Os Robots e a Geometria Dinâmica no Ensino das Funções no 7º Ano de Escolaridade
Um estudo de caso

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

Ana Lina Aleixo Marques

MESTRADO EM ENSINO DA MATEMÁTICA NO 3º CICLO DO ENSINO BÁSICO E SECUNDÁRIO

UNIVERSIDADE da MADEIRA

A Nossa Universidade

www.uma.pt

janeiro | 2014

Os Robots e a Geometria Dinâmica no Ensino das Funções no 7º Ano de Escolaridade
Um estudo de caso

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

Ana Lina Aleixo Marques
MESTRADO EM ENSINO DA MATEMÁTICA NO 3º CICLO DO ENSINO BÁSICO E SECUNDÁRIO

ORIENTAÇÃO
Custódia Mercês Reis Rodrigues Drumond

À minha filha Maria Francisca

E

À memória do meu avô Aleixo

Agradecimentos

Começo por agradecer toda a disponibilidade e orientação dada pela Prof. Doutora Custódia Drumond e por todo o apoio, sugestões, incentivo e carinho prestado na elaboração desta tese de mestrado.

Agradeço à minha família por todo o incentivo que recebi e a compreensão da minha filha pelas tardes em que não pude estar com ela.

À minha colega, Andreia Vieira, pelo apoio, compreensão, incentivo, paciência, partilha e troca de ideias ao longo deste ano letivo e da elaboração desta tese.

A todos os elementos da direção do Colégio Salesianos Funchal, pelo apoio e colaboração e um agradecimento muito especial aos meus protagonistas, os meus alunos.

Resumo

Nesta dissertação começo por fazer uma pequena reflexão sobre a minha experiência profissional. Seguindo-se a abordagem teórica que esteve como suporte para o desenvolvimento do meu estudo de caso, implementado nas minhas quatro turmas de 7º ano, num total de 109 alunos. Este estudo, baseou-se na aplicação de duas tarefas na unidade temática das Funções utilizando as tecnologias, nomeadamente, do robot MINDSTORMS® NXT da LEGO® e do software de geometria dinâmica GeoGebra como ferramentas de introdução e consolidação de conteúdos. O propósito desta tese de mestrado centra-se na importância e na relevância da utilização destas tecnologias no ensino da Matemática, no caso específico das Funções no 7º ano. A recolha e análise dos dados para a elaboração desta tese foram baseadas exclusivamente na vivência dos alunos aquando da realização das tarefas propostas, através da grelha de observação diária, da gravação em áudio e vídeo, de fotografias, das fichas de trabalho e dos questionários, visto ter optado por uma investigação qualitativa em que a participação dos intervenientes é fundamental. Foi evidente uma aceitação positiva por parte dos alunos a estas tecnologias. Assim sendo, permitiu-me concluir que realmente a aprendizagem dos mesmos foi significativa visto que a utilização destas ferramentas facilitou a aprendizagem de alguns conceitos abordados na unidade temática das Funções.

Palavras-chave: Robot MINDSTORMS® NXT da LEGO®, GeoGebra, Funções, tecnologias, Matemática.

Abstract

In this dissertation I start by making a small reflection on my professional experience. It is followed by the theoretical approach that was the support for the development of my study case implemented in my four 7^{th} year classes, in a total of 109 pupils. This study was based in the application of two tasks of the Functions thematic unit using technologies, namely of the MINDSTORMS® NXT robot by LEGO® and of the geometry dynamics GeoGebra, as contents introduction and consolidation tools. The main purpose of this Master's thesis is centered in the importance and relevance of these technologies in the teaching of Mathematics, specifically with the Functions worked in the 7^{th} year. The research and analysis of the data for this study was exclusively grounded in the pupils' experience while doing the suggested tasks through a daily observation table, audio and video recordings, photos and through worksheets and questionnaires, due to the choice of a qualitative research where the participation of the individuals is essential. The positive acceptance of these technologies by the students was clear. Therefore, it allowed me to conclude that the students' learning was significant and it facilitated the learning of some concepts studied in the Functions thematic unit.

Keywords: MINDSTORMS® NXT robot by LEGO®, GeoGebra, functions, technologies, mathematics.

ÍNDICE

Índice de Figuras

“Sabemos de quase nada adequadamente,
de poucas coisas a priori,
e da maioria por meio da experiência.”
Wilhelm Leibniz

Capítulo I – Introdução

Nesta dissertação faço uma breve descrição da minha experiência como professora de Matemática, que teve início aquando a realização do estágio integrado na Licenciatura em Matemática (ramo ensino) no ano letivo 1999/2000.

Em termos de organização desta dissertação, dividi a minha tese em seis capítulos.

O objetivo principal desta dissertação incidiu num estudo de caso, envolvendo as minhas quatro turmas de 7º ano do Colégio Salesianos Funchal, autorização entregue à direção (anexo I), centrando-se numa reflexão sobre a utilização das tecnologias no ensino da Matemática, sobretudo naquelas que utilizei para explorar duas fichas de trabalho no âmbito da unidade temática das Funções no 7º Ano.

A primeira tarefa foi realizada com o robot MINDSTORMS® NXT da LEGO®, na introdução e exploração do referencial cartesiano e a segunda com o software de geometria dinâmica GeoGebra, na análise da função de proporcionalidade direta como sendo uma função linear.

Na redação desta dissertação faço referências a alguns alunos e para manter o anonimato dos mesmos decidi designá-los por aluno1, aluno2 e assim sucessivamente. Apesar da notação utilizada ser a mesma nos diversos diálogos apresentados, a designação aluno1, por exemplo, não é referente sempre ao mesmo aluno.

Capítulo II - Prática Pedagógica

“O professor medíocre conta.
O bom professor explica.
O professor superior demonstra.
O grande professor inspira.”
Whilliam Arthur Ward

No ano letivo 1999/2000 na Escola Básica e Secundária Jaime Moniz, atualmente, Escola Secundária Jaime Moniz, iniciei o meu percurso como professora de Matemática em duas turmas, uma de 9º ano e outra de 10º ano, na realização do estágio integrado da Licenciatura em Matemática (Ramo Ensino) da Universidade da Madeira.

A partir do ano letivo 2000/2001 até a presente data, leciono a disciplina de Matemática a alunos do 3º ciclo na Escola Salesiana de Artes e Ofícios, atualmente, Colégio Salesianos Funchal.

Ao longo destes anos letivos, para além da função de professora de Matemática no 3º ciclo, desempenhei várias funções, nomeadamente, delegada de grupo disciplinar, coordenadora de departamento das ciências exatas, da natureza e da geografia, dinamizei vários clubes de escola (clube da matemática, clube de orientação e clube aventura) e diretora de turma, onde a burocracia é rainha, mas onde a relação com os alunos é diferente e ganha outra dimensão.

Quando exercemos as funções de diretora de turma, acabamos por conhecer melhor os nossos alunos quer ao nível escolar, assim como, ao nível pessoal. Por vezes por detrás de um sorriso está muita mágoa e muita dor. É complicado julgarmos os nossos alunos e não sabermos ao certo o que está por detrás de determinado comportamento. O que é um facto, é que cada vez mais, os alunos sentem-se abandonados pelos seus encarregados de educação na escola e infelizmente muitos deles estão entregues a si próprios.

No âmbito da disciplina que leciono, tentei colmatar sempre as dificuldades que os meus alunos sentiam e encarando-os como novos desafios, motivando-os para esta disciplina com conotação negativa por parte de muitos encarregados de educação que conheci. Um exemplo disso é esta frase que ouvi de alguns encarregados de educação, desculpando o insucesso do seu educando: “professora, eu já não era muito boa à Matemática!”. Perante esta situação tento transmitir que isto não se trata de uma questão de genética. Por vezes não é fácil lidar com estas ideias previamente concebidas e muito interiorizadas, pois alguns alunos dizem-me, logo no primeiro dia de aulas: “professora, desde o 1º ciclo (ou 2º ciclo) que eu sou mau aluno em Matemática!” ou então “Professora, não se preocupe comigo que eu sou um zero a Matemática!”.

Devo referir que também tive alunos (normalmente quando leciono sétimo ano) que me disseram: “professora, eu nunca tinha tido negativa em Matemática, é a primeira vez!” e estes são aqueles que automaticamente me fazem refletir sobre a minha prática pedagógica, e tento compreender o que é que se passou, descobrir qual é a diferença sentida por eles e o porquê deste resultado juntamente com os mesmos.

Deste modo, posso afirmar que nas minhas aulas normalmente não esqueço nenhum aluno, presto atenção aos alunos médios, incentivo os ditos “maus alunos”, pois para mim são um desafio e claro, nunca esqueço os ditos “bons alunos”. Já presenciei alguns episódios engraçados sobre a motivação dos alunos para a Matemática, isto deve-se em parte, pelo facto que quando inicio uma unidade temática, por regra faço uma contextualização histórica, até porque os manuais já estão preparados com estas curiosidades e pelo facto da maioria das regras e dos teoremas terem o nome de quem os descobriu/demonstrou, assim sendo, ao longo da minha curta experiência como professora, já tive alunos que diziam tentar descobrir uma fórmula matemática para se tornarem famosos, e que tentavam quase diariamente mostrar que tinham descoberto alguma coisa que pudesse ser considerado uma regra matemática. Diziam-me assim: “a professora vai ver! Eu ainda serei famoso!". Outros trouxeram curiosidades, problemas e desafios para ver se eu os conseguia resolver, tudo para "testarem" a professora de Matemática.

Considero-me uma professora que durante estes anos letivos cumpriu quase sempre o programa estipulado pelo Ministério de Educação, mas que nunca esqueceu, que estava a trabalhar com seres humanos e que por isso, por vezes as coisas não são tão lineares como as idealizámos inicialmente.

Ao lecionar esta disciplina, tão amada por uns e odiada por outros e para além do cumprimento ou não do programa estabelecido pelo Ministério da Educação e das dificuldades que encontro no dia a dia tento sempre que me é possível, diversificar as minhas aulas. Por exemplo, fazendo experiências (na relação volume do prisma e volume da pirâmide), webquest (na consolidação de conhecimentos), jogos (dominós, batalha naval, dos múltiplos de um número), atividades investigativas (elaboração de relatórios) e Pedy paper matemático (na tão desejada comemoração da lição 100).

No que diz respeito à metodologia utilizada diariamente nas minhas aulas, lembro-me sempre das diretrizes dadas pela minha orientadora de estágio, professora Matilde Camacho, que dizia: sempre que iniciamos um capítulo devemos começar com uma situação problema, para que os alunos sintam necessidade e percebam a importância do conteúdo matemático que será ensinado. Um exemplo de uma situação onde facilmente isto é sempre verificado é quando introduzo, o sistema de duas equações do 1º grau com duas incógnitas, os alunos dizem sempre: "Professora, precisamos de mais informação!" ou então, "Professora, dá para fazer com duas equações?" ou simplesmente "Professora, não dá para fazer! Ficamos com duas incógnitas na mesma equação! E agora?".

Assim, considero que a aprendizagem é mais motivadora e mais significativa para eles, porque a partir de uma situação problema e após várias hipóteses e tentativas de resolução, pelos grupos de trabalho, em conjunto, tentamos sempre chegar ao conteúdo matemático desejado e consequentemente à importância do mesmo.

Como regra, nunca desvalorizo uma opinião ou sugestão de resolução de um exercício/problema de um aluno por muito absurda que me pareça, pois tento perceber o seu ponto de vista e caso não esteja correto, explico o porquê de não poder ser assim, normalmente mostrando um contra exemplo, pois entendo que ao corrigir esse raciocínio estarei a eliminar essa dúvida de vez.

Considero muito importante confrontá-los com os erros para evitá-los no futuro. Por outro lado, às vezes surpreendem-me com resoluções que não me tinham ocorrido como possíveis soluções de determinado exercício/problema.

Durante esta experiência de professora de Matemática e paralelamente às minhas aulas, incentivei sempre os meus alunos à participação em concursos relacionados com a disciplina, quer a nível de escola, olimpíadas da Matemática e posteriormente do conhecimento, problema do mês, competições durante a semana da Matemática (jogo do abalone, xadrez, 4 em linha, problemas de estimativas), quer a nível regional, Agente X, assistir peças de teatro relacionadas com a disciplina, Pedy-papers em outras escolas no âmbito da Semana da Matemática das mesmas, realizando uma partilha de conhecimentos e de experiências. Recordo-me do dia que fomos à Escola Básica do 2º e 3º ciclos do Estreito de Câmara de Lobos, e das observações feitas pelos meus alunos valorizando as condições físicas que tinham na sua escola, muito melhores que a daqueles alunos. A nível nacional, participamos no Equamat, Canguru Matemático e num concurso que nunca vou esquecer, o jogo do 24, nomeadamente, pela motivação, pelo fascínio e empenho dos alunos envolvidos. Este jogo, muito conhecido, consiste resumidamente, na obtenção do número 24, utilizando obrigatoriamente os quatro números do cartão (apenas uma vez cada um), realizando uma ou várias operações (adição, subtração, multiplicação e divisão). É um jogo que desenvolve o cálculo mental e consequentemente o raciocínio matemático, que nos dias de hoje, infelizmente, parece estar a perder-se nos nossos alunos.

Outra função que desempenhei nestes últimos seis anos letivos, após a frequência de uma ação de formação de e-learning, foi o de pertencer à equipa orientadora/dinamizadora do projeto da Direção Regional da Educação – “Estou na Escola com os meus Amigos”. Este projeto consistia em prestar apoio on-line a todos os jovens do arquipélago que se ausentassem da sua escola por motivo de doença. Deste modo, estabelecia-se a ponte entre a escola/professores e o Hospital/aluno, minimizando de alguma forma a ausência física do aluno da escola e ocupando o seu pensamento, afastando-o assim, da realidade que agora enfrentava, a da sua doença. Nem sempre foram momentos fáceis, mas todo o tempo dispensado com aqueles alunos e com alguns que infelizmente já partiram, valeu sem dúvida a pena, pois naquele momento eles estavam satisfeitos/realizados, em poder “frequentar” a escola embora de uma maneira diferente, pois garantíamos o contacto com a sua escola, com os seus professores e por vezes até com os seus colegas.

Capítulo III – Fundamentação Teórica

Neste capítulo, e com base na leitura e nas pesquisas realizadas começo por fazer uma breve abordagem às tecnologias no ensino, dando ênfase à utilização do computador, dos robots e dos softwares de geometria dinâmica no ensino da Matemática. Assim sendo, apresento as ideias que considerei mais significativas sobre o porquê da minha escolha do robot NXT da LEGO® e do software do GeoGebra para a realização das tarefas desenvolvidas e sobre a avaliação qualitativa e as atividades de investigação na aula de Matemática.

3.1. Tecnologias no Ensino

É curioso que ao analisarmos as ferramentas utilizadas numa sala de aula, o quadro de giz apesar de ter sido introduzido em 1801, hoje em dia continua a ser uma ferramenta central (Azcue, 2012, p.65).

É do conhecimento geral que a mudança gera sempre sentimentos, como insegurança, apreensão, medo, conflito, entre outros. No que diz respeito ao currículo, ou a ferramentas utilizadas no Ensino isto não é exceção. De acordo com Gilbert (1986), até a simples introdução nas escolas da esferográfica, em 1960, em detrimento da substituição da pena de aço (ou pena de pato ou pena de corvo) gerou polémica (p.247).

A introdução da máquina de calcular nas aulas de Matemática, não teve como objetivo eliminar os exercícios de cálculo mental e de escrita, pelo contrário, a sua utilização seria mais de motivação e de descoberta para a compreensão das operações e propriedades do cálculo (Gilbert, 1986, p. 260). Azcue em 2012, afirmou que: “O mundo do ensino, contra todas as previsões, é dos mais lentos a incorporar novas ideias e tecnologias. É muito difícil imaginar outro setor da sociedade que tenha mudado tão pouco nos últimos 200 anos” (p. 65).

A pesquisa indica que, apesar dos inúmeros benefícios da utilização das Tecnologias de Informação e Comunicação (TIC) no ensino da Matemática, o processo de integração das TIC na sala de aula é um processo lento e complexo. A maioria dos professores precisa mais do que o que a tecnologia promove. Conhecer apenas os benefícios que as TIC trazem para a sala de aula por vezes não é suficiente (Hohenwarter & Lavicza, 2007).

Segundo Azcue (2012), o professor tem que estar tecnicamente preparado e exercer a sua prática pedagógica de forma que os alunos que diariamente estão em contacto com as novas tecnologias as usem para gerar e adquirir conhecimento, sendo capazes de selecionar, entender e criticar (p.66).

A maioria do que as crianças aprendem hoje nas escolas foi projetado na era do papel e lápis. É necessário atualizar os currículos para a era digital. Assim sendo, as escolas devem preparar os estudantes com as novas competências e idéias que são necessárias para viver e trabalhar numa sociedade digital. A introdução das novas tecnologias vai mudando não só o que os alunos devem aprender, mas também o que eles podem aprender. Há vários temas/contéudos que eram importantes, mas não foram incluídos nos currículos tradicionais, porque eles eram muito difíceis de ensinar e aprender com apenas papel, lápis, livros e quadro preto. Alguns destes conceitos são agora acessíveis através do uso criativo das novas tecnologias (Resnick, 2002, p. 36).

Azcue (2012) afirmou: “Posso considerar-me um forte defensor do uso dos computadores na educação, mas um enérgico opositor do seu uso indevido nas escolas…. O conceito mais importante é o de que a tecnologia tem de acompanhar e não de orientar o ensino” (p.70).

3.2. Computador no Ensino da Matemática

O computador tem sido visto como um dos fatores mais promissores que podem influenciar o ensino da Matemática. Durante os últimos vinte e dois anos, revolucionou o ensino e ajudou a diversificar e complementar as aulas de Matemática, assim como, a utilização das máquinas de calcular e a sua respetiva evolução (Ponte, Nunes, & Veloso, 1991).

O modo de utilização dos computadores adequou-se fortemente ao estilo e objetivos do próprio currículo, em especial à importância que este atribuía às tarefas de resolução de problemas… à ênfase que punha no desenvolvimento da autonomia e responsabilidade dos alunos. Assim sendo, muitos projetos, tanto no âmbito da Comunidade Europeia como fora dela, têm sido realizados para estudar o potencial educativo da utilização de computadores e as suas implicações (Ponte, Matos, & Abrantes, 1998).

Segundo Resnick e Brennan (2012) as atividades com computadores baseiam-se no processo de pensar e de aprender, indo para além do que se está a aprender ao como se está a aprender, ou seja, não é apenas importante o saber mas também como se está a processar esse conhecimento (p.7).

De acordo com Azcue (2012), "alguns estudos sugerem que nem sempre o uso dos computadores é benéfico no ensino. Está demonstrado que os computadores, tal como a televisão, incentivam as crianças a transformarem-se em *couch potatoes*" (p.67).

No entanto, o computador é uma excelente ferramenta para potencializar a pesquisa, a capacidade literária e a própria resolução de problemas quando bem explorado. (Azcue, 2012, p.68).

Resnick (2012) afirma que é preciso haver uma mudança na forma como as pessoas pensam sobre a programação, e como pensam sobre os computadores em geral. É preciso alargar o conceito incluindo a conceção e a criação, e não apenas navegação e interação (p.46).

3.3. Robots

Segundo Iovine em 1998, a origem dos robots remonta à Grécia antiga, com a criação de estátuas móveis por volta de 270 a.C., tendo o engenheiro grego Ctesibus, construído órgãos e relógios aquáticos com figuras móveis (p. 1).

De acordo com Kelly (2007), um robot é um dispositivo construído para executar ações de forma independente e interagir com o seu meio (p. 1).

A palavra robot foi utilizada pela primeira vez em 1921 pelo checoslovaco Karel Capek, numa peça intitulada RUR – Robots Universais de Rossum. A palavra robot em checo significa trabalhadores, nesta peça os robots tinham sentimentos. Estes serventes mecânicos posteriormente revoltaram-se contra os seus mestres, os humanos (Iovine, 1998, p. 1).

3.3.1. Robots no Ensino da Matemática

As atividades com robots promovem grandes oportunidades aos estudantes para aprenderem conceitos importantes de Matemática e de Ciências e aprendê-los de forma muito mais significativa e motivadora do que nas aulas tradicionais. Além disso, estas podem ajudar os alunos a ser criativos (Resnick, 2004).

O Ensino em Portugal está a mudar, desde há 10 anos que os clubes de robótica e as atividades com robots, em todos os níveis de ensino têm aumentado nas escolas (Rei, 2011).

Anualmente em Portugal é realizado o Festival Nacional de Robótica, cuja primeira edição foi em 2001. A Sociedade Portuguesa de Robótica, com apoio do Ciência Viva, contribuiu para a divulgação desta nova ferramenta de ensino, através de várias atividades e projetos.

“Mas depois foram as escolas que voaram com as suas asas e envolveram alunos e professores numa aventura em que o céu é o limite” (Rei, 2011).

Resnick e Silverman (2005) acreditam, tal com Seymour Papert (o seu mentor) que a melhor experiência de aprendizagem, para a maioria das pessoas, é conseguida quando estes estão ativamente envolvidos na criação e conceção de objetos (conteúdos), especialmente se forem significativos para eles ou para o seu meio.

Segundo Resnick (2004) no que diz respeito às atividades com robots, não se trata de entretenimento, mas sim de aprendizagem, em que o aluno revela um papel ativo e não um papel passivo. Defende que devemos concentrar em " jogo " e " aprendizagem" (coisas que fazemos) em vez de "entretenimento" e " Educação " (coisas que os outros nos dão). Ou seja, Resnick prefere uma " aprendizagem lúdica ", em vez de uma " educação divertida". Pode parecer uma pequena mudança, mas as palavras que usamos podem fazer uma grande diferença na maneira como pensamos e como fazemos.

3.3.2. Robot MINDSTORMS® NXT da LEGO®.

O Grupo LEGO ® TM, com sede na Dinamarca, ainda pertence à família de Kirk Kristiansen, que a fundou em 1932, pretende desenvolver a criatividade das crianças através do seu lema aprender brincando. A empresa hoje fornece em mais de 130 países, brinquedos, experiências e materiais de ensino para crianças.

O robot LEGO® MINDSTORMS® promove aos estudantes de uma forma ativa a descoberta da tecnologia, da ciência e da Matemática de uma forma divertida.

Segundo Bumgardner, em 2007, o nome MINDSTORMS surgiu do livro *Mindstorms: Children, Computers, and Powerful Ideas* de Seymour Papert, na década de 1980, onde argumentava como é que os computadores iriam promover o desenvolvimento intelectual das crianças.

O conceito deste robot é exemplificado na figura 1, onde se prevê três fases, construir, programar e executar.

Figura 1 – Funcionalidades do Robot MINDSTORMS® NXT da LEGO®

Fonte: Manual do robot MINDSTORMS® NXT da LEGO®

A utilização deste robot, implica a sua construção prévia, que está bem exemplificada no respetivo manual. Obtido juntamente com as peças LEGO, e página a página obtemos o produto final – o robot.

Nesta montagem, podemos utilizar os vários sensores disponíveis, nomeadamente, o de ultra som (que proporciona a capacidade de medir a distância entre um objeto e reagir com movimento), o de luz (que reage consoante as diferentes tonalidades e cores), o de som (que reage aos níveis de som emitido) e o de toque (que permite responder perante os obstáculos).

A peça fundamental é o bloco NXT, que corresponde ao cérebro do robot. Esta peça permite também programar o robot sem recorrer a um computador.

No entanto, a programação é quase intuitiva, basta instalar o Software MINDSTORMS® NXT education, compatível com os sistemas Microsoft Windows e Apple Macintosh.

Para executar o programa, primeiro passamos o nosso ficheiro do computador para o NXT, através de um cabo usb ou wireless bluetooth, depois é só executar o programa.

3.4. Software de Geometria Dinâmica – GeoGebra

De acordo com Hohenwarter e Fuchs, em 2004, os softwares de álgebra e de geometria dinâmica têm influenciado o ensino da Matemática. O GeoGebra é um software que nos permite trabalhar a álgebra e a geometria dinâmica numa única ferramenta.

A exemplo dos softwares de álgebra (*Derivar, TI-92* e *Mathematica)* e o software de geometria dinâmica *Cabri* que foram introduzidos em palestras da especialidade, desenvolvidas por professores de Matemática da Universidade de Salzburgo, o GeoGebra também foi idealizado desta forma.

Com base nos exemplos padrões, os estudantes universitários foram apresentando as vantagens e as potencialidades dos diferentes tipos de software. As variações dos parâmetros, a representação algébrica e os efeitos subsequentes sobre os gráficos foram investigados usando softwares de álgebra. Assim como, a manipulação dinâmica dos objetos geométricos para estudar a sua influência na representação algébrica.

Em 1997, Karl Fuchs fez uma palestra na Universidade de Salzburgo, no âmbito do ensino da Matemática sobre a utilização da calculadora TI-92. Esta calculadora já possuía dois Sistemas de Geometria Dinâmica (DGS) e Sistema de Computação Algébrica (CAS), mas estas operacionalidades funcionavam separadamente. Durante este tempo, um dos seus alunos, Markus Hohenwarter, sugeriu a junção dos dois sistemas.

Mais tarde em 2001, Markus Hohenwarter começou a desenvolver a sua tese de mestrado - *GeoGebra* - *um Software para Geometria Dinâmica e Álgebra no plano.* O objetivo era desenvolver uma ferramenta inovadora para o ensino da Matemática nas escolas secundárias.

O GeoGebra é um software de álgebra e de geometria dinâmica, que permite trabalhar com a geometria, assim como, escrever as representações algébricas diretamente, ou seja, uma expressão na janela de álgebra corresponde a um objeto na janela de geometria e vice-versa. Foi idealizado para estudantes (com idade de 10 a 18) e professores das escolas secundárias. O programa incentiva os alunos a abordarem a matemática de uma forma experimental (ver fig. 2).

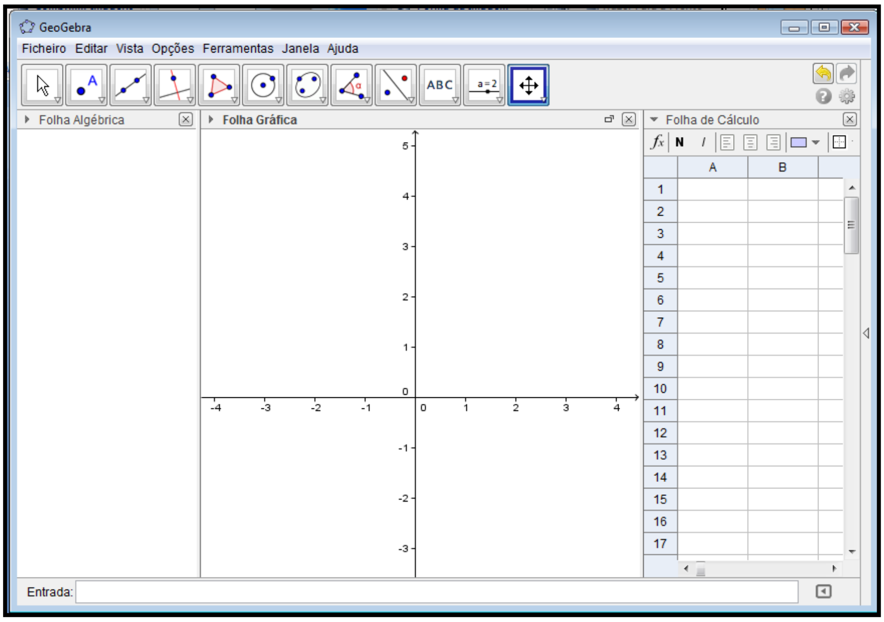


Figura 2 – Ambiente de trabalho no GeoGebra

O protocolo de construção do *GeoGebra* torna possível refazer construções a qualquer momento, inserir novos elementos e até mesmo alterar a sua ordem. No entanto, sempre que os alunos estão inserindo ou excluindo expressões estes devem estar cientes das suas funcionalidades e dependências.

As construções dinâmicas no GeoGebra, podem ser feitas como em qualquer outro software de geometria dinâmica. Estas construções podem ser alteradas dinamicamente pelo arrastamento dos objetos livres. Além disso, é possível introduzir diretamente coordenadas de pontos ou vetores, equações de retas, secções cônicas ou funções e números ou ângulos.

Assim, desde o início, o software foi projetado para a utilização em escolas. A exploração das atividades não é prejudicada por traduções do software em causa, pois o GeoGebra é multilingue não só nos seus menus, assim como, nos seus comandos.

A comunidade científica está ciente do potencial deste software pois tem sido reconhecido por vários prémios a nível internacional, recentemente, a 10 de Abril foi o contemplado na área da Matemática nos MERLOT classics awards winners 2013 (Recurso Educacional Multimédia de Aprendizagem e Ensino Online). Este prémio reconhece e promove excelentes recursos on-line destinados a melhorar o ensino e aprendizagem e homenageiam os respetivos autores pelas suas contribuições para a comunidade académica.

O GeoGebra já está disponível em 3D na versão 5.0 não definitiva, pois ainda se verificam algumas lacunas, mas já estão disponíveis vários applets no site oficial, como o exemplo apresentado na figura 3, sobre as coordenadas de um ponto no espaço. Este exemplo é apenas uma atividade de uma grande coleção de atividades.

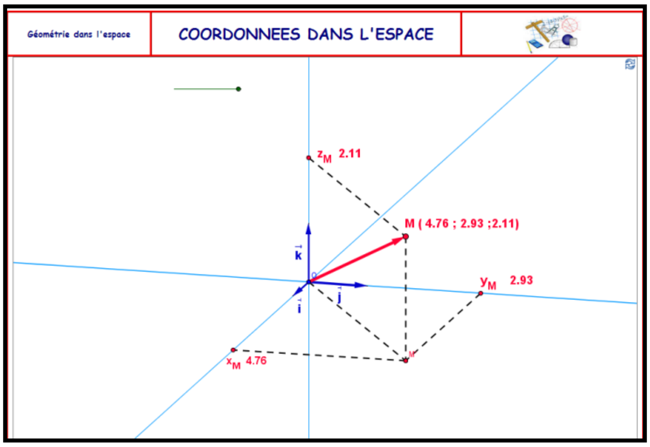


Figura 3 – Exemplo da versão do GeoGebra em 3D

Fonte: http://dmentrard.free.fr/GEOGEBRA/index.htm

3.4.1. Porquê o GeoGebra?

Existem vários softwares de geometria dinâmica, resumidamente apresentarei como surgiram e as suas principais características, selecionei apenas três softwares: o Cabri-

Géomètre, o Geometer's Sketchpad e o Cinderella. Destes softwares apresentados só trabalhei com o Sketchpad nas minhas aulas em anos anteriores.

Segundo Silveira (2002) Cabri-Géomètre ou simplesmente Cabri (CAhier BRouillon Informatique) é um programa de geometria dinâmica da autoria de Jean-Marie Laborde e Franck Bellemain, desenvolvido na Universidade Joseph Fourier em Grenoble e no Centre National de la Recherche Scientifique, no Laboratório de Estruturas Discretas e de Didática e na equipa Environnements Informatiques de l'Apprentissage Humain do laboratório Leibniz.

O Cabri, é um software que permite construir todas as figuras da geometria elementar que podem ser traçadas com a ajuda de uma régua e de um compasso. Uma vez construídas, as figuras podem movimentar-se conservando as propriedades que lhes haviam sido atribuídas. O Cabri está disponível em mais de 40 países e em 24 idiomas diferentes.

A ideia deste projeto surgiu em 1985 e a primeira apresentação do programa foi feita em 1987. Inicialmente idealizado para computadores Macintosh, em 1989 surgiu a versão MS-DOS. Mais tarde foi lançada a segunda versão do Cabri, e em 1998 apareceu a versão Windows (Silveira, 2002).

Outro software de Geometria Dinâmica, o Cinderella, é da autoria de J. Richter-Gebert e U. H. Kortenkamp e a versão portuguesa é da responsabilidade do Centro de Matemática e Aplicações Fundamentais da Universidade de Lisboa.

O Cinderella constitui um utensílio de grande qualidade para investigar construções geométricas. Consegue abordar a geometria euclidiana habitual, a hiperbólica e a esférica, estas podem coexistir e qualquer ação realizada numa delas sofre a respetiva atualização imediatamente nas outras. É um sotfware compatível com os sistemas: Windows, Macintosh, Linux, entre outros (Silva, 2002).

No que diz respeito às origens do Geometer Sketchpad, estas remontam para os anos 1980 e ao Projeto de geometria visual, um projeto de pesquisa na Swarthmore College, sob a direção de Eugene Klotz e Doris Schattschneider. Este projecto, foi financiado pela National Science Foundation, com o objetivo de desenvolver novas tecnologias baseadas em materiais para uso no ensino da geometria. Sob a sua égide, Nicholas Jackiw foi pioneira no desenvolvimento da primeira versão do Geometer Sketchpad. O nome do programa homenageia Ivan Sutherland, programa Sketchpad 1963, uma obra inovadora no início da computação gráfica interativa.

Key Curriculum Press envolveu-se como editor deste projeto. Steven Rasmussen, foi o primeiro a ver que a técnica de Jackiw para manipular interativamente diagramas matemáticos, mantendo as suas definições fundamentais tinha um grande potencial educativo no ensino da Matemática como uma ferramenta para conjeturar, visualizar, generalizar e para a resolução de problemas. Rasmussen e Jackiw inventaram a terminologia "Geometria Dinâmica" para descrever imagens interativas fundamentalmente do Geometer Sketchpad. Depois de vários anos de desenvolvimento no ambiente académico, o programa Sketchpad foi testado durante um ano em escolas dos Estados Unidos, e em 1991, foi lançada a primeira versão comercial para Macintosh.

No que diz respeito ao GeoGebra, a ideia básica foi criar/desenvolver um software dinâmico, único e de fácil utilização que incorporasse geometria, álgebra e cálculo, diferenciando-se assim dos outros programas que trabalhavam estes domínios isoladamente (Hohenwarter & Lavicza, 2007).

Com o GeoGebra é possível criar páginas interativas HTML – mais conhecidas como APPLETS - que podem ser usados em qualquer navegador de Internet compatível com Java (por exemplo: Internet Explorer, Mozilla, Netscape…). Estas aplicações são totalmente independentes do programa, isto é, o GeoGebra não tem que ser instalado para usar a folha de cálculo. Assim, o GeoGebra é também uma ferramenta para criar conteúdo interativo de e-learning. O aplicativo autónomo pode ser usado em qualquer plataforma (MS Windows, Unix, Linux, Macintosh) e o GeoGebra pode até ser iniciado diretamente a partir da Internet evitando o complicado e burocrático procedimento das escolas no que diz respeito a instalação/atualização de programas nos computadores.

O facto de o GeoGebra não ser comercial, pois todos sabemos a dificuldade económica que as escolas estão a passar, o facto de estar em português e de podermos trabalhar com ele off-line foi essencial para a minha escolha, na dinamização da tarefa na ficha de trabalho nº2.

3.4.2. GeoGebra no ensino da Matemática.

O GeoGebra é uma ferramenta muito versátil para o ensino da Matemática, pois pode ser usado das seguintes formas:

- Como uma ferramenta de demonstração e visualização, o GeoGebra é um software com uma ampla cobertura devido às suas diversas representações.
- Como uma ferramenta de construção, em 1990, Karl Fuchs apontou a importância de desenho assistido por computador. Não pretendia a substituição do ensino tradicional, mas a introdução de novas estratégias. A ideia de "utilização do computador" tornou-se fundamental. O GeoGebra tem todas as potencialidades que são exigidas a um desenho correto e rigorosamente construído.
- Como ferramenta para descobrir Matemática, os Computadores e software matemático têm provocado novas perguntas básicas sobre o ensino da Matemática. Os alunos podem organizar/construir o seu próprio conhecimento. Esta forma experimental vem complementar a forma tradicional do ensino da Matemática, tal como descrito no item 1 acima. O GeoGebra pode ser usado como uma ferramenta importante para este desafio. Ele pode ajudar a criar uma atmosfera adequada para aprendizagem.

- Como ferramenta de elaboração de materiais de ensino, o GeoGebra incentiva os professores a preparar materiais para o processo de ensino utilizando-o como uma ferramenta de cooperação, comunicação e de representação. O software pode ser usado com alunos de 10 a 18 anos, começando com construções simples até à integração de funções. Não interessa se os alunos estão a explorar a matemática, sozinhos ou em grupos, o professor deve tentar ser um orientador e apenas deverá intervir caso seja solicitado. Os resultados das experiências dos alunos com o GeoGebra devem ser o ponto de partida para debates na sala de aula, promovendo assim um ambiente propício para desenvolver o raciocínio matemático, assim como, a linguagem matemática.

3.5. Avaliação Qualitativa

> "O professor não ensina, mas arranja modos de a própria criança descobrir por si mesma. Cria situações-problema"
> Jean Piaget

De acordo com Denzin, Lincoln e colaboradores (2006), a entrevista, a política, a ética, o estudo de caso, a investigação participativa, a observação participante, os métodos visuais e a análise interpretativa são considerados como pesquisa qualitativa (p.16).

Neste contexto, a avaliação qualitativa baseia-se essencialmente na observação e na pesquisa participante. "Qualidade é participação, apesar das dificuldades óbvias de tratamento desse tema, parece cabível concluir que o centro da questão qualitativa é o fenómeno participativo" (Demo, 1991, p. 23).

Denzin, Lincoln, e colaboradores (2006) definem de uma forma geral a pesquisa qualitativa como sendo um conjunto de práticas materiais e interpretativas, das quais o investigador, as obtém através de notas de campo, de entrevistas, de conversas, de fotografias, de gravações e de lembretes (p.17). Permitindo assim, que o investigador estude as coisas no seu meio natural, realizando a sua pesquisa tendo em conta o significado que os indivíduos envolvidos na mesma lhe atribuem. “São as realidades múltiplas e não uma realidade única que interessam ao investigador qualitativo” (Bogdan & Biklen, 1994, p. 62).

Macedo, Galeffi, e Pimentel (2009), reconhecem que: “Ao longo da minha trajetória como educador e pesquisador, considero valiosa a suposição de que o envolvimento subjetivo do investigador com o seu campo de investigações alimenta os processos de pesquisa, principalmente aqueles que derivam das abordagens qualitativas de investigação” (p. 128).

Segundo Denzin, Lincoln, e colaboradores (2006), a pesquisa qualitativa requer a utilização da recolha de uma variedade de materiais empíricos (estudo de caso, experiência pessoal, introspeção, história de vida, entrevista, textos observacionais, interativos e visuais) que descrevem momentos e significados rotineiros e problemáticos. Portanto, os pesquisadores desta área utilizam uma panóplia de práticas interpretativas interligadas, na esperança de conseguirem compreender melhor o assunto que é alvo do seu estudo. Cada experiência promove uma conclusão diferente, assim sendo, podemos obter mais do que uma interpretação em qualquer estudo (p.17).

Bogdan e Biklen (1994, pp. 47-51) atribuíram cinco características à investigação qualitativa:

- A recolha de dados é realizada no seu meio ambiente e diretamente pelo investigador. Para o investigador qualitativo separar o objeto em estudo do seu contexto é perder de vista o seu significado, pois este admite que o comportamento humano é significativamente influenciado pelo meio onde está inserido.

- É uma investigação descritiva, pois, os dados não estão em forma de números, mas sim de palavras ou de imagens, ou seja, estes podem ser: transcrições de entrevistas, fotografias, notas de campo, vídeos, documentos pessoais, memorandos e outros registos oficiais. É uma investigação onde a escrita está sempre presente quer na recolha de dados, assim como, na apresentação dos resultados.

- Os investigadores qualitativos interessam-se mais pelo processo do que simplesmente pelos resultados ou produtos. Para estes, a recolha dos dados do objeto em estudo é mais importante do que o próprio resultado, daí que para eles o contexto da investigação é muito importante.

- A análise dos dados é feita de forma indutiva, ou seja, não se trata da construção de um puzzle, em que sabemos à partida qual é o resultado final. O investigador qualitativo, após a recolha dos dados é que vai constatando o que é importante e tirando as suas conclusões finais que no início da investigação não eram certas para ele.

- O significado é fundamental na investigação qualitativa. Os investigadores qualitativos tentam fazer um registo rigoroso daquilo que foi transmitido/observado através da recolha de dados. Por sua vez, esta informação também está sujeita à interpretação do próprio investigador, daí que, neste tipo de investigação existe uma grande proximidade e diálogo entre o investigador e os intervenientes com o princípio de a recolha de dados e a respetiva análise serem a mais próxima da realidade observada.

3.6. Investigação na Aula de Matemática

> “Educar é por um lado dirigir os alunos, e por outro estimulá-los,
> de forma a que por eles mesmos descubram coisas e participem”
> Nuno Crato

Gomes & Ferlin, em 2008, admitiram que: “Alguns educadores resistem à mudança descartando a possibilidade de um trabalho mais dinâmico por exigirem maior empenho e cuidado na sua preparação ou por não saberem de que forma realizá-lo” (p.13). Matos e

Serrazina (1996), são da mesma opinião ao referir que “Demasiadas vezes são utilizados métodos expositivos, acreditando-se na eficácia da transmissão do saber, em vez de se compreender que o conhecimento matemático não se transmite, mas ele é essencialmente construído pelos alunos”(p.22).

Gomes e Ferlin (2008) citam a importância do lúdico na aprendizagem dos alunos, quando afirmam que:

> “O lúdico não pode continuar sendo visto como entrave para o saber. A seriedade valorizada como forma de facilitar a aprendizagem não pode ser confundida com rigidez, mesmice e sisudez. O docente só tem a ganhar quando estabelece uma relação menos formal com o seu aluno, possibilitando a sua aproximação” (p.15).

De acordo com o livro Normas para o Currículo e Avaliação da Matemática Escolar (NCTM 1991) refere cinco aspetos fundamentais quando lecionamos a disciplina de Matemática, nomeadamente, os alunos devem: valorizar a Matemática, acreditar nas suas potencialidades matemáticas, ser capazes e resolver problemas, comunicar matematicamente e saber raciocinar matematicamente (Matos & Serrazina, 1996, pp. 24-25).

No ensino tradicional aplica-se um sistema formal, utilizando símbolos, verifica-se que o aluno não compreende e por isso recorre-se à tecnologia, ou seja, passa-se da fase do simbolismo para a fase da representação. Constata-se mesmo assim, que apesar de termos optado por usar a tecnologia, o aluno não consegue aplicar os conhecimentos, o que implica fazer conexões com a realidade do mesmo. Em suma, chegamos ao que deveria ser o ponto de partida do ensino da Matemática, a realidade do aluno (Dienes, 1975, p. 72).

> “Conforme Moreira (1983), a resolução de problemas que leva a uma investigação deve estar fundamentada na ação do aluno. Os alunos devem ter a oportunidade de agir e o ensino deve ser acompanhado de ações e demonstrações que o levem a um trabalho prático” (Azevedo, 2004, p. 21).

Os professores que optam pelas aulas de aprendizagem investigativas não devem ser subestimados em relação às suas dificuldades, pois os alunos aprendem de formas e com ritmos diferentes. As dificuldades mais apontadas são: escolher uma atividade que desperte interesse a todos os alunos, recursos e atividades propostas adequados aos alunos, a comunicação entre professor e aluno pode alongar-se e os alunos inicialmente podem considerar estas atividades como sendo difíceis e estranhas por não estarem habituados às mesmas (Ball, Higgo, Oldknow, Straker, & Wood, 1991, pp. 88-89).

Segundo Azevedo (2004, p.21), se a ação do aluno não se limita apenas a observar e a manipular e se ele refletir, descrever e debater contendo assim características de uma tarefa científica estamos perante uma atividade investigativa. Para que seja considerada uma atividade investigativa "é essencial que seja motivadora e desafiadora, não sendo imediatamente acessíveis, ao aluno, nem o processo de resolução, nem a solução ou soluções da questão" (Ponte, Oliveira, Cunha, & Segurado, 1998, p.16).

Se o objetivo for levar o aluno a envolver-se no processo ensino-aprendizagem, de modo a que este desenvolva a aptidão de compreender as noções estudadas, então temos que partir para as atividades investigativas. Assim o aluno tornar-se-á num elemento ativo e aprenderá a relacionar o seu objeto de estudo com a realidade, justificando as suas opções e metodologia utilizada (Azevedo, 2004, p. 22).

Segundo Gomes e Ferlin (2008) quem beneficia com este tipo de aprendizagem é o aluno, pois é um ensino que vem ao encontro das suas características (p.13).

De acordo com Ponte, Oliveira, Cunha, e Segurado (1998), estes fazem algumas distinções entre as atividades investigativas e a resolução de problemas, nomeadamente, a natureza da situação a estudar e as estratégias a seguir (pp.15-16).

Os alunos devem ser incentivados a desenvolver hábitos de autoconfiança, a sentir que fazem parte do processo para estarem aptos a fazer conexões entre experiências matemáticas, comunicar soluções de forma eficaz, usar um bom raciocínio e lógica ao abordarem os problemas que lhes forem propostos (Ittigson, 2002).

Capítulo IV – Tarefas Dinamizadas

Neste capítulo, apresento as atividades que desenvolvi e as dinâmicas utilizadas no meu estudo de caso. As atividades desenvolvidas foram planificadas para a unidade temática das Funções no 7º ano.

A primeira atividade consistiu na manipulação/programação do robot NXT da LEGO® para a aprendizagem e introdução da noção de referencial cartesiano, assim como a respetiva representação das coordenadas dos pontos no mesmo. No entanto, e por opção, preferi criar uma atividade zero de introdução do robot na sala de aula, que também explico neste capítulo. A segunda atividade incidiu na relação da proporcionalidade direta como uma função linear e na exploração do declive da reta através do software de geometria dinâmica - GeoGebra.

Ittigson (2002) afirma que:

> "O grande desafio do professor de Matemática, é a escolha do problema/tarefa a ser realizada na sala de aula, pois a seleção da tarefa é fundamental, os alunos têm que sentir que estão envolvidos e que os próprios estão a construir a sua aprendizagem. Não nos podemos limitar apenas em questões às quais os alunos deverão escolher uma operação e resolver de imediato o problema, devemos sim, promover problemas que suscitem uma discussão imediata, mas produtiva.
> Assim, os alunos estarão a fazer conexões entre os novos conceitos e os já anteriormente adquiridos, pensando logicamente sobre a utilidade da Matemática na resolução de problemas."

4.1. Primeira Atividade com o Robot NXT da LEGO®

Como estratégia de implementação desta tecnologia na sala de aula e para que no dia da resolução da ficha de trabalho nº 1 os alunos estivessem apenas concentrados nas tarefas que lhes eram propostas e não estivessem apenas deslumbrados com a surpresa de irem trabalhar com um robot, decidi criar uma tarefa onde fizesse uma breve demonstração sobre as potencialidades do mesmo e ao mesmo tempo a exploração do robot, mas também abordando algum conceito matemático.

Assim sendo, foquei-me na consolidação de conteúdos anteriormente adquiridos pelos alunos na unidade temática dos Números, que consistia na simplificação de expressões numéricas (adição de números inteiros) e posteriormente o robot as confirmaria/corrigiria na reta numérica que estava previamente desenhada no chão, no centro da sala de aula, e as mesas dos alunos colocadas em forma de U, para que todos visualizassem da melhor forma a atividade apresentada (Figura 4).

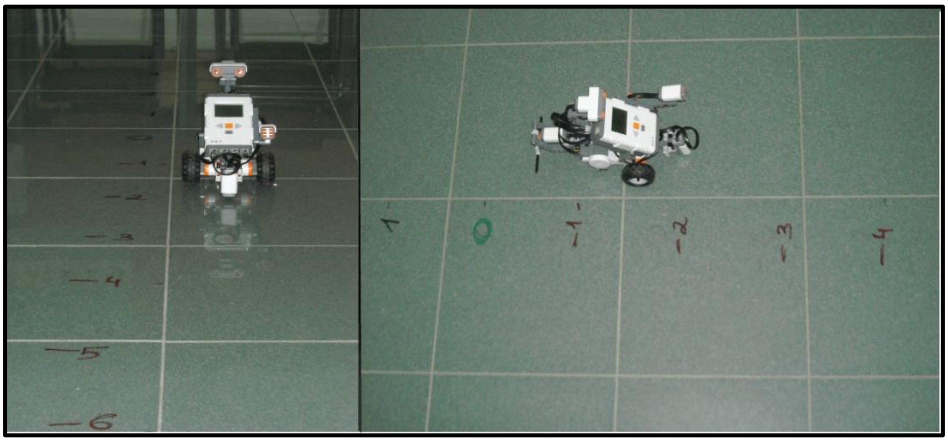


Figura 4 – Atividade com o robot NXT da LEGO® na reta numérica

Apresento alguns comentários feitos pelos alunos, nomeadamente: "foi uma das melhores aulas de Matemática que já tive!", "posso pegar nele?", "é melhor do que uma calculadora!" pois no seu entender o robot não fazia apenas as contas como também as demonstrava no chão. Só depois é que entenderam que para ele simplificar as expressões numéricas daquela forma só era possível após a respetiva programação no computador. E aí começaram as experiências, por exemplo, pediam-me para que ele "falasse", que desse a volta à sala de aula entre outras experiências e assim foi o resto da nossa aula fomos experimentando, pois para mim também era uma nova experiência.

Após esta atividade e a explicação do programa (anexo II) os alunos exploraram à vez algumas potencialidades do robot, nomeadamente, emitir sons, mostrar imagens no visor, percorrer uma determinada distância, fazer piões, andar em sentido inverso. Para concluir este primeiro contacto, pedi-lhes que dessem a sua opinião voluntariamente, com o intuito de saber a primeira impressão causada por esta nova ferramenta na nossa sala de aula - o Robot NXT MINDSTORMS® da LEGO®. Após este debate/recolha de ideias concluo que foi uma atividade muito positiva, pois o entusiasmo, a participação e a vontade de experimentar o robot por parte dos alunos foram simplesmente fantásticos.

4.2. Robot NXT da LEGO® e o Referencial Cartesiano

A tarefa que idealizei para utilizar o robot MINDSTORMS® NXT da LEGO®, e claro o respetivo software de programação nos computadores na sala de informática, incidiu sobretudo na exploração do robot na sala de aula, pretendendo consolidar os conhecimentos e aguçar a curiosidade dos meus alunos para introduzir os conceitos iniciais da unidade temática das Funções, nomeadamente, a construção de um referencial cartesiano, conhecer os seus eixos, os diferentes quadrantes e a marcação das coordenadas de um ponto. Curiosamente, na semana em que estava planeada esta tarefa, um canal televisivo, no seu noticiário da noite fez referência à utilização dos robots na sala de aula de Matemática. Numa das turmas este facto foi referido por alguns alunos, o que promoveu um reconhecimento e continuidade daquilo que foi visto e provando mais uma vez que aquela ideia que o ensino é estanque, não é assim tão válida, em que as coisas acontecem apenas dentro da sala de aula. De facto nos dias de hoje acontece cada vez menos, pois, os professores tentam, sempre que possível, fazer uma ligação com o dia-a-dia dos alunos.

A ficha de trabalho nº1 (anexo III), foi elaborada no âmbito da Unidade Curricular Didática da Matemática III, por mim e pela minha colega de mestrado Andreia Vieira, também professora neste Colégio. Assim sendo, o nosso objetivo foi elaborar uma ficha de trabalho que envolvesse a realidade dos nossos alunos com a temática abordada em sala de aula. Utilizo mapas com o trajeto do Funchal ao Colégio, a imagem aérea do Colégio e pormenores específicos do dia-a-dia para a exploração do conceito de referencial cartesiano, os quadrantes e as coordenadas de um ponto.

Esta ficha de trabalho é composta por 5 páginas e foi aplicada durante uma semana de aulas, ou seja, em três aulas, duas de dois blocos de 90 minutos e uma de 45 minutos. Esta ficha de trabalho foi distribuída aos alunos por partes, assim sendo, no primeiro bloco de 90 minutos foram distribuídas a primeira e segunda páginas, as páginas restantes foram entregues dependendo do ritmo de trabalho da turma. Saliento que para realizar a tarefa nº 1 da ficha de trabalho os alunos precisaram de 90 minutos.

Na sala de informática coloquei duas cartolinas A2 (Figura 5) no chão da sala, onde previamente tinha desenhado o mapa da zona do percurso que o robot deveria realizar – do Funchal até ao Colégio – tarefa n.º1.

Nesta primeira abordagem, os alunos usaram o anexo II (que já tinha sido entregue) e a ficha de trabalho n.º 1.

Este percurso faz parte do trajeto que o autocarro da Rochinha, carreira n.º 32 dos Horários do Funchal faz todos os dias com muitos alunos deste Colégio.

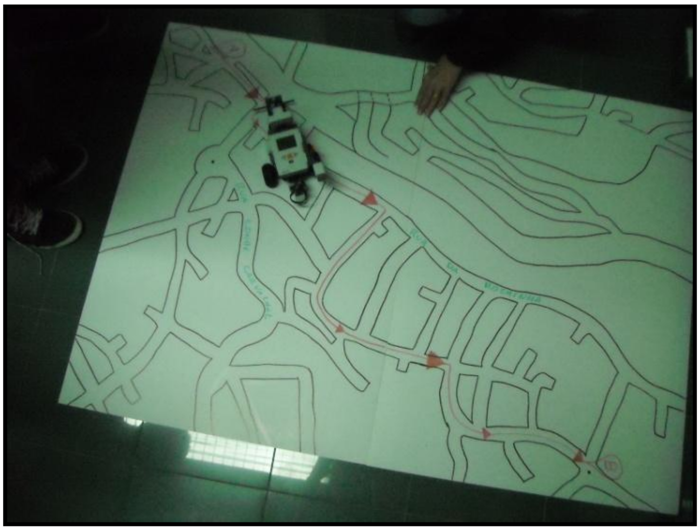


Figura 5 - Cartolinas com o percurso da tarefa n.º 1

Os alunos começaram então, a programar e a elaborar a sua estratégia e raciocínio ao idealizar o trajeto que o robot realizaria e como o faria.

Assim sendo, os alunos teriam que estruturar o seu raciocínio matemático da seguinte forma, inicialmente observavam o mapa desenhado nas cartolinas A2 e na ficha de trabalho nº1, para posteriormente tirarem as suas primeiras impressões de como iriam fazer o seu percurso ao nível da programação do robot, nomeadamente, quantas rotações? Se fariam as mudanças de direção em rotações, em tempo ou em graus? Quantos graus? E seguidamente testariam a sua programação com o robot no mapa, fazendo a respetiva análise e correção, de forma que o robot fizesse o trajeto definido. O que de acordo com Suzuki (2002) o pensamento matemático pode ser resumido em três palavras: Observação-Conjetura-Prova (pp. 244-245).

Contudo a exploração do robot com a unidade temática das funções só é realizada, na resolução da tarefa nº 2, na qual os alunos perante o referencial cartesiano desenhado no chão da sala de aula e cuja unidade correspondia a uma rotação do robot, entenda-se por uma rotação como sendo o perímetro do pneu do robot. Assim sendo, os alunos programavam as coordenadas de um ponto no programa LEGO® MINDSTORMS® NXT 2.0 no computador (Figura 6).

Figura 6 - Alunos resolvendo a tarefa n.º 2 da ficha de trabalho n.º1

Posteriormente colocavam o robot na origem do referencial (Figura 7), ou seja, no ponto de coordenadas $(0;0)$ e o robot deveria deslocar-se primeiro no eixo das abcissas e posteriormente deslocar-se para a ordenada respetiva concluindo o seu trajeto no ponto de coordenadas pretendido. Os alunos para terminarem a sua tarefa deveriam ser capazes de identificar o quadrante da posição final do robot.

Figura 7 - Aluno resolvendo a tarefa n.º 2 da ficha de trabalho n.º 1

Os restantes exercícios foram realizados sem a colaboração física do robot, identificação de coordenadas de um ponto (tarefa 3) no percurso efetuado na tarefa 1, utilização do facto de termos a presença do robot no Colégio (tarefa 4) e a imagem do mesmo (tarefa 5).

4.3. Proporcionalidade Direta como Função Linear – GeoGebra

O uso do software de geometria dinâmica – GeoGebra permitiu que os alunos explorassem a função de proporcionalidade direta como função linear. Recordando assim, os conhecimentos adquiridos no 6º ano de escolaridade e complementando-o com o novo conceito abordado neste ano letivo – função linear.

Para a resolução desta tarefa não realizei nenhuma atividade para introduzir esta ferramenta, porque os alunos afirmaram que já conheciam o software do 2º ciclo.

A ficha de trabalho n.º 2 (anexo IV) estava dividida em duas partes, a primeira consistia na exploração de uma situação de proporcionalidade direta, na qual os alunos recordariam o conceito proporcionalidade direta, a constante de proporcionalidade, a expressão algébrica e o gráfico. Na segunda parte, os alunos teriam que recorrer ao GeoGebra para verificar as respostas anteriormente escolhidas para a situação apresentada (Figura 8).

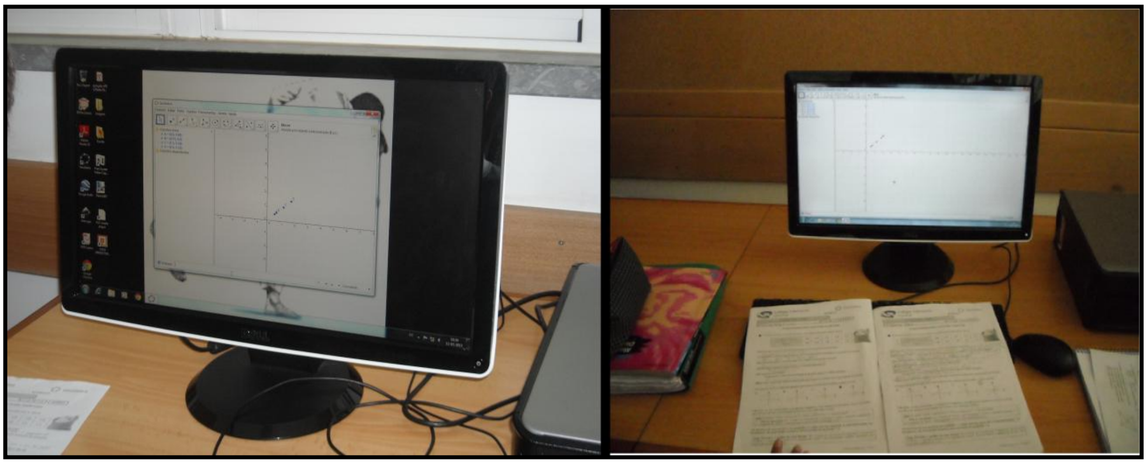


Figura 8 – Alunos resolvendo a ficha de trabalho n.º 2 utilizando o GeoGebra

Seguidamente os alunos explorariam a função linear propriamente dita.

Assim sendo, a tarefa incidia essencialmente no estudo da variação do parâmetro k, da função $f(x) = kx$, estabelecendo a relação entre a constante de proporcionalidade direta com o declive da reta. Utilizando assim, a linguagem mais específica das funções (Figura 9).

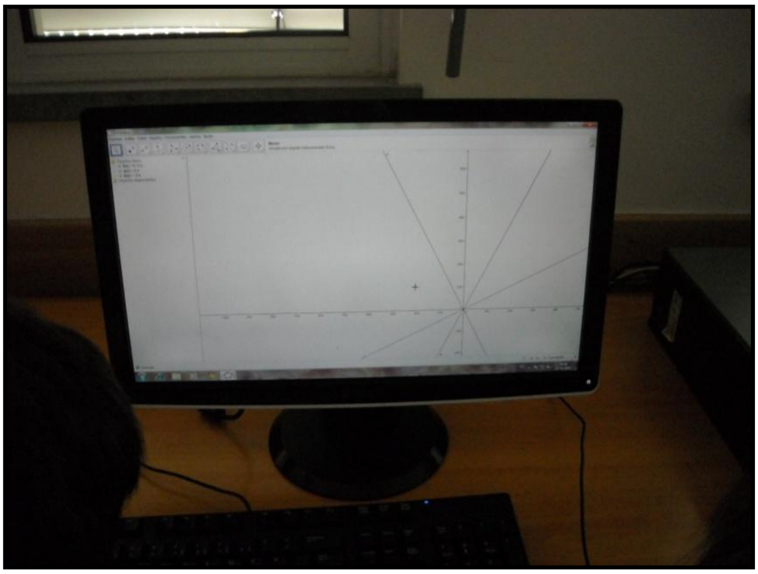


Figura 9 – Alunos utilizando o software Geogebra

Com esta atividade os alunos repararam que quando o $k = 0$ o gráfico da função era uma reta horizontal, ou seja, paralela ao eixo das abcissas. Perante este facto, aproveitei para introduzir que essa função denominava-se função constante.

Na realização desta tarefa os alunos visualizaram três formas de representar uma função, nomeadamente, através de uma tabela, de um gráfico e da sua expressão algébrica. Estabelecendo assim a relação entre a expressão algébrica da função linear e o respetivo gráfico.

Capítulo V – Metodologia

Neste capítulo, faço referência aos protagonistas, ou seja, aos participantes do meu estudo, aos materiais e recursos utilizados e à recolha e análise dos dados de cada uma das tarefas dinamizadas neste estudo.

Optei por aplicar estas tarefas a todos os meus alunos, pois interessei-me por verificar se todos ou em especial alguns se interessariam por estas temáticas. Por metodologia própria, quando faço alguma atividade pretendo que todos os meus alunos beneficiem da mesma.

As atividades foram realizadas a pares ou em grupos de três dependendo da turma em causa, ou foram realizadas na sala de informática ou na sala de aula habitual.

5.1. Objetivos da Investigação

O objetivo da minha investigação teve como preocupação abordar conteúdos de forma mais significativa para os meus alunos, baseando-me em dois aspetos: um é a inovação na sala de aula e o outro aumentar a motivação dos mesmos para a aprendizagem da Matemática, pois normalmente ao longo destes anos, deparo-me com as seguintes afirmações por parte de alguns alunos: "Professora, eu não gosto de Matemática!", "Professora, para quê serve a Matemática?", "Desde o 1º ciclo, que eu sou mau aluno à Matemática!", "O sumário é sempre: resolver exercícios, resolver exercícios..."

Na concretização deste mestrado frequentei a unidade curricular, Didática da Matemática III, lecionada pela Prof. Doutora Elci Alcione Santos, cujo objetivo consistia em proporcionar a integração de novas práticas pedagógicas e ambientes de aprendizagem alternativos através do uso das novas tecnologias de informação. Por ser uma área que eu ainda não explorei muito na sala de aula e por ser uma das "lacunas" da minha escola até ao início deste ano letivo (2012/2013), pois passámos de uma sala de informática na escola para um projetor interativo por sala de aula.

Assim sendo, decidi inovar nas minhas aulas e utilizar estas ferramentas já referidas, para introduzir, consolidar e ensinar conteúdos matemáticos aos meus alunos e de uma forma ativa por parte dos mesmos.

5.2. Participantes

Os protagonistas do meu estudo foram as minhas quatro turmas do 7º Ano de escolaridade, do Colégio Salesianos Funchal. São 109 alunos, dos quais 60 são rapazes e 49 são raparigas. Destes alunos, onze estão a frequentar o 7º ano pela segunda vez e quatro estão inscritos no Ensino Especial, para além de dificuldades ao nível da aprendizagem e compreensão de conteúdos, as patologias diagnosticadas foram a dislexia e défice de atenção/concentração, alguns deles devidamente medicados.

5.3. Materiais e Recursos Utilizados

A sala de informática era um recurso essencial, mas como no Colégio só existe uma disponível e dada a incompatibilidade de horários, não foi possível requisitá-la para uma das turmas. Assim sendo, resolvemos (eu e os alunos dessa turma) o problema de modo a que eles também realizassem as duas tarefas abordadas nesta dissertação: a tarefa do robot foi desenvolvida numa aula de TIC e contámos com a colaboração do professor desta disciplina, que também nunca tinha trabalhado com este robot e a outra tarefa foi realizada off-line com os portáteis dos próprios alunos que prontamente se ofereceram a trazê-los já com o software do GeoGebra previamente instalado, pois já o conheciam do 5º Ano de escolaridade.

Os materiais utilizados para a tarefa dos robots foram a ficha de trabalho n.º 1, o guião do programa, o robot MINDSTORMS® da LEGO®, o respetivo software de programação do robot (Figura 10) e as cartolinas A2 onde constava o percurso que o robot deveria percorrer.

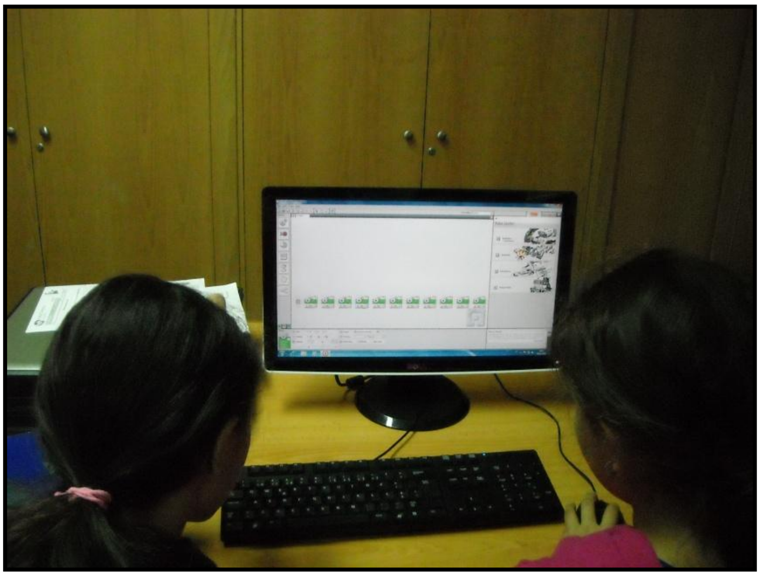


Figura 10 – Alunos utilizando o programa MINDSTORMS® da LEGO® 2.0

Para a tarefa no GeoGebra, os materiais necessários foram a ficha de trabalho n.º 2 e os computadores quer na sala de informática (Figura 11), assim como os computadores pessoais de alguns alunos.

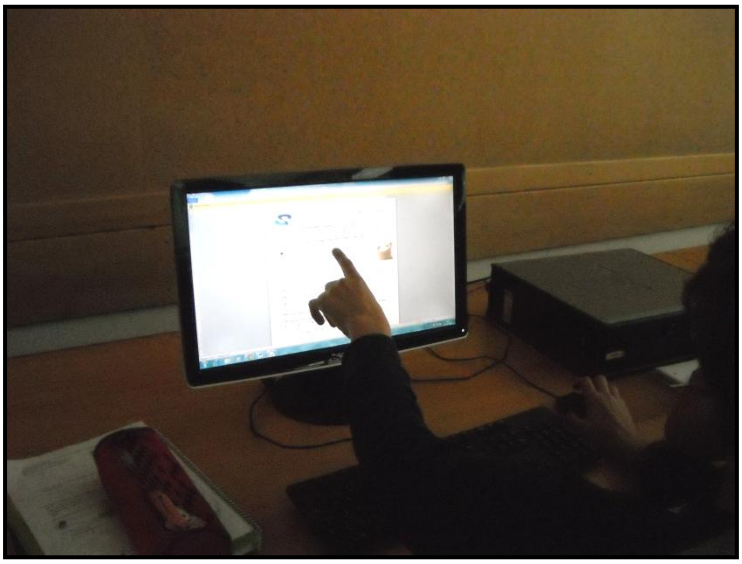


Figura 11 – Alunos resolvendo a ficha de trabalho n.º 2

5.4. Recolha e Análise de Dados

Os instrumentos utilizados para a recolha de dados nesta investigação foram a grelha de observação diária, gravação em áudio, resolução das fichas de trabalho n.º1 e n.º

2 e o preenchimento dos respetivos questionários (anexos V e VI), sobre a dinâmica das tarefas realizadas.

Os registos de observação e as respostas dadas pelos alunos nos questionários, permitiram-me concluir que houve uma grande aceitação das diferentes atividades e dinâmicas abordadas.

5.4.1. Robot NXT da LEGO® e o referencial cartesiano.

Na primeira experiência com o robot os alunos ficaram realmente surpreendidos com a possibilidade de aprenderem matemática utilizando um robot. Após este primeiro contacto demos início à tarefa propriamente dita, ou seja à resolução da ficha de trabalho n.º 1 (anexo III).

Na resolução da tarefa 1 proposta nesta ficha de trabalho, e com o auxílio do guião de utilização (anexo II), os alunos começaram com a leitura da tarefa e observação do mapa nas cartolinas A2 (figura 12).

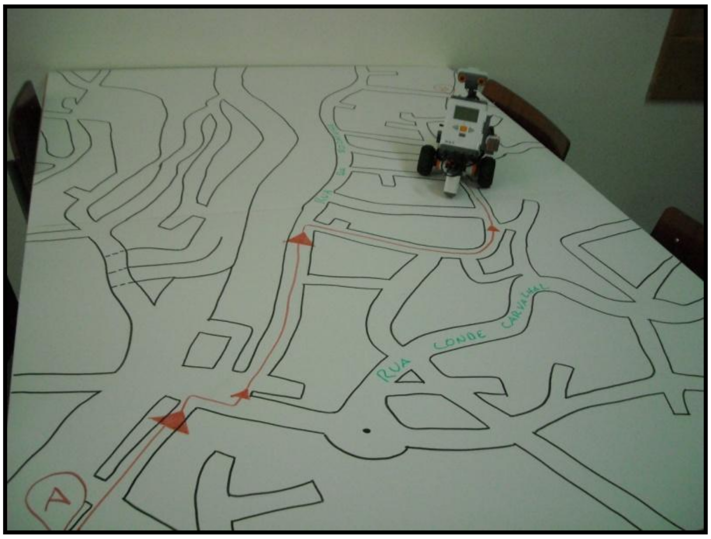


Figura 12 - Cartolinas A2 com o percurso Funchal - Rochinha

Fazendo as primeiras constatações, como se pode verificar no diálogo seguinte:

Aluno1: Vês, primeiro ele anda em frente!

Aluno 2: mas quanto tempo? Achas que é um minuto?

Aluno 1: nem pensar, vamos colocar em rotações, como na reta numérica, eu penso que 3 rotações dão!

Aluno 2: Ah rapaz, isso é muito! É melhor fazer duas!

Aluno1: então vamos experimentar…anda…mexe-te!

Após a respetiva programação, os alunos visualizaram o resultado da mesma, verificaram o produto final (figura 13) e constataram que havia novamente, outras conclusões e observações a tirar, por exemplo, como os que apresento nos diálogos seguintes.

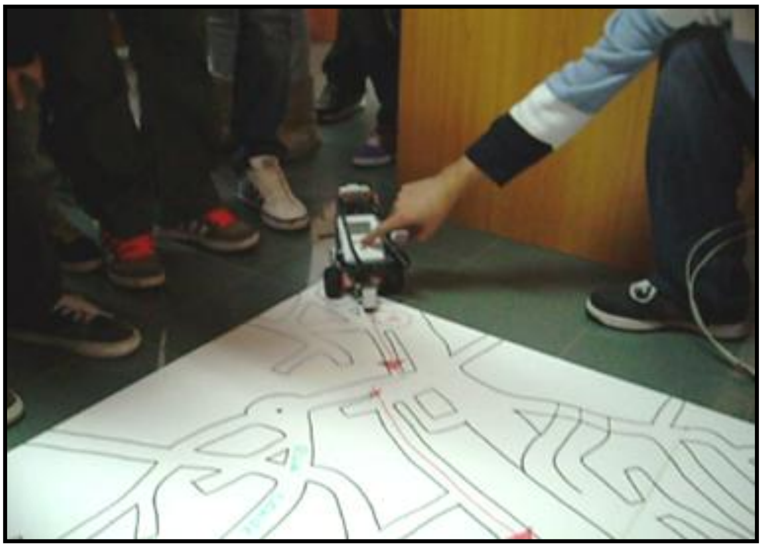


Figura 13 – Alunos na resolução da tarefa 1 da ficha de trabalho n.º1

Diálogo 1 - Quando o robot não fazia o esperado pelos alunos

Aluno 1: vês, como era para a direita!

Aluno 2: mas programamos para a direita! Não percebo!

Aluno 1: professora, nós fizemos para a direita e ele não obedeceu!

Professora: Verifiquem bem as vossas escolhas! O robot só faz aquilo que nós realmente programamos!

Diálogo 2 - Outro grupo quando em vez do robot se deslocar, começou a fazer piões.

Aluno 1: Olha… não fizemos pião nenhum!

Aluno 2: Professora, o que será que aconteceu?

Professora: Vamos lá verificar a vossa programação! Provavelmente, em vez de ele virar para a direita e andar, vocês deram a informação para que ele rodopiasse durante 1 minuto, em vez de andar uma rotação.

Aluno 2: pois… eu disse-te que deverias colocar rotações e não em minutos, viste!

Passados quase 90 minutos, lá iam conseguindo o objetivo pretendido por esta tarefa (figura 14). Verifiquei que na fase inicial os alunos reagiam com cautela, baseando-se no segredo para que os colegas não ouvissem, nem copiassem as suas opções ao nível da programação do robot. A exemplo disso relato a seguinte situação comum nas quatro turmas: Estava um grupo a finalizar a tarefa e a experimentar o robot nas cartolinas, quando um outro aluno fora do grupo em questão dizia em alta voz: "Professora, eles estão a copiar o trabalho do aluno 1 e do aluno 2!".

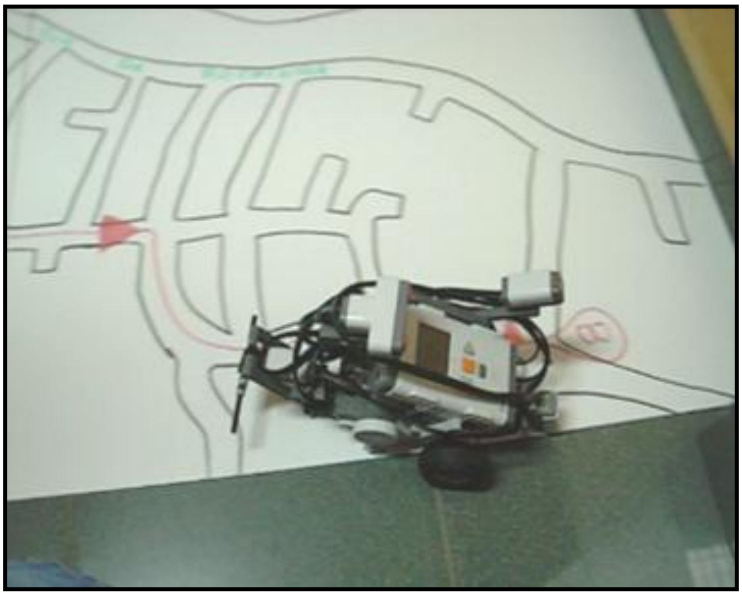


Figura 14 – Conclusão da tarefa 1 da ficha de trabalho n.º 1

Quando um grupo verificava se a sua programação estava correta os outros ficavam ansiosos por saber se tinham conseguido realizar o percurso pretendido. Perguntando: “conseguiram?”; “Professora alguém já conseguiu?” Após várias tentativas, uns desanimavam, principalmente os grupos compostos por raparigas, outros afirmavam: “Professora, nós vamos conseguir!”. Na figura 15 apresento uma das programações feitas por um grupo de alunos.

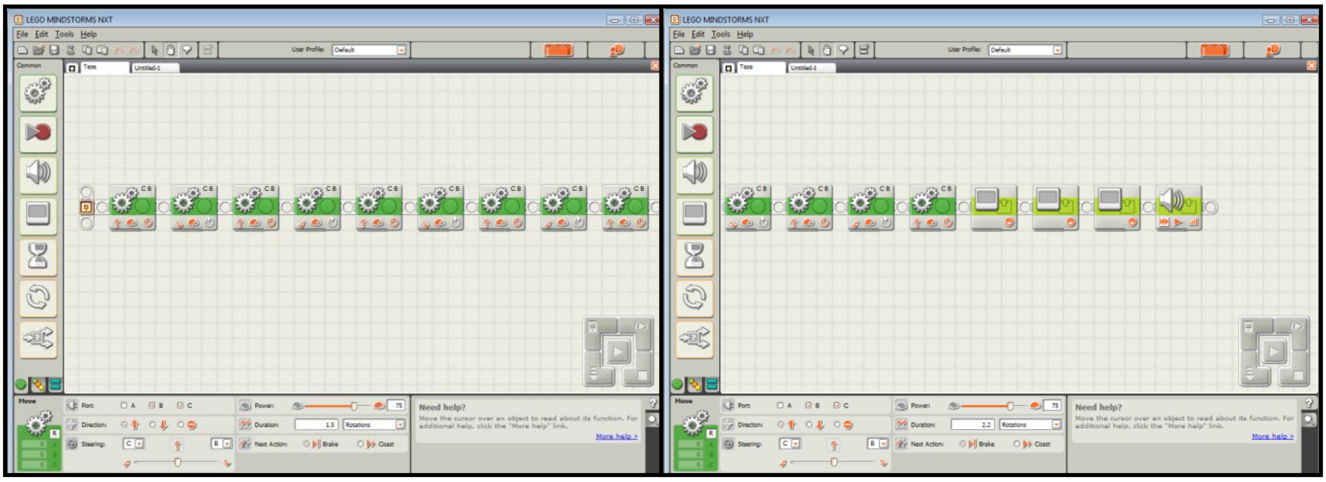


Figura 15 – Programação da tarefa 1 da ficha de trabalho n.º 1, realizada por dois alunos

Na resolução da tarefa 2 da ficha de trabalho nº1 desenvolvida novamente em grupos, os alunos deveriam programar o robot, para que este marcasse as coordenadas de um ponto no referencial cartesiano, previamente desenhado no chão da sala. O robot primeiro deveria percorrer o eixo das abcissas e posteriormente marcar o valor da ordenada. Assim sendo, cada grupo ficou responsável por fazer a demonstração da programação de cada um dos pontos de coordenadas propostos na tarefa.

Com o propósito de que todos os alunos fossem abrangidos por esta tarefa e para que todos pudessem verificar com o Robot a sua programação, decidi, como não havia pontos suficientes para todos os grupos, desafiar os grupos restantes, a escolherem um ponto qualquer de modo que não coincidisse com as opções já propostas na tarefa, com o objetivo de tornar a atividade mais enriquecedora e variada.

Na figura 16, podemos observar um exemplo da cooperação entre os alunos, onde trocavam ideias e programavam o robot na realização desta tarefa.

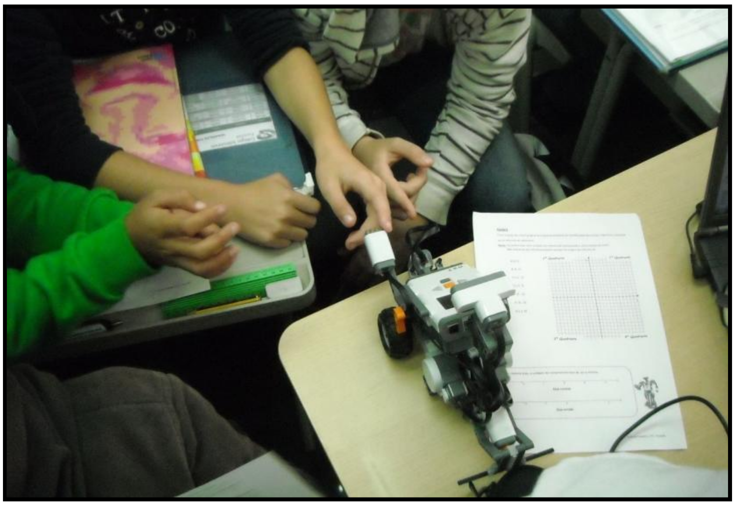


Figura 16 – Realização da tarefa 2 da ficha de trabalho n.º1

Seguidamente apresento alguns exemplos desses diálogos:

Diálogo 1- tentativa de programação do ponto C de coordenadas (-2, -2)

Aluno 1: Ele tem que descer e depois virar para a esquerda

Aluno 2: Sim, o segundo já é para virar para a esquerda! Pronto já está! Agora ele vai….

Aluno 1: Ele desce

Aluno 2: Ele desce outra vez

Aluno 1: Não aqui antes de ele virar mete 180º

Aluno 2: 180º?

Aluno 1: Sim …180º! 180 degrees!

Aluno 2: Eu sei! Já está!

Este grupo não reparou que estava primeiro a marcar a ordenada e depois a abcissa, só repararam na verificação no chão da sala. Facto que foi evidenciado pelos outros colegas que prontamente disseram: “professora, o robot não deveria percorrer primeiro o eixo das abcissas?”.

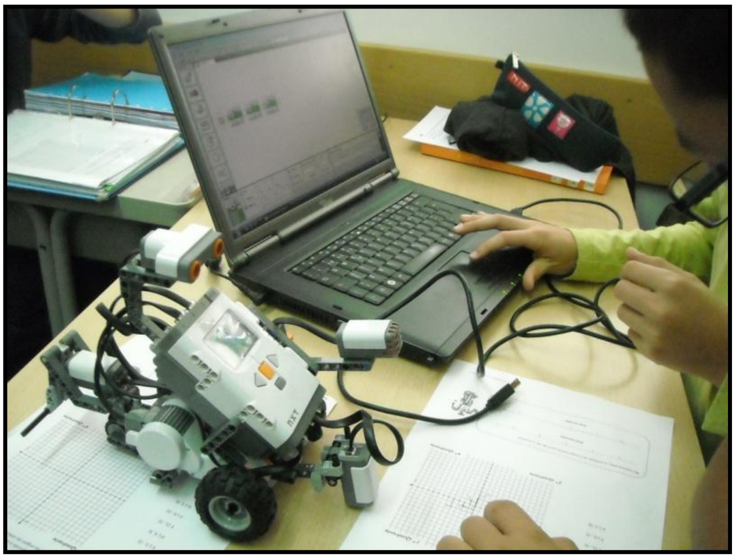


Figura 17 – Programação do robot na resolução da tarefa 2 da ficha de trabalho n.º 1

Diálogo 2 – programando o ponto B de coordenadas (4, 2)

Aluno 1: 4 rotation!

Aluno 2: Depois é 180, tá certo!

Aluno 1: Então, depois aqui ele vai virar

Aluno 2: Aqui são duas rotações para cima

Aluno 1: oh …quero ir para trás… onde é que era?

Aluno 2: Acho que era aqui…no olhinho? Não!

Aluno 1: Nós já tínhamos descoberto…

Aluno 2: É aqui!

Aluno 1: Agora coloca um smile!

Aluno 2: Onde é que é?

Aluno 1: Não sei, já não me lembro… acho que era aqui!

Aluno 2: Já está!

Diálogo 3 – com dificuldades em começar a programar o ponto (-2, 0)

Aluno 1: mas professora, vamos por o robot para este lado?

Professora: Vocês têm o referencial ali desenhado [apontando para o chão da sala], e nele têm o eixo das abcissas e o eixo das ordenadas. Vocês é que vão programar o robot e colocá-lo da forma mais adequada.

Debate entre os alunos:

Aluno 1: tem que fazer uma rotação para vir para o lado negativo primeiro? …

Aluno 2: Tem que ir para frente!

Aluno 1: Aí é? Porquê?

Aluno 2: sim... porque primeiro é o x… já está!

Após a discussão e programação no computador os alunos experimentavam no referencial cartesiano, previamente desenhado no chão da sala de aula e verificavam se tinham conseguido marcar as coordenadas do respetivo ponto (figura 18).

Figura 18 – Aluno a corrigir o colega de grupo, na realização da tarefa 2 da ficha de trabalho n.º 1

Em relação a programar o robot, como podemos observar na figura 19, verificamos curiosamente que, apenas alguns rapazes afirmaram que a tarefa era muito fácil e apenas raparigas disseram que tinha sido muito difícil. O que me faz refletir para, numa próxima atividade, idealizar algo que seja mais atrativo para as raparigas.

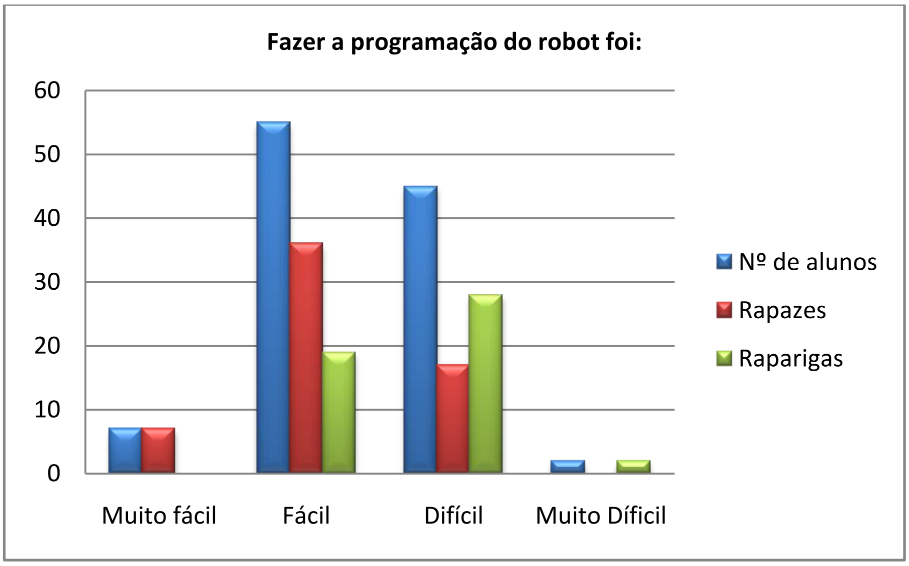


Figura 19 – Opinião dos alunos sobre a programação o robot NXT da LEGO®

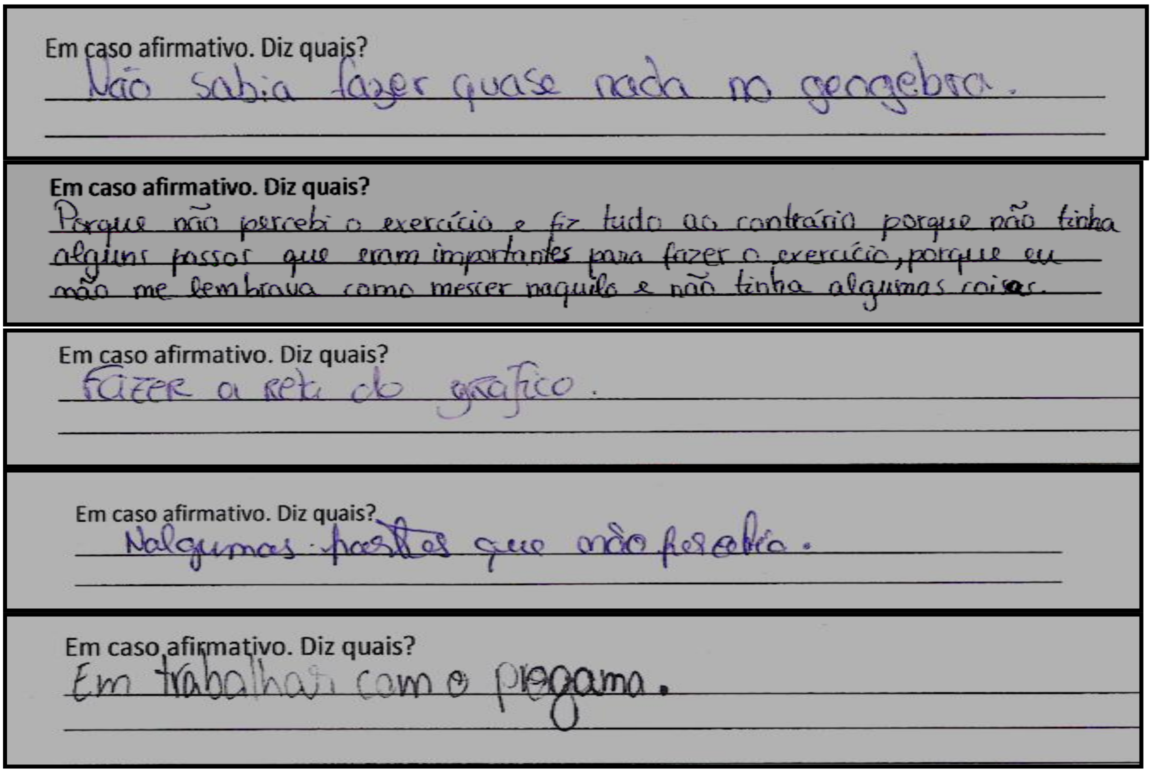
Esta atividade de facto foi muito entusiasmante e criativa para os alunos. A curiosidade que o robot despertou foi tanta, que na aula seguinte (após a tarefa com os robots) alguns alunos pesquisaram em casa o preço do mesmo pensando até pedir como prenda para o natal.

5.4.2. Proporcionalidade direta como função linear – GeoGebra.

No que diz respeito à tarefa sobre proporcionalidade direta como função linear, os alunos, apesar de terem afirmado inicialmente que sabiam trabalhar com o programa GeoGebra, demonstraram algumas dificuldades na manipulação do mesmo. Uma das dificuldades teve a ver com o facto da versão com que tinham trabalhado não era igual à que trabalharam neste ano letivo, porque já não se lembravam onde estavam os comandos/funções.

Assim sendo, e tendo em conta os meus registos e a execução da tarefa, decidi aplicar novamente um questionário (que inicialmente não estava previsto, anexo VI) sobre a tarefa desenvolvida, para poder perceber melhor os meus alunos e o que eles realmente sentiram. Seguidamente farei a abordagem ao questionário aplicado.

Em relação às dificuldades encontradas, 87% dos alunos referiram que não tiveram dificuldades e 13% referiram que sim. Na figura 20, apresento algumas razões evidenciadas pelos alunos.


Em caso afirmativo. Diz quais? Não sabia fazer quase nada no geogebra.

Em caso afirmativo. Diz quais? Porque não percebi o exercício e fiz tudo ao contrário porque não tinha alguns passos que eram importantes para fazer o exercício, porque eu não me lembrava como mexer naquilo e não tinha algumas coisas.

Em caso afirmativo. Diz quais? fazer a reta do gráfico.

Em caso afirmativo. Diz quais? Nalgumas partes que não percebia.

Em caso afirmativo. Diz quais? Em trabalhar com o programa.

Figura 20 - Dificuldades sentidas pelos alunos na utilização do GeoGebra.

Assim sendo, com as afirmações acima descritas, confirmei aquilo que tinha assistido nas aulas e com as gravações áudio, nas quais os alunos solicitavam a minha ajuda.

Após terem respondido a algumas questões da ficha de trabalho e de durante alguns minutos debaterem entre o grupo, alguns alunos questionaram-me:

Aluno: “professora, onde coloco a expressão algébrica da função?”

Professora: “onde diz Entrada!”

Aluno: “no meu computador, era em cima que estava este comando!”

Professora: “provavelmente, porque são versões diferentes!”

Tendo em conta esta experiência, em sala de aula coloquei a seguinte pergunta no questionário: Sem as orientações da professora eras capaz de realizar esta tarefa? 60 alunos responderam que não.

Curiosamente, nesta ficha de trabalho foi notório o facto que os alunos não lêem os enunciados (ou têm dificuldade em lê-los) e as respetivas instruções. Muitos não distinguiram na ficha de trabalho, o que era um exemplo e do que era de facto para ser realizado, dificultando, como é óbvio, a resolução das tarefas propostas. No entanto, quando foram questionados sobre o assunto a maioria referiu que a primeira coisa que fazia era ler os enunciados como se pode ver na figura 21.

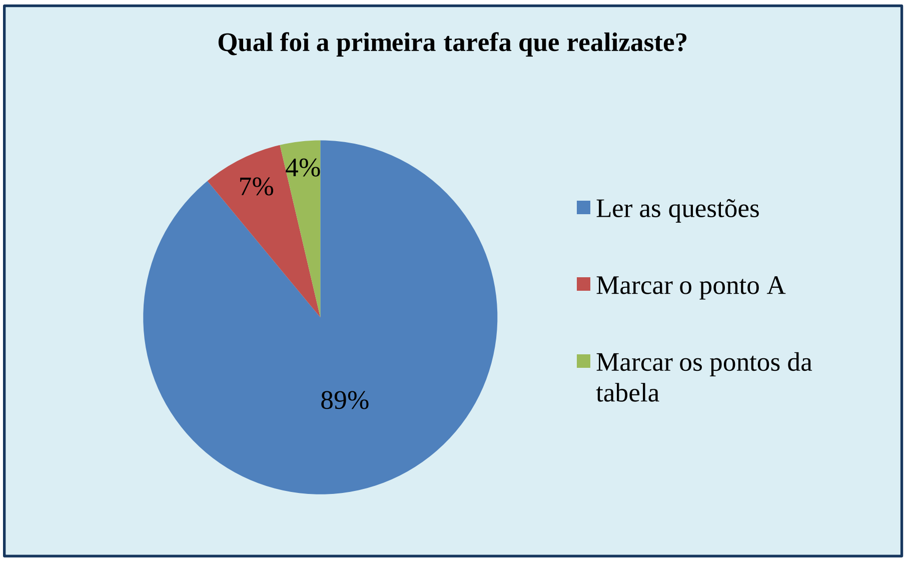
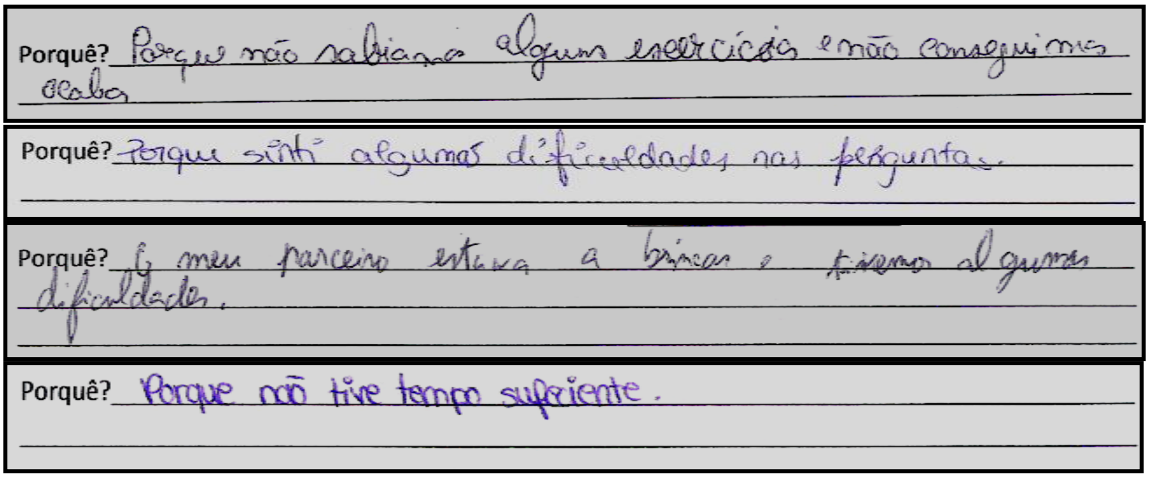


Figura 21 – Opinião dos alunos neste estudo sobre a primeira tarefa realizada na ficha de trabalho n.º2

Perante as dificuldades encontradas é natural que alguns alunos não tenham concluído a tarefa no tempo previsto, tendo 15% dos alunos referido que a ficha ficou inacabada. Na opinião dos alunos, estes não conseguiram concluir a ficha de trabalho pelos motivos apresentados na figura 22.


Porquê? Porque não sabiamos alguns exercícios e não conseguimos acabar

Porquê? Porque sinti algumas dificuldades nas perguntas.

Porquê? O meu parceiro estava a brincar e tivemos algumas dificuldades.

Porquê? Porque não tive tempo suficiente.

Figura 22 – Justificações dos alunos por não terem concluído a ficha de trabalho n.º2

Contudo os alunos, na sua maioria 81%, consideraram que a tarefa tinha sido fácil.

A ficha tinha como propósito que os alunos se familiarizassem com a linguagem específica das funções e aprendessem um novo conceito, o de função linear e consequentemente o de função constante, através da exploração do parâmetro k da função y = kx.

A observação do gráfico da figura 23, permite-me concluir que o objetivo desta tarefa foi alcançado, pois com esta ferramenta consegui que os alunos consolidassem os conhecimentos anteriormente adquiridos (2º ciclo - proporcionalidade direta) e os relacionassem com a utilização do GeoGebra.

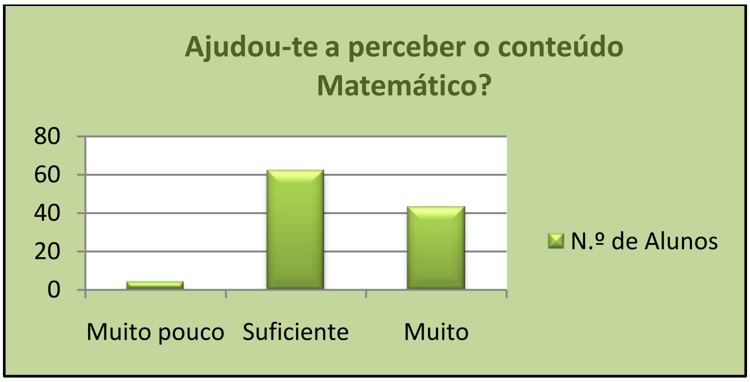


Figura 23 - Opinião dos alunos sobre a sua aprendizagem

Na perspetiva de melhorar esta tarefa, perguntei aos alunos o que alteravam na mesma? A maioria, 80%, responderam que não alteravam nada, apresentando as respetivas justificações, das quais selecionei algumas que apresento na figura 24.

Nada. A tarefa foi bem preparada.
Naõ alterava nada. Acho que foi o suficiente para poder compreender um pouco melhor a tarefa.
Nada acho que ajudou-me bastante o problema é para quem não sabe mexer muito bem no computador (como eu).
Nada, gosto muito de ter aulas diferentes, aulas sem ter de escrever muito e acho que este tipo de tarefas é ideal para mim.

Figura 24 – Sugestões de alteração da ficha de trabalho n.º 2

Os restantes 20% referiram que alteravam alguma coisa, relatando a sua sugestão, como podemos observar também na figura 25.

Nada, achei a tarefa acessível e divertida.
Algumas perguntas que achei difíceis e complicadas, deviam ser mais fáceis para compreendermos melhor.
fazia a tarefa mais fácil.
Aumentava o tempo e ia para a sala de TIC
Acho que a professora tinha que explicar primeiro no quadro a ~~para eles~~ nos ficarmos a ter uma noção do que é para fazer.
Não ter tantos pontos para indicar
Gostava que fosse uma atividade lúdica.

Figura 25 – Sugestões de alteração da ficha de trabalho n.º 2

No que diz respeito às observações gerais, 50 % não fez qualquer observação, os outros 50% afirmaram que gostaram da tarefa e que queriam repeti-la.

Capítulo VI – Conclusão

"A principal meta da educação é criar homens que sejam capazes de fazer coisas novas, não simplesmente repetir o que outras gerações já fizeram. Homens que sejam criadores, inventores, descobridores. A segunda meta da educação é formar mentes que estejam em condições de criticar, verificar e não aceitar tudo que a elas se propõe"

Jean Piaget

Na realização destas atividades senti que os alunos, ou a maioria deles estavam motivados para aprender Matemática, e que não se resumiu apenas a mais uma atividade lúdica, existiu uma aprendizagem.

Quando na aula de Didática III deste mestrado, eu construía e programava o Robot, imaginava os meus alunos a realizarem as tarefas, pois para mim também era a primeira vez que trabalhava com um robot, como aluna e posteriormente como professora. À primeira vista parece que estamos a brincar com as peças LEGO, mas depressa deparamo-nos com os conceitos de Matemática.

Realmente, partilho da mesma opinião de Machado (2011) que o fundamental é a motivação dos alunos, pois através da inspiração do professor, irão sentir que gostam daquilo que estão a aprender e o objetivo será alcançado com mais facilidade, interesse e prazer (pp.96-97).

De facto, neste ano letivo 2013/2014, eu estou a acompanhar o mesmo grupo de alunos a quem dinamizei estas atividades. Quando falámos na Unidade Temática das Funções, agora no 8º Ano, e numa perspetiva de recordar o que é que eles se lembravam do ano passado, eles começaram por referir: o referencial cartesiano, os quadrantes (facto que em turmas anteriores, os quadrantes nunca eram referidos quando fazíamos esta breve revisão para reiniciarmos esta temática), do x e do y, daquelas "bolinhas" (diagrama sagital), da função linear e posteriormente, alguns alunos referiram o Robot.

Concluindo assim, que para além da parte lúdica houve aprendizagem, pois o que temia, era que eles apenas referissem o robot ou o GeoGebra.

Realmente, o professor de Matemática deverá procurar sempre que possível, nas suas aulas, experiências que possam motivar os seus alunos a aprender, despertando-lhes a sua curiosidade, desafiando-lhes o seu pensamento e envolvendo-os ativamente na sua aprendizagem (Fernández, 2008).

Por estas razões a formação contínua tem sido muito importante para mim e procuro frequentar sempre ações nas quais me tragam algo de novo. A maioria das ações que frequento são de caráter tecnológico, pois na minha opinião é uma área muito atrativa para os alunos.

No entanto, partilho da opinião de Gilbert (1986), quando admite que toda a utilização para fins educativos das tecnologias depende de dois problemas: da utilização das máquinas e da motivação de quem as promove, Azcue vem reforçar esta ideia quando afirma: "Qualquer mudança tecnológica é uma mudança geracional" (2012, p.66).

Em anos letivos anteriores, eu já tinha experimentado algumas atividades em sala de aula, quer tecnológicas quer não, mas nem sempre fiquei com a certeza que elas tinham sido realmente válidas, se eu realmente tinha conseguido atingir o meu objetivo.

O que por um lado me leve a concordar com Azcue (2012), quando defende: "Se utilizada inapropriadamente nas salas de aulas, a tecnologia pode servir para perpetuar antigos modelos de ensino. Não é por estar simplesmente «ligado» a um computador que um aluno está a desenvolver pensamento crítico ou expandir a sua criatividade" (p.67).

Por outro lado, leva-me a refletir sobre a importância da investigação qualitativa, que dependendo do grupo de intervenientes, do contexto de cada um e da interpretação do próprio investigador as conclusões/ os resultados serão sempre diferentes. Cada experiência será uma nova experiência, pois depende dos intervenientes e do conhecimento do investigador (Bogdan & Biklen, 1994).

Na dinamização destas atividades, a partilha e cooperação com a minha colega de mestrado e do Colégio foi muito importante, pois trocávamos ideias, o que fazia com que ganhasse mais confiança na realização das mesmas. Esta partilha e entreajuda pelos colegas de grupo disciplinar nas escolas nem sempre existe e isto para mim foi uma mais-valia e sempre fez parte da minha prática pedagógica.

Assim sendo, acredito que da próxima vez que lecionar este nível de ensino, aplicarei, de certeza, estas duas atividades.

Por ânimo, a dedicação, a atenção, a satisfação, o empenho, a motivação demonstrados pelos alunos na realização das atividades propostas, até dos alunos que diziam não perceberem nada de Matemática, vale de facto sempre a pena realizá-las.

Acredito que a motivação dos alunos é crucial para que estes se empenhem nas suas tarefas. Assim, desafio-me, como professora, a tentar dinamizar atividades deste género. Até porque segundo Wenglinsky (1998): “alunos que utilizaram computadores para estudar simulações matemáticas obtiveram uma melhoria significativa nas suas notas” (Azcue, 2012, p.67). Pois torna-se mais credível para eles acreditar em algo que veem que realmente acontece.

Tal como Ittigson (2002), defendo que os alunos devem ter a oportunidade de aprender matemática num ambiente que valoriza a exploração e o desafio. Assim sendo, eles são ensinados a envolver-se em debates, em que, em vez de pontos de vista do professor, tornam-se no foco da discussão.

Neste tipo de comunicação matemática, os alunos são encorajados a ouvir o que está sendo dito, a questionar os seus colegas, de modo a compreender as soluções apresentadas, e para justificar respostas usando exemplos concretos e evidências do seu trabalho. De facto, na atividade com o robot, os alunos foram críticos perante o seu trabalho e o dos seus colegas.

Partilho da opinião que “as investigações matemáticas caracterizam-se, igualmente, pelo estímulo que fornecem ao aluno para este justificar e provar as suas afirmações, explicitando matematicamente as suas argumentações perante os seus colegas e o professor” (Ponte, Oliveira, Cunha, & Segurado, 1998, p.16).

Apesar de não termos realizado as atividades nos moldes ideais, o facto de os alunos terem aproveitado estas ferramentas na construção do seu raciocínio/pensamento matemático e tirando partido das mesmas para a aprendizagem de um novo conteúdo matemático é realmente gratificante, principalmente quando ouvimos opiniões como as que se seguem:

-“Foram as melhores aulas de Matemática que eu já tive!”

- “Nunca imaginei usar um robot na sala de aula!”

- “Professora, quando vamos utilizar o robot outra vez?”

Foi muito gratificante verificar que aqueles alunos que dominavam as tecnologias depois quiseram explorar melhor as potencialidades das mesmas, enriquecendo o trabalho final, nomeadamente, com a utilização do robot NXT da LEGO, tendo colocado o robot a projetar frases e imagens no seu visor.

Eles não se limitaram a cumprir o previamente definido, na tarefa 2 da ficha de trabalho n.º 1, por exemplo, ao marcarem as coordenadas de um ponto no referencial cartesiano, o robot percorria o trajeto por eles programado e chegava ao ponto pretendido. Estes alunos, quando o robot finalizava a tarefa, complementavam-na com movimentos extra, nomeadamente, o robot fazia piões no lugar exato do ponto a marcar, emitia frases com sentimento de trabalho realizado, batia palmas e até chegou a projetar no visor um sorriso.

No diálogo com alguns alunos aquilo que senti, principalmente ao nível das tecnologias é o que relata Azcue (2012) ao dizer: “Eu, pessoalmente, faço um esforço para estar atualizado, mas em todas as aulas tenho alguns alunos com conhecimentos informáticos superiores aos meus e, sobretudo, com uma facilidade fascinante para aprender novos métodos tecnológicos” (p.66). Mas isso é o que torna a aula mais viva e mais dinâmica, onde nos deparamos com a partilha de conhecimentos entre professor e o aluno.

De facto, quando confrontados com determinada situação, os alunos por vezes demonstram saber mais sobre um assunto do que realmente nós achávamos que eles eram capazes.

Os resultados obtidos neste estudo de caso, de um modo geral foram positivos, verifiquei por parte dos alunos uma aceitação geral e o reconhecimento da utilidade das ferramentas utilizadas, quer do robot, quer o GeoGebra. Ajudou principalmente aqueles alunos que revelavam ter mais dificuldades na disciplina, a participar mais ativamente na aula de Matemática.

Seria injusto dizer que os alunos com mais sucesso sentiram-se desmotivados, pelo contrário, estes alunos são muito empenhados e gostam de desenvolver uma pequena competição saudável entre si e por vezes entre turmas, ao nível das metas a atingirem. Nomeadamente, quem consegue primeiro, quem consegue melhor, quem dá respostas mais completas, eles são muito exigentes com eles próprios.

Como professora de Matemática, tentarei sempre que possível beneficiar os meus alunos com este tipo de atividades, seguindo o desafio de Machado (2011): “ensine os seus alunos a resolver problemas. Não lhes dê a solução. Isso ajudá-los-á a triunfar na vida” (p.47).

Anexos

Anexo I

Autorização para os encarregados de Educação

Assunto: Autorização

Exmo.(a) Sr.(a) Encarregado(a) de Educação,

No âmbito do Mestrado em Ensino da Matemática da Universidade da Madeira, estou a desenvolver um estudo sobre a utilização do robot NXT da LEGO e um software de geometria dinâmica - GEOGEBRA no ensino das Funções. Esta investigação visa encontrar e aprofundar métodos que incentivem a aprendizagem dos alunos.

Para este feito, preciso de observar e recolher dados sobre o trabalho desenvolvido pelos alunos nas aulas de Matemática especialmente preparadas neste sentido. A recolha de dados consistirá na observação, fotografias e gravação em áudio dos trabalhos desenvolvidos nas aulas das turmas B, C, D e E do 7º ano ao longo do ano letivo 2012/2013.

Como tal, solicito a sua autorização para proceder à recolha dos dados acima descritos, comprometendo-me desde já a garantir o anonimato dos alunos e a confidencialidade dos dados obtidos, que apenas serão usados no âmbito da minha investigação. Agradecendo a colaboração de V. Ex.ª, peço que assine a declaração abaixo, devendo depois destacá-la e devolvê-la.

Com os melhores cumprimentos,

Professora de Matemática	Diretora de 3º Ciclo	Diretora Pedagógica
________________	________________	________________
(Ana Marques)	(Marisa Freitas)	(Sofia Sales)

Funchal, 28 de Novembro de 2012

Declaro que autorizo o(a) meu(minha) educando(a)______________________________ Nº____Turma______7º Ano, a participar na recolha de dados conduzida pela professora de Matemática, no âmbito da sua dissertação de Mestrado.

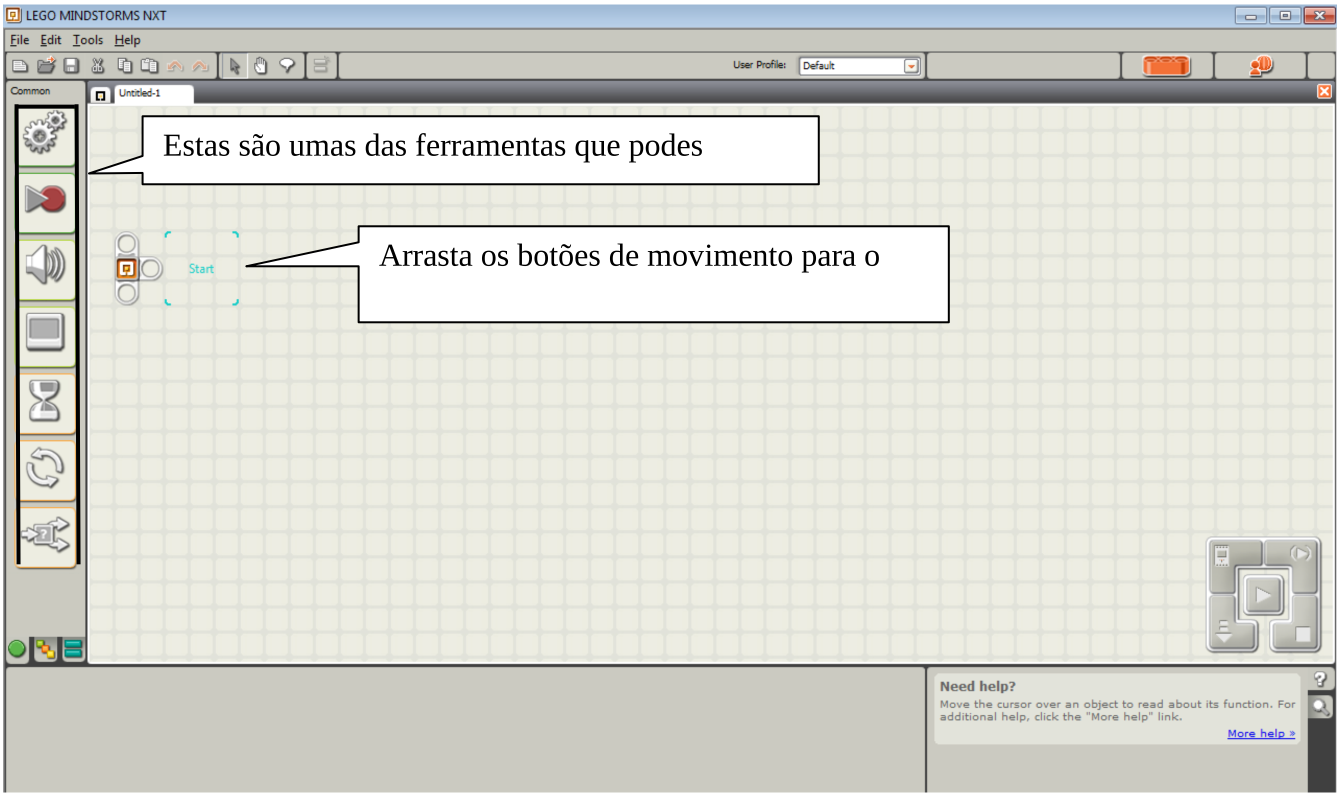
Data:_____________ Assinatura:__________________________

Anexo II

Guião de utilização do programa LEGO MINDSTORMS NXT

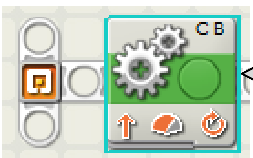
Breves dicas:

Este é o ambiente de trabalho que te permite programar o teu Robot.

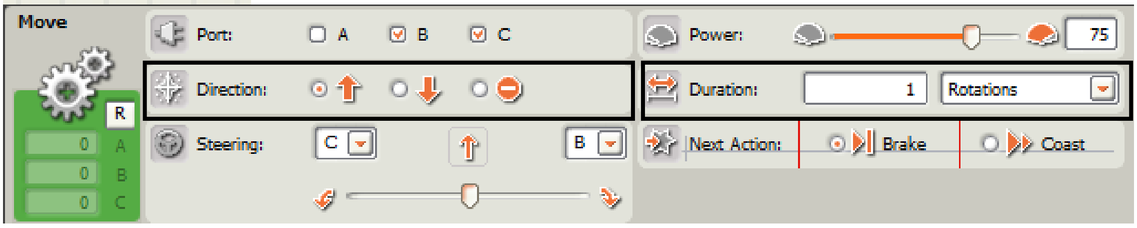


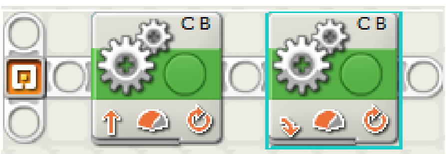
Estas são umas das ferramentas que podes

Arrasta os botões de movimento para o

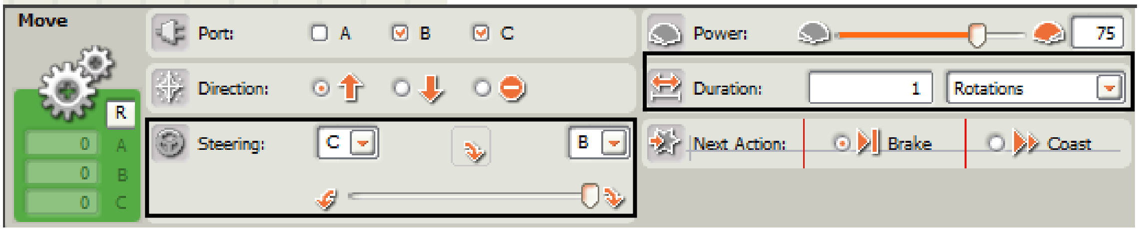


Este comando, é o motor do robot, que o faz avançar, recuar, rodar e parar. Para isso indica a direção e a duração do





Para fazer rodar, não te esqueças de ajustar o botão do STEERING e a respetiva duração que pode estar em



Boa programação! ☺

Anexo III

Ficha de trabalho n.º 1 - Referencial cartesiano e o Robot NXT da LEGO

Colégio Salesianos Funchal

MATEMÁTICA

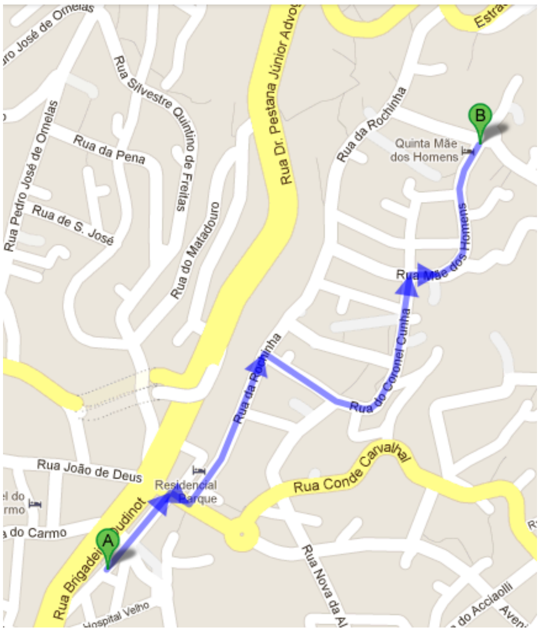
1ª Ficha de trabalho - Funções

Nome:	N.º	7º	2012/2013

Referencial cartesiano e o Robot NXT da LEGO

Tarefa 1

Observando o mapa em baixo, cria um programa, utilizando o software ***LEGO MINDSTORMS NXT***, que traduza o percurso do Funchal ao Colégio Salesiano.



Observação: Grava o programa da seguinte forma: *Grupo 1_Percurso Salesianos*

Faz uma breve descrição do programa que efetuaste.

Descartes *provou que a posição de um ponto no plano podia ser definida e determinada com base nas distâncias x e y a dois eixos perpendiculares fixos -* ***referencial cartesiano****. Os eixos cruzam-se num ponto* ***- origem do referencial.***

Cada um dos eixos tem uma orientação indicada por uma seta e uma graduação. O ***eixo horizontal*** *designa-se por* ***eixo das abcissas, ou eixo dos xx.*** *O* ***eixo vertical*** *designa-se por* ***eixo das ordenadas, ou eixo dos yy.***

Os eixos dividem o plano em quatro ***quadrantes.***

Assim, num referencial cartesiano qualquer ponto fica definido por um par ordenado de números, as coordenadas do ponto: abcissa e ordenada. Exemplo: ***A(x, y).***

Tarefa 2

Com a ajuda do robot programa-o para encontrares as coordenadas dos pontos seguintes e assinala-os no referencial cartesiano.

<u>Nota:</u> Considera que uma unidade do referencial corresponde a uma rotação do robot.

Não esqueças que ele deverá partir sempre da origem do referencial.

A (2,1)

B (4, 2)

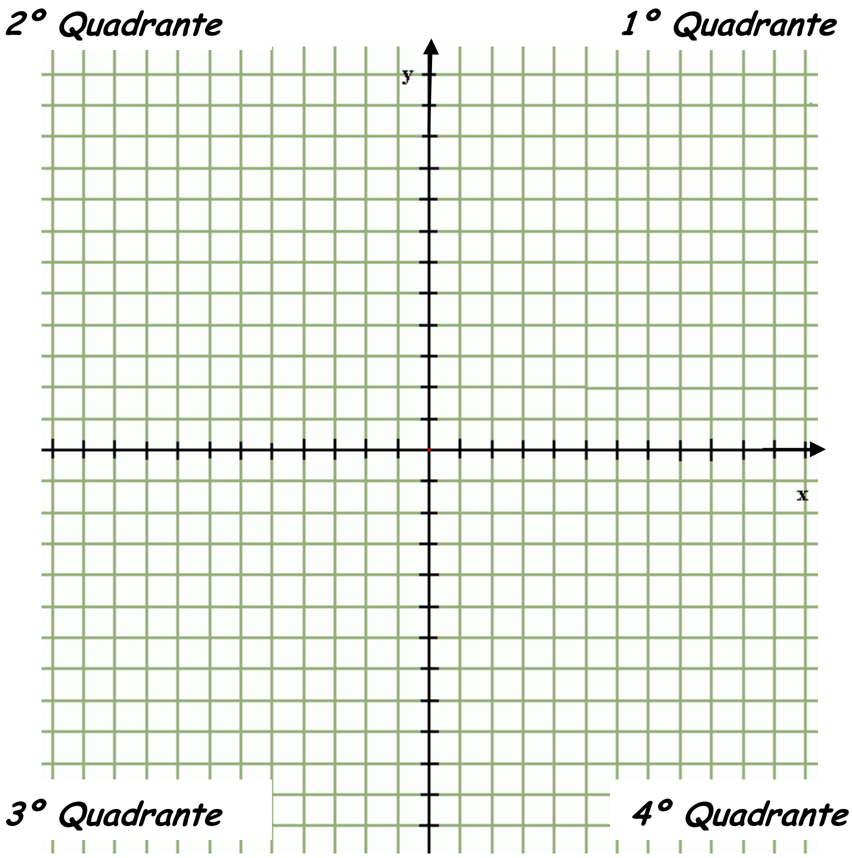
C (-2, -2)

D (-3, 3)

E (1, -1)

F (0, -2)

G (-2, 0)

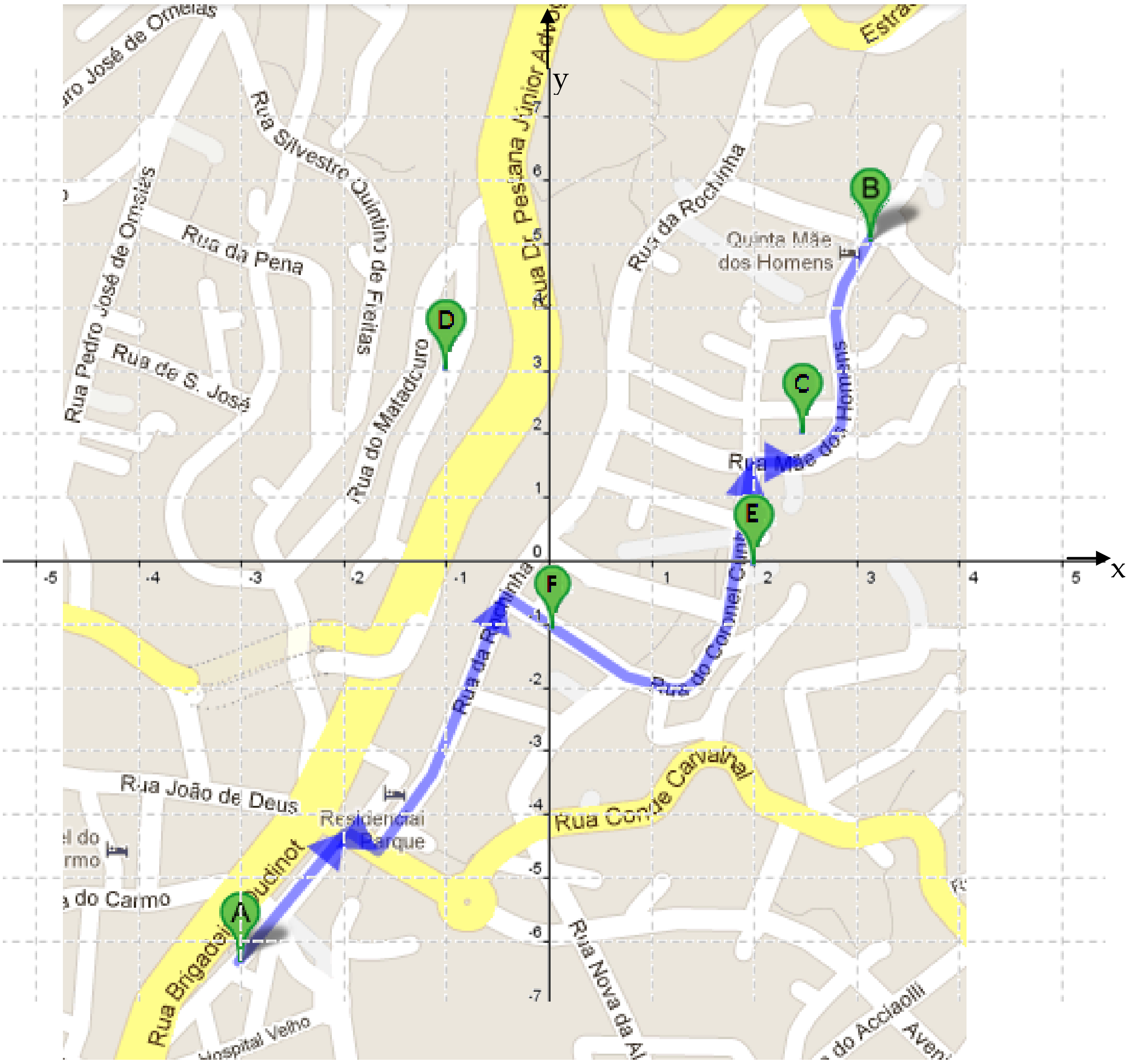


No mesmo eixo, a unidade de comprimento tem de ser a mesma.

Eixo correto

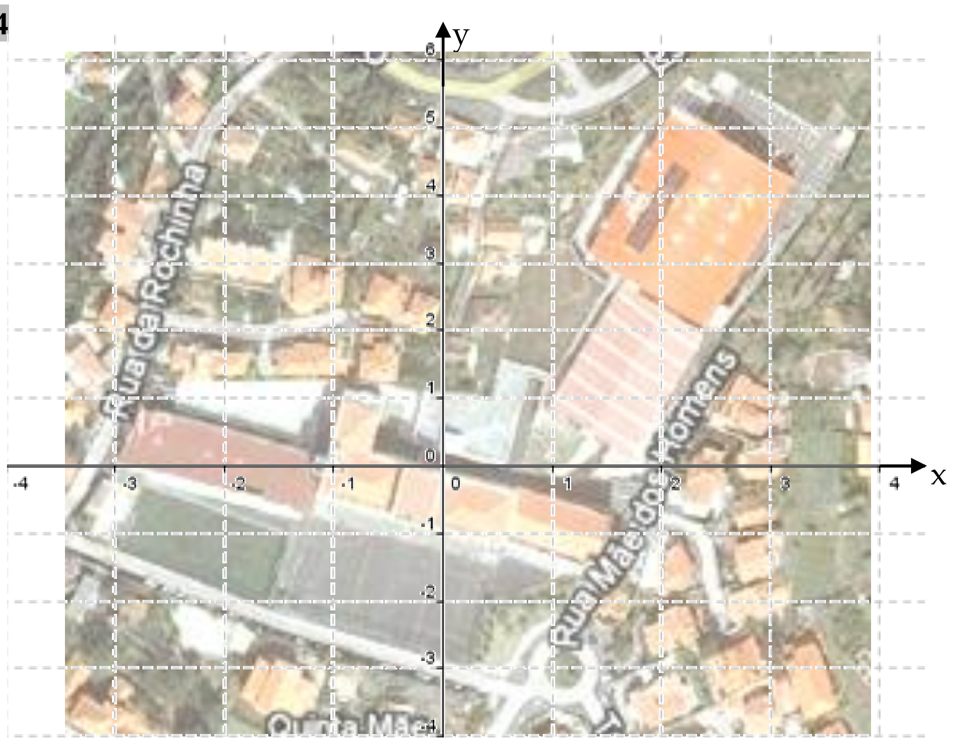
Eixo errado

Tarefa 3



Letra	Local	Coordenadas	Quadrante
A	Paragem do autocarro Rochinha nº 32, na Rua da Infância		
B	Largo D. Bosco		
C	Padaria A Espiga		
D	SPAD – Sociedade Protetora dos Animais Domésticos		
E	Paróquia de Fátima		
F	Infantário da Rochinha		

Tarefa 4



Segue as instruções seguintes e indica o local onde o robot se encontra.

a) O robot chegou ao Colégio Salesianos Funchal, entrou pela porta situada no ponto de coordenadas (-3,0). Por onde entrou?

b) Nesse lugar encontrou os alunos do 7º ____ Estiveram a brincar durante 10 min no ponto de coordenadas (-3, -1). Onde esteve a brincar?

c) Aproximava-se a hora do toque de entrada e dirigiram-se para o ponto (-0,8; -0,5). Onde foram?

d) Deu toque e dirigiu-se até ao ponto (2,5; 3) onde teve uma aula. Qual foi a disciplina?

e) Para assistir à aula seguinte, o robot deslocou-se até ao ponto (2; 1). Onde está?

f) Acabou a aula e está com fome, por isso foi até ao ponto (-0,5; -0,5). Onde está? E que horas são?

g) O João ao sair do local anterior convidou o robot a deslocar-se para o ponto (1; -1), para mostrar uma das atividades semanais dinamizada pela equipa da pastoral. Para onde foram? Em que dia da semana estamos?

h) No fim das aulas o robot e alguns colegas da turma foram para o local (-2; -1). O que fazem?

Tarefa 5

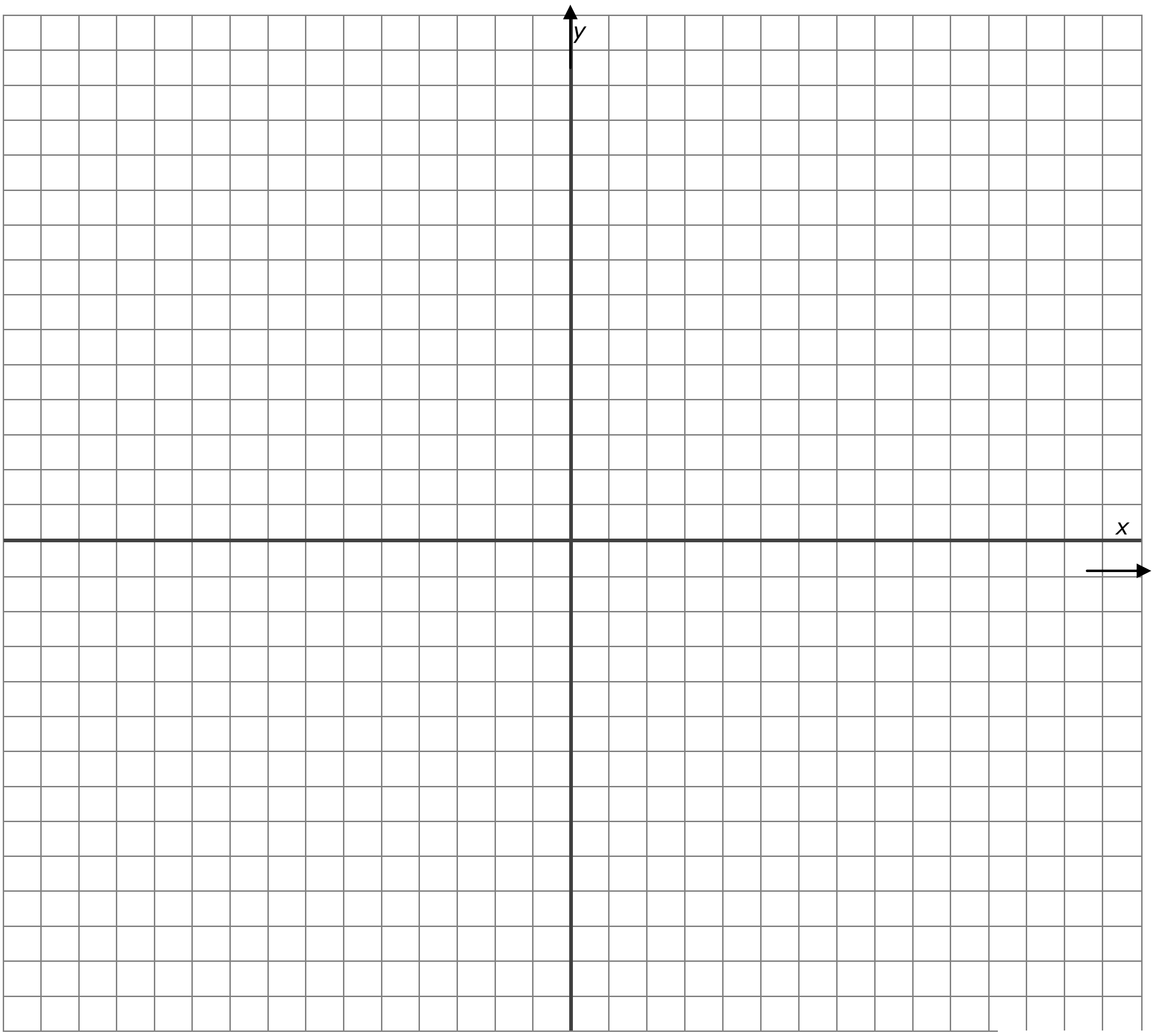
No referencial Cartesiano abaixo gradua:

- O eixo dos *xx* de **-10** a **9**;
- O eixo dos *yy* de **-13** a **14**.

Marca e une, por ordem, os pontos das seguintes coordenadas. Que figura obtiveste?

(-2; 7) → (1; 8) → (1; 6) → (-2; 5) → (-2; 7)

(-2; 13) → (2; 13) → (2; 12) → (1; 11) → (1; 9) → (4; 9) → (7;6)
(7; 4) → (8; 4) → (7; 1) → (7; 0) → (6; 0) → (6; 1) → (6; 4)
(7; 4) → (6; 6) → (4; 8) → (3; 8) → (3; -10) → (0;-12) → (0;-10)
(1,-9) → (1; -1) → (-1;-1) → (-1;- 8) → (-4; -11) → (-4; -9) → (-3;-8)
(-3,2) → (3; 2)
→ (-3; 7) → (-6; 5) → (-7; 3) → (-8; 3) → (-10; 4) → (-10; 6)
(-8; 6) → (-8; 4) → (-10; 4)
→ (-7; 3)
→ (-7; 5) → (-3; 9) → (-1; 9) → (-1;11) → (-2;12) → (-2,13)



Bom trabalho!

Anexo IV

Ficha de trabalho n.º 2 - Proporcionalidade Direta como Função. Função Linear

2ª Ficha de trabalho - Funções

Nome:	N.º	7º	2012/2013

Proporcionalidade Direta como Função. Função Linear

❶ A Anita encontrou, em cima da mesa, uma tabela preenchida pela D. Marta.

Quantidade de farinha/kg	**0,60**	**0,75**	**1,30**	**1,90**	**2,15**
Preço/ €	**0,48**	**0,60**	**1,04**	**1,52**	**1,72**

1.1 *Prova que o preço é diretamente proporcional à quantidade de farinha.*

1.2 Identifica e refere o significado da constante de proporcionalidade no contexto da situação.

1.3 A correspondência representada nesta tabela é uma função. Porquê?

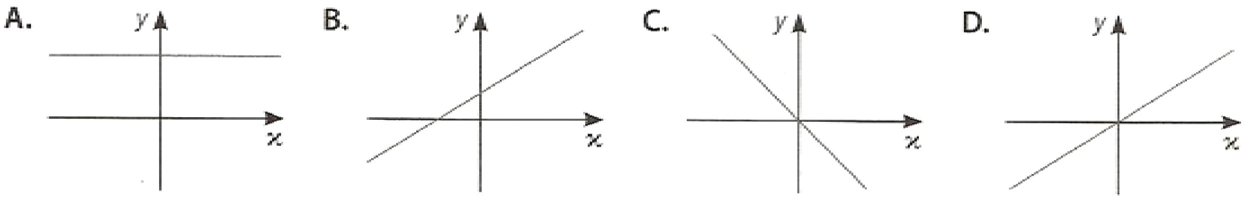
1.4 Identifica a variável independente e a variável dependente.

1.5 Comenta a afirmação:

“Comprando o dobro da quantidade de farinha, paga-se o dobro do preço.”

1.6 Escreve a expressão algébrica da função que relaciona o preço com a quantidade de farinha.

1.7 Qual dos gráficos seguintes poderá representar esta função? Escolhe a opção correta.



1.8 Abre, no teu computador, o programa Geogebra e no referencial cartesiano, marca os pontos que têm por abcissa a quantidade de farinha e por ordenada o preço.

> **<u>Nota:</u>** No menu “Exibir”seleciona os “Eixos coordenados” e “Quadriculado”
> ⇨ **Marcar um ponto:** No “Campo de entrada para comandos”, insere o seguinte comando A= (2,1) seguido de “Enter”. Será marcado o ponto A de coordenada (2,1).

1.9 Verifica se a tua escolha na questão 1.7 está correta fazendo a representação, no Geogebra, da expressão analítica encontrada na questão 1.6.

> **<u>Nota:</u> Desenhar o gráfico de uma função:** No “Campo de entrada para comandos”, insere, por exemplo, o seguinte comando y=2x seguido de “Enter”. Será desenhado o gráfico da função cuja expressão analítica é y = 2x

Abre o ficheiro "Função Linear.ggb" e faz variar o valor de k**, movimentando o respetivo seletor.**

1.10 Faz o esboço dos gráficos seguintes, para k=1, k=0,5 e k=2. Compara os gráficos e regista as tuas conclusões.

1.11 Agora atribui a k diferentes valores negativos. Faz alguns esboços dos gráficos e compara-os. Que conclusões podes tirar?

1.12 Ao parâmetro **k** da função, também se chama **declive da reta.** Compara os gráficos construídos em 1.10 e 1.11. Que podemos observar quando k é positivo e quando k é negativo?

<u>**Nota:**</u> - Marca dois pontos sobre a reta e em seguida seleciona a opção: segmento de reta definido por dois pontos;
- Seleciona a opção **declive** e posteriormente o segmento de reta marcado.

1.13 O que podes dizer sobre:
- O tipo de gráfico de uma função de proporcionalidade direta;
- Qual é a imagem do objeto 1? E o que significa.

❷ No mesmo referencial representa as seguintes funções:

2.1) $f(x)=\frac{1}{2}x$ **2.2)** $g(x)=2x$ **2.3)** $h(x)=-2x$

Analisando…

Uma função que traduz uma situação de ____________________________, diz-se uma **FUNÇÃO LINEAR**.

O seu gráfico é uma ___________ que passa pela ___________ do referencial.

Este tipo de função é definida analiticamente pela expressão ___________ onde $k \neq 0$ é a ____.

Numa função do tipo $y=kx$, o **DECLIVE DA RETA** está relacionado com a ____________ da reta, e coincide com a ____.

Numa função linear ($y=kx$), quanto maior for o valor absoluto de k, ________ inclinada está a reta correspondente ao gráfico. E quanto ________ o valor de k, menos inclinada está a reta.

O gráfico de uma função $y=kx$ depende do sinal de k:

- Se $k>0$, a reta "sobe" – a função é ________________

- Se $k<0$, a reta "desce" – a função é _______________

Bom trabalho! ☺

Anexo V

Questionário das tarefas com o Robot NXT da LEGO

Questionário das tarefas com o Robot NXT da LEGO

1. Qual das atividades gostaste mais de fazer com o robot?

Adição de números inteiros na reta numérica	
Percurso: “do Funchal ao Colégio Salesiano”	
Referencial Cartesiano	

2. Alguma vez tinhas pensado usar um robot na aula de Matemática?

Sim		Não	

3. O que achaste das aulas com o robot?

____

____

____

4. **Relativamente à atividade – Percurso: “do Funchal ao Colégio Salesiano”,** responde às questões seguintes.

   a. Fazer a programação do robot foi:

Muito Fácil		Fácil		Difícil		Muito Difícil	

   b. Conseguiste que o robot fizesse o percurso até ao Colégio?

Sim		Não	

   c. Tiveste dificuldades?

Sim		Não	

   d. Em caso afirmativo. Diz quais?

____

____

____

   e. Como foi a participação do teu colega nesta tarefa?

Ativa		Passiva	

f. Trocavas opiniões com o teu colega?

Sim		Não	

g. Descreve alguma(s) dessas opiniões:

____

____

____

h. Quando o robot não fazia o percurso corretamente o que fazias?

____

____

____

5. Atividade do referencial Cartesiano

a. O que achaste da atividade do referencial cartesiano?

Fácil		Difícil	

b. Esta atividade ajudou-te a perceber o conteúdo matemático?

Muito Pouco		Suficiente		Muito	

6. OBSERVAÇÕES GERAIS:

____

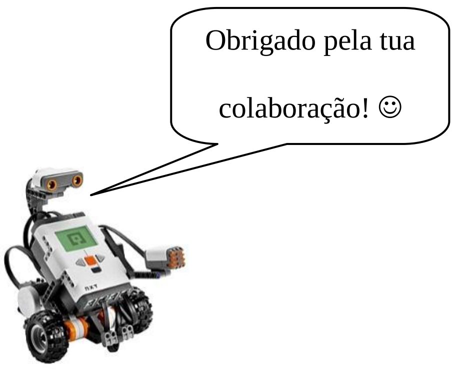
____

____

____

____

____



Anexo VI

Questionário sobre a tarefa com o GeoGebra

Colégio Salesianos Funchal GeoGebra

Questionário sobre a tarefa com o GeoGebra

1. Já tinhas trabalhado com o GeoGebra?

Sim		Não	

2. Qual foi o conteúdo Matemático abordado? ____
3. Tiveste dificuldades?

Sim		Não	

Em caso afirmativo. Diz quais?

____

____

____

4. Concluíste a ficha de trabalho sobre a função linear?

Sim		Não	

Porquê?____

____

____

5. Quando chegaste à sala de informática qual foi a primeira tarefa que realizaste, depois de ligares o computador?

Ler as questões da ficha de trabalho	
Marcar o ponto A	
Marcar os pontos da tabela (farinha e preço)	

6. Sem as orientações da professora, eras capaz de realizar a tarefa?

Sim		Não	

7. O que achaste da tarefa proposta?

Fácil		Difícil	

8. Esta tarefa ajudou-te a perceber o conteúdo matemático?

Muito Pouco		Suficiente		Muito	

9. O que alteravas na tarefa?

____

____

____

10. OBSERVAÇÕES GERAIS:

____

____

____

____

____

____

Obrigado pela tua colaboração! ☺

Referências Bibliográficas

Azcue, J. (2012). *A escola onde se aprende* (1ª ed.). Parede, Portugal: Principia.

Azevedo, M. (2004). Ensino por investigação: Problematizando as atividades em sala de aula. In C. Anna, *Ensino de ciências - Unindo a pesquisa e a prática.* Brasil: Pioneira Thomson Learning.

Ball, D., Higgo, J., Oldknow, A., Straker, A., & Wood, J. (1991). A Matemática contará? In J. P. Ponte, *Cadernos de Educação e Matemática - O computador no ensino da Matemática* (1ª ed., pp. 81-112). Associação de Profesores de Matemática.

Bogdan, R., & Biklen, S. (1994). *Investigação qualitativa em educação: Uma introdução à teoria e aos métodos.* Porto: Porto Editora.

Bumgardner. (29 de Março de 2007). *Geekdad* . Obtido em 29 de Novembro de 2013, de Toys and tecnology: http://www.wired.com/geekdad/2007/03/the_origins_of_/

Demo, P. (1991). *Avaliação Qualitativa* (3ª ed., Vol. 25). São Paulo, Brasil: Cortez editora e editora autores associados.

Denzin, N., Lincoln, Y., & colaboradores. (2006). *O PLANEJAMENTO DA PESQUISA QUALITATIVA teorias e abordagens* (2ª ed.). S.A. ARTMED.

Dienes, Z. P. (1975). *As seis etapas do proceso ensino aprendizagem em Matemática.* São Paulo: EPU - Editora Pedagógica e Universitária Ltda.

Fernández, M. (2008). Developing Knowledge of teaching Mathematics through Cooperation and Inquiry. *MATHEMATHICS TEACHERS, NCTM , 101, nº7,* pp. 534-538.

Gilbert, R. (1986). *As ideias actuais em pedagogia* (5ª ed.). Lisboa: Moraes Editores.

Gomes, D., & Ferlin, A. M. (2008). *90 idéias de Jogos e Atividades para a sala de aula.* Petrópolis: Editora Vozes.

GeoGebra. Obtido em 22 de fevereiro de 2013, em: http://www.geogebra.org/cms/pt_BR/

Hohenwarter, M., & Fuchs, K. (2004). Combination of dynamic geometry, algebra and calculus in the software system GeoGebra. In Computer Algebra Systems and Dynamic Geometry Systems in Mathematics. *Teaching Conference 2004, Pecs.* Hungary: University of Pecs.

Hohenwarter, M., & Lavicza, Z. (2007). Mathematics Teacher Development with ICT: Towards an International GeoGebra Institute. *Proceedings of the British Society for Research into Learning Mathematics. 27 (3)*, pp. 49-54. London: D. Küchemann .

Iovine, J. (1998). *Robots, Androids and Animatrons.* New York: : McGraw-Hill.

Ittigson, R. (2002). Helping Students Become Mathematically Powerful. *TEACHING CHILDREN Mathematics, NCTM , 9, nº 2*, pp. 91-95.

Kelly, J. F. (2007). *Lego Mindstorms NXT-G Programming Guide.* Technology in Action Press.

LEGO.com Mindstorms. (s.d.). Obtido em 22 de julho de 2013 em:

http://mindstorms.lego.com/en-us/default.aspx?icmp=COUSFR29MINDSTORMS

Macedo, R. S., Galeffi, D., & Pimentel, A. (2009). *UM RIGOR OUTRO Sobre a questão da qualidade na pesquisa qualitativa.* Salvador- Bahia: EDUFBA (editora da Universidade Federal da Bahia).

Machado, J. (2011). *Pais que educam, profesores que amam.* Marcador.

MATHEMATIQUES et SCIENCES PHYSIQUES. (s.d.). Obtido em 22 de fevereiro de 2013, em: http://dmentrard.free.fr/GEOGEBRA/index.htm

Matos, J. M., & Serrazina, M. d. (1996). *Didáctica da Matemática.* Lisboa: Universidade Aberta.

Ponte, J. P., Oliveira, H., Cunha, M. H., & Segurado, M. I. (1998). *Histórias de investigações Matemáticas.* Lisboa: Instituto de Inovação Educacional.

Ponte, J., Matos, J., & Abrantes, P. (1998). *Investigação em educação Matemática. Implicações curriculares.* Lisboa: Instituto de Inovação Educacional.

Ponte, J., Nunes, F., & Veloso, E. (1991). *Computadores no ensino da Matemática.* Lisboa: Associação de Professores de Matemática e do Pólo do Projeto Minerva.

Rei, J. (2 de Janeiro de 2011). *Expresso XL*. Obtido em 3 de Dezembro de 2013, de Expresso XL: http://expresso.sapo.pt/os-robos-vao-a-escola=f623730

Resnick, M. (2004). *Edutainment? No Thanks. I Prefer Playful Learning.* Obtido em 4 de dezembro de 2013, de Parent's Choice: http://www.parents-choice.org/article.cfm?art_id=172&the_page=consider_this&CFID=20921073&CFTOKEN=79959479

Resnick, M. (2012). Point of view - Reviving Papert's Dream. *Educational technology The magazine for managers of change in education , 52*, 42-46.

Resnick, M. (2002). Rethinking Learning in the Digital Age. In G. Kirkiman, *The global Information Technology Report: Readiness for the Networked World* (pp. 32-37). Oxford: Oxford University Press.

Resnick, M., & Brennan, K. (2012). New frameworks for studyng and assessing the development of computational thinking. *Annual meeting American Educational Research Association*, (pp. 1-25). Vancouver.

Resnick, M., & Silverman, B. (2005). Some Reflections on Designing Construction Kits for Kids. *Conference on Interaction design and children* (pp. 117-122). New York: Association for Computing Machinery (ACM).

Silva, J. (2002). Cinderella. *Educação e Matemática, APM* (Nº 67), pp. 41-42.

Silveira, B. (2002). Cabri-géomètre. *Educação e Matemática, APM* (Nº 68), pp. 35-37.

Suzuki, J. (2002). *Teaching for the Twenty-Second Century: Whiter (or Wither) Mathemathics?* (Vol. 95). nº 4: NCTM.