

Modelação Matemática como Proposta Pedagógica num Curso Técnico de Gestão e Programação de Sistemas Informáticos

RELATÓRIO DE ESTÁGIO DE MESTRADO

Ana Luísa Gomes Mendes

MESTRADO EM ENSINO DE MATEMÁTICA
NO 3º CICLO DO ENSINO BÁSICO E NO SECUNDÁRIO



UNIVERSIDADE da MADEIRA

A Nossa Universidade

www.uma.pt

julho | 2022

Modelação Matemática como Proposta Pedagógica num Curso Técnico de Gestão e Programação de Sistemas Informáticos

RELATÓRIO DE ESTÁGIO DE MESTRADO

Ana Luísa Gomes Mendes

MESTRADO EM ENSINO DE MATEMÁTICA
NO 3. CICLO DO ENSINO BÁSICO E NO SECUNDÁRIO

ORIENTAÇÃO
Elci Alcione Almeida dos Santos

Folha de rosto fornecida pela UAA

**Modelação Matemática como Proposta
Pedagógica num Curso Técnico de Gestão e
Programação de Sistemas Informáticos**

RELATORIO DE ESTÁGIO DE MESTRADO

Ana Luísa Gomes Mendes

MESTRADO EM ENSINO DE MATEMÁTICA NO 3.º CICLO DO
ENSINO BÁSICO E NO SECUNDÁRIO

ORIENTAÇÃO

Elci Alcione Almeida dos Santos

“Talvez não tenha conseguido fazer o melhor, mas lutei para que o melhor fosse feito. Não sou o que deveria ser, mas, Graças a Deus, não sou o que era antes”.

Marthin Luther King Jr.

Resumo

Na prática do exercício docente, é sensível nos professores de matemática a preocupação permanente de encontrar as melhores metodologias de ensino e as possíveis maneiras de intervir no sentido de otimizar os processos de aprendizagem dos alunos, procurando que estes se convertam realmente em conhecimento significativo e funcional, de tal forma que os mesmos possam integrar-se ao mundo para o transformar, assim como lograrem a sua própria transformação de modo a construírem e enriquecerem significados de forma permanente e consolidada.

Assim sendo, no âmbito do meu Estágio do curso de Mestrado de Ensino em Matemática do 3º ciclo do Ensino Básico e Secundário, desenvolvi o presente estudo que visou analisar o impacto da implementação da Modelação Matemática como estratégia pedagógica, bem como do modo como esta incide na aprendizagem da Estatística e das Funções Periódicas, mais concretamente, no estudo em apreço, na turma do 10º ano do Curso Profissional Técnico de Gestão e Programação de Sistemas Informáticos.

O trabalho é fundamentado numa pesquisa bibliográfica que toma por base um olhar da Modelação Matemática como metodologia de ensino, bem como o desenvolvimento da criatividade, além de serem apresentadas três propostas práticas de Modelação em Estatística e Funções Periódicas na sala de aula, sob a perspetiva dessa metodologia de ensino.

Palavras – Chave: Modelação Matemática, Criatividade, Ensino, Estatística, Funções Periódicas.

Abstract

In the practice of teaching, in mathematics teachers there is a permanent concern to find teaching methodologies and possible ways of intervening to improve the students' learning processes, trying to convert them into meaningful and functional knowledge, in such a way that students can integrate themselves into the world to transform it, as well as achieve their own transformation to build and enrich meanings permanently.

Therefore, within the scope of my internship of the master's degree in Mathematics Teaching of the 3rd cycle of Basic and Secondary Education, I developed the present study that aimed to analyze the impact of the implementation of Mathematical Modeling as a pedagogical strategy, and how it affects the learning of Statistics and Periodic Functions in the 10th year class of the Technical Professional Course in Management and Programming of Computer Systems.

The work is based on bibliographical research that is based on a look at Mathematical Modeling as a teaching methodology and the development of creativity, in addition to presenting three practical proposals for Modeling in Statistics and Periodic Functions in the classroom, from the perspective of this methodology.

Keywords: Mathematical Modeling, Creativity, Teaching, Statistics, Periodic Functions.

Agradecimentos

À minha orientadora, Professora Doutora Elci Alcione Santos, pelas sugestões e opiniões muito assertivas e necessárias à minha formação e na elaboração e complementação desta investigação.

À Professora Doutora Sónia Martins, por todo o seu apoio e tempo dispensados ao longo do estágio, pois permitiu-me e ajudou-me a preparar algumas aulas em que os alunos trabalharam aplicando diversas metodologias, para assim operacionalizar a minha observação e investigação, bem como a sua colaboração na realização e a reflexão deste relatório.

Aos meus alunos, pelo carinho que demonstraram ao longo das aulas.

A todas as colegas do mestrado, pelo apoio e amizade que me deram ao longo do curso.

Aos professores da Escola da APEL, pelos conselhos, orientações e companheirismo.

À minha mãe e o meu pai, pelos seus conselhos e apoio que me deram.

Aos meus sogros, irmãos e cunhados, pelo apoio que me deram.

Em especial, ao meu filho e a meu marido.

Ao meu filho, pela compreensão, apoio e carinho.

E ao meu marido, pelo incentivo, apoio, compreensão e carinho ao longo do curso.

Índice

Resumo	3
Abstract	4
Agradecimentos	5
1 Introdução	9
1.1 Motivação da investigação	10
1.2 Problema, questões e objetivos da investigação	11
1.3 Metodologia da investigação	12
2 Fundamentação Teórica	14
2.1 Modelação matemática	16
2.2 Modelação matemática na sala de aula	18
2.3 Modelação matemática como método de ensino	25
2.4 Visão da Modelação na Educação Matemática	28
2.4 Criatividade	31
2.5 A Educação Matemática e a Criatividade	33
3 Metodologia de Investigação	35
3.1 Natureza do estudo	35
3.2 Participantes	36
3.2.1 Caracterização dos participantes	37
3.2.2 Caracterização da escola	38
3.2.3 Caracterização da disciplina	39
3.3 Implementação do estudo	40
3.4 Recolha de dados	42
4 Análise e interpretação dos dados	44
4.1. Análise da prática matemática dos alunos perante as propostas implementadas na sala de aula	44
4.1.1 Proposta de modelação em Estatística	45
4.1.2 Proposta de modelação de Funções Periódicas	53
5 Considerações Finais	77
5.1 Modelação matemática e criatividade	77
5.2 Modelação matemática e aprendizagem	79
5.3 Tecnologia e resolução de problemas	81
5.4 Reflexão final	83
Referências Bibliográficas	86

Anexos	90
Anexo 1	91
Anexo 2	95
Anexo 3	98
Anexo 4	102
Anexo 5	104
Anexo 6	102
Anexo 7	104

Índice de Figuras

Figura 1 – Situação inicial e situação final na modelação matemática	18
Figura 2 – Esquema do processo de modelação matemática proposto por Ponte.	25
Figura 3 – Esquema do processo de modelação matemática apresentado por Kerr e Maki..	21
Figura 4 – Esquema do processo de modelação matemática apresentado por Blum e Ferri ...	22
Figura 5 – Esquema do processo de modelação matemática proposto por Biembengut e Hein .	235
Figura 6 – Organização dos dados numa tabela de freqüências – Instagram.....	48
Figura 7 – Crescimento do número de usuários da rede social Instagram	49
Figura 8 – Conclusão apresentada pela equipa do Oliver e Luís.....	49
Figura 9 – Organização dos dados numa tabela de freqüências – Twitter	50
Figura 10 – Utilização do Twitter.....	50
Figura 11 – Organização dos dados numa tabela de freqüências – Jogos mais jogados em 2020 ..	51
Figura 12 – Medidas de localização e dispersão – Jogos mais jogados em 2020	52
Figura 13 – Gráfico apresentado pela equipa do José, Juan e Bernardo	52
Figura 14 – Medições da baliza – Equipa 1.....	61
Figura 15 – Medições do ponto de penalti – Equipa 1	61
Figura 16 – Resultados obtidos pela Equipa 1	62
Figura 17 – Apresentação do vídeo – Equipa 2	63
Figura 18 – Situação 2: A roda – Determinação do parâmetro C – Equipa 1	69
Figura 19 – Situação 3: As fases da Lua – Previsões – Equipa 2.....	71
Figura 20 – Situação 3: As fases da Lua – Resolução – Equipa 3	72
Figura 21 – Situação 3: As fases da Lua – Modelo matemático – Equipa 1	73
Figura 22 – Situação 1: As ondas – Modelo matemático – Equipa 1	74

1 Introdução

O ensino de matemática, na forma tradicional, aborda conceitos e práticas alheias ao quotidiano dos alunos, o que gera o distanciamento destes da disciplina. Com efeito, neste sistema tradicional, o educador não desafia, não amplia nem facilita o desenvolvimento individual, restringindo-se unicamente ao que ensina, limitando assim a capacidade de desenvolvimento do aluno. De um modo geral, o ensino tradicional é centrado no professor, sendo que este é exigente na tarefa de dirigir, preparar, vigiar, organizar conteúdos, e avaliar os comportamentos para garantir a aprendizagem.

No entanto, a sociedade atual é muito mais dinâmica e exige que as escolas preparem pessoas mais criativas e empreendedoras, que desenvolvam a autonomia dos alunos tornando-os capazes de pensar com base nos seus conhecimentos, sem precisar de decorar ou memorizar conteúdos, úteis unicamente para a resolução das avaliações.

Nos meus vinte e dois anos no exercício da profissão docente, muitas têm sido as experiências no que diz respeito às diversas metodologias de ensino, o que me permitiu observar, e pôr em prática, em diferentes sistemas educativos, tanto na Venezuela quanto em Portugal, diversas estratégias que vão ao encontro de uma mudança de paradigma de aulas tradicionais para aulas mais interativas, nas quais os alunos constroem os seus próprios conhecimentos.

Na procura de novas metodologias, a modelação matemática surge como metodologia de ensino que permite despertar nos alunos o interesse pela matemática e pela sua aplicabilidade.

Por compreender que a modelação matemática é capaz de fortalecer a criatividade e gerar nos alunos a capacidade de construir o seu próprio conhecimento, este estudo foca-se na aprendizagem dos alunos perante diversas propostas de modelação aplicadas à Estatística e à Trigonometria, mostrando que é possível mudar os paradigmas do ensino tradicional.

1.1 Motivação da investigação

Nesta caminhada como profissional da educação, e ante o propósito de realizar o Estágio Supervisionado, comecei a trabalhar com alunos do curso Profissional de Técnico de Gestão e Programação de Sistemas Informáticos, no âmbito do qual encontrei uma turma desafiante com alunos em diferentes situações quer seja com os desmotivados com o aprender, quer com aqueles com problemas especiais de aprendizagem.

Não obstante algumas dificuldades daí resultantes, não desanimei e dediquei-me à tarefa que tinha à minha frente, buscando metodologias tendentes a motivar o aluno na construção do seu conhecimento, sempre dentro de um ambiente agradável e adequado para a aprendizagem.

No primeiro encontro com a turma, percebi algumas das dificuldades que a mesma apresentava no tocante à construção do conhecimento em matemática. Esta perspectiva potenciou ainda mais a minha vontade de buscar os caminhos para superar as dificuldades, melhorar a minha prática pedagógica, implementar novas estratégias de ensino e diversificar as metodologias.

Depois de todas as reflexões realizadas, encontrei na modelação uma proposta diferenciada para o ensino de matemática, capaz de possibilitar que o aluno seja o intermediário na construção do seu conhecimento, transpondo com motivação, empenho, dedicação e trabalho, as dificuldades que se apresentam.

Compreendendo o ensino específico da matemática, percebe-se a importância da tarefa do professor como mediador entre o conhecimento intuitivo, sendo este, aquele que aparece automaticamente, sem análise, reflexão ou experiência direta, e o produzido na história que utiliza deduções ou classificações caracterizadas por conceitos que foram desenvolvidos ao longo do tempo. Nesta ordem de ideias, esta interação faz sentido para o aluno quando este se apropria do conteúdo, quando consegue o desenvolvimento das suas capacidades permitindo-lhe compreender, analisar, e reproduzir novas situações que lhe possibilitem crescer como cidadão crítico, capaz de perceber a realidade, sob as diversas dimensões (política, histórica, económica e cultural), com o propósito de uma transformação social. Porém, deve-se considerar que a matemática representa um impedimento para um número importante de alunos, bastando para o efeito observar as opiniões feitas à disciplina: “odeio matemática”, “tenho medo da matemática”, “a matemática é o terror dos jovens,” “a matemática é difícil de compreender”, entre tantas

outras considerações de natureza crítica, razões pelas quais se revela importante que o aluno conheça os conteúdos básicos da matemática, pois, não os ter, pode gerar ou determinar a exclusão de diversos perímetros da sociedade. Porém, na atualidade ainda existem pessoas que acreditam que, da matemática, só é preciso saber o essencial, prioritário e necessário, e por vezes, essa perspectiva leva muitas pessoas a perderem oportunidades.

1.2 Problema, questões e objetivos da investigação

Na educação atual, os processos de ensino e de aprendizagem da matemática têm estado ligados a diversas dificuldades, sendo uma delas a complexidade na construção do conhecimento matemático, o que se evidencia com o significado e o uso que têm os estudantes das noções e conceitos matemáticos, não só dentro da aula como também fora desta. Considera-se a matemática como uma área de formação do ser humano que se tem desenvolvido em cada época, de acordo com as particularidades da mesma, ou seja, como resposta às necessidades do tipo prático (medições, construções, etc.) ou do tipo científico (consolidação das teorias próprias da disciplina ou da modelação de fenómenos tanto no interior da mesma como em outros campos do conhecimento), portanto, o seu ensino não pode ser desligado da realidade.

Com o propósito de compreender mais sobre como a implementação da modelação matemática, como uma estratégia pedagógica, incide na aprendizagem da Estatística e das Funções Periódicas, na turma do 10.º ano do curso Profissional Técnico de Gestão e Programação de Sistemas Informáticos, procurou-se responder às seguintes questões:

- De que modo os trabalhos desenvolvidos por meio da modelação matemática, na perspectiva da educação matemática, ajudam ou favorecem ao desenvolvimento da criatividade?
- A modelação matemática permite que os alunos desenvolvam estratégias na compreensão dos conteúdos matemáticos?
- A utilização de ferramentas tecnológicas favorece o desenvolvimento e a investigação na resolução de problemas matemáticos?

Mais especificamente, pretende-se:

- Analisar o modo como as atividades de modelação matemática favorecem o desenvolvimento da criatividade;
- Analisar e identificar as estratégias utilizadas pelos alunos para levar a cabo a resolução de problemas de natureza exploratória, que envolvem modelos estatísticos e trigonométricos, particularmente as funções periódicas;
- Identificar qual a influência do uso de tecnologias, como por exemplo o *Excel*, *Appts*, entre outras, no desenvolvimento das atividades planeadas.

1.3 Metodologia da investigação

Uma vez que o presente estudo visa estudar como a modelação matemática favorece o desenvolvimento da criatividade e estratégias na compreensão dos conteúdos matemático, dentro e fora da aula, optei por uma metodologia de investigação de natureza qualitativa e interpretativa, sendo que a observação participante adquiriu o estatuto de método de recolha de dados.

Assim, optei pela abordagem interpretativa por querer compreender, sob o ponto de vista dos participantes, os factos e as interações observadas (Ponte, 2006), tendo utilizado a observação participante, por ser uma estratégia de campo que combina vários elementos, tais como análises documentais, entrevistas, participação, observações diretas e introspeção (Dezin, 1989).

Embora seja difícil estabelecer o grau de participação necessário para uma adequada observação, bem como os limites dessa participação, para que haja o devido distanciamento científico, procurei manter uma participação genuína no intuito de ser capaz de refletir sobre ela.

Tendo em vista o delineamento investigativo, em função da questão principal, e a fim de atender e compreender os objetivos desta dissertação, o trabalho foi organizado da seguinte forma:

O primeiro capítulo é dedicado a introdução, onde são descritos a motivação, o problema, as questões e objetivos desta investigação, e a metodologia.

O segundo capítulo trata da fundamentação teórica, onde são abordados questões sobre a modelação matemática e a criatividade.

No respeitante ao terceiro capítulo, é apresentada a metodologia de investigação, abordando a sua natureza, a caracterização dos participantes, da escola e da disciplina.

Faz-se também uma descrição da implementação do estudo e são expostos os instrumentos da recolha de dados.

O quarto capítulo aborda a análise e interpretação da prática matemática dos alunos perante as propostas implementadas na sala de aula. Faz-se a descrição da implementação com suporte nas anotações do diário de bordo, da observação informal, das apresentações orais e dos relatórios entregues pelos participantes no estudo.

Finalmente, no quinto capítulo faz-se uma reflexão sobre este estudo, ressaltando as principais questões que o originaram.

2 Fundamentação Teórica

Neste capítulo pretende-se fazer uma reflexão sobre o ensino de matemática na atualidade, considerando particularmente os conteúdos da trigonometria e da estatística, assim como uma análise teórica referente à modelação matemática, com base na literatura existente.

Ser professor de matemática, em qualquer nível de escolaridade, e mais ainda nos cursos profissionais, não é tarefa fácil, pois uma série de fatores tornam esta atividade um árduo trabalho. Dentre estes fatores, podemos nomear a falta de conhecimentos prévios – que demonstram uma formação precária – e a falta de compromisso, indagação e estudo por parte dos alunos.

Efetivamente, na atualidade ainda existem alunos e professores que consideram que é necessário ser dotado de certas características para poder saber e aprender matemática. Tendo como base esta perspetiva, existem professores que não se empenham com alunos que apresentam tais características ou dificuldades, e é por isso que, por vezes, os alunos adotam a postura de serem “péssimos em matemática”.

A matemática trata de noções e verdades de natureza abstrata, portanto todo o aluno que é capaz de aprender a ler e escrever é capaz de compreender e aprender matemática, razão pela qual é preciso dedicação por parte do estudante e eficiência por parte do professor.

Também é importante ressaltar a pouca valorização que por vezes é dada aos profissionais da educação, sendo este um fator determinante para a realidade atual. Na prática, quando indagamos alunos que são comprometidos com os seus estudos, verificamos que os mesmos não querem ser professores.

Outras das dificuldades encontradas é o tempo. Na atualidade, em Portugal, a maior preocupação das escolas é preparar aos alunos para as avaliações externas. No geral, as escolas preocupam-se com a preparação dos alunos para as provas nacionais, pois estes são os indicadores da qualidade de ensino no momento. Assim sendo, o ensino de matemática é totalmente focado na preparação para as avaliações, e não na maneira como o aluno entende, tendo igualmente em linha de consideração o tempo necessário para que os novos conhecimentos façam sentido.

Na discussão deste motivo, infelizmente, não temos como fazer uma transformação imediata de forma a poder gerar resultados que possam ter grandes impactos nas escolas.

A matemática toma em consideração todos os possíveis fatores importantes para que os estudantes tenham um desenvolvimento adequado tanto no âmbito social como no individual. Como tal, apresenta-se como intermediária da integração social do indivíduo, servindo de ferramenta de apoio para o exercício da cidadania, o que vai ao encontro das propostas curriculares nacionais e internacionais, nas quais se preconiza que a matemática assume um papel fundamental no desenvolvimento do indivíduo.

Neste contexto, um dos melhores exemplos que explicaria a construção do conhecimento matemático seria o construtivismo inspirado na teoria de Jean Piaget. Segundo Monereo (1998), este construtivismo é “o mecanismo que favorece a construção, a assimilação – acomodação de esquemas cognitivos, é individual, e os métodos instrucionais que podem beneficiar a ação desse mecanismo são a exploração e o descobrimento do redor físico” (p.38).

Chiarottino (1998) ressalta que, na teoria de Piaget, um esquema é aquilo que é generalizável numa determinada ação, sustentando que a construção de esquemas é possível ser explicada pelo processo de adaptação, considerando dois complementos: assimilação e acomodação. O primeiro consiste numa inclusão dos objetos aos esquemas de ação do indivíduo. Os esquemas são modificáveis, sendo essa modificação conhecida como acomodação dos esquemas. Dessa forma, “a aprendizagem implica, em qualquer situação, uma estruturação no sentido de uma assimilação do dado aos esquemas ou as estruturas mentais, ou seja, a uma atividade dos sujeitos” (p. 94).

Também segundo a autora, a inteligência “se constrói a partir da troca do organismo com o meio através das ações do indivíduo. Isso significa que a ação é o centro do processo e que o fator social ou educativo se constitui numa condição do desenvolvimento” (p.95).

Na mesma perspectiva, Delval (1998) explica que o trabalho pessoal e criativo na construção do conhecimento é feito pelos sujeitos, daí resultando que o seu processo de aprendizagem está longe de ser uma simples repetição do que lhes foi transmitido.

Este autor assinala que “o construtivismo é uma posição epistemológica e psicológica e que não se trata de uma conceção educacional [...]. O construtivismo explica como se formam os conhecimentos, enquanto a educação é uma prática social

que busca formar indivíduos que possam desenvolver-se e adaptar-se às sociedades em que lhes coube viver” (Delval, 2001, p.79).

Com a perspectiva da construção do conhecimento matemático por parte do aluno, em referência as reflexões antes realizadas do ensino de matemática, é que se apresenta a modelação matemática como metodologia de ensino.

2.1 Modelação matemática

Em virtude dos avanços científicos e tecnológicos, as sociedades vivem num contínuo processo de transformação, sendo que a escola, enquanto ente participante da sociedade, com a missão de formar indivíduos autónomos e criativos, tem de acompanhar tais mudanças.

Na perspectiva da modelação matemática, o professor é mediador entre os alunos e o conhecimento, e através de atividades de investigação, orienta o ensino-aprendizagem, procurando desenvolver no final do processo alunos com autonomia, criatividade e conhecimento.

Antes de analisar o que é a modelação matemática, urge compreender o significado da palavra “modelo”, que, mesmo tendo diversas conotações na sua definição empírica, é “aquilo que serve de exemplo”, portanto é aquilo que serve para ser copiado.

Assim, um modelo não se limita unicamente à matemática, abrangendo igualmente áreas como a Arte, a Biologia, a Economia, etc., e, mesmo sendo diferentes os objetivos para essas áreas, o princípio é sempre o mesmo: narrar as características de algo.

De acordo com Bassanezi (2011), um modelo é criado “quando se procura refletir sobre uma porção da realidade, na tentativa de explicar, de entender ou de agir sobre ela” (p.19). Segundo este autor existem duas possibilidades quanto a aplicação do modelo. A primeira consiste em adaptar conceitos ou estruturas matemáticas aos fenómenos da vida real e a segunda partindo de situações da vida real obter novos conceitos e estruturas matemáticas.

Os modelos são utilizados na matemática para explicar situações que podem ser externas à disciplina, com o propósito de interpretá-las e descrevê-las, traduzindo-as em linguagem matemática. Almeida, Silva e Vertuan (2012) acrescentam que “um modelo

matemático é um sistema concetual, descritivo e explicativo, expresso por meio de linguagem matemática e que tem por finalidade descrever ou explicar o comportamento de outro sistema, podendo realizar previsões sobre este outro sistema” (p.13).

Para além destas situações, também é possível aplicar o conhecimento e interpretações matemáticas adequadas para determinar modelos em linguagem matemática a serem utilizados para a previsão de outras situações. Os resultados obtidos não se limitam apenas a uma situação específica, pois estes também podem servir como fundamento para outras hipóteses.

Biembengut e Hein (2011) sustentam que um modelo não está limitado só a uma equação ou fórmula, “um modelo pode ser formulado em termos familiares, utilizando-se expressões numéricas ou fórmulas, diagramas, gráficos ou representações geométricas, equações algébricas, tabelas, programas computacionais, etc.” (p.12).

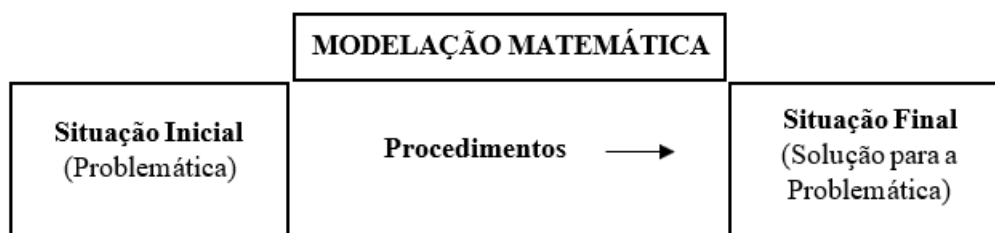
Bassanezi (2011), por seu turno, divide um modelo em *Modelo Objeto*, quando se refere à representação de um objeto ou facto concreto e *Modelo Teórico* quando está vinculado a uma teoria geral existente. No primeiro caso, este pode ser representado através de desenhos, conceitos ou símbolos e, no segundo caso, deve representar as variáveis essenciais no fenómeno.

De acordo com Almeida, Silva e Vertuan (2012), a modelação é o processo de pesquisa para determinada solução, pelo qual se chega ao modelo e, para Bassanezi (2011), a modelação matemática é um processo que transforma situações da vida real em problemas matemáticos que podem ser analisados e interpretados na linguagem do mundo real.

Almeida, Silva e Vertuan (2012) acreditam que a modelação parte de uma situação inicial denominada *situação – problema* e segue para uma situação final, que representa uma solução, denominada *modelo matemático*. Para tal, implementa-se um conjunto de procedimentos capazes de ligar a situação inicial à final, como ilustra a figura 1 a seguir.

Figura 1

Situação inicial e situação final na modelação matemática



Nota: Adaptado de Almeida, Silva e Vertuan (2012, p.12)

Considerando as definições apresentadas, é possível deduzir que a finalidade de todos os citados é a obtenção do modelo. Contudo, a modelação não se confina exatamente nesse ponto, pois, após conhecer o modelo, este deve passar pelo processo de validação, pelo qual neste momento a situação do contexto real é retomada e verificada. Nesse momento, é aplicado às outras situações provenientes do planeamento inicial, com a finalidade de obter projeções, previsões e estratégias. Outra vantagem que se pode mencionar relativamente à utilização dos modelos é a poupança, já que com as conclusões obtidas estas poderão ser validadas e generalizadas para situações particulares. De acordo com Flemming, Luz e Mello (2005), delineado o modelo, este produzirá informações importantes para a criação de alternativas de solução de um problema do mundo real.

A modelação também tem um papel relevante no ensino. Relativamente a matemática existe uma vasta literatura associada à sua aplicação na sala de aula.

2.2 Modelação matemática na sala de aula

Em virtude de existir uma vasta literatura sobre modelação matemática, que exige contextualização, conhecimentos históricos, entre outras tantas habilidades, compete ao professor analisar, estudar e interpretar as definições com o propósito de implementar e fundamentar suas aulas.

O principal requerimento para a implementação por parte do professor da modelação matemática é ter o desejo e a vontade de transformar suas práticas de ensino, procurar e dispor-se a pesquisar modelos clássicos e outras experiências no ensino.

É importante ter presente que quando a teoria e a prática não caminham em consonância, o professor fica exposto a enganar-se ou presumir que está a ensinar com base na metodologia de modelação.

Também é de significativa relevância a constante pesquisa por parte do professor em relação ao tema, pois a experiência ganha-se de forma gradual, surgindo associada ao tempo de planeamento das atividades. É de referir que as limitações e o desenvolvimento da metodologia da modelação matemática estão condicionados à confiança e habilidades abordadas pelo professor.

Efetivamente, as principais dificuldades na implementação da modelação em sala de aula, que impossibilitam a maior difusão dessa metodologia de ensino, estão fortemente associadas aos seguintes aspetos:

- O programa dos cursos regulares é muitas vezes amplo e, como a modelação pode ser demorada, pode implicar o não cumprimento do conteúdo programático;
- A não preparação dos alunos para este tipo de práticas é igualmente relevante, pois estes não são acostumados a serem os principais agentes do processo de ensino-aprendizagem, além da heterogeneidade da sala de aula;
- No decorrer do processo, algumas atividades de modelação matemática podem exigir conhecimentos que não foram tratados e, sendo assim, o aluno não possui conhecimentos suficientes para desenvolver a atividade;
- A inexistência de disciplinas que tratem da modelação matemática na formação inicial do professor, bem como ausência de predisposição para a formação contínua nessa área é outro aspeto a referir. (Ribeiro 2008, Bassanezi 2011, Almeida, Silva & Vertuan 2012, Barbosa, Bueno & Lima 2011).

Cabe ainda mencionar o tempo de realização da atividade de modelação matemática, pois nem sempre o cumprimento do plano curricular garante a concretização da aprendizagem, portanto o professor pode delimitar, por meio do planeamento, o tempo de aplicação de uma atividade de modelação matemática, podendo esta ter uma duração de semanas ou mesmo de uma única aula.

Seria um erro e uma visão muito delimitada determinar qual é o tempo de duração para este processo, já que as características das atividades estão internamente ligadas a cada situação de forma particular. Assim sendo, compete apenas ao professor adaptar a prática com as condições que lhe são apresentadas.

Outro aspeto importante é familiarizar os estudantes com a modelação matemática, pois, por vezes, os alunos podem estar apáticos na realização da atividade, por estarem acostumados com a metodologia do ensino tradicional, no âmbito das quais são apenas recetores do conhecimento transmitido pelo professor. Assim sendo, cabe ao professor aplicar métodos que despertem o interesse do estudante.

Segundo Bassanezi (2011), o esquema no ensino de um determinado teorema na educação tradicional é: “enunciado \longrightarrow demonstração \longrightarrow aplicação” (p.26). No processo de modelação seria o inverso, sendo que a aplicação seria a motivação. Num projeto de modelação matemática, os alunos “produzem novos conhecimentos, à medida que levantam hipóteses, fazem questionamentos, resolvem problemas e avaliam soluções” (Ribeiro, 2008, p.71).

Para acabar com a apatia dos estudantes, é de toda a pertinência fazer uma seleção de temas virados aos seus interesses, devendo a primeira abordagem do tema ser caracterizada como um convite ao conhecimento.

Almeida, Silva e Vertuan (2012) dividem em três momentos o contacto dos alunos com a modelação matemática. No primeiro momento, o professor facilita-lhes o contacto com informações importantes e necessárias. No segundo momento é sugerida uma situação problemática por parte do professor e, por último, no terceiro momento, divididos em grupos, os alunos encarregam-se da condução da atividade, ganhando assim autonomia.

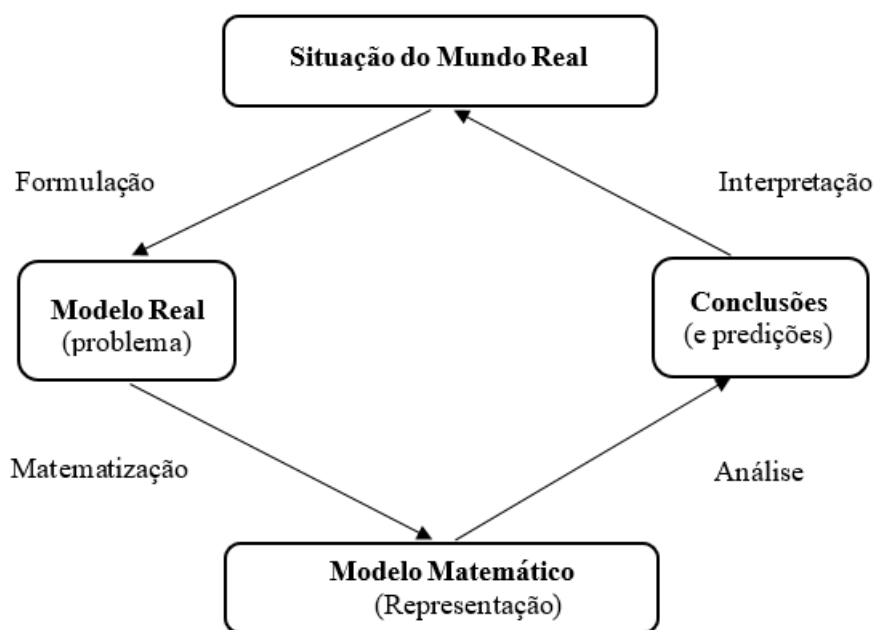
A parte fundamental da modelação matemática no contexto da educação é o desenvolvimento e formação de novos conceitos e conhecimentos, além de ser uma atividade agradável e desafiante.

A literatura apresenta uma diversidade de processos de modelação matemática.

Um desses processos de modelação matemática é o apresentado (Figura 2) pelo investigador João Pedro da Ponte.

Figura 2

Esquema do processo de modelação matemático proposto por Ponte



Nota. Ponte (1992, p.15).

A primeira etapa da modelação matemática proposta por este autor consiste na definição minuciosa do problema, para que se possa traduzir a situação por um modelo matemático. Uma vez delimitado o problema, a etapa seguinte será selecionar uma estrutura matemática para o interpretar, bem como as variáveis que podem ser fundamentais. Assim que o modelo esteja definido, torna-se necessário investigar que tipos de ferramentas matemáticas se podem usar para se analisar o modelo, a fim de se obterem soluções. Essas soluções, por sua vez, têm que ser compreendidas de acordo com a situação ou fenómeno estudado. Assim sendo, passa-se para a fase de avaliação do modelo, decidindo se é ou não adequado à situação ou fenómeno que se está a estudar. Portanto, isso implica que se podem efetuar várias etapas do processo de modelação até se alcançar um resultado que seja lógico.

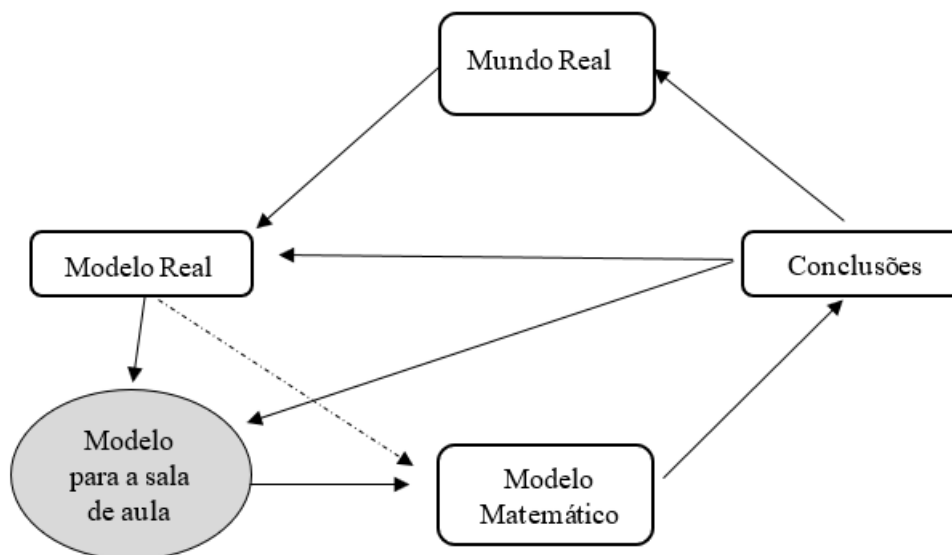
O processo de modelação é um conjunto de fases evolutivas, isto é, “o processo não deve ser visto como um caminho inflexível, mas sim como uma ou mais etapas ou atividades a serem desenvolvidas na sala de aula” (Kerr & Maki, 1979, citado por Matos, 1995, p.19).

A Figura 3 expõe o esquema do processo de modelação matemática proposto por estes autores, os quais apresentam uma nova fase em que o modelo real é

simplificado e apropriado para ser implementado na sala de aula (Kerr & Maki, 1979, citado por Matos, 1995, p.20).

Figura 3

Esquema do processo de modelação matemática apresentado por Kerr e Maki



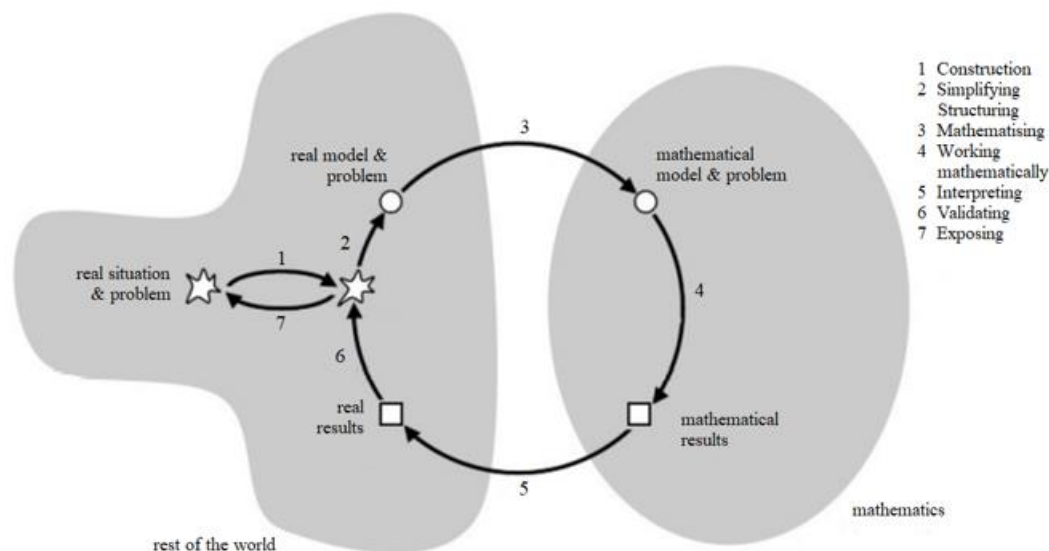
Nota. Kerr e Maki (1979, citado por Matos, 1995, p.20).

A primeira fase do processo consiste no reconhecimento do problema dentro do contexto do mundo real. Na segunda fase, o problema é identificado, interpretado, simplificado e modificado “com vista a ser descrito em termos razoavelmente precisos e sucintos” (Matos, 1995, p.19), o que implica que nem todos os aspetos da situação problema são considerados dentro do modelo real. Na terceira fase, “o modelo real ainda é mais simplificado e apresentado num contexto que seja interessante e compressível para os alunos” (Matos, 1995, p.19). Nesta fase, é designado como modelo para a sala de aula. A quarta fase deste processo é direcionada para a transformação do mundo real em linguagem matemática, ou seja, obtém-se o modelo matemático. Na quinta fase são utilizadas técnicas e ferramentas matemáticas para estudar o modelo e, então, obter conclusões. Por último, na sexta fase, são verificadas as conclusões obtidas em relação a situação real, para que o modelo possa ser validado ou não. Se o modelo não for validado, e não se adequar à situação real estudada, o processo precisa de ser retomado no sentido de melhorar o resultado final.

Segue-se o esquema do processo de modelação matemática apresentado por Blum e Ferri (figura 4).

Figura 4

Esquema de ciclo do processo de modelação matemática apresentado por Blum e Ferri



Nota. Blum e Ferri (2009, p.46).

Este reconhecido ciclo do processo de modelação matemática refere-se às tarefas da modelação, mais precisamente tarefas que vão mais além de encontrar um resultado, dando prioridade ao processo cognitivo que leva a tal resultado. Estas tarefas de modelação demandam, não só competências matemáticas, mas sim outras relacionadas com leitura, comunicação, desenho e aplicação de estratégias na resolução de problemas.

Neste ciclo consideram-se sete etapas, como se pode observar na Figura 2. A primeira refere-se à Construção, sendo esta a etapa de compreensão e entendimento da situação que se deseja modelar. A segunda é a de Estruturação, que se caracteriza por ser a etapa na qual se simplifica, estrutura e precisa o modelo que permitirá resolver a situação real. Como terceira etapa, temos a Matematização, etapa na qual se transforma o modelo real em modelo matemático, o qual pode ser composto por equações, representações gráficas, tabelas, algoritmos, entre outros. Na quarta etapa encontramos com a Resolução, na qual se trabalha matematicamente para calcular, resolver equações, extrair informações de tabelas e gráficos, executar algoritmos e outras situações semelhantes. Segue-se a quinta etapa, de Interpretação, na qual, a partir do

modelo matemático e posterior solução, são explicados e, em alguns casos, analisados os resultados sobre o modelo real. Na sexta e penúltima etapa temos a Validação, que pressupõe que os resultados obtidos deverão ser comprovados ou contrastados com o mundo real. Por último, temos a sétima etapa, a Exposição, na qual se socializam os resultados obtidos, para identificar se é necessário modificar o processo ou rever a sua formulação e, em simultâneo, gerar recomendações partindo da solução do problema.

A resolução de problemas, usando a modelação matemática, permite, primeiro, que o professor evidencie o processo de aprendizagem dos alunos e, segundo, que eles encontrem a oportunidade para aprofundar a teoria, identifiquem a necessidade dos conceitos e a sua relação com a realidade e, conseqüentemente, um melhor desenvolvimento no seu campo profissional.

Finalmente, apresenta-se o processo de modelação matemática de Biembengut e Hein (2011), que defendem a ideia de utilizar a modelação matemática, com fins educativos, em três etapas que podem ser agrupadas em: Interação, Matematização e Modelo Matemático (Figura 5).

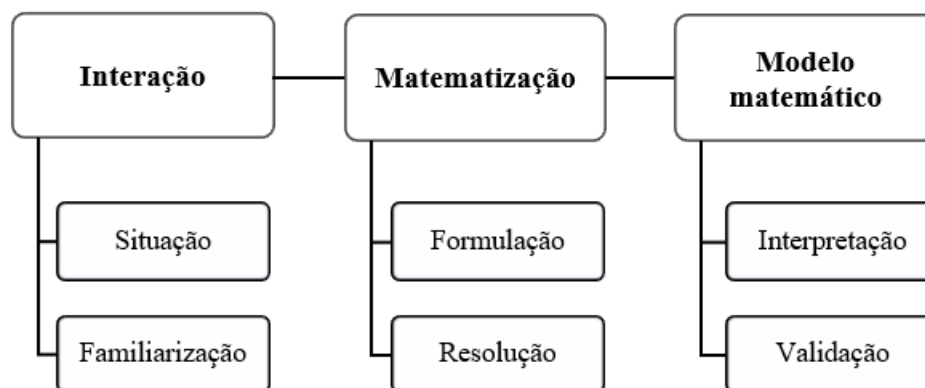
Segundo a autora, na *Interação* ocorre o reconhecimento da situação-problema e a familiarização com o que vai ser modelado. No mesmo momento ocorre o entender o que de facto se quer alcançar com o tópico escolhido e, por último, segue a fase de procura de referências teóricas para ampliar o conhecimento referente ao tópico e percebê-lo na sua realidade.

A segunda etapa, *Matematização*, divide-se em formulação e resolução de problemas em termos matemáticos. No enunciado do problema é o momento de reproduzir a situação em linguagem matemática e organizar as informações – identificando quais são relevantes –, fazer o planeamento de hipóteses, escolher os conhecimentos matemáticos, delimitar variáveis e descrever a situação em termos matemáticos. Realiza-se a solução do problema, podendo ter o auxílio de diversos recursos que ajudem na resolução do mesmo.

A última etapa, referente ao *Modelo matemático*, divide-se em interpretação da solução e validação do modelo. Ocorre o momento de verificar que nível das soluções encontradas se aproximam da situação-problema e, em seguida, retomar a situação inicial, analisar as implicações decorrentes das soluções encontradas e a confiabilidade da sua utilização (Biembengut & Hein, 2011). Finalmente, caso o modelo não atenda às exigências da última etapa, devemos retornar à segunda etapa e ajustar o modelo.

Figura 5

Esquema do processo de modelação matemática proposto por Biembengut e Hein



Nota. Biembengut e Hein (2011).

2.3 Modelação matemática como método de ensino

Em diversos estudos temos apreciado que a modelação matemática é um processo mediante o qual se estabelece uma relação entre a teoria e a prática. A ideia essencial parte do princípio de que o professor atua como orientador do processo, mediante o qual os alunos procuram temas do seu interesse, fazem pesquisas, perguntas e, através do modelo matemático, tentam desenvolvê-las.

Desta forma, o aluno é capaz não só de aprender matemática inserida em outros contextos ou áreas do conhecimento, mas também desenvolver um espírito mais crítico, reflexivo e criativo, conseguindo-se desta forma que a aprendizagem seja mais significativa.

Com a aplicação da modelação matemática na sala de aula, os alunos conseguem perceber ou compreender a utilidade da matemática no seu dia a dia, levando-os a desenvolver competências de investigação, de resolução de problemas, de raciocínio lógico matemático e de comunicação matemática, além de desenvolver o espírito crítico.

Barbosa, Bueno e Lima (2011) referem-se à modelação matemática como um meio para o desenvolvimento do processo de ensino e aprendizagem da matemática, pois esta “faz com que o aluno veja o conteúdo, investigue para o conhecer melhor e o aplique em diferentes situações propostas pelos professores (p.5)”. Para os autores, este processo ativa o interesse dos alunos nos conteúdos tornando-os capazes de associar os

mesmos a diferentes situações que estejam presentes no seu cotidiano, de forma que estes consigam uma melhor compreensão e, por sua vez, maior significado.

No entender de Bassanezi (2011), o processo de modelação matemática consiste em cinco etapas. Na primeira etapa, os alunos desenvolvem competências de formulação de problemas. Na segunda e terceira etapas, desenvolvem a capacidade de analisar as informações e os dados, usando diferentes representações, assim como a formulação e fundamentação de diversas conjecturas. Na quarta etapa desenvolvem competências relacionadas com os conteúdos matemáticos num momento em que procuram soluções para o modelo. Por último, na quinta etapa, quando os alunos são capazes de comparar os resultados obtidos com o problema inicialmente proposto e que está associado a um contexto real, desenvolvem competências de análise e interpretação crítica.

Na perspectiva de Bisognin e Bisognin (2013), o processo de modelação ajuda os alunos a desenvolver novos conhecimentos e competências e adquirir capacidades na resolução de problemas, no raciocínio lógico matemático e na comunicação matemática.

Já para Biembengut e Hein (2011), quando se fala de implementar a modelação matemática como método de ensino, o professor deve encaminhar-se para dois tipos de abordagens. A primeira, prevê que o aluno desenvolva o conteúdo programático partindo de modelos matemáticos relacionados com outras áreas do conhecimento e a segunda abordagem se orienta para os alunos realizarem trabalhos de modelação.

Segundo estes autores, a primeira abordagem envolve o professor em diferentes etapas, tais como:

- Apresentação do tema – nesta etapa o professor inicia a aula fazendo uma breve explicação dos conteúdos e promove questionamentos associados ao mesmo.
- Delimitação do problema – depois dos questionamentos estabelecidos pelos alunos seleciona-se uma ou mais perguntas que permitam o desenvolvimento do tema. Também é possível propor aos alunos uma investigação por meio de uma bibliografia ou entrevistas realizadas à especialistas.
- Formulação do problema – nesta etapa estrutura-se o problema, organiza-se a informação e estabelece-se equações precisas para a resolução do mesmo.

- Desenvolvimento do conteúdo programático – estabelece-se uma relação com as questões que deram origem ao processo e são apresentados conceitos, definições, propriedades, entre outros.
- Apresentação de exemplos análogos – nesta etapa são apresentados diversos exemplos com os quais os alunos possam estabelecer similitudes, fazendo comparações entre diversos modelos, ampliando desta forma a sua maneira de ver as coisas, e evitando que o conteúdo se limite apenas ao problema apresentado. É importante também promover o uso da tecnologia, nomeadamente calculadoras ou computadores, pois eles fazem parte da prática diária.
- Formulação de um problema matemático e resolução de problemas com base no modelo – nesta etapa é previsto propor aos alunos que voltem ao problema que deu origem ao processo e o procurem resolver.
- Interpretação da solução e validação do modelo – o aluno avalia os resultados, o que lhe permite uma melhor compreensão da situação problemática.

As etapas desta primeira abordagem não precisam de ser aplicadas numa única aula, sendo que esta, inclusivamente, pode ser única para um período escolar inteiro ou para cada tópico do programa de estudos da matemática, com o objetivo principal de que esteja direcionada para os interesses dos alunos.

Na segunda abordagem, referente a orientar os alunos para o trabalho de modelação, pretende-se criar condições para que os alunos possam investigar e desenvolver modelos matemáticos de forma paralela com o desenvolvimento dos conteúdos. Uma maneira de facilitar o processo é agrupar os alunos com interesses comuns ou dividir o período em etapas para que estas sejam cumpridas, de forma que o professor possa efetuar as devidas alterações.

A segunda abordagem compreende outras etapas, tais como:

- Escolha do tema – são organizados os grupos de trabalho e apresenta-se o tema a cada um, segundo o seu interesse. Neste contexto, o professor orienta o trabalho e explicita como podem ser obtidos os dados, através de bibliografias ou especialistas, para que os alunos possam direcionar o seu próprio trabalho.

- Familiarização com o tema a ser modelado – neste momento, o aluno já deve possuir suficiente informação e estar familiarizado com o tema. É nesta etapa que o professor propõe que os alunos realizem uma síntese da pesquisa feita e formulem uma série de questões, para assim o professor ter conhecimento do tema abordado.
- Delimitação do problema e formulação – depois de delimitar ou definir as questões ou problemas a trabalhar, estas devem ser formuladas no âmbito matemático requerido.
- Elaboração de um modelo matemático, resolução e validação – nesta etapa pretende-se desenvolver ou determinar um modelo de respostas às questões apresentadas, bem como a capacidade de encontrar outras soluções associadas que lhes permitam fazer previsões.
- Organização do trabalho escrito e apresentação oral – é muito importante que o trabalho seja divulgado, razão pela qual os alunos devem fazer entrega do trabalho escrito e a respetiva apresentação oral.

2.4 Visão da Modelação na Educação Matemática

A literatura apresenta uma diversidade de perspetivas no que diz respeito ao processo de modelação no ensino, e também uma serie de diversificações na definição de modelação e modelo, tanto no campo teórico como no prático (Kaiser, Blomhoj & Sriraman, 2006).

Dentre estas diferentes perspetivas Kaiser e Sriraman (2006) classificaram a modelação em Realista, Epistemológica, Contextual, Cognitiva, Sóciocrítica e Educativa com o objetivo de visualizar como se ajustam as conceções e práticas de cada perspetiva para poder refletir sobre os aspetos que integram a prática docente.

Na perspetiva Realista a modelação procura a aplicação de atividades e a solução de problemas reais de carácter científico, social, entre outros, de uma forma muito similar a como o fazem os matemáticos. Esta é trabalhada com uma visão interdisciplinar, é aplicada a validação do modelo que se constrói comparando os dados reais que originaram o problema. É usada a tecnologia e espera-se que os alunos desenvolvam competências que possam aplicar no seu desenvolvimento profissional.

Na perspectiva Epistemológica, a modelação orienta os seus objetivos para a construção de teorias matemáticas, já que a atividade matemática é interpretada como uma atividade de modelação e não só com situações da realidade ou de outras ciências. Para Blomhoj (2009) esta perspectiva tem por objetivo compreender e descrever a natureza das atividades matemáticas.

A perspectiva Contextual tem suas bases no debate americano de resolução de problemas do cotidiano e nos problemas de palavras, onde os alunos constroem modelos para dar significado a uma situação, criam e tentam procurar uma solução (Kaiser & Sriraman, 2006). De acordo com Blomhoj (2009) esta perspectiva está orientada para a aprendizagem da matemática através de produção de modelos que estão regidos pela realidade, construção, autoavaliação, documentação, generalização e simplicidade.

Na perspectiva Cognitiva pretende-se construir as atividades de modelação partindo das dificuldades ou limitações individuais dos alunos com o propósito de analisar e compreender os processos cognitivos que tem lugar durante a modelação, assim como a construção de propostas para o desenvolvimento dos processos de pensamento matemático (Kaiser & Sriraman, 2006).

De acordo com estes autores, na perspectiva Sóciocrítica a modelação matemática tem como objetivos a compreensão do mundo, a reflexão sobre a importância da matemática na sociedade, as análises da natureza dos modelos, e a função da modelação matemática nas práticas sociais. Para Barbosa (2004) esta é compreendida como um ambiente de aprendizagem onde os alunos são convidados a problematizar e investigar, através da matemática, situações com referência na realidade. Para este autor a modelação e a matemática são utilizadas para compreender e questionar as realidades sociais.

Na perspectiva Educativa, de acordo com Kaiser e Sriraman (2006), a modelação intenta organizar e promover os processos de aprendizagem dos conteúdos matemáticos. Para Blomhoj (2009) a perspectiva Educativa não concebe a modelação matemática somente para ensinar matemática, mas também como uma parte de um objetivo educativo, ou seja, ocupa-se em ensinar modelação.

Desta forma, é possível observar que estas perspectivas consideram que um dos fatores primordiais para a planificação e execução da modelação matemática, radica em seus propósitos, os quais, de alguma forma se contemplam com a maneira de ver e associar-se com a matemática, as ideias de para que, e de como ensinar matemática,

sendo que todos estes fatores influenciam na modelação como metodologia de ensino na sala de aula.

No desenvolvimento desta dissertação tem sido apresentado diversas perspectivas da modelação matemática e como pode ser usada como método de ensino. Neste sentido é possível mencionar algumas considerações sobre modelação matemática. Por exemplo, para King, Garrett & Coghill (2005), a modelação matemática deve apresentar a estrutura em estudo e assim poder fazer uma previsão do resultado de uma forma eficiente. Para Córdoba (2011), a modelação matemática apresenta conexões entre o cotidiano do aluno e a matemática. Para Blomhoj (2004), o aluno tem que ser capaz de perceber a modelação de um fenómeno e a matemática associada com ele como dois objetos separados, mas ao mesmo tempo relacionados. Castro (2013), afirma que se consideramos o método científico, a modelação matemática responde a todas as suas etapas, como a observação de um fenómeno, a geração de uma hipótese em forma de modelo matemático, a sua verificação e finalmente as conclusões onde é possível interpretar o problema.

Neste sentido, Villa-Ochoa (2009) propõe que na educação seja promovida a modelação matemática com o intuito de construção de conceitos matemáticos significativos para os alunos, tendo a intenção de promover a motivação e o interesse pela matemática, já que desta forma os alunos podem ser capazes de relacionar a matemática com o seu contexto real. Assim sendo, a modelação no ensino tem um fim particular, que tem que ser validado de diferentes formas assim como bem definidos e avaliados. Este autor também faz uma comparação entre a modelação matemática na investigação científica e em educação para o ensino, ressaltando que na educação a matemática é só aplicada como ciência, onde os modelos apresentados têm uma intenção didática. O professor planifica a atividade de modelação atendendo às necessidades dos alunos com antecipação e em relação com o propósito da aula, utilizando modelos que já tenham sido experimentados.

A modelação em educação tem claramente um objetivo pedagógico, que pode ter dois focos; um didático, onde os modelos são estruturados para promover a aprendizagem do aluno, e outro concetual, onde a modelação é utilizada para introduzir novos conceitos e os desenvolver. Outras perspectivas consideram a modelação como um processo cognitivo que permite a análise dos processos mentais que os alunos expressam durante a sua implementação (Trigueros, 2009).

Algumas orientações da modelação matemática incluem a resolução de problemas. Nestas, o que se procura é que o aluno descubra a importância da matemática e as aplique na resolução de problemas podendo assim obter resultados, concluir e interpretar contextos da realidade (Porrás-Lizano & Fonseca-Castro, 2015; Huincahue & Mena-Lorca, 2014; Romero, 2011; Trigueros, 2009; Villa-Ochoa, 2009).

Adotando uma posição mais centrada, Cascante e Marín (2012) propõem uma relação entre a modelação e a resolução de problemas, onde estas pressupõem interpretar e prever situações, de forma que o aluno possa tomar decisões, desenvolver a autonomia, o pensamento crítico, atitudes, destrezas e a capacidade de autoavaliação.

Desta forma, pode-se mencionar como vantagens da utilização da modelação matemática no ensino, a possibilidade de representar um problema, gerar e verificar hipóteses, fazer previsões e dar interpretações que, em geral, favorece a aprendizagem, pois possibilita ao aluno compreender melhor os conteúdos desenvolvidos, além de desenvolver habilidades e atitudes associadas à tomada de decisões e interação pois incentiva o aluno à participação. Também favorece o desenvolvimento de competências entre o conceitual e sua formulação em termos matemáticos adequados. Permite expor e comparar situações reais de forma individual e grupal, perceber o conhecimento matemático como útil e pertinente e, finalmente, validar os modelos e as soluções dando atenção a teoria e a situação do contexto real (Villalobos et al., 2012; Biembengut & Hein, 2004).

2.4 Criatividade

Com a presente dissertação pretende-se analisar o modo como as atividades de modelação favorecem o desenvolvimento da criatividade, motivo pelo qual parece pertinente fazer uma revisão da literatura sobre aspetos relevantes associados à criatividade com a perspetiva de lograr os objetivos.

Partimos da premissa de que a evolução de um país depende do seu desenvolvimento científico e, para o efeito, são necessárias pessoas criativas. Por esse motivo existe a preocupação da sociedade em procurar que as escolas promovam ou incentivem o espírito crítico e criativo nos alunos. Ramos (2006) afirma que “educar para ser criativo é um requisito essencial no início do século XXI” (p.9). A Royal Spanish Academy (22^a ed.) define criatividade como a habilidade de criar. Em toda a

literatura não há acordo quanto à noção de criatividade. Stein (1956) refere-se à criatividade como aquele processo que culmina num novo trabalho que é útil. De Bono (1974) afirma que a criatividade é uma atitude mental e um instrumento de pensamento, portanto, é uma forma de usar a mente e a informação. De La Torre (1984) pensa que é uma aptidão, ao passo que Goleman, Kaufman e Ray (1992) afirmam que a criatividade é uma atitude. No entanto, Sorin (1992) advoga que todos podem ser considerados criativos, desde que sejam únicos na sua área e produzam inovações.

Outras definições vinculam a criatividade a um estilo de pensamento. Existem também aqueles que se baseiam em processos criativos, enquanto outros o fazem em produtos criativos. Nadjafikhah e Yaftian (2013) postulam que o pensamento criativo é um processo mental dinâmico que engloba pensamentos divergentes e convergentes. O pensamento divergente contém quatro elementos necessários para considerar uma produção criativa: fluidez (número de ideias), flexibilidade (aborda a variedade de ideias), novidade (ideia única) e elaboração (desenvolvimento de uma ideia). Por conseguinte, a criatividade pode ser entendida e definida de diferentes maneiras, embora possa ser resumida como uma atividade pessoal ou grupal voltada para a produção de algo novo. No entanto, a definição mais amplamente reconhecida é a do Comité Consultivo Nacional de Educação Criativa e Cultural, que se refere à criatividade como “qualquer atividade imaginativa cuja intenção seja produzir resultados ao mesmo tempo, originais e de alto valor” (NACCCE, 1999, p.30). Bolden, Harries e Newton (2010) argumentam que essa referência a “originalidade” e “valor” tem um aspeto social implícito, uma vez que é a sociedade, em última instância, que valida o produto. García (1998) explica que a criatividade é caracterizada pelos seguintes elementos ou capacidades:

- Sensibilidade aos problemas – permite que a pessoa problematize situações e busque soluções para elas.
- Flexibilidade – oferece a possibilidade de mudar as abordagens de um problema fazendo com que a pessoa busque diferentes estratégias para resolvê-lo.
- Fluência de pensamento – permite gerar ideias num determinado momento.
- Originalidade – permite que, a partir do conhecimento adquirido, novos conhecimentos sejam produzidos.

- Capacidade de perceber conexões não óbvias entre eventos – são descobertas relações não estabelecidas anteriormente entre diferentes experiências.
- Capacidade de representação – novos modelos são estabelecidos e diferentes relações são descobertas entre os seus elementos.

2.5 A Educação Matemática e a Criatividade

Quando se fala de criatividade, tradicionalmente esta é associada à arte e à literatura. Na atualidade também se vincula ao mundo científico. Assim, para ser criativa, uma ideia científica tem que ter um caráter de novidade e utilidade. O pensamento matemático promove o desenvolvimento da criatividade, uma vez que requer fazer conjeturas e discernir opções que permitam resolver as situações problemáticas.

Para Bolden, Harris e Newton (2010), na educação matemática, a criatividade baseia-se nos conhecimentos onde se trata de construir coisas novas vendo as diversas possibilidades e aplicando uma variedade de conhecimentos matemáticos.

Por outro lado, Ausubel (2000) assinala que uma das principais funções mentais que estão relacionadas na solução criativa de problemas é a flexibilidade cognitiva. Também, DeHaan (2009, 2011) refere-se à criatividade como a transferência da capacidade de conhecimento, afirmando a possibilidade de aplicar ideias em novos contextos, tratando que os alunos se desenvolvam e convertam a informação recebida numa ferramenta útil, prática e construtiva.

Desta forma, a investigação em educação matemática considera a criatividade como um elemento metodológico que ajuda a adquirir a aprendizagem matemática, enfatizando que trabalhar a resolução de problemas não só desenvolve habilidades de raciocínio, mas também habilidades criativas.

Poincaré (1908) define três etapas para alcançar um processo criativo, nomeadamente, preparação, incubação e iluminação. A primeira refere-se ao tempo inicial de trabalho consciente, a segunda ao tempo de descanso e a terceira faz referência ao momento em que surgem do inconsciente as ideias. Goleman, Kaufman e Ray (1992) lançam mão destas etapas e acrescentam outra, que denominam como tradução, tratando-se do momento em que a ideia deixa de ser pensamento e transforma-se numa realidade.

García (1998) menciona estas etapas dando-lhe outros nomes e completando-as da seguinte forma:

- Encontro com o problema – a pessoa utiliza o seu pensamento crítico, sente a necessidade de criar, resolver ou, inclusivamente, de exteriorizar as ideias.
- Geração de ideias – esta etapa propõe que, partindo da inspiração, a pessoa procure possíveis soluções para o problema gerando assim uma nova ideia.
- Elaboração da ideia – nesta etapa temos a concretização e a criação do projeto.
- Transferência criativa – esta é a última etapa do processo criador, na qual se estabelece a relação entre a nova ideia e outras já conhecidas.

É possível concluir que estas etapas do processo criativo correspondem àquelas a que faz referência Hadamard (1945) e Polya (1965) associadas ao processo de resolução de problemas. Hadamard define as etapas em quatro, nomeadamente: *i*) trabalho consciente na familiarização do problema; *ii*) trabalho inconsciente de incubação de ideias; *iii*) inspiração ou iluminação para a resolução de problemas; *iv*) verificação de que realmente a inspiração conduz a solução do problema. Por sua vez Polya define-as como: *i*) compreensão do problema; *ii*) conceção de um plano, momento de formulação de uma estratégia de solução; *iii*) execução do plano e *iv*) comprovação.

Desta forma, é possível constatar uma coincidência nas etapas necessárias para desenvolver um produto criativo. De facto, existe uma correspondência entre a preparação, o encontro com o problema e a compreensão do problema, bem como a familiarização com o mesmo, já que as duas etapas fazem referência ao instante prévio ao problema a confrontar. A segunda e terceira etapas, referentes à formulação ou à elaboração da ideia, encontram-se tanto no processo criativo como na resolução de problemas. A última etapa, de tradução, transferência criativa e verificação, corresponde ao momento em que é alcançado o objetivo proposto.

Uma das maiores preocupações dos professores e um dos objetivos desta investigação radica em conseguir que o ensino-aprendizagem da matemática desenvolva o pensamento lógico nos alunos mediante diversas metodologias, para fazer da matemática uma ferramenta aplicável ao seu quotidiano. Esta aprendizagem, através da qual se obtém o conhecimento matemático e que nesta investigação pressupõe ser gerada mediante a metodologia de modelação matemática, encontra-se associada à criatividade e ao desenvolvimento do aluno.

3 Metodologia de Investigação

Quando falamos de investigação, é importante conhecer os métodos e técnicas adequados, para assim poder chegar a conclusões e desenvolver novos conhecimentos. Neste capítulo falarei do tipo de metodologia adotada conforme a natureza de investigação. De seguida, farei a descrição e a caracterização dos participantes, da escola e da disciplina, assim como da implementação do estudo e recolha de dados.

3.1 Natureza do estudo

Dado que o presente estudo pretende analisar o desenvolvimento dos alunos perante atividades de natureza investigativa em contexto natural, dentro da sala de aula, recorri a uma metodologia de natureza qualitativa naturalista.

O objetivo da pesquisa qualitativa é fornecer uma metodologia que permita compreender o complexo mundo da experiência vivida do ponto de vista das pessoas que o vivem (Taylor & Bogdan, 1987). As características básicas dos estudos qualitativos podem ser resumidas em investigações centradas no sujeito cujo objetivo é a visão integral ou completa do fenómeno a ser estudado. O processo de investigação é indutivo e o pesquisador interage com os participantes e com os dados, buscando respostas para questões que têm como enfoque a experiência social, o modo como ela é criada e como dá sentido à vida humana.

Estes mesmos autores preconizam que o pesquisador qualitativo quer entender o que as pessoas dizem. Para este estudo foi adotada a metodologia qualitativa e utilizada a observação participante como método de recolha dos dados.

Marshall e Rossman (1989) definem observação como “a descrição metódica de acontecimentos, comportamentos e artefactos no ambiente social escolhido para o estudo” (p.79). As observações permitem ao observador descrever situações existentes usando os cinco sentidos, fornecendo uma “imagem escrita” da situação em estudo (Erlandson, Harris, Skipper & Allen, 1993). DeWalt (1998) descrevem a observação participante como o primeiro método usado por antropólogos ao fazer trabalho de campo. O trabalho de campo envolve olhar atento, memória, entrevistas informais, escrever notas de campo detalhadas e, segundo DeWalt (2002), o mais importante, a

paciência. Observação participante é o processo que permite aos pesquisadores aprender sobre as atividades das pessoas em estudo no ambiente natural, por meio da observação e da participação em suas atividades, fornecendo o contexto para o desenvolvimento de diretrizes de amostragem e guias de entrevista. Schensul, Schensul e LeCompte (1999) definem observação participante como “o processo de aprendizagem por meio da exposição e envolvimento com as atividades do dia a dia ou da rotina dos participantes no ambiente do pesquisador” (p.91).

Bernard (1994) ressalta que a observação participante requer o manejo de uma certa quantidade de engano e impressão. Ele adverte que a maioria dos antropólogos precisa de manter um senso de objetividade à distância, definindo a observação participante como o processo de estabelecer um relacionamento com uma comunidade e aprender a agir a ponto de se misturar com a comunidade para que os seus membros ajam naturalmente, e deixem a comunidade para mergulhar nos dados, no sentido de entender o que está a acontecer e poder escrever sobre isso. Nesta ordem de ideias, o autor inclui mais do que a mera observação no processo de ser um observador participativo, pois também leva em linha de consideração conversas naturais, entrevistas de vários tipos, listas de verificação, questionários e métodos que não sejam intrusivos. A observação participante é caracterizada por ações, tais como ter a mente aberta, ser livre de julgamentos, estar interessado em aprender mais sobre os outros, estar ciente da propensão para choques culturais e erros, muitos dos quais podem ser superados, ser um observador cuidadoso, bom ouvinte e estar aberto às coisas inesperadas que está a aprender (DeWalt, 1998).

Segundo Fine (2003), num processo de observação espera-se que o investigador faça parte do grupo em estudo, mas adverte que no momento que os membros incluem o observador na atividade e se voltam para ele para obter informações sobre o modo como o grupo está a operar é hora de deixar o campo. Esse processo de tornar-se parte da comunidade, enquanto observa os seus comportamentos e atividades, é denominado como observação participante.

3.2 Participantes

Os participantes do estudo frequentam uma turma do 10.º ano do curso de Técnico de Gestão e Programação de Sistemas Informáticos da escola da APEL

(Associação Promotora do Ensino Livre). Inicialmente, a turma era formada por 19 alunos e, atualmente, por motivos diversos, conta com 17 alunos. É uma turma constituída por uma menina e 16 rapazes, com idades compreendidas entre os 14 e os 18 anos de idade.

3.2.1 Caracterização dos participantes

Dentre os 17 alunos que frequentam o 10.º ano do curso de Técnico de Gestão e Programação de Sistemas Informáticos, 6 têm necessidades educativas especiais, nomeadamente: Dificuldades no Funcionamento Intelectual (DFI), Perturbação de Aprendizagem Específica (PAE), Perturbação de Hiperatividade e Défice de Atenção (PHDA).

De um modo geral, o grupo de alunos que participou neste estudo é bastante heterogéneo, existindo alunos com um bom aproveitamento e outros bastante fracos e com interesse reduzido pelas atividades letivas, o que se revela tanto nas aulas, como no tempo de execução dos trabalhos. Os alunos apresentam alguma dificuldade em manter-se concentrados durante longos espaços de tempo, dispersando-se com facilidade.

Nos primeiros encontros e sessões de trabalho realizados com estes alunos, foi possível identificar, de forma geral, que os mesmos têm pouco interesse pelo estudo, pouca atenção e concentração em relação à participação na sala de aula. Outra das dificuldades que chamou a minha atenção foi o mau relacionamento entre os colegas, o desrespeito entre eles e a pouca consciência cívica e moral. Em relação aos hábitos de trabalho, nota-se que, em geral, não seguem as instruções dadas pelo professor, não são organizados e constantemente não trazem o material de trabalho para a sala de aula. Além disso, não realizam as tarefas na sala de aula e não realizam os trabalhos de casa. Na maioria, os alunos mostram uma certa apatia e pouca vontade de trabalho. No desenvolvimento de atividades revelam pouca criatividade, iniciativa ou espírito crítico.

Quanto as competências académicas, identificam-se ausências de determinados pré-requisitos de operações fundamentais, aquisição, aplicação e relacionamento de conhecimentos e conceitos, compreensão e interpretação de ideias, como também no que diz respeito ao raciocínio lógico matemático, raciocínio abstrato e pouca capacidade de análise, síntese e avaliação de situações.

De um modo geral, pode-se diagnosticar que estamos em presença de um grupo de alunos com falta de confiança em si mesmos, falta de autonomia e desinteresse generalizado pela disciplina.

Alguns alunos podem ser identificados como bastante agitados e conversadores, como é o caso do José, do António, do Luís, do Miguel e do Marco, que necessitam de ser constantemente chamados à atenção para modificarem o seu comportamento. Outros, como o Juan, o Gabriel e o Lino, são alunos pouco participativos e pouco trabalhadores, revelando um potencial risco educacional, pois o seu comportamento e atitudes indicam pouco interesse nos estudos. Por sua vez, a Maria é uma aluna que, apesar de ter o módulo concluído, se mostra atenta às explicações.

A par destes casos, mais problemáticos ou complexos do ponto de vista pedagógico, existe um conjunto de alunos claramente mais participativos, trabalhadores, com bastante autonomia e espírito de responsabilidade e iniciativa, como é o caso dos alunos Bernardo, Oliver e Tom.

É importante ressaltar que os nomes a que me refiro neste texto foram por mim atribuídos, para salvaguardar o anonimato dos intervenientes neste estudo.

Os diálogos expostos nas propostas, são apresentados da forma como foram desenvolvidos, procurando ser fiel á forma como me comunico com os meus alunos.

3.2.2 Caracterização da escola

A escola da APEL é uma escola Católica, criada em meados dos anos 70, quando se reconheceu a necessidade premente da existência de um estabelecimento do ensino particular de nível complementar – atual secundário –, onde os alunos que terminavam o 3.º ciclo pudessem continuar a optar pelo ensino privado.

Inicialmente vocacionada apenas para os cursos gerais de prosseguimento de estudos, atualmente, a escola da APEL desenvolve a sua atividade também na vertente profissional tendo em vista os jovens da Região Autónoma da Madeira (RAM) que, não estando vocacionados para o ensino superior, optem por entrar no mercado do trabalho. Preocupa-se, assim, com uma constante adaptação às exigências do mercado de trabalho.

A escola da APEL foi inovadora em diversas áreas do ensino, ao aderir desde longa data aos cursos de formação profissional tanto para ativos, como para pessoas à procura do primeiro emprego. Foi, ainda, das primeiras escolas a dar início aos cursos

do 13.º ano via profissionalizante, colaborando assim com a Secretaria Regional de Educação na formação profissional dos jovens da RAM que, por um motivo ou outro, não prosseguem os seus estudos.

Para além da maioria dos alunos que todos os anos ingressam na universidade e que seguem a via dos cursos Científico-Humanísticos, há hoje inúmeros jovens que se inseriram no mercado do trabalho graças à formação adquirida nessa instituição. Possui um corpo docente estável e experiente, com elevadas taxas de aprovação nos exames nacionais e possui instalações modernas e funcionais.

A escola da APEL oferece Cursos Científico-Humanísticos, Ciências Socioeconómicas, Línguas e Humanidades e Artes Visuais. Possui também um ensino Internacional – IB – Diploma *Programme*. Além de cursos de Educação e Formação a APEL oferece três cursos Profissionais, nomeadamente: Técnico de Desporto, Técnico de Turismo e Técnico de Gestão e Programação de Sistemas Informáticos, curso este onde desenvolvi o meu estudo.

3.2.3 Caracterização da disciplina

De acordo com o programa da componente de formação científica da disciplina de matemática do curso profissional de nível secundário, fornecido pela Direção Geral de Educação portuguesa e que pode ser consultado em dge.mec.pt, a disciplina de matemática do 10.º ano tem 172 horas distribuídas em quatro módulos: Geometria, Funções Polinomiais e Funções Periódicas, cada um com 36 horas, e Estatística com 28 horas.

Esta distribuição é muito subjetiva e pode mudar de escola para escola, mas o programa contempla a importância da aplicação de diversas técnicas e estratégias de aprendizagem como base de apoio aos alunos dentro da atividade matemática, independentemente do tema, e que atravessam o programa de forma transversal. Os temas referidos são:

- Comunicação matemática.
- Aplicações e modelação matemática.
- História da matemática.
- Lógica e raciocínio matemático.
- Resolução de problemas e atividades investigativas.
- Tecnologia e matemática.

De maneira geral, o programa propõe que o professor contemple equilibradamente o desenvolvimento de atitudes, capacidades e aquisição de conhecimentos e técnicas para a sua mobilização. Além disso, esperando que o aluno seja agente da sua própria aprendizagem, é proposta uma metodologia em que os conceitos são construídos a partir da experiência de cada um e de situações concretas, sendo abordados sob diferentes pontos de vista e crescentes níveis de rigor e formalização. Desta forma, pretende-se uma maior ligação da matemática com a vida real, com a tecnologia e com os temas abordados noutras disciplinas, ajudando a enquadrar o conhecimento numa perspetiva histórico-cultural (DGE, s.d.).

3.3 Implementação do estudo

Em quase todos os livros e artigos sobre modelação matemática, pode-se encontrar ciclos de modelação que têm como aspeto comum uma transição direta de um problema real para um problema matemático, o que implica que não há distinção entre a situação real e o modelo real, ou modelo real e modelo matemático. Isso tem a ver parcialmente com o tipo de problemas de modelação que são usados. Esses problemas são principalmente “realistas e complexos” o que requer muita preparação e conhecimento do contexto para logo poder ser aplicado, o que se pode traduzir em muito trabalho por parte do professor, no que diz respeito à planificação e organização das atividades a desenvolver.

A escolha das propostas de modelação é uma etapa muito importante e deve-se ter em atenção, quando se quer modelar uma situação da vida real, “definir precisamente em que consiste o problema” para então escolher a estrutura matemática para o representar (Ponte, 1992, p.15).

Segundo Biembengut e Hein (2004), o professor pode desenvolver o conteúdo programático da disciplina escolhendo um tema de interesse dos alunos, elaborando um modelo matemático e adaptando-o ao ensino.

Partindo deste princípio e tendo em consideração os módulos de Estatística e Funções Periódicas, que fazem parte do programa de Matemática do curso de Técnico de Gestão e Programação de Sistemas Informáticos do 10.º ano, procurei indagar quais os interesses dos alunos através de discussões na sala de aula.

Relativamente a primeira proposta de modelação observei que os alunos mostravam muito interesse por jogos online, redes sociais e outros tópicos que envolvessem conteúdos informáticos.

Neste sentido, a preparação da proposta de modelação iniciou-se com o desenho de uma sequência didática que envolvia os conteúdos de Estatística Descritiva. Esta sequência foi planificada como uma série de atividades coordenadas e dirigidas com o fim de implementar a modelação matemática como metodologia de ensino e aprendizagem conforme a abordagem sugerida por Biembengut e Hein (2011).

As propostas de trabalho de modelação matemática foram apresentadas com auxílio do PowerPoint e procedeu-se à constituição das equipas de trabalho com base nas necessidades e interesses dos alunos.

Em função dos interesses dos alunos foram escolhidos seis tópicos, nomeadamente:

- Evolução ao longo dos anos do número de utilizadores/subscritores ativos das redes sociais Facebook, Twitter, Instagram e YouTube.
- Redes sociais mais usadas em Portugal.
- Número de jogadores dos 15 jogos online mais jogados no mundo no 2020.
- Empresas que utilizam computadores com ligação à Internet para fins profissionais, em empresas com 10 ou mais pessoas ao serviço em Portugal entre os anos 2015 e 2020.
- Vendas de bens e serviços realizadas através do comércio eletrónico, do total do volume de negócios das empresas com 10 ou mais pessoas ao serviço, em Portugal entre os anos 2014 e 2020.
- Empresas que recrutaram ou tentaram recrutar especialistas em TIC, do total de empresas com 10 ou mais pessoas ao serviço, por escalão de pessoal ao serviço em 2019.

Como a turma era muito heterogénea, com alunos muito agitados, outros pouco participativos e ainda outros muito trabalhadores, procurei organizar e distribuir os alunos em equipas de trabalho com a maior equidade possível. As equipas escolheram qual o tema que queriam trabalhar. Nesta fase é importante ressaltar que todas as equipas chegaram rapidamente a acordo quanto a seleção do tema, o que evidencia um bom relacionamento, um bom espírito de trabalho, conciliação e tolerância entre eles. Os temas propostos tinham por objetivo recolher dados para trabalhar com as tabelas de frequência, gráficos e as medidas de localização e dispersão (Anexos 1 e 2).

A minha participação como professora foi unicamente a de orientar o trabalho no que diz respeito à formação das equipas com equidade, à escolha das situações-problema, às pesquisas, entre outros.

A segunda proposta de modelação foi sobre as funções periódicas. Para esta proposta foi necessário trabalhar os conceitos sobre seno, cosseno, tangente e também as suas recíprocas e falar sobre a história da trigonometria e a sua utilidade na vida cotidiana. Baseado no interesse dos alunos propus duas atividades de modelação com a apresentação de diversas situações-problema.

Na primeira atividade sobre as funções periódicas os alunos deveriam:

- Identificar uma situação-problema no seu quotidiano que envolvesse, para a sua resolução, triângulos retângulos e trigonometria.
- Discutir com o professor sobre o estudo pretendido.
- Apresentar um relatório com a situação-problema selecionada pela equipa com uma breve explicação de como realizaram a atividade.
- Exibir um vídeo com uma simulação real do problema onde apresentassem e planeassem uma metodologia para a sua resolução utilizando as relações aprendidas.

Na segunda atividade deveriam utilizar um simulador de interferência de ondas e a calculadora gráfica para perceber fenómenos periódicos no quotidiano e compreender as características dos gráficos da função seno e cosseno. Esta atividade compreendia três situações: as ondas, a roda e as fases da lua (Anexo 3).

3.4 Recolha de dados

As técnicas de recolha de dados são procedimentos operatórios rigorosos adaptados ao tipo de problema e aos fenómenos que se pretende estudar (Baptista & Sousa, 2011) enquanto os dados recolhidos são elementos que formam a base da análise (Bogdan & Biklen, 1994). A seleção das técnicas a utilizar numa investigação depende da natureza da investigação.

Neste estudo a recolha de dados ocorreu durante os meses de janeiro a junho de 2021, num ambiente natural de sala de aula. Por ser uma investigação qualitativa foi baseada essencialmente no diário de bordo resultante da observação direta, nas produções escritas pelos alunos no desenvolvimento das atividades, nos questionários

apresentados ao fim de cada módulo e nos documentos que comprovavam o desempenho final dos alunos em cada módulo.

Na primeira proposta, a recolha de dados incluiu uma apresentação oral e um relatório escrito. Segundo Pinto e Santos (2006) a escrita de um relatório clarifica e reestrutura a experiência de aprendizagem realizada pelo aluno uma vez que ao descrever as estratégias usadas e comentar as dificuldades e os erros cometidos o aluno repensa a experiência.

Na segunda proposta, a recolha de dados incluiu a produção de um vídeo e um trabalho escrito onde deveriam apresentar os cálculos realizados. A utilização de vídeos no ensino, de acordo com Ferrés (1997) possibilita uma aprendizagem dinâmica uma vez que os alunos se tornam autores do processo de aprendizagem. Tal qual um produtor eles precisam pesquisar a informação, gravar, tratar do som, usar a criatividade e interligar novos conceitos a outros já existentes.

Na terceira proposta, como era utilizado um simulador de Interferência de Ondas e a calculadora gráfica, foram utilizadas fichas para orientar a atividade. Ainscow (2004) refere que uma aprendizagem por questionamento e experimentação permite ao aluno uma compreensão mais ampla e profunda do conteúdo ao mesmo tempo que permite ao professor olhar para cada aluno em particular, atendendo às suas necessidades.

Ao final do curso foi implementado um inquérito a cada um dos alunos com o objetivo de conhecer a opinião dos mesmos sobre as propostas implementadas.

4 Análise e interpretação dos dados

A análise dos dados “envolve o trabalho com os dados, a sua organização, síntese, procura de padrões, descoberta dos aspetos importantes e do que deve ser aprendido e a decisão sobre o que vai ser transmitido aos outros” (Bogdan & Biklen, 1994, p. 205).

Este capítulo trata da análise dos resultados obtidos na aplicação das propostas de implementação da modelação em Estatística e Funções periódicas no grupo do 10.º ano do curso Profissional de Técnico de Gestão e Programação de Sistemas Informáticos da escola APEL.

Farei uma revisão dos procedimentos utilizados pelos alunos na realização de ambas as propostas, assim como uma interpretação qualitativa procurando identificar as estratégias utilizadas pelos alunos, fazendo uma revisão das notas dos trabalhos realizados, uma revisão dos dados recolhidos, reconhecendo os padrões e outros aspetos que permitam interpretar os dados para fazer a validação das propostas.

4.1. Análise da prática matemática dos alunos perante as propostas implementadas na sala de aula

As propostas de modelação matemática foram aplicadas numa turma constituída por 12 alunos, pois cinco já haviam feito este módulo. A professora orientadora informou-me que nesta turma seis alunos apresentavam necessidades educativas especiais, sem identificá-los.

Os módulos selecionados para a intervenção pedagógica foram os módulos de Estatística e de Funções Periódicas. A escolha da turma foi motivada pelo facto de ser a turma na qual desenvolvi o Estágio Profissional Supervisionado. O primeiro contacto com os alunos foi no mês de novembro, quando iniciei a prática profissional, tendo começado por lecionar o segundo módulo, de funções polinomiais. Este primeiro contacto e desenvolvimento do módulo permitiu-me aproximar dos alunos, o que me possibilitou conhecer melhor os seus saberes, os seus interesses e as suas destrezas na disciplina.

4.1.1 Proposta de modelação em Estatística

De acordo com o programa de matemática do curso profissional (DGE, s.d.), no módulo de Estatística, espera-se que o aluno desenvolva competências para (i) usar a matemática, em combinação com outros saberes, na compreensão de situações da realidade, bem como o sentido crítico relativamente à utilização de procedimentos e resultados matemáticos; (ii) recolher e organizar dados relativos a uma situação ou a um fenómeno e para os representar de modos adequados, nomeadamente através de tabelas e gráficos e utilizando as novas tecnologias; (iii) ler e interpretar tabelas e gráficos à luz de situações a que dizem respeito e para comunicar os resultados das interpretações feitas; (iv) dar respostas a problemas com base na análise de dados recolhidos e de experiências planeadas para o efeito; (v) para realizar investigações que recorram a dados de natureza quantitativa, envolvendo a recolha de dados e elaboração de conclusões e (vi) desenvolver o sentido crítico face ao modo como a informação é apresentada.

No planeamento da proposta de modelação em Estatística estão previstas 30 horas letivas para o seu desenvolvimento. Dei início a este módulo a 21 de janeiro, em regime à distância.

Nas primeiras lições foram abordadas generalidades, nomeadamente o objeto da Estatística e a sua utilidade na vida moderna. Estes primeiros encontros foram também aproveitados para descobrir os conhecimentos prévios dos alunos em relação ao tópico e, assim, poder fazer os ajustes necessários na planificação. Foram realizadas algumas perguntas sobre as suas impressões em relação à Matemática e à Estatística, visando compreender o que possuíam de pré-requisitos acerca do conteúdo e também sobre os seus interesses, para poder elaborar as propostas de modelação.

Assim sendo, durante seis aulas trabalhamos as medidas de localização e dispersão, a construção de tabelas e gráficos para que fosse possível os alunos concluírem com êxito a proposta.

A partir do diagnóstico fiz uma pequena introdução para motivá-los e apresentei a proposta de trabalho (Anexo 1) utilizando a metodologia de modelação matemática.

Organizamos as equipas de trabalho com a maior equidade possível, sendo formadas três equipas de duas pessoas, uma equipa de três pessoas e um aluno preferiu trabalhar de maneira individual. Neste módulo tivemos apenas dez alunos inscritos.

Uma vez formadas as equipas solicitei aos alunos que escolhessem um dos temas propostos na ficha de trabalho. Tiveram uns cinco minutos para fazer esta seleção.

A primeira etapa de modelação (Interação) é reconhecer e familiarizar-se com o tema em estudo, então pedi aos alunos que iniciassem o processo de pesquisa, informando que teriam 30 minutos para fazê-lo e que deveriam deixar as câmeras ligadas para eu poder verificar o trabalho realizado. Nesta etapa de pesquisa de informação, compartilharam as informações encontradas e discutiram sobre a relevância da mesma para a investigação. Por vezes foi bastante difícil identificar com precisão o que estava acontecendo, pois, estes momentos foram vivenciados através das câmeras. Tive de interagir com cada um dos elementos da equipa para perceber o trabalho desenvolvido nesta fase de familiarização.

Determinados alunos tiveram dificuldade em compreender exatamente o que deveriam pesquisar. Voltei a explicar que tinham que procurar dados estatísticos associados ao seu tema e ajudei-os com alguns exemplos.

Uma vez finalizado os 30 minutos solicitei que cada um comentasse como tinha sido a experiência, se tinha encontrado ou não informação importante para o desenvolvimento do seu trabalho. O José, o Juan e o Bernardo disseram que estava sendo difícil encontrar informação e que poucas coisas tinham encontrado sobre o número de jogadores dos 15 jogos online mais jogados no ano 2020. Outras equipas conseguiram alguma informação importante, mas o trabalho não foi concluído porque, por indicações da direção da escola, as aulas online não deveriam demorar mais de 60 minutos. Pedi que continuassem individualmente a pesquisa em casa e partilhassem a mesma com o outro integrante da equipa para assim finalizar a primeira etapa.

Na aula seguinte dei continuidade ao desenvolvimento da proposta de modelação perguntando aos alunos se tinham feito o trabalho de casa e se tinham encontrado dados importantes na pesquisa. Como a maioria dos alunos não havia concluído a tarefa dei mais 15 minutos para continuarem no processo de pesquisa.

Terminado o tempo estipulado solicitei a cada elemento da equipa que iniciasse o processo de partilha de informação com o seu colega, enviando a mesma por email, e fizessem uma leitura da informação selecionando a que fosse mais completa e confiável. Indiquei que tinham 20 minutos e que a estratégia de trabalho seria a mesma que as anteriores, ou seja, deveriam deixar o vídeo ligado.

Transcorrido este tempo informei que teriam 5 minutos para, através do email ou chamada telefónica, decidir entre eles que elementos da informação partilhada iriam trabalhar.

Na segunda etapa de modelação (Matematização) é feita a organização da informação. Assim, indiquei que nos últimos 20 minutos da aula deveriam organizar a informação em tabelas de frequências.

Na terceira aula da aplicação da proposta de modelação solicitei a cada uma das equipas que partilhassem o trabalho realizado até o momento, pois já não tínhamos mais tempo para continuar a trabalhar nesta proposta. Três das cinco equipas conseguiram organizar os dados em tabelas de frequências.

Depois de discutir com cada equipa sobre a informação organizada em tabelas, informei que até o fim da aula deveriam calcular as medidas de localização e dispersão, como: média, moda, mediana, quartis, amplitude, amplitude interquartis, variância e desvio padrão e também construir o gráfico de frequências. Quanto às restantes equipas, que ainda não tinham feito as tabelas, deveriam de as fazer e prosseguir com o trabalho dos cálculos solicitados na ficha de trabalho da mesma forma que as outras equipas.

Atualmente, todos os jovens, e não só, utilizam as redes sociais diariamente. Por esta razão houve um interesse de grande parte dos alunos por pesquisar sobre este tema. A equipa do Luís e do Oliver não foi exceção e eles optaram por conhecer mais sobre o Instagram. A Figura 6 apresenta a tabela onde exibem os resultados referentes as medidas de dispersão.

Figura 6

Organização dos dados numa tabela de frequência – Instagram.

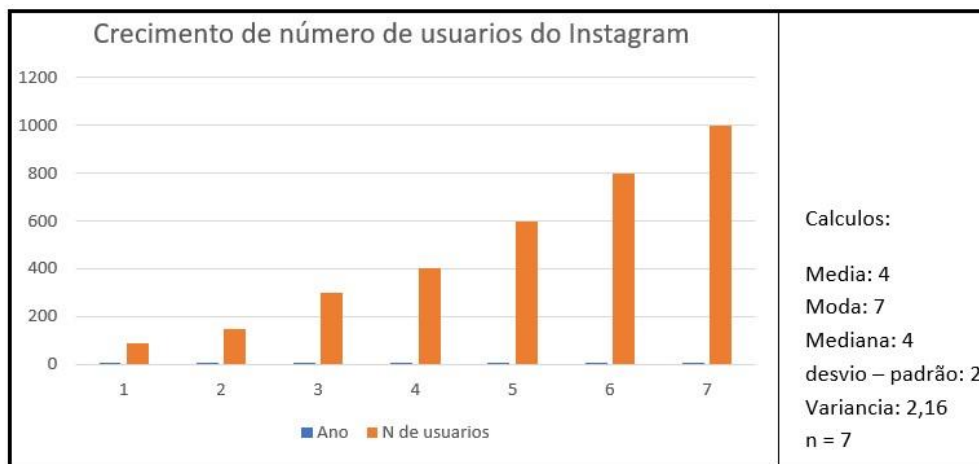
Anos	t(anos) Xi	#Usua= U (milhoes) Yi	Xi.Yi	Xi ²	Yi ²
2012	1	90	90	1	8100
2013	2	150	300	4	22500
2014	3	300	900	9	90000
2015	4	400	1600	16	160000
2016	5	600	3000	25	360000
2017	6	800	4800	36	640000
2018	7	1000	7000	49	1000000
Σ	28	3340	17690	140	2280600

Nota: Resposta do grupo a uma das questões.

O aluno Oliver é muito interessado e autónomo, enquanto o Luís, embora tenha um raciocínio muito rápido, é muito dispersivo. Na minha observação da dinâmica desta equipa reparei que o Oliver direcionou a atenção do Luís para a participação na resolução da proposta, solicitando que o mesmo fizesse os cálculos, para que pudessem comparar os resultados. Analisando a tabela é fácil comprovar que os alunos compreenderam o conteúdo e os procedimentos para chegar a obtenção das medidas de dispersão solicitadas. A Figura 7 apresenta o gráfico de frequências correspondente aos dados obtidos na tabela da Figura 6.

Figura 7

Crescimento do número de usuários da rede social Instagram.



Nota: Resposta do grupo a uma das questões.

Na última etapa de modelação (Modelo Matemático) é pedido aos alunos uma interpretação dos resultados para que ele possa compreender melhor a situação problemática. Neste sentido, foi pedido às equipas que apresentassem ao grande grupo os resultados de sua investigação indicando como tinham realizado a coleta de dados, os cálculos e as conclusões que chegaram. A apresentação deveria ser em *PowerPoint* para partilhar na próxima aula online, junto com a entrega do trabalho escrito final. A equipa do Oliver e do Luís foi a única que apresentou uma conclusão por escrito, como é ilustrado na Figura 8, presente no relatório entregue pela equipa.

Figura 8

Conclusão apresentada pela equipa do Oliver e do Luís.

Como é possível verificar na tabela e, no gráfico o crescimento do número de usuários da rede social Instagram nos últimos anos foi muito rápido se repararmos quando iniciou no 2012 tinha 90 milhões de usuários e para o 2018, sete anos apos tinha 1000 milhões.

É fácil observar que conseguem interpretar o gráfico, mas não fazem menção sobre as medidas de localização e dispersão. Questionei-os, durante a apresentação oral, sobre o facto de dizerem que o número de usuários tinha crescido nos últimos anos e também sobre o significado representativo de cada uma das medidas calculadas.

O Oliver respondeu que “no gráfico era possível observar que através dos anos tinha aumentado o número de usuários e que a moda representava o ano que tinha o maior número de usuários”. Verifiquei que, embora tivessem concluído com êxito o

trabalho pedido, a etapa de modelação referente ao modelo matemático não foi alcançada, pois o significado das medidas de localização e dispersão não estava claro para estes alunos. Aproveitei o momento de discussão para esclarecer as dúvidas referentes as outras medidas de localização e dispersão de forma a concluir esta etapa de aprendizagem.

Também a equipa do António e do Lino quiseram investigar sobre as redes sociais. Escolheram o Twitter para realizar o seu estudo. Ao final da primeira etapa apresentaram uma tabela apenas com a frequência absoluta (Figura 9).

Figura 9

Organização dos dados numa tabela de frequências – Twitter.

Ano	Nº de pessoas (Milhões)
2001	30
2002	40
2003	49
2004	54
2005	68
2006	65
2007	117
2008	185
2009	241
2010	302
2011	305
2012	318
2013	330
2014	400
2015	510
2016	530
2017	540
2018	540
2019	540
2020	530
TOTAL	5694

Nota: Resposta do grupo a uma das questões.

Na continuação do trabalho apresentaram as medidas de localização e construíram o gráfico (Figura 10), mas não apresentaram os cálculos das medidas de dispersão.

Figura 10

Utilização do Twitter.



Nota: Resposta do grupo a uma das questões.

Esta equipa era formada por dois alunos com comportamentos totalmente opostos. Um deles muito ativo e conversador e outro muito introvertido. Quando analisei o trabalho que desenvolveram fiquei satisfeita com os resultados, porque embora não tenham concluído o trabalho na perfeição, conseguiram construir e interpretar corretamente o gráfico e o significado de uma das medidas de localização.

Tanto a equipa do Oliver e Luís, quanto a do António e Lino, demonstraram domínio da ferramenta Excel. A construção dos gráficos estava bem feita e a interpretação do gráfico permitiu que chegassem a algumas conclusões, tanto na exposição oral quanto escrita, como se pode observar na Figura 8.

A equipa do José, do Juan e do Bernardo gostam muito de jogos online e escolheram o tema sobre o número de jogadores dos 15 jogos online mais jogados no mundo em 2020. Embora inicialmente estivessem desmotivados por não estarem a conseguir informação sobre o tema, após alguma orientação de minha parte, concluíram com êxito esta etapa, como mostra a Figura 11, presente no relatório entregue pela equipa.

Figura 11

Organização dos dados numa tabela de frequências – Jogos mais jogados em 2020.

Gráfico dos Jogos Mais Famosos				
Jogos	Frequência Absoluta (Nº de Jogadores)	Frequência Relativa	Frequência Absoluta Acumulada	Frequência Relativa Acumulada
Fortnite	350 000 000	5.78	350 000 000	5.78
Minecraft	112 000 000	1.85	462 000 000	7.63
Free Fire	50 000 000	0.83	512 000 000	8.46
League of Legends	8 000 000	0.13	520 000 000	8.59
Call of Duty: Modern Warfare	50 000 000	0.83	570 000 000	9.42
Pubg	804 000 000	13.28	1 374 000 000	22.7
Dota 2	795 000 000	13.13	2 169 000 000	35.83
Roblox	164 000 000	2.71	2 333 000 000	38.54
World of Tanks	160 000 000	2.64	2 493 000 000	41.18
CrossFire	1 000 000 000	16.52	3 493 000 000	57.7
Dungeon Fighter Online	700 000 000	11.56	4 193 000 000	69.26
GKART	700 000 000	11.56	4 893 000 000	80.82
Among Us	500 000 000	8.26	5 393 000 000	89.08
Crazyracing Kartrider	380 000 000	6.28	5 773 000 000	95.36
RuneScape	280 000 000	4.63	6 053 000 000	100
Total	6 053 000 000	100		

Nota: Resposta do grupo a uma das questões.

Terminada a primeira etapa, elaboraram o cálculo das medidas de localização e dispersão apresentada na Figura 12:

Figura 12

Medidas de localização e dispersão – Jogos mais jogados em 2020.

Média	40353333.33	$(x_1 + x_2 + x_3 \dots)/15$				
Mediana	8	$15 + 1/2$				
Moda	700 000 000					
Âmplitude	992,000,000	Nº maior - Nº menor				
Quartis	Q1 - 4	Q2 - 8	Q3 - 12	Q1 - (15 + 1) / 4	Q2 - (15 + 1) / 2	Q3 - 3 x (15 + 1) / 4
Amplitude Interquartis	8	Q3 - Q1				
Variância	3,672,092,064.57	$V = \frac{[(x_1 - x)^2 + \dots + (x_2 - x)^2]}{15}$				
Desvio Padrão	60,597.79	$S = \sqrt{2[(x_1 - x)^2 + \dots + (x_2 - x)^2]} / 15$				

Nota: Resposta do grupo a uma das questões.

Esta equipa conseguiu fazer grande parte do trabalho, no entanto o gráfico que apresentaram (Figura 13) não correspondia aos dados recolhidos.

Figura 13

Gráfico apresentado pela equipa do José, Juan e Bernardo.



Questionei-os sobre qual a correspondência do gráfico com os dados que recolheram na tabela anterior e os mesmos disseram que não perceberam que tinham de fazer o gráfico referente a tabela, entenderam que deveriam “procurar na net” um gráfico que representasse o número de usuários que jogam online.

Também não apresentaram conclusões do trabalho realizado, entretanto todos os cálculos referentes as medidas de localização e dispersão estavam corretas. Neste momento senti-me impotente perante as adversidades impostas pela pandemia, que nos limitava às aulas online, com todos os seus inconvenientes. Apercebi-me que se as aulas tivessem sido presenciais teria visto as dificuldades que estavam a encontrar e dado uma

orientação mais personalizada para esta equipa. Pelo trabalho que desenvolveram verifiquei que tinham potencialidades para realizar com sucesso todas as etapas da proposta. Na discussão do trabalho também houve necessidade de uma explicação mais pormenorizada sobre as medidas de localização e dispersão.

As outras duas equipas foram atípicas. Na verdade, o trabalho sobre as empresas com ligação a internet ficou a cargo de um único aluno, o Gabriel, que se recusou a trabalhar com outros colegas, pois apresenta dificuldades em socializar. Ele não entregou nenhum documento, mas a sua apresentação foi a melhor de todas. Insisti para que enviasse o *PowerPoint* com a apresentação, mas não obtive sucesso.

A última equipa, formada pela Maria e pelo Marco ficou com o trabalho sobre o YouTube. A Maria já havia feito o módulo de Estatística e, portanto, não precisava fazer as avaliações e o Marco é um aluno que falta muito as aulas. A constituição desta equipa não foi muito feliz porque não havia interesse de nenhuma das partes em fazer o trabalho. Tive de insistir com o Marco para que entregasse pelo menos o trabalho escrito, para que ficasse com alguma nota. Tentei que esta equipa tivesse mais um elemento, mas a Maria, por estar constantemente a discutir com os colegas, que implicam muito com ela, só aceitou formar equipa com o Marco.

Nas etapas do processo de modelação propostas por Biembengut e Hein (2011), quando não é possível encontrar o modelo é preciso voltar ao processo de matematização, mas por razões de tempo, devido a situação pandémica que reduziu as aulas online para 60 minutos e ante um programa de estudo exigente onde todos os conteúdos devem ser desenvolvidos na sua totalidade decidi avançar com o desenvolvimento do programa de estudos, realizando na aula posterior uma revisão dos conteúdos trabalhados na proposta que não foram alcançados pela maioria das equipas.

4.1.2 Proposta de modelação de Funções Periódicas

De acordo com o programa de matemática do curso profissional (DGE, s.d.), no módulo de Funções Periódicas espera-se que o aluno desenvolva capacidade (i) para fazer e investigar matemática recorrendo à modelação com uso das tecnologias; (ii) comunicar oralmente e por escrito as situações problemáticas e os seus resultados; (iii) apresentar de forma clara, organizada e com aspeto gráfico cuidado os trabalhos escritos; (iv) usar uma heurística para a resolução de problemas; (v) apropriar alguns conceitos e técnicas associadas para serem utilizados como “ferramentas” na resolução

de problemas que envolvam compreensão e intervenção sobre fenómenos periódicos e seu desenvolvimento.

No planeamento deste módulo estão previstas 40 horas letivas para o seu desenvolvimento. Dei início ao módulo no dia 16 de março, em regime à distância.

Para este módulo foram apresentadas duas atividades utilizando a metodologia de modelação matemática (Anexos 2 e 3).

O principal objetivo das propostas era propor uma alternativa eficiente para o ensino da trigonometria direcionada aos alunos do curso Profissional Técnico de Gestão e Programação de Sistemas Informáticos, seguindo a metodologia e procedimentos adotados pela modelação matemática.

Portanto, propus inicialmente, em ambas as atividades, um problema-base do interesse dos alunos que, na busca de soluções, norteasse todo o processo de ensino e aprendizagem dos tópicos de Trigonometria presentes no programa do curso profissional.

4.1.2.1 Trigonometria

As primeiras lições foram sobre a história da trigonometria e a sua utilidade na vida moderna. Também aproveitei estes primeiros momentos para determinar o que possuíam de pré-requisitos acerca do conteúdo e questioná-los sobre as suas impressões em relação à matemática e à trigonometria. Verifiquei que a maioria dos estudantes não lembrava de ter estudado tal tema e não reconheciam termos essenciais como razões trigonométricas, funções trigonométricas, equações trigonométricas, etc.

Foi necessário, tal qual como a proposta de Estatística, introduzir definições fundamentais para o desenvolvimento dos conteúdos e permitir a consecução das propostas de modelação. Fiz uma revisão detalhada de todos os elementos dos triângulos retângulos, das razões trigonométricas, da resolução de problemas utilizando as razões trigonométricas para a determinação de elementos do triângulo retângulo e as identidades fundamentais da trigonometria.

Iniciamos a aula em que introduzi a proposta de modelação já em regime presencial. Expliquei aos alunos que iríamos começar outra atividade de modelação e que a mesma se tratava da realização de um vídeo.

Entreguei a cada aluno a ficha de trabalho da primeira atividade (Anexo 2) com o plano e metodologia da mesma. Expliquei que deveriam encontrar no seu redor uma situação-problema que envolvesse triângulos retângulos e trigonometria. Como não

perceberam exatamente o que havia solicitado, dei o exemplo da determinação da elevação de uma escada. Nesta situação questionei-os sobre o que achavam que seria necessário para determinar a medida solicitada. Chegaram a conclusão de que precisariam medir ao menos dois dos lados da escada (lados do triângulo) para poder calcular os outros elementos e encontrar o resultado. Informei que toda a situação deveria ser filmada, para poderem realizar um vídeo educativo, e que os cálculos realizados deveriam ser entregues por escrito.

Pedi que formassem três equipas de trabalho, pois para este módulo tínhamos 12 alunos inscritos e que deveriam procurar trabalhar com colegas diferentes daqueles que trabalharam na primeira proposta. A Maria relutou, mas expliquei-lhe que faz parte do mundo trabalharmos com pessoas que nem sempre são do nosso agrado. Ela acabou por concordar em fazer parte da equipa 1. Assim, os alunos ficaram distribuídos da seguinte forma:

Equipa 1 - Luís, Bernardo, Oliver e Maria;

Equipa 2 - Juan, António, Tom e Marco;

Equipa 3 - José, Gabriel, Miguel e Lino.

A seguir a formação dos grupos iniciamos a etapa de Interação. Propus que identificassem situações do quotidiano em que pudessem aplicar a proposta e que realizassem pesquisas de forma a identificar se era possível utilizar triângulos retângulos. Estes momentos serviram para familiarização com a atividade e organização de ideias.

Nesta primeira etapa observei uma turma interessada e motivada. Discutiam com os colegas de grupo sobre qual a situação escolher. Quando tinham alguma ideia vinham ter comigo para expô-la e eu questionava-os sobre a forma a qual pensavam poder realizar os cálculos e medições solicitadas. Foi o que aconteceu relativamente a equipa 1:

Bernardo: Professora, podemos fazer algo relacionado com o futebol?

Professora: Sim, mas expliquem-me melhor. Em qué situação dentro de um campo de futebol podes encontrar uma situação onde esteja representado um triângulo rectângulo? E qué elementos consegues determinar do triângulo?

Oliver: Professora, será possível encontrar a distância percorrida pela bola quando ela é chutada desde um ponto em particular do campo com um ângulo de inclinação para fazer o passe a outro jogador?

Professora: Como pensas que podes fazer para realizar esta medição? Consegues medir o ângulo que o jogador patea a bola? Conheces algum instrumento de medição que permita realizar as medições da distância percorrida pela bola quando está no ar?

Bernardo: Não sei professora, podemos encontrar os ângulos da baliza ou se calhar o ângulo que se forma para ter a bola desde o canto.

Professora: Muito bem, mas é viável fazerem as medições necessárias para poder encontrar os elementos do triângulo retângulo a ser estudado?

Bernardo: Se chutamos a bola desde o canto até o ponto de penalti com um determinado ângulo de inclinação poderíamos determinar a distância entre o canto e o ponto de penalti.

Professora: Sim, mas como vais determinar o ângulo com que vais patear a bola? E qual a altura que a bola vai alcançar quando chegar ao ponto de penalti?

É possível efetuar estas medições?

Oliver: E se fazemos o mesmo referente a baliza. Porque na baliza podemos determinar a altura e a distância entre ela e o ponto de penalti? Também seria mais fácil para fazer as medições pois as distâncias são mais curtas.

Professora: Muito bem, isto já está dentro do contexto esperado. Resta vocês fazerem um plano de ação identificando qual será o campo onde realizarão as medições. Pensem bem que medições vão realizar para determinar o ângulo que pretendem encontrar.

Esta equipa estava bastante motivada, com ideias bastante claras do que poderiam fazer. Oliver passou a fazer um esboço, no caderno, de uma baliza e de um jogador para poderem visualizar e familiarizar mais facilmente qual a situação que pretendiam estudar.

Na equipa 2 houve muita discussão sobre qual a situação-problema a abordar. Dois deles, o Juan e o António, queriam encontrar a altura de uma árvore e o Tom e o Marco pretendiam determinar o ângulo de elevação necessário para que uma pessoa pudesse observar a parte mais alta de um prédio, conhecendo a distância que a pessoa se encontra do prédio e a altura do mesmo. Como não chegavam a acordo resolveram perguntar-me qual das duas situações seria a mais apropriada e eu disse que planificando uma boa estratégia era possível desenvolver qualquer uma delas.

Observei que a equipa 3 estava muito dispersa, demonstrando pouco interesse no desenvolvimento da situação.

Professora: Ya conseguiram alguma situação do seu cotidiano onde possam identificar triângulos rectângulos?

José: Professora, não compreendemos o temos de fazer.

Voltei a explicar qual o propósito e objetivo da atividade.

Miguel: Podemos encontrar a inclinação de uma escada?

Professora: Sim, mas o qué pretendem fazer? Pensaram em alguma escada em especial?

Miguel: Ainda não.

Professora: Vocês têm de pensar numa escada em particular a qual vocês possam realizar as medições que precisam conhecer para determinar o ângulo de inclinação de la escada.

Lino: Professora, e se vemos qual é a dimensão de uma escada de um carro de bombeiro e qual é a sua inclinação para chegar a um segundo andar de um prédio quando nele está a acontecer um incêndio?

Professora: Por acaso é uma ideia muito creativa. Inclusive podem fazer uma apresentação de vídeo engraçada si usarem a imaginação. Vocês têm de pensar si conseguem obter a informação da dimensão da escada e a altura de dois pisos de um determinado prédio.

Transcorridos os 40 minutos destinados para esta etapa, pedi aos alunos que nos próximos 10 minutos finais da aula estabelecessem um plano de ação indicando como e quando iriam realizar as medições, os cálculos, a filmagem e a edição do vídeo.

Finalizado o tempo destinado a esta fase solicitei que um representante de cada equipa apresentasse ao grande grupo a sua proposta de trabalho.

A equipa 1 apresentou o seu plano de ação dizendo que iriam fazer as medições no campo de futebol da escola no dia a seguir. Informaram que iriam precisar da medida da altura da baliza e iriam estabelecer o ponto de onde seria chutada a bola para fazer as restantes medições.

A equipa 2 optou por determinar o ângulo de elevação necessário para que uma pessoa pudesse observar a parte mais alta de um prédio. Em comum acordo escolheram fazer medições no prédio do Tom.

Por último, a equipa 3 explicou que iriam descobrir o comprimento de uma escada de bombeiros e o ângulo de inclinação quando tem de apagar um incêndio num segundo andar. Questionei o grupo se haviam escolhido algum Corpo de Bombeiros para solicitar a informação e estes disseram que ainda não tinham chegado a uma conclusão.

Combinamos reunir novamente as equipas na próxima aula, já com os dados recolhidos, para trabalharem na resolução do problema.

Iniciei a última aula, destinada a segunda proposta de modelação, questionando se haviam conseguido realizar as atividades que tinham estabelecido no seu plano de ação na aula da semana anterior. Por ser tão difícil que esta turma se interesse por alguma coisa, senti-me recompensada quando todos responderam “sim”.

Assim, demos início a etapa de matematização formulando o problema e realizando os cálculos para chegar as soluções pretendidas. Lembrei a todos que deveriam passar imediatamente a etapa de interpretação dos resultados e validação dos mesmos (Modelo matemático), assim que terminassem os cálculos. Avisei-os que tinham 90 minutos para finalizar esta parte e que a atividade de edição do vídeo ficaria como trabalho de casa, bem como a elaboração da apresentação da atividade para a turma.

Ao passar pelo grupo de trabalho da equipa 1 apercebi-me de algumas dificuldades, por exemplo, quando abordei a equipa estes não sabiam que razões trigonométricas deveriam utilizar para o cálculo de elevação com o qual deveriam de chutar a bola, reparei que tinham as medições realizadas e orientei-os para que conseguissem visualizar mais facilmente quais razões trigonométricas deveriam utilizar.

Professora: Ya começaram a realizar los cálculos para resolver a sua situação problema?

Oliver: Não professora não sabemos como começar.

Professora: Expliquen melhor que medidas conseguiram realizar no campo.

Luís: Ah professora, nós realizamos a medição da altura da baliza e a distância entre o ponto de penalti e a linha da baliza.

O Luís desenhou um triângulo retângulo identificando as medições que tinha realizado.

Professora: Muito bem Luís, y consegues identificar qual é o ângulo rectângulo neste triângulo que pretendes estudar?

Luís: Seria no ponto mais baixo da baliza onde cruza com a linha que vem do ponto penalti até este ponto.

Professora: Muito bem, por tanto estas medições são o quê? Lados do triângulo?

Oliver: São os catetos professora.

Professora: Muito bem, então realizem a representação do triângulo e verifiquem se realmente estos lados são os catetos do triângulo.

Maria: Sim professora, mas como encontramos o ângulo de elevação com o qual devemos chutar a bola para que esta entrar na parte superior da baliza?

Professora: Boa pergunta Maria, com o desenho que fizeram conseguem visualizar todos los elementos y analisar quais razões trigonométricas devem utilizar para encontrar o ângulo que desejam. Incluso a distância que percorre a bola desde o ponto de penalti até a parte superior da baliza.

No trabalho da equipa 2 observei que os dados que estes tinham para iniciar os cálculos eram dados hipotéticos e os mesmos não representavam uma situação real do seu quotidiano.

Professora: Conseguiram iniciar los cálculos da sua situação-problema?

Juan: Sim professora iniciamos calculando a hipotenusa.

Professora: deixa ver como lo fizeste. Uma pergunta, vocês fizeram mesmo as medições? A altura de dois andares do prédio era 60 metros?

António: Não professora, isto são dados que nós inventamos pois não conseguimos nos reunir para fazer as medições.

Professora: Bem, pode ser, y para que calcularam a hipotenusa? Podes fazer uma representação gráfica utilizando um triângulo rectângulo onde seja possível visualizar las medições hipotéticas y o que pretendes determinar?

Juan: Professora os dados que temos são os catetos que se formam por isso calculamos primeiro a hipotenusa. Já reparamos que precisamos utilizar as razões trigonométricas do seno e cosseno.

Professora: Muito bem, então façam o desenho da situação indicando cada um dos elementos que tem y os que pretendem encontrar, para depois continuar com os cálculos correspondentes.

Constatei que, mesmo não tendo valores reais, estavam a fazer o trabalho corretamente. Como nesta aula deveriam terminar esta etapa da proposta e não tínhamos mais tempo, aceitei que esta equipa utilizasse os dados hipotéticos, já que estavam a alcançar os objetivos de aprendizagem.

Reparei que os dados que a equipa 3 estava a manipular não tinham sido adquiridos por eles. Perguntei como tinham obtido os dados e eles responderam “tiram os da net já que ninguém teve tempo de ir aos bombeiros para fazer as medições”.

Até o momento a equipa não tinha iniciado nenhum cálculo. Encontraram o comprimento de uma escada de carro de bombeiro na internet, mas não sabiam como ajustar à sua situação problema, que era apagar o fogo num segundo andar de um prédio. Sugeri que tentassem fazer uma representação, no papel, da situação-problema para poderem visualizar o triângulo retângulo e com isto poder localizar os dados que tinham encontrado na pesquisa para poder chegar a resolução do problema.

No dia da apresentação a equipa 1 apresentou os resultados do seu trabalho. Eles filmaram os próprios elementos da equipa a fazerem as medições. Verificaram que para chegar a solução do problema precisavam de conhecer a altura da baliza (Figura 14)

Figura 14

Medições da baliza



Nota: Resolução da Equipa 1

O triângulo que eles queriam estudar era aquele formado pela altura da baliza, a distância do ponto penalti à baliza e pelo percurso que iria seguir a bola até entrar na parte superior da baliza. Assim, também perceberam que precisavam estabelecer um ponto de penalti e realizar a medição correspondente, tal como apresenta a Figura 15.

Figura 15

Medições do ponto de penalti 1

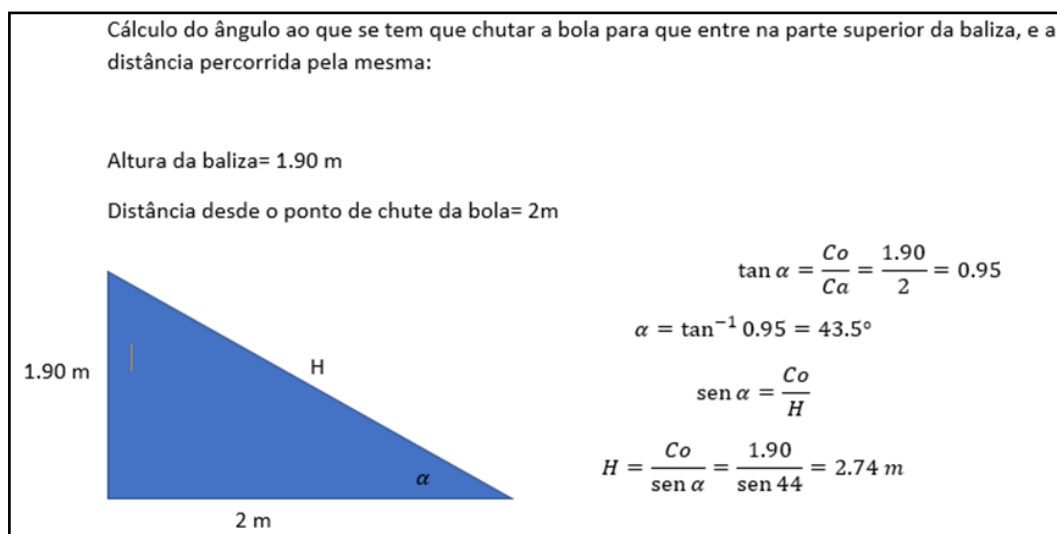


Nota: Resolução da Equipa 1.

Para finalizar apresentaram uma representação do triângulo desta situação-problema com os cálculos realizados para determinar o pretendido (Figura 16).

Figura 16

Resultados obtidos pela Equipa 1.

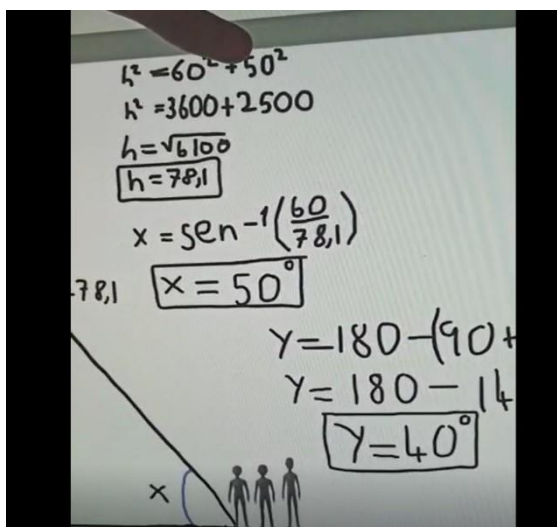


Esta equipa completou com êxito todas as etapas de modelação e foi possível observar o modo criativo como conduziram a atividade. Também pude observar a mudança de comportamento do Luís, onde ficou evidenciado que este aluno precisa de tarefas desafiadoras e criativas para motivá-lo.

Relativamente a equipa 2, embora tenha sido difícil chegar a um acordo de trabalho e reunir os dados para a elaboração da sua proposta, eles idealizaram uma situação, deram valores aproximados para a altura do prédio e também para a distância entre o prédio e a pessoa, para poder levar a cabo a sua proposta. É de ressaltar a determinação desta equipa em cumprir a realização do vídeo. Mesmo não sendo apresentado valores reais da situação do seu quotidiano, resolveram criar um vídeo onde um dos colegas resolvia, num quadro, a situação problemática (Figura 17).

Figura 17

Apresentação do vídeo



Nota: Apresentado pela Equipa 2.

A equipa foi muito minuciosa na sua apresentação, explicando passo-a-passo os cálculos realizados e justificando cada um deles. Outro aspeto a mencionar é a desenvoltura da equipa na utilização desta ferramenta tecnológica. Como não foi possível evidenciar o trabalho de todos os integrantes da equipa neste trabalho, pedi que explicassem a metodologia de trabalho que tinham adotado. Disseram que dividiram o trabalho da forma mais equilibrada possível, sendo que o Tom e o António tinham desenvolvido os cálculos e o Marco e o Juan tinham elaborado o vídeo.

Infelizmente, a equipa 3 não concluiu o trabalho solicitado. Justificaram que a ideia era muito complicada e que não conseguiram realizar a tarefa. É de ressaltar que os componentes desta equipa apresentam problemas comportamentais.

4.1.2.1 Aplicações das funções trigonométricas na modelação do real

Para a última proposta de modelação foi necessário fazer uma revisão do conteúdo sobre funções periódicas. Estudamos os conceitos de amplitude, período, traslações verticais e horizontais e também trabalhamos as funções seno e cosseno mais minuciosamente. Esta aula foi de caráter presencial e contou com a presença das professoras orientadoras.

Expliquei à turma que iniciariamos uma nova atividade e apresentei a metodologia de trabalho. Pedi que formassem quatro equipas de três pessoas, procurando, como das outras vezes, interagir com novos colegas.

Transcorridos 5 minutos, os grupos estavam formados e organizados, de forma que tínhamos quatro equipas, como se segue:

Equipa 1: Juan, Luís e José;

Equipa 2: Gabriel, Lino e Miguel;

Equipa 3: Bernardo, Tom e Maria;

Equipa 4: António, Oliver e Marco.

Entreguei a ficha de trabalho com a proposta de modelação apresentada no Anexo 3. Fiz a leitura de toda a ficha e expliquei aos alunos cada uma das três situações-problema apresentadas. Informei que nesta aula apenas iríamos desenvolver a etapa de familiarização com estas situações.

Neste sentido, pedi aos alunos que manipulassem as calculadoras para familiarizarem-se com a sua utilização. Queria que se apercebessem que poderiam fazer o gráfico da função, assim como também, introduzindo os dados de uma tabela, poderiam encontrar a função e o gráfico.

Também apresentei à turma o simulador de interferência de ondas e pedi que experimentassem a aplicação e observassem os diferentes comportamentos que poderiam apresentar as ondas originadas pelo som e pela luz e as ondas originadas pela água.

Observei-os a trabalhar, uns com a calculadora e outros com o simulador, tentando compreender o funcionamento dos mesmos. Mostraram-se motivados com a proposta. Fui passando pelos grupos para orientá-los e sanar algumas dificuldades. A maior dificuldade da equipa 4 era perceber qual o procedimento para encontrar os elementos da função na calculadora.

António: Professora, aqui na calculadora onde devemos entrar para calcular a função?

Professora: António, cuál situação estão intentando analisar?

António: Vamos iniciar a situação 2.

Professora: Muito bem, existe na situação problemática alguma função para introduzir na calculadora ou são vocês que devem determinar la função?

António: Não temos, somos nós que devemos determinar.

Professora: Muito bem, então primeiro devem pensar o que devem conhecer para depois introduzir a função na calculadora.

Oliver: Ah, professora, então primeiro realizamos os cálculos dos elementos na função.

Professora: Bem Oliver, cuáles são esses elementos?

Oliver: A amplitude, o período e todos os que precisamos.

Professora: Muito bem, então agora pensem como podem realizar estes cálculos e, depois de obtê-los podem pensar em introduzir a função na calculadora.

Três das equipas iniciaram esta primeira etapa pela revisão do simulador de interferência de ondas. Verifiquei que a equipa 1 e a equipa 2 estavam a ter dificuldades para aceder ao simulador a partir do telemóvel e proporcionei-lhes o link apropriado. Chamou minha atenção que o Juan estava a trabalhar na calculadora enquanto os colegas tentavam familiarizar-se com o simulador e perguntei-lhe:

Professora: Juan, qué estás a fazer?

Juan: Estou a ver como se usa a calculadora professora.

Professora: Bem Juan, mas teus colegas estão a trabalhar no simulador y tu não?

Juan: Professora, é que decidimos dividir o trabalho e enquanto eles veem como se utiliza o simulador eu estou a revisar como se utiliza a calculadora.

Professora: Muito bem Juan, mas tu também debes interagir com os teus colegas y aprender a usar o simulador.

Um dos meus objetivos era dar oportunidade a que os alunos conhecessem outras ferramentas auxiliares da aprendizagem e, da forma que esta equipa havia distribuído o trabalho, este objetivo não seria alcançado. Sugeri que experimentassem no simulador como eram as ondas produzidas na água, no som e na luz, mudando os parâmetros, como por exemplo a intensidade de frequência, para ver o que acontecia.

Na equipa 3, foi possível apreciar como estavam a trabalhar no computador enquanto discutiam as diferenças que encontravam em cada uma das situações no que

diz respeito a amplitude da onda e ao período, entre outros aspetos. Sugeri que alterassem os parâmetros para ver o que acontecia e também para manipularem a ferramenta e se familiarizarem com a sua utilização.

Professora: Tentem observar com atenção o que acontece em cada situação y o que conseguem fazer mudando los parâmetros

Bernardo: Sim professora, estamos a ver isto na situação das ondas na água, mas é preciso fazer também com as da luz e do som?

Professora: Sim Bernardo, devem fazer este trabalho em cada uma das situações. É importante ler a proposta de trabalho que acabei de lhes entregar para que compreendam o que é que vão a estudar.

Bernardo: Ok

Professora: Maria, estás a trabalhar com os teus colegas?

Maria: Não professora, eles estão a trabalhar no simulador e eu estou a ler o que devemos fazer.

Professora: Bem Maria, mas tu também deves trabalhar no simulador y partilhar com os teus colegas as tuas apreciações. Vamos trabalhar com eles?

Nesta equipa também foi possível observar a pouca participação que a Maria estava a ter. A aluna mostrava-se distanciada e sem interação com o grupo, para o qual foi convidada por minha sugestão. Ao fim da aula disse-lhes para trazerem novamente todo o material para seguirmos, na próxima aula, com o desenvolvimento da atividade.

Análise da Situação 2: A Roda

Iniciei a segunda aula desta proposta recordando o que tinha sido feito na aula anterior e propus que iniciassem a resolução de cada uma das situações apresentadas na ficha de atividades. A primeira proposta desenvolvida foi a situação 2, da roda, onde tinham de determinar a expressão analítica da função e representá-la graficamente com auxílio da calculadora gráfica. Tentei perceber se a etapa de interação tinha sido efetivamente concretizada, pois só assim conseguiriam ter êxito nesta segunda etapa (matematização).

Professora: Então meninos, o que é que estão a fazer?

Lino: Estamos a calcular primeiro a amplitude e frequência da onda.

Professora: Muito bem, y como o estão a fazer?

Lino: Para o cálculo da amplitude observamos no gráfico quais são os pontos máximo e mínimo da função para depois substituir na fórmula de amplitude.

Professora: Muito bem, y depois qual será o passo a seguir?

Miguel: Da mesma forma. Vamos ver no gráfico qual é o período professora, e assim com isto podemos encontrar o B.

Professora: Muito bem Miguel, então continuem a trabalhar y pensem como vão fazer para conseguir os outros parâmetros.

Miguel: Depois de que conseguirmos todos então é que devemos encontrar a função para introduzir na calculadora?

Professora: Sim Miguel, depois de conseguires encontrar todos los parâmetros ya podes escrever a tua função, mas será que é preciso introduzir na calculadora?

Lino: Acho que sim, para construir o gráfico da função não?

Professora: Para qué serve a expressão analítica que vocês encontraram? Serve apenas para fazer o gráfico? Pensem bem.

Lino: Ok professora.

A equipa conseguiu chegar a solução, como podemos apreciar na ficha entregue pela equipa (Anexo 4). A apresentação dos resultados à turma foi muito boa. O conteúdo foi bem desenvolvido e foi possível apreciar que os alunos conseguiram encontrar o modelo matemático, atingindo os objetivos previstos. Entretanto, não conseguiram perceber que a expressão analítica permitia-lhes fazer previsões.

Durante a elaboração desta situação a calculadora foi uma ferramenta importante para a obtenção do gráfico da função. Na apresentação que fizeram do seu trabalho questionei-os como planearam os passos para chegar a solução pedida. Disseram que primeiro pensaram que o movimento da roda representava uma função periódica e, portanto, tem uma amplitude que era preciso calcular, assim como também o período da

onda e as translações referentes ao eixo das abscissas e ordenadas. Como está demonstrado no diálogo anterior e no trabalho escrito (Anexo 4) fica evidente a estratégia que os mesmos utilizaram na resolução da tarefa.

A equipa 3, também logrou realizar os processos esperados para encontrar o modelo matemático, embora inicialmente apresentassem dúvidas quanto aos cálculos que deveriam realizar para determinar a função e o seu gráfico. Houve uma maior participação da Maria, embora estivesse apenas a transcrever a resolução que o Tom e o Bernardo determinavam.

Professora: Olá meninos, cómo vai o trabalho?

Bernardo: Bem professora, estamos a ter dificuldades para iniciar. Não sabemos como encontrar os parâmetros da função.

Professora: Bem Bernardo, vocês leram a proposta?

Bernardo: Sim.

Professora: Ok, achas que os dados disponibilizados te permitem resolver o problema? Existe alguma informação importante?

Tom: O gráfico.

Professora: Muito bem Tom, então pensa cual a informação que proporciona el gráfico que possa ajudar a que vocês consigam los parâmetros.

Bernardo: Podemos achar quais são os pontos máximos e mínimos da função, e isto permite encontrar a amplitude.

Professora: Excelente Bernardo, muito bem, então iniciem com isto e da mesma forma observem que outras informações conseguem obter para determinar os restantes parâmetros.

Bernardo: Ok professora, obrigado.

Esta equipa conseguiu compreender quais seriam as estratégias a utilizar para conseguir resolver a situação-problema e concluiu a atividade com êxito (Anexo 5).

Durante o desenvolvimento da situação 2 (A Roda), a equipa 1 revelou muitas dificuldades na compreensão da resolução da proposta pois não sabiam como extrair a informação necessária para a determinação dos parâmetros da função.

José: Professora, pode vir cá por favor.

Professora: Si claro, o que é que se passa.

José: Professora, a situação é a seguinte, sabemos que temos que encontrar a função e para isto precisamos de conhecer os parâmetros, mas não sabemos como encontrá-los.

Professora: Muito bem José, mas repara na proposta da situação 2. Não achas que esta pode ter alguma informação importante?

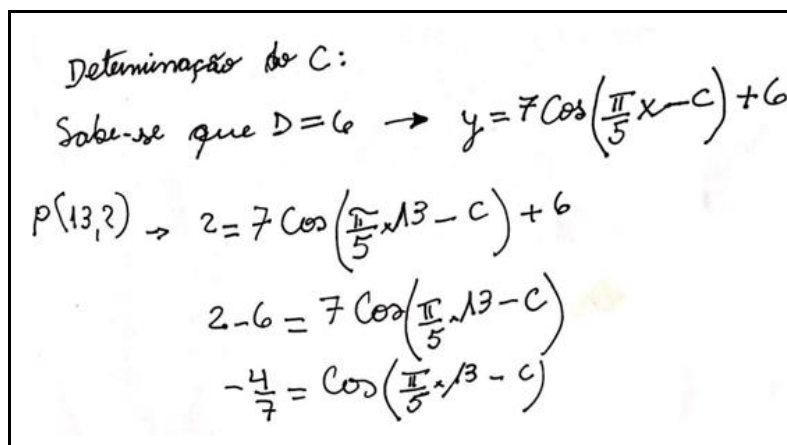
Juan: Estão a dar o gráfico e nele podemos observar quais são os pontos máximos e mínimos e também o período.

Professora: Muito bem Juan, é esse o caminho que devem seguir. Interpretem a informação de este gráfico y tentem encontrar todos los parâmetros que precisam para determinar a função.

Os alunos organizaram a informação e começaram a resolver conseguindo obter corretamente a amplitude e a frequência, mas como assumiram o ponto P(13, 2), ou seja, trocaram a abcissa pela ordenada (Figura 18) acabaram por não conseguir determinar a função. Sugeri que fizessem uma revisão da solução para verificar se tudo estava certo.

Figura 18

Situação 2: A roda - Determinação do parâmetro C



Determinação de C:

$$\text{Sabe-se que } D=6 \rightarrow y = 7 \cos\left(\frac{\pi}{5}x - C\right) + 6$$
$$P(13, 2) \rightarrow 2 = 7 \cos\left(\frac{\pi}{5} \cdot 13 - C\right) + 6$$
$$2 - 6 = 7 \cos\left(\frac{\pi}{5} \cdot 13 - C\right)$$
$$-\frac{4}{7} = \cos\left(\frac{\pi}{5} \cdot 13 - C\right)$$

Nota: Resolução da Equipa 1

De igual forma a equipa 4 apresentou dificuldades na interpretação da proposta, e os resultados obtidos com sucesso devido ao facto de também terem trocado a abcissa pela ordenada do ponto P além de não terem determinado corretamente o parâmetro D. No decorrer da atividade havia me apercebido que o parâmetro referente ao valor do eixo principal da função não estava certo e tinha sugerido que fizessem uma revisão.

Na discussão no grande grupo aperceberam-se dos erros cometidos quando compararam as respostas com as dos outros grupos. Representei no quadro um plano cartesiano com alguns pontos e pedi que escrevessem o par ordenado correspondente, evidenciando que a ordem é abcissa e depois ordenada. Achei importante reforçar esta aprendizagem, pois embora sendo um aspeto elementar, são erros que aparecem sistematicamente em muitos dos conteúdos matemáticos desenvolvidos.

Análise da Situação 3: As fases da Lua

No desenvolvimento da situação 3 pude apreciar que a equipa 2 conseguiu resolver adequadamente a atividade. Fizeram uso da calculadora para encontrar a função (modelo matemático) e o seu gráfico.

Professora: Como pensam iniciar a resolução desta situação problema?

Miguel: Bem professora, primeiro estamos a introduzir os valores da tabela na calculadora.

Professora: Muito bem, y com que finalidade estão a fazer a introdução dos dados na calculadora? Y cuál função da calculadora estão a utilizar?

Miguel: Porque como nos disse, ao introduzir os dados podemos conseguir determinar a função de uma forma mais simples.

Gabriel: Estamos a introduzir a tabela no menu estatística professora.

Professora: Muito bem, y sabem cuál é o procedimento a seguir uma vez que finalizem a introdução dos dados na tabela?

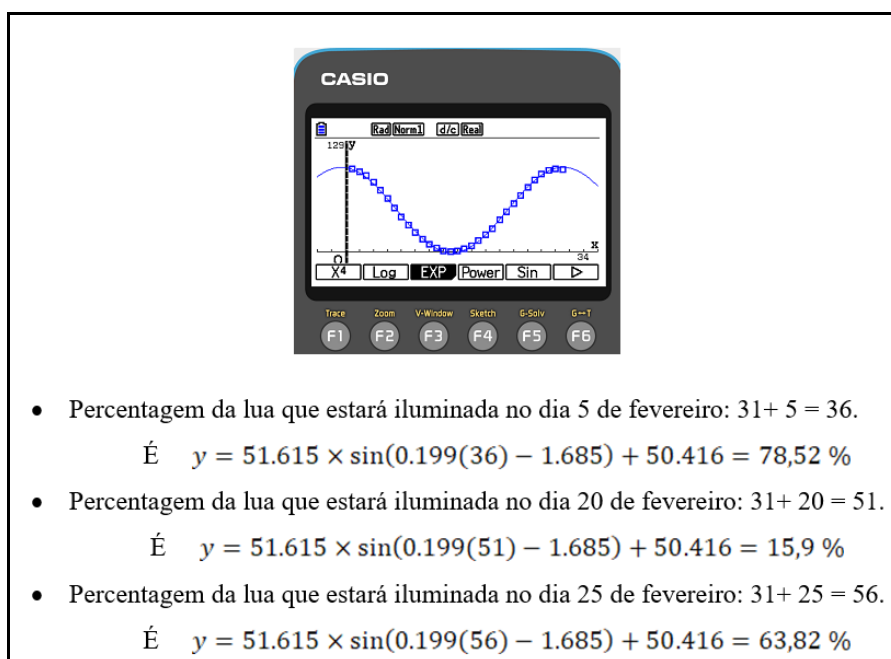
Miguel: Sim.

Professora: Continuem a trabalhar que estão no bom caminho.

No trabalho de discussão e matematização do pequeno grupo ficou evidenciado como esta equipa estava bem orientada para a resolução do problema fazendo o uso adequado da calculadora onde foram capazes de introduzir os dados da tabela e posteriormente seguir os passos adequados para a determinação adequada da função e do seu gráfico. Outro aspeto importante a mencionar foi a evolução apresentada pelos alunos e a motivação que estes tiveram na resolução das atividades pois é de referir que estes alunos apresentam características específicas, contudo, conseguiram fazer um bom trabalho demonstrando que a formação e distribuição desta equipa foi favorável para os alunos mencionados. Também conseguiram fazer previsões como é possível apreciar na (Figura 19), presente no relatório escrito desta equipa.

Figura 19

Situação 3: As fases da Lua - Previsões



Nota: Resolução da Equipa 2.

Nas outras equipas foi possível presenciar que conseguiram fazer o uso correto da calculadora para encontrar a função (modelo matemático), mas não deram resposta às previsões propostas na atividade.

A equipa 3 também estava à vontade com a calculadora e concluiu a atividade corretamente (Figura 20). No contato com a equipa, da mesma forma que na resolução da situação-problema anterior foi possível observar como o Tom e o Bernardo trabalhavam na obtenção das respostas, enquanto a Maria copiava a informação subministrada por eles.

Professora: Bem meninos, cómo estão a resolver a situação-problema?

Tom: Professora, eu e o Bernardo estamos a introduzir os dados da tabela na calculadora no menu estatística tal como a professora disse. E a Maria vai copiar as respostas que nós encontramos.

Professora: Certo, mas é importante que a Maria conheça também como são introduzidos los dados na calculadora.

Bernardo: Sim professora, nós vamos ensinar como fazer.

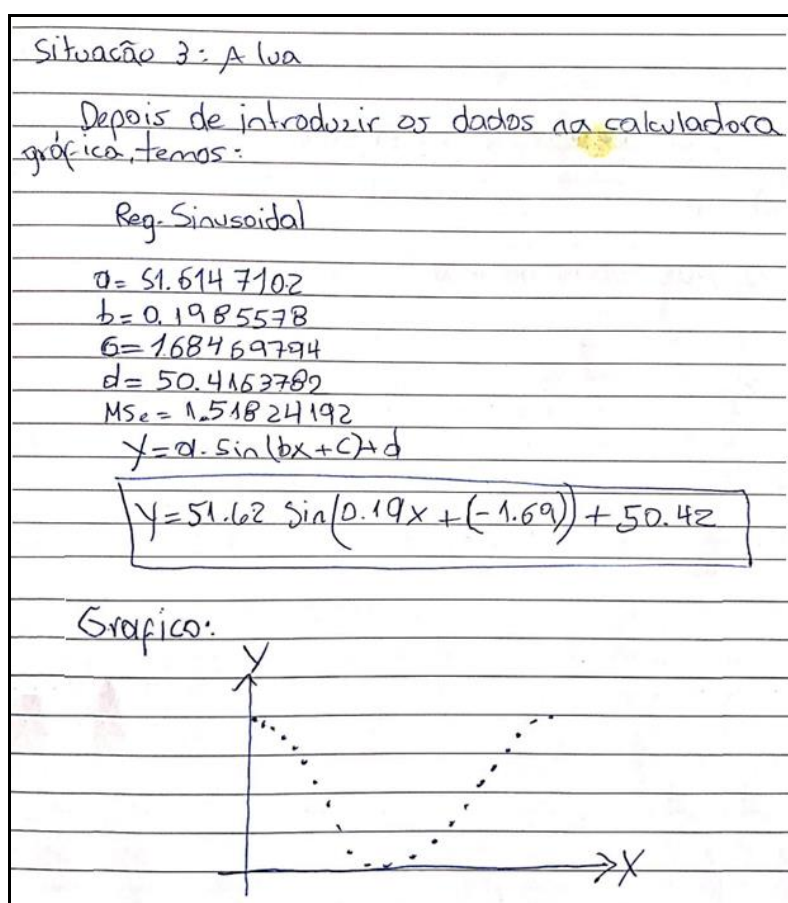
Professora: Ok, y depois de introduzir os dados sabem como conseguir a função y o gráfico da função?

Tom: Sim professora.

Professora: Muito bem, então continuem a trabalhar. Lembrem-se que depois devem melhorar a apresentação do trabalho.

Figura 20

Situação 3: As fases da Lua



Nota: Resolução da Equipa 3.

A equipa 1, de igual forma encontrou o modelo matemático (Figura 21), mas não fizeram a representação gráfica da função. Durante o trabalho de grupo foi possível observar que os alunos estavam um pouco dispersos. Perguntei-lhes se tinham alguma dificuldade na resolução, mas estes responderam que não. Neste momento observei que a atenção do grupo não estava totalmente centrada no trabalho e que estavam a conversar de outras situações alheias ao trabalho. Alertei-os que o tempo estava a transcorrer e que deveriam acabar o trabalho.

Figura 21

Situação 3: As fases da Lua - Modelo Matemático

The image shows a handwritten note titled "Situação Nº 3: A lua". On the left, there is a list of parameters: $a = 51,6$, $b = 0,2$, $c = 1,7$, $d = 50,4$, and $M_{se} = 1,5$. A large curly brace on the right groups these parameters and points to a boxed equation: $y = 51,6 \times \text{Sen}(0,2x - 1,7) + 50,4$. There are some faint, illegible handwritten notes in the background.

Nota: Resolução da Equipa 1.

A equipa 4, também concluiu de forma correta a situação problema, mas de igual forma que a equipa anterior não fizeram a representação gráfica da função. No contato com a equipa, durante o trabalho de grupo, reparei que a resolução da situação-problema estava só a ser desenvolvida pelo Oliver. Perguntei o motivo e disseram “ele é o único que trouxe a calculadora”. Salientei que mesmo assim todos deveriam colaborar com o Oliver. Então, o Marco e o António começaram a ditar os dados da tabela enquanto o Oliver introduzia-os na calculadora.

Análise da situação 1: As Ondas

No que diz respeito a situação 1 onde tinham que fazer uso do simulador de interferência de ondas, foi possível apreciar que nenhuma equipa conseguiu fazer o gráfico aproximado das ondas, a construção das tabelas e o cálculo da função para cada uma das situações, nomeadamente a do nível da água, do som e da luz para assim, poder obter conclusões do modelo. Durante o desenvolvimento da atividade, e no contato com os grupos de trabalho, foi possível apreciar a dificuldade que os alunos apresentavam para manipular a informação obtida no simulador. Infelizmente, por razões de tempo,

porque a aula estava a acabar e, tendo em consideração que era a penúltima aula para a finalização do curso, indiquei que respondessem apenas as perguntas teóricas e que na última aula, com a minha ajuda fariam a matematização das situações referidas no quadro.

Assim sendo, os critérios da avaliação para esta situação-problema foram reestruturados e ajustados ao que foi solicitado. Desta forma as respostas dadas pelos alunos às perguntas solicitadas mostram-se a seguir.

A equipa 2 respondeu adequadamente a todas as perguntas da situação problemática. No contato com o grupo foi visível a interação entre eles para chegar as respostas obtidas. Neste momento os alunos questionaram se os exemplos que tinham pensado, referentes ao cotidiano, onde podiam observar fenómenos periódicos, estavam corretos. Pedi-lhes que explicassem porque pensavam que os exemplos poderiam ser fenómenos desta natureza. Como as respostas dos alunos estavam bem sustentadas, disse-lhes para continuarem com o desenvolvimento da situação problema.

A equipa 3 apenas respondeu a três das questões apresentadas (Figura 22). Na interação do grupo pude observar que discutiram sobre várias situações do quotidiano, no entanto, só conseguiram identificar uma situação. Havia sugerido que tentassem pensar em fenómenos que eles pudessem lembrar do seu quotidiano onde ficasse evidenciado que se tratava de uma função periódica ao qual o Tom respondeu “na luz e no som”. Perguntei-lhe como podia justificar que eram fenómenos periódicos, mas não conseguiu responder a esta questão.

Figura 22

Situação 1: As ondas - Questões teóricas

Situação 1: As Ondas
1) É aquele que se repete de forma contínua.
2) Sim
3) Nas ondas do mar
4)
5)

Nota: Resolução da Equipa 3.

A equipa 1 não respondeu as questões apresentadas. O trabalho dos alunos decorreu de forma muito lenta, situação para a qual foram alertados, e não lhes permitiu finalizar a tarefa. Foram questionados ante a não resolução desta situação e os alunos mencionaram que “preferimos entregar só as situações 2 e 3 que já estão feitas. Com a apresentação do trabalho já está suficiente para nós”.

A equipa 4 respondeu a todas as questões apresentadas, no entanto algumas delas não foram respondidas de forma correta. Na discussão do grupo foi possível apreciar como o Marco continuava desligado do desenvolvimento da atividade. Pedi-lhe para dar um exemplo do quotidiano onde pudesse observar um fenómeno periódico, mas não conseguiu identificar nenhum. Disse para interagir com os colegas para ver se conseguiam dar-me uma resposta.

Quando voltei a interagir com a equipa observei que os exemplos do quotidiano apresentados pelos alunos não estavam claros e que estes estavam a associar os fenómenos de funções periódicas com as situações apresentadas na proposta de modelação anterior, onde procuraram situações do quotidiano que envolvesse triângulos retângulos. Alertei-os ante esta situação e pedi-lhes que voltassem a ler as suas respostas e que tentassem justificar de uma melhor forma e com exemplos que estivessem dentro do contexto, contudo não realizaram as alterações pertinentes. Também lhes pedi para rever as três últimas questões, pois estas não estavam claras e não se conseguia perceber a sua interpretação.

Ao fim da aula solicitei a um representante de cada equipa que escrevesse as respostas no quadro e comentasse sobre os resultados obtidos. Desta forma os alunos foram capazes de discutir e comparar as respostas e analisar, sob minha orientação, os erros cometidos e tirar conclusões de cada uma das situações-problema.

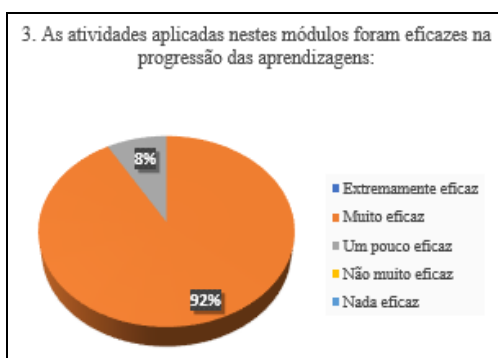
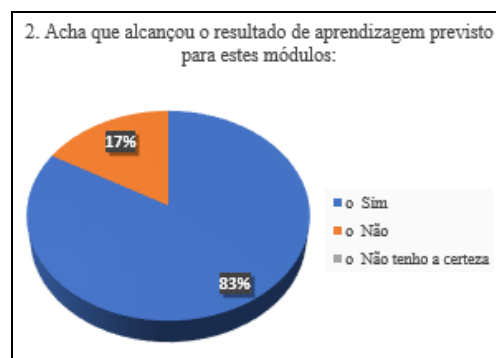
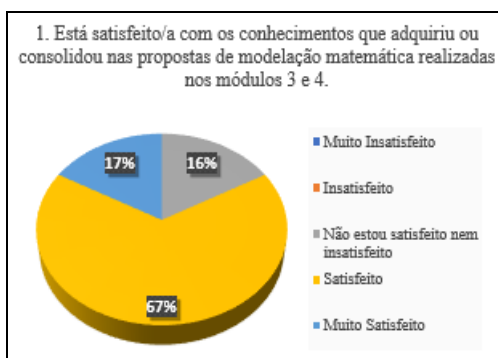
Resultado dos inquéritos

No último encontro com os alunos foi aplicado um inquérito (Anexo 7) com a finalidade de perceber a opinião dos mesmos perante o desenvolvimento das aulas, mais especificamente das aulas onde foram implementadas as propostas de modelação matemática. O inquérito foi aplicado online e os alunos enviaram as suas respostas.

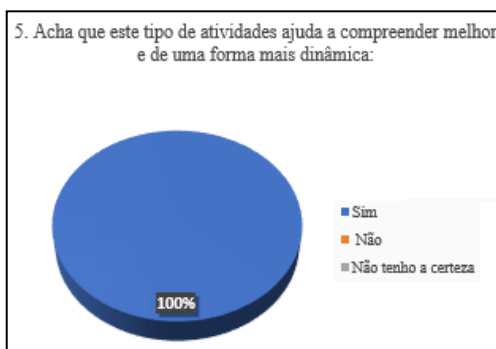
No processo de recolha de informação dos inquéritos aplicados aos alunos é possível observar positivamente que os alunos gostam de desenvolver atividades que saiam do enquadramento das aulas tradicionais, gostam de ser protagonistas do processo

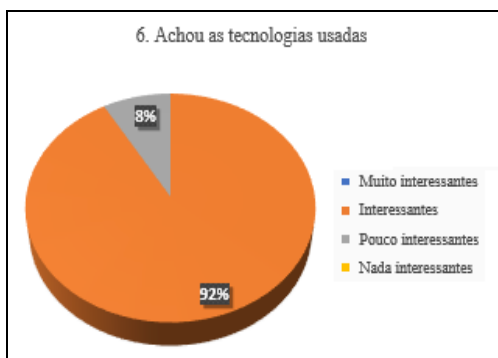
de aprendizagem, gostam de trabalhar em equipa, e acham que este tipo de atividades promove a sua criatividade e facilita-lhes a compreensão dos conteúdos.

Na interpretação das cinco primeiras questões, relativamente a aprendizagem adquirida, 83% dos inquiridos acredita que alcançou o resultado de aprendizagem previsto e 92% admite que foi devido as atividades aplicadas em cada módulo.



Também é possível observar que 84% dos alunos expressaram estar satisfeitos ou muito satisfeitos com os conhecimentos que adquiriram. Todos os inquiridos concordaram que as atividades cumpriram as suas expectativas, ajudando-os a compreender os conteúdos de uma forma mais dinâmica.





Relativamente a utilização de tecnologias no contexto de sala de aula, 92% dos alunos acharam interessante e destacaram o trabalho em equipa (31%) como uma competência adquirida com a aplicação destas propostas. Também sentiram que houve uma evolução perante novos conteúdos e o desenvolvimento da criatividade (22%), entre outros.

5 Considerações Finais

Compreendemos que o objetivo do ensino, nos diferentes níveis de educação, deve ser o de propiciar ao aluno a aquisição de conhecimentos, o desenvolvimento de atitudes e habilidades, assim como o desenvolvimento da criatividade, fomentando uma ajuda na sua interação com a sociedade. Assim sendo, defendemos a modelação matemática como método de ensino e investigação, sabendo à partida que a modelação não é a única ferramenta para superar todos os problemas da prática escolar relativa ao ensino da matemática. No entanto, ao longo desta investigação pude constatar que a implementação da modelação é uma ferramenta valiosa para o ensino da matemática diferenciando-se do ensino tradicional, pois permite que os alunos vivenciem situações matemáticas do seu redor e compreendam a sua aplicabilidade.

5.1 Modelação matemática e criatividade

A revisão da literatura sobre o tema em estudo permitiu-me verificar que muitos autores consideram o pensamento criativo um processo dinâmico voltado para a construção de algo novo. Também deixou evidente que num processo de modelação os

alunos desenvolvem competências de resolução de problemas e, que, quando estamos a resolver um problema estamos num processo criativo porque buscamos diferentes estratégias para resolvê-lo e produzir novos conhecimentos. Estas ideias são corroboradas por Nadjafikhah e Yaftian (2013) e Bisognin e Bisognin (2013), entre outros.

No decorrer das várias propostas implementadas os alunos familiarizaram-se com a situação-problema, formularam estratégias e levaram a termo um plano de ação para chegar a sua resolução sendo capazes de validar suas respostas, o que corresponde as etapas de um processo criativo (Polya, 1965). Para estabelecer um plano de ação é necessário ser crítico, criar e expor ideias, de forma a procurar possíveis soluções para o problema. Na segunda proposta, sobre Trigonometria, o processo criativo, não só esteve presente na resolução do problema, mas também na criação do vídeo.

Foi possível apreciar como os alunos foram mudando o seu comportamento ao longo do desenvolvimento das propostas. Inicialmente, por estarmos em ambiente online, tornou-se difícil a interação entre os mesmos e o compromisso com a realização da primeira proposta. Com a segunda e terceira proposta existiu uma partilha de ideias e opiniões e uma motivação na apresentação dos resultados à turma, o que resultou na aprendizagem efetiva deste conteúdo pela turma, como pode ser apreciado na avaliação deste módulo, presente no Anexo 6 deste relatório. Também é possível constatar nas respostas do inquérito que 78% dos alunos sentem que desenvolveram capacidade de pesquisa e trabalho em equipa, adquiriram estratégias de resolução de problemas e puseram de manifesto a sua criatividade. Também pode ser constatado nos diálogos apresentados anteriormente, que este tipo de proposta desenvolve o pensamento lógico, tão importante na criação e interpretação das diversas situações do quotidiano.

A implementação destas propostas também desenvolveu competências de planeamento e flexibilidade quanto a opinião dos colegas e do professor e a aceitação dos erros como parte do processo de aprendizagem, como pode ser apreciado nos diálogos anteriormente apresentados, como por exemplo, no caso que retrata a Figura 18 onde no processo de validação do modelo a equipa conseguiu comparar e discutir o resultado obtido, verificar o seu erro e aprender com ele.

5.2 Modelação matemática e aprendizagem

Sendo a aprendizagem o resultado final esperado em qualquer atividade de ensino, neste estudo foi dada especial atenção aos resultados obtidos com a implementação destas propostas.

No desenvolvimento desta investigação foi possível observar um maior interesse dos alunos e verificar que foram capazes de associar as situações estudadas com as do seu redor, favorecendo a compreensão dos conteúdos, tal e como o expõem Barbosa, Bueno e Lima (2011). Neste sentido, a implementação das propostas favoreceu a aprendizagem da matemática, pois os alunos viram o conteúdo de uma forma diferente do processo de ensino tradicional.

A modelação matemática exige uma maior dedicação nos estudos, na investigação e na interpretação do contexto, não só para os alunos, mas também para o professor.

Na vivência da prática de ensino supervisionada, e particularmente neste ano letivo, com o desenvolvimento de uma pandemia que impossibilitou em grande parte o ensino presencial, houve um maior desafio para manter a motivação dos alunos. Desta forma, tiveram de ser mais autónomos e desenvolver estratégias para aprender, desde a manipular ferramentas tecnológicas até assumir com responsabilidade, de certa forma, o seu próprio processo educativo, facto que foi possível vivenciar no desenvolvimento tanto da proposta de estatística como na das funções periódicas.

Considerando as características dos participantes, pudemos constatar que as aplicações das estratégias de ensino resultaram numa tarefa que, embora difícil, foi enriquecedora, possibilitando uma nova forma de aprender e de incluir a todos no processo de aprendizagem. Esta ideia é sustentada por vários autores, como é o caso de Barbosa (2001) que expõe que muitos estudos comprovam que a aprendizagem melhora significativamente quando o aluno investiga problemas que envolvem a realidade do mundo.

A construção dos modelos matemáticos representou para os alunos um investimento onde foi possível pôr em prática os conhecimentos matemáticos, o conhecimento do contexto e as suas habilidades para descrevê-los, além de estabelecer as relações existentes, de tal forma que foram capazes de construir um novo objeto matemático.

É de referir que ante a realidade de conseguir cumprir com todo o programa de estudo não foi possível retomar àquelas propostas de modelação onde os alunos não lograram encontrar o modelo matemático, o qual vai em desacordo com Biembengut e Hein (2011) que propõe que no caso de o modelo não atender às exigências da última etapa do modelo matemático deve-se retornar à segunda etapa e ajustar o modelo.

Com o cenário de aulas online, onde os blocos de 90 minutos foram reduzidos a 60 minutos e, tendo em conta o tempo que os alunos levaram para se conectar e ligar as câmeras, além da pouca experiência que tínhamos referente a esta metodologia, todo o processo de ensino tornou-se mais lento. Foi necessário fazer ajustes precisos para que as propostas resultassem exitosas. Ao fim de cada proposta foram explicadas aquelas situações-problema onde os alunos tiveram dificuldades, para lograr o processo de aprendizagem.

Durante a implementação das atividades de modelação, foi possível apreciar a dificuldade de certos alunos no seu desenvolvimento, isto em parte porque algumas das situações propostas requeriam conhecimentos matemáticos prévios, que nem sempre estes possuíam, sendo preciso orientar e direcionar o processo, sem que se perdesse a sua essência ou intencionalidade.

No processo de implementação das atividades foi possível vivenciar como as equipas percorreram cada uma das etapas do processo de modelação, desde a observação e a experimentação, a delimitação do problema, a seleção de estratégias, a avaliação e validação e a conexão com outros modelos e situações. Cada um destes momentos mencionados foram postos em prática, produzindo conhecimentos e potenciando o desenvolvimento da criatividade. Isto pode ser constatado na resposta aos inquéritos realizados aos alunos onde 83% acredita que alcançou o resultado de aprendizagem previsto e 92% acha que foi devido as atividades aplicadas em cada módulo, sendo que 84% expressaram estar satisfeitos ou muito satisfeitos com os conhecimentos que adquiriram. Todos os alunos concordaram que as atividades cumpriram as suas expectativas, ajudando-os a compreender os conteúdos de uma forma mais dinâmica.

Esta experiência deixou evidente que quando criamos ambientes favoráveis, onde os alunos são os protagonistas e têm a responsabilidade de construir o seu conhecimento, permitindo a interação, o compartilhamento de ideias, o saber ouvir e valorizar a variedade de respostas desenvolvidas pelos alunos, a aprendizagem torna-se significativa.

5.3 Tecnologia e resolução de problemas

O uso das tecnologias como apoio a metodologia de modelação matemática precisa de muita preparação por parte do professor que a vai implementar. Com efeito, a sua utilização pode chegar a ser um processo complexo, fundamentalmente tendo o cuidado de que o eixo central seja a matemática, assim como também o enfoque da modelação matemática, mesmo que esta ofereça todas as comodidades e, por vezes, algumas das respostas.

As tecnologias implementadas no desenvolvimento das propostas tiveram uma importância fundamental, principalmente com a manipulação de ferramentas, tais como o Excel, a calculadora gráfica, telemóvel e o simulador de ondas.

Os matemáticos baseiam-se na modelação para explicar factos não matemáticos e a modelação ampara-se na tecnologia para promover um estudo preciso e prático dos objetos em ação. Assim sendo, o grupo de estudantes do curso do 10.º ano realizou, através da modelação e de tecnologias diversas, a conversão de factos da vida real para modelos matemáticos, com o propósito de chegar à compreensão minuciosa da situação em estudo, o que traz como consequência a formação dos estudantes para uma sociedade crítica, analítica e reflexiva de todos os sucessos que acontecem no seu quotidiano.

Hoje em dia o telemóvel faz parte da indumentária de qualquer jovem, sendo notório a dependência que os mesmos têm deste aparelho. Para a elaboração das propostas tirou-se partido deste interesse para fazer um uso didático do mesmo. Poderiam criar conteúdo e partilhar informação entre os elementos da equipa para a resolução das atividades. A ideia de usar a tecnologia para a resolução de problemas de maneira colaborativa é apoiada por diversos autores, como por exemplo, Moreno-Martinez et al., (2018). A segunda e terceira proposta foram planificadas tendo em consideração o facto de todos os alunos possuírem telemóvel, ou seja, terem uma câmara de vídeo disponível e também poderem utilizar a aplicação do simulador de ondas no mesmo.

Na primeira proposta o modelo matemático escolhido foi determinante para estabelecer o relacionamento entre as variáveis de importância atuando de forma efetiva na contextualização dos tópicos de estatística e disciplinas técnicas dos cursos profissionais.

De uma maneira geral, a atividade revelou que conceitos estatísticos relativos a medidas de posição, como média, moda e mediana, foram significativos para uma melhor organização e visualização dos dados e seus resultados. Estes conceitos foram

relevantes para resolver a situação-problema, evidenciando que, de facto, existe um incremento no número de utilizadores ativos nas redes sociais, assim como também a relação do número de jogadores dos 15 jogos *online* mais jogados no mundo.

É importante destacar que alguns dos procedimentos matemáticos realizados contaram com auxílio do software *Excel*, como por exemplo no cálculo das medidas de posição. Por se tratar de um curso voltado para a informática a utilização de qualquer ferramenta tecnológica era do agrado de todos e de fácil manipulação.

Para a realização da segunda e terceira proposta, de um modo geral, os alunos utilizaram a calculadora gráfica e um simulador de interferência de ondas para simular fenómenos da natureza do seu quotidiano, para a resolução de uma das situações-problema, assim como também foram capazes de criar um vídeo em ficheiro mp4. A atividade do vídeo ajudou-os a obter informação, a ter um espaço inovador onde expressar as suas ideias e a observar a aplicação da matemática no seu quotidiano.

Durante a realização da segunda proposta, foi possível perceber, que pelo menos dois dos grupos de trabalho apresentavam alguma dificuldade no uso da calculadora, assim como na interpretação dos problemas, ficando evidenciado que não estavam acostumados a este tipo de tarefas e abordagem de ensino.

A exploração da atividade que envolveu a utilização do simulador de ondas gerou surpresa e excitação na turma quando estes vivenciaram as mudanças dos parâmetros suscitadas no simulador. Foi possível apreciar como esta ferramenta ajudou a visualizar e compreender mais facilmente o fenómeno em estudo. Embora estivessem empolgados com esta aplicação, por ser diferente das outras utilizadas nas propostas anteriores, não foram capazes de matematizar a função percebida no simulador. Isto deveu-se ao facto de terem tido pouco tempo para manipular mais minuciosamente a ferramenta, para a obtenção do gráfico da função.

Apesar de o número de aulas destinadas ao estudo das funções periódicas serem um pouco reduzidas no curso, o uso deste tipo de atividades que abordam modelos matemáticos, a sua aplicação e identificação, podem ampliar as possibilidades de uma aprendizagem mais significativa e duradoura, além de motivarem e acionarem o interesse dos alunos em relação ao tema de estudo.

5.4 Reflexão final

Nestes vinte e dois anos de exercício da profissão docente, pela primeira vez fiz uma introspeção tão minuciosa do ensino e da minha atuação como professora.

O estágio profissional foi um desafio em todos os sentidos, começando pelo número de horas que passei a trabalhar, pois além das quatro turmas, duas de Matemática e duas de Física, de níveis diferentes, nas quais sou docente, assumi a turma da minha orientadora para que ela tivesse horário disponível para me orientar. Além disso, dirigia-me para a Escola Básica e Secundária Gonçalves Zarco para completar o meu estágio com alunos do 3.º Ciclo. Nesta escola, estagiei num 9.º ano, juntamente com mais duas colegas. De um modo geral a turma era bastante heterogénea, existindo alunos com um bom aproveitamento e outros bastante fracos e com interesses reduzidos pelas atividades letivas. Foi uma experiência enriquecedora, pois pela primeira vez, em Portugal, lecionei no 3.º Ciclo. Além disso, tive a oportunidade de planificar atividades, partilhar materiais e ideias juntamente com as colegas. Optei por fazer a minha investigação na escola da APEL porque as minhas colegas estavam a fazer a sua investigação nesta turma e também porque facilitava, em termos de horário. Somado ao número de horas de trabalho ainda tinha aulas na universidade.

Outro grande desafio nesta vivência e que também resulta importante mencionar, foi o número de alunos com necessidades educativas especiais que a turma apresentava, fazendo-me adotar ou considerar diversos fatores dentro da sala de aula, nomeadamente a responsabilidade de adaptar o programa curricular, revisar constantemente o desempenho académico destes alunos, implementar diferentes recursos, ter em atenção a forma com que interagiam com os colegas e o seu desenvolvimento emocional. Mesmo tendo alguns anos de experiência no exercício docente, ainda não tinha vivenciado esta situação.

No momento de escrever esta dissertação e fazendo uma revisão das minhas anotações e os diários de bordo fui capaz de perceber e refletir como esta experiência mudou minha visão no que diz respeito a análise do desenvolvimento da aula. Num primeiro momento estava focada no ensino, ou seja, na minha atuação como docente, e depois o foco centrou-se na aprendizagem dos alunos. Isto me faz pensar: Quantas vezes só miramos o trabalho que nós professores desenvolvemos? Quantas vezes observamos o desenvolvimento e as necessidades dos nossos alunos?

Perante uma turma que apresenta tantas características diversificadas, como casos de alunos com necessidades educativas especiais, tratando-se de um curso profissional que muitos tomam por opção por não conseguirem prosseguir no ensino regular, alunos com diferentes interesses entre outros aspetos, os resultados obtidos são muito animadores e estimulantes, já que, tomando como referência os resultados dos dois módulos anteriores, pude verificar uma pequena melhoria na média académica da turma, conseguindo que na avaliação do módulo 3 nenhum aluno tivesse negativa na disciplina, sendo que no módulo 4 só dois alunos não conseguiram aprovar, o que nos leva à conclusão de que os objetivos foram alcançados.

Também, no que diz respeito ao processo de avaliação, fiquei a questionar-me se o sistema de avaliação reflete realmente que o aluno sabe. Será que fui justa na minha avaliação? Estes questionamentos surgem perante a situação do aluno Gabriel, onde na primeira proposta não fez entrega de nenhum instrumento que permitisse a sua avaliação, mas mostrou o melhor desempenho da turma na apresentação final do módulo. Foi possível evidenciar o trabalho que realizou e os conhecimentos adquiridos, mas conforme os critérios de avaliação, isto representava só uma pequena percentagem da nota.

Da minha perspetiva, enquanto observadora participante neste estudo, acredito que é necessário e importante ter como ponto de partida um contexto real para a formação de nossos estudantes. O desenvolvimento deste trabalho mudou a minha perspetiva como professora e a formação em matemática dos estudantes que nela participaram.

É certo que esta mudança deve ser gradual e, essencialmente, deve tomar como referência o conteúdo programático do curso. Contudo, e reconhecendo as dificuldades, é igualmente certo que urge envolver os estudantes neste tipo de atividades, oferecendo-lhes a possibilidade de desenvolver competências matemáticas na procura de estratégias para a resolução dos problemas propostos.

Como resultado do trabalho desenvolvido, acredito que a implementação da modelação matemática aproxima de uma forma muito mais efetiva os estudantes das realidades particulares do seu próprio redor, sendo minha convicção que esta metodologia evidencia as virtudes do trabalho colaborativo, ao permitir uma formação não só teórica, mas igualmente prática e formativa, na medida em que proporciona a aquisição e desenvolvimento de habilidades matemáticas, sociais e comunicativas.

É igualmente de assinalar que se percebe que esta metodologia deve estar acompanhada de uma disposição e apropriação por parte dos estudantes da consciência de um forçoso empenho e perseverança no trabalho, condições necessariamente conducentes ao conhecimento dos conceitos matemáticos.

Reconheço que em algumas fases da modelação me deparei com algumas dificuldades na compreensão, apropriação e aplicação das razões trigonométricas, das funções, como a interpretação dos parâmetros e, na Estatística, na interpretação dos dados recolhidos, bem como alguma falta de determinação e autonomia em alguns grupos na hora de desenhar, construir e apresentar o seu trabalho. Neste ponto é importante enfatizar que toda a metodologia de aprendizagem deve ser acompanhada de situações que permitam, com assertividade e eficácia, captar o interesse dos alunos para o bom desenvolvimento da prática pedagógica.

Em suma, os resultados e conclusões obtidas neste trabalho, não só são evidentes para esta turma do 10.º ano de Técnico de Gestão e Programação de Sistemas Informáticos da escola da APEL, mas vêm também comprovar que na prática diária é possível que os estudantes melhorem o seu rendimento académico e criatividade, encontrando na matemática um meio aliciante e produtivo para dar resposta a problemas próprios do seu redor e do seu dia a dia.

Referências Bibliográficas

- Ainscow, M. (2004). *Tendiéndoles la mano a todos los estudiantes: algunos retos y oportunidades*.
<http://campus.usal.es/~inico/investigacion/jornadas/jornada3/actas/conf1.pdf>.
- Almeida, Silva, K. P., & Vertuan, R. E. (2012). *Modelagem Matemática na educação Básica*. São Paulo: Contexto.
- Andrade, M. M. (2008). *Ensino e aprendizagem de Estatística por meio da modelagem matemática: uma investigação com o ensino médio*. Dissertação de mestrado, Universidade Estadual Paulista, Instituto de Geociências e Ciências Exatas.
<http://hdl.handle.net/11449/91104>.
- Ausubel, D. P. (2000). *The acquisition and retention of Knowledge: A cognitive view*. Boston: Kluwer.
- Baptista, C. S., & Sousa, M. J. (2011). *Como Fazer Investigação, Dissertações, Tese e Relatórios*. Pactor.
- Barbosa, J. C. (2004). *Modelagem Matemática: o que é? Por qué? Como?* Veritati, 1(4), pp. 73-80.
- Barbosa, T., Bueno, S., & Lima, M. (2011, junho 26-30). *Modelagem Matemática: um método de ensino e aprendizagem* [Apresentação de paper]. XII Conferencia Interamericana de Educação Matemática. Recife, Brasil.
- Bassanezi, R. C. (2011). *Ensino-aprendizagem com modelagem matemática: uma nova estratégia*. São Paulo: Contexto.
- Bernard R. (1994). *Research Methods in Anthropology: Qualitative and Quantitative Approaches*. Thousand Oaks, CA:Sage.
- Biembengut, M. S., & Hein, N. (2011). *Modelagem Matemática no Ensino*. São Paulo: Contexto.
- Biembengut, M. S., & Hein, N. (2004). *Modelación Matemática y los desafíos para ensinar matemática*. Educación Matemática, 16(2) pp.105-125.
- Bisognin, V., & Bisognin, E. (2013, setembro 16-20). *Desenvolvimento de competências por meio da modelagem matemática com alunos em formação inicial*. [Apresentação de paper]. XI Encontro Nacional de Educação Matemática, (p. 5). Curitiba, PR.
- Blomhøj, M. (2004). *Mathematical modelling – A theory for practice*. International perspectives on Learning and Teaching Mathematics, 1, 145-159.
- Blomhøj, M. (2009). *Different perspectives in research on the teaching and learning mathematical modelling*. [Categorising the TSG21 papers]. Institut for Studiet af Matematik og Fysik sam deres Funktioner I Undervisning Forskning og Anvendelse. Tekster, (461), 1-19. <http://milne.ruc.dk/ImfufaTekster/pdf/461.pdf>
- Blum, W., & Ferri, R. B. (2009). *Mathematical Modelling: Can it Be Taught and Learnt?* Journal of Mathematical Modelling and Application, 1(1), 45-58.

- Bolden, D. S., Harries & Newton (2010). *Pre-service primary teachers' conceptions of creativity in mathematics*. *Educational Studies in Mathematics*, 73, 143-157.
- Bogdan, R., & Biklen, S. (1994). *Investigação qualitativa em Educação: uma introdução à teoria e aos métodos*. Porto: Porto editora.
- Cascante, N. & Marín, P. (2012). *La construcción de estrategias didácticas innovadoras en el contexto universitario: La experiencia desarrollada en el curso de Didáctica Universitaria*. En Artolozaga, Cascante, D'Antoni y otros (Eds.), *Didáctica Universitaria: Experiencias docentes en la Universidad de Costa Rica*. SIEDIN.
- Castro, N. (2013). *Efectos de la resolución de problemas como estrategia metodológica en la modelación y solución de problemas matemáticos que involucran ecuaciones de primero y de segundo grado* [Dissertação de mestrado]. Universidad de la Salle.
- Chevallard, Y., Bosch, M., & Gascón, J. (1997). *Estudiar matemáticas: el eslabón perdido entre la enseñanza y el aprendizaje*. Barcelona: ICE Universitat de Barcelona.
- Chiarottino, Z. R. (1998). *A teoria de Jean Piaget e a educação*. São Paulo: Papelivro, p. 84-100.
- Córdoba, F. (2011). *La modelación en matemática educativa: Una práctica para el trabajo de aula en ingeniería*. [Tese de doutoramento]. Instituto Politécnico Nacional, México D.F.
- De Bono, E. (1974). *El pensamiento lateral*. Barcelona: Paidós.
- De La Torre, S. (1984). *Creatividad Plural. Sendas para indagar sus múltiples perspectivas*. Barcelona: PPU.
- DeHaan, R. L. (2009). *Teaching creativity and inventive problem solving in science*. *CBE-Life Sciences Education*, 8(3), 172-181.
- DeHaan, R. L. (2011). *Teaching creativity science thinking*. *Science* 334, 1499-1500.
- Delval, J. (1998). *Aprender a aprender*. Campinas: Papirus.
- Delval, J. (2001). *Aprender na vida e aprender na escola*. Porto Alegre: Artmed.
- Denzin, N. K. (1989). *Interpretive Interactionism. The Research Act (3rd edn)*. London: Prentice Hall.
- DeWalt, K. M. (1998). *Participant observation*. In H. Russell Bernard (Ed.), *Handbook of methods in cultural anthropology*. Walnut Creek: AltaMira Press.
- DeWalt, K. M. (2002). *Participant observation: a guide for fieldworkers*. Walnut Creek, CA: AltaMira Press.
- DGE (s.d). *Cursos profissionais*. <https://www.dge.mec.pt/cursos-profissionais>.
- Erlandson, D. A., Harris, E. L., & Skipper, B. L. (1993). *Doing naturalistic inquiry: A guide to methods*. Newbury Park, CA: Sage.
- Ferrés, J. (1997). *Vídeo y educación*. Barcelona: Editora Laia.
- Fine, G. A. (2003). *Towards a peopled ethnography developing theory from group life*. *Ethnography*, 4(1), pp. 41-60.

- Flemming, D., Luz, E., & Mello, A. C. (2005). *Tendências em educação matemática*. Palhoça, Rio Grande do Sul: UnisulVirtual.
- García, J. J. (1998). *La creatividad y la resolución de problemas como bases de un modelo didáctico alternativo*. *Revista de Educación y Pedagogía* 10(21), pp.145-173.
- Goleman, D. K., Kaufman & Ray (1992). *El espíritu creativo*. Barcelona: Vergara.
- Hadamard, J. (1945). *An essay on the psychology of invention in the mathematical field*. New York: Princeton University Press.
- Huincahue, J., & Mena-Lorca, J. (2014). *Modelación matemática en la formación inicial de profesores*. Pontificia Universidad Católica de Valparaíso, Chile.
- Kaiser, G., Blomhøj, M. & Sriraman, B. (2006). *Towards a didactical theory for mathematical modelling*. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, 38(2), pp. 82-85.
- Kaiser, G. & Sriraman, B. (2006). *A global survey of international perspectives on modelling in mathematics education*. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, 38(3) , pp.302 - 310.
- King, RD., Garrett, S. M. & Coghill, G. M. (2005). *On the use of qualitative reasoning to simulate and identify metabolic pathways*. *Bioinformatics*, 21, 2017-2026.
- Marshall, C. & Rossman. (1989). *Designing qualitative research*. Newbury Park, CA: Sage.
- Matos, J. F. (1995). *Modelação Matemática*. Lisboa. Universidade Aberta.
- Monereo, C. (1998). *Temas Fundamentais em Psicologia e Educação; Construção ou Instrução*. *Revista Substratum Artes Médicas.*, 35-55.
- Moreno-Martinez, N.M., López-Meneses, E. & Leiva-Olivencia, J.J., (2018). *El uso de las tecnologías emergentes como recursos didácticos en ámbitos educativos*. *International Studies on Law and Education*, 29 (30), 131 - 146.
- National Advisory Committee on Creative and Cultural Education (NACCCE) (1999). *All Our Futures: Creativity, Culture and Education: Report to the Secretary of State for Education and Employment*. London: Department for Education and Employment.
- Nadjafikhah, M. & Yaftian. (2013). *The frontage of creativity and Mathematical Creativity*. *Procedia-Social and Behavioral Sciences*, 90, 344-350.
- Pinto, J. & Santos, L. (2006). *Modelos de avaliação das aprendizagens*. Lisboa: Universidade Aberta.
- Poincaré, H. (1908). *Science et méthode*. Paris: Flammarion.
- Polya, G. (1965). *Como plantear y resolver problemas*. México DF: Trillas.
- Pollak, H. (1979). *The interaction between mathematics and other school subjects*. In UNESCO (Ed.) *New Trends in mathematics teaching*, Vol IV. Paris, p. 232-248.
- Ponte, J. P. (1992). *A modelação no processo de aprendizagem*. *Educação e Matematica* (23), 15 - 19.
- Ponte, J. P. (2006). *Estudos de caso em educação matemática*. *Bolema* 25, 105-132.

- Porras-Lizano, K., & Fonseca-Castro, J. (2015). *Aplicación de actividades de modelización matemática en la educación secundaria costarricense*. Revista Uniciencia, 29(1), 42-57.
- Ramos, M. (2006). *Educadores creativos, alumnos creadores: Teoría y práctica de la creatividad*. Caracas - Venezuela: San Pablo.
- Ribeiro, F. D. (2008). *Metodologia do ensino de Matemática e Física*. Curitiba: Ibpex.
- Romero, S. (2011). *La resolución de problemas como herramienta para la modelización matemática*. Modelling in Science education and Learning, 4(5), 71-82.
- Silver, E. A. (1997). *Fostering creativity through instruction rich in mathematical problem solving and problem posing*. ZDM, 29(3), 75-80.
- Sorin, M. (1992). *Creatividad. Como, por qué, para qué?* Barcelona: Labor.
- Schensul, Stephen L.; Shensul, Jean J. & LeCompte, Margaret D. (1999). *Essential ethnographic methods: Observations, interviews*. AltaMira Press. Oxford.
- Stein, M. I. (1956). *A Transactional approach to creativity. Research conference on the identification of creative talent*. Salt Lake City: University of Utah Press.: En D, W. Taylor. 260-268.
- Taylor, S. J., & Bogdan, R. (1987). *Introducción a los métodos cualitativos de investigación*. Barcelona: Paidós.
- Trigueros, M. (2009). *El uso de la modelación en la enseñanza de las matemáticas*. Innovación Educativa, 9(46), 75-87.
- Villa-Ochoa, J. A. (2009). *Modelación en educación matemática: Una mirada desde los lineamientos y estándares curriculares colombianos*. Revista Virtual Universidad Católica del Norte, 27, 1-21. <http://hdl.handle.net/123456789/3003>
- Villalobos, J., Brenes, S. & Mora, S. (2012). *Herramienta asistida por computadora para la enseñanza del álgebra relacional en bases de datos*. Revista Uniciencia, 26, 179-195. <https://www.revistas.una.ac.cr/index.php/uniciencia/article/view/3873>.

Anexos

Anexo 1



Curso Profissional Técnico de Gestão e Programação de Sistemas Informáticos – Nível 4

Ano: 1º

Ano Letivo: 2020-2021

Disciplina: Matemática

Módulo: A3 – Estatística.

Proposta Pedagógica.

Modelação Matemática.

Ana Luisa Gomes Mendes Escola da APEL 09/03/2021

A disciplina da matemática, no curso de **Técnico de Gestão e Programação de Sistemas Informáticos**, tem como finalidade desenvolver a capacidade de usar a matemática como instrumento de interpretação e intervenção no real; desenvolver a capacidade de selecionar a matemática relevante para cada problema da realidade; desenvolver as capacidades de formular e resolver problemas, de comunicar, assim como a memória, o rigor, o espírito crítico e a criatividade; promover o aprofundamento de uma cultura científica, técnica e humanística que constitua suporte cognitivo e metodológico tanto para a inserção plena na vida profissional como para o prosseguimento de estudos; contribuir para uma atitude positiva face à Ciência; promover a realização pessoal mediante o desenvolvimento de atitudes de autonomia e solidariedade; criar capacidades de intervenção social pelo estudo e compreensão de problemas e situações da sociedade atual e bem assim pela discussão de sistemas e instâncias de decisão que influenciam a vida dos cidadãos, participando desse modo na formação para uma cidadania ativa e participativa.

Um dos objetivos da estatística é reunir e organizar dados para descrever uma amostra de uma população ou a própria população. Isto pode ser introduzido através de um outro tipo de atividade que trabalha a característica de interesse e que favorece o tratamento descritivo de várias formas, como gráficos, tabelas e medidas descritivas

propriamente ditas. A análise descritiva é uma parte muito importante da estatística, ao analisar o comportamento dos dados observados em uma amostra (ou população) através das medidas resumo e de gráficos, quer trabalhando com características (as variáveis) de modo individual, quer mostrando a relação entre duas ou mais características de interesse. As variáveis podem ser quantitativas (aquelas que podem ser representadas por um número) ou qualitativas (a resposta vem através de uma categoria). Vamos aqui desenvolver a Estatística Descritiva para uma variável numérica (também chamada de quantitativa). As variáveis que serão utilizadas são as seguintes:

1. Evolução ao longo dos anos do número de utilizadores/subscritores ativos das seguintes redes sociais:
 - Facebook
 - Twitter
 - Instagram
 - Youtube
2. Redes sociais mais usadas em Portugal.
3. Número de jogadores dos 15 jogos *online* mais jogados no mundo no 2020.
4. Empresas que utilizam computadores com ligação à Internet para fins profissionais, em empresas com 10 ou mais pessoas ao serviço em Portugal entre os anos 2015 e 2020.
5. Vendas de bens e serviços realizadas através do comércio eletrónico, do total do volume de negócios das empresas com 10 ou mais pessoas ao serviço, em Portugal entre os anos 2014 e 2020.
6. Empresa que recrutaram ou tentaram recrutar especialistas em TIC, do total de empresas com 10 ou mais pessoas ao serviço, por escalão de pessoal ao serviço em 2019.

O trabalho será desenvolvido em duplas. Uma vez formadas as duplas deverão selecionar as variáveis que irão ser estudadas entre as seis (6) propostas antes expostas.

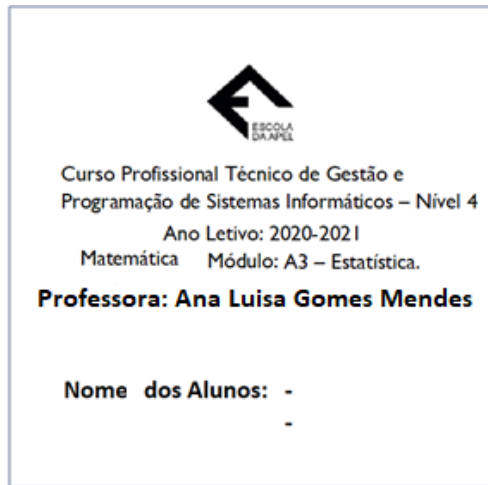
Este trabalho está dividido em duas partes, a primeira é sobre a elaboração de um documento escrito e a segunda uma breve apresentação do mesmo.

Estrutura do trabalho escrito:

O trabalho deve ter as seguintes partes:

1. Capa

A mesma deverá ser elaborada como o exemplo a continuação.



2. Introdução

Fazer a introdução ao tema. Neste caso pode ser resumida a história do tópico em estudo de forma a enquadrar melhor as análises estatísticas que vá realizar. Caso exista e seja do nosso conhecimento algum estudo semelhante ao que vamos fazer, deve ser indicado aqui e feita a respetiva referência. Aqui também devem ser referidos os dados que vamos utilizar, os quais podem ser apresentados em forma de tabela, figura ou ambos. Deve ser referida a fonte dos dados e, caso se incluam figuras não originais, também deve ser feita a respetiva referência.

3. Cálculos e resultados

Nesta parte deverão aparecer:

- Tabelas de frequências.
- Gráficos.
- Medidas de localização e dispersão, como: media, moda, mediana, quartis, amplitude, amplitude interquartis, variância e desvio – padrão.

Deverão aparecer todos os cálculos feitos.

4. Conclusões

Por último, nesta parte, deverá refletir sobre os alcances e resultados obtidos com o trabalho, assim como compará-los entre eles e os possíveis dados encontrados na sua pesquisa sobre outros estudos semelhantes realizados.

5. Referência bibliográfica

Link de interesse para sua pesquisa:

- Estatísticas de redes sociais 2020: Utilizadores de Facebook, Instagram, YouTube, LinkedIn, Twitter, Tiktok e outros (juancmejia.com).
- Os 15 jogos online mais jogados no mundo em 2020 - Maiores e Melhores.
- Redes sociais mais usadas em Portugal (van.pt)
- Portal do INE.

Apresentação do trabalho:

Para efeitos da avaliação, as duplas deverão fazer uma breve apresentação do trabalho realizado apresentando, assim, o tópico selecionado, dados importantes da pesquisa, cálculos e resultados obtidos e suas conclusões. Recomenda-se a utilização do PowerPoint para esta parte.

Datas de Entrega:

- Trabalho escrito: 12/03/2021.
- Apresentação oral do trabalho: 15/03/2021.

Equipas de trabalho:

1. Equipa 1 - **Tópico 1: Instagram**
2. Equipa 2 - **Tópico 2: Youtube**
3. Equipa 3 - **Tópico 3: Redes Sociais**
4. Equipa 4 - **Tópico 4: Número de Jogadores**
5. Equipa 5 - **Tópico 5: Facebook**
6. Equipa 6 - **Tópico 6: Twitter**
7. Equipa 7 - **Tópico 7: Empresas com ligação a internet**

Anexo 2



Curso Profissional Técnico de Gestão e Programação de Sistemas

Informáticos – Nível 4

Ano: 1º

Ano Letivo: 2020-2021

Disciplina: Matemática

Módulo: A4 – Funções Periódicas.

Prof./Form.: Ana Luisa Gomes Mendes.

Trabalho de Modelação nº 1

A disciplina de Matemática, no curso de **Técnico de Gestão e Programação de Sistemas Informáticos**, tem como finalidade desenvolver a capacidade de usar a Matemática como instrumento de interpretação e intervenção no real; desenvolver a capacidade de selecionar a Matemática relevante para cada problema da realidade; desenvolver as capacidades de formular e resolver problemas, de comunicar, assim como a memória, o rigor, o espírito crítico e a criatividade; promover o aprofundamento de uma cultura científica, técnica e humanística que constitua suporte cognitivo e metodológico tanto para a inserção plena na vida profissional como para o prosseguimento de estudos; contribuir para uma atitude positiva face à Ciência; promover a realização pessoal mediante o desenvolvimento de atitudes de autonomia e solidariedade; criar capacidades de intervenção social pelo estudo e compreensão de problemas e situações da sociedade atual e bem assim pela discussão de sistemas e instâncias de decisão que influenciam a vida dos cidadãos, participando desse modo na formação para uma cidadania ativa e participativa.

Objetivos gerais do curso:

O módulo A4 de Funções Periódicas, procura desenvolver as seguintes competências nos alunos:

- Aptidão para fazer e investigar matemática recorrendo à modelação com uso de tecnologia.

- Aptidão para elaborar, analisar e descrever modelos para fenómenos reais utilizando funções periódicas.
- Capacidade de comunicar oralmente e por escrito as situações problemáticas e os seus resultados.
- Capacidade de apresentar de forma clara, organizada e com aspeto gráfico cuidado os trabalhos escritos, individuais ou de grupo.

Objetivos gerais da atividade:

Para esta atividade espera-se que o aluno seja capaz de:

- Identificar situações quotidianas em que seja aplicável a resolução de triângulos utilizando a trigonometria.
- Organizar a informação de uma forma lógica.
- Identificar como um cálculo matemático permitiu-lhe resolver uma situação da vida real.

Trigonometria

Como se relaciona a trigonometria em situações da vida real?

Contexto. A trigonometria estuda as relações entre ângulos e as suas medidas exatas mediante o uso de razões trigonométricas. Para melhorar a visualização por parte do aluno das relações envolvidas, assim como também aprofundar a compreensão que permitirá a resolução de problemas reais, propõe-se uma atividade que ajude a entender este importante tema, para além do abstrato. Espera-se que, a partir das identidades, o aluno seja capaz de desenvolvê-los com base nos seus conhecimentos e seja capaz de aplicá-lo em diferentes situações problemáticas. Esta atividade inclui a elaboração de um vídeo que exponha a resolução do problema de aplicação estabelecido pelo aluno, com uma duração máxima de cinco minutos, para ser entregue até o dia 06/05/2021.

Atividade: O trabalho será desenvolvido em grupos de três pessoas. Uma vez formados os grupos, deverão seguir os passos que estão na continuação.

1. Identifique uma situação problema no teu quotidiano que envolva triângulos retângulos e a trigonometria, para a sua resolução.
2. Indique e discuta com seu professor qual é o estudo que pretende fazer.

3. Uma vez feita a eleição da situação problema a qual pretende fazer o seu estudo matemático, entregue um documento em word com a seguinte estrutura:



Curso Profissional Técnico de Gestão e Programação de Sistemas Informáticos – Nível 4

Ano: 1º

Ano Letivo: 2020-2021

Disciplina: Matemática

Módulo: A4 – Funções Periódicas.

Prof./Form.: Ana Luisa Gomes Mendes.

Trabalho de Modelação nº 1

1. Situação problema selecionada pela equipa.
2. Resolução do problema.
3. Breve explicação de como realizou e levou a termo esta atividade.
4. Resolva, explique e faça uma simulação real do problema, em vídeo, de máximo cinco minutos, onde exponha e planeie uma metodologia para sua resolução utilizando as relações apreendidas.

Anexo 3



Curso Profissional Técnico de Gestão e Programação de Sistemas
Informáticos – Nível 4

Ano: 1º

Ano Letivo: 2020-2021

Disciplina: Matemática

Módulo: A4 – Funções Periódicas.

Prof./Form.: Ana Luisa Gomes Mendes.

Trabalho de Modelação nº 2

Objetivo geral: Compreender a função seno e cosseno para resolver problemas envolvendo fenómenos periódicos do quotidiano.

Objetivos Específicos:

- Utilizar o simulador “Interferência de Ondas” para introduzir o tema da proposta didática.
- Perceber fenómenos periódicos no quotidiano.
- Construir o gráfico da função seno e cosseno.
- Analisar e compreender as características do gráfico da função seno e cosseno, estabelecendo relações com a circunferência trigonométrica.
- Relacionar funções trigonométricas com fenómenos periódicos.
- Entender o papel que cada parâmetro desempenha nas funções trigonométricas seno e cosseno.
- Mostrar aplicações das funções trigonométricas relacionadas com os fenómenos periódicos através da resolução de problemas.

Contexto. No nosso dia a dia, são diversos os fenómenos que têm tendência a ocorrer periodicamente e que, por isso, podem ser modelados por funções periódicas. Por exemplo, todos os dias acontece o nascer e o pôr-do-sol; a temperatura média mensal varia de forma periódica, ano após ano; a teoria moderna da luz é baseada na “mecânica ondulatória”, com vibrações periódicas; as marés e as fases da lua também

são fenómenos periódicos. A grande vantagem das funções periódicas é que, conhecido o seu comportamento, permitem prever com relativa facilidade o que ocorre em momentos não observados.

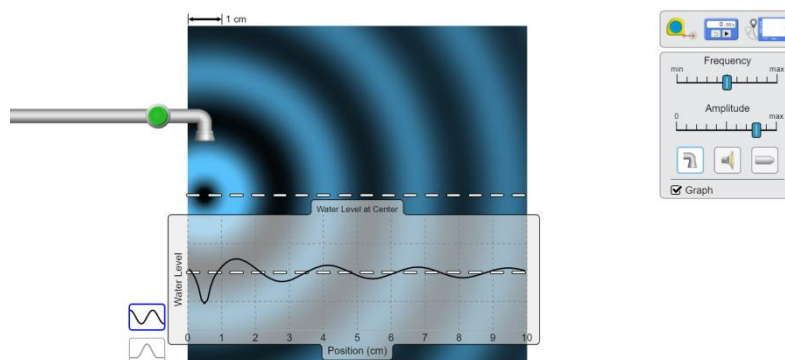
Na continuação encontrará uma série de atividades onde poderá identificar as principais características destas funções.

Aplicação das funções trigonométricas na modelação do real

Situação nº 1: As Ondas

Na continuação deverá explorar o simulador “Interferência de Ondas”.

Para isto deverá usar o teu telemóvel e aceder ao link: <http://phet.colorado.edu/en/simulation/wave-interference>. Depois de fazer *download* do simulador encontrarás quatro opções: *Waves*, *interference*, *slits*, *diffraction*. Deverás aceder a *Waves*. Neste, encontrarás três representações gráficas de ondas. Experimenta modificar a frequência, a amplitude e todos os elementos que encontrares neste simulador. A seguir, a imagem da tela do simulador:

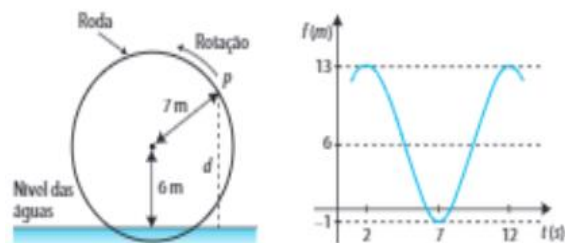


Depois de verificar algumas características dos gráficos obtidos no simulador, responde na folha os seguintes questionamentos:

1. O que é um movimento periódico?
2. Os três casos são exemplos de fenómenos periódicos?
3. Consegue mencionar outros exemplos do quotidiano, em que podemos observar fenómenos periódicos?
4. Qual a alteração observada no gráfico do nível da água, ao modificar a frequência?
5. Qual a alteração observada nos gráficos da água e da luz, ao modificar a amplitude?
6. No caso do som, o que caracteriza a amplitude? E a frequência?

Para cada uma das representações, nomeadamente a do nível da água, do som e da luz, deverás fixar uma frequência e uma amplitude no simulador e reproduzir na folha de respostas o gráfico aproximado de cada uma das situações. Depois deverás construir uma tabela com valores aproximados e introduzir os mesmos na calculadora gráfica. De seguida, utilizando a opção de regressão sinusoidal da calculadora, obtém a expressão analítica da função que melhor representa os dados de cada uma das representações e escreve as mesmas na folha de respostas. Que podes concluir de cada uma das expressões obtidas?

Situação nº 2: A Roda.



Tal como o gráfico documenta, dois segundos após o início do movimento da roda, o ponto P atingiu a altura máxima (13 metros) e cinco segundos depois, aos 7 segundos, atingiu a sua altura mínima (-1 metro).

Determina, então, a expressão analítica da função f . Considera $y = \cos x$ como ponto de partida, ou seja, a função f será uma função do tipo $y = A \cdot \cos (Bx - C) + D$. O objetivo é determinar A, B, C e D, tendo em conta os dados fornecidos.

De seguida, com ajuda da calculadora, faz a representação gráfica da função. (Também deverás representar na folha de respostas o gráfico obtido e entregar ao professor).

Situação nº 3: As fases da Lua.



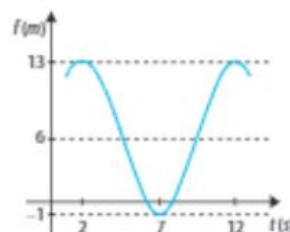
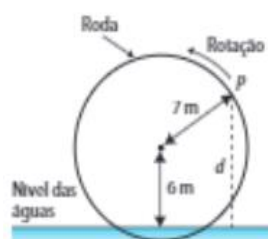
Dia	%	Dia	%
1	100	17	3
2	97	18	7
3	92	19	13
4	84	20	20
5	74	21	28
6	64	22	38
7	53	23	48
8	42	24	58
9	32	25	68
10	23	26	78
11	15	27	87
12	9	28	94
13	4	29	98
14	1	30	100
15	0	31	99
16	1		

1. Introduz os dados da tabela na calculadora gráfica.
2. Realiza a sua representação gráfica.
3. Utilizando a opção de regressão sinusoidal da calculadora, obtém a expressão analítica da função que melhor representa os dados.
4. Obtida a expressão, determina qual é a percentagem da Lua que estará iluminada nos dias 5, 15 e 20 de fevereiro.

Anexo 4

Resolução da Ficha (Situação N° 2: A Roda) pela Equipa 2:

Resposta a.



Determinação de **A**:

Sabe-se que o contradomínio da função é: $D' = [-1, 13]$.

Sabe-se que a amplitude de uma função periódica é metade da diferença entre o máximo e o mínimo da função, por tanto temos que a amplitude é igual a 7, já que:

$$A = \frac{13 - (-1)}{2} = \frac{14}{2} = 7$$

Assim, nossa equação fica:

$$y = 7 \times \cos(Bx - C) + D$$

Determinação de **B**:

Observando o gráfico, facilmente se conclui que o período da função f é 10.

$$\text{Assim, } P = 10 \rightarrow \frac{2\pi}{B} = 10 \rightarrow B = \frac{2\pi}{10}$$

$$\rightarrow B = \frac{\pi}{5} \quad \text{logo, nossa função é: } y = 7 \times \cos\left(\frac{\pi}{5}x - C\right) + D$$

Determinação de **D**:

Observando o gráfico, verifica-se que há uma reta horizontal, $y = 6$, que divide o gráfico a meio, tal como o eixo das abcissas faz com a função cosseno. Podemos então concluir que o gráfico da função cosseno sofreu uma traslação vertical de 6 unidades para cima, pelo que $D = 6$.

$$\text{Assim; } y = 7 \times \cos\left(\frac{\pi}{5}x - C\right) + 6$$

Determinação de **C**:

Para determinar o valor de C , substituímos na expressão as coordenadas de um ponto do gráfico da função. Considerando o ponto $(2, 13)$ temos:

$$y = 7 \times \cos\left(\frac{\pi}{5}x - C\right) + 6$$

$$7 = 7 \times \cos\left(\frac{\pi}{5} \cdot 2 - C\right)$$

$$\frac{\pi}{5} \times 2 - C = 0 + 2k\pi,$$

$$k \in \mathbb{Z} \rightarrow$$

$$k \in \mathbb{Z}$$

$$C = \frac{2\pi}{5} + 2k\pi, \quad k \in \mathbb{Z}$$

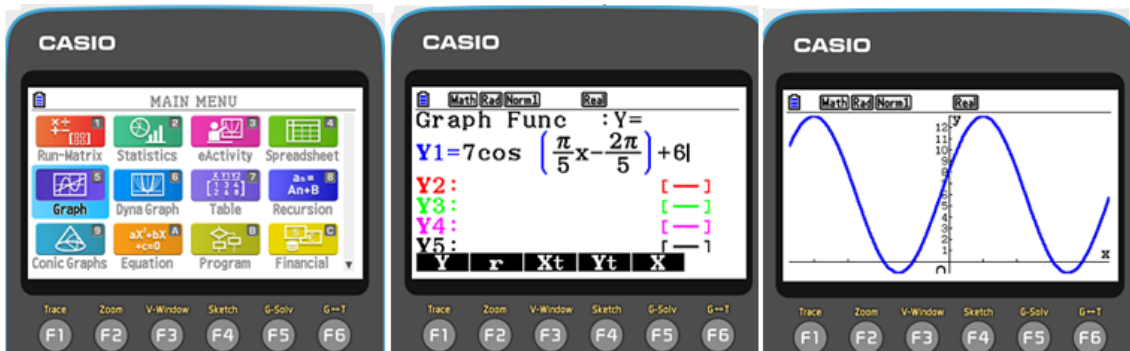
Temos então: Se $k = 0$, $C = \frac{2\pi}{5}$

$$\text{Se } k = 1, C = \frac{2\pi}{5} + 2\pi = \frac{12\pi}{5}$$

Considerando $\frac{2\pi}{5}$, um dos infinitos valores de C , chegamos à expressão pretendida.

Assim $y = 7 \times \cos\left(\frac{\pi}{5}x - \frac{2\pi}{5}\right) + 6$

Utilizando a calculadora temos:



Anexo 5

Resolução da Ficha (Situação N° 2: A Roda) pela Equipe 3:

Situação 2: A roda

Calculos para determinar A:

- Contradomínio: $D' = [-1, 13]$

$$A = \frac{13 - (-1)}{2} = \frac{14}{2} = 7 \rightarrow \text{Amplitude}$$

$$y = 7 \times \cos(Bx - C) + D$$

- Calculos para determinar B:

$$P = 10 \rightarrow \text{período} \Rightarrow \frac{2\pi}{B} = 10 \Leftrightarrow B = \frac{2\pi}{10}$$

$$B = \frac{\pi}{5} \rightarrow y = 7 \times \cos\left(\frac{\pi}{5}x - C\right) + D$$

- Calculos para determinar C:

$$D = 6 \rightarrow y = 7 \times \cos\left(\frac{\pi}{5}x - C\right) + 6$$

- Calculos para determinar G:

$$y = 7 \times \cos\left(\frac{\pi}{5}x - C\right) + 6$$

$$P(2, 13) \rightarrow 13 = 7 \cos\left(\frac{\pi}{5} \times 2 - C\right) + 6$$

$$7 = 7 \cos\left(\frac{\pi}{5} \times 2 - C\right) \rightarrow 1 = \cos\left(\frac{\pi}{5} \times 2 - C\right)$$

$$\frac{\pi}{5} \times 2 - C = 0 + 2k\pi \rightarrow C = \frac{2\pi}{5} + 2k\pi$$

$$\text{para } k=0 \quad C = \frac{2\pi}{5}$$

$$\text{para } k=1 \quad C = \frac{2\pi}{5} + 2\pi = \frac{12\pi}{5}$$

$$y = 7 \cos\left(\frac{\pi}{5}x - \frac{3\pi}{5}\right) + 6$$

Anexo 6

Documentos/Questionário/Inquérito

Grelha de avaliação – Módulo 3

Nº	Trabalho Apresentação		Domínio Cognitivo										Atitudes e valores				Percentagem				Media global AVALIAÇÃO
			teste 1	5%	teste 2	5%	teste 3	5%	teste 4	35%	Trabalho	Atores	Assiduidade	Respeito	atitude	Media A.V.	Testes 50%	Trabalhos 40%	At. e val. 10%		
1	0	0	20	1	10	0,5	10	0,5	17	5,95	1	1	20	16	16	17,3	7,95	0	1,73	9,68	10
3																0,0	0	0	0,00	0,00	
4	9	10	0	0	3	0,15	5	0,25	15	5,25	9	10	20	18	15	17,7	5,65	3,7	1,77	11,12	11
5	10	0	15	0,75	20	1	20	1	13	4,55	10	1	18	18	15	17,0	7,3	3	1,70	12,00	12
6	16	0	15	0,75	20	1	20	1	20	7	16	1	20	17	16	17,7	9,75	4,8	1,77	16,32	16
7	18	16	20	1	17	0,85	5	0,25	20	7	18	16	20	20	16	18,7	9,1	7	1,87	17,97	18
9	16	0	10	0,5	0	0	20	1	16	5,6	16	1	17	15	15	15,7	7,1	4,8	1,57	13,47	14
10																0,0	0	0	0,00	0,00	
11	10	0	20	1	17	0,85	10	0,5	15	5,25	10	1	18	18	18	18,0	7,6	3	1,80	12,40	13
12	18	16	15	0,75	20	1	15	0,75	20	7	18	16	20	18	18	18,7	9,5	7	1,87	18,37	18
13	11	11	0	0	3	0,15	5	0,5	9	3,15	11	11	16	16	12	14,7	3,8	4,4	1,47	9,67	10
14	0	0	20	1	17	0,85	20	1	20	7	1	1	20	18	18	18,7	9,85	0	1,87	11,72	12
15	9	10	15	0,75	13	0,65	0	0	10	3,5	9	10	18	18	17	17,7	4,9	3,7	1,77	10,37	10
17	0	0	20	1	17	0,85	20	1	20	7	1	1	20	18	18	18,7	9,85	0	1,87	11,72	12
19	16	0	20	1	17	0,85	20	1	20	7	16	1	15	17	17	16,3	9,85	4,8	1,63	16,28	16
20	0	0	20	1	20	1	20	1	20	7	1	1	18	17	16	17,0	10	0	1,70	11,70	12
Media de Tur.																				13	

Grelha de avaliação – Módulo 4

N°	Dominio Cognitivo						Trabalhos		Atitudes e valores				Percentagem				AVALIAÇÃO M
	Teste 1	5%	Teste 2	5%	Teste 3	40%	Trabalho 1	Trabalho 2	Asiduidade	Respeito	Atitude	Media A.V	Testes 50%	Trabalhos 40%	Ati. e val. 10%	0% Media glot	
1	4	0,2	4	0,2	10	4	0	9	20	15	15	16,7	4,4	1,8	1,67	7,87	8
3	12	0,6		0	6	2,4	18	15	18	18	18	18,0	3	6,6	1,80	11,40	11
4	12	0,6	6	0,3	16	6,4	18	15	20	17	16	17,7	7,3	6,6	1,77	15,67	16
5	12	0,6	8	0,4	10	4	18	9	18	18	15	17,0	5	5,4	1,70	12,10	12
6	16	0,8	4	0,2	14	5,6	0	14	20	17	15	17,3	6,6	2,8	1,73	11,13	11
7	8	0,4	4	0,2	20	8	15	18	20	20	16	18,7	8,6	6,6	1,87	17,07	17
9	8	0,4	6	0,3	16	6,4	0	14	17	14	14	15,0	7,1	2,8	1,50	11,40	11
10		0		0		0	0	0				0,0	0	0	0,00	0,00	
11	8	0,4	4	0,2	16	6,4	15	11	17	16	16	16,3	7	5,2	1,63	13,83	14
12	14	0,7	4	0,2	18	7,2	15	18	20	18	18	18,7	8,1	6,6	1,87	16,57	17
13	4	0,2	8	0,4	3	1,2	0	7	15	15	12	14,0	1,8	1,4	1,40	4,60	5
14	4	0,2	6	0,3	15	6	0	14	20	17	15	17,3	6,5	2,8	1,73	11,03	11
15	12	0,6	12	0,6	16	6,4	18	9	17	15	16	16,0	7,6	5,4	1,60	14,60	15
17	0	0	6	0,3	16	6,4	0	14	20	15	16	17,0	6,7	2,8	1,70	11,20	11
19		0	0	0	19	7,6	0	14	15	16	16	15,7	7,6	2,8	1,57	11,97	12
20	12	0,6	4	0,2	16	6,4	0	14	18	15	16	16,3	7,2	2,8	1,63	11,63	12
																Media da Tu	11

Anexo 7

Inquérito aos alunos:

1. Está satisfeito/a com os conhecimentos que adquiriu ou consolidou nas propostas de modelação matemática realizadas nos módulos 3 e 4:
 - Muito insatisfeito
 - Insatisfeito
 - Não estou satisfeito nem insatisfeito
 - Satisfeito
 - Muito satisfeito
2. Acha que alcançou o resultado de aprendizagem previsto para estes módulos:
 - Sim
 - Não
 - Não tenho a certeza
3. As atividades aplicadas nestes módulos foram eficazes na progressão das aprendizagens:
 - Extremamente eficaz
 - Muito eficaz
 - Um pouco eficaz
 - Não muito eficaz
 - Nada eficaz
4. As atividades cumpriram com as suas expectativas:
 - Sim
 - Não
 - Não tenho a certeza
5. Acha que este tipo de atividades ajuda a compreender melhor e de uma forma mais dinâmica:
 - Sim
 - Não
 - Não tenho a certeza
6. Achou as tecnologias usadas:
 - Muito interessantes
 - Interessantes
 - Pouco interessantes
 - Nada interessantes
7. Como foram explicadas as atividades a desenvolver pela professora?

- Nada bem
- Não muito bem
- Bem
- Bastante bem
- Extremamente bem

8. Indique pelo menos três das competências que sente que mais desenvolveu nas atividades:

- Autonomia
- Capacidade de pesquisa
- Criatividade
- Aquisição de novos conteúdos
- Estratégias para a resolução de problemas
- Trabalho em equipa
- Conhecimento de recursos digitais