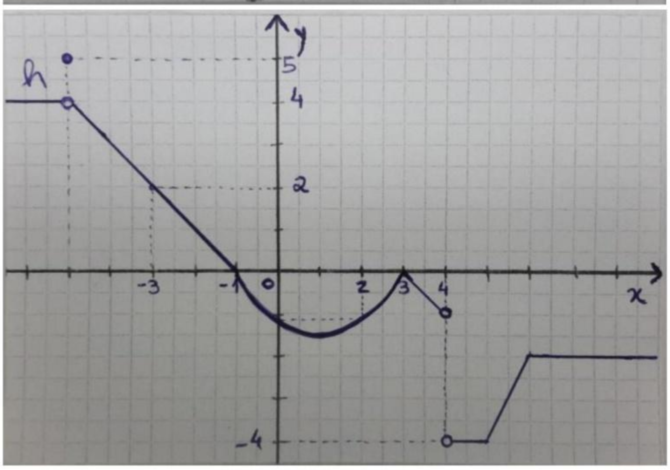
m:

- ✓ $m(-3) = 2$
- ✓ $D_m = \mathbb{R}\backslash\{5\}$
- ✓ Em $x \in [0,2]$, $m(x) > 0$
- ✓ Máximo absoluto: 4
- ✓ Mínimo absoluto: Não tem



f:

- ✓ $f(-3) = 2$
- ✓ $D_f = \mathbb{R}\backslash\{-2\}$
- ✓ Em $x \in [0,2]$, $f(x) < 0$
- ✓ Máximo absoluto: Não tem
- ✓ Mínimo absoluto: -2



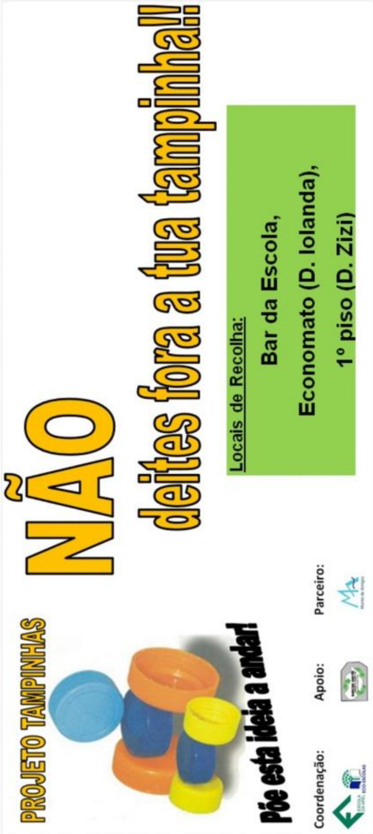
h:

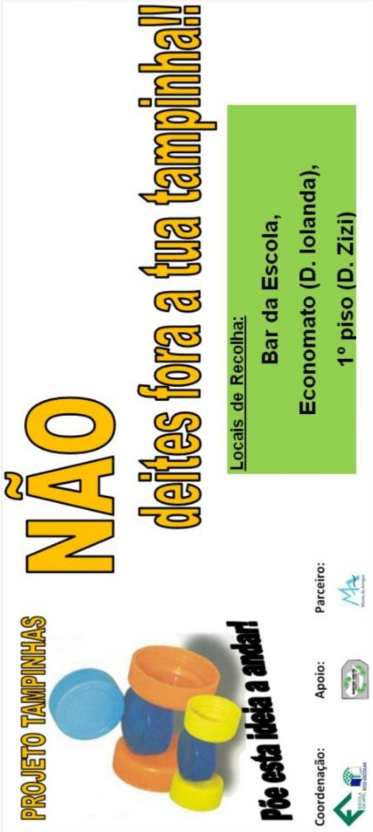
- ✓ $h(-3) = 2$
- ✓ $D_h = \mathbb{R}\backslash\{-5\}$
- ✓ Em $x \in [0,2]$, $h(x) < 0$
- ✓ Máximo absoluto: 5
- ✓ Mínimo absoluto: -4

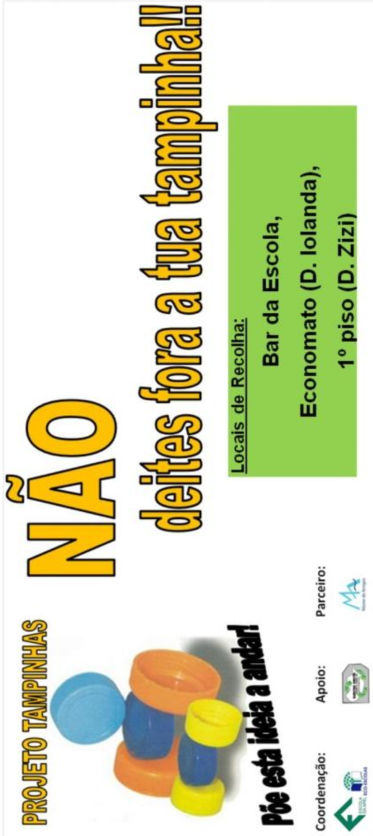
F.1.6.2. O jogo "Funbingo".

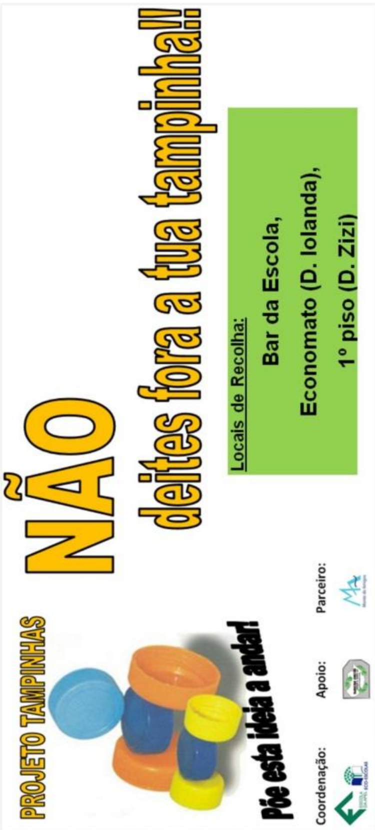
Anexo G. Projeto Tampinhas

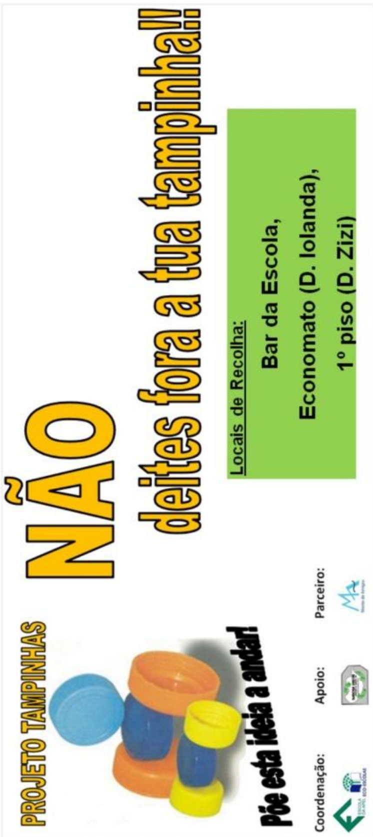
G.1. Cartaz - ***"Não deites fora a tua tampinha"***

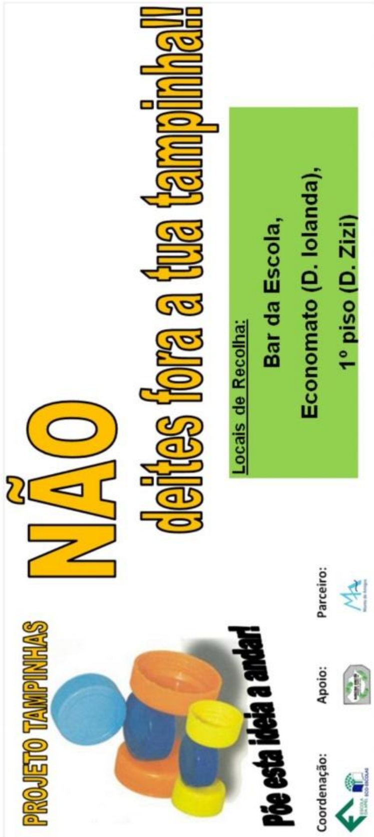

PROJETO TAMPINHAS
NÃO
deites fora a tua tampinha!!
Põe esta ideia a andar!
Locais de Recolha:
Bar da Escola,
Economato (D. Iolanda),
1º piso (D. Zizi)
Coordenação:
Apoio:
Parceiro:


PROJETO TAMPINHAS
NÃO
deites fora a tua tampinha!!
Põe esta ideia a andar!
Locais de Recolha:
Bar da Escola,
Economato (D. Iolanda),
1º piso (D. Zizi)
Coordenação:
Apoio:
Parceiro:


PROJETO TAMPINHAS
NÃO
deites fora a tua tampinha!!
Põe esta ideia a andar!
Locais de Recolha:
Bar da Escola,
Economato (D. Iolanda),
1º piso (D. Zizi)
Coordenação:
Apoio:
Parceiro:


PROJETO TAMPINHAS
NÃO
deites fora a tua tampinha!!
Põe esta ideia a andar!
Locais de Recolha:
Bar da Escola,
Economato (D. Iolanda),
1º piso (D. Zizi)
Coordenação:
Apoio:
Parceiro:


PROJETO TAMPINHAS
NÃO
deites fora a tua tampinha!!
Põe esta ideia a andar!
Locais de Recolha:
Bar da Escola,
Economato (D. Iolanda),
1º piso (D. Zizi)
Coordenação:
Apoio:
Parceiro:


PROJETO TAMPINHAS
NÃO
deites fora a tua tampinha!!
Põe esta ideia a andar!
Locais de Recolha:
Bar da Escola,
Economato (D. Iolanda),
1º piso (D. Zizi)
Coordenação:
Apoio:
Parceiro:

G.2. Guião e Material

APEL – Associação Promotora do Ensino Livre

Guião - Projeto Tampinhas

2013/2014

Campanha: "Não deites fora a tua tampinha".

Período da campanha: 1ª Fase - Semana de 26 de novembro a 3 de dezembro de 2013
2ª Fase - De 4 a 13 de dezembro de 2013

Material disponível inicial: Saco de 100 litros devidamente identificado (Nome da turma). Caso seja necessário poderão ser requisitados mais sacos junto à D. Zizi.

Local de recolha: Sem quaisquer restrições.

Local de armazenamento (diário): D. Iolanda.

Datas e horário de entrega: 3 de dezembro às 13h00
13 de dezembro às 13h00

Local de entrega: Átrio da escola.

Turma vencedora: A turma que recolher maior número de tampinhas no somatório das duas fases.

Recompensa: Participação na entrega do andarilho à pessoa portadora de deficiência (menina de 8 anos). Reconhecimento interno e externo através dos media.

Responsáveis pela campanha:
Prof. Ana Filipa
Prof. Rosabel
Prof. Liliana Sousa

Põe esta ideia a andar!!!


10º C
SACO 1
Põe esta ideia a andar!


10º C
SACO 1

G.3. Resultados 1ª Fase da Campanha

Projeto Tampinhas Campanha “Não deites fora a tua tampinha”

Votos de utilizador: / 2

Fraco Bom Avaliar

Detalhes

Publicado em 04-12-2013

Visitas: 6422

0 Gosto Tweetar

Entre os dias 26 de novembro e 3 de Dezembro decorreu a 1ª fase da campanha "Não deites fora a tua tampinha", um concurso e um desafio lançado a todas as turmas da escola, a fim de reconhecer os mais empenhados e dinâmicos na recolha de tampinhas. Uma campanha desenvolvida pelo "Projeto Tampinhas", cujo objetivo é a recolha do maior número de tampas plásticas, para a entrega de um andarilho com adaptações especiais para uma criança com grandes dificuldades motoras.

Nesta 1ª da campanha, durante uma semana os alunos reuniram cerca de 310 kg de tampinhas. A pesagem realizou-se às 13h do dia 3 de dezembro, data da comemoração do Dia da Internacional da Pessoa Portadora de Deficiência e foi entregue à empresa Madeira Cartão, parceiro fundamental nesta campanha de solidariedade.

Resultados:

1 º lugar - 11 º A4 - 72,7kg;	4ºlugar - 10ºD1 - 36 kg;
2ºlugar - 10ºA3 - 46,7kg;	5ºlugar - 10ºA1 - 20kg
3ºlugar - 11ºD2 - 41 kg	6ºlugar - 10ºD2 - 17kg.

A 2ªfase da campanha decorre até dia 13 de dezembro. Ajuda a turma a vencer este Desafio!!!

Agradecemos à empresa Madeira Cartão que colabora com a Escola da APEL nesta campanha, o Projeto Madeira Solitária e a Associação Monte de Amigos.

Este projeto faz parte do ECOESCOLAS.

http://escola-apel.com/web/index.php/gerir-noticias/81-projeto-tampinhas-campanha-nao-deites-fora-a-tua-tampinha

G.4. Resultados 2ª Fase da Campanha

Projeto Tampinhas Campanha "Não deites fora a tua tampinha"

Detalhes

Publicado em 17-12-2013

Visitas: 6986

Terminou a 13 de Dezembro, a 2º fase do Concurso "Não deites fora a tua tampinha", com muitas surpresas! Este concurso foi promovido pela professora estagiária Liliana Sousa.

Dedicação e muito entusiasmo são palavras que descrevem a atitude dos alunos nesta iniciativa. Um bem-hajam a todos os alunos que se envolveram nesta causa, onde o maior prémio é ter a certeza que uma criança será apoiada e receberá o equipamento que necessita.

Na **1ª FASE**, a turma que liderou a recolha foi a **TURMA 11ºA4**, com **72,7Kg**. Corrige-se que em 2º lugar ficou a turma 10ºA3.

Nesta segunda edição foram recolhidos 200Kg de tampas, que serão novamente entregues à empresa Madeira Cartão, parceiro fundamental nesta campanha de solidariedade.

Para efeitos de identificar a turma vencedora, a quantia de tampas recolhida nesta segunda fase foi acumulada ao valor da 1ª fase, pelo que surgiram algumas surpresas.

	Quantia recolhida na 1ª fase	Quantia recolhida na 2ª fase	Total recolhido pela turma
11ºA4	72,7 Kg	27 Kg	99,7Kg
10ºA3	46,7Kg	3,7 Kg	50,4 Kg
11ºD2	41 Kg	143,7Kg	184,7 Kg
10ºD1	36 Kg	----	36 Kg
10ºA1	20,8 Kg	3,5 Kg	24,3 Kg
10ºD2	17 Kg	----	17 Kg
11º A3	----	15,2 Kg	----
10ºC	----	9	----

A TURMA VENCEDORA É … 11º D2 … tendo recolhido um total de 184,7 Kg.

Felicitamos todas as turmas pelo envolvimento e continuamos a contar convosco, porque o Projeto Tampinhas, da Equipa de Coordenação das Atividades Extracurriculares e Eco-escolas, continua cá na escola, apoiando crianças que necessitam de um gesto tão simples, como não deitar fora uma tampinha, para além deste comportamento ser ecológico.

Transmitimos uma excelente notícia: com todo o empenho dos nossos alunos, dos nossos parceiros "Madeira Cartão", "Madeira Solidária", "Associação Monte de Amigos", bem como com o apoio de pessoas individuais, empresas e restantes associações que contribuíram com donativos, foi já encomendado o andarilho para a criança Cristina Gouveia. Estamos na reta final, faltam-nos apenas 1550 Kg para termos a totalidade do orçamento.

Projeto Tampinhas Campanha "Não deites fora a tua tampinha"

"Não desistas, guarda a tua tampinha!!"

http://escola-apel.com/web/index.php/gerir-noticias/90-tampinhas

G.5.Turma 10º A3

G.5.1. Apoio na recolha e pesagem.

G.5.2. Diário.

10º A3 (28/11)

- Está tudo entusiasmado com a recolha das tampinhas!!

Resolveram exercícios e eu andei pelos lugares a ajudar a resolver os exercícios!!

G.6. Festa Solidária Ponta do Sol

Festa Solidária na Ponta do Sol

-

Votos de utilizador: / 0

Fraco Bom Avaliar

Detalhes

Publicado em 19-12-2013

Visitas: 6377

0 Gosto Tweetar

No passado dia 8 de dezembro, a Escola da APEL foi convidada a estar presente numa Festa Solidária promovida pela Madeira Solidária, no auditório John dos Passos, na Ponta do Sol, em prol do Centro da Mãe.
Neste, último ano, a Madeira Solidária tem estabelecido um apoio direto na angariação de tampas e de fundos para apoiar o projeto Tampinhas da Escola da APEL, especificamente, para a angariação de verbas para a aquisição de um andarilho para a criança Cristina Gouveia.



Neste evento, a Escola da APEL teve a oportunidade de expor o trabalho que tem sido desenvolvido, no apoiar pessoas com necessidades especiais, na aquisição de equipamentos específicos.
Com o apoio da Madeira Solidária, da Rádio Calheta e de outros parceiros ali representados, foram recolhidos donativos num total de 650 euros, especificamente para o andarilho da Cristina Gouveia.
Uma palavra de gratidão à Madeira Solidária pela iniciativa e a todos aqueles que se mobilizaram para apoiar a causa. Com o apoio de todos os parceiros, de pessoas solidárias e da comunidade educativa falta bem pouco para alcançarmos o objetivo pretendido. Em breve veremos um sorriso de uma criança e de uma família que tudo tem feito para lhe garantir o que necessita.

http://escola-apel.com/web/index.php/gerir-noticias/93-festa-solidaria-na-ponta-do-sol

G.7. Concretização da Campanha

Concretização do 2º Projeto da Operação Tampinhas

•

Votos de utilizador: / 2

Fraco Bom Avaliar

Detalhes

Publicado em 03-02-2014

Visitas: 4988

0 Gosto Tweetar

No dia 31 de janeiro, a Escola da APEL procedeu à entrega do Andarilho Adaptado à Cristina Gouveia, pelas 10:30, na Sala Multiusos. Foi um momento de grande satisfação para todos aqueles que se uniram por esta causa, transformar tampinhas num equipamento concreto, neste caso, um andarilho para uma criança de oito anos.

Este projeto educativo, conhecido como campanha/operação 'Tampinhas', decorre já há vários anos na nossa escola e é desenvolvido no âmbito do Programa Internacional ECOESCOLAS. Assim, por um lado, a Escola da APEL promove uma Educação Ambiental e valoriza o Desenvolvimento Sustentável e por outro, incute a prática de valores solidários e espírito de entreajuda entre toda a comunidade escolar, alunos, professores, funcionários e comunidade extraescolar.

Com este movimento civil a Escola consegue pela segunda vez concretizar mais um projeto de apoio social. Para tal, reuniram-se esforços dos alunos, docentes e funcionários da Escola da APEL, bem como, dos vários parceiros como a Empresa Madeira Cartão, a Associação Monte de Amigos e a sua rede de contatos, o Projeto Madeira Solidária e a sua rede de contatos, bem como, pelo apoio dos familiares da menina Cristina Gouveia e de entidades privadas (Afonso Camacho, Lda, Associação Antialcoólica da Madeira, Pizzaria Santa Teresa – Canhas, Sr. Gilberto Lopes, Empresa Madeira Cartão entre outros individuais) que através de donativos apoiaram esta causa.

A Direção e Coordenação das Atividades Extracurriculares da Escola da APEL agradecem a todos os intervenientes pelo empenho que dedicaram.

http://escola-apel.com/web/index.php/gerir-noticias/109-concretizacao-do-2-projeto-da-operacao-tampinhas

último comentário

❝ Só pergunto uma coisa. Porque é que precisamos... ❞

por Pixacas

"Só um reforço do Benfica paga quase os nossos todos."
JORGE JESUS TREINADOR DO SPORTING EM ENTREVISTA AO RECORD

Escola da Apel consegue adquirir andarilho adaptado para uma menina

Actualizado em 30 de Janeiro 2014, às 14:58

1 comentário

Etiquetas
Escola da APEL

Ferramentas

Gosto 8

G+1 0

Tweetar

0

+a a -a

Interessante
Achou este artigo interessante?

A Escola da APEL desenvolve há alguns anos um projecto educativo conhecido como campanha/operação 'Tampinhas', desenvolvido no âmbito do Programa Internacional ECOESCOLAS. Assim, por um lado, a Escola da APEL promove uma Educação Ambiental e valoriza o Desenvolvimento Sustentável e por outro, incute a prática de valores solidários e espírito de entreajuda entre toda a comunidade escolar, alunos, professores, funcionários e comunidade extraescolar.

Ao longo da implementação do projecto, foram vários os parceiros que se têm juntado a nós nesta iniciativa de recolha de tampas de plástico, que visam a angariação de fundos para a aquisição de equipamentos de apoio técnico, adaptados a necessidades especiais.

Com este movimento civil a Escola consegue pela segunda vez concretizar mais um projecto, neste caso a aquisição de um andarilho adaptado para uma menina chamada Cristina Gouveia.

O êxito deste projeto só foi possível, pelos esforços dos alunos, docentes e funcionários da Escola da APEL que se mobilizaram, bem como, pelo envolvimento de vários parceiros como a Empresa Madeira Cartão, a Associação Monte de Amigos e a sua rede de contactos, o Projecto Madeira Solidária e a sua rede de contactos, bem como, pelo apoio dos familiares da menina Cristina Gouveia e de entidades privadas (Afonso Camacho, Lda, Associação Antialcoólica da Madeira, Pizzaria Santa Teresa – Canhas, Sr. Gilberto Lopes, Empresa Madeira Cartão entre outros individuais) que através de donativos apoiaram esta causa.

Os mais...

lidos comentados etiquetados

- Militar que faleceu em exercício dos Comandos era madeirense 3 comentários
- Pestana Porto Santo é o Melhor Resort All Inclusive da Europa 3 comentários
- Madeira reconquista título de 'melhor destino insular da Europa' 21 comentários
- Miguel Albuquerque diz que Madeira deve atingir os 7 milhões de dormidas 16 comentários
- Presidente da Venezuela vaiado e perseguido por manifestantes na ilha de Margarita 4 comentários

Faça a sua assinatura digital...

Outras relacionadas...

Espectáculo solidário na Ponta do Sol para ajudar famílias desfavorecidas
04/12/2013 14:39 | MADEIRA |

Cartão de Estudante chega a São Vicente
09/10/2008 15:18 | MADEIRA | O cartão regista todos os passos que os alunos dão na escola

Escola da APEL recolhe resíduos para iniciativa 'Escola Electrão'
01/03 12:18 | MADEIRA |

http://www.dnoticias.pt/actualidade/madeira/428423-escola-da-apel-consegue-adquiri-andarilho-adaptado-para-uma-menina

Anexo H. Projeto RS4E

H.1. Estrutura das Aulas Dinamizadas Pelos Promotores

rs4e Plano de negócios Notícias Concurso Galeria

Contactos

Ensino secundário + profissional

Se és aluno do ensino secundário ou profissional, terás acesso a um conjunto de atividades que te ajudarão a perceber melhor o que é o empreendedorismo e quais as ferramentas utilizadas pelos empreendedores no seu dia a dia. No final do ano letivo, terás acesso a um concurso de Ideias de Negócio... as melhores serão selecionadas para a apresentação final que terá lugar no Porto Santo, no mês de maio. Até lá, na tua sala e ao longo de 4 aulas, terás acesso aos seguintes temas:

Aula 1 - O empreendedor dentro de mim: poderás saber mais sobre os conceitos básicos do empreendedorismo e perceber como atuam os empreendedores.

Aula 2 - Da ideia à divulgação… : qualquer empreendedor de sucesso deve saber como localizar e avaliar uma oportunidade! Nesta aula, serás encorajado a olhar para os problemas como potenciais oportunidades e a ver a mudança na sociedade como um fenómeno positivo. No final da aula irás conhecer conceitos fundamentais sobre o marketing, reconhecendo o papel fundamental que este desempenha no desenvolvimento de um negócio.

Aula 3 - Lidar com dinheiro e elaborar um Plano de Negócios: Serás confrontado com um desafio financeiro que te ajudará a descobrir alguns conceitos básicos, tais como: custos, proveitos e lucros. Nesta aula irás aprender a fazer um plano de negócio e terás acesso às regras para participar no concurso de ideias de negócio do rs4e.

Aula 4 - Avaliação e seleção das melhores ideias de negócio: A 1ª seleção de ideias de negócio terá lugar na tua escola, no tempo de aulas dedicadas ao projeto. As ideias de negócio serão sujeitas a avaliação, sendo as melhores selecionadas para uma apresentação final que terá lugar no Porto Santo.

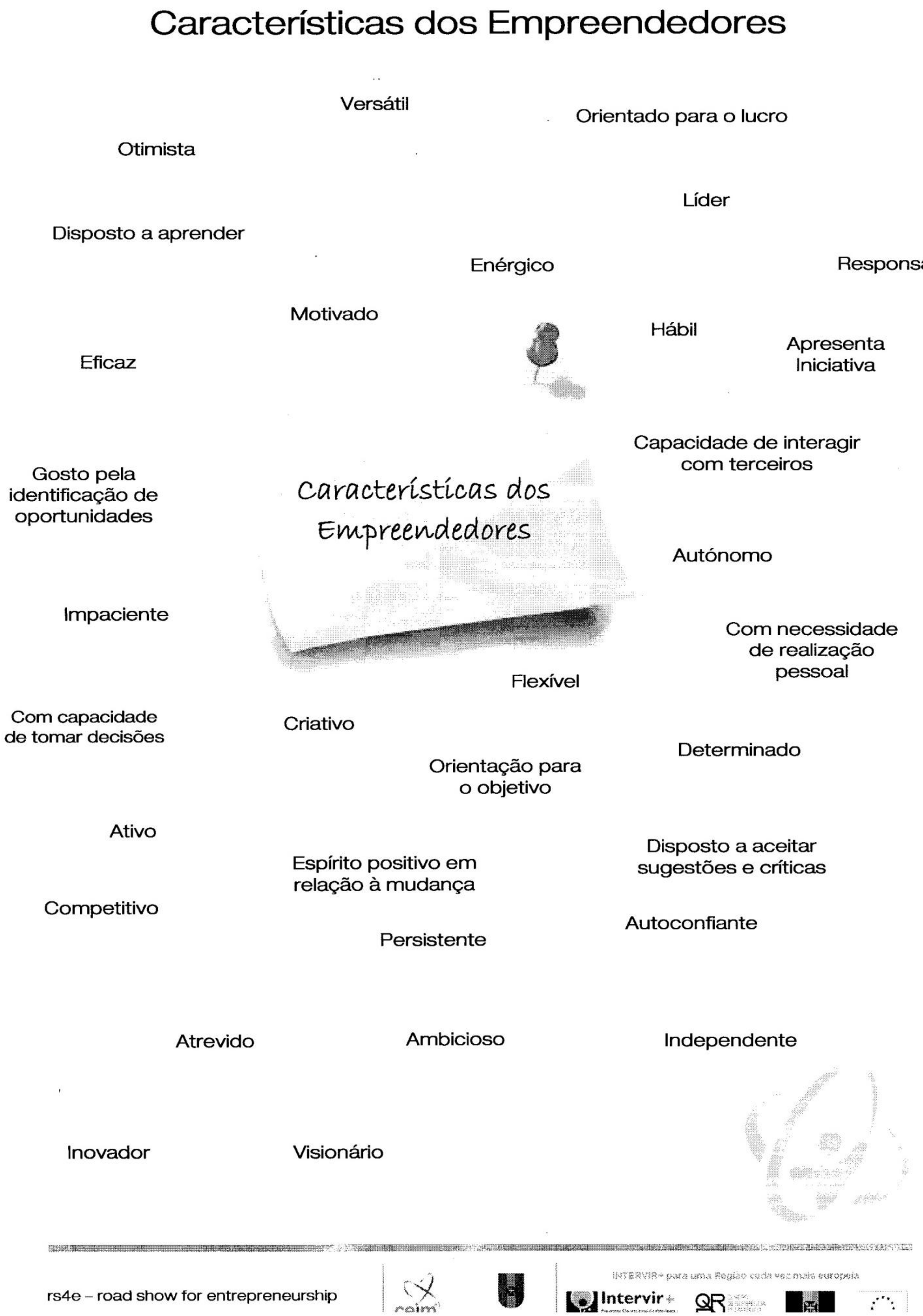
Acompanhamento individual aos grupos selecionados: Se o teu grupo for selecionado para a fase final do projeto, o rs4e acompanhará e apoiará na elaboração e apresentação da tua ideia de negócio. Atenção: também poderás esclarecer dúvidas sobre o teu trabalho através do e-mail info@rs4e.com .

rs4e

O rs4e - road show for entrepreneurship, é um projeto que tem como principal objetivo permitir que estudantes, dos 6 e aos 25 anos, tenham um primeiro contacto com o fascinante mundo do empreendedorismo, através do conceito “learning by doing”. As intervenções, adequadas às idades dos alunos, são efetuadas em diversos estabelecimentos do ensino básico (1º ciclo), secundário, profissional e superior da Região Autónoma da Madeira.

http://rs4e.com/rs4e/secundario-e-profissional/

H.2. O Empreendedor - Caraterísticas - Contribuições



As contribuições dos empreendedores para a sociedade:

- criam empresas que fornecem produtos e serviços novos e melhorados
- encontram novas formas de produzir produtos e serviços disponíveis para mais pessoas
- competem com outras pessoas, o que melhora a produção e faz baixar os preços
- criam postos de trabalho na comunidade através das novas empresas
- aumentam a quantidade e a qualidade dos produtos e serviços produzidos na nossa economia
- ajudam-nos a contribuir para o crescimento da economia através da criação de novos negócios
- criam novas oportunidades para os outros através das suas iniciativas e inovações
- fornecem um espírito de energia, iniciativa e potencial para o progresso da sociedade

H.3. Oficina de Formação em Empreendedorismo 2013

Oficina de Formação em Empreendedorismo 2013

10 Outubro, 2013

Nos passados dia 08 e 09 de outubro os novos professores que abraçaram o desafio do rs4e estiveram presentes no Madeira Tecnopolo para a 9ª edição da Oficina de Formação em Empreendedorismo.

No dia 08 de outubro a formação decorreu na parte da manhã com arranque às 09h00 terminando às 13h00. O segundo dia destinado ao segundo grupo de novos professores teve lugar na parte da tarde iniciando-se às 14h00 e terminando às 18h00.

- Programa 08 de outubro 2013>>
- Programa 09 de outubro 2013>>

Oficina de Formação em Empreendedorismo (08/10/13)

Programa:

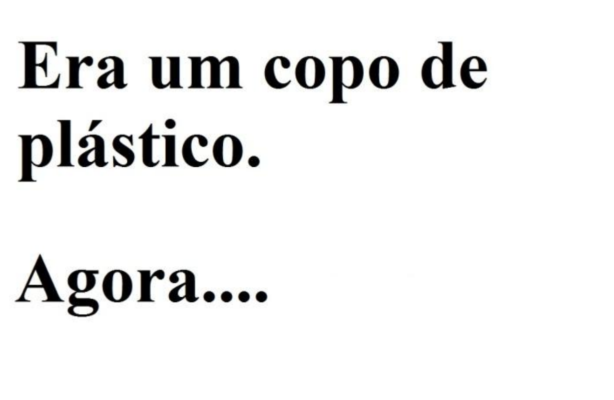
09h00 - Receção aos participantes
09h10 - Boas-vindas e apresentação do projeto rs4e 2013/2014
09h25 - Introdução à atividade: "O empreendedor e suas características"
10h30 - As contribuições dos empreendedores para a sociedade
11h00 - Intervalo
11h15 - Introdução à atividade: "Torre do Poder"
12h00 - Explicação das vantagens da metodologia "learning by doing"
12h30 - Entrega do dossier do professor
12h45 - Verificação dos horários das intervenções do projeto rs4e
13h00 – Encerramento da formação

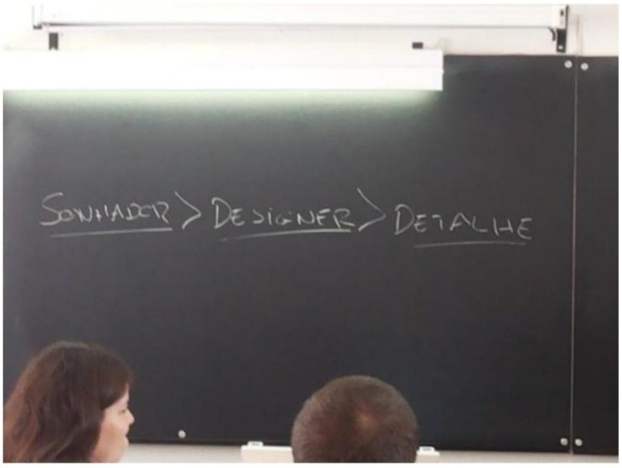
Duração da Formação: 4 horas*

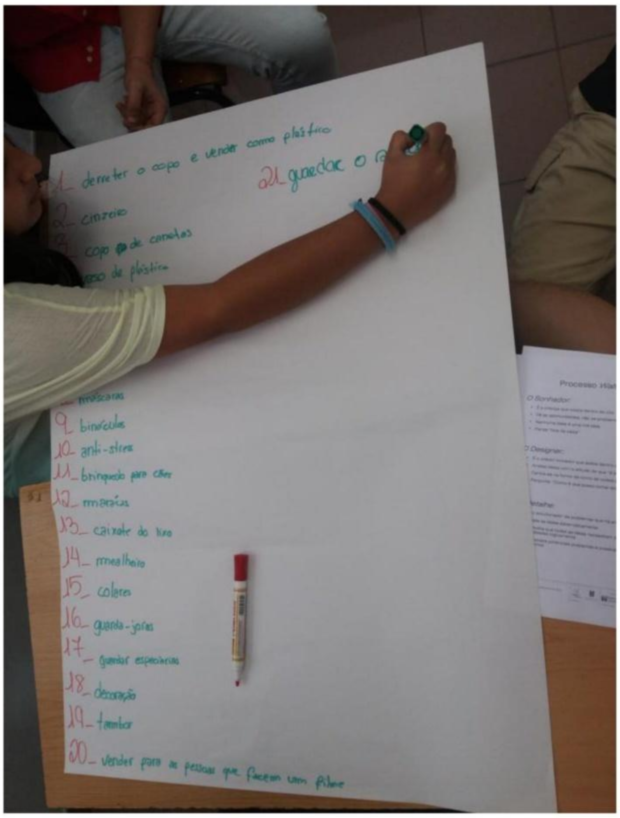
* Para os docentes que desejarem validar a sua formação, junto da Direção Regional de Educação, deverão realizar um trabalho autónomo com duração de 2 horas de forma a perfazer as 6 horas mínimas de formação para este efeito. Este trabalho deverá ser entregue até dia 18 de outubro de 2013.

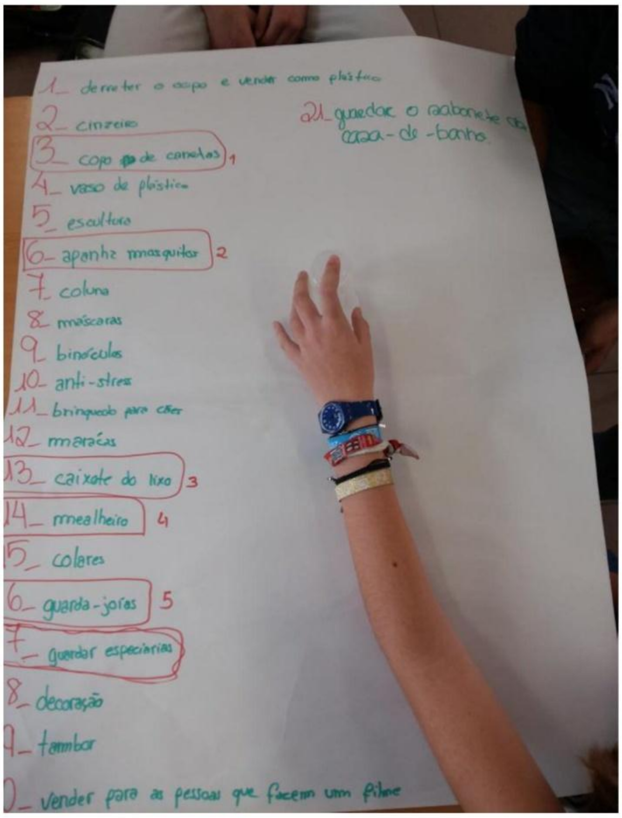
http://rs4e.com/noticias/131010oficinaempreendedorismo/

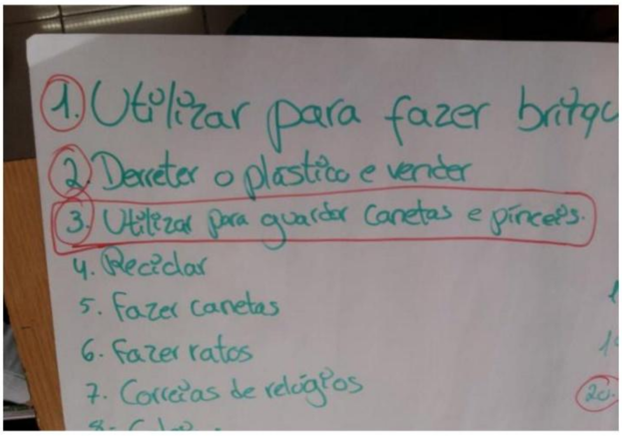
H.4. Fotos das Atividades em Sala de Aula

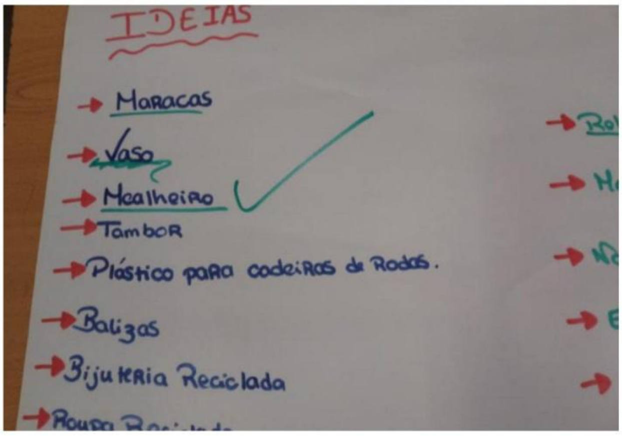












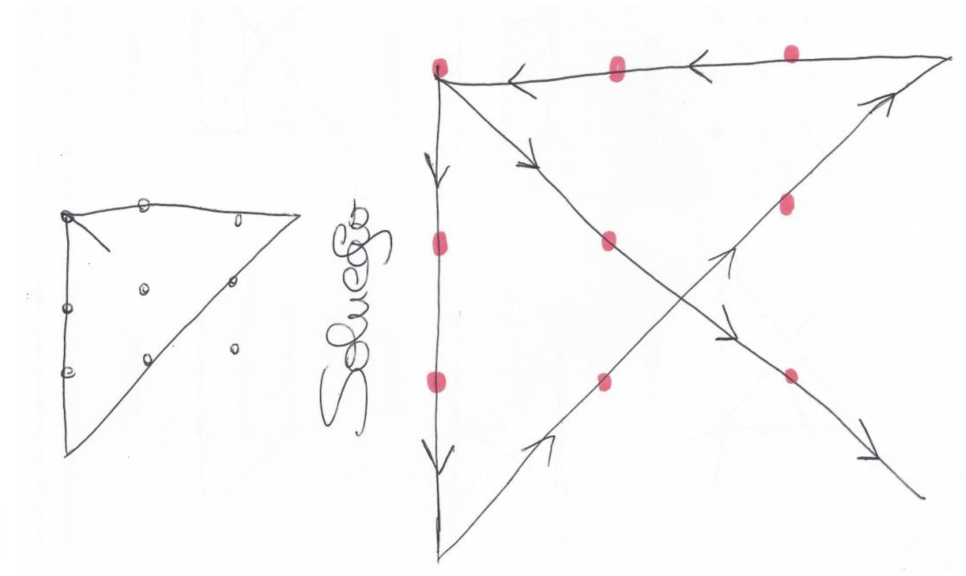
Novo produto no mercado.

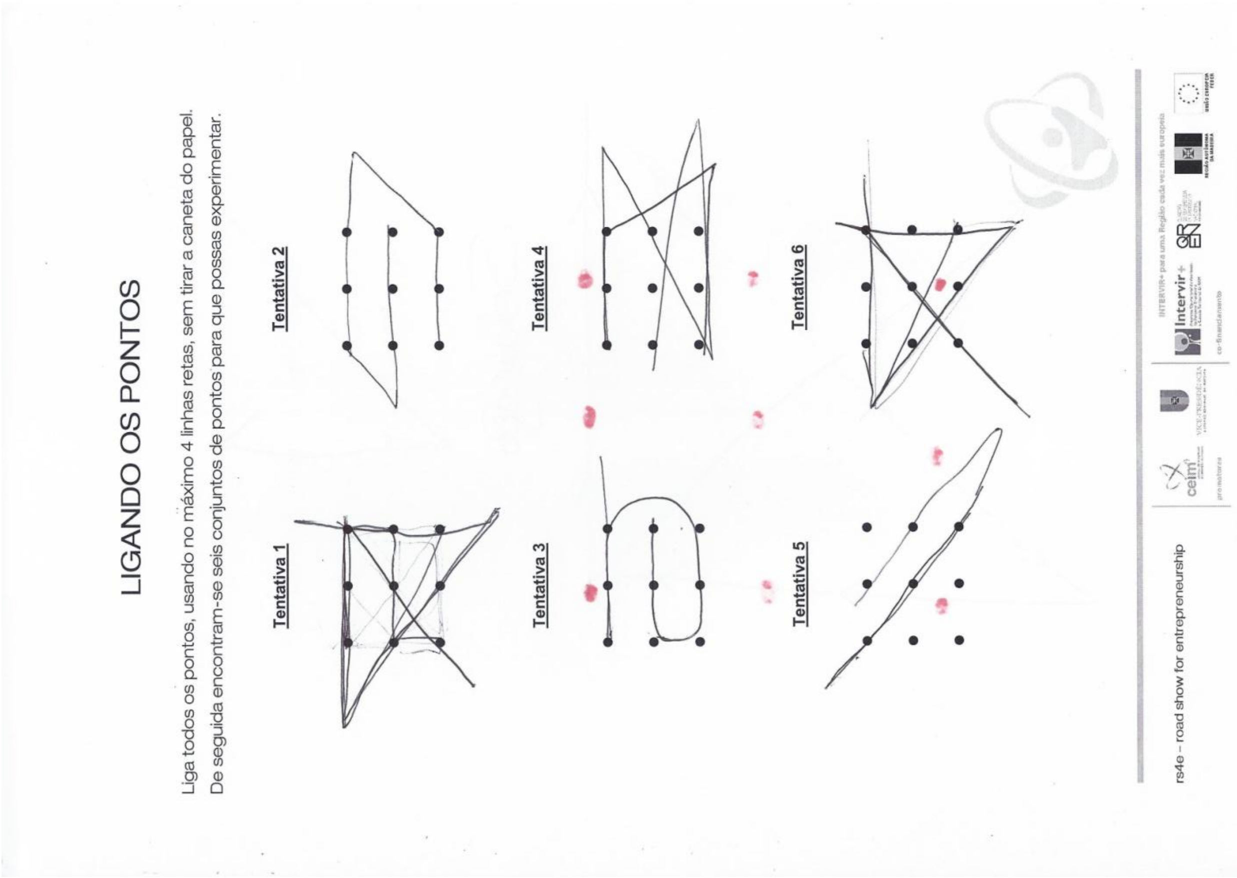
Publicidade.

"Torre do poder"




H.5. Ligando os Pontos - *Think Out of the Box*





Aula de RS4E (2ª aula) Dia 11/11

Estão a resolver!!

1

1 1

2 1

1 2 1 1

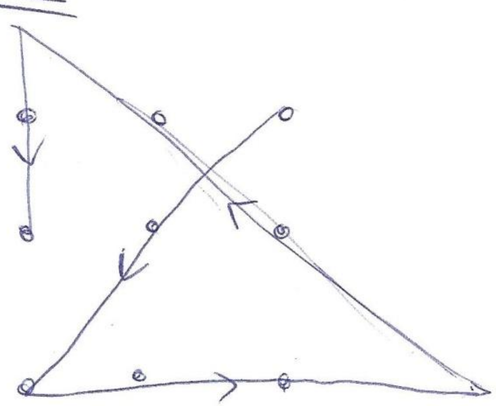
1 1 1 2 2 1

[illegible]

3 1 2 2 1 1

ler em voz alta!

Daniel!!



Processo WaltDisney

SONHADOR > Designer > Detalhe

H.6. Planos para Aulas de Apoio aos Planos de Negócio dos Alunos

APEL – Associação Promotora do Ensino Livre

Matemática A - 10º ano – Turma C

Plano de Aula de apoio ao Projeto RS4E

ESCOLA DA APEL

Horário: 14h00 às 15h30

Data: 20/01/2014

Docente: Liliana Sousa

“Qualquer ideia pode ser uma grande ideia.”
Fase 1: Observar / análise de: revistas, jornais, anúncios, publicidades, etc… ▪ Onde procurar/encontrar uma boa ideia?
Fase 2: Brainstorming de grupo (grupos RS4E) – seleção de três ideias de negócio. → Fazer algo a gosto dos alunos → Capacidade/motivação para este tipo de negócio ▪ O que nos motiva? Qual s nossas ideias de negócio?
Fase 3: Mãos há obra (apresentação de ideias de negócio do secundário e do ensino profissional vencedores no ano letivo 2012/2013) vídeo.
Trabalho Semanal (20/01 a 26/01)
Investigar sobre as 3 ideias de negócio selecionadas tendo em conta os seguintes critérios: • Qual(ais) o(s) produto(s) fornecido(s)? • Como o comercializar? • Onde instalar o negócio? • Problema/necessidade a resolver/colmatar? • Qual a oportunidade para este(s) novo(s) produto(s)/serviço(s) no mercado? • Cliente(s) alvo? • Proposta de valor? • O porquê dos clientes comprarem este produto? • Qual a dimensão do mercado? • Qual a concorrência – direta e indireta? (gráficos de vendas e estudos dos produtos) • Quais as vantagens em relação á concorrência?

Página **1** de **1**

APEL – Associação Promotora do Ensino Livre

Matemática A - 10º ano – Turma C

ESCOLA DA APEL

Plano de Aula de apoio ao Projeto RS4E

Horário: 14h00 às 16h00 — **Data:** 03/02/2014

Local: Sala de informática e Auditório — **Docente:** Liliana Sousa

Fase 1: Terminar últimos pormenores de apresentação de Powerpoint.
Fase 2: Dominar o tempo da apresentação – truques, técnicas e dicas.
Fase 3: Preparar a apresentação (treinar).
Fase 4: Apresentação no auditório como se fosse o dia da apresentação (simulação). Júri composto por: • Antigos vencedores do projeto RS4E: - Catarina (Universidade da Madeira) - Luís (Escola Francisco Franco – Secundário) - Ricardo (PROINOV – Ensino Profissional) • Professores mentores do projeto na APEL: - Professora Rosabel - Professora Elisabete - Professora Liliana

Página **1** de **1**

APEL – Associação Promotora do Ensino Livre

Matemática A - 10º ano – Turma C

Plano de Aula de apoio ao Projeto RS4E

Horário: 14h00 às 16h00 **Data:** 03/02/2014

Local: Sala de informática e Auditório **Docente:** Liliana Sousa

Fase 1: Terminar últimos pormenores de apresentação de Powerpoint.

Fase 2: Dominar o tempo da apresentação – truques, técnicas e dicas.

Fase 3: Preparar a apresentação (treinar).

Fase 4: Apresentação no auditório como se fosse o dia da apresentação (simulação).

Júri composto por:

- Antigos vencedores do projeto RS4E:

- Catarina (Universidade da Madeira)

- Luís (Escola Francisco Franco – Secundário)

- Ricardo (PROINOV – Ensino Profissional)

- Professores mentores do projeto na APEL:

- Professora Rosabel

- Professora Elisabete

- Professora Liliana

H.7. Curso Intensivo em Empreendedorismo e Inovação Empresarial Março 2013

Curso Intensivo em Empreendedorismo e Inovação Empresarial

25 a 27 de março de 2013 - São Vicente

Módulo I: A Criação de Valor em Projetos Empresarias

O processo empreendedor diz respeito à metodologia que conduz à criação e implementação de um negócio de sucesso. Aplica-se à criação de uma nova empresa mas também ao desenvolvimento de um projeto ou de uma nova área de negócios. O módulo concentra-se no desenvolvimento da Proposta de Valor que permite ao empreendedor "vender" da melhor forma a sua ideia e sobre a qual assenta o Plano de Negócios.

Docente: Rui Soares Ferreira

Mestre em Finanças pela Universidade Católica Portuguesa. Exerce funções de consultor de empresas, sendo também docente do ISCTE e Diretor Executivo do Mestrado em Empreendedorismo e Criação de Empresas e Diretor do Fundo Capital Criativo.

Módulo II: Liderança e *Team Building*

- Otimizar o funcionamento das equipas de trabalho
- Criar condições para que a inteligência coletiva signifique mais do que a soma de todos os resultados individuais
- Definir as dinâmicas e os processos para maximizar o rendimento e esforços de equipa
- Reconhecer o Quadro de Referência Individual e potenciar em prol do Quadro de Referência Coletivo
- Fomentar a Escuta Altiva, bem como o saber dar e interpretar os sinais de feedback
- Distinguir e contextualizar os diferentes tipos de liderança e aplicá-los
- Visar um nível superior de interdependência nas equipas e um estilo de liderança adequado ao ambiente, pessoas e situações

Docente: Rodrigo Castro

Licenciado em Educação Física e Desporto pela Universidade Lusófona de Humanidades e Tecnologias. Membro da Bolsa de Formadores do Conselho Nacional de Juventude, é formador nas áreas de liderança e gestão de equipas e Gestor de Projetos do AUDAX.

Módulo III: Tecnologias e aplicações *web-based*

- O Mundo está a Mudar: do local para o global. Principais evidências
- Principais Tendências de Mercado
- Emergência de novos tipos de concorrentes
- Um novo ecossistema de negócio. Principais regras
- Fontes de informação e ferramentas de recolha, análise e personalização
- A venda em contexto digital
- Os principais desafios na implementação de soluções tecnológicas
- Social Media / Social Networking
- Métricas e Avaliação de resultados
- Comunicação Digital: Síntese

Docente: Rui Alves

Licenciado em Engenharia Informática, no ramo de Sistemas e Computadores, pelo Instituto Politécnico de Liboa. Possui um mestrado em Gestão, pela Universidade Nova de Lisboa. É fundador e Diretor-Geral das empresas Rupeal e da SWAT.

Módulo IV: *Marketing* e Inovação

- O que é Marketing?
- O papel do Marketing no Empreendedorismo
- Os 3 pilares da filosofia de Marketing: Inovação, Diferenciação e Impacto
- O desenvolvimento de ideias com criação de valor: Inovação
- A inovação na estratégia empresarial e nos mercados
- Ciclo da inovação, deteção e seleção de oportunidades
- Metodologias de inovação e criatividade
- A estratégia de Marketing: Diferenciação
- Análise estratégica de Marketing
- Segmentação e Target
- Benefícios e Posicionamento
- O plano de Marketing: Impacto
- O Marketing-Mix
- Planeamento operacional de Marketing

Docente: Miguel Duarte

Licenciado em Economia pela Universidade Nova de Lisboa e pós-graduado em Empreendedorismo e Criação de Empresas pelo INDEG/ISCTE. Atualmente frequenta doutoramento em Marketing pelo ISCTE – IUL. Fundador e Director-Geral da IMatch.

Módulo V: Ferramentas de Análise Financeira

- Noções básicas de avaliação de projetos por cash-flows descontados
- Modelização de pressupostos e contas previsionais de um projeto de investimento

Docente: António Gaspar

Licenciado em Gestão e pós-graduado em Mercados e Ativos Financeiros, pelo ISCTE. É docente universitário e Administrador Executivo da Sociedade Portuguesa de Garantia Mútua.

Módulo VI: Como estruturar uma ideia de negócio?

- Fundamentos do processo empreendedor
- Metodologia de elaboração de planos de negócio
- Tópicos relevantes sobre organização e funcionamento do projeto

Docente: Luís Matos Martins

Licenciado em Finanças pelo ISCTE, possui o mestrado executivo em Marketing Management pelo INDEG/ISCTE e frequenta atualmente o Programa Doutoral em Marketing, com especialização em Marketing Cultural. Assume o cargo de Diretor Geral do AUDAX.

Módulo VII: Técnicas de Apresentação

- Fase de preparação
  - Utilizar diferentes métodos de preparar uma apresentação
  - Estruturar um discurso persuasivo
  - Desenvolver slides de PowerPoint que "gritam" e não irritam
- Criar impacto
  - Saber iniciar e fechar uma apresentação de forma profissional
  - Usar técnicas para captar a atenção do público
  - Liderar com situações difíceis ("brancas", críticas, etc.)

Docente: Rodrigo Castro

Desenvolvimento de ideias de negócio:

Após a participação nos módulos teóricos, que ocupará o primeiro dia das atividades, os participantes serão convidados a desenvolver uma ideia de negócio. Esta atividade será executada em pequenos grupos de trabalho multidisciplinares, e contará com o auxílio de *coachers* (docentes do ISCTE).

H.8. Guião para um Plano de Negócios

3 OS CLIENTES

3.1. Quem são?

A razão de ser de qualquer negócio é o cliente. Sem clientes, qualquer grande ideia falha. Milhares de boas ideias perdem-se por todo o mundo porque não conseguem atingir os clientes.

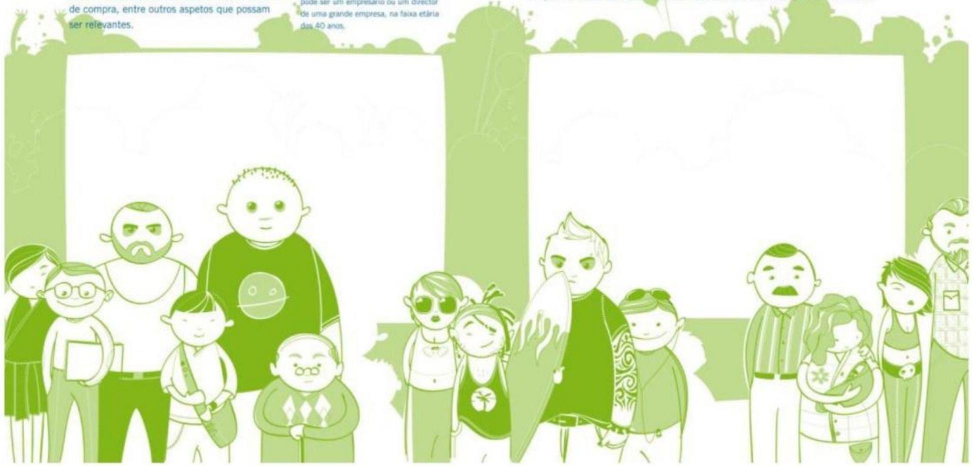
Neste ponto, deverás definir quem são os clientes-alvo do teu negócio, a faixa etária, o sexo, o poder de compra, entre outros aspetos que possam ser relevantes.

EX: Tanto a Mercedes como a Fiat vendem carros, mas os clientes são diferentes, pois comprar um carro por 15.000 euros é diferente de comprar um carro por 50.000 euros.
Se o cliente de um Fiat Punto pode ser um jovem com 22 anos acabado de sair da universidade, o cliente de um Mercedes pode ser um empresário ou um director de uma grande empresa, na faixa etária dos 40 anos.

3.2. Porque é que os clientes irão comprar os teus produtos/serviços?

Para que o teu negócio possa ser desenvolvido, tens de ter um produto ou serviço que satisfaça as necessidades dos teus potenciais clientes, assim como tens que fazer um esforço para conhecer essas mesmas necessidades.

Ao definires o teu negócio, deves auscultar o maior número de pessoas, saber se comprariam aquilo que queres desenvolver. Após essa pesquisa, deverás explicar por que é que pensas que os clientes irão comprar os teus produtos/serviços. Resumindo, deves associar as características do teu produto (que já identificaste no ponto 2) com as características/ necessidades dos teus possíveis clientes.



3 OS CLIENTES

3.1. Quem são?

A razão de ser de qualquer negócio é o cliente. Sem clientes, qualquer grande ideia falha. Milhares de boas ideias perdem-se por todo o mundo porque não conseguem atingir os clientes.

Neste ponto, deverás definir quem são os clientes-alvo do teu negócio, a faixa etária, o sexo, o poder de compra, entre outros aspetos que possam ser relevantes.

EX: Tanto a Mercedes como a Fiat vendem carros, mas os clientes são diferentes, pois comprar um carro por 15.000 euros é diferente de comprar um carro por 50.000 euros.
Se o cliente de um Fiat Punto pode ser um jovem com 22 anos acabado de sair da universidade, o cliente de um Mercedes pode ser um empresário ou um director de uma grande empresa, na faixa etária dos 40 anos.

3.2. Porque é que os clientes irão comprar os teus produtos/serviços?

Para que o teu negócio possa ser desenvolvido, tens de ter um produto ou serviço que satisfaça as necessidades dos teus potenciais clientes, assim como tens que fazer um esforço para conhecer essas mesmas necessidades.

Ao definires o teu negócio, deves auscultar o maior número de pessoas, saber se comprariam aquilo que queres desenvolver. Após essa pesquisa, deverás explicar por que é que pensas que os clientes irão comprar os teus produtos/serviços. Resumindo, deves associar as características do teu produto (que já identificaste no ponto 2) com as características/ necessidades dos teus possíveis clientes.

4 O MERCADO

4.1. Qual é a dimensão do mercado?

Nesta fase (após teres definido o perfil dos teus clientes), já és capaz de pesquisar alguns dados estatísticos que servem para sustentar o teu plano de negócio.

Podes recorrer às seguintes fontes:

Instituto Nacional de Estatística > www.ine.pt

Direção Regional de Estatística da Madeira > http://estatistica.gov-madeira.pt/

EX: Se o teu produto é destinado aos turistas, deves analisar o número de turistas que visitam Madeira, o número de dias que permanecem na ilha, a sua nacionalidade, etc...

4.2. Quem são os concorrentes?

Tendo em conta a localização do teu negócio, deverás identificar os possíveis concorrentes (diretos e indiretos). Faz também uma listagem dos pontos fortes e fracos dos teus concorrentes.

Resumindo, a análise da concorrência deverá identificar:

- os concorrentes diretos (aqueles que têm como alvo os mesmos segmentos de mercado que tu) e os concorrentes indiretos
- os bens ou serviços oferecidos pela concorrência
- as vendas efetuadas pelos concorrentes
- os pontos fortes e fracos da concorrência

Com este exercício aprenderás com os erros cometidos pela concorrência e ganharás tempo para amadurecer o projeto, aumentando assim as probabilidades de sucesso do negócio.

4.3. Quais são as tuas vantagens competitivas?

Neste ponto deverás refletir sobre as necessidades que o teu produto/serviço satisfaz para que o possas diferenciar da concorrência.

Nesse sentido, é essencial que listes as vantagens competitivas do teu negócio em relação aos outros (preço, qualidade do produto, rapidez de execução, conhecimento, localização do negócio, notoriedade, etc.), para que os elementos do júri possam aperceber-se da tua mais-valia, permitindo assim uma melhor avaliação.

5 O PLANO DE AÇÕES

5.1. Passagem da ideia à prática!

Chegou a altura de explicares em detalhe como é possível colocar a tua ideia em prática.
Esta é uma das fases mais longas e criativas do teu plano de negócios onde deverás ser capaz de "pintar" um quadro de atuação.

Para tal é sugerida a resposta às seguintes questões:

- Como vais produzir ou adquirir o teu produto/serviço?
- Como fazer publicidade?
- Quais os canais de comunicação a utilizar?
- Que contactos serão necessários efectuar?
- Que equipamentos comprar (computadores, máquinas, mesas, etc...)?
- Que fornecedores escolher?
- O que devo alugar ou arrendar?
- Quem vamos contratar para trabalhar connosco?
- Quanto tempo vou precisar para cada uma das etapas?
  (caso seja aplicável, deverás estabelecer uma ordem cronológica de atuação) ...

Muitas outras questões devem ter surgido na tua cabeça ao longo da elaboração do plano de negócios. Esta é a altura certa para explorares e colocares essas ideias no papel. Não te esqueças de justificar todas as opções tomadas.

A EQUIPA DE GESTÃO 6

6.1. Quem vai implementar o projeto?

É fundamental demonstrares quais as competências da tua equipa para assegurar todas as funções necessárias para o desenvolvimento da tua ideia de negócio. No caso de não possuírem todas as competências necessárias, deverás indicar quem são os teus colaboradores e o seu grau de envolvimento no projeto (sócios, parceiros empregados, pais, etc).

Assim, nesta etapa deves efectuar um resumo das qualificações de cada pessoa envolvida no projeto em questão, explicando, por palavras tuas, porque é que consideras que cada um tem a experiência, as capacidades e o compromisso para tornar bem sucedida esta proposta de negócio.

Para tal, não te esqueças de referir os seguintes aspetos acerca de cada um:

- papel de cada elemento da equipa e sua adequação ao negócio apresentado
- habilitações literárias
- experiências de trabalho passadas (mesmo que seja só a ajudar num negócio de família)
- *hobbies* e interesses
- características pessoais
- principais feitos alcançados...

De modo a analisares se tens o perfil adequado para fazer vingar a tua ideia, deixamos algumas questões de reflexão:

- Qual é a tua dedicação ao projeto?
- Essa dedicação é suficiente para arriscar?
- Estás consciente dos riscos que podes correr?
- A tua personalidade é suficientemente forte para aguentar este desafio?
- Estás disponível para aprender e efetuar novas funções?
- És corajoso o suficiente para alterar o rumo inicial do projeto?
- Tens receio de falhar?

NOTA: Estas questões não deverão ser respondidas individualmente, mas sim servem para ajudar-te a construir um texto bem estruturado sobre cada um dos elementos da equipa.

7 A ANÁLISE ECONÓMICO-FINANCEIRA

7.1. Quais os pressupostos?

Para efetuar as contas previsionais do negócio com o máximo rigor possível é necessário estabelecer um número elevado de pressupostos, como os que se referem de seguida:

- Preço a praticar pela venda do teu produto/serviço
- Vendas previsíveis (deverão ser realistas)
- Valor dos equipamentos necessários (já identificados no ponto 5)
- Gastos com salários dos empregados e evolução do número dos mesmos
- Outros gastos...

Algumas dicas para a construção da parte financeira...

Deverás definir muito bem o preço que vais cobrar pelos teus produtos ou serviços. Deverás ter em conta os clientes-alvo que definiste nos pontos anteriores, assim como o mercado em que vais atuar. Se tiveres algo inovador para oferecer, ou tiveres uma localização privilegiada, a tua capacidade de cobrar um preço mais elevado é maior.

EX: O bar das piscinas do Porto Moniz poderá cobrar um preço mais elevado pelos gelados do que os cafés à volta, pois está mais perto dos clientes. Se um gelado custar mais 20 cêntimos nas piscinas os clientes estão dispostos a pagar essa diferença, pois provavelmente não quererão sair do espaço para comprar o gelado mais barato.

Neste caso, a localização é um fator de diferenciação que terá influência na formação do preço.

A política de preços é essencial para o sucesso do teu negócio, pois é através dela que os clientes irão posicionar o teu negócio na sua mente.

Nas tuas previsões, deverás pensar qual a quantidade que vais vender por dia/mês de forma a conseguires contabilizar qual o valor das tuas vendas anuais. Para chegares aos valores necessários deverás utilizar uma das seguintes fórmulas:

- (quantidade média vendida por dia x preço por unidade) x (nº de dias por mês x n.º de meses)
- quantidade média vendida por dia x preço por unidade x n.º de dias por ano
- quantidade média vendida por mês x preço por unidade x n.º de meses

EXEMPLO:

Produto	Quantidade média vendida por dia	Preço por unidade	n.º de dias por mês *	n.º de meses	total
Cafés	100	0,60 €	22	12	15.840 €
Bolos	20	0,80 €	22	12	4.224 €
Sumos	60	1,50 €	22	12	23.760 €
Tostas	20	2,50 €	22	12	13.200 €
				Total	57.024 €

* Neste exemplo considerámos que o estabelecimento estaria aberto de segunda a sexta (22 dias úteis)

Deverás também fazer previsões sobre o investimento necessário, gastos com funcionários (n.º de funcionários x salários) e outros gastos necessários à realização do teu negócio (água, luz, comunicações, contabilidade, rendas e alugueres, etc...).

Este conjunto de dados permitirá, à partida, fazer uma previsão realista dos primeiros anos de vida da empresa, mesmo que muitos fatores não possam ser estimados com precisão.

NOTA: Os dados recolhidos poderão ser registados em forma de texto e/ou tabela. Estes dados serão posteriormente utilizados para completar o **ponto 7.2** e a respetiva matriz financeira disponível em: **www.rs4e.com**

7.2. Demonstrações financeiras previsionais

Nesta etapa, deverás seguir as alíneas seguintes:

a: Efetuar o *download* da matriz financeira disponível em **www.rs4e.com**

b: Preenchimento da matriz financeira – utiliza os dados registados em 7.1 para efetuares o preenchimento da matriz financeira. Caso tenhas dúvidas no seu preenchimento poderás obter esclarecimentos no "Guia de apoio ao preenchimento da matriz financeira" ou ainda poderás contactar-nos através do e-mail **info@rs4e.com**

c: Análise dos valores obtidos na matriz financeira – após o preenchimento da matriz financeira deverás tirar algumas conclusões. Para tal copia e inclui o quadro com os resultados no plano de negócio (conforme abaixo apresentado) e identifica nessa tabela os valores da TIR, do VAL e do PAYBACK.

1 DEMONSTRAÇÃO DE RESULTADOS

	2017	2018	2019	2020
RENDIMENTOS				
Vendas	57 024,00	62 726,40	68 999,04	75 898,94
Prestação de serviços	0,00	0,00	0,00	0,00
TOTAL RENDIMENTOS	*57 024,00*	*62 726,40*	*68 999,04*	*75 898,94*
GASTOS				
Custo das merc.vendidas e matérias consumidas	17 186,40	18 905,04	20 795,54	22 875,10
Fornecimentos e serviços externos	15 660,00	14 900,00	14 900,00	15 900,00
Gastos com o pessoal	21 178,25	21 178,25	21 178,25	21 178,25
Gastos com depreciações do exercício	6 250,00	6 250,00	6 250,00	6 250,00
TOTAL GASTOS	*60 274,65*	*61 233,29*	*63 123,79*	*66 203,35*
RESULTADOS OPERACIONAIS	-3 250,65	1 493,11	5 875,25	9 695,60
RESULTADOS ANTES DE IMPOSTOS	-3 250,65	1 493,11	5 875,25	9 695,60
Impostos s/ Rendimento do Exercício	0,00	298,62	1 175,05	1 939,12
RESULTADOS LIQUIDOS	-3 250,65	1 194,49	4 700,20	7 756,48

2 RENTABILIDADE ECONÓMICO-FINANCEIRA

	ANO ZERO	2017	2018	2019	2020
Cash Flow Exploração		2 999,35	7 444,49	10 950,20	14 006,48
Cash Flow Investimento	25 000,00	0,00	0,00	0,00	0,00
Cash Flow Líquido	-25 000,00	2 999,35	7 444,49	10 950,20	14 006,48
Valor Líquido Atualizado (10%)	-25 000,00	2 726,68	6 152,47	8 227,04	9 566,61
Valor Liquido Atualizado Acumulado			1 672,81		
Taxa Interna de Rendibilidade			12,47%		
Payback (Meses)			46		

3 NECESSIDADES DE FINANCIAMENTO

Valor	25 000,00

8 O FINANCIAMENTO

8.1. Qual o financiamento necessário?

No final do teu plano de negócios, deverás indicar o valor do financiamento necessário para o projeto (valor obtido a partir da matriz financeira).

8.2. Qual a forma de financiamento?

Após estabelecido o valor, deverás escolher a forma de financiamento do teu projeto. Poderás recorrer a:

- **Capital próprio** (dinheiro dos sócios da empresa)
- **Capital alheio** (dinheiro de outras pessoas / instituições)
  - Familiares
  - Amigos
  - Bancos
  - *Business angels*
  - Capital de risco
- **Sistemas de incentivos**

NOTA: Podes recorrer a uma ou mais fontes de financiamento (ex: 40% capital próprio + 30% crédito bancário + 30% *business angels*), mas deverás justificar as opções tomadas.

A MOTIVAÇÃO 9

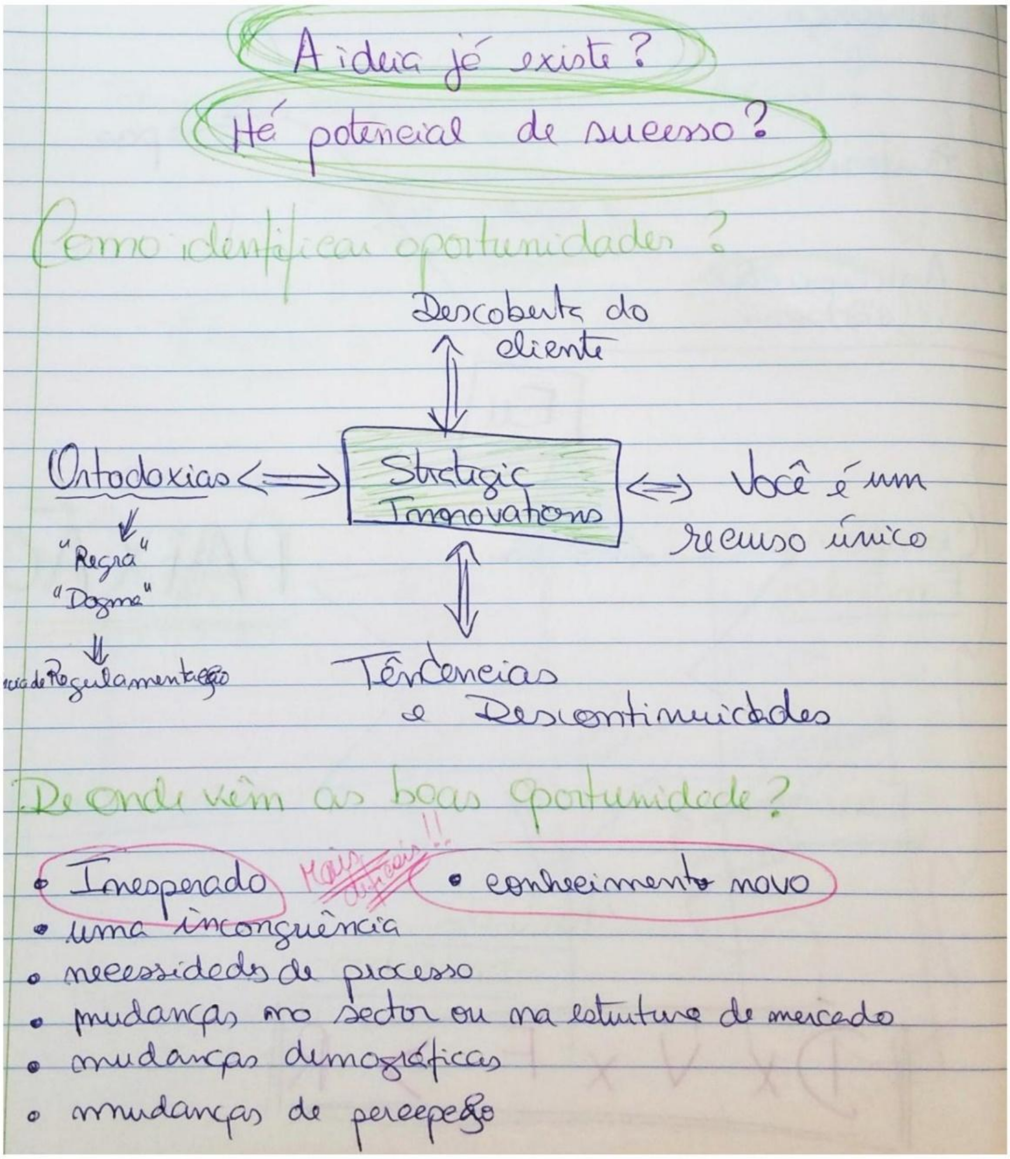
9.1. Porquê concretizar o projeto?

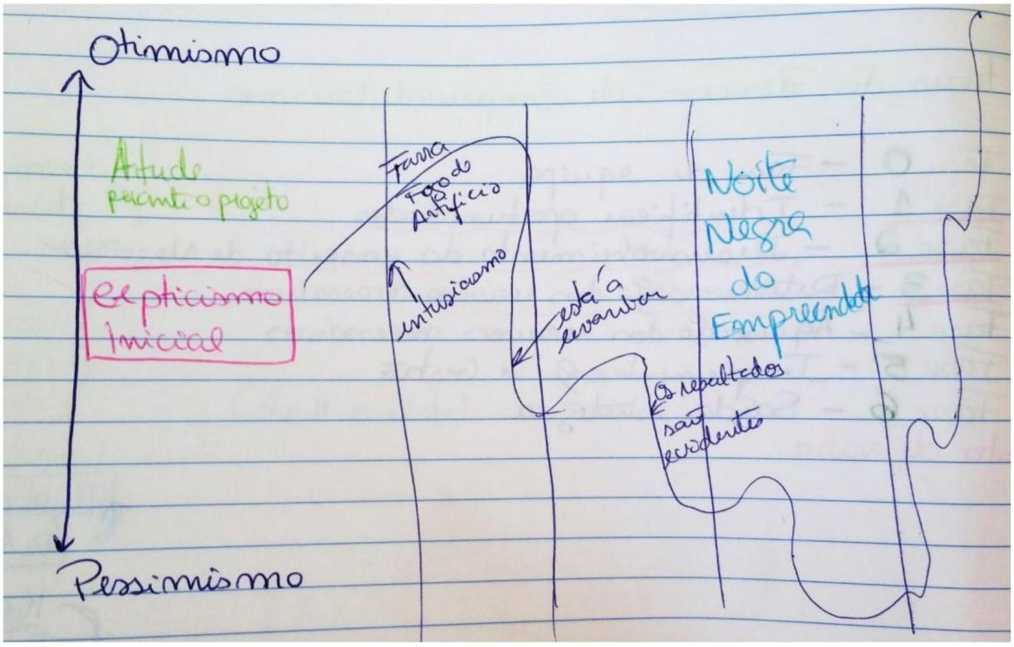
Para concluir o plano de negócios, deves explicar o motivo pelo qual queres avançar com este projeto, em detrimento de um projeto noutra área de negócio.

A motivação que transmitires neste ponto é bastante importante para demonstrares ao potencial investidor (ou, neste caso, ao júri do concurso) que acreditas mesmo neste projeto, bem como acreditas na sua viabilidade e exequibilidade.

Bons Negócios!

H.9. Excertos do Caderno de Apontamentos do C.I.E.I.E.





Saco dos Recursos!!

- Pessoas
- Parceiros
- instalações
- equipamentos
- mercadorias e matéria prima
- licenças / patentes

O que é que mais interessa?

CONSUMIDOR

- Começar por ver áreas de interesse

Características do Empreendedor

ÚNICO
DIFERENTE
⇓
(1) Inovação

RELEVANTE
SEXY
⇓
(2) Marketing

(1) Inovação

Fora da Caixa	"Exógeno"/Exótico	Arriscar
Novo	Passo à frente	Abrir horizontes
Diferente	Mudar	Criatividade
Recriar	Olhar em redor	Teoria à prática

⇒ Ato de introduzir algo novo (def. dic)

"Innovation is the profitable implementation of new ideas"

"Innovation is just about connecting dots! Seeing the linkages between seemingly unrelated issues."

Mitos da Inovação

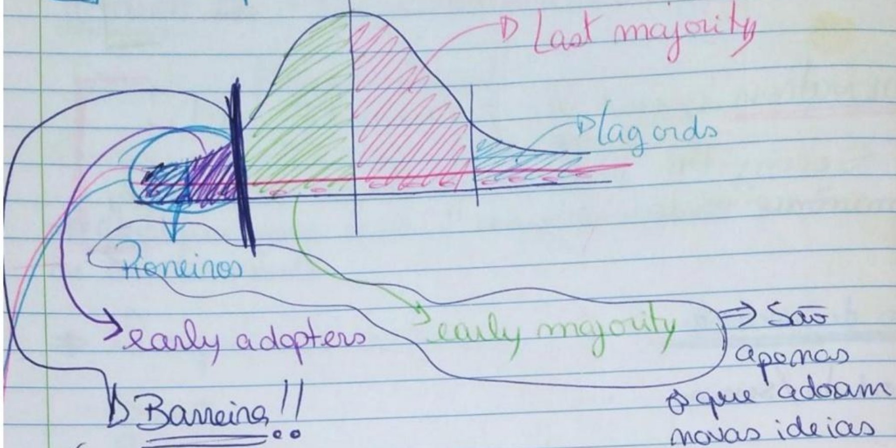
1 "The eureka moment"

⮡ Não existe! Porque é sempre o resultado um trabalho continuado, é um reflexo de um caminho.

2 "There is a clear path to innovation"

⮡ Não existe! Porque podem existir vários caminhos para o mesmo processo.

3 "People dis new ideas"



Fazer com os que adorem façam com que todos os outros passem a adorar

→ Produtos novos B2C (Business to consumer)

→ B2B (Business to Business)

4 "The lone inventor"

⮡ Não existe! Todos em unissono somos melhores inventores

Thomas Edison ⇒ Com mais patentes no mundo

5 "I'm not really that creative"

⮡ Não! Nós já somos!

6 "You'll know innovation when you see it"

⮡ Não! Se acreditares justifica-o

7 "The best ideas win"

↳ Não! Temos de ser persistentes

8 "Innovation is always good"

↳ A inovação relevante é que interessa

9 "Solution. Solution. Solution"

↳ "Don't focus on "innovating", focus on trying to solve a problem"

10 "Innovation is about new tecnology and new products"

↳ Não!

Ferramentas de inovação

- Convenção (listar aquilo que não é necessário questionar)
- Disruption (questionar o que está convencionado e tentar altera-lo)
- Visão (Criar um conceito que seja único relevante, inovador e sexy)

Mitos do Marketing

1 "Marketing is something you do after you have a product"

↳ Estudo de mercado também é marketing

Marketing ≠ Publicidade

2 "Marketing is about selling sand in the desert"

↳ Não! É vender água e não areia no deserto

3 "Marketing is a miracle that saves products"

↳ "Não há nada pior que uma boa campanha de publicidade para matar um produto"

Faz-se para evitar e não para vender algo morto

4 "Marketing should aim at lots of people"

↳ Focar apenas no meu nicho de mercado e não atacar toda a população!

Dirigi-mos às pessoas certas

5 "Marketing is about Shouting more"

↳ Não! Marketing é dizer as palavras certas

6 "Marketing is about invasion"

↳ Temos que ter permissão e não invasão!

7 "Marketing is a cost"

↳ Não! Marketing é um investimento (Serve para medir o retorno)

8 "Marketing! you need big budgets to do Marketing"

↳ Basta uma nova campanha e Boa Campanha!

9 "You have to be a Big Company to do Marketing"

↳ Pizzaria a lenha do tio Alfredo

10 "Marketing does not apply to any product"

↳ Ser de uma ilha pequena não é desculpa

2.1 Qual o produto ou serviço?

Empresa que construa estradas aproveitando a lava que escorre abundantemente por vários vulcões por todo o mundo.

2.2 Quais as formas de comercialização do produto/serviço?

Podemos comercializar o produto através da rádio (dizendo os seus benefícios) e através da televisão (mostrando os seus benefícios através de voz e imagens/vídeos).

3.1. Quem são os clientes?

Os clientes desta nossa empresa serão todos os consumidores interessados em trabalhos realizados pela construção civil (estradas).

3.2.Porque é que os clientes irão comprar os teus produtos /serviços?

Os clientes da nossa empresa irão adquirir o nosso serviço pois irão querer aproveitar os recursos que o nosso planeta dá de modo a ajudar o ambiente, evitando o uso de materiais como o alcatrão.

4.1. Qual a dimensão do mercado?

O mercado é bastante vasto, pois as empresas de construção em Portugal, como noutros países, têm vindo a crescer… Existem cada vez mais consumidores interessados.

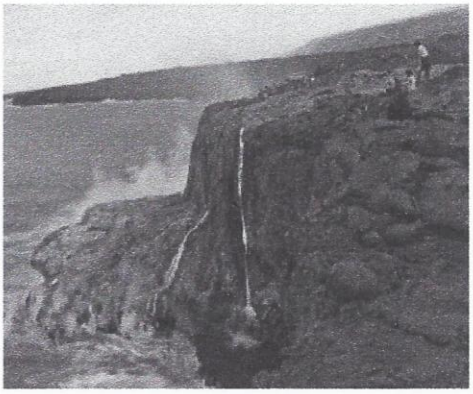
4.2. Quem são os teus concorrentes?

Os concorrentes a este nosso projeto/invenção/serviço, a esta nossa empresa, são as empresas de construção que utilizam o alcatrão para a construção de estradas. Estes usam alcatrão, feito de petróleo e outras substâncias químicas, poluidoras do ambiente, sendo este o único modo até agora melhor para a construção de estradas. Como este foi o único modo encontrado (até antes de nós termos tido a ideia de usar a LAVA para a construção de estradas) as suas vendas (serviços civis que usam o alcatrão) são bastante lucrativas … Mas nós achamos que usar um produto que polui o planeta e que é uma matéria não renovável (petróleo) com outras substâncias químicas deve de ter concorrência que evite o uso de matéria não renovável e poluidor, para tentar ajudar o planeta.

4.3. Quais são as vantagens competitivas?

O nosso produto consiste na utilização de matéria natural A LAVA para a construção de estradas… é um material que depois de solidificar tem um aspeto similar ao do alcatrão e não polui o ambiente… Como já referimos no primeiro ponto iremos aproveitar a Lava que escorre pelos vulcões em todo o mundo… A lava é um produto natural que podemos aproveitar tendo apenas os materiais certos… Quando a Lava é expelida de um vulcão pode atingir temperaturas entre os 600 °C e os 1 250 °C sendo por isso necessário uma ferramenta suficientemente forte e resistente (aço) a altas temperaturas, para que a remoção da lava seja possível…. O nosso produto é de grande qualidade, é natural, e pode substituir um produto como o alcatrão que é menos benéfico para o ambiente… A natureza trata da rapidez de execução do produto …. Se a nossa empresa tiver vários núcleos , várias localizações por todo o mundo, junto a vulcões que tenham uma atividade vulcânica mais calma … Como o vulcão *Kilauea* no *Havai...* Ou nos *Açores, Ilha Terceira,* em *Portugal* (vulcão do *Pico Alto*, vulcão com caldeira), *Monte Etna* , na *ilha de Sicília* em *Itália*, entre outros espalhados pelo mundo… Visto que iremos aproveitar matéria que nos é dada pela natureza… Os custos que iremos ter (preço) gastos para a criação da empresa serão mínimos… e É por estas razões que achamos que o nosso projecto a criação desta nossa nova empresa e serviço será benéfico para todos (os nossos consumidores).

Kilauea



Kilauea

Monte Etna

Monte Etna

Doozy
o melhor amigo do seu animal

→ Dispensador de comida de animais;

→ Veterinária / supermercados / Lojas de animais / Lojas de eletrodomésticos / site
todas as

→ Famílias com animais de estimação ficam a ganhar com a compra do Doozy, mas principalmente aquelas que viajam ou que trabalham até tarde.

→ Porque é rápido, prático, funcional e económico. Irá facilitar o trabalho de muitas ~~facilitar~~ famílias, à distância de um clique.

→ Fazer para uma marca e assim seria a marca a vender.

→ A Máquina teria um gerador se faltasse, uma aplicação com a qual conseguiríamos deitar comida através do telemóvel. Podíamos ter uma câmara e assim víamos o estado dele.

Tomás, Daniel, Alex, Diogo.

1) 1- Empresa de entretenimento e ocupação de férias.

2- Sendo uma empresa que trabalha a partir de casa e trabalhando com empresas low cost e conseguindo exportar esta ideia para outros países.

3- Trabalhadores aplicados e visionários e empreendedores.

4- conseguir expandir esta ideia às principais cidades de Portugal e principais zonas rurais com potencial.

5- Precisamos de 8 mil euros.

2)

2.1) A nossa ideia é uma agência de entretenimento low cost, que faz basicamente a distribuição das actividades que o cliente procura a um preço baixo, ou seja, quando um cliente está hospedado num hotel todos os pacotes de entretenimento são caros, e ao recorrerem a uma empresa como a nossa, que trabalha com pequenas empresas os clientes conseguem poupar imenso dinheiro.

10ºC Martim, Tiago, Bernardo, Alexan

Mountain biking for all

~~MTB4A~~ MTB4All

2.1) Temos uma empresa que pretende ~~~~ mostrar a Madeira como um icon no ciclismo de montanha, podemos trazer pessoas de todo o mundo para promover ~~a~~ a Madeira. ~~também podemos~~

~~2.2)~~

2.~~3~~2) Meios de transporte (carrinhas) hostel, comunicação facebook, aplicações ~~~~, twitter, Pinkbike, sapo, chain reaction cycles, fazer vídeos promotorios da nossa ideia (MAD productions, ~~~~ Notion studios, freeride), parcerias com agencias de viagem (top atlantico) e fazer pacotes com tudo (viagem, estadias, comida, transporte para semana etc.

3.1 Somos os MTB4All (Mountain biking for all)

3.2) Porque na madeira há pistas e trilhos completamente diferentes de todo o mundo.

~~~~

4.1) Todo o mundo

4.3) temos muitos poucos concorrentes como por exemplo bikecolterno que tenta trazer mais pessoas cá à madeira
~~~~

2 — ① Restaurante movel paisagista.
② Nas cidades e destinos mais procurados por turistas, áreas.

3 — ① Principalmente turistas, empresários, grupos visitas de estudos ~~eventos~~ serviços de eventos.

② turistas: explorar a ilha (locais); empresários: privacidade e diversificação, conforto nas reuniões. grupos de estudo/alunos/estudantes: experiencias.

4 — ① Nível global.
② Restaurantes locais, autocarros de turismo.
③ A junção das duas áreas (restauração e paisagem)

BMW = Economia p/ a vida é construir automoveis que se adaptem a si.

Vodafone = Pague ~~ce~~ só o que o seu negócio precisa

EPIC SANA HOTELS = Ficar no centro é epico - localização estrategica é o que se procura.

MMUV.pt = Fabrica de caravanas (interiores) Unidades Moveis.

Vila Galé Group = temos o triplo dos hoteis que tem do lado de lá do Atlantico. 5% subiu em Portugal; Lisboa, Évora. - Rico investidores querem apostar no turismo Português.

Norwegian Cruzeiros: Abriram + 8 cruzeiros p/ Madeira capacidade de 3000 passageiros cada.

① Maria Teresa (DOOZY) (Gostei)

↳ Gostei da apresentação

↳ Faltou dizer que o temporizador funcione

② Horácio (Rocha Bus) (assim mas a ideia é fixe)

↳ Muita gente a falar

↳ Excederam o tempo

③ Tiago (MTB4ALL) (faltou muito)

↳ Explicaram pouco

④ Daniel (Evenfun)

↳ Como é que definiram os preços dos pacotes?

⑤ Leonel (Operações de Stp portugal)

H.11. Resultados do RS4E do Ensino Secundário 2013-2014

Resultados do rs4e do Ensino Secundário

Votos de utilizador: / 1

Fraco Bom Avaliar

Detalhes

Publicado em 17-02-2014

Visitas: 4822

0 Gosto Tweetar

O rs4e (road show for entrepreneurship) nas escolas do ensino Secundário chegou à fase final! Apenas alguns alunos foram selecionados para a última etapa do projeto que decorrerá em maio na ilha do Porto Santo.

Parabéns aos apurados, de modo particular aos 2 grupos da Escola da APEL.

Das 230 apresentações no Ensino Secundário foram selecionadas 16 ideias de negócio:

Resultados 1ª Fase

-Camalas - Escola Secundária Jaime Moniz - 12º61 - Eliminatória IV
-CardioBand - Escola Secundária Francisco Franco - 10º2 - Eliminatória III
-Chuveiro da Poupança - Escola Bás.e Sec.da Calheta - 10º2 - Eliminatória VII
-Dispensador SOS Feminino - Escola Secundária Francisco Franco - 10º3 - Eliminatória III
-EMO shirt - Escola Bás. e Sec. Dr. Luís Maurílio da Silva Dantas - 10º2 - Eliminatória I
-Guitar Tuner - Escola Secundária Francisco Franco - 10º8 - Eliminatória V
-Hi-car - Escola Secundária Francisco Franco - 12º21 - Eliminatória VIII
-NutriControl - Escola Secundária Jaime Moniz - 11º8 - Eliminatória V
-Pulseiras Wi-Fi - Escola Bás. e Sec. da Ponta do Sol - 10ºA - Eliminatória I
-RAP - Escola da APEL - 10ºA1 - Eliminatória VI
-Sabor ao Minuto - Semilha - Escola da APEL - 10ºA3 - Eliminatória VI
-SCART - Escola Secundária Francisco Franco - 10º1 - Eliminatória VII
-School It - Escola Secundária Jaime Moniz - 11º4 - Eliminatória II
-Species Tracker - Escola Secundária Jaime Moniz - 11º43 - Eliminatória VIII
-WARM IT - Escola Secundária Jaime Moniz - 12º61 - Eliminatória IV
-Window Socket 2 - Escola Secundária Jaime Moniz - 10º32 - Eliminatória II

A listagem anterior apresenta os grupos selecionados por ensino e por ordem alfabética. Esta não faz distinção entre a posição do grupo em cada eliminatória, para facilitar uma avaliação imparcial no Porto Santo (2ª fase de avaliação).

Mais pormenores em http://www.rs4e.com/

http://www.escola-apel.com/web/index.php/gerir-noticias/112-resultados-do-rs4e-do-ensino-secundario

Anexo I. Outros Projetos

I.1. Beta-Talk na Escola da APEL

Beta-Talk na Escola da APEL

-

Votos de utilizador: / 1

Fraco Bom Avaliar

Detalhes

Publicado em 17-12-2013

Visitas: 6060

0 Gosto Tweetar

No dia 13 de Dezembro, decorreu a 1ª edição da "Beta-talk Vai à Escola", na sala de multiusos da Escola da APEL para alunos do Curso de Ciências Económicas. Tratou-se de um evento de inspiração, partilha de experiências e motivação com o objetivo de estimular o potencial empreendedor dos participantes. Para tal, foram convidados dois oradores José Carlos Silva, auditor financeiro, e Gabriel Batista, CEO da Narede, que partilharam as suas experiências ao longo do seu percurso formativo e profissional. Os alunos foram também desafiados a fazer um pitch-corner, durante o qual a partir de duas palavras escolhidas aleatoriamente, tiveram de construir uma ideia de negócio e apresentá-la. Foi visível o envolvimento e entusiasmo dos alunos.

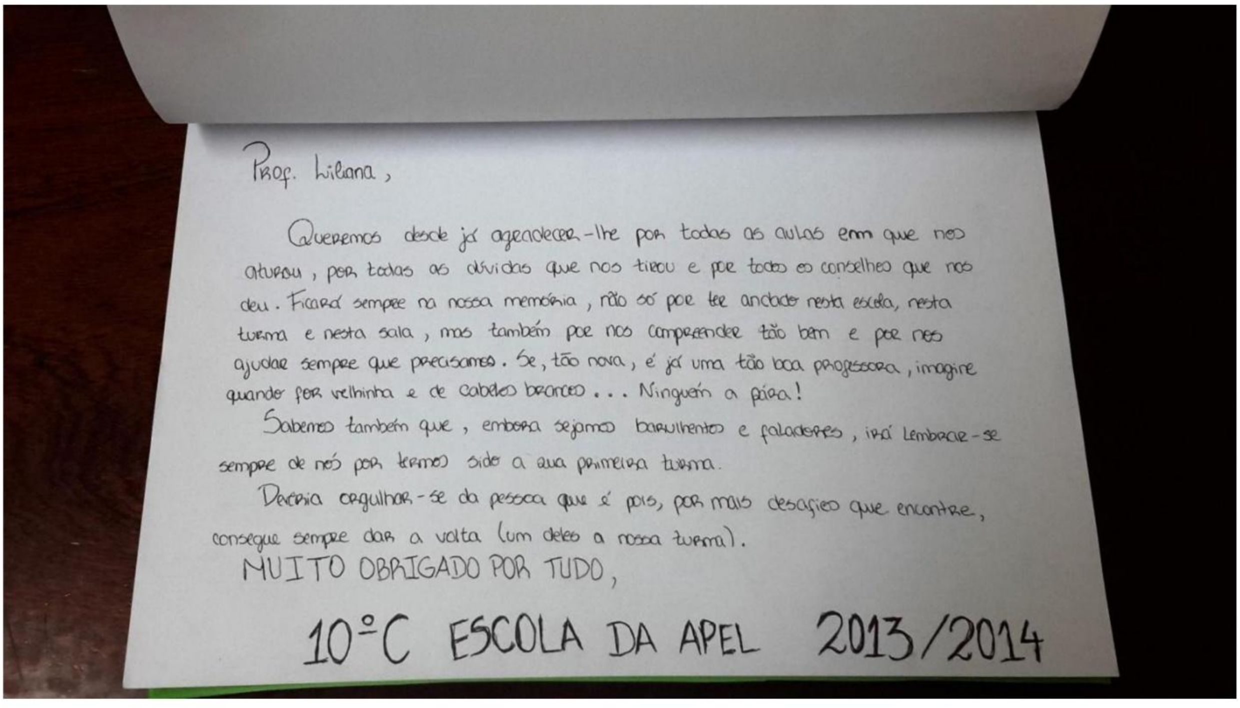
Beta-talk é um evento que decorre em simultâneo em várias cidades no país e no Mundo. Na cidade do Funchal, a Beta-talk é organizada e dinamizada pelo eng. Eduardo Freitas, responsável pela escolha de empreendedores de sucesso que decidem partilhar com os participantes os desafios que enfrentaram no desenvolvimento do seu projeto profissional. Estas sessões decorrem na FNAC, no dia 16 de cada mês, às 18h30. Acredita-se que é uma atividade muito enriquecedora, pelo que convidamos toda a comunidade a participar.
Encontram-se também agendadas outras sessões, a serem realizadas na Escola da APEL, nos próximos períodos.

http://www.escola-apel.com/web/index.php/gerir-noticias/91-beta-talk-na-escola-da-apel

I.2. Sólidos Platónicos com Motivos Natalícios

I.3. Despedida Surpresa Preparada Pelas Turmas 10º C; 10º D1/D2 e 10º A3

10C



Prof. Liliana,

Queremos desde já agradecer-lhe por todas as aulas em que nos aturou, por todas as dúvidas que nos tirou e por todos os conselhos que nos deu. Ficará sempre na nossa memória, não só por ter andado nesta escola, nesta turma e nesta sala, mas também por nos compreender tão bem e por nos ajudar sempre que precisamos. Se, tão nova, é já uma tão boa professora, imagine quando for velhinha e de cabelos brancos... Ninguém a pára!

Sabemos também que, embora sejamos barulhentos e faladores, irá lembrar-se sempre de nós por termos sido a sua primeira turma.

Deveria orgulhar-se da pessoa que é pois, por mais desafios que encontre, consegue sempre dar a volta (um deles a nossa turma).

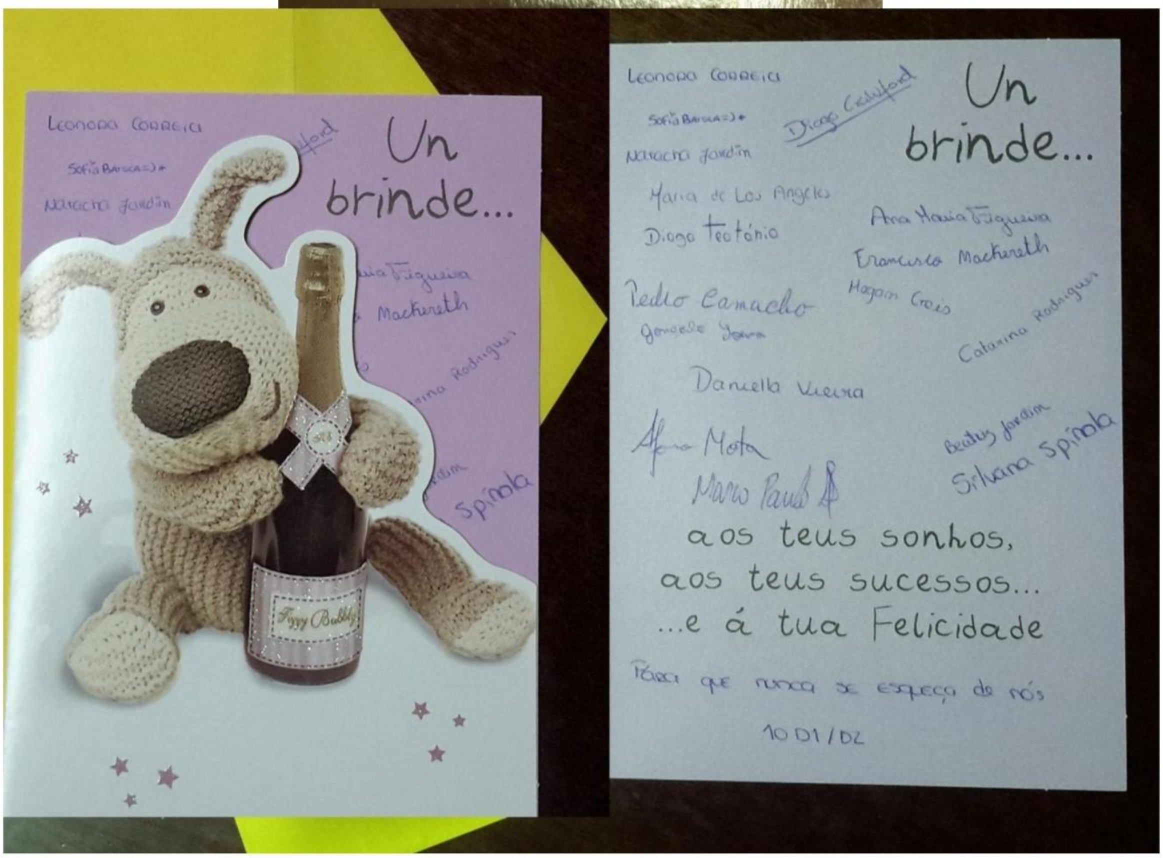
MUITO OBRIGADO POR TUDO,

10ºC ESCOLA DA APEL 2013/2014

10D1/D2

10A3


Obrigado
PROFESSORA
10º A3


Un brinde...
aos teus sonhos,
aos teus sucessos...
...e á tua Felicidade
Para que nunca se esqueça de nós
10 D1/D2