



# Pré-Dimensionamento de Vigas de Betão Armado de Acordo com Critérios de Ductilidade

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

**Pedro David Rodrigues Ornelas**  
MESTRADO EM ENGENHARIA CIVIL



UNIVERSIDADE da MADEIRA

*A Nossa Universidade*  
www.uma.pt

setembro | 2013

M UMa

N Pré

t

# **Pré-Dimensionamento de Vigas de Betão Armado de Acordo com Critérios de Ductilidade**

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

**Pedro David Rodrigues Ornelas**

MESTRADO EM ENGENHARIA CIVIL

ORIENTAÇÃO

José Manuel Martins Neto dos Santos



*“achamos que já se pode afirmar que  
não vale a pena esperar conclusões  
só porque resolvemos parar no meio  
do caminho que nos levaria a elas.”  
José Saramago, A caverna.*



# AGRADECIMENTOS

---

A todos os que acompanharam de nesta fase da minha vida e que contribuíram através da sua compreensão, disponibilidade, amizade. Aos que contribuíram de forma direta e indireta na realização desta tese e na conclusão deste capítulo da minha vida.

A toda a minha família em especial aos meus pais Gregório e Ivone e ao meu irmão Valter que tanto me apoiaram em todo este processo.

A minha namorada Márcia por toda a paciência que teve e incentivo que deu-me.

A todos os meus colegas de curso em especial ao João Gonçalves e Ruben Jesus pelos conselhos discussões proveitosas.

A todos os meus amigos.

Pela sua intervenção efetiva agradeço de forma especial ao meu orientador professor José Santos pela orientação desta tese e pelo empenho e dedicação demonstrada em todos os momentos.



# RESUMO

---

O dimensionamento de uma estrutura de betão armado depende em grande parte do tipo de metodologia de cálculo utilizado, sendo a análise não linear a que melhor reflete o comportamento da estrutura. Neste tipo de análise é preciso ter em conta alguns aspetos relativos à ductilidade como, a abertura de fendas, a formação de rótulas plásticas e as relações não lineares do material.

Entende-se por ductilidade a capacidade de deformação da estrutura sem perda significativa de resistência após atingida a sua capacidade elástica. Esta pode ser quantificada através de diversos indicadores. No caso das vigas é corrente o uso do índice de ductilidade de flecha, que pode ser útil no pré-dimensionamento estrutural pois pode permitir aos projetistas pré-dimensionar vigas segundo um critério de ductilidade.

Assim realizou-se uma pesquisa de maneira a identificar quais os fatores mais importantes na ductilidade de uma viga e através do programa cálculo de elementos finitos DIANA 9.4 simularam-se 162 vigas variando a percentagem de armadura mecânica total, o comprimento do vão, a altura útil da secção, a redistribuição de momentos e a classe de betão.

Observou-se que o aumento da percentagem de armadura mecânica total origina uma diminuição no índice de ductilidade de cerca de 25% a cada incremento de 0.1 de percentagem de armadura mecânica total, a esbelteza provoca um aumento de 5% a cada 5 unidades no betão C30 e de 2 a 3% no betão C70 e a redistribuição de momentos provocou um aumento na ductilidade.

Os resultados mostram que os fatores que mais influenciam na ductilidade das vigas são a percentagem mecânica de armadura total e a classe de resistência do betão, no entanto existem outras que deverão sofrer maior aprofundamento em trabalhos futuros como a utilização de armadura à compressão e os níveis de confinamento do betão.

**Palavras-chave:** ductilidade, análise não linear, viga, rótula plástica, betão armado, redistribuição de momentos.



# ABSTRACT

---

The design of a reinforced concrete structure depends largely on the calculation methodology used, being the nonlinear analysis the best to simulate the behaviour of the structure. This type of analysis must take into account some aspects related to the ductility such as, the crack opening, the development of plastic hinges and the nonlinear behaviour of the materials.

Ductility is defined as the capability of the structure's deformation after reaching its elastic capacity. This can be quantified by several indicators. In the particular case of beams, common sense is to use the deflection ductility index, which may be useful in the pre-structural design because it allows designers to pre-size beams according to a ductility criteria.

Thus a research was carried on in order to identify the most important factors in ductility of a beam. Through the finite element calculation program DIANA 9.4, 162 beams were simulated by altering the following parameters: the percentage of total mechanical reinforcement, the span's length, the section's depth, the degree of moment redistribution and the concrete class.

It was observed that increasing the percentage of total mechanical reinforcement causes a decrease in ductility index of about 25% per 0.1 increase in percentage of total mechanical reinforcement. The slenderness causes a 5% increase every 5 units in concrete C30 and 2 to 3% in concrete C70, also it was ascertained that the moment redistribution caused an increase in ductility.

The results show that the factors that most influence on the beams ductility are the total percentage mechanical reinforcement and the concrete's strength class. Despite the results, there are others parameters that should be further investigated in the future such as the use of compression reinforcement and the concrete's level of the confinement.

**Keywords:** ductility, nonlinear analysis, beam, plastic hinge, concrete, moment redistribution.



# ÍNDICE DE TEXTO

---

<b>CAPÍTULO 1. INTRODUÇÃO</b>	<b>1</b>
1.1 ENQUADRAMENTO	1
1.2 OBJETIVOS	2
1.3 METODOLOGIA	3
1.4 ESTRUTURAÇÃO DO TRABALHO	3
<b>CAPÍTULO 2. DUCTILIDADE DAS ESTRUTURAS DE BETÃO ARMADO</b>	<b>5</b>
2.1 DUCTILIDADE NAS ESTRUTURAS DE ENGENHARIA CIVIL	5
2.2 DUCTILIDADE DE ESTRUTURAS PORTICADAS	8
2.2.1 RÓTULA PLÁSTICA	8
2.2.2 CAPACIDADE DE ROTAÇÃO	10
2.2.2.1 Capacidade de Rotação Disponível	10
2.2.2.2 Capacidade de Rotação Requerida	12
2.2.3 INDICADORES DE DUCTILIDADE	15
2.2.4 LIMITES DE REDISTRIBUIÇÃO	17
2.2.4.1 Eurocódigo 2	17
2.2.4.2 REBAP	18
2.2.5 EFEITO DO ESFORÇO AXIAL	18
2.2.6 EFEITO TENSION STIFFENING E BOND-SLIP	20
2.2.7 COMPORTAMENTO DAS ESTRUTURAS HIPERESTÁTICAS	21
2.3 METODOLOGIAS DE CÁLCULO	22
2.3.1 ANÁLISE ELÁSTICA LINEAR	22
2.3.2 ANÁLISE ELÁSTICA LINEAR COM REDISTRIBUIÇÃO LIMITADA	23
2.3.3 ANÁLISE PLÁSTICA	24
2.3.4 ANÁLISE NÃO LINEAR	25
2.4 DISPOSIÇÕES CONSTRUTIVAS PARA ESTRUTURAS DE DUCTILIDADE MELHORADA	26
2.4.1 VIGAS DE PÓRTICOS	26
2.4.2 PILARES DE PÓRTICOS	29
2.4.3 NÓS DE PÓRTICOS	30
<b>CAPÍTULO 3. QUANTIFICAÇÃO DA DUCTILIDADE EM PÓRTICOS</b>	<b>31</b>
3.1 DUCTILIDADE EM VIGAS	31
3.2 DUCTILIDADE DE PILARES	38

<b>CAPÍTULO 4. MODELAÇÃO NUMÉRICA DO BETÃO ARMADO</b>	<b>45</b>
<b>4.1 PROPRIEDADES DO AÇO</b>	<b>45</b>
4.1.1 COMPORTAMENTO À TRAÇÃO E À COMPRESSÃO	46
4.1.2 PROPRIEDADES MECÂNICAS	46
4.1.3 DUCTILIDADE DOS VARÕES DE AÇO	47
<b>4.2 PROPRIEDADES BETÃO</b>	<b>47</b>
4.2.1 COMPORTAMENTO À TRAÇÃO	47
4.2.2 COMPORTAMENTO À COMPRESSÃO	49
<b>4.3 COMPORTAMENTO DO BETÃO-ARMADO À FLEXÃO SIMPLES (1D)</b>	<b>51</b>
<b>4.4 MODELAÇÃO COMPUTACIONAL DO BETÃO ARMADO (2D E 3D)</b>	<b>52</b>
4.4.1 MODELOS DE FENDILHAÇÃO	52
4.4.2 MODELOS ELASTO-PLÁSTICOS	54
<b>4.5 CRITÉRIOS DE PARAGEM</b>	<b>54</b>
<b>CAPÍTULO 5. QUANTIFICAÇÃO DE ÍNDICES DE FLECHA EM VIGAS</b>	<b>57</b>
<b>5.1 PARÂMETROS ESTUDADOS</b>	<b>57</b>
<b>5.2 MODELAÇÃO DAS VIGAS ENSAIADAS</b>	<b>59</b>
<b>5.3 RESULTADOS</b>	<b>60</b>
<b>5.4 DISCUSSÃO</b>	<b>65</b>
<b>5.5 DUCTILIDADE EM PILARES VS DUCTILIDADE EM VIGAS</b>	<b>68</b>
<b>CAPÍTULO 6. CONSIDERAÇÕES FINAIS E DESENVOLVIMENTOS FUTUROS</b>	<b>71</b>
<b>6.1 CONSIDERAÇÕES FINAIS E CONCLUSÕES</b>	<b>71</b>
<b>6.2 DESENVOLVIMENTOS FUTUROS</b>	<b>72</b>
<b>CAPÍTULO 7. BIBLIOGRAFIA</b>	<b>73</b>
<b>ANEXO A – COEFICIENTES DE RIGIDEZ</b>	<b>75</b>
<b>ANEXO B – ÍNDICES DE DUCTILIDADE</b>	<b>77</b>

# ÍNDICE DE FIGURAS

---

Figura 2.1 Relação de tensão extensão para aços laminados a quente e aço laminado a frio segundo o Eurocódigo 2 (2010).....	6
Figura 2.2 Relação constitutiva do betão.....	6
Figura 2.3 Curva momento curvatura para material elasto-plástico perfeito, segundo Araújo (2003) ....	9
Figura 2.4 Formação de rótula plástica num material elasto-plástico, segundo Araújo (2003).....	9
Figura 2.5 Formação de rótula plástica por flexão no betão armado, segundo Silva (1977).....	10
Figura 2.6 Capacidade de rotação em função da tensão de corte e uma percentagem de armadura de tração $\rho=1\%$ , retirado de Langer (1998) .....	11
Figura 2.7 Capacidade de rotação em função da esbelteza para $\rho=1\%$ retirado de Langer (1998).....	11
Figura 2.8 Comprimento da rótula plástica segundo o Eurocódigo 2 (2010) .....	12
Figura 2.9 Capacidade de rotação base em função da geometria da seção, da classe de betão e da classe de aço, Eurocodigo 2 (2010).....	12
Figura 2.10 Carga uniforme e sua deformação numa viga contínua segundo de Santos (2012) .....	13
Figura 2.11 Gráfico de carga-deslocamento, segundo Santos (2012) .....	13
Figura 2.12 Comparação de uma análise elástica com uma análise plástica .....	14
Figura 2.13 Rotação plástica relacionando a esbelteza em função da redistribuição de esforços, adaptado de Eligehausen e Fabritius (1993) .....	15
Figura 2.14 Flexão composta para secções retangulares adaptada do CEB (1982).....	19
Figura 2.15 Distribuição das tensões e das curvaturas num elemento de betão fendilhado adaptado de ARCER (2003).....	21
Figura 2.16 Mecanismo pilar versos mecanismo viga, adaptado de LNEC (1986).....	22
Figura 2.17 Momentos elásticos e redistribuídos, segundo Martins e Ferreira (2006).....	23
Figura 2.18 Comparação das normas para a redistribuição de esforços, segundo Carmo e Lopes (2005) .....	24
Figura 2.19 Diagramas de momento curvatura obtidos mediante uma análise linear e não linear, segundo de Martins e Ferreira (2006).....	25
Figura 2.20 Condicionantes geométricas da seção, segundo de Martins e Ferreira (2006).....	26
Figura 2.21 Condicionantes geométricas da altura da seção, retirado de Martins e Ferreira (2006) ...	27
Figura 2.22 Disposição construtiva dos estribos, retirado de Martins e Ferreira (2006) .....	27
Figura 2.23 Definição da zona crítica e, segundo Martins e Ferreira (2006).....	30
Figura 3.1 Relação profundidade da linha neutra com a rotação plástica, segundo de Carmo e Lopes (2005) .....	33
Figura 3.2 Relação da profundidade da linha neutra com a curvatura adimensional segundo Araujo (2009) .....	34
Figura 3.3 Capacidade de rotação consoante a quantidade de armadura transversal Lopes et al. (2011) .....	35
Figura 3.4 Variação da ductilidade em função da armadura transversal adaptado de Lopes et al. (2011) .....	36
Figura 3.5 Curvas médias $M-\Phi$ para vários valores de $\rho$ (Santos, 2012).....	36

Figura 3.6 Variação de $\mu - \theta$ para varias percentagens mecânicas de armadura, segundo de Santos (2012).....	37
Figura 3.7 Desenvolvimento do dano para os três níveis de ductilidade, segundo Erduran e Yakut (2003).....	39
Figura 3.8 Evolução do dano em pilares para ações cíclicas biaxiais, segundo de Silva et al. (2012)	40
Figura 3.9 Diagrama de tensão vs deformação para betão confinado e não confinado, segundo Cusson e Paultre (1995).....	42
Figura 3.10 Superfície que representa o índice de ductilidade em função da percentagem de armadura e tensão de compressão do betão, segundo de Oliveira e Giongo (2006) .....	43
Figura 3.11 Fator de ductilidade de secções, segundo Santos (2012).....	44
Figura 3.12 Curvatura ultima adimensional, segundo Santos (2012).....	44
Figura 3.13 Área delimitada pelas curvas $\mu-\theta$ em secções com esforço axial, segundo Santos (2012)	44
Figura 4.1 Aço laminado a quente e aço laminado a frio, segundo Santos (2012) .....	45
Figura 4.2 Diagrama de tensão extensão para aço laminado a quente, Santos (2012).....	46
Figura 4.3 Comportamento do betão à tração, segundo Rots et al. (1985).....	48
Figura 4.4 Diagramas de tensão-extensão para diferentes tipos de classe de betão, segundo Costa e Appleton (2002) .....	50
Figura 4.5 Modelo CDZ de Markeset e Hillerborg (1995) .....	51
Figura 4.6 Relação da tensão extensão do modelo CDZ, Markeset e Hillerborg (1995) .....	51
Figura 4.7 Diagrama de momento curvatura para flexão simples, adaptado CEB-158 (1985) .....	52
Figura 4.8 Modelos de fendilhação .....	53
Figura 4.9 Lei constitutiva adotada para o betão à tração segundo Torres et al. (2004) .....	53
Figura 4.10 Exemplo da formação de fendas no DIANA .....	54
Figura 5.1 Geometria tipo das vigas modeladas.....	60
Figura 5.2 Índice de ductilidade de flecha para betão C30 .....	62
Figura 5.3 Índice de ductilidade de flecha para betão C70 .....	62
Figura 5.4 Índice de ductilidade de flecha para $\omega t=0,2$ .....	63
Figura 5.5 Índice de ductilidade de flecha para $\omega t = 0,3$ .....	64
Figura 5.6 Índice de ductilidade de flecha para $\omega t = 0.1$ .....	65
Figura 5.7 Índice de ductilidade de flecha para $\omega t = 0.2$ , $\delta = 1.0$ e C30 .....	66
Figura 5.8 Força-deslocamento para $l/d=11.4$ .....	66
Figura 5.9 Força-deslocamento para $l/d=7.3$ .....	66
Figura 5.10 Força-deslocamento para $l/d =5.3$ .....	67
Figura 5.11 Força-deslocamento para $l/d =22.9$ .....	67
Figura 5.12 Força-deslocamento para $l/d =21.8$ .....	67
Figura 5.13 Força-deslocamento para $l/d =16.0$ .....	67
Figura 5.14 Fendilhação da viga V1_12_80 para a) momento de abertura da primeira fenda; b) momento em que a cedência; c) instante da rotura .....	67
Figura 5.15 Rotação medida numericamente vs rotação pelo método proposto no Eurocódigo 2 .....	68

# ÍNDICE DE TABELAS

---

Tabela 2.1 Propriedades das armaduras segundo o Anexo C do Eurocódigo 2 (2010).....	7
Tabela 2.2 Coeficiente de redistribuição segundo o Eurocódigo 2 (2010).....	17
Tabela 2.3 Coeficiente de redistribuição segundo REBAP (1986).....	18
Tabela 2.4 Limites para o coeficiente de redistribuição segundo REBAP (1986).....	18
Tabela 2.5 Espaçamento mínimo dos estribos segundo a EHE (1998).....	28
Tabela 3.1 Resultados de obtidos por Leslie et al.. (1976).....	32
Tabela 3.2 Resultados obtidos por Farage (1995).....	32
Tabela 3.3 Secções de vigas ensaiadas por Lopes et al. (2011).....	35
Tabela 3.4 Gama de parâmetros utilizados por Erduran e Yakut (2003).....	38
Tabela 3.5 Parâmetros analisados e resultados obtidos, segundo Ho (2012).....	41
Tabela 5.1 Parâmetros estudados.....	57
Tabela 5.2 Percentagens mecânicas de armadura para do vão e para do apoio, para betão C3059	
Tabela 5.3 Percentagens mecânicas de armadura para do vão e para do apoio, para betão C7059	
Tabela 5.4 Características de resistência do aço, valores introduzidos no DIANA.....	60
Tabela 5.5 Características de resistência do betão, valores a introduzir no Diana.....	60



# LISTA DE SÍMBOLOS

---

## Notação Romana

$A_{s_{max}}$	Quantidade de armadura longitudinal máxima (m <sup>2</sup> );
$A_c$	Área da seção transversal do pilar (m);
$A_s$	Quantidade de armadura (m <sup>2</sup> );
$A_s^{apoi}$	Quantidade de armadura a no apoio (m <sup>2</sup> );
$A_s^{vão}$	Quantidade de armadura a meio vão (m <sup>2</sup> );
$A_{sw}$	Quantidade de armadura transversal (m <sup>2</sup> );
$b$	Largura da viga (m);
$DR$	<i>Drift Ratio</i> (%);
$d$	Altura útil da viga (m);
$E_c$	Módulo de elasticidade do betão (Pa);
$F_{máx}$	Força última do elemento estrutural (N);
$f_{cd}$	Valor de cálculo da tensão de rotura a compressão do betão (N);
$f_{ck}$	Tensão de cedência do betão (Pa);
$f_{cm}$	Tensão de compressão média (Pa);
$f_{ctm}$	Tensão de tração média (Pa);
$f_{ym}$	Tensão de cedência media para o aço (Pa);
$f(\epsilon_c)$	Polígono de regressão que representa a curva tensão vs deformação
$G_f$	Energia de fratura (J);
$h_p$	Dimensão do pilar (m);
$h$	Altura da viga (m);
$ID_{pós}$	Índice de ductilidade pós-pico (%);
$ID_{pré}$	Índice de ductilidade pré-pico (%);
$i$	Raio de giração (m);
$k$	Coefficiente de rigidez;
$L_d$	Comprimento de fendas paralelas ao plano da carga (m);
$l_0$	Cumprimento de encurvadura (m);
$L$	Comprimento do provete (m);
$l$	Cumprimento da viga (m);
$M_{rd_{pilar}}$	Momento resistente do pilar (Nm);
$M_{elas}$	Momento do apoio calculado de acordo com a teoria da elasticidade (Nm);
$M_{red}$	Momento do apoio depois da redistribuição (Nm);
$M_{sd}$	Momento atuante;
$M_{sdv}$	Momentos de cálculo nas extremidades das vigas (Nm);
$N_{sd}$	Valor de cálculo do esforço normal (N);
$V_{sd_{M_{rd}}}$	Esforço transversal resistente (N);
$V_{sd_G}$	Esforço transversal de cálculo devido as forças gravíticas (N);
$V_{sd_{pilar}}$	Valor de cálculo do esforço transversal no pilar (N);

$V_{sd}$	Esforço transversal de cálculo (N);
$V_{sd}$	Transverso atuante;
$w$	Abertura da fenda (m);
$x_u$	Posição da linha neutra;

## Notação Grega

$\Delta l_c$	Deslocamento do betão à tração (m);
$\Delta l_{el}$	Deslocamento do betão à tração em fase elástica (m);
$\Delta_u$	Deslocamento na rotura (m);
$\Delta_y$	Deslocamento na cedência (m);
$\Delta M$	Varição do momento (Nm);
$\alpha$	Angulo formado pelas bielas e pelos tirantes (°);
$\delta_u$	<i>Ultimate drift ratio</i> (%);
$\delta_y$	<i>Yield drift ratio</i> (%);
$\delta$	Fator de redistribuição;
$\varepsilon_{c2}$	Igual a três vezes $\varepsilon_{m\acute{a}x}$ ;
$\varepsilon_{cu2}$	Extensão última;
$\varepsilon_d$	Extensão na zona das fendas;
$\varepsilon_m$	Extensão media;
$\varepsilon_{m\acute{a}x}$	Deformação correspondente a força última;
$\varepsilon_{p-pr\acute{e}}$	Deformação plástica pré-pico;
$\eta$	Grau de redistribuição;
$\lambda$	Esbelteza;
$\mu$	Momento fletor reduzido;
$\mu_{\Delta}$	Índice de ductilidade de flecha;
$\mu_{\Phi}$	Fator de ductilidade de seção;
$\nu$	Esforço axial reduzido;
$\theta_{el}$	Rotação elástica (rad);
$\theta_{pl,disp}$	Rotação plástica disponível (rad);
$\theta_{pl}$	Rotação plástica (rad);
$\theta_s$	Rotação requerida (rad);
$\theta$	Curvatura adimensional;
$\theta_t$	Rotação total (rad);
$\rho$	Percentagem de armadura à tração (%);
$\rho'$	Percentagem de armadura à compressão (%);
$\rho_w$	Percentagem de armadura transversal;
$\omega$	Percentagem mecânica de armadura;
$\omega_{apoiio}$	Percentagem mecânica de armadura no apoio;
$\omega_t$	Percentagem mecânica de armadura total;
$\omega_{v\grave{a}o}$	Percentagem mecânica de armadura no vão;

# CAPÍTULO 1. INTRODUÇÃO

---

## 1.1 Enquadramento

O betão armado é um material composto pela combinação de dois materiais, o betão e o aço. Devido a questões financeiras em projeto e em obra tenta-se retirar o maior proveito dos materiais, no entanto a junção destes dois materiais origina relações não lineares que tornam a sua análise mais complexa e demorada. Assim é comum em projeto efetuar-se análises lineares ou análises lineares com redistribuição de esforços que levam a resultados satisfatórios mas que não têm em conta todo o real comportamento das estruturas.

A maneira de aproveitar os materiais ao máximo é conhecendo toda a capacidade resistente dos elementos, e para isso é necessário que ocorram deformações não lineares nas zonas mais esforçadas. As condições de apoio também são importantes pois a maiorias das estruturas são hiperestáticas. É nesta fase que torna-se importante o conhecimento das características dúcteis das estruturas, como os índices de ductilidade.

O MC2010 (CEB,2010:p.11) define ductilidade como “A capacidade de deformação plástica caracterizada por deformações irreversíveis e energia dissipada, usualmente relacionada com o limite do comportamento elástico”.

Após atingida a cedência ou limite elástico da estrutura esta começa a deformar-se até que se atinga a rotura. A rotura poderá dar-se ou por compressão do betão em que se origina um destacamento do betão na zona de maior esforço ou por tração dos varões, neste caso os varões atingem a sua capacidade resistente total e rompem.

“A ductilidade dos elementos estruturais depende em grande parte da ductilidade das armaduras. Constituindo um requisito básico para diversas metodologias de análise e dimensionamento de estruturas como sejam, por exemplo, a análise elástica com redistribuição de esforços e análise plástica.” (Costa e Appleton 2002:p.46)

Na bibliografia consultada observou-se que o aço tem grande influência na capacidade de deformação das estruturas, no entanto outros parâmetros também têm especial relevância como a dimensão dos elementos, as propriedades mecânicas do betão e a quantidade de armadura utilizada.

O conhecimento dos índices de ductilidade das estruturas numa fase de pré-dimensionamento poderá ter uma grande influência no dimensionamento das estruturas por parte dos projetistas.

Ao longo dos últimos anos, tem-se assistido ao aumento progressivo das exigências ao nível do projeto, com cadernos de encargos mais pormenorizados, indo de encontro aos requisitos pré-estabelecidos pelo dono de obra.

É possível que futuramente o dono de obra possa exigir níveis mínimos de ductilidade nos seus edifícios, a semelhança do que já acontece nos projetos de especialidades, em que o dono de obra escolhe níveis mínimos e máximos de conforto nos edifícios.

Assim neste trabalho pretende-se quantificar a ductilidade de vigas, disponibilizando essa informação sobre a forma de ábacos, para consulta simples e rápida no pré-dimensionamento de um viga.

### **1.2 Objetivos**

A presente tese tem como principal objetivo medir a ductilidade em vigas de betão armado. A falta de regulamentação que permita quantificar e estabelecer limites para os índices de ductilidade é o principal ponto que levou à elaboração deste trabalho.

Para satisfazer o objetivo principal foram estabelecidos os seguintes objetivos parcelares:

- Análise da regulamentação existente para as metodologias de análise em estruturas de betão armado e disposições construtivas para estruturas de ductilidade melhorada.
- Apresentação de estudos relacionados com o tema para que possibilite a comparação dos resultados obtidos nas vigas e pilares de betão armado.
- Conhecimento das propriedades mecânicas dos materiais e aplicação de modelos que permitam a modelação computacional dos materiais, principalmente o betão quando sujeita à tração devido à abertura de fendas.
- Medição do índice de ductilidade de flecha com recurso ao programa de cálculo de análise não linear de elementos finitos (DIANA) em que se pretende avaliar o efeito da percentagem mecânica de armadura, as dimensões das vigas, a classe de betão e o índice de redistribuição, tentando contribuir para o esclarecimento científico de algumas questões em aberto.
- Elaboração de abacos para pré-dimensionamento de vigas tendo como base a ductilidade das estruturas.

### **1.3 Metodologia**

Para a realização desta dissertação utilizou-se o programa de cálculo de elementos finitos DIANA 9.4 da TNO, em que o betão foi simulado com elementos finitos planos de estado plano de tensão e os varões com elementos embebidos. Com o objetivo de determinar o índice de ductilidade de flecha criaram-se 162 modelos, ou seja, 162 vigas foram modeladas e analisadas.

Para cada viga ensaiada retirou-se a deformação correspondente ao momento da cedência e ao momento da rotura.

O tratamento estatísticos dos dados retirados do DIANA foi feito com recurso ao programa de cálculo Mathematica 9 da Wolfram. Com a aplicação de uma regressão polinomial de segunda ordem com duas variáveis independentes construiu-se as curvas de tendência que se pode observar no Capítulo 5.

### **1.4 Estruturação do Trabalho**

No presente capítulo é realizada uma introdução ao tema, os objetivos principais e secundários a que o autor propõe-se a realizar e é explicada a metodologia usada e uma estruturação do que é abordado em cada capítulo do trabalho.

No Capítulo 2 é apresentada de forma sintética alguma regulamentação, como o Eurocódigo 2 (NP EN 1992-1-1,2010) e o Regulamento de Estruturas de Betão Armado e Pré-esforçado (REBAP,1983), onde são descritos os tipos de análises e suas diferenças, pormenores de dimensionamento de estruturas de ductilidade melhorada, noção de rótula plástica e outros conceitos teóricos para a boa perceção desta dissertação.

O Capítulo 3 tem como objetivo apresentar vários trabalhos realizados ao longo dos anos relacionados com a ductilidade e identificar quais os parâmetros que mais a influenciam tanto em vigas como em pilares.

No Capítulo 4 aborda-se as propriedades dos materiais que constituem o betão armado e no seu comportamento à tração e à compressão, que é indispensável para uma boa modelação computacional dos mesmos. Expõe também os modelos utilizados para a caracterização dos materiais principalmente do betão à tração.

No Capítulo 5 é exemplificado como se realizaram as modelações das vigas ensaiadas, quais os parâmetros a variar e quais as propriedades mecânicas atribuir aos materiais. Neste são revelados os resultados e uma discussão entre os valores obtidos e os valores da bibliografia consultada.

O Capítulo 6 conclui o trabalho onde são descritas as conclusões e as observações mais relevantes deste trabalho e são também propostos novos estudos que pudessem complementar este trabalho.

# CAPÍTULO 2. DUCTILIDADE DAS ESTRUTURAS DE BETÃO ARMADO

---

Neste capítulo é abordado de forma resumida as metodologias de cálculo que se podem usar para o dimensionamento das estruturas de betão armado assim como as suas vantagens e limitações. Como será abordado mais à frente as metodologias construtivas tomam também especial importância no que refere a garantir a ductilidade das estruturas.

Numa tentativa para quantificar a ductilidade, são referidos alguns critérios como o índice de ductilidade de flecha, o índice de ductilidade de seção, a rotação plástica e o *drift ratio*.

No que refere as estruturas porticadas são abordados conceitos como capacidade de rotação, redistribuição de momentos e seus limites e rótula plástica.

## 2.1 Ductilidade nas Estruturas de Engenharia Civil

A ductilidade é uma propriedade dos materiais, da seção ou do elemento estrutural e é entendida como sendo a capacidade de se deformar sem que para isso ocorra um grande acréscimo de tensão.

A ductilidade é um parâmetro importante na escolha dos materiais para as estruturas, donde se destaca o material aço como material dúctil, pois ao se atingir a cedência o aço plastifica e começa a sofrer deformação sem que para isso seja necessário um grande incremento de tensão. Este comportamento é semelhante tanto à tração como a compressão.

As características dos aços não dependem só das suas propriedades químicas mas também do seu processo de fabrico. O processo de fabrico de laminado a quente permitiu desenvolver aços com características dúcteis, enquanto o endurecido a frio é mais frágil. O Eurocódigo 2 apresenta a relação constitutiva para os dois processos de fabrico, ver Figura 2.1, onde se observa claramente que o aço laminado a quente tem maior capacidade de deformação, pois permite um patamar de plastificação muito maior.

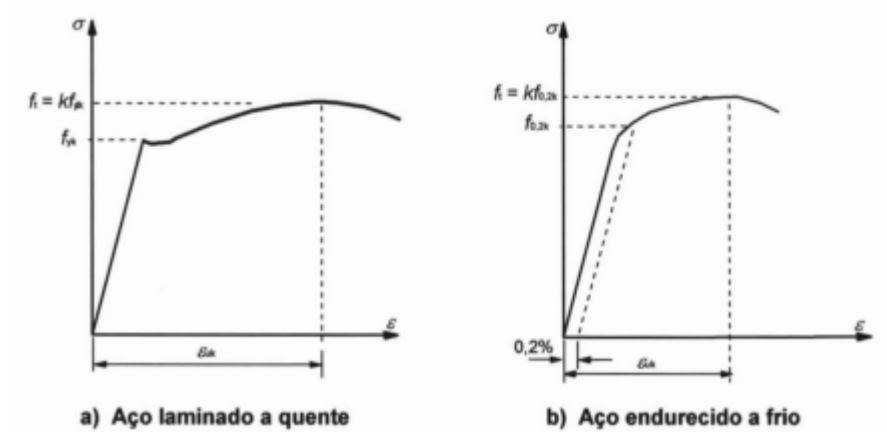


Figura 2.1 Relação de tensão extensão para aços laminados a quente e aço laminado a frio segundo o Eurocódigo 2 (2010)

Por outro lado o betão assume comportamentos diferentes quando sujeitos a esforços de tração e compressão, ver Figura 2.2, tendo muito pouca resistência à tração e elevada resistência à compressão. Sendo que em nenhum dos casos o betão adota um comportamento dúctil.

A rotura do betão é do tipo “quasi-frágil”, tanto à tração como à compressão com elevada resistência a compressão e baixa resistência à tração, inclusive já fabrica-se betões com tensões de cedência a superior a 100 MPa à compressão.

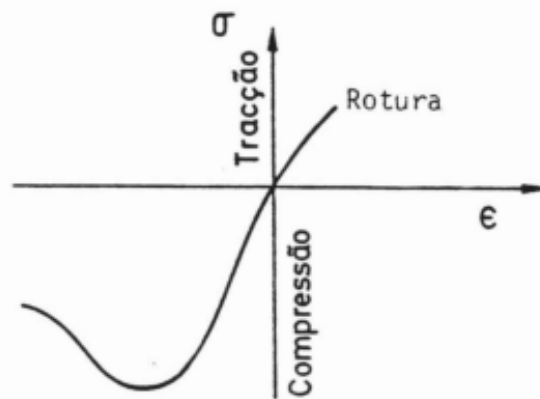


Figura 2.2 Relação constitutiva do betão

O Eurocódigo 2 no capítulo 3.2 e no anexo C define três classes de aço a classe A, B e C, correspondente a aços de ductilidade normal, elevada e especial. Ao comparar os aços o aço de classe C tem uma extensão máxima de até três vezes o da classe A. O valor de endurecimento  $k$  também aumenta o que quer dizer que a diferença entre a tensão última e a tensão de cedência também é maior.

Classe	A	B	C
Valor característico da tensão de cedência $f_{yk}$ (MPa)		400 a 600	
Valor mínimo de $k = (f_u/f_y)_k$	$\geq 1,05$	$\geq 1,08$	$\geq 1,15$ $\leq 1,35$
Valor característico da extensão à tensão máxima $\varepsilon_{uk}$ (%)	$\geq 2,5$	$\geq 5,0$	$\geq 7,5$

Tabela 2.1 Propriedades das armaduras segundo o Anexo C do Eurocódigo 2 (2010)

Refere-se ainda que a regulamentação define classes de ductilidade mínimas para valores de redistribuição de esforços, onde impõe a utilização de aços de elevada ductilidade para o uso de análise plástica.

Torna-se então interessante estudar a ductilidade em estruturas de betão armado porque apesar de o betão ter uma rotura frágil e pouca capacidade de deformação, o material betão armado permite ter uma rotura dúctil e com elevada deformação. É possível através duma redistribuição de esforços diminuir a quantidade de armadura numa determinada zona, que pode estar com muita concentração de armadura (normalmente a zona dos apoios), procedendo a um acréscimo da armadura numa zona menos concentrada (normalmente a meio vão).

Uma análise elástica com redistribuição de esforços ou uma análise não linear implica que as seções tenham suficiente capacidade de deformação e rotação, ou seja tenham ductilidade suficiente para que a peça em questão tenha o comportamento esperado.

Segundo Costa e Appleton (2002:p.46) a ductilidade influencia vários aspetos importantes no comportamento das estruturas como por exemplo:

- Aviso prévio relativo a situações de rotura pelo aparecimento de grandes deformações;
- Capacidade de suportar deformações impostas originadas, por exemplo, por variações de temperatura, assentamentos de apoio, retração, fluência e acções sísmicas;
- A capacidade de suportar acções acidentais imprevistas sem colapsarem;
- Capacidade de dissipação de energia sob acção de cargas cíclicas como os sismos;

Deste ponto de vista é sempre preferível e recomendável dimensionar estruturas com capacidade de deformação principalmente para as acções sísmicas e acidentais. As estruturas inseridas em zonas de elevado risco sísmico devem ter elevada capacidade de

dissipação de energia de modo a que na ocorrência de um sismo a estrutura não colapse mesmo ficando num estado inutilizável.

O dimensionamento de uma estrutura segundo critérios de ductilidade permite também retirar o máximo proveito do material nomeadamente do aço e aumentar a segurança da mesma. Pois como a estrutura tem elevada capacidade de deformações, fornece aos utilizadores um aviso prévio de algum problema que esteja a ocorrer. Em de ocorrência de cargas ou impactos não previstos como explosões ou mudança de utilização do edifício, uma estrutura com ductilidade melhorada permite que seja feita uma adequada redistribuição de esforços. Ao utilizar-se critérios de ductilidade garantir-se-á um melhor comportamento das estruturas nestes casos.

A utilização desta filosofia de dimensionamento permite que na maior parte dos casos as estruturas sejam mais económicas, mas levanta outros tipos de cuidados, tanto no dimensionamento como na execução.

Cuidados que se prendem com conhecimento correto das propriedades dos materiais o que nem sempre é fácil pois, tanto o aço como o betão não têm comportamento linear. Importante assim que a atribuição das relações constitutivas dos materiais sejam bem introduzida nos programas de cálculo. Outra dificuldade prende-se com o controlo rigoroso das deformações dos elementos onde ocorreram as rótulas plásticas e também poder controlar as deformações globais das estruturas que serão fortemente influenciadas por essas deformações locais.

## **2.2 Ductilidade de Estruturas porticadas**

A capacidade de deformação de uma estrutura ou a sua ductilidade é influenciada por vários fatores. Assim sendo é de seguida abordado alguns fatores e características que as estrutura devem garantir para que se possa avaliar a sua ductilidade.

“As características de ductilidade das estruturas podem ser analisadas em função das curvaturas nas suas secções, das rotações das secções críticas, ou em termos dos deslocamentos globais desses elementos.” (LNEC 1986)

### **2.2.1 Rótula Plástica**

Ao considerar-se que a viga é constituída por um material elasto-plástico perfeito com uma relação momento versus curvatura na seção tem a seguinte relação, ver Figura 2.3. A rótula plástica ocorre quando a seção é totalmente plastificada. Para que este fenómeno ocorra é preciso que o momento máximo ( $M_{max}$ ) da viga atinja o momento de plastificação ( $M_p$ ).

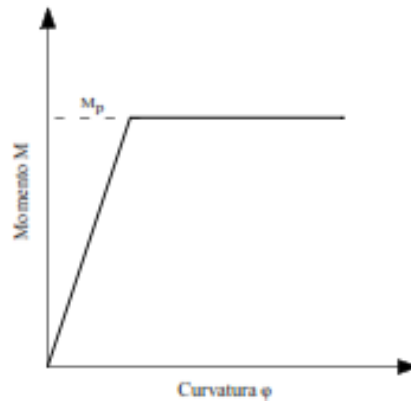


Figura 2.3 Curva momento curvatura para material elasto-plástico perfeito, segundo Araújo (2003)

No entanto é sabido que a formação dessa rótula não ocorre numa só seção mas num determinado comprimento ver Figura 2.4a.

O diagrama da curvatura da viga aumenta linearmente até se atingir a zona da rótula plástica atingindo o valor  $k_c$ , ver Figura 2.4c, aí ocorre um crescimento muito mais rápido atingindo  $k_{max}$ . A curvatura permanece finita enquanto a não se atingir a plastificação de todas as fibras da seção. Ao se atingir essa plastificação a curvatura torna-se muito grande e aí a viga atinge a rotura, devido a deformações elevadas.

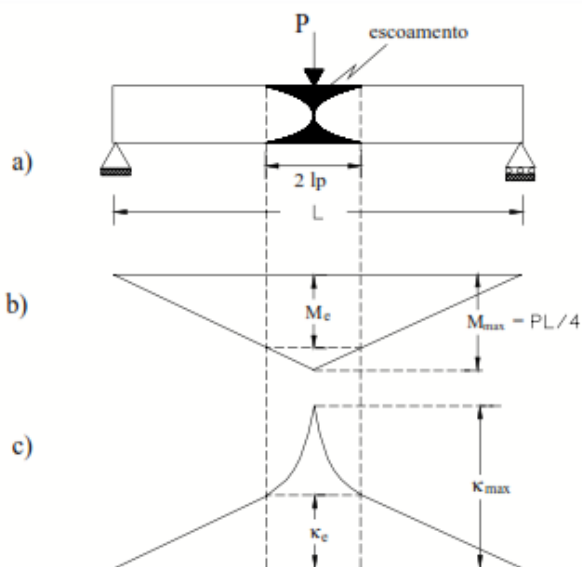


Figura 2.4 Formação de rótula plástica num material elasto-plástico, segundo Araújo (2003)

No entanto num material como o betão armado a formação e rótulas dá-se de maneira diferente, pois apesar de se considerar por vezes que este tem um comportamento elasto-plástico perfeito na realidade não tem. Assim a formação de rótulas ocorre plastificação do betão e das armaduras, ver Figura 2.5. Com o aparecimento da rótula plástica por flexão a profundidade da linha neutra diminui, ocorre a formação de fissuras na zona da rótula e uma

variação da rigidez da viga. A rótula plástica por flexão aparece sempre nas zonas de momentos máximos, normalmente a meio vão e nos apoios.

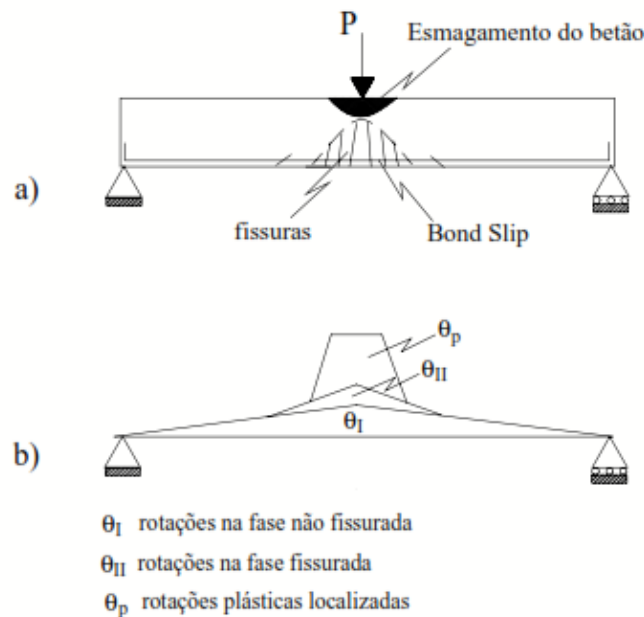


Figura 2.5 Formação de rótula plástica por flexão no betão armado, segundo Silva (1977)

São estes os fenómenos que contribuem para a formação de rotações plásticas em torno da seção crítica. Este fenómeno da rotação será aprofundado nos próximos capítulos.

## 2.2.2 Capacidade de Rotação

A capacidade de rotação requerida e disponível depende de vários fatores como o material, a geometria e o carregamento. Estando relacionadas entre si, é possível no entanto estudar ambas separadamente.

### 2.2.2.1 Capacidade de Rotação Disponível

A capacidade de rotação disponível depende das propriedades mecânicas do betão e do aço, do escorregamento relativo entre o aço e o betão (*Bond Slip*), da ductilidade do aço das características geométricas da seção e do elemento, e das quantidades de armaduras à tração utilizadas.

A Figura 2.6 mostra o efeito do esforço transversal na capacidade de rotação plástica. Constata-se que para ocorrerem rótulas plásticas por corte a tensão deverá ser superior a 1,3MPa.

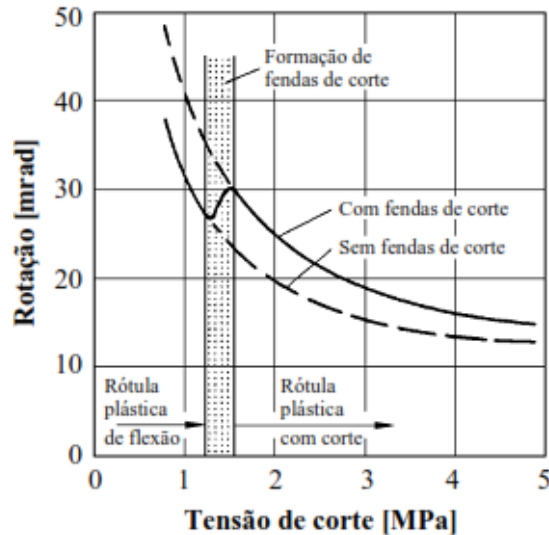


Figura 2.6 Capacidade de rotação em função da tensão de corte e uma percentagem de armadura de tração  $\rho=1\%$ , retirado de Langer (1998)

Outro parâmetro importante a estudar é capacidade de rotação em função da esbelteza. Na Figura 2.7 observa-se que com o aumento da esbelteza a capacidade de rotação também aumenta.

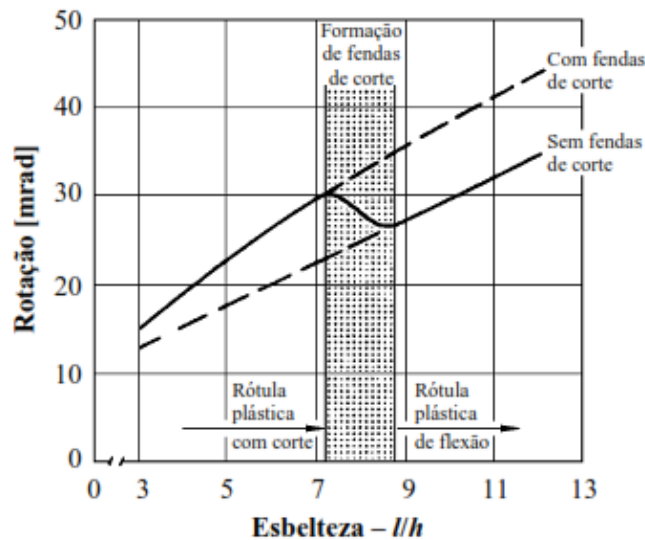


Figura 2.7 Capacidade de rotação em função da esbelteza para  $\rho=1\%$  retirado de Langer (1998)

O Eurocódigo 2 define valores para a capacidade de rotação disponível, onde é admitido que a rótula plástica tem aproximadamente 1,2 vezes a altura da seção, ver Figura 2.8. E que a capacidade de rotação requerida ( $\theta_s$ ) deve ser inferior a capacidade de rotação disponível ( $\theta_{pl,disp}$ ) que é igual à multiplicação do valor da rotação plástica base  $\theta_{pl}$ , valor esse que engloba as características materiais e seccionais, por um fator que engloba a esbelteza e esforço transversal, ver Equação [2.1].

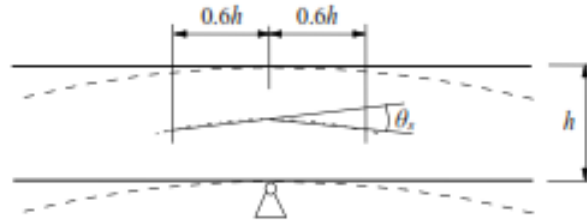


Figura 2.8 Comprimento da rótula plástica segundo o Eurocódigo 2 (2010)

$$\theta_{pl,disp} = \theta_{pl} \sqrt{M_{sd} / 3V_{sd}d} \quad [2.1]$$

Em que:

- $\theta_{pl,disp}$  Rotação plástica disponível (rad);
- $\theta_{pl}$  Rotação plástica (rad);
- $M_{sd}$  Momento atuante (Nm);
- $V_{sd}$  Transverso atuante (N);

Para os betões de classes de resistência superiores a C50/60 ocorre uma limitação da profundidade da linha neutra devido a fragilidade destes betões.

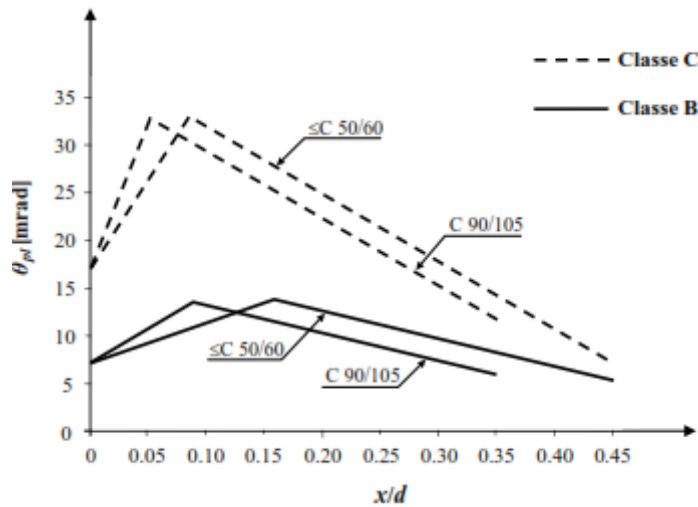


Figura 2.9 Capacidade de rotação base em função da geometria da seção, da classe de betão e da classe de aço, Eurocódigo 2 (2010)

### 2.2.2.2 Capacidade de Rotação Requerida

A capacidade de rotação depende da rigidez à flexão, da esbelteza, da geometria, do tipo de carregamento, do fator de redistribuição e do tipo de apoio.

A capacidade de rotação requerida inicia-se quando ocorre a primeira rótula plástica (zona 2), é nesta altura que entra o fator de redistribuição e a rigidez de flexão. Assim a estrutura tem que ter capacidade de rotação suficiente para que possa ocorrer a seguinte rótula plástica (zona3). Ao se atingir o número de rótulas plásticas máxima da estrutura, ou seja, a criação de um mecanismo, atinge-se a rotura e a capacidade de rotação requerida máxima.

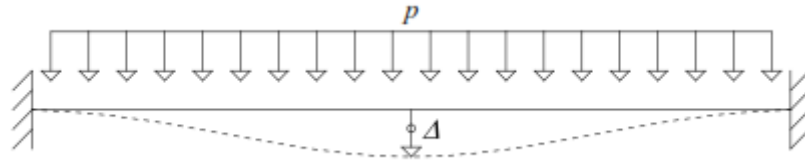


Figura 2.10 Carga uniforme e sua deformação numa viga contínua segundo de Santos (2012)

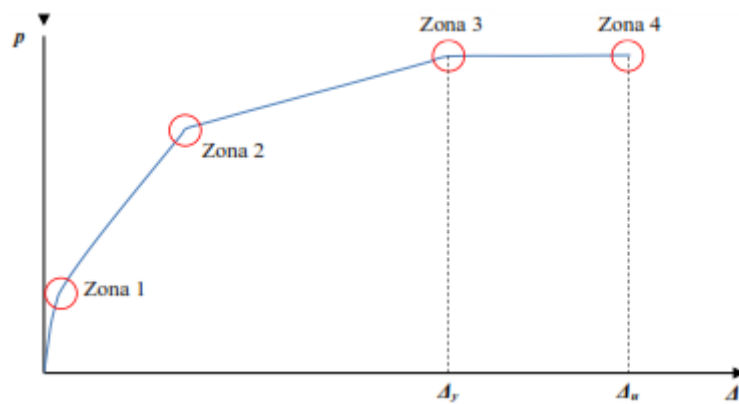


Figura2.11 Gráfico de carga-deslocamento, segundo Santos (2012)

$$\theta_s < \theta_{disp} \quad [2.2]$$

Em que:

$\theta_s$  Rotação requerida (rad);

A capacidade de rotação requerida pode ser calculada através de uma comparação entre análise elástica e análise plástica com rotações impostas na zona da rótula.

A Figura 2.12 mostra a um método para o cálculo da rotação plástica que consiste que consiste na variação entre o momento elástico e o momento plástico. Essa variação multiplicada por dois e dividida pelo coeficiente de rigidez do elemento permite ter uma estimativa da capacidade de rotação requerida do elemento.

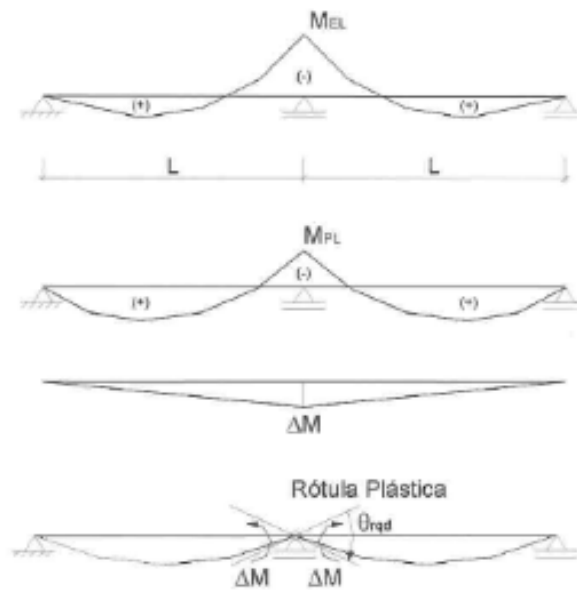


Figura 2.12 Comparação de uma análise elástica com uma análise plástica

$$\theta_s = 2\Delta M/k \quad [2.3]$$

Em que:

$\Delta M$  Variação do momento (Nm)  
 $k$  Coeficiente de rigidez (ver Anexo A)

Normalmente a verificação da capacidade de rotação disponível ser superior a requerida não é verificada de forma direta mas sim de forma indireta limitando a redistribuição de momentos ou a posição da linha neutra como é demonstrado na Figura 2.9.

De maneira a tenta quantificar a capacidade de rotação requerida relacionando a esbelteza em função da redistribuição de esforços, Eligehausen e Fabritius (1993) desenvolveram um ábaco, ver Figura 2.13 em que observa-se que a medida que a redistribuição de esforços aumenta a capacidade de rotação requerida também aumenta.

“A rotação plástica requerida aumenta linearmente em função da esbelteza ( $l/d$ ), enquanto que a rotação plástica disponível aumenta apenas  $(l/d)^{0.5}$ ”, segundo Eligehausen e Fabritius (1993:p.104).

Assim observa-se o parâmetro esbelteza tem maior influência na capacidade de rotação plástica requerida do que na rotação plástica disponível. A redistribuição de esforços também aumenta significativamente a rotação plástica requerida.

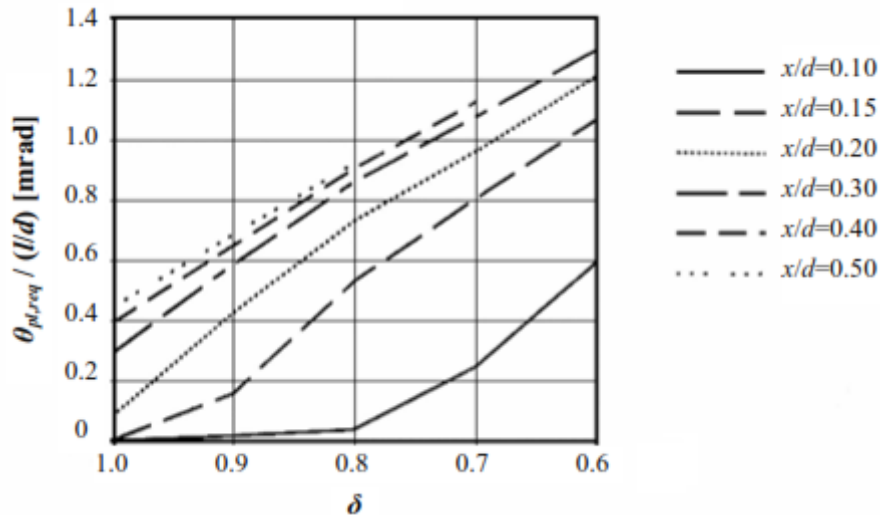


Figura 2.13 Rotação plástica relacionando a esbelteza em função da redistribuição de esforços, adaptado de Elgehausen e Fabritius (1993)

### 2.2.3 Indicadores de Ductilidade

Na avaliação da ductilidade das estruturas é corrente a utilização de três parâmetros:

- i. Índice de ductilidade de flecha:

$$\mu_{\Delta} = \frac{\Delta_u}{\Delta_y} \quad [2.4]$$

Em que:

- $\mu_{\Delta}$  Índice de ductilidade de flecha
- $\Delta_u$  Deslocamento na rotura (m)
- $\Delta_y$  Deslocamento na cedência (m)

O índice de ductilidade de flecha consiste no quociente entre a flecha última e a flecha medida na cedência, ver Figura 2.11, pode ser entendido também como coeficiente de ductilidade global, pois mede os deslocamentos globais da estrutura.

- ii. Rotação plástica

$$\theta_{pl} = \theta_t - \theta_{el} \quad [2.5]$$

Em que:

- $\theta_t$  Rotação total (rad)
- $\theta_{el}$  Rotação elástica (rad)

A rotação total é o somatório das curvaturas ao longo do elemento no instante da rotura e rotação elástica é definida de igual forma mas no instante da cedência. A rotação plástica é um coeficiente de ductilidade local que mede a rotação plástica de uma secção.

iii. *Drift Ratio*:

$$DR = \frac{\Delta}{H} \cdot 100\% \quad [2.6]$$

Em que:

$DR$  *Drift Ratio* (%)  
 $\Delta$  Deslocamento no topo do pilar (m)  
 $H$  Altura do pilar (m)

O *Drift Ratio* representa uma inclinação do pilar.

Os dois primeiros critérios são mais indicados para o caso de vigas e lajes, não obstante podem ser utilizados também para quantificar a ductilidade em pilares enquanto o terceiro critério é mais indicado para pilares.

No entanto outros fatores podem ser utilizados para quantificar a ductilidade. O Eurocódigo 2 (2010) apresenta o fator de redistribuição e o grau de redistribuição, no entanto estes fatores não são índices de ductilidade nem quantificam a ductilidade da estrutura.

$$\delta = \frac{M_{red}}{M_{elas}} \quad [2.7]$$

$$\eta = (1 - \delta) \quad [2.8]$$

Em que:

$\delta$  Fator de redistribuição  
 $\eta$  Grau de redistribuição  
 $M_{red}$  Momento do apoio depois da redistribuição (Nm)  
 $M_{elas}$  Momento do apoio calculado de acordo com a teoria da elasticidade (Nm)

Relativamente as seções transversais é normal utilizar o fator ( $\mu_{\Phi}$ ) para quantificar a ductilidade nas seções.

$$\mu_{\Phi} = \frac{\Phi_u}{\Phi_y} \quad [2.9]$$

Em que:

$\mu_{\Phi}$  Fator de ductilidade de seção  
 $\Phi_u$  Curvatura última (1/m)  
 $\Phi_y$  Curvatura na cedência (1/m)

É um coeficiente de ductilidade local, pois quantifica a percentagem de curvatura que uma secção pode sofrer depois de atingir a cedência.

A ductilidade referida a curvaturas ou a rotações é caracterizada pelo comportamento dos elementos estruturais e influencia a capacidade de redistribuição de esforços. A ductilidade em termos de deslocamentos permitir medir a capacidade que a estrutura tem para se deformar de forma não elástica no seu global.

## 2.2.4 Limites de Redistribuição

A distribuição dos momentos não pode ser feita de forma ilimitada. Para isso existem diversos regulamentos que apresentam limitações a redistribuição.

Segundo Carmo e Lopes (2005:p.195) “o coeficiente de redistribuição ( $\delta$ ) depende da relação entre a capacidade de rotação plástica nas zonas críticas e da rotação plástica requerida para assegurar na deformação da estrutura.”, isto permite verificar que  $\delta$  depende da ductilidade das zonas críticas, mais concretamente da capacidade de rotação das zonas críticas. Neste sentido para calcular o coeficiente  $\delta$ , o parâmetro mais utilizado e que melhor quantifica a rotação plástica é o rácio entre a profundidade da linha neutra e a altura útil da seção  $x / d$ .

De seguida são apresentados os limites de redistribuição definidos pela bibliografia consultada.

### 2.2.4.1 Eurocódigo 2

O Eurocódigo 2 (2010) diz que é possível uma redistribuição de momentos sem uma verificação explícita da capacidade de rotação, desde que:

$f_{ck} \leq 50 \text{ MPa}$	$\delta \geq 0,44 + 1,25 \left( 0,6 + \frac{0,0014}{\varepsilon_{cu2}} \right) x_u / d$	[2.10]
$f_{ck} > 50 \text{ MPa}$	$\delta \geq 0,54 + 1,25 \left( 0,6 + \frac{0,0014}{\varepsilon_{cu2}} \right) x_u / d$	[2.11]
Armaduras de classe B ou C	de $0,7 \leq \delta \leq 1,0$	
Armaduras Classe A	de $0,8 \leq \delta \leq 1,0$	

Tabela 2.2 Coeficiente de redistribuição segundo o Eurocódigo 2 (2010)

Em que:

$\varepsilon_{cu2}$  Extensão última  
 $f_{ck}$  Tensão de cedência

O Eurocódigo 2 define assim que o valor do coeficiente de redistribuição depende da classe o aço e da classe do betão. Permite redistribuições até 30% para aços de classe B ou C e 20% para classe A.

### 2.2.4.2 REBAP

O regulamento português define que os esforços das estruturas reticuladas devem-se satisfazer as condições de equilíbrio e as compatibilidades das deformações. Em geral pode ser admitida uma análise elástica perfeita. Assim deve-se proceder a uma redistribuição de esforços em que ao momento fletor calculado na análise elástica é multiplicado pelo coeficiente de redistribuição.

$\leq B40$	$\delta \geq 0,44 + 1,25. x_u / d$	[2.12]
------------	------------------------------------	--------

$> B40$	$\delta \geq 0,56 + 1,25. x_u / d$	[2.13]
---------	------------------------------------	--------

**Tabela 2.3 Coeficiente de redistribuição segundo REBAP (1986)**

Estes valores devem estar ainda condicionados pela seguinte restrição:

Estruturas de nós fixos	$0,75 \leq \delta \leq 1$	[2.14]
-------------------------	---------------------------	--------

Estruturas de nós móveis	$0,90 \leq \delta \leq 1$	[2.15]
--------------------------	---------------------------	--------

**Tabela 2.4 Limites para o coeficiente de redistribuição segundo REBAP (1986)**

Comparando com os outros regulamento consultados, o regulamento português não faz distinção entre as classes de aço, apenas define valores limites consoante a classe do betão. Isto traduz-se numa limitação do coeficiente de redistribuição mas ao mesmo tempo assegura a segurança. No entanto e ao contrário do Eurocódigo 2 o coeficiente de redistribuição depende do tipo de estruturas.

Em comparação com o REPAB, o Eurocódigo 2 é mais tolerante nos limites do coeficiente de redistribuição, pois o regulamento português permite redistribuições até os 25% para estruturas de nós fixos e de 10% para estruturas de nós móveis. O REBAP não considera as características mecânicas do aço que como já vimos anteriormente é um elemento importante na capacidade de deformação da estrutura.

### 2.2.5 Efeito do Esforço Axial

Os características de ductilidade em secções submetidas a esforços axial alteram, em comparação com as secções onde só existe esforços de flexão. É reconhecido que a presença de esforço axial de compressão até uma determinada grandeza melhora o momento fletor resistente da secção. Por lado para esforços axiais de compressão ou tração elevados diminuem o momento fletor resistente.

Na Figura 2.14 observa-se a relação da percentagem de armadura consoante o momento fletor reduzido e o esforço axial reduzido, para a flexão composta. Observa-se também que

até valores de esforço axial reduzido até 0,4, que corresponde ao ponto de balanceamento, melhora a capacidade resistente da secção, a partir desse ponto o efeito do esforço axial provoca um aumento de percentagem de armadura a utilizar.

Segundo o MC2010 (2010:p.22) “o confinamento adequado do betão permite o aumento do esforço axial e da ductilidade.” Para o cálculo destas propriedades deve ser verificado a resistência última após ocorrer o destacamento do betão e assegurar que a encurvadura prematura dos varões longitudinais é impedida pelas cintas.

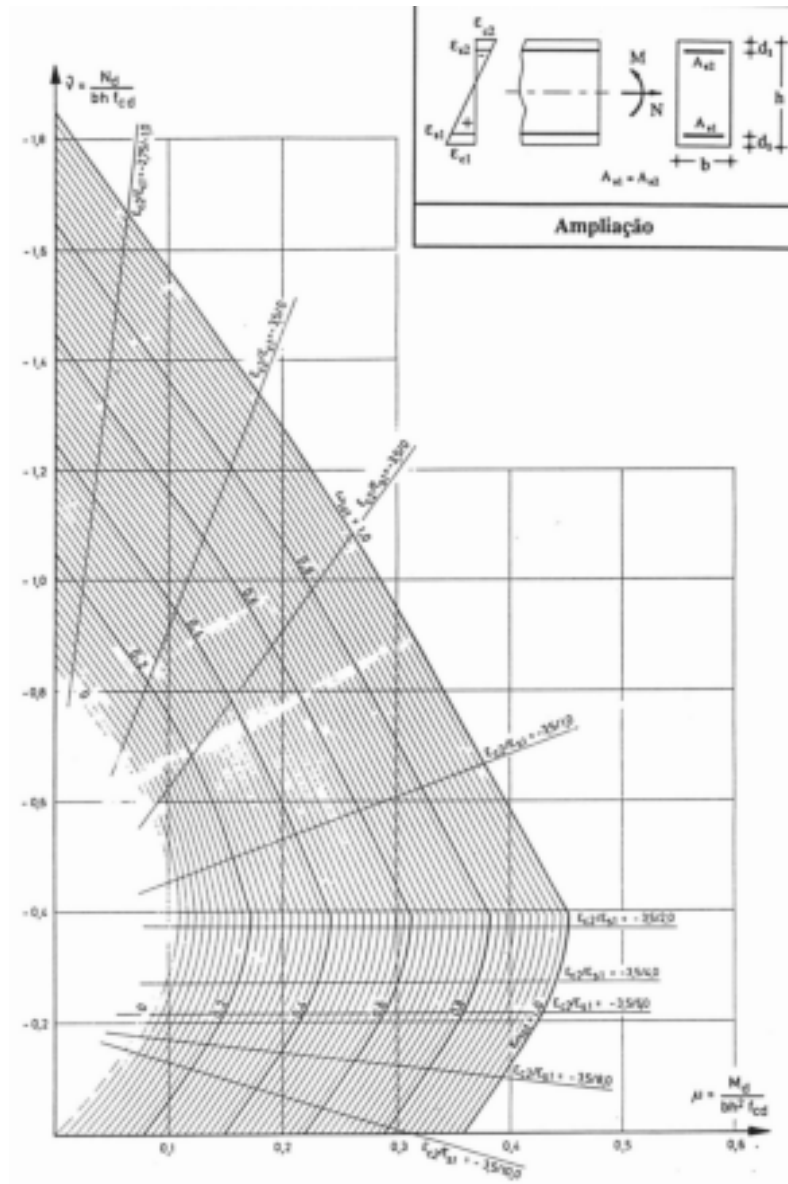


Figura 2.14 Flexão composta para secções retangulares adaptada do CEB (1982)

Na condição “balanceada”, isto é, quando se atinge em simultâneo a cedência das armaduras e a rotura pelo betão, que acontece para esforços axiais cerca de 40% a 50% da capacidade resistente à compressão simples, a ductilidade é pequena devido à não

linearidade do comportamento do betão à compressão, já para valores inferiores a esse limite a ductilidade aumenta. O esforço axial reduzido é dado pela equação [2.16].

$$\nu = \frac{N_{sd}}{f_{cd}bh} \quad [2.16]$$

Em que:

$\nu$  Esforço axial reduzido

Os elementos estruturais normalmente submetidos a flexão composta são os pilares, em que as ações horizontais têm um papel importante no seu dimensionamento.

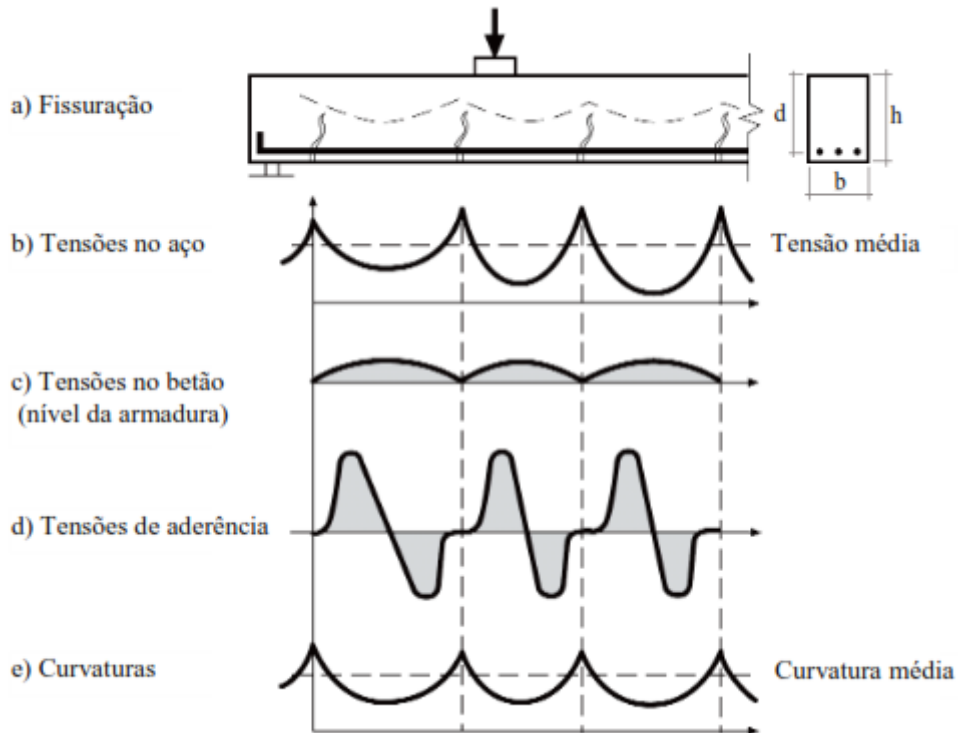
É corrente que estes elementos sejam sobredimensionados, em particular os edifícios. Isto para que o dano aconteça primeiro nas vigas, evitando um colapso prematuro das estruturas devido a formação de rótulas plásticas nos pilares. Isto vai de encontro ao que será mencionado no subcapítulo 2.3.2 em que o Eurocódigo 2 proíbe uma redistribuição de esforços nos pilares.

### 2.2.6 Efeito Tension Stiffening e Bond-Slip

*Tension Stiffening* é um termo da literatura inglesa que significa a capacidade de retenção de tensões à tração. Este fenómeno traduz-se na capacidade de rigidez do betão fendilhado à tração. É devido a este fenómeno que a abertura de fendas dá-se com um espaçamento mais ou menos uniforme ao longo da viga.

*Bond-Slip* é também um termo inglês e traduz-se como sendo o escorregamento do aço relativamente ao betão. É a aderência entre os dois materiais que permite que ocorra a passagem de tensões do aço para o betão.

Quando a tensão do betão atinge a tensão de rotura à tração origina-se uma fenda. Então é o escorregamento que faz com que o betão volte atingir novamente a tensão de rotura o que origina uma nova fenda numa seção afastada. Caso contrário a próxima fenda seria imediatamente ao lado da primeira fenda.



**Figura 2.15** Distribuição das tensões e das curvaturas num elemento de betão fendilhado adaptado de **ARCER (2003)**

É precisamente na zona da fenda onde se originam a maioria das deformações plásticas e conseqüentemente a rotura do aço. Então para que a estrutura tenha a ductilidade pretendida é necessária a utilizar um varão com elevada deformação. É aqui que o aço tem uma grande importância na ductilidade da estrutura o que poderia não ser tão importante caso não existisse o efeito *Bond-Slip*.

### 2.2.7 Comportamento das Estruturas Hiperestáticas

Como já visto no subcapítulo 2.2.6 a aderência entre os varões e o betão influencia a ductilidade das estruturas. Costa e Appleton (2002:p.49) afirmam que “a deformação das rótulas plásticas depende da manutenção da aderência entre a armadura e o betão”.

O aparecimento de rótulas plásticas torna-se essencial para que um estrutura tenha capacidade de deformação. Assim quanto maior for o grau de hiperestatia da estrutura maior será a capacidade de formar rótulas plásticas, isto é, uma estrutura de grau três, por exemplo uma viga bi-encastada, tem capacidade para formar até três rótulas plásticas sem colapsar.

Numa estrutura tipo pórtico as rótulas podem se formar nos pilares ou nas vigas. Caso estas se formem nos pilares (mecanismo pilar) a ductilidade exigida por curvatura ou rotação é

muito superior, para iguais valores de ductilidade em deslocamentos, ao caso de estas se formarem nas vigas (mecanismo viga).

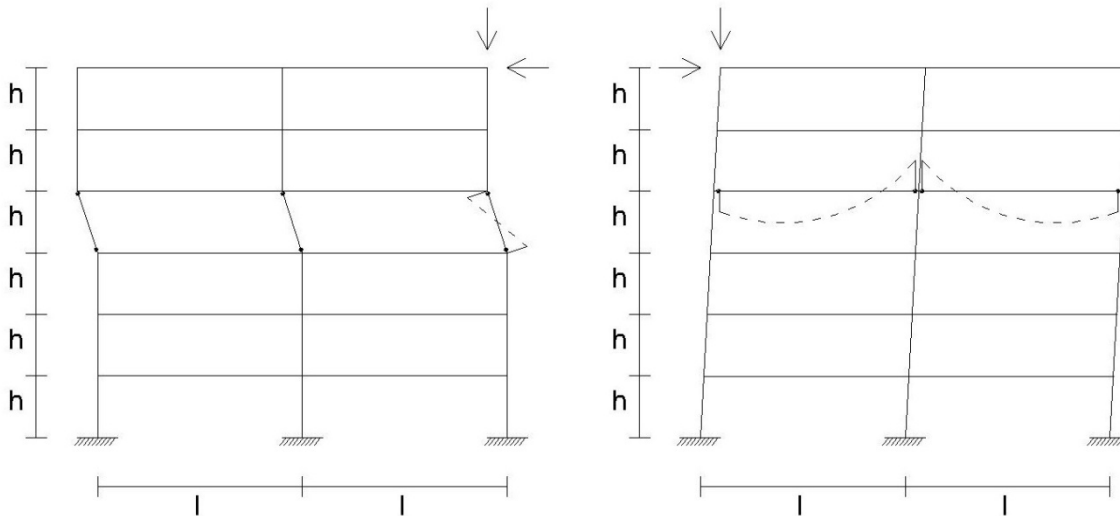


Figura 2.16 Mecanismo pilar versus mecanismo viga, adaptado de LNEC (1986)

Assim normalmente a ductilidade que é exigida por curvatura as secções dos pilares não é compatível com a ductilidade disponível pelas secções, já nas vigas a ductilidade por curvatura e por deslocamentos é compatível com a ductilidade disponível.

No entanto nem sempre é fácil não permitir a formação de rótulas plásticas nos pilares principalmente quando se faz uma análise dinâmica a estrutura.

### 2.3 Metodologias de Calculo

Em seguida são apresentadas os métodos de cálculo utilizados para a conceção das estruturas, assim como as suas metodologias, vantagens e limitações.

#### 2.3.1 Analise Elástica Linear

É o método de cálculo mais utilizado devido à sua simplicidade e segurança pois este método não explora toda a capacidade resistente dos materiais, o que torna a estrutura mais cara principalmente num dimensionamento sísmico.

Este método de cálculo baseia-se no princípio clássico da Resistência dos Materiais em que estes têm um comportamento elástico linear (Lei de *Hooke*) e na Hipótese de Bernoulli em que uma seção se mantém plana mesmo depois de se deformar.

A determinação dos efeitos das ações compreende as seguintes hipóteses referidas no Eurocódigo 2:

- i. Seções não fendilhadas;
- ii. Relação tensão-extensão linear;
- iii. Valores médios do módulo de elasticidade;

Considera-se a capacidade limite da peça é condicionada pela rigidez da seção, isto é, quando a fibra mais esforçada atinge a cedência. Isto produz estruturas muito rígidas e pouco dúcteis, conseqüentemente pouco deformadas.

### 2.3.2 Análise Elástica Linear com Redistribuição Limitada

Com a aplicação deste método pode-se proceder à redistribuição dos momentos provenientes de análise elástica linear, desde que os momentos daí resultantes continuem a equilibrar as cargas atuantes, como mostra a Figura 2.17.

Segundo o REBAP (1983:p.119) "... para estruturas correntes, uma análise linear, eventualmente seguida de uma redistribuição, conduz em geral a resultados satisfatórios,...".

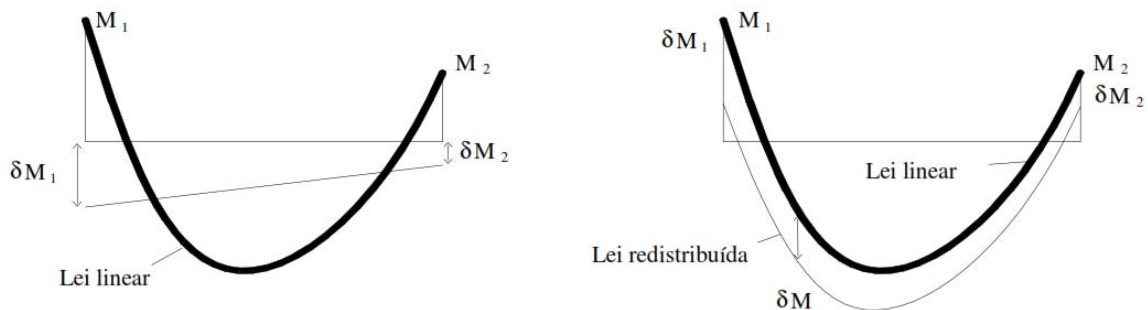


Figura 2.17 Momentos elásticos e redistribuídos, segundo Martins e Ferreira (2006)

A redistribuição de momentos permite baixar os momentos negativos e aumentar os momentos positivos mantendo assim o equilíbrio estático e retirando maior proveito da estrutura.

Para a aplicação deste método o Eurocódigo 2 chama atenção para os seguintes aspetos:

- i. Solicitações predominantemente à flexão;
- ii. Relação entre vãos adjacentes entre os 0,5 e 2;
- iii. A capacidade de rotação do elemento estrutural deve ser garantida:

Para os pilares não deve ser feita uma redistribuição de momentos.

No entanto esta redistribuição não pode ser feita de forma descontrolada, e para isso existem vários regulamentos que restringem a variação do momento, este assunto já foi abordado no subcapítulo 2.2.4 da pag.17.

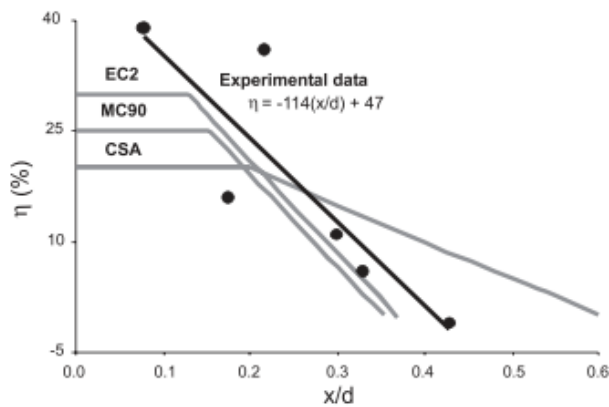


Figura 2.18 Comparação das normas para a redistribuição de esforços, segundo Carmo e Lopes (2005)

Num estudo realizado por Carmo e Lopes (2005) que consistiu em medir o grau de redistribuição através de uma análise linear com uma redistribuição de momentos e compara-los com os limites definidos pelos regulamentos existentes, observa-se que o Eurocódigo 2 (EC2) permite valores de redistribuição superiores em comparação com o Modelo de Código 90 (MC90) e a Norma Canadiana (CSA).

### 2.3.3 Análise Plástica

O cálculo plástico tem como objetivo determinar a carga para a qual a estrutura entra em colapso devido à formação de um mecanismo.

Este método considera a plastificação das seções. Deve-se garantir que as seções têm ductilidade suficiente para a formação do mecanismo considerado. O que provoca deformações elevadas na estrutura, mas também permite tirar o máximo proveito dos materiais tornando a estrutura mais económica.

Na análise plástica considera-se que o comportamento é elástico perfeitamente plástico e deverá basear-se num dos seguintes métodos, o método estático, método cinemático utilizando-se normalmente princípio dos trabalhos virtuais.

O Eurocódigo 2 (2010:p.72) refere algumas situações para garantir a ductilidade das seções:

- i. A área de armadura a tração é limitada de tal forma que em qualquer seção:

$$x_u/d \leq 0,25 \text{ para classes de betão } \leq C50/60;$$

$$x_u/d \leq 0,15 \text{ para classes de betão } \geq C55/67;$$

- ii. Armaduras de classe B ou C;
- iii. A relação entre os momentos nos apoios e os momentos a meio vão deverá estar entre 0,5 e 2;

O tipo de aço toma grande importância uma vez que a ductilidade de um aço de classe C (alta ductilidade) pode ser superior ao dobro em relação ao aço de classe B (média ductilidade), sendo que os de Classe A não são recomendados para uma análise plástica.

Com este tipo de análise não é preciso considerar a alternância de sobrecargas basta só o equilíbrio.

### 2.3.4 Análise não Linear

Este método tenta retratar o real comportamento da estrutura. Sendo o mais complicado pois implica modelação do comportamento conjunto betão e aço.

Na leitura da Figura 2.19 observa-se que até ao ponto B, momento em que se inicia a fissuração do betão, a análise linear corresponde a análise não linear. No ponto C podem acontecer duas coisas ou o aço atinge o limite elástico e inicia-se a fase plástica ou o betão começa a fraturar ou então ambos ao mesmo tempo.

Se a estrutura for dúctil o suficiente supera-se o ponto C e nessa fase as características do aço manifestam-se, tanto quanto mais dúctil for o aço, até se atingir o ponto E (curva 2) que corresponde ao colapso. Se a estrutura for frágil atinge-se o colapso da seção mais solicitada (curva 3). O ponto D corresponde ao máximo momento.

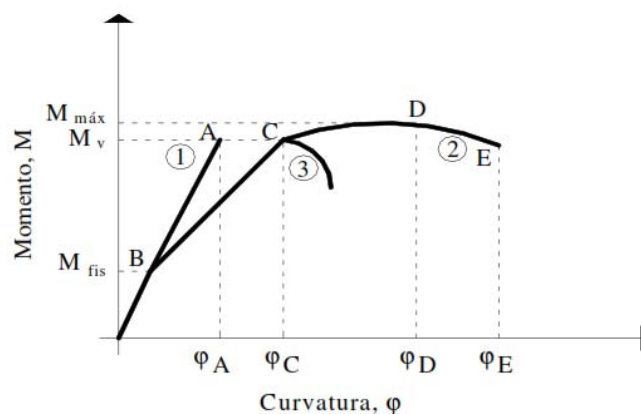


Figura 2.19 Diagramas de momento curvatura obtidos mediante uma análise linear e não linear, segundo de Martins e Ferreira (2006).

Dois efeitos que retratam bem a não linearidade do material betão-armado são o efeito de *Tension Stiffening* e o efeito de *Bond-Slip*, que significam a capacidade de retenção de tensões por parte do betão e a aderência entre os dois materiais, respetivamente. Estes efeitos foram abordados no subcapítulo 2.2.6. No Capítulo 4 será explicado de forma resumida algumas características não lineares dos materiais que constituem o betão armado.

A dificuldade desta análise é definir com segurança o comportamento não linear adequado para os materiais. Esta problemática será abordada no Capítulo 4

## 2.4 Disposições Construtivas para Estruturas de Ductilidade Melhorada

Neste subcapítulo são apresentadas as disposições e metodologias construtivas referidas pelo REBAP para melhorar a ductilidade das estruturas. Estas disposições visam garantir que a rotura dá-se sempre pelas armaduras, rotura dúctil, e não pelo betão, rotura frágil. Isto poderá traduzir-se numa limitação da percentagem de armadura a utilizar. Garantir uma boa cintagem do betão e uma maior segurança relativa ao esforço transversal.

Em relação às estruturas porticadas procura-se garantir que as rótulas plásticas ocorrem sempre nas vigas ou pilares e não no interior dos nós.

### 2.4.1 Vigas de Pórticos

Entende-se por viga como elementos sujeitos predominantemente a esforços e flexão e esforços transversos.

- i. A largura da seção deverá ser:

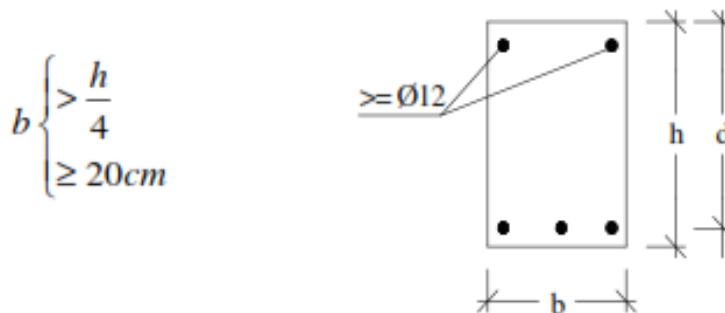


Figura 2.20 Condicionantes geométricas da seção, segundo de Martins e Ferreira (2006)

- ii. A percentagem de armadura à tração a utilizar deverá ser a seguinte:

$$\rho = \frac{A_s}{bd} \times 100 \quad [2.17]$$

$$\rho \begin{cases} A235 \geq 0,25\% \\ A400 \geq 0,15\% \\ A500 \geq 0,12\% \end{cases}$$

Em que:

$\rho$  Percentagem de armadura à tração (%);

$A_s$  Quantidade de armadura ( $\text{m}^2$ );

- $b$  Largura da viga (m);  
 $d$  Altura útil da viga (m);

Ao longo de toda a viga a armadura longitudinal de tração não deve ser inferior a 25% da armadura necessária nos apoios. E no mínimo 2Ø12 como ilustra a Figura 2.20.

- iii. A relação entre o vão e altura:

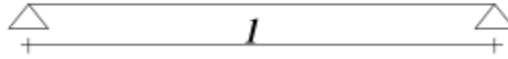


Figura 2.21 Condicionantes geométricas da altura da seção, retirado de Martins e Ferreira (2006)

$$l/h \geq 4 \quad [2.18]$$

Em que:

- $l$  Comprimento da viga (m);  
 $h$  Altura da viga (m);

Esta imposição deve ao facto de ser o esforço transversal a condicionar o comportamento do elemento num regime não linear.

- iv. A profundidade da linha neutra junto aos nós e numa extensão até  $2d$ , a contar da face interior do pilar, não deverá ser inferior a:

$$x_u \leq 0,3d \quad [2.19]$$

Em que:

- $x_u$  Posição da linha neutra;

Nesta zona a armadura numa determinada face não deve ser inferior a 50% da outra face. Nesta zona não deveram ser realizadas emendas.

Esta zona é definida como uma zona crítica da viga e como tal deve ser tomada em conta e submetida a um cuidado especial.

- v. Em relação ao esforço transversal este deve garantir as seguintes restrições:

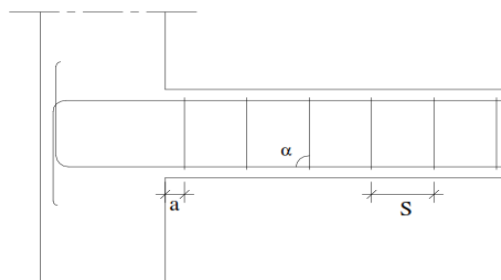


Figura 2.22 Disposição construtiva dos estribos, retirado de Martins e Ferreira (2006)

- O espaçamento entre estribos:

$$s \leq \begin{cases} 15cm \\ 0,25d \end{cases}$$

- O primeiro estribo deve-se colocar a uma distância inferior a 5cm do pilar;
- O valor de cálculo do esforço transverso é definido como:

$$V_{sd} = V_{sdG} + V_{sdM_{rd}} \quad [2.20]$$

$$V_{sdM_{rd}} = \frac{1,25(M_{sdv1} + M_{sdv2})}{l} \quad [2.21]$$

Em que:

- $V_{sdG}$  Esforço transverso de cálculo devido as forças gravíticas (N);
- $M_{sdv}$  Momentos nas extremidades das vigas (Nm);
- $V_{sd}$  Esforço transverso de cálculo (N);
- $V_{sdM_{rd}}$  Esforço transverso resistente (N);

- Na zona referida no ponto iv, a percentagem mínima de estribos é:

$$\rho_w = \frac{A_{sw}}{bd \sin \alpha} \quad [2.22]$$

$$\rho_w \begin{cases} A235 \geq 0,20 \\ A400 \geq 0,10 \\ A500 \text{ qualquer valor} \end{cases}$$

Em que:

- $\rho_w$  Percentagem de armadura transversal;
- $A_{sw}$  Quantidade de armadura transversal (m<sup>2</sup>);
- $\alpha$  Angulo formado pelas bielas e pelos tirantes (°);

Para a mesma zona referida em iv do subcapítulo 2.4.1, a EHE Norma Espanhola define uma disposição diferente do REBAP, que mostrado na Tabela 2.5. A norma espanhola separa as estruturas dúcteis em dois tipos de estruturas, estruturas de ductilidade alta e de ductilidade muito alta.

Espaçamento de estribos	Ductilidade alta	Ductilidade muito alta
	1/4	1/4
8 vezes o diâmetro da barra longitudinal comprimida	6 vezes o diâmetro da barra longitudinal comprimida	
24 vezes o diâmetro da armadura transversal		
200 mm	150 mm	

Tabela 2.5 Espaçamento mínimo dos estribos segundo a EHE (1998)

De notar que o regulamento português encontra-se num patamar intermédio relativamente a norma espanhola.

### 2.4.2 Pilares de Pórticos

A seguinte disposição serve para garantir a ductilidade necessária para que os pilares possam deformar-se sem entrar em colapso. Entende-se por pilar um elemento que está sujeito a esforços de normal de compressão com excentricidade não superior a 2 vezes a altura da seção.

i. A geometria do pilar deve satisfazer as seguintes condições:

- A área mínima da seção do pilar deve ser dimensionada como:

$$N_{sd} \leq 0,6f_{cd}A_c \quad [2.23]$$

Em que:

$N_{sd}$  Valor de cálculo do esforço normal (N);  
 $f_{cd}$  Valor de cálculo da tensão de rotura a compressão do betão (N);  
 $A_c$  Área da seção transversal do pilar (m);

O valor de 0,6 corresponde ao valor axial reduzido ( $\nu$ ) para estruturas sujeitas a ação sísmica e 0,85 para estruturas normais

- A esbelteza está restringida a uma esbelteza máxima de 70, sendo que:

$$\lambda = l_0/i \quad [2.24]$$

Em que:

$\lambda$  Esbelteza;  
 $l_0$  Comprimento de encurvadura (m);  
 $i$  Raio de giração (m);

ii. Armadura mínima longitudinal ( $A_{smin}$ ) deverá ser:

$$A_{smin} \begin{cases} A235 \geq 0,8\% \text{ da seção do pilar} \\ A400 \text{ e } A500 \geq 0,6\% \text{ da seção do pilar} \end{cases}$$

iii. Armadura máxima longitudinal ( $A_{smax}$ ) deverá ser:

$$A_{smax} \leq 6\% \quad [2.25]$$

Este limite deve ser respeitado mesmo nas zonas de emenda. As emendas e interrupções dos varões longitudinais devem-se localizar a meia altura do pilar.

iv. O momento resistente do pilar na zona de cada nó deve ser superior ao momento das vigas mobilizado pela ação sísmica;

$$M_{rdpilar} \geq M_{sdviga} \quad [2.26]$$

Em que:

$M_{rdpilar}$  Momento resistente do pilar (Nm)

- v. O esforço transverso do pilar deve calculado:

$$V_{sd_{pilar}} = M_{rd_{pilar}}/h_p \quad [2.27]$$

Em que:

$V_{sd_{pilar}}$  Valor de cálculo do esforço transverso no pilar (N);

$h_p$  Dimensão do pilar (m);

- vi. Nas zonas extremas dos pilares o espaçamento da armadura transversal deve ser restringida como mostra a Figura 2.23.

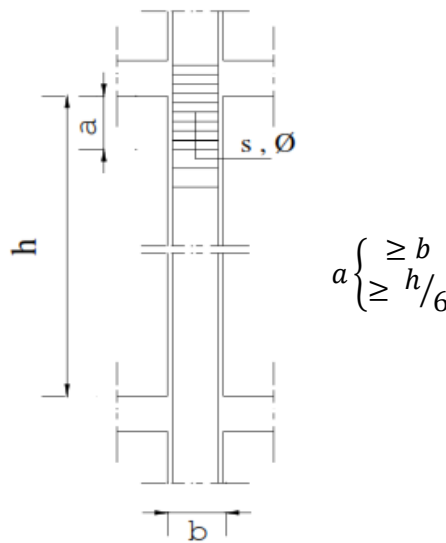


Figura 2.23 Definição da zona crítica e, segundo Martins e Ferreira (2006)

O espaçamento ( $s$ ) não pode ser superior a 10cm e o diâmetro dos varões ( $\emptyset$ ) superior a 8mm. Isto permite aumentar a capacidade resistente do betão ao aplicar-lhe um confinamento.

As cintas garantem assim um bom confinamento do núcleo de betão definido pelas armaduras longitudinais.

### 2.4.3 Nós de Pórticos

Os nós dos pórticos tomam uma importância acrescida no comportamento global da estrutura, nesse sentido o regulamento português impõe que para estruturas de ductilidade melhorada, o espaçamento das cintas transversais, relativas ao eixo do pilar, devem ter um espaçamento máximo de 10cm.

- i. O esforço transverso transmitido pelas vigas ao nó é calculado da seguinte forma:

$$V_{sd} = 1,25 \times M_{rd_{viga}}/h \quad [2.28]$$

# CAPÍTULO 3. QUANTIFICAÇÃO DA DUCTILIDADE EM PÓRTICOS

---

Vários estudos têm sido feitos por diversos investigadores de vários países na área da ductilidade. Estes estudos foram realizados essencialmente através de ensaios em vigas com flexão simples mas também em pilares com flexão composta e compressão simples.

Nas vigas pode-se afirmar que os parâmetros que mais influenciam a ductilidade são a classe de betão, a percentagem de armadura à tração e à compressão.

Já nos pilares um bom confinamento do betão permite aumentar a ductilidade assim como a introdução de armadura à compressão e a diminuição de armadura à tração.

Desta maneira é apresentado desseguida alguns dos estudos efetuados na área e algumas conclusões a que os autores desses estudos chegaram. Estes estudos ajudaram na definição dos parâmetros que serão estudados nos próximos capítulos.

## 3.1 Ductilidade em Vigas

Como visto anteriormente existem alguns critérios que nos permitem avaliar a ductilidade nas vigas. Estes critérios como o índice de ductilidade de flecha e a rotação plástica são utilizados de uma maneira unânime pelos diversos autores consultados.

De maneira geral para uma avaliação da ductilidade em vigas é necessário traçar curvas de momento fletor versos curvatura das seções de betão, da curvatura e da profundidade da linha neutra. Para traçar estas curvas é necessário ter em consideração uma análise não linear que tem em conta as propriedades mecânicas dos materiais e a fissuração do betão.

Na avaliação da ductilidade vários fatores são tomados em conta como a percentagem de armadura à tração, a introdução de armadura á compressão, o confinamento do betão conferida pelos estribos e a resistência à compressão do betão.

A percentagem de armadura à tração ( $\rho$ ) é dada pela relação entre a área de armadura a utilizar e a área de betão da secção.

$$\rho = \frac{A_{st}}{A_c} \times 100\% \quad [3.1]$$

$$\rho' = \frac{A_{sc}}{A_c} \times 100\% \quad [3.2]$$

A percentagem de armadura à compressão ( $\rho'$ ) é dada pelo rácio entre a quantidade de armadura a compressão pela área de betão da secção.

Um dos primeiros estudos na área foi efetuado por Leslie et al (1976) e percebeu-se desde logo que a percentagem de armadura tem influência direta na ductilidade das vigas. Assim ao se aumentar  $\rho$  aumenta-se o  $\Delta_y$  e a secção torna-se mais rígida consequentemente mais frágil. Com a diminuição de  $\rho$  aumenta do  $\Delta_u$  e consequentemente aumenta o  $\mu_\Delta$ , tornando a secção mais dúctil.

$f_c$ (MPa)	$\rho$ (%)	$\Delta_y$ (cm)	$\Delta_u$ (cm)	$\mu_\Delta$
70,30	1,00	0,71	4,32	6,00
75,30	1,40	0,81	3,00	3,70
76,40	1,90	0,91	2,67	2,90
79,50	2,70	1,40	2,54	1,80

Tabela 3.1 Resultados de obtidos por Leslie et al. (1976)

Tal fenómeno é espectável pois com o aumento da percentagem de armadura à tração a profundidade da linha neutra aumenta, consequentemente a zona de compressões na secção também aumenta levando a uma diminuição da curvatura admissível ( $\Phi$ ).

Farage (1995) realizou uma pesquisa que pretendia analisar a influência da resistência à compressão do betão na ductilidade local e global. Foram ensaiadas onze vigas com 5,15m de vão, 15cm de largura e 45cm de altura, todas as vigas sujeitas a flexão simples, com classes de betão normal, media e alta.

Série	Viga	$f_c$ (MPa)	$\rho'/\rho$	$\mu_c$	$\mu_d$
VA	V-1A	41,8	0,15	7,45	7,73
	V-2A	65,5			
	V-3A	89,5			
VI	V-1R	45,6	0,27	5,99	4,99
	V-2R	66,3			
	V-2	62,5			
VII	V-1	28,3	0,37	4,7	3,13
	V-3A	83,1			
VB	V-1B	33,7	0,47	3,31	2,33
	V-2B	66,9			
	V-3B	80			

Tabela 3.2 Resultados obtidos por Farage (1995)

Observa-se que para betões de resistência superior e para as mesmas percentagens de  $\rho'/\rho$  a ductilidade é menor tanto a nível local como a nível global, ou seja ganha-se resistência no elemento mas perde-se ductilidade.

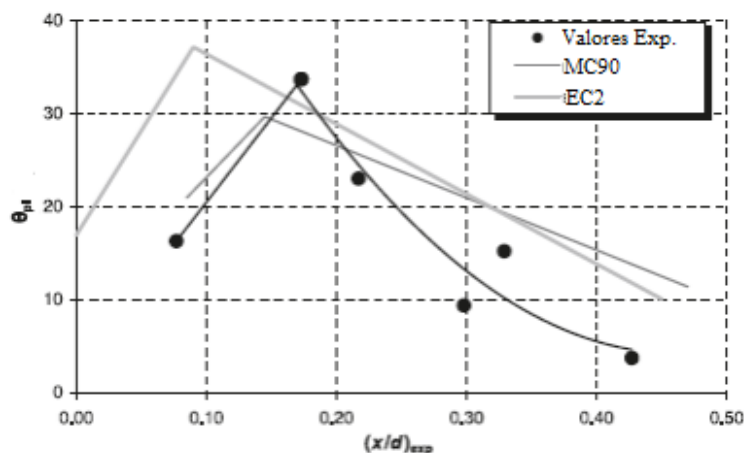
Segundo Carmo e Lopes (2005) a partir ponto máximo da rotação o aço deixa de atingir a sua capacidade máxima, passando a rotura acontecer pelo betão.

Nesse sentido pode-se tomar duas medidas para aumentar a ductilidade da seção e tirar mais proveito dos varões:

- i. Aumentar a capacidade de deformação do betão;
- ii. Introdução de armadura de compressão na seção transversal;

A primeira solução pode passar por confinar o betão que consegue-se através da introdução de armadura transversal, aumentando a sua capacidade de deformação.

A segunda solução passa pela introdução de armadura de compressão ( $\omega'$ ), isto produzirá um efeito semelhante ao que é conferido pelo confinamento do betão. Assim as tensões são transferidas para a armadura atrasando a extensão de compressão do betão, provocando também uma diminuição da profundidade da linha neutra, logo menos área de betão à compressão levando a que a rotura se dê pela armadura.

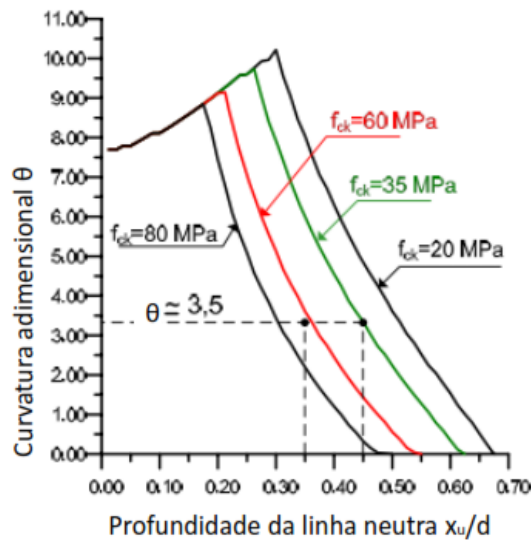


**Figura 3.1** Relação profundidade da linha neutra com a rotação plástica, segundo de Carmo e Lopes (2005)

Na Figura 3.1 compara-se os valores obtidos de forma experimental por Carmo e Lopes (2005) com os valores teóricos do EC2 para classe B e betão C50/60 e os valores do MC90 para aço tipo S. O ponto máximo de rotação corresponde ao ponto de transição entre a rotura pelo aço (antes do ponto máximo) e a rotura pelo betão (depois do ponto máximo), ao qual também é denominado de balanceamento. A transição da rotura dúctil para a frágil deve-se ao aumento da percentagem de armadura que é feita, que leva ao aumento da profundidade da linha neutra, que como já foi visto contribui para a diminuição da ductilidade.

Como já foi referido a posição da linha neutra é outro aspeto importante na capacidade de deformação das vigas. Ao efetuar uma análise em vigas com flexão simples Araujo (2009)

apresenta umas curvas da relação entre a profundidade da linha neutra e a curvatura adimensional da secção. Observa-se na Figura 3.2 que para os betões com classe de resistência entre os 60 MPa e os 35 MPa têm a mesma curvatura adimensional ( $\theta$ ) dentro do intervalo dos 0,35 e os 0,45 de profundidade da linha neutra ( $x_u/d$ ), o que quer dizer que dentro deste intervalo estas secções terão a mesma capacidade de deformação plástica.



**Figura 3.2** Relação da profundidade da linha neutra com a curvatura adimensional segundo Araujo (2009)

Como visto anteriormente o aumento da armadura transversal ( $A_{sw/s}$ ) aumenta a ductilidade das estruturas. Lopes et al. (2011), pretendiam mostrar no seu estudo o efeito do reforço da secção através da introdução de armadura à compressão e de um aumento de confinamento do betão.

Mostram também no seu estudo o aumento do índice de ductilidade de flecha com o aumento da armadura transversal, ver Figura 3.4b). Na Figura 3.3 observa-se que este aumento de armadura transversal traduz também numa maior capacidade de rotação plástica. Pode-se considerar que o aumento da rotação plástica aumenta linearmente com o aumento da quantidade de armadura transversal, com a exceção dos dois casos em que os autores utilizaram uma percentagem de armadura longitudinal menor que 0,3, pois esses dois casos obtiveram rotações plásticas muito superiores.

O sistema de apoio adotado foi o de simplesmente apoiado com a ação de duas cargas pontuais a atuar nas vigas, vigas essas com secção de 0,3 de altura e 0,2 de largura.

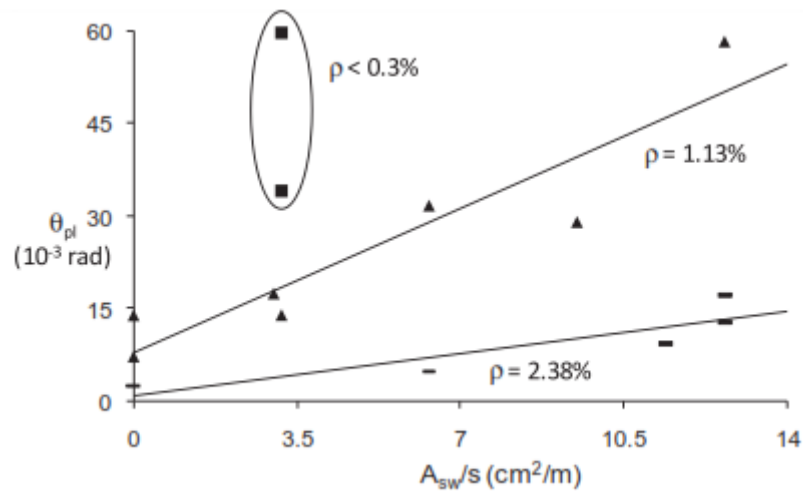


Figura 3.3 Capacidade de rotação consoante a quantidade de armadura transversal Lopes et al. (2011)

Lopes et al. (2011) observou também que a viga S1B1 teve uma rotura abrupta sem aviso, isto é logo que apareceu a primeira fenda a viga colapsa, isto deveu-se à pouca percentagem de armadura à tração que foi utilizada. Já as vigas S3B1 e S3B2 tiveram uma rotura devido ao efeito do esforço transversal.

A viga S2B1 teve rotura pelo colapso do betão logo rotura tipo frágil, de salientar que esta viga não tinha armadura de compressão nem de esforço transversal na zona de momento máximo.

Viga	$\rho$ (%)	$\rho'$ (%)	$f_{cm, \text{cubo}}$
S1B1	0,05	0,05	29,90
S1B2	2,38	0,11	-
S1B3	2,34	0,78	30,60
S1B0	1,13	0,19	29,60
S2B1	1,13	-	38,30
S2B2	1,13	0,19	38,60
S2B3	1,13	0,19	38,90
S3B1	2,38	-	38,90
S3B2	2,38	0,11	40,00
S3B3	2,38	0,11	24,40
S4B1	0,17	0,26	24,30
S4B2	0,26	0,26	23,80
S4B3	1,13	0,26	24,30
S5B1	1,13	0,26	-
S5B2	1,13	0,26	23,80
S5B3	1,13	0,26	23,90

Tabela 3.3 Secções de vigas ensaiadas por Lopes et al. (2011)

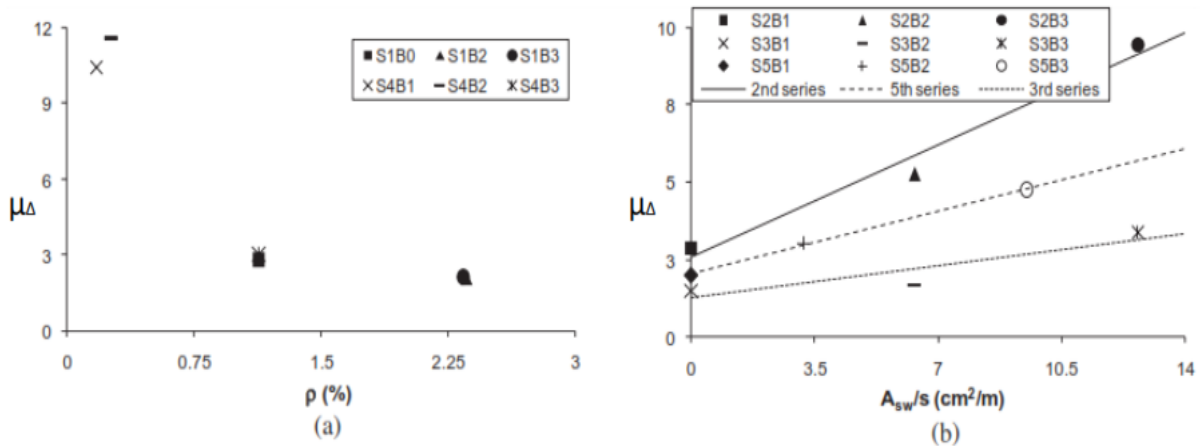


Figura 3.4 Variação da ductilidade em função da armadura transversal adaptado de Lopes et al. (2011)

A viga S1B3 teve um reforço de armadura à compressão com 2Ø16. Esta viga sofreu do efeito encurvadura pelos varões à compressão, originando um destacamento do betão.

Foram as vigas da quarta série que apresentaram níveis de ductilidade superiores, principalmente as vigas S4B1 e S4B2, que depois de sofrerem grandes deformações entraram em colapso por insuficiência do betão. Nota-se também que estas duas vigas apresentaram valores de percentagem de armadura à tração muito menores que um.

Santos (2012) mostra, através de uma análise numérica, a diminuição da curvatura da secção com o aumento da percentagem de armadura à tração ( $\rho$ ), ver Figura 3.5.

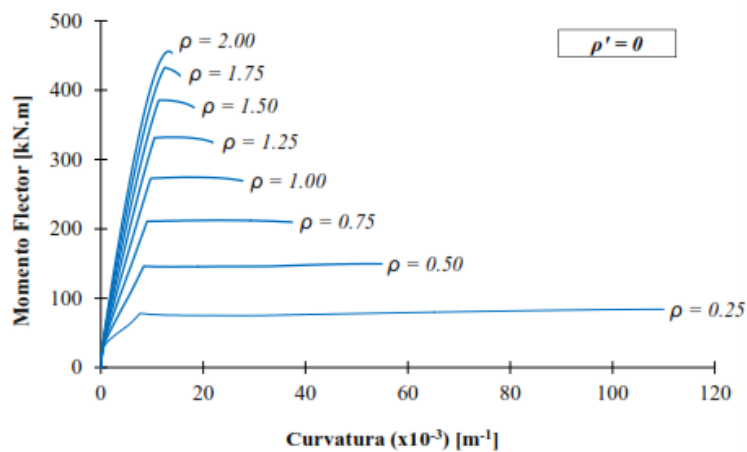


Figura 3.5 Curvas médias M- $\Phi$  para vários valores de  $\rho$  (Santos, 2012)

Observa-se mais uma conclusão a que muitos autores chegaram, que consistiu na diminuição da ductilidade com o aumento da percentagem de armadura.

Santos (2012) mostra na Figura 3.6 a variação da curvatura adimensional segundo o momento fletor reduzido. O autor constata assim que a ductilidade diminui com o aumento da percentagem mecânica de armadura.

Desta maneira o autor conseguiu introduzir de forma indireta outros fatores que influenciam a ductilidade, como as propriedades mecânicas e geométricas das secções.

Observa-se também que a capacidade de rotação última andar a entre os 0,030 e os 0,035 rad. Para valores desta dimensão a percentagem mecânica de armadura seria muito baixa, segundo Santos (2012)  $\omega = 0,02$ , ver Figura 3.6.

$$\mu = \frac{M}{f_{cd}bd^2} \quad [3.3]$$

$$\theta = \Phi d \quad [3.4]$$

$$\omega = \frac{A_{sy}f_{sy}}{A_c f_{cd}} \quad [3.5]$$

Em que:

- $\mu$  Momento fletor reduzido;
- $\omega$  Percentagem mecânica de armadura;
- $\theta$  Curvatura adimensional

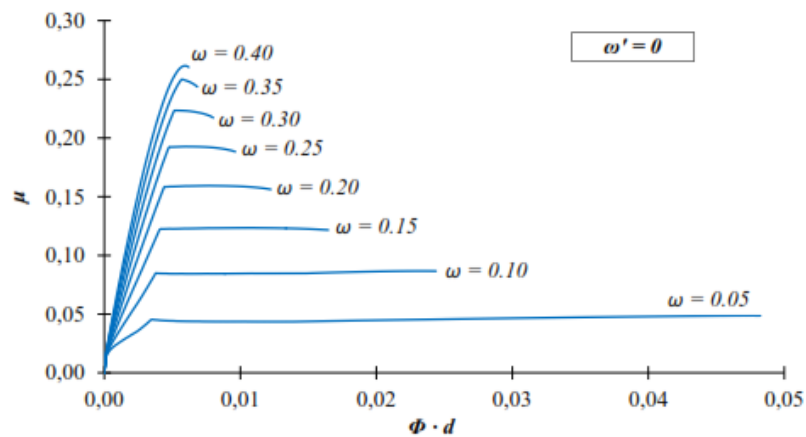


Figura 3.6 Variação de  $\mu - \theta$  para varias percentagens mecânicas de armadura, segundo de Santos (2012)

Para aumentar a ductilidade das estruturas não pode passar só por uma diminuição dos varões, porque isso traduzira em valores muito baixos de percentagem de armadura o que provocaria uma rotura frágil por insuficiência da armadura longitudinal. Este tipo de rotura acontece porque a capacidade resistente do aço não é suficiente para equilibrar as tensões transmitidas pelo betão a quando da fendilhação, assim logo que o betão fendilha a estrutura entra em colapso. Outra consequência seria a utilização de secções excessivamente sobredimensionadas.

### 3.2 Ductilidade de Pilares

“Os edifícios de betão armado são o tipo de construções mais comuns no mundo. A capacidade e o comportamento dos pilares de betão armado em estruturas porticadas de betão armado são um fator determinante no comportamento de toda a estrutura contra os sismos.” (Erduran e Yakut, 2004:p.121)

Apesar de o comportamento das estruturas perante a ação sísmica não estar inserido no tema deste trabalho, para podermos qualificar ou quantificar o comportamento dos pilares segundo critérios de ductilidade é necessário recorrer a bibliografia existente nesta área.

Num estudo realizado por Erduran e Yakut (2003), o autores testam vários cenários, como o nível de esforço axial aplicado com o resistente ( $N/N_0$ ), a esbelteza ( $l/i$ ), tensão de compressão do betão ( $f_{ck}$ ), a tensão do aço ( $f_y$ ), a percentagem de armadura longitudinal ( $\rho$ ). Ao variar estes parâmetros o autor traça curvas com a variação do *Ultimate drift ratio* ( $\delta_u$ ), e o *yield drift* ( $\delta_y$ ). Foi utilizado o programa ANSYS v6.1 para a modelação dos pilares.

$f_{ck}$ (MPa)	$N/N_0$	Armadura Longitudinal		Armadura Transversal		$l/i$
		$\rho$	$f_y$ (MPa)	$\rho_s$	$f_{ywk}$ (MPa)	
10,0	0,1	0,0075	220	0,01	454	12,658
14,0	0,2	0,0100	300	0,02		15,873
16,0	0,3	0,0195	375	0,03		21,123
20,0	0,4	0,0300	439	0,04		24,390
25,0	0,5	0,0400	525			28,571
39,3	0,6		600			32,258
						37,037

Tabela 3.4 Gama de parâmetros utilizados por Erduran e Yakut (2003)

$$\delta_y = \Delta_y / l \quad [3.6]$$

$$\delta_u = \Delta_u / l \quad [3.7]$$

Em que:

$\delta_y$  Yield drift ratio (%)  
 $\delta_u$  Ultimate drift ratio (%)

Desta maneira Erduran e Yakut (2003) chegam a conclusão que os parâmetros que fazem aumentar significativamente o *yield drift ratio* é a tensão do aço e a esbelteza. No entanto o *ultimate drift ratio* diminui significativamente com o aumento de esforço axial e com a diminuição percentagem de armadura transversal.

Por outro lado a tensão de compressão do betão não influenciou significativamente o *yield drift* nem o *ultima drift ratio*. No entanto influencia a capacidade resistente do pilar, pois para o mesmo valor de *drift ratio* a carga aumentou de cerca de 340 kN para 490 kN.

A partir dos valores obtidos na modelação Erduran e Yakut (2003) definiram três níveis de ductilidade consoante o nível de dano. De maneira a conseguir incluir o efeito do reforço transversal e do esforço axial o autor introduziu um novo parâmetro, o rácio entre a percentagem de armadura transversal e a relação entre o nível de esforço axial aplicado e o resistente,  $(\rho_s/N/N_0)$ , ver Figura 3.7. Para  $\rho_s/N/N_0 < 5\%$  foi considerado como ductilidade baixa, entre 5% e 10% média ductilidade e para valores superiores a 10% alta ductilidade.

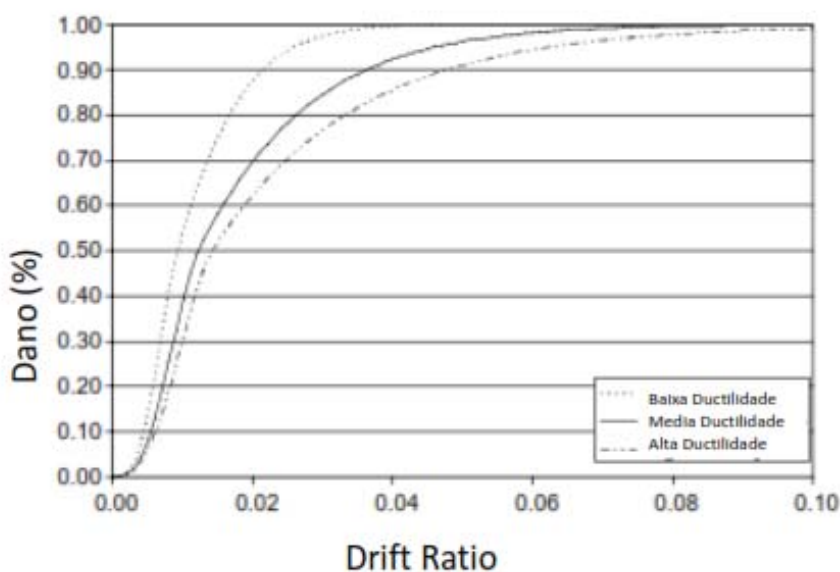


Figura 3.7 Desenvolvimento do dano para os três níveis de ductilidade, segundo Erduran e Yakut (2003)

“Estas curvas podem ser usadas na evolução e vulnerabilidade na avaliação do reforço dos pilares de edifícios de betão” (Erduran e Yakut 2003).

“As ações sísmicas em estruturas de edifícios induzem carregamentos fundamentalmente biaxiais nos pilares,...”(Silva et al. 2012). Seguindo este enquadramento apresenta-se abaixo o estudo feito pelos autores, que consiste em ensaiar pilares com seção transversal 0,30x0,50 e altura de 1,70m, a condição de apoio é encastrada, a distribuição de armadura é igual para todos, sendo  $\nu = 0,09$  e  $\mu \cong 0,19$ , esforço axial constante igual a 300kN e a carga horizontal esta atuar a 1,50m de base do pilar. Os ensaios efetuados foram biaxiais, sendo adotada a lei de deslocamentos oblíqua, relativamente aos eixos principais, com ângulos de 30°, 45° e 60°. Desta maneira o autor tenta recriar o efeito da ação sísmica nos pilares.

Na Figura 3.8 mostra-se qual o valor do *drift* para o qual ocorre o nível de dano, em que foram considerados os seguintes níveis de danos: fissuração, destacamento do betão,

encurvadura dos varões, rotura convencional (corresponde a diminuição de 20% da resistência) e rotura do varão.

O primeiro nível de dano ocorre em simultâneo para em todos os ensaios, a cerca de 0,2% de *drift*, já o destacamento do betão ocorre para valores diferentes de *drift* sendo o primeiro (ensaio PC12\_N05) para cerca de 1,5% e o ultimo (PC12\_N06) a 2,5%, isto dever-se-á ao facto de terem-se utilizados diferentes recobrimentos para os pilares. A encurvadura dos varões origina-se a cerca de 3,5%. O ensaio PC12\_N04 termina com um *drift* de 4,0% e sem que ocorra rotura pelos varões, já o ensaio PC12\_N06 e PC12\_N05 atingem a rotura dos varões.

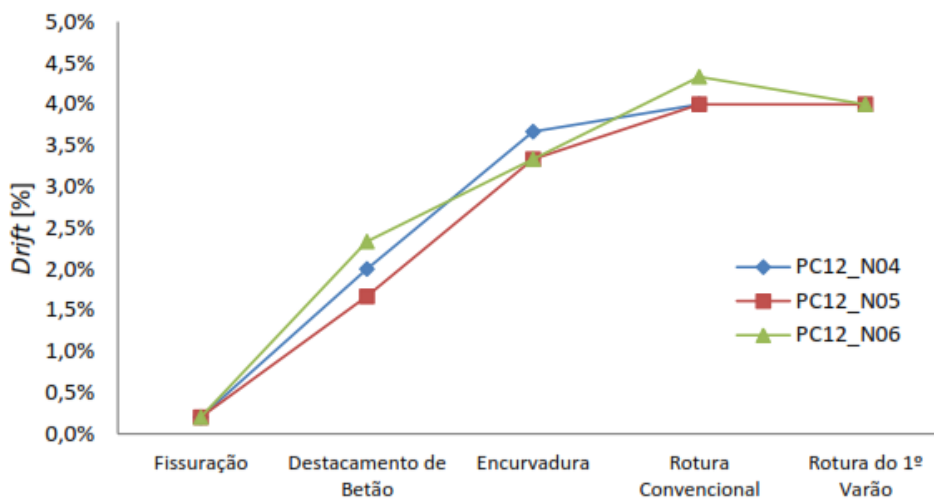


Figura 3.8 Evolução do dano em pilares para ações cíclicas biaxiais, segundo de Silva et al. (2012)

Estes ensaios atingiram um deslocamento máximo de 65mm equivalente a 4,33% de *drift*, e foram aplicadas forças de 150kN e 70kN na direção e maior inércia e de menor inércia, respetivamente.

Ho (2012), efetuou uma análise experimental em pilares com betão de alta resistência aplicando um esforço axial moderado e com excentricidade, de maneira a aplicar uma flexão composta. A tensão de compressão do betão medida em cilindros foi numa gama de valores entre os 80 e 90 MPa. A percentagem de armadura longitudinal variou entre os 2,4% e 6,1%, com um esforço axial reduzido entre os 0,3 e 0,4 e a percentagem de armadura transversal entre os 0,66% e 2,45%. O autor pretendia observar o comportamento dos pilares com uma grande percentagem de armadura longitudinal e com baixa percentagem de armadura transversal.

Pilar	$f_c$ (MPa)	$v$	$\rho$ (%)	$\rho_s$ (%)	$\mu_\Delta$	$\mu_\phi$
New-100-03-24-S	83,3	0,32	2,4	2,10	3,4	9,5
New-100-03-24-C	96,4	0,38	2,4	2,45	3,9	9,0
New-80-03-24-C	80,6	0,32	2,4	2,10	4,2	9,8
New-100-03-61-C	94,7	0,34	6,1	2,20	4,4	11,3
BS-100-03-24-S	82,8	0,32	2,4	0,66	2,1	2,9
BS-100-03-24-C	87,5	0,38	2,4	0,66	1,6	1,7

Tabela 3.5 Parâmetros analisados e resultados obtidos, segundo Ho (2012)

Da Tabela 3.5 observa-se que tanto o índice de ductilidade local como o índice de ductilidade de flecha aumenta com o aumento do reforço de armadura transversal. Observa-se também uma melhoria do comportamento do pilar que tem maior percentagem de armadura longitudinal. Assim o autor afirma com segurança que o índice de ductilidade de flecha é sempre superior 3 e que o índice de ductilidade local é cerca de 10, para os casos estudados.

O comprimento das zonas críticas, medido por Ho (2012) nos ensaios efetuados foi de cerca de  $1,5h$ , sendo  $h$  altura de secção. Se considerarmos o comprimento da zona crítica como sendo o comprimento da rótula plástica e numa comparação com as vigas, este valor é ligeiramente maior que os  $1,2h$  referido pelo Eurocódigo 2.

Pode-se afirmar que o confinamento do betão conferido pelo reforço da armadura transversal melhora o comportamento dos pilares, quanto a sua capacidade de deformação. Já quanto à utilização de betões de elevada resistência, as conclusões não são unânimes e requerem mais estudo.

Várias pesquisas têm apontado vários fatores para o comportamento dos pilares em relação a ductilidade, tais como a percentagem de armadura transversal e a sua resistência e a resistência de compressão do betão.

De maneira a tentar quantificar a ductilidade em pilares Oliveira e Giongo (2006) seguiram a metodologia desenvolvida por Lima Jr. e Giongo (2001), que calcula o índice de ductilidade pré-pico e pós pico, ver Figura 3.9.

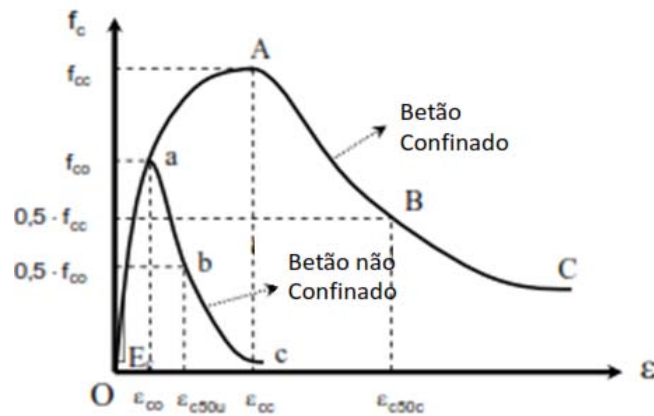


Figura 3.9 Diagrama de tensão vs deformação para betão confinado e não confinado, segundo Cusson e Paultre (1995)

Assim Lima Jr. e Giongo (2001) desenvolveram as equações para descrever os índices de ductilidade. Entende-se por índice ductilidade pré-pico como a capacidade de deformação do elemento antes de atingir a cedência, este índice tem em conta vários parâmetros importante no dimensionamento dos elementos estruturais sendo eles o módulo de elasticidade, a área da secção transversal do elemento e a força máxima aplicável. Sendo o índice de ductilidade pós-pico como a capacidade de deformação depois de atingir a cedência.

$$ID_{pré} = \frac{\varepsilon_{p-pré}}{\varepsilon_{máx}} \quad [3.8]$$

$$\varepsilon_{p-pré} = \frac{2 \cdot \int_0^{\varepsilon_{máx}} f(\varepsilon_c) d\varepsilon_c}{F_{máx}} - \frac{F_{máx}}{E_c \cdot A_c} \quad [3.9]$$

$$ID_{pós} = \frac{\int_{\varepsilon_{máx}}^{\varepsilon_{c2}} f(\varepsilon_c) d\varepsilon_c}{\varepsilon_{máx} \cdot F_{máx}} \quad [3.10]$$

Em que:

- $ID_{pré}$  Índice de ductilidade pré-pico (%);
- $ID_{pós}$  Índice de ductilidade pós-pico (%);
- $\varepsilon_{p-pré}$  Deformação plástica pré-pico;
- $\varepsilon_{máx}$  Deformação correspondente a força última;
- $\varepsilon_{c2}$  Igual a três vezes  $\varepsilon_{máx}$ ;
- $f(\varepsilon_c)$  Polígono que representa a curva tensão vs deformação, obtido através de uma regressão polinomial;
- $F_{máx}$  Força última do elemento estrutural (N);
- $E_c$  Módulo de elasticidade do betão (Pa);

Através das equações desenvolvidas por Lima e Giongo (2001), Oliveira e Giongo (2006) calcularam uma série de índices de ductilidade e traçaram a seguinte correlação, que tem como objetivo medir o índice de ductilidade pós-pico em função da percentagem de armadura transversal e da tensão de compressão do betão.

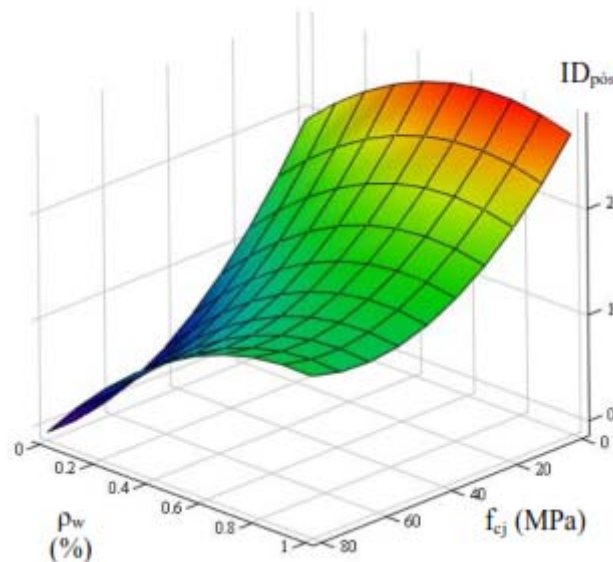
Pode-se observar mais uma vez que a ductilidade é diretamente proporcional a taxa de armadura transversal e inversamente proporcional a tensão de compressão do betão. Assim para que se tenha um comportamento dúctil em betões de alta resistência deve-se adotar uma percentagem de armadura transversal superior.

Esta superfície foi desenhada recorrendo a uma regressão polinomial quadrática considerando duas variáveis, a percentagem de armadura transversal e a tensão de compressão do betão.

$$ID_{pós} = 1.91 - 0.052x + 2.49y + 0.0083xy + 0.000338x^2 - 1.7y^2 \quad [3.11]$$

Em que:

- $x$  Percentagem de armadura transversal ( $\rho_w$ )
- $y$  Classe do betão ( $f_{cj}$ )



**Figura 3.10 Superfície que representa o índice de ductilidade em função da percentagem de armadura e tensão de compressão do betão, segundo de Oliveira e Giongo (2006)**

Apesar de ter sido efetuados muitos estudos na influência da percentagem de armadura transversal na ductilidade dos pilares sujeitos a compressão simples e a flexão composta, é conhecido que a percentagem de armadura longitudinal tem um papel importante. Santos (2012) afirma que a ductilidade aumenta com a introdução de armadura de compressão e com a diminuição de armadura à tração.

Na Figura 3.11 e na Figura 3.12 Santos (2012) mostra a ductilidade das secções em função da percentagem mecânica de armadura para valores razoáveis de esforço axial. Observa-se que tanto o fator de ductilidade de seção como a curvatura última aumenta com o aumento de armadura de compressão e diminui com a diminuição da armadura à tração mas também com a diminuição do esforço axial.

Em relação ao parâmetro energético<sup>1</sup>, ver Figura 3.13, observa-se um comportamento distinto, à medida que a armadura de tração aumenta o parâmetro energético também aumenta. Segundo Santos (2012) “esta situação acontece porque há medida que a armadura de compressão aumenta o efeito do esforço axial atenua-se, uma vez que este passa a ser suportado pela armadura de compressão.” Isto provoca um atrasamento das extensões do betão conseguindo-se curvaturas razoáveis e momentos fletores elevados.

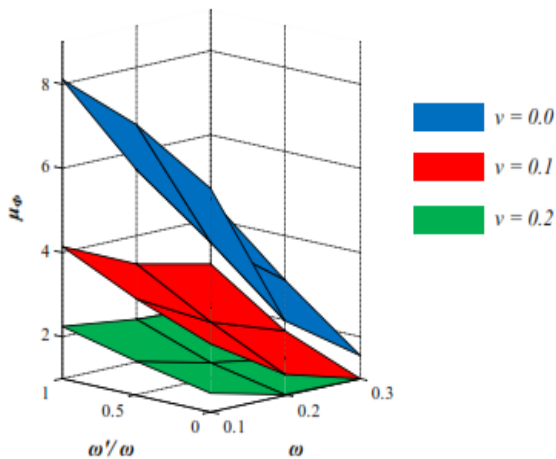


Figura 3.11 Fator de ductilidade de secções, segundo Santos (2012)

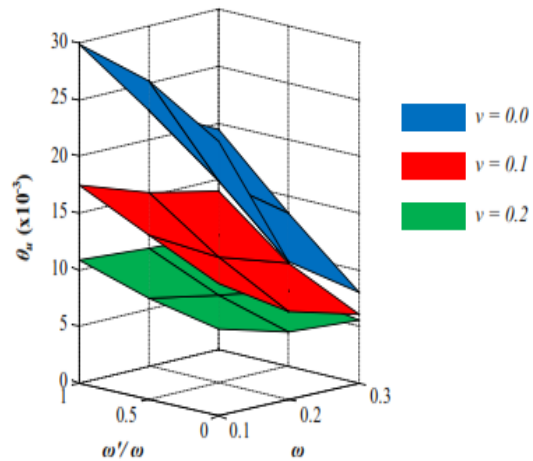


Figura 3.12 Curvatura ultima adimensional, segundo Santos (2012)

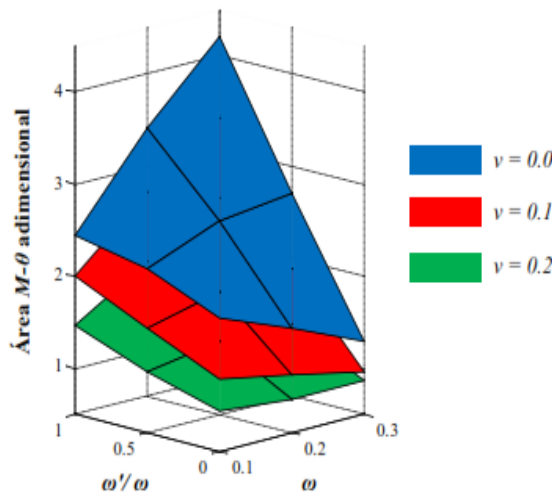


Figura 3.13 Área delimitada pelas curvas  $\mu-\theta$  em secções com esforço axial, segundo Santos (2012)

<sup>1</sup> Entende-se parâmetro energético como sendo a área delimitada pelas curvas do momento fletor reduzido e da curvatura adimensional. (Mais esclarecimentos consultar Santos (2012)).

# CAPÍTULO 4. MODELAÇÃO NUMÉRICA DO BETÃO ARMADO

O material betão armado é um material compósito, isto é, constituído por vários materiais com características distintas mas que no seu conjunto permitem resultados satisfatórios. Neste capítulo é exemplificado o comportamento do betão e do aço e a modulação computacional utilizada para as vigas.

## 4.1 Propriedades do Aço

No contexto de engenharia civil os aços têm especial importância pois a sua função na maioria dos casos é resistir às forças de tração. Assim a sua capacidade de deformação após atingida a cedência é um fator fundamental, originando uma utilização tão vasta deste material.

O aço é utilizado em todos os tipos de estruturas de betão armado, e pode ser apresentado segundo rede electro-soldada, varões ou fios. Os varões têm um vasto leque de diâmetros desde os 6mm até os 32mm e sendo os elementos mais utilizados.

O seu processo de fabrico é condicionante nas suas propriedades mecânicas, onde temos assistido a uma evolução no processo de fabrico. Pode-se então distinguir dois processos de fabrico:

- i. Laminagem a quente;
- ii. Endurecimento a frio;

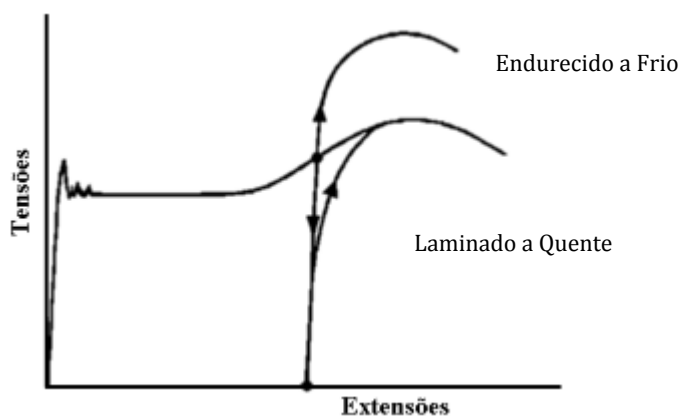


Figura 4.1 Aço laminado a quente e aço laminado a frio, segundo Santos (2012)

O primeiro permite aços com ductilidades superiores e é o mais comum em engenharia civil, enquanto que o segundo permite tensões de cedência maiores, no entanto o seu processo de fabrico é mais caro, caindo em desuso.

### 4.1.1 Comportamento à Tração e à Compressão

O comportamento do aço à tração é até certo ponto semelhante ao seu comportamento a compressão, sendo caracterizado por quatro fases:

- i. A primeira fase é caracterizada por um comportamento elástico em que as tensões são proporcionais às extensões;
- ii. Na segunda fase ocorre a cedência, sendo também chamado de patamar de cedência e caracteriza-se por um aumento de extensões sem que ocorra aumento de tensão;
- iii. A terceira fase corresponde à zona de endurecimento do material, em que para um aumento de tensão ocorre um aumento de extensão mas de uma maneira não linear até se atingir a tensão máxima que corresponde a tensão de rotura;
- iv. A quarta fase é denominada de zona de estricção, ocorrendo um estrangulamento da secção do aço, em que as extensões aumentam para níveis de tensão cada vez mais inferiores.

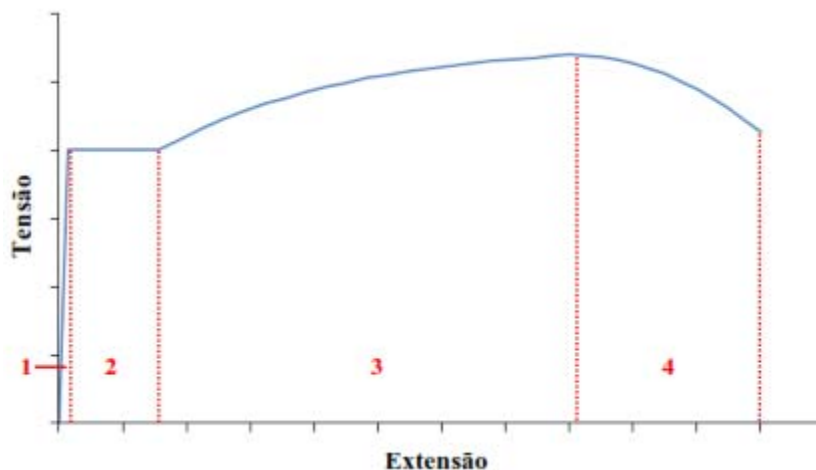


Figura 4.2 Diagrama de tensão extensão para aço laminado a quente, Santos (2012)

### 4.1.2 Propriedades Mecânicas

O aço é caracterizado por um módulo de elasticidade ou módulo de Young, que não sofre muita variação sendo normalmente cerca de 200GPa.

A tensão de cedência é a propriedade mais utilizada no dimensionamento de estruturas, tanto a nível da sua classificação como a nível da definição das suas propriedades para

projeto. Não tão importante a nível de projeto é a tensão de rotura que corresponde a força máxima um provete de aço pode resistir. Normalmente em projeto, e por questões de segurança, utiliza-se valores de cálculo, no entanto para os propósitos deste trabalho utilizar-se-ão valores médios para a tensão de cedência e tensão de rotura.

Para as extensões pode-se dividir em extensão de cedência que corresponde à tensão de cedência e extensão última que corresponde à tensão última do aço.

### 4.1.3 Ductilidade dos Varões de Aço

A ductilidade em varões pode ser entendida quanto aos seguintes parâmetros referidos pelo Eurocódigo 2 ( $f_u/f_y, \epsilon_{uk}$ ), ver Tabela 2.1. Torna-se interessante conseguir-se efetuar transferência da ductilidade dos aços para betão, que caracterizado por uma rotura frágil, principalmente quando este está solicitado à tração.

A ductilidade dos aços está relacionada com a capacidade de absorção da energia até se atingir à rotura. A energia é entendida como a área total abaixo do diagrama de força-deslocamento.

Vários indicadores podem ser utilizados para quantificar a ductilidade dos aços sendo eles:

- i. Extensão após a rotura;
- ii. Relação entre a força última e a força de cedência;
- iii. Relação entre tensão de última e a tensão de cedência;
- iv. Tenacidade; mede a energia por unidade de volume absorvida por cada varão;

## 4.2 Propriedades Betão

Sendo o betão um material compósito constituído por vários materiais com propriedades físicas, químicas e mecânicas diferentes, provoca um comportamento não linear quando sujeito a estados de tensão ou deformação.

### 4.2.1 Comportamento à Tração

É conhecido que o betão tem pouca capacidade resistente à tração. Assim quando sujeito a forças de tração a resposta do betão é caracterizada por uma deformação aproximadamente uniforme até à tensão de rotura e com uma perda gradual da rigidez, esta característica do betão têm sido observada em diversos estudos experimentais. No entanto ao atingir a rotura ocorre a criação de fendas que vão aumentando e se propagando. Ocorrendo deformações elevadas na zona de fendilhação.

Assim têm sido desenvolvidos modelos numéricos que substituem os modelos totalmente frágeis por modelos que têm em conta a sua rigidez à tração após a ocorrência de fendilhação e do betão entre as fendas.

Com a rotura do betão ocorre também a criação da fenda principal, provocando um decréscimo das tensões instaladas e um aumento das extensões, sendo este fenómeno designado por amolecimento. Assim o betão passa a ser caracterizado pela zona não fendilhada e por zona fendilhada.

Desta maneira o comportamento do betão à tração tem grande influência na abertura de fendas e no efeito nas tensões de aderência.

A partir de ensaios realizados para provetes à tração e a compressão o Eurocódigo 2 define as seguintes relações entre ambos os comportamentos.

$$f_{ctm} = 0,3 \times f_{ck}^{2/3} \leq C50/60 \quad [4.1]$$

$$f_{ctm} = 2,12 \times \ln(1 + (f_{cm}/10)) > C50/60 \quad [4.2]$$

Em que:

$f_{ctm}$  Tensão de tração média (Pa)  
 $f_{cm}$  Tensão de compressão média (Pa)

Rots (2002:p.17) afirma que uma maneira de simular o betão a tração é "...decompor a extensão na parte que pertence a fenda e na parte que pertence ao material em cada um dos lados da fenda". Para os propósitos de modelação o betão passa a ter dois comportamentos distintos. Primeiro um comportamento elástico linear que corresponde ao real comportamento do material em que para um incremento de tensão ocorre um aumento da extensão. E um segundo comportamento que corresponde a quando da fendilhação do material, após a criação de fenda ocorre um decréscimo progressivo da tensão do betão com um aumento mais acentuado das extensões. Este segundo comportamento é necessário para tentar simular a abertura das fendas no betão.

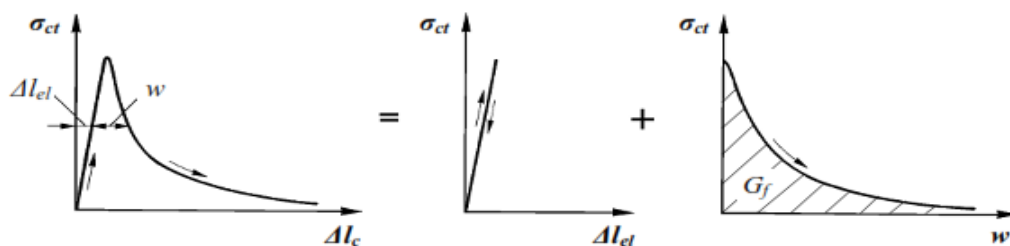


Figura 4.3 Comportamento do betão à tração, segundo Rots et al. (1985)

$$\Delta l_c = \Delta l_{el} + w \quad [4.3]$$

$$\varepsilon_{cm} = \varepsilon_{el} + w/L \quad [4.4]$$

Em que:

$\Delta l_c$  Deslocamento do betão à tração (m)  
 $\Delta l_{el}$  Deslocamento do betão à tração em fase elástica (m)  
 $w$  Abertura da fenda (m)

Na visualização da Figura 4.3 é possível observar uma outra propriedade do betão à tração, que é habitualmente designada por energia de fratura que representa a quantidade de energia necessária para a propagação de uma fenda completa de área unitária. O MC2010 apresenta a seguinte equação que permite estimar esta propriedade.

$$G_f = 73 \cdot f_{cm}^{0.18} \quad [4.5]$$

Em que:

$G_f$  Energia de fratura (J)

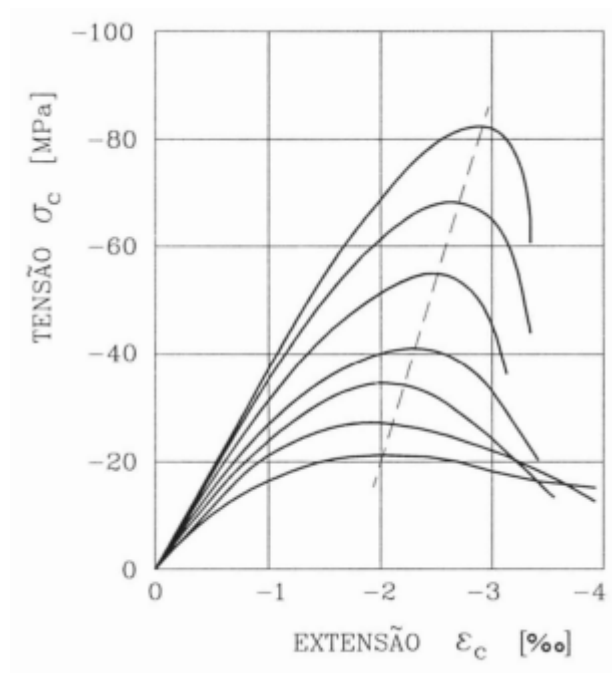
#### 4.2.2 Comportamento à Compressão

A sua elevada resistência à compressão é a característica mais importante do betão, enquanto que a função das armaduras é resistir à tração.

O betão à compressão tem uma resposta que pode ser considerada elástica linear até uma tensão de cerca 0,3 a 0,5 da tensão de rotura. Nesta fase e devido ao efeito de Poisson ocorrem tensões de tração inferiores à tensão de rotura.

À medida que as tensões aumentam o comportamento começa a ser inelástico e não linear. Nesta fase começa o aparecimento de fendas paralelas a tensão de compressão devido a rotura por tração à medida que se inicia o esmagamento entre os agregados e a pasta de cimento.

Na Figura 4.4 apresentam-se diagramas de tensão-extensão, medidos em prismas carregados axialmente. Observa-se que para as tensões de rotura a deformação  $\varepsilon_c$  é de 2 a 3‰, aumentando com a resistência do betão. É observado também que os betões de classe inferior apresentam maior capacidade de deformação até ao ponto de tensão máxima, tendo um comportamento mais dúctil.



**Figura 4.4 Diagramas de tensão-extensão para diferentes tipos de classe de betão, segundo Costa e Appleton (2002)**

A medida que a classe de betão aumenta a rotura frágil vai-se acentuando, sendo necessário considerar este efeito nos betões de alta resistência.

Markeset e Hillerborg (1995) desenvolveram um modelo ao qual designaram por *Compressive Damage Zone* (CDG), este modelo consiste em dividir o comportamento em três componentes. Primeira curva representa um modelo elasto-plástico para a tensão média do betão. A segunda tem em conta a relação da tensão-extensão devido a formação fendas que ocorrem paralelamente com a direção da carga. A terceira curva é devida as deformações localizadas, relacionadas com o escorregamento, muitas vezes originados por esforços de corte e de flexão.

Este modelo foi originalmente criado para provetes de betão.

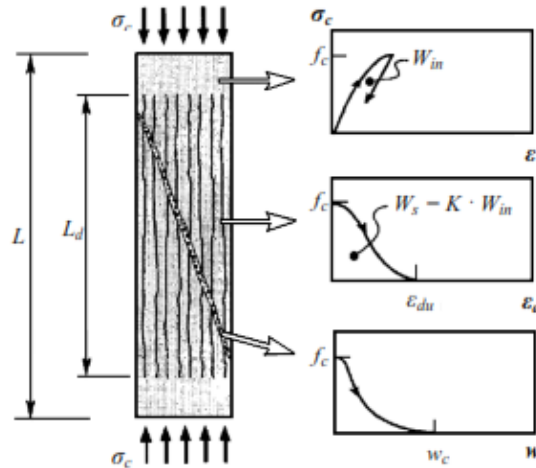


Figura 4.5 Modelo CDZ de Markeset e Hillerborg (1995)

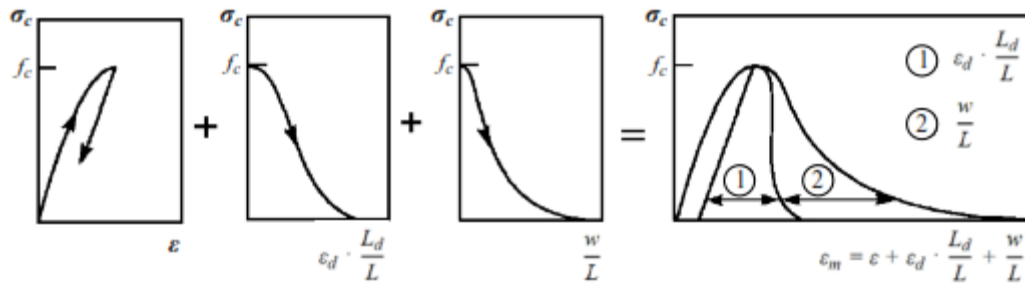


Figura 4.6 Relação da tensão extensão do modelo CDZ, Markeset e Hillerborg (1995)

$$\epsilon_m = \epsilon + \epsilon_d \frac{L_d}{L} + w/L \quad [4.6]$$

Em que:

- $\epsilon_m$  Extensão média
- $\epsilon_d$  Extensão na zona das fendas
- $L_d$  Comprimento de fendas paralelas ao plano da carga
- $L$  Comprimento do provete

### 4.3 Comportamento do Betão-Armado à Flexão Simples (1D)

Na Figura 4.7 observa que quando um modelo para a fissuração de um elemento de betão-armado sujeito a flexão simples. Quando uma secção atinge o momento de fendilhação ocorre a primeira fenda e o betão começa a apresentar um comportamento não linear. Nessa secção a tensão é transferida totalmente para o aço, onde outrora era resistida pelo aço e pelo betão. Na secção adjacente à fenda o betão encontra-se íntegro de modo que a armadura transfere parte das tensões para o betão produzindo um acréscimo nas extensões do betão e um decréscimo nas extensões do aço. Assim a compatibilidade entre o aço e o betão é reestabelecida.

Assim, num elemento de betão armado obtém-se duas rigidezes a primeira para secções não fendilhadas (Estado I) e a segunda para secções fendilhadas (Estado II). Para ter em conta as duas situações no modelo é usada uma rigidez média que é menor que a rigidez numa secção não fendilhada e superior à de uma secção fendilhada.

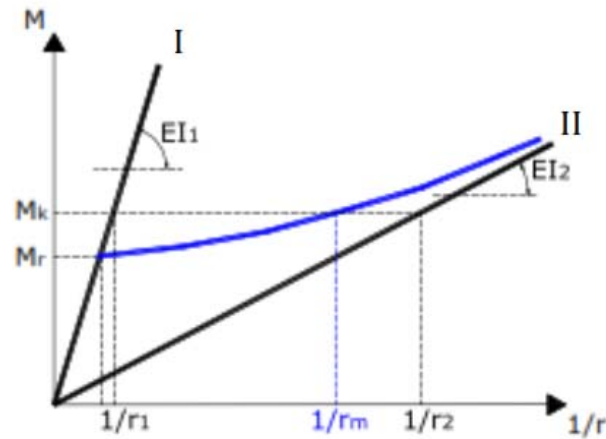


Figura 4.7 Diagrama de momento curvatura para flexão simples, adaptado CEB-158 (1985)

Este modelo é apenas aplicado a modelações de 1D, ou seja com elementos do tipo barra.

## 4.4 Modelação Computacional do Betão Armado (2D e 3D)

A atribuição dos modelos para a caracterização das propriedades não lineares dos materiais (betão e aço), é uma matéria complexa e ainda em desenvolvimento. Existem vários modelos desenvolvidos que tentam as representar as propriedades dos materiais. Neste capítulo será dada uma pequena explicação dos modelos utilizados uma vez que uma completa definição dos modelos ultrapassam os pressupostos desta tese.

Para o comportamento não linear dos varões de aço foram simulados com um modelo elasto-plástico isotrópico com superfície de cedência Von Mises.

Para o comportamento não linear do betão utilizou-se um modelo elasto-plástico isotrópico baseado na combinação de dois critérios:

- i. Critério de Rankine para a tração;
- ii. Critério de Drucker-Prager para a compressão

### 4.4.1 Modelos de Fendilhação

Para a simulação do comportamento à tração do betão é essencial uma boa modelação da abertura de fendas, uma vez que o comportamento é linear até a rotura e é só após a rotura que ocorre a abertura de fendas.

A modelação das fendas em malhas de elementos finitos tem sofrido grande desenvolvimento nas últimas décadas. Neste subcapítulo será abordado de maneira muito resumida o tipo de fenda que foi utilizado nas modelações. Segundo a bibliografia consultada pode-se agrupar os modelos de fendas em fenda discreta e fenda distribuída.

Muito resumidamente a fenda discreta consiste na introdução de uma nova fronteira na malha de elementos finitos, isto é, é necessário romper a ligação entre os nós e introduzir novos nós na malha. Para este caso é necessário conhecer à posteriori a localização das fendas para poder introduzir a abertura na malha.

Para os propósitos deste trabalho foi utilizado a fenda distribuída. Neste caso quando a tensão de iguala a tensão de tração do betão forma-se uma fenda e ocorre uma diminuição de rigidez da secção, dessa maneira mantem-se a geometria da malha de elementos finitos e segundo Santos (2012) o caminho percorrido pelas fendas é o mais adequado.

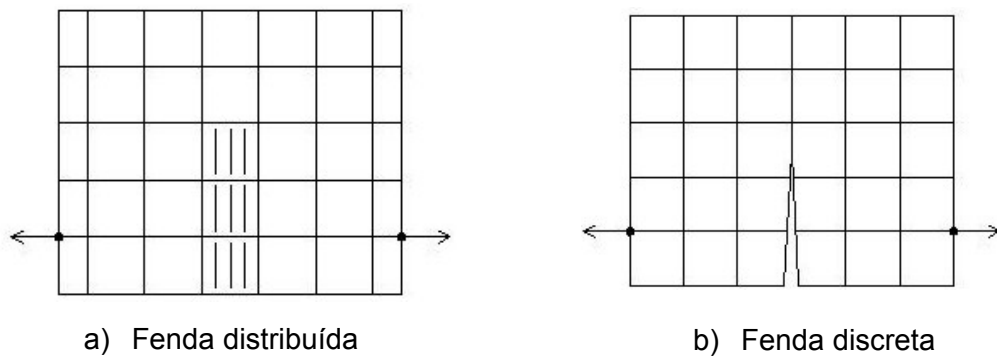


Figura 4.8 Modelos de fendilhação

Na Figura 4.9 observa-se a curva utilizada para a modelação do betão à tração, em que após atingir a tensão de rotura ocorre uma diminuição brusca na resistência do material, até uma tensão definida pelos autores e a partir desse ponto ocorre um decrescimento regular da resistência com um aumento da extensão do material.

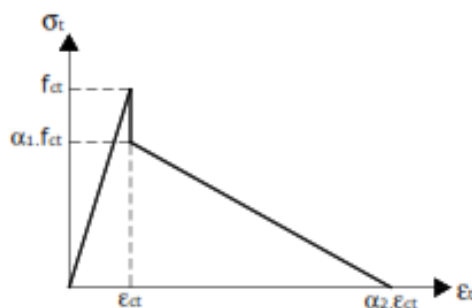


Figura 4.9 Lei constitutiva adotada para o betão à tração segundo Torres et al. (2004)

Este modelo tem como objetivo simular as características iniciais em serviço bem como as características após atingida a cedência. Segundo os autores, os parâmetros  $\alpha_1$  e  $\alpha_2$  têm em conta os efeitos de *Tension Stiffening* no comportamento global das estruturas.

A Figura 4.10 exemplifica como se desenvolvem as fendas numa viga pelo programa de elementos finitos DIANA. Observa-se a vermelho as fendas principais que situam-se a meio vão e a azul as fendas secundárias com espaçamentos relativamente constantes. A viga apresenta um estado de fendilhação elevado pois corresponde ao momento da rotura.

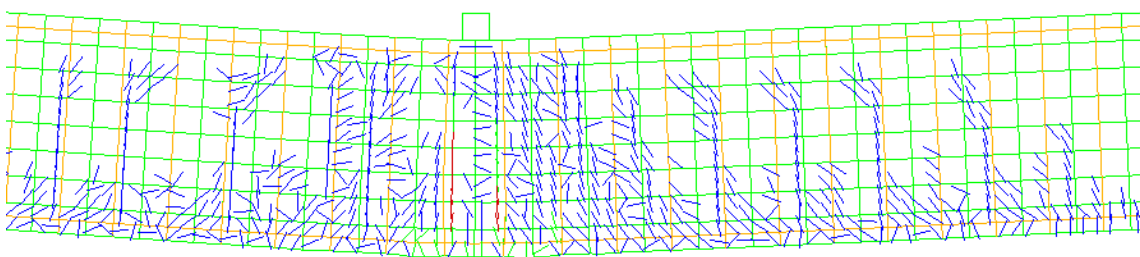


Figura 4.10 Exemplo da formação de fendas no DIANA

### 4.4.2 Modelos Elasto-Plásticos

Os modelos elasto-plásticos são normalmente utilizados para descrever o comportamento do betão a compressão, pois permite simular os materiais na fase pós-elástica.

A primeira dificuldade deste modelo é em definir o ponto a partir do qual o modelo deixa de ser elástico e passa a ser plástico, por isso são definidos critérios de cedência para poder definir esse ponto.

Depois de atingida a cedência inicia-se o betão pode ter um comportamento parcialmente plástico e parcialmente elástico.

### 4.5 Critérios de Paragem

Inicialmente a dimensão dos elementos finitos seria de 5x5cm o que tornaria o processo muito demorado, então optou-se por aumentar a dimensão dos elementos finitos para 10x10cm. Para uma melhor perceção dos resultados permitiu-se que as análises continuassem mesmo depois de um elemento de betão esmagasse por compressão ou um elemento de aço rompesse por tração.

Como o carregamento consistiu em incrementos de deslocamento, a análise continuava até atingir um deslocamento previamente definido, sendo necessário definir critérios para os quais se considerou que a viga teria atingido a capacidade resistente.

No caso da rotura a tração foi fácil de detetar pois a coincidia com uma queda abrupta do na curva de força-deslocamento a meio vão. Já a rotura por compressão do betão tornou-se mais difícil de detetar o momento exato, pois na curva de força deslocamento observava-se uma ligeira queda na capacidade resistente a medida que o deslocamento aumentava, isto porque segundo Santos (2012:p.226) “...a rotura por flexo-compressão num modelo numérico em estado plano de tensão é dado pela rotura gradual dos elementos e não pelo destacamento tridimensional do betão da superfície...”, o que acabou por observar-se em quase todas as análises. Considerou-se que a rotura pelo betão ocorreria quando o valor absoluto da extensão máxima por compressão ultrapassa-se os 0.02 (2%) para o betão C30 e 0.01 (1%) para o betão C70.

Estes valores de extensão máxima de compressão foram ajustados com os ensaios elaborados por Santos (2012).

Já a cedência considerou-se que esta ocorria quando ambos os pontos atingiam a tensão de cedência, isto é, quando as armadura à tração do vão e do apoio atingiam a tensão de cedência. Desta maneira garantia-se que após a cedência toda a viga já estava em fase de plastificação garantindo a formação das duas rótulas plásticas.



# CAPÍTULO 5. QUANTIFICAÇÃO DE ÍNDICES DE FLECHA EM VIGAS

---

Como já foi visto anteriormente, o índice de ductilidade de flecha ( $\mu_{\Delta}$ ) é um bom indicador para quantificar a ductilidade de uma estrutura, pois engloba todas as características geométricas e mecânicas que condicionam a ductilidade de uma estrutura.

Assim o conhecimento de tal parâmetro pode ser uma ferramenta muito útil para os projetistas, pois permite saber quanto é que a viga pode-se deformar depois de atingir a carga máxima.

Neste capítulo será feita uma quantificação dos índices de ductilidade de flecha em vigas com o objetivo de permitir aos projetistas pré-dimensionar estes elementos tendo em vista um certo valor de ductilidade.

## 5.1 Parâmetros Estudados

A quantificação do índice de flecha foi obtida através da variação de seis parâmetros, que são apresentados na Tabela 5.1.

Parâmetro	Valores
Vão da viga - $l$ (m)	4/8/12
Altura útil de secção - $d$ (m)	0,35/0,55/0,75
Percentagem mecânica de armadura total - $\omega_t$	0.2/0.4/0.6
Fator de Redistribuição - $\delta$	1/0.875/0.75
Classe do betão	C30/C70

Tabela 5.1 Parâmetros estudados

Para cada classe de betão foi variado três valores das restantes variáveis, perfazendo um total de 81 combinações para cada classe de betão, e um total de 162 combinações para ambos os betões, ou seja 162 vigas modeladas e ensaiadas.

A largura da viga ( $b$ ) não está considerada diretamente, porque este parâmetro entra de maneira implícita, quando se considera a percentagem mecânica de armadura ( $\omega$ ). Os restantes parâmetros foram escolhidos de maneira a tentar recriar os casos mais comuns no dimensionamento de vigas, utilizadas em edifícios.

Para os fatores de redistribuição foram escolhidos também três casos,  $\delta = 1$  que representa o dimensionamento através de uma análise elástica linear,  $\delta = 0,875$  será talvez a situação

mais comum no dimensionamento com redistribuição de esforços, por exemplo quando é feita uma compatibilização de momentos no dimensionamento de uma laje, em que diminui-se ligeiramente o momento no apoio e aumenta-se o momento a meio vão, e  $\delta = 0,75$  representa o caso em que a percentagem de armadura no apoio é igual a percentagem de armadura a meio vão.

Foi escolhido o sistema encastrado-apoiado para as condições de apoio pois a par com sistema encastrado-encastrado é o mais comum em pórticos de edifícios.

A escolha do betão C30 foi devido a este ser uma classe um uso muito corrente por parte dos projetistas, enquanto que a classe C70 não é tao corrente, mas em contrapartida é um betão de alta resistência o que torna interessante comparar índice de ductilidade de flecha para estes dois casos.

A percentagem mecânica de armadura total ( $\omega_t$ ) é igual a soma da percentagem mecânica a meio vão e metade da percentagem mecânica no apoio ver Equação [5.1]. Desta maneira consegue-se que o fator de redistribuição não altere a carga última das vigas, permitindo assim que se possam comparar os resultados, com o mínimo de erro. Para cada caso estudado foi considerado para secção uma percentagem mecânica de armadura a compressão igual a 50% da de tração.

$$\omega_t = \omega_{vão} + \frac{1}{2} \cdot (\omega_{apoio}) = \frac{A_s^{vão} \cdot f_{ym}}{b \cdot d \cdot f_{cm}} + \frac{1}{2} \cdot \frac{A_s^{apoio} \cdot f_{ym}}{b \cdot d \cdot f_{cm}} \quad [5.1]$$

Em que:

$\omega_t$	Percentagem mecânica de armadura total;
$\omega_{vão}$	Percentagem mecânica de armadura no vão
$\omega_{apoio}$	Percentagem mecânica de armadura no apoio
$A_s^{vão}$	Quantidade de armadura a meio vão (m <sup>2</sup> )
$A_s^{apoio}$	Quantidade de armadura a no apoio (m <sup>2</sup> )
$f_{ym}$	Tensão de cedência media para o aço (Pa)

Na Tabela 5.2 é apresentada os valores da distribuição das quantidades mecânicas de armadura para o vão e para o apoio. Estes valores foram obtidos pela relação entre momentos elásticos e redistribuídos para uma viga com carga distribuída.

Para o betão C70 foi necessário alterar as percentagens de armadura total, de  $\omega_t = 0,6$  para  $\omega_t = 0,3$ , uma vez que a quantidade de armadura é diretamente proporcional ao classe de betão, o que vez com que para um betão de classe de resistência tão elevado como o C70 tornasse as quantidades de armadura muito elevadas o que tornaria as secções irreais. Desta optou-se pela utilização de um  $\omega_t = 0,3$ , continuando assim com três percentagens de armadura e tornando a secção mais real.

$\delta$	$\omega_t$	Encastrado-Apoiado	
		$\omega_{vão}$	$\omega_{apoio}$
1.0	0.2	0.106	0.188
	0.4	0.212	0.376
	0.6	0.318	0.564
0.875	0.2	0.118	0.163
	0.4	0.237	0.327
	0.6	0.355	0.490
0.75	0.2	0.131	0.139
	0.4	0.261	0.278
	0.6	0.392	0.417

Tabela 5.2 Percentagens mecânicas de armadura para do vão e para do apoio, para betão C30

$\delta$	$\omega_t$	Encastrado-Apoiado	
		$\omega_{vão}$	$\omega_{apoio}$
1.0	0.2	0.106	0.188
	0.3	0.159	0.282
	0.4	0.212	0.376
0.875	0.2	0.118	0.163
	0.3	0.177	0.245
	0.4	0.237	0.327
0.75	0.2	0.131	0.139
	0.3	0.196	0.208
	0.4	0.261	0.278

Tabela 5.3 Percentagens mecânicas de armadura para do vão e para do apoio, para betão C70

## 5.2 Modelação das Vigas Ensaçadas

Para a modelação das vigas foi feita com recurso ao programa de elementos finitos *Diana* 9.4.4. O betão foi simulado com elementos planos quadrados de oito nós em estado plano de tensão com dimensões de 0,10x0,10 m<sup>2</sup>. Os elementos de armadura, transversais e longitudinais, foram simulados como elementos embebidos do tipo barra. Foram adicionados elementos tipo placa, com rigidez infinita, para simular as condições de apoios e para a zona de aplicação do deslocamento. Para os elementos de armadura transversal foi calculada a carga última e aplicado um fator de 1,5 para garantir que a rotura nunca se dava pelos estribos. A simular a aplicação das cargas foi feita através da aplicação de um deslocamento sucessivamente crescente, na zona em que a flecha é máxima, até atingir-se a rotura. As condições de apoio foram simuladas para impossibilitar rotações na zona do encastramento sendo que as rotações só eram possíveis no apoio simples, tentando-se desta maneira recriar as condições de apoio o mais reais possíveis.

Na Figura 5.1 é exemplificada a geometria tipo das vigas modeladas, em que a verde esta representada a malha de betão, a vermelho os varões embebidos, longitudinais e transversais. Para a despesa dos varões não foram efetuados os cálculos pormenorizados, para os comprimentos de amarração, comprimento de emenda e comprimento de translação. Para ter em conta esses fenómenos considerou-se uma despesa dos varões inferiores a  $L/6$  e dos varões superiores a  $L/3$ , desta maneira garante-se com alguma segurança a sobredimensionamento destes comprimentos. A amarelo são as condições de apoio e rosa o a carga aplicada.

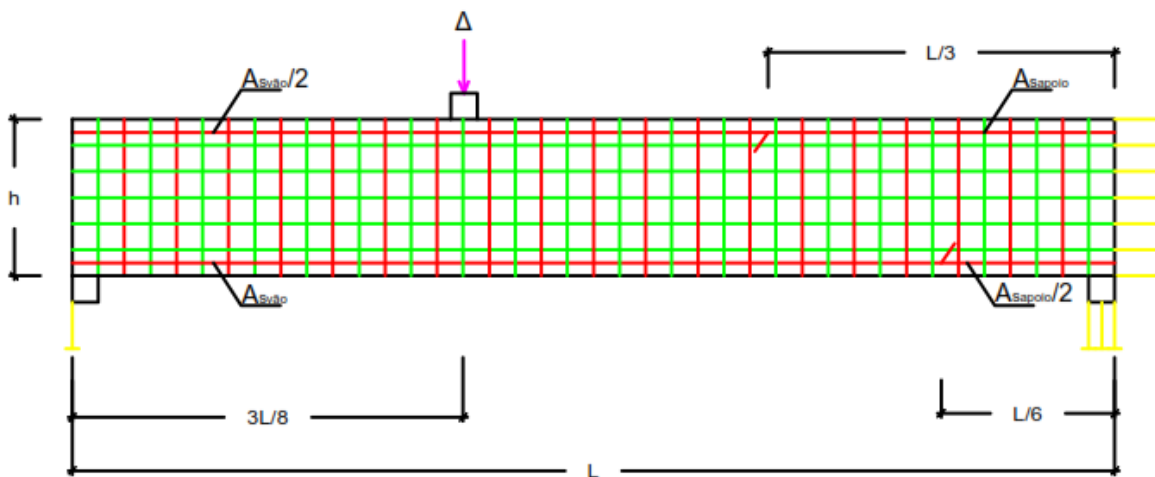


Figura 5.1 Geometria tipo das vigas modeladas

Para o aço utilizou-se as seguintes características:

Aço	$E_{ym}$ (GPa)	$\nu$	$f_{ym}$ (MPa)	$f_{um}$ (MPa)	$\epsilon_y$ (‰)	$\epsilon_u$ (‰)
B500C	200	0,3	550	705	0.27	6.6

Tabela 5.4 Características de resistência do aço, valores introduzidos no DIANA

Para o betão utilizou-se as seguintes características:

Betão	$E_{cm}$ (GPa)	$\nu$	$f_{ctm}$ (Mpa)	$f_{cm}$ (MPa)
C30	33	0.2	2.9	38
C70	41	0.2	4.6	78

Tabela 5.5 Características de resistência do betão, valores a introduzir no Diana

### 5.3 Resultados

Os índices de ductilidade de flecha foram calculados para 162 combinações de parâmetros. Na Figura 5.2 e Figura 5.3 mostram-se os índices de ductilidade de flecha ( $\mu_\Delta$ ) em função da esbelteza ( $l/d$ ) e da percentagem de armadura mecânica total ( $\omega_t$ ) para o betão C30 e C70. Nestas figuras o plano a amarelo representa o  $\mu = 1$  que consiste nos casos em que as vigas atingiram flecha última antes de atingir a sua capacidade resistente total.

Para a elaboração das superfícies utilizou-se o programa de cálculo Wolfram Mathematica 9.0 que através do Método dos Mínimos Quadrados e com uma regressão polinomial de 2ª ordem, permitindo desta maneira eliminar alguns resultados mais divergentes, tornando a superfície mais homogênea e sendo possível interpolar e extrapolar para outros valores.

Assim através da conjugação da altura da secção ( $d$ ) e do comprimento ( $l$ ) no parâmetro esbelteza ( $l/d$ ) foi possível assim evitar mais um parâmetro tornando possível a visualização das superfícies em 3D, o que de outra forma seria impossível.

As equações polinomiais desenvolvidas para o desenho das superfícies foram as seguintes:

- Betão C30

$$\delta = 1.0 \quad \mu_{\Delta} = 4.43 + 0.06 l/d - 0.00006 l/d^2 - 12.50\omega_t - 0.089 l/d \omega_t + 11.82\omega_t^2 \quad [5.2]$$

$$\delta = 0.875 \quad \mu_{\Delta} = 5.28 + 0.03 l/d + 0.0006 l/d^2 - 14.30\omega_t - 0.089 l/d \omega_t + 13.43\omega_t^2 \quad [5.3]$$

$$\delta = 0.75 \quad \mu_{\Delta} = 6.03 + 0.01 l/d + 0.001 l/d^2 - 15.63\omega_t - 0.089 l/d \omega_t + 14.87\omega_t^2 \quad [5.4]$$

- Betão C70

$$\delta = 1.0 \quad \mu_{\Delta} = 2.71 + 0.04 l/d - 0.0005 l/d^2 - 10.76\omega_t - 0.02 l/d \omega_t + 13.98\omega_t^2 \quad [5.5]$$

$$\delta = 0.875 \quad \mu_{\Delta} = 2.85 + 0.05 l/d - 0.0005 l/d^2 - 10.08\omega_t - 0.05 l/d \omega_t + 12.49\omega_t^2 \quad [5.6]$$

$$\delta = 0.75 \quad \mu_{\Delta} = 3.23 + 0.04 l/d - 0.0003 l/d^2 - 10.82\omega_t - 0.043 l/d \omega_t + 13.65\omega_t^2 \quad [5.7]$$

A forma das superfícies é distinta para os casos estudados, ou seja, para o betão de resistência normal e para o betão de alta resistência. A esbelteza mostrou não ser um parâmetro tão relevante como inicialmente estar-se-ia à espera, principalmente para o betão C70 em que praticamente não existe alteração do índice de ductilidade de flecha, enquanto que para o betão C30 existe um ligeiro aumento do índice de ductilidade de flecha com o aumento da esbelteza.

Já a percentagem de armadura total tem grande influência no índice de ductilidade de flecha em que se observa uma diminuição com o aumento da percentagem de armadura, estando de acordo com a bibliografia consultada.

Observa-se também um grande decréscimo no índice de ductilidade de flecha para o betão C70, em que os valores são de aproximadamente 50% do betão C30. Na bibliografia encontrada (Farange (1995); Araujo (2009); Lopes et al. (2011); Santos (2012)), afirmam que ocorre um decréscimo da ductilidade com o aumento da resistência do betão, no entanto segundo os valores apresentados por esses autores esse decréscimo é aproximadamente entre os 70 a 80%.

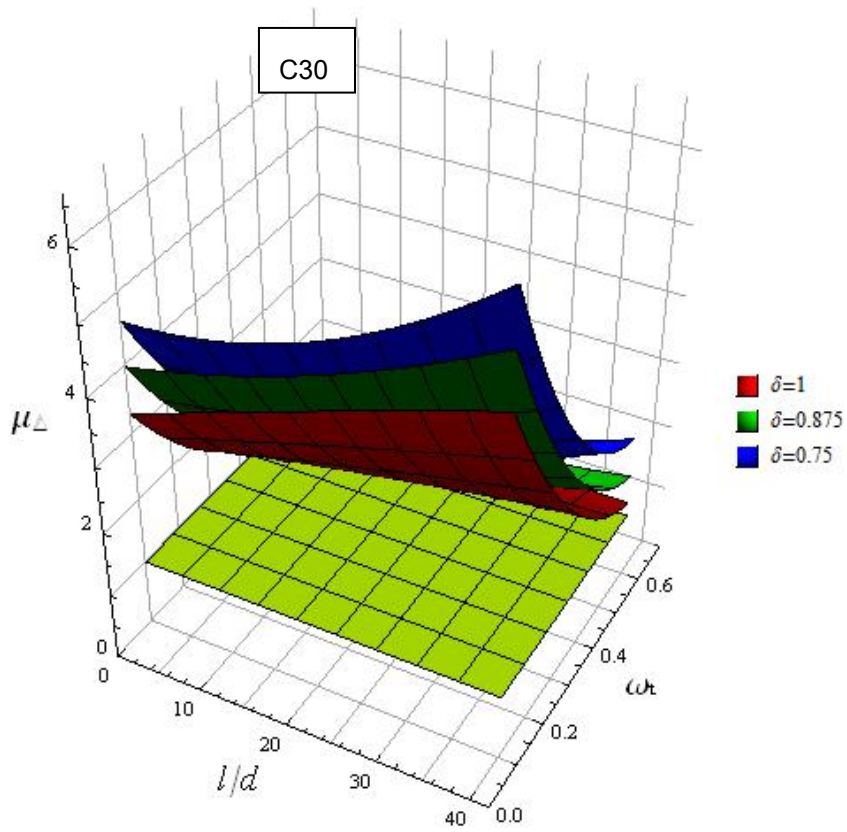


Figura 5.2 Índice de ductilidade de flecha para betão C30

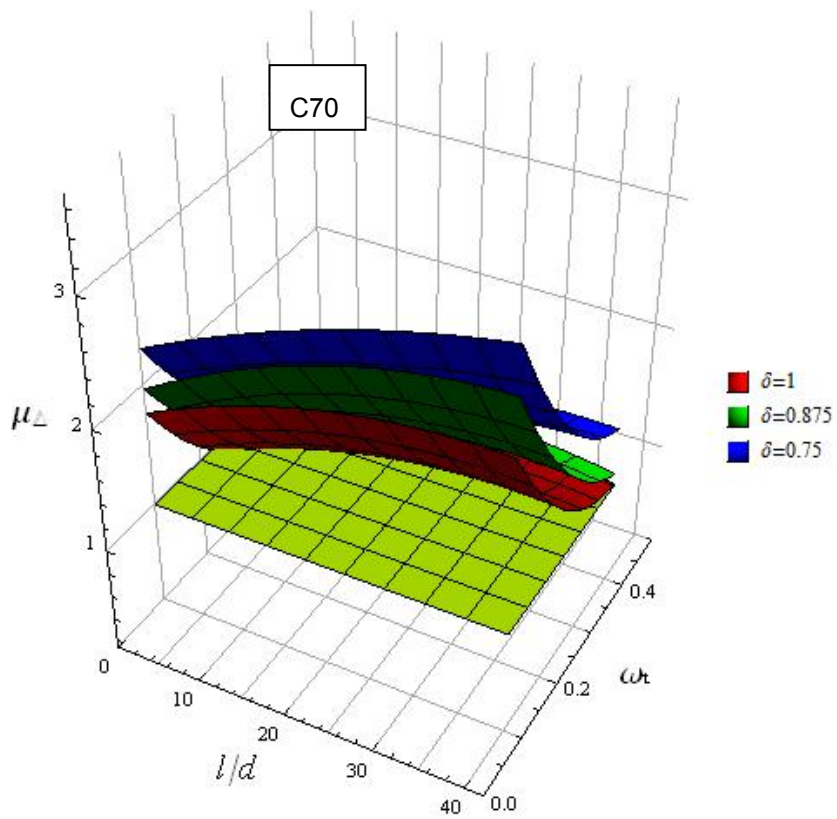


Figura 5.3 Índice de ductilidade de flecha para betão C70

Os resultados numéricos obtidos têm em conta o real comportamento dos materiais e por esse motivo obtiveram-se valores para o índice de ductilidade de flecha, aproximadamente entre o 1 e 7, que estão dentro dos valores encontrados na bibliografia (Farage, (1995); Leslie et al. (1976); Jang et al. (2008)), assim estes valores podem ser entendidos como valores médios para o índice de ductilidade de flecha.

Em contraponto Santos (2012) apresenta resultados para o índice de ductilidade de flecha a rondar os 0,5 e os 3. No entanto o autor utilizou a formulação do Eurocódigo 2 para a capacidade de rotação disponível. Este método sendo mais restritivo engloba uma margem de segurança o que segundo o autor esses valores “podem ser entendidos como valores característicos mínimos expectáveis para o índice de ductilidade de flecha”. No Anexo B são apresentados os gráficos desenvolvidos por Santos (2012).

Para permitir uma leitura mais rigorosa da Figura 5.2 e da Figura 5.3 apresenta-se de seguida dois cortes verticais para um  $\omega_t = 0.2$  e  $\omega_t = 0.3$ . Note-se que o índice de ductilidade de flecha aparece em função da esbelteza.

Para o caso de vigas correntes em edifícios ( $10 \leq l/d \leq 20$ ,  $\delta \leq 0.875$ ) e para percentagens de armadura mais correntes ( $\omega_t = 0,2$ ) o índice de ductilidade de flecha encontra-se entre os 2.5 e os 3 para o betão C30 e 1.2 a 1.5 para o betão C70. Para o betão C30 consegue-se patamares de deformação confortáveis, já o mesmo não acontece para o betão C70.

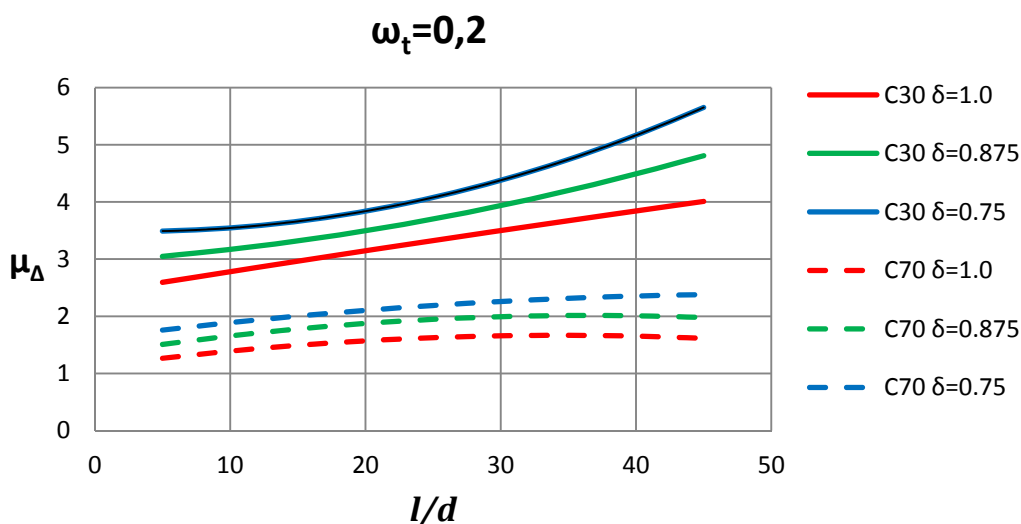


Figura 5.4 Índice de ductilidade de flecha para  $\omega_t = 0,2$

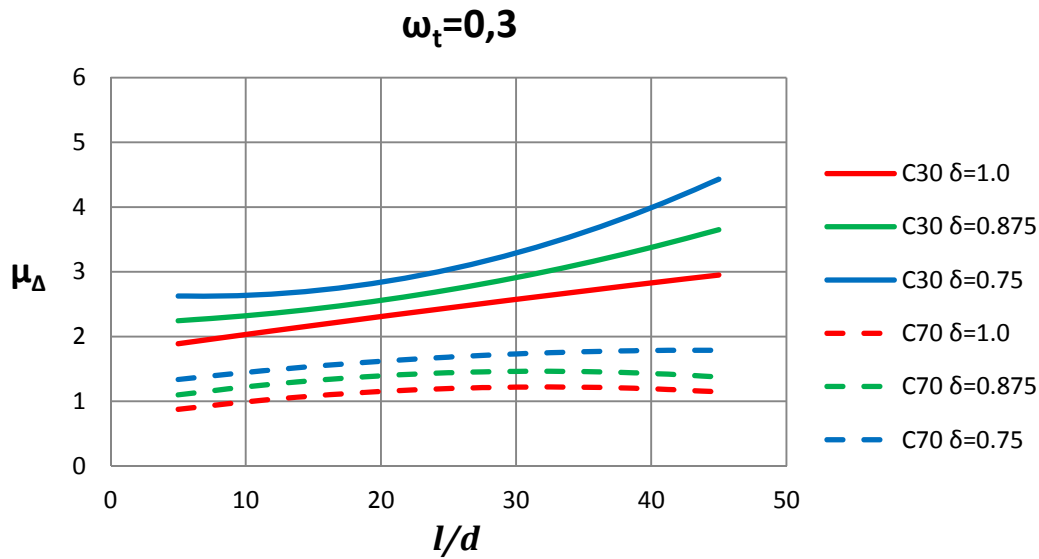


Figura 5.5 Índice de ductilidade de flecha para  $\omega_t = 0,3$

Quanto ao fator de redistribuição observa-se um acréscimo no índice de ductilidade de flecha à medida que se aumenta a redistribuição. Contrariando os resultados encontrados na bibliografia (Carmo e Lopes (2005); Santos (2012)), que segundo estes autores uma redistribuição de momentos provocará um decréscimo da ductilidade. Isto pode ser explicado pelo diagrama de momentos provocado para quando é imposto um deslocamento na zona de maior de deformação.

Ao contrário do que seria de esperar, o momento máximo para as condições de carga aplicadas ocorreu a meio vão e não no apoio. Isto levou a que ao se aplicar a redistribuição de esforços, diminuindo as armaduras no apoio e aumentando as armaduras a meio vão, ou seja, estando assim a retirar as armaduras da zona de menor momento e a colocá-las na zona de maior momento. Isto originou um efeito contrário ao previsto pela bibliografia consultada.

O índice de ductilidade de flecha em betões de alta resistência é muito limitado, principalmente para percentagens de armadura total mais elevadas, isto porque a mesma percentagem de armadura total leva a um aumento de cerca duas vezes na quantidade de armadura, o que obrigou à utilização de quantidades de armadura elevadas. A utilização de um betão de alta resistência nunca terá percentagens de armadura total tão elevadas como as se aplicaram neste estudo.

Na sequência do referido anteriormente decidiu-se apresentar a Figura 5.6 em que observa-se o índice de ductilidade para  $\omega_t = 0.1$ . Esta percentagem de armadura traduzirá quantidades de armadura mais realista para o betão C70, sendo possível observar índices

de ductilidade aproximadamente entre os 2 e 3, o permite obter um patamar de ductilidade bom, conferindo uma maior segurança.

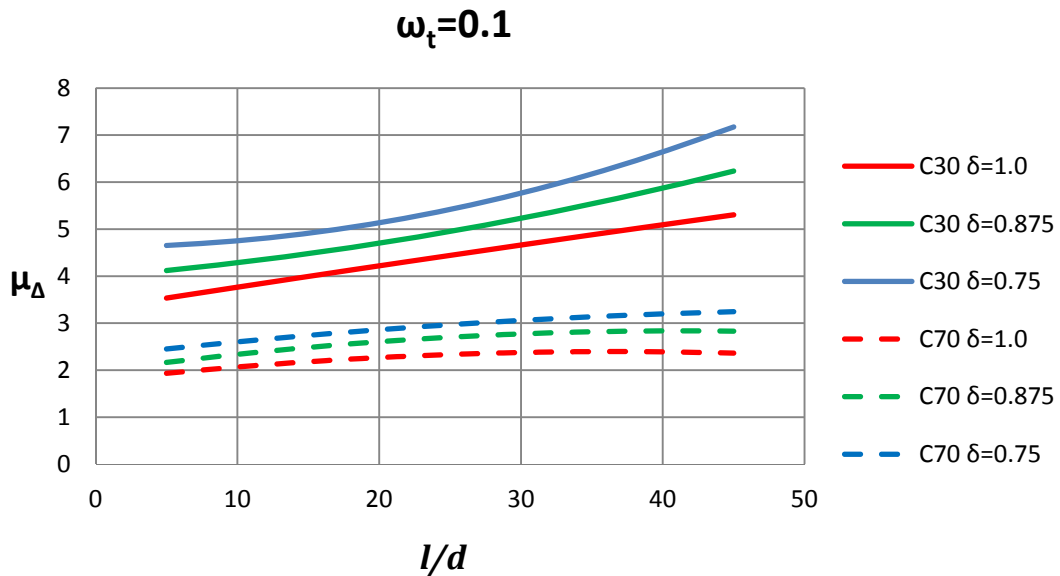


Figura 5.6 Índice de ductilidade de flecha para  $\omega_t = 0.1$

## 5.4 Discussão

A esbelteza dos elementos é um parâmetro importante no estudo da ductilidade, no entanto poderá não ser um parâmetro que possibilite ter com certeza de que o índice de ductilidade de flecha aumenta ou diminua de uma maneira constante.

A Figura 5.7 mostra os valores do índice de ductilidade de flecha em função da esbelteza, valores retirados do DIANA, para a série de vigas com  $\omega_t=0.2$ ,  $\delta=1.0$  e C30. Observa-se que os valores do índice de ductilidade de flecha são um pouco dispersos, ou seja, o valor médio poderá não ser muito representativo dos valores reais.

Esta dispersão nos valores verificou-se em todas as séries de vigas que tinham um  $\omega_t=0.2$ . A tendência é de subir até uma esbelteza de 20 a 25, ocorrendo uma diminuição para a viga com uma esbelteza de 34.3. Gangolu et al. (2008) chegaram a uma conclusão semelhante pois quando os autores variaram as dimensões das vigas observaram que para vigas com secções superiores a 0.2m o índice de ductilidade de flecha começava a decrescer. Com a diminuição da esbelteza o índice de ductilidade de flecha também diminuiu.

Enquanto nas restantes séries (para  $\omega_t=0.4$  e  $\omega_t=0.6$  no betão C30 e  $\omega_t=0.3$  no betão C70) os valores do índice de ductilidade já tinham um andamento muito próximo das linhas médias que são apresentadas nas Figura 5.4 a Figura 5.6.

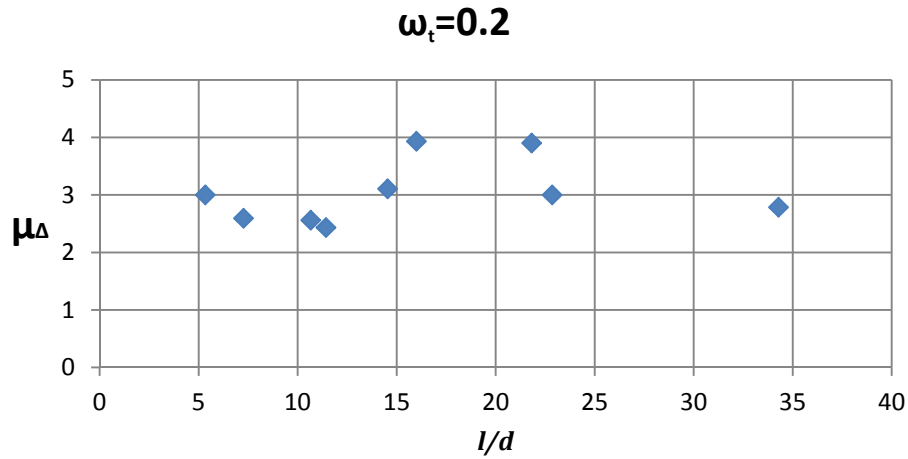


Figura 5.7 Índice de ductilidade de flecha para  $\omega_t = 0.2$ ,  $\delta = 1.0$  e C30

Optou-se demonstrar mais detalhadamente esta serie de resultados porque foi a única em que ocorreu rotura pelo varões (vigas V1\_12\_60 e V1\_12\_80). Em todos os restantes ensaios a rotura ocorreu sempre pelo esmagamento dos elementos de betão, onde se observa uma ligeira diminuição da capacidade resistente das vigas. Quando a rotura ocorre pelos varões de aço é bem nítida a quebra na capacidade resistente da viga.

Para que a rotura ocorra pelos varões a quantidade de armadura à tração deverá ser inferior a 1% já que de todas as séries de vigas ensaiadas à rotura ocorreu quase sempre pelo betão, o que origina um mau aproveitamento da capacidade resistente do aço.

Na leitura da Figura 5.8 a Figura 5.13 é possível observar que até à cedência, ou seja, até o início do patamar da carga máxima o comportamento é bilinear.

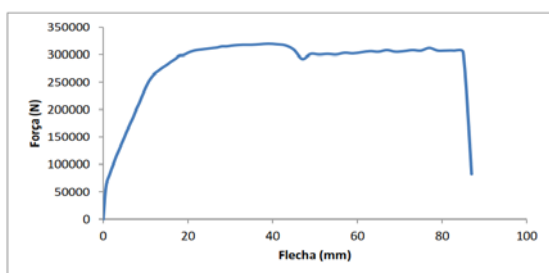


Figura 5.8 Força-deslocamento para  $l/d=11.4$

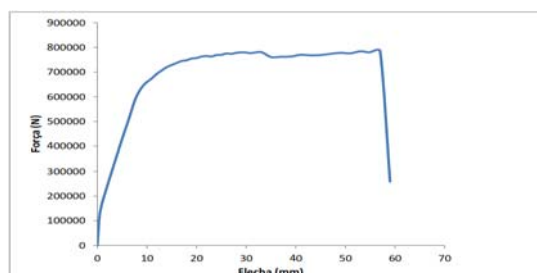


Figura 5.9 Força-deslocamento para  $l/d=7.3$

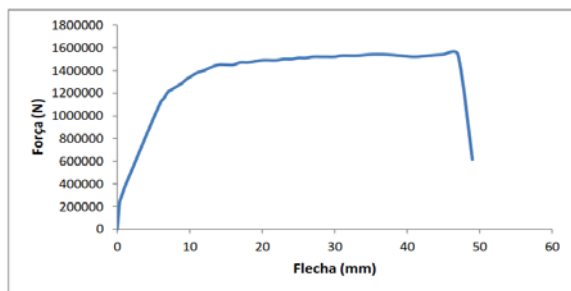


Figura 5.10 Força-deslocamento para  $l/d = 5.3$

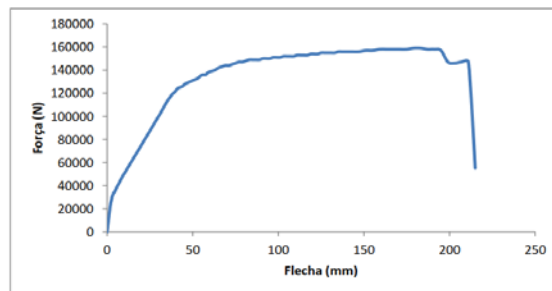


Figura 5.11 Força-deslocamento para  $l/d = 22.9$

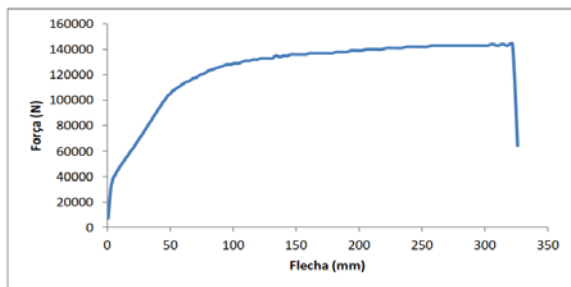


Figura 5.12 Força-deslocamento para  $l/d = 21.8$

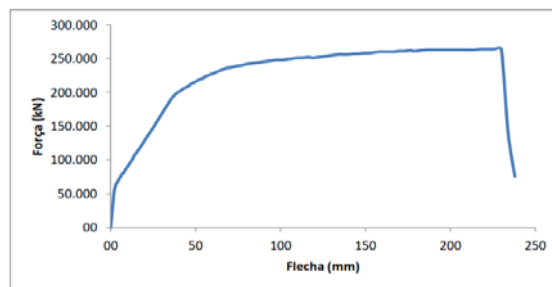


Figura 5.13 Força-deslocamento para  $l/d = 16.0$

Na fase inicial do carregamento observa uma mudança na rigidez da viga, essa mudança ocorre devido a formação da primeira fenda, ver Figura 5.14a) em que apesar de ocorrer uma quebra de rigidez a carga continua a aumentar até se atingir a cedência.

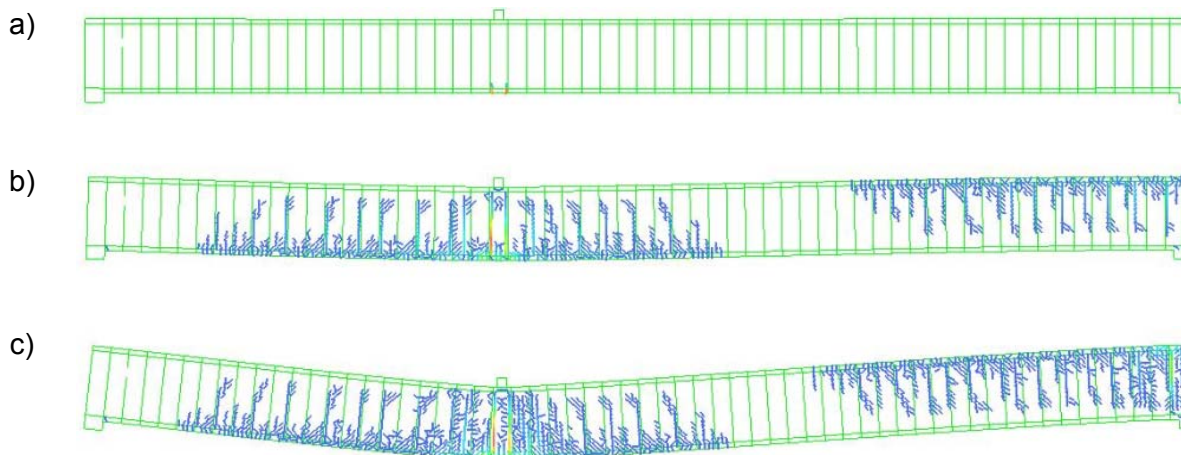


Figura 5.14 Fendilhação da viga V1\_12\_80 para a) momento de abertura da primeira fenda; b) momento em que a cedência; c) instante da rotura

A localização da primeira fenda comprova o que foi dito no subcapítulo anterior pois seria de esperar que com estas condições de apoio que a primeira fenda formasse-se na zona do encastramento (direita) e não a meio vão.

Observa-se que no momento da cedência as fendas já estão quase todas formadas e que a partir do momento em que se inicia a fase plástica ocorre é um aumento na abertura das fendas. Aumentou-se duas vezes a escala para ser possível a perceção da deformada e relembra-se que esta viga teve uma rotura pelos varões o que originou uma maior fendilhação.<sup>2</sup>

Na Figura 5.15 observa-se as rotações medidas a meio vão nas vigas da série de  $\omega_t = 0.4$ ,  $\delta = 1$  e C30, e nas rotações calculadas pelo método apresentado no Eurocódigo 2, ver subcapítulo 2.2.2. O método do Eurocódigo 2 é mais conservativo sendo que as rotações são cerca de 3 vezes mais inferiores que os valores medidos experimentalmente para as vigas e 4 a 5 para as lajes.

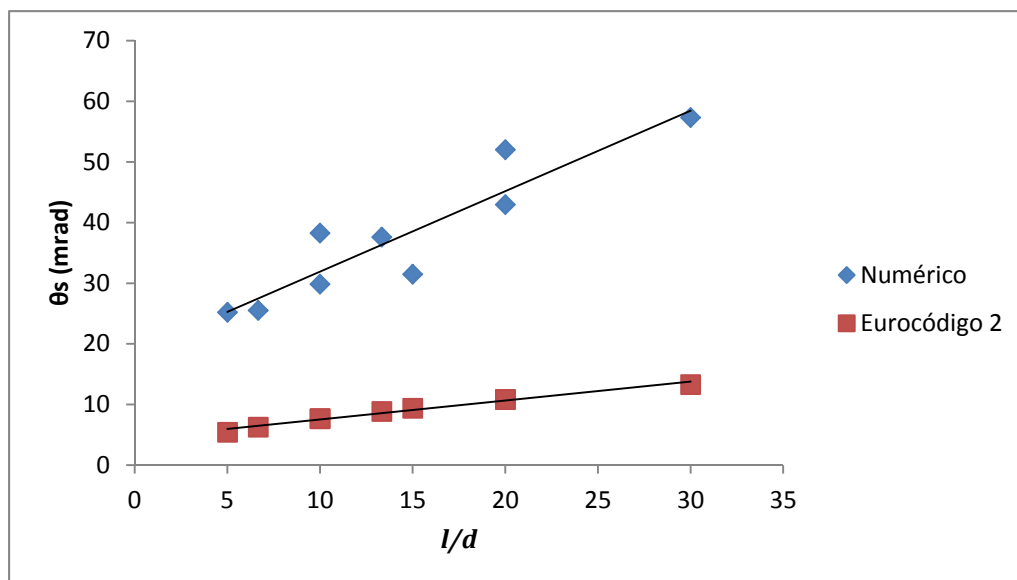


Figura 5.15 Rotação medida numericamente vs rotação pelo método proposto no Eurocódigo 2

## 5.5 Ductilidade em Pilares vs Ductilidade em Vigas

Por tudo o que já foi referido nesta dissertação é possível efetuar-se uma comparação entre a ductilidade dos pilares e a ductilidade em vigas.

No caso das vigas ficou claro que é possível um dimensionamento para índices de ductilidade a rondar os 3, em casos correntes de esbelteza e de quantidades de armadura,

<sup>2</sup> As cores não estão à escala pelo que não foi possível realizar um estudo pelas dimensões das fendas.

que permite ter um bom patamar de segurança, sendo possível aumentar este patamar tendo em conta algumas variáveis referidas anteriormente.

Quanto aos pilares torna-se mais complicado ter um bom patamar de segurança pois estes normalmente estão sujeitos à flexão composta sendo necessário ter em conta outras variáveis como o nível de confinamento do betão. Com base nos estudos realizados por Oliveira e Giongo (2006), ver Figura 3.10, é possível ter uma ideia de um pré-dimensionamento das armaduras transversais e da resistência do betão a adotar.

Por exemplo para índices de ductilidade de 2 seria necessário adotar um betão com classe de resistência entre os 20 e 30MPa e quantidades de armadura transversal ( $\rho_w$ ) de pelo menos 0.2.

Desta maneira é possível efetuar um pré-dimensionamento de um pórtico para corresponda a um índice de ductilidade de 2 garantido uma boa margem de segurança. No entanto é aconselhável um sobredimensionamento dos pilares devido as incertezas inerentes a bom confinamento do mesmo e devido a todos os efeitos que provocam os efeitos de 2º ordem neste tipo de elementos.

Com o sobredimensionamento dos pilares garante-se também que a formação do dano ocorra primeiro nas vigas evitando assim o colapso prematuro da estrutura, garantindo margens de segurança confortáveis.



# CAPÍTULO 6. CONSIDERAÇÕES FINAIS E DESENVOLVIMENTOS FUTUROS

---

## 6.1 Considerações Finais e Conclusões

A ductilidade das estruturas de betão tem sido um tema muito debatido nas últimas décadas, no entanto ainda não se chegou a um consenso quanto a uma maneira de quantificá-la de forma rápida e eficaz.

Os tipos de análise que um projetista pode usar para dimensionar as suas estruturas influenciam muito o produto final que obtém, por exemplo uma análise elástica é mais rápida e simples, no entanto pouco precisa e normalmente sobredimensionada. Sendo a análise não linear a que mais se adequa ao real comportamento da estrutura é também a mais complexa e demorada.

Quanto a redistribuição de esforços existem vários regulamentos que impõem limites, sendo que para os propósitos desta trabalho utilizou-se  $\delta = 1.0$ ,  $\delta = 0.875$  e  $\delta = 0.75$  que estão dentro dos limites indicados pelo REBAP.

Dos coeficientes que possam quantificar a ductilidade, o índice de ductilidade de flecha é o que melhor descreve a capacidade de deformação de uma estrutura pois é simples de calcular e fácil de observar.

Assim de maneira a poder-se quantificar o índice de ductilidade de flecha simularam-se 162 vigas num programa de elementos finitos de análise não linear material. Fez-se variar a percentagem de armadura mecânica, a esbelteza, a classe de betão e a redistribuição de esforços, chegando-se as seguintes conclusões:

- A ductilidade de uma viga diminui cerca de 25% a cada incremento de 0.1 na percentagem de armadura mecânica total, mantendo-se a mesma percentagem para a variação dos da redistribuição de esforços, isto para o betão C30 e para percentagem de armadura mecânica correntes. Para percentagem de armadura mecânica superiores a 0.4 a diminuição deixa de ser tão acentuada passando a valores entre os 15% a 20%;
- A utilização de betões de alta resistência provoca uma diminuição de cerca de 50% da ductilidade para as mesmas quantidades de armadura mecânica e para a mesma redistribuição de esforços;

- A redistribuição de esforços provocou um aumento na ductilidade, no entanto são precisos mais estudos para comprovar este comportamento, visto que o modelo de cargas originou esforços superiores a meio vão e não no encastramento como seria de esperar;
- Na esbelteza observou-se aumentos pouco significativos no índice de ductilidade, ou seja, a cada 5 unidades de aumento da esbelteza ocorre um aumento de cerca 5% no índice de ductilidade de flecha para o betão C30 e 2 a 3% para o betão C70.

A imposição de um deslocamento na zona de maior deslocamento da viga não é o modelo de cargas mais adequado para simular uma carga distribuída, no entanto facilita a convergência dos cálculos não lineares, permitindo de forma mais simples a leitura das deformações na cedência e na rotura.

A dimensão da malha influencia a escolha das propriedades mecânicas a utilizar nos modelos, principalmente na simulação da rotura por compressão e tração do betão.

O confinamento permite melhorar as características mecânicas do betão, daí que nos pilares o fator que mais condicione a capacidade de deformação seja a quantidade de armadura transversal. No entanto a redistribuição de esforços é proibida pela maioria dos regulamentos.

Nos cálculos efetuados verificou-se que as rotações na secção são cerca de 3 vezes superiores ao método proposto pelo Eurocódigo 2 no caso das vigas e 4 a 5 no caso das lajes, pois o Eurocódigo é muito mais conservativo.

## 6.2 Desenvolvimentos Futuros

Futuros aspetos que devem ser sujeitos a aprofundamentos teóricos ou experimentais:

- Estudo da influência de baixas percentagens de armadura em betões de alta resistência;
- Definição regulamentar dos índices de ductilidade assim como os seus limites máximos e mínimos, valores médios e característicos em vigas, lajes e pilares de betão armado;
- Estudos experimentais da influência do efeito de escala na ductilidade das vigas, nomeadamente esbeltezas semelhantes mas altura de secção e comprimento do vão diferentes;
- Quantificação da influência da armadura de compressão na ductilidade das vigas;
- Medição da influência das armaduras longitudinais na ductilidade de pilares;

## CAPÍTULO 7. BIBLIOGRAFIA

---

- Araújo, A. F. (2003). *Redistribuição de momentos em vigas contínuas em aduelas protendidas com cabos sintéticos externos*. PhD Thesis, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro.
- Araujo, J. M. (2009). Dimensionamento à Flexão Simples de Seções Transversais de Concreto Armado com Ênfase na Ductilidade. *Teoria e Prática na Engenharia Civil*, n.14, pp. 1-13.
- ARCER C.A. (2003). *Monografía 3 - Cálculo práctico de estructuras de hormigón armado con redistribución de esfuerzos*. Madrid, Espanha: EPES, Industrias Gráficas S.L.
- Carmo, R. N., & Lopes, S. M. (2005). Ductility and linear analysis with moment redistribution in reinforced high-strength concrete beams. *Canadian Journal of Civil Engineering*, n.32, pp. 194-203.
- CEB. (1982). *Manual CEB/ Fib on Bending and Construction*. Laussane: Comité Euro-International du Béton.
- CEB. (1985). *Manual on Cracking and Deformations. Bulletin D'Information n° 158*. Lausanne: Comité Euro-International du Béton.
- Costa, A., & Appleton, J. (2002). *Betão Armado e Pré-esforçado - Parte II - Materiais*. Documento de Apóio, Instituto Superior Tecnico, Departamento de Engenharia Civil, Lisboa, Portugal.
- Cusson, D., & Paultre, P. (1995). Stress-strain model for confined high-strength concrete. *Journal of Structural Engineering* 121.3, pp. 468-477.
- EHE - Instrucción de Hormigón Estructural. (1998). *Real Decreto 2661/1998, de 11-DIC, del ministerio de Fomento*.
- Eligehausen, R., & Fabritius, E. (1993). Steel Quality and Static Analysis. In CEB, *Safety and Performance Concepts, Bulletin d' Information N°219* (pp. 69-107).
- Erduran, E., & Yakut, A. (2003). Drift based damage functions for reinforced concrete columns. *Computer and Structures*, n.82, pp. 121-130.
- Erduran, E., & Yakut, A. (2004). Drift based damage functions for components of RC structures. *In 13th World Conference on Earthquake Engineering*.
- Farage, M. C. (1995). *Influência da resistência do concreto na ductilidade das vigas*. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal do Rio Janeiro, Rio Janeiro.
- fib - *Bulletin 55 , First complete draft* (Vol. 1). (2010). Lausanne, Switzerland: International Federation for Structural Concrete (fib).
- Gangolu, A. R. et al. (2008). Studies on Ductility and Evaluation of Minimum Flexural Reinforcement in RC Beams. *Materials and Structure*, 41, 759-771.
- Ho, J. C. (2012). Experimental Tests on High-Strength Concrete Columns Subjected to Combined Medium Axial Load and Flexure. *Advances in Structural Engineering*, Vol.15 n.12, pp. 1359-1374.

- Jang, Il-Young et al. (2008). On the Ductility of High-Strength Concrete Beams. *International Journal of Concrete Structures and Materials*, Vol.2, No.2, 115-122.
- Junior, H. C., & Giongo, J. S. (2001). Avaliação do Concreto de Alta Resistência Reforçado com fibra de Aço. *Congresso Brasileiro do Concreto* (p. 43). Foz do Iguaço: Anais... Foz do Iguaço: IBRACOM. 1Cd ROM.
- Langer, P. (1998). *Verdrehfähigkeit Plastizierter Tragwerksbereiche in Stahlbetonbau*. PHD Thesis, Institut für Werkstoffe im bauwesen, University of Stuttgart, Stuttgart, Germany.
- Leslie, K. E., Rajagopalan, K. S., & Everard, N. J. (1976). Flexural behavior of high strength concrete beams. *n.73*, pp. 517-521.
- LNEC. (1986). *Características de ductilidade dos elementos de betão armado sujeitos a ações repetidas e alternadas*. Laboratório Nacional de Engenharia Civil, Departamentos de Estruturas, Lisboa.
- Lopes, A. V., Lopes, S. M., & Carmo, R. N. (2011). Effects of the compressive reinforcement bucking on the ductility of RC beams in bending. *Engineering Structures*, n.37, pp. 14-27.
- Markeset, G., & Hillerborg, A. (1995). Softening of Concrete in Compression - Localization and size effects. *Cement and Concrete Research*, 25:4, 702-708.
- Martins, J. G., & Ferreira, I. (2006). *Análise de Estruturas - Estruturas de Ductilidade Melhorada* (Vol. 3). Porto, Portugal.
- NP EN 1992-1-1. (2010). *Eurocódigo 2 - Projeto de estruturas de betão - Parte 1-1: Regras gerais e regras para edifícios*. Caparica, Portugal: Instituto Português da Qualidade.
- Oliveira, W. L., & Giongo, J. M. (2006). Análise Teórica e Experimental de Pilares de Concreto Armado Sob Ação de Força Centrada. *Caderno de Engenharia de Estruturas*, vol.8, n.35, pp. 75-94.
- REBAP. (1983). *Regulamento de Estruturas de Betão Armado e Pré-Esforçado, Decreto-Lei n.º 349-C/83*. Lisboa: Imprensa Nacional - Casa da Moeda.
- Rots et al. (1985). Smearred Crack Approach and Frature Localization in Concrete. *Heron*, 30:1.
- Rots, J. (2002). Comparative Studies of Crack Models. *Third DIANA World Conference* (pp. 17-18). Tokyo, Japão: Finite Elements in Civil Engineering Applications.
- Santos, J. (2012). *Avaliação da Ductilidade das Estruturas em Betão Armado - Abordagem Experimental e Numérica*. PhD Thesis, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, Porto, Portugal.
- Silva, J. P., Rodrigues, H., Arêde, A., Rocha, P., & Varum, H. (2012). Comportamento de pilares de betão armado sujeitos a ações monotónicas e ciclicas. *Encontro Nacional BETÃO ESTRUTURAL*.
- Silva, P. J. (1977). *Redistribuição de momentos fletores em estruturas*. Dissertação de Mestrado, COPPE/UFRJ.
- Torres et al. (2004). Tension Stiffening Model for Craced Flexural Concrete Members. *Journal of Structural Engineering*, V.130, n.8, 1224-1251.

# Anexo A – Coeficientes de Rigidez

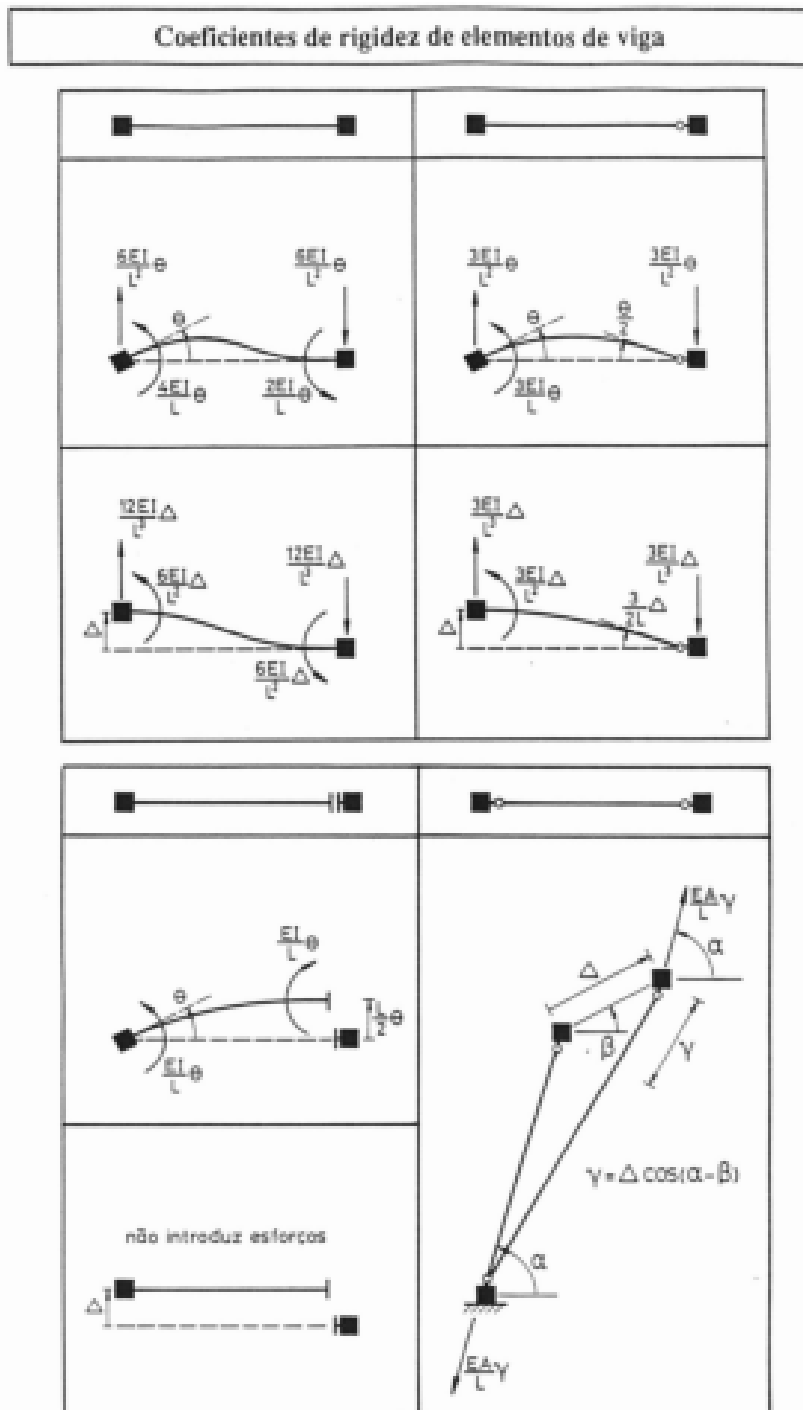


Figura A. 1 Coeficientes de Rigidez dos elementos da viga



## Anexo B – Índices de Ductilidade

---

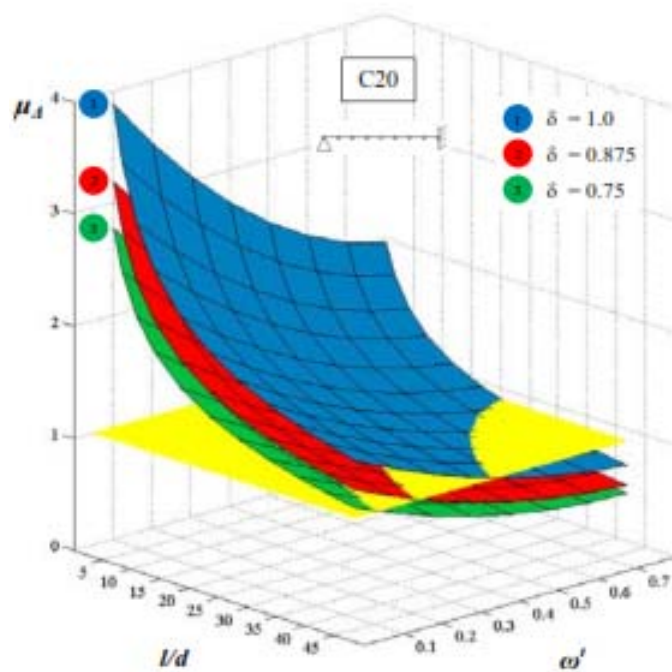


Figura A.1 Índice de ductilidade de flecha para betão C20, segundo Santos (2012)

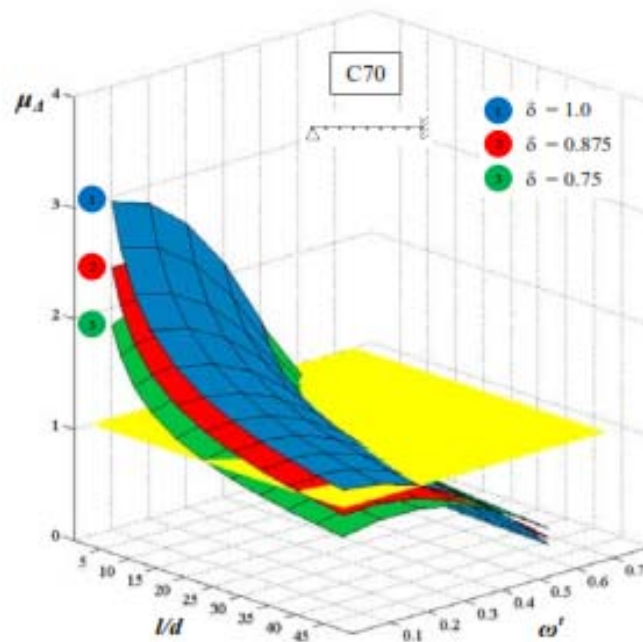


Figura A. 2 Índice de ductilidade de flecha para betão C70, segundo Santos (2012)