Inteligencia Artificial. Revista Iberoamericana de Inteligencia Artificial
ISSN: 1137-3601
revista@aepia.org
Asociación Española para la Inteligencia Artificial
España

Revisión de Creencias

Eduardo Fermé

Departamento de Matemática e Engenharias
Universidade da Madeira
Campus Universitário da Penteada
9000-390 Funchal,
Madeira, Portugal
ferme@uma.pt

Resumen

En el presente artículo presentamos la teoría de cambio de creencias AGM: sus orígenes, su axiomática, su semántica y diferentes métodos para construir funciones de cambio. Mostramos la relación entre el modelo AGM y la lógica condicional.

Palabras clave: Revisión de Creencias, Lógicas no Monótonas, Modelo AGM, Test de Ramsey, Lógica Condicional.

1. Origen Histórico

Los estudios de revisión de creencias tienen un origen relativamente reciente. Comienzan a partir de los trabajos de los filósofos William Harper [27] e Isaac Levi [29, 30, 31] en los años ’70. Pero es en la década del ’80 en que se establece como una área de investigación a partir del trabajo de Carlos Alchourrón, Peter Gärdenfors y David Makinson [5], cuyo modelo pasa a ser el estándar del área y conocido como AGM en honor a sus autores.
El trío AGM recibió una fuerte influencia de los trabajos sobre lógicas condicionales, destacándose en particular los condicionales contrafácticos propuestos por David Lewis [35][1].
El trabajo representa una confluencia entre los artículos anteriores de Gärdenfors y los artículos conjuntos de Alchourrón y Makinson. Gärdenfors estaba interesado en establecer una semántica para los condicionales contrafácticos, queriendo definir reglas que permitieran evaluarlos sin compromiso ontológico, aunque sí epistémico [17]. Dichas reglas fueron expresadas en términos de postulados o reglas [18]. Por su parte Alchourrón y Makinson [1,2] tenían como objetivo formalizar la dinámica de los códigos legales, en particular el problema de derogar un artículo de un código legal. En estos trabajos definen las funciones *basadas en subconjuntos maximales* de un conjunto de creencias dado que no implican la creencia a derogar (*meet functions*). Siendo editor de la revista Theoria, Gärdenfors recibe el artículo de Alchourrón y Makinson y descubre que estaban trabajando en los mismos problemas formales, aunque desde diferentes ópticas. Deciden aunar esfuerzos y así surge el artículo de 1985 que muestra que las funciones planteadas por Alchourrón y Makinson satisfacían los postulados propuestos por Gärdenfors y, más aún, proveían una *caracterización* para las mismas.
Este trabajo dio rápidamente origen a una nueva área de investigación y en los años siguientes se desarrollaron nuevos modelos constructivos para funciones de cambio: *contracción segura* (*safe contraction*) propuesta por Alchourrón y Makinson [3,4] y generalizada por Hansson [24] como

---
[1] *Estos datos fueron obtenidos fundamentalmente de comunicaciones personales con Peter Gärdenfors y David Makinson, y de sus artículos [17] y [39,41] respectivamente.*

contracción de núcleo (*kernel contraction*), funciones basadas en *firmeza epistémica* (*epistemic entrenchment*) propuestas por Gärdenfors [20] y Gärdenfors y Makinson [21]; así como también una semántica: el *sistema de esferas* de Grove [22], inspirado fuertemente en la semántica de los contrafácticos de Lewis [35].

Estos desarrollos potenciaron más aún la importancia del modelo AGM. En las siguientes dos décadas, el modelo de revisión de creencias quedó definitivamente instalado como un campo de estudio en lógica. En él participan, entre otros, filósofos que quieren un modelo para el comportamiento de un agente racional con respecto a su dinámica de creencias, o bien para análisis de los cambios en las teorías científicas; lógicos interesados en los cambios en conjuntos de sentencias en lenguajes formales; especialistas en derecho que buscan un modelo que represente la dinámica de las promulgaciones, enmiendas y derogaciones de leyes en los códigos; investigadores de ciencias de la computación interesados en un modelo que formalice la noción de actualizar bases de datos de conocimiento, asi como también un mecanismo conceptual para entender la dinámica de requerimientos en ingeniería de software.

En los siguientes capítulos desarrollaremos las teorías epistémicas, en particular el modelo AGM de dinámica de creencias.

2. Teorías Epistémicas

Veamos el siguiente ejemplo[2]:

Consideremos el siguiente conjunto de sentencias en lenguaje natural: "Juan ha nacido en Puerto Carreño" (p), "José ha nacido en Puerto Ayacucho" (q), "Dos personas son compatriotas si han nacido en el mismo país" (r). Asumamos que este conjunto representa toda la información actualmente disponible sobre Juan y José. Supongamos que recibimos la siguiente pieza de información: "Juan y José son compatriotas" (s).

Si agregamos la nueva información a nuestro corpus de creencias, obtendremos un nuevo conjunto de creencias que contiene las sentencias p, q, r, y s. Además podemos definir la operación de adición como aquella que toma una sentencia y un conjunto y devuelve el mínimo conjunto que incluya a ambos. Esta operación de adición ejemplifica el modo más simple de cambiar un conjunto de sentencias. Existen otras formas que no son tan simples.

Por ejemplo, supongamos que consultando un atlas descubrimos, para nuestra sorpresa, que Puerto Carreño es parte de Colombia (t) y Puerto Ayacucho de Venezuela (u). Si agregamos t y u a nuestro conjunto original $\{p, q, r, s\}$, el resultado será un conjunto con información contradictoria: Juan y José son compatriotas, pero Puerto Carreño y Puerto Ayacucho no pertenecen al mismo país. Esta adición no refleja satisfactoriamente la idea de *actualización consistente*. Si deseamos compatibilizar la información previa con la *nueva*, alguna parte de nuestro conjunto inicial debe ser abandonado o tal vez parte o toda de la nueva información debe ser rechazada. En nuestro ejemplo, existen numerosas alternativas, entre otras, podemos suponer que la información acerca de los lugares de nacimiento de Juan y José es errónea, o tal vez que el atlas contenía errores de impresión, o tal vez no es correcto suponer que Juan y José son compatriotas. Cualquiera de estas tres opciones, tomadas individualmente o en conjunto nos permiten resolver el problema de incompatibilidad entre la nueva y la vieja información o creencias.

Consecuentemente, podemos especificar una operación que toma un conjunto y una sentencia y devuelve un nuevo conjunto consistente. Este nuevo conjunto incluye parte (o toda) de las creencias originales y la nueva sentencia (si hemos dispuesto aceptarla). El resultado de esta operación de actualización puede ser expresado como un subconjunto de la operación de adición. Podemos notar que está operación de actualización está basada en dos nociones: consistencia y una selección entre los posibles caminos para realizar el cambio.

Existen otros tipos de cambio. Supongamos que descubrimos que r es incorrecta y, en consecuencia, deseamos eliminarla de nuestro conjunto. El resultado será un nuevo conjunto donde r estará ausente. Queremos que el hecho de que Juan y José sean compatriotas quede indeterminado. Esto es diferente que decir que Juan y José no son compatriotas, dado que ignoramos dicha información.

Podemos preguntarnos si el proceso de desechar creencias puede ser visto como el proceso inverso de incorporar creencias. Al igual que la operación de actualización, la operación de eliminación puede requerir la selección entre varios resultados posibles.

[2] *El ejemplo y la discusión posterior fueron principalmente desarrolladas por Fermé [9,10] y Areces & otros [6].*

2.1. Consideraciones acerca de la dinámica de creencias

Antes de formalizar los cambios de creencias, debemos considerar diferentes cuestiones: toda formalización de un modelo de dinámica de creencias debe elegir un lenguaje de representación para las mismas. En nuestro ejemplo, la información acerca de Juan y José está representadas como un conjunto de sentencias en lenguaje natural. La elección de un lenguaje implica asumir importantes idealizaciones. En nuestro ejemplo aparecen la nociones de "consistencia" en la información, contradicción, información derivada, asi como relaciones entre los elementos del conjunto. Esto nos hace suponer, como mínimo, un lenguaje formal que permita definir estas nociones tal como lógica clásica, modal, multivaluada, graduada, entre otros. Cualquiera sea el lenguaje elegido, surge la pregunta del modo de representación del corpus de información: ¿ Debe ser mediante una única fórmula en el lenguaje (la conjunción de las sentencias independientes) o mediante un conjunto (quizás infinito) de fórmulas?. En el caso de un conjunto, ¿éste debe ser cerrado bajo la noción de consecuencia lógica o, por el contrario, una simple enumeración de hechos desnudos? Esta segunda opción implica la necesidad de calcular luego de alguna manera las consecuencias de estos hechos y tomar el compromiso de diferenciar o no entre información explícita e implícita.

¿Puede el corpus actualizarse "espontáneamente" o requiere un "estímulo" externo? En otras palabras, ¿es el corpus internamente estable? En caso de considerar un corpus de información que sufre cambios en respuesta a estímulos externos: ¿Debe haber diferencia entre la estructura formal de representación del corpus y la de la información que desata el cambio?

¿Los valores epistémicos asignados a las expresiones del lenguaje serán solamente aceptación, rechazo, indeterminación, o se deben considerar grados de aceptabilidad? ¿Que tipo de información puede representarse en el corpus? ¿Puede ser representada información de cómo modificar el mismo corpus? ¿Debe relacionarse la noción de pertenencia de una sentencia al corpus y la validez de dicha sentencia? ¿El corpus debe ser consistente? ¿Las expresiones del lenguaje serán interpretadas óntica o epistémicamente?

Por otro lado, parece fundamental definir operaciones que respondan a la noción de mínimo cambio, o máxima extensión del corpus de información. Es decir, se requiere alguna forma de "calcular el valor" de la información a ser descartada. ¿Existe un orden de preferencia que representa su credibilidad, solidez o valor informacional entre expresiones del lenguaje? ¿Este está incluido en el corpus de información o es intrínseco a la operación de cambio? ¿El mínimo cambio debe ser cuantitativo o cualitativo? ¿Cuántas y cuáles son las distintas formas en que un corpus de información puede ser modificado? ¿Son independientes o ínterdefinibles? ¿Cuál es el vínculo entre el corpus original y el actualizado? ¿Existe una función de actualización para el corpus? ¿Cuáles serían los parámetros de dicha función: el corpus original, la nueva información o deben considerarse otros posibles parámetros? ¿Las operaciones de cambio deben tener en cuenta la historia de los cambios producidos, o cada nueva operación se produce independientemente de las anteriores? ¿El proceso de actualización del corpus debe mantener la interpretación de las expresiones del lenguaje, o es esperable que un cambio altere las proposiciones asociadas a las expresiones del corpus?

Preguntas como estas inspiraron a diferentes autores a proponer distintas teorías epistémicas asumiendo y descartando, entre otras, algunas de las cuestiones previamente citadas[3].

2.2 Componentes de una teoría epistémica

Una teoría epistémica es un mecanismo conceptual para estudiar los cambios de conocimiento y creencias de un agente racional. Los elementos que la componen son[4]:

Estados Epistémicos: Los estados epistémicos son usados para representar el actual o posibles estados cognitivos de un agente racional en un determinado momento. Un estado epistémico se dice "en equilibrio" si satisface los criterios de racionalidad.

Actitudes Epistémicas: Son la condición de las creencias con respecto al estado epistémico. Por ejemplo en un modelo proposicional las actitudes podrían ser *aceptada*, *rechazada*, *indeterminada*. En un modelo probabilístico podrían ser *probable*, *deseable*, etc.

Entradas Epistémicas: Si asumimos que el corpus o estado epistémico es internamente estable, las actualizaciones requerirán de un estímulo externo: las entradas epistémicas. Dichas entradas

[3] *Entre otros Alchourrón Gärdenfors y Makinson [5], Dubois y Prade [8], Fermé y Hansson [12], Fermé y Rott [2004], Fuhrmann y Hansson [16], Levi [29, 33], Katsuno y Mendelzón [28], Segerberg [51], Spohn [52].*

[4] *Esta descomposición de las teorías epistémicas fue propuesta por Gärdenfors [21].*

provocarán un *cambio de creencias* transformando el estado epistémico original en un nuevo estado epistémico.
Criterios de Racionalidad: Se encuentran situados en el metanivel de la teoría epistémica y son usados para determinar el comportamiento de los cambios de creencias. Por ejemplo: *mínimo cambio de las creencias preexistentes*, *primacía de la nueva información*, *consistencia*, etc.

Adicionalmente existen principios básicos que deberían ser adoptados en toda teoría epistémica [7]:

Concordancia de la representación: La representación de un estado epistémico después de producido un cambio de creencias debe ser del mismo tipo que la representación del estado epistémico antes del cambio. Por ejemplo si un estado epistémico es representado por un conjunto de sentencias, el estado epistémico resultante del cambio debe ser también un conjunto de sentencias.
Imparcialidad: Si existen varios estados epistémicos candidatos como posibles resultado de una función de cambio, entonces ninguno de ellos debe ser elegido arbitrariamente como resultado.

3. El modelo AGM

Para definir el modelo AGM debemos primariamente definir un lenguaje que nos permita representar las creencias de un individuo. Consideramos un lenguaje L al menos proposicional. Asumimos que L posee los conectivos veritativo funcionales usuales: Negación ($\neg$), conjunción ($\wedge$), disyunción ($\vee$), implicación material ($\rightarrow$), equivalencia ($\leftrightarrow$). L es cerrado respecto de estos conectivos de modo tal que L representa a todas las fórmulas bien formadas. El símbolo $\perp$ denota una contradicción arbitraria y el símbolo $\top$ una tautología arbitraria. Las letras en minúsculas *p*, *q*, *r*, *s*, ... denotan sentencias y las letras latinas en mayúsculas X, Y, Z representan conjuntos de sentencias. Reservamos K, K', K'', ..., H, H', H'', etc., para conjuntos de sentencias cerrados por consecuencia lógica. $K_\perp$ representa al conjunto inconsistente.
En el modelo AGM las creencias de un agente estarán representadas como un conjunto de creencias (también llamados teorías): conjuntos de sentencias cerrados por el operador de consecuencia lógica "Cn", que cumple con las siguientes propiedades [54]:

(inclusión) $X \subseteq Cn(X)$.
(monotonía) Si $X \subseteq Y$, entonces$Cn(X) \subseteq Cn(Y)$.
(iteración) $Cn(X) = Cn(Cn(X))$.
(supraclasicalidad) Si *p* se deriva lógicamente de X, entonces $p \in Cn(X)$.
(deducción) $q \in Cn(X \cup \{p\})$ si y sólo si $(p \rightarrow q) \in Cn(X)$.
(compacidad) Si $p \in Cn(X)$, entonces $p \in Cn(X')$ para algún subconjunto finito $X' \subseteq X$.

Diremos que K es un conjunto de creencias si y sólo si $K = Cn(K)$ y $K \subseteq L$. El conjunto de todas las tautologías se corresponde con $Cn(\varnothing)$. Cualquier conjunto de creencias representa un estado epistémico y todos los estados epistémicos pueden ser representados por un conjunto de creencias.
Existen tres actitudes epistémicas en el modelo AGM. Dado un conjunto de creencias K y una sentencia $p \in L$:

- Si $p \in K$, *p* es aceptada.
- Si $\neg p \in K$, *p* es rechazada.
- Si $p \notin K$ y $\neg p \notin K$, *p* es desconocida.

Dentro de AGM se identifican tres criterios de racionalidad (citados en orden de importancia): *Primacía de la nueva información*: la nueva información es siempre aceptada; *Consistencia*: el nuevo estado epistémico debe, si es posible, ser consistente; *Economía informacional*: retener cuanto sea posible de las creencias preexistentes.

La dinámica de cambio en las creencias queda definida por funciones que, dado un conjunto de creencias y una sentencia como entrada, retornan un nuevo conjunto de creencias. Esto provoca un cambio en la actitud epistémica de dicha sentencia. Los posibles cambios son seis:

1. De desconocido a aceptado.
2. De desconocido a rechazado.
3. De aceptado a rechazado.
4. De rechazado a aceptado.
5. De aceptado a desconocido.
6. De rechazado a desconocido.

Es importante notar que estos cambios pueden, a su vez, ocasionar modificaciones en las actitudes epistémicas de otras sentencias. En AGM, los puntos 1 y 2 se denominan expansiones, los puntos 3 y 4 son referidos como revisiones, y los puntos 5 y 6 reciben el nombre de contracciones.

La expansión es la operación que modela el proceso de agregar un nuevo objeto epistémico al cuerpo de conocimiento del agente. Esta operación puede imaginarse como la expresión del proceso de aprendizaje. En AGM, la expansión consiste en el agregado de una nueva sentencia al conjunto de creencias. Operativamente se adjunta la sentencia al conjunto de creencias y se clausura por consecuencia lógica al conjunto resultante. Si simbolizamos al operador de expansión por "+", entonces definimos $K + p = Cn(K \cup \{ p \})$.

3.1. Contracción

Cuando por impulso de una entrada epistémica es necesario desprenderse de una pieza de conocimiento en un estado epistémico, estamos en presencia de una contracción. Como consecuencia de esta operación el agente en cuestión debe dejar de tener una posición determinada respecto de tal creencia. El aspecto de complejidad aparece cuando vemos que en el conjunto de creencias tratado existen otras creencias aceptadas las cuales, por sí mismas o en conjunto infieren la sentencia a ser abandonada (por ejemplo si deseamos abandonar q, no es posible conservar conjuntamente a p y $p \to q$). En estos casos será necesario abandonar otras creencias, además de la explícitamente indicada en la entrada epistémica para poder cumplir con la contracción. Por supuesto que seguimos aplicando el criterio de economía informacional, en el sentido de que bajo ningún concepto deseamos que se eliminen más creencias de las estrictamente necesarias.

El problema es que pueden existir varios conjuntos de sentencias que, de ser eliminados, bastarían para asegurar que en la clausura de las sentencias remanentes no quede incluida la sentencia objeto inicial. Por lo tanto será necesario determinar de algún modo cual de todos esos conjuntos de sentencias será efectivamente eliminado (en el ejemplo anterior decidir entre abandonar p o abandonar $p \to q$). Para poder definir una función que modele la operación de contracción debemos incluir en la definición de la misma elementos que permitan determinar el resultado de manera única. Estos elementos deberán apoyarse en criterios epistémicos más amplios que las propias sentencias. Los postulados de contracción AGM no son suficientes para definir unívocamente una función de contracción, pero enmarcan el comportamiento que una función de contracción debe tener para cumplir con los criterios de racionalidad del modelo.

La contracción de un conjunto de creencias K con respecto a una sentencia p, se denota $K - p$. De este modo, estamos definiendo en forma precisa una función de contracción de $K \times L \to P(L)$, que modela el cambio de K en $K - p$. A continuación detallaremos los postulados para las funciones de contracción:
El primer requisito es el de adecuación de la representación, asegurando que el resultado de una operación de contracción mantiene las propiedades requeridas por el modelo para la representación de estados epistémicos.

Clausura *(Closure)*: $K - p = Cn(K - p)$.

Una importante característica del modelo AGM es la prioridad que se da a la entrada epistémica. Esto se expresa en el próximo postulado, que impone el cumplimiento de la acción asociada a la entrada epistémica. En este caso, el efectivo abandono de la sentencia contraída, siempre que sea posible. Las únicas fórmulas imposibles de contraer son las tautologías, ya que por el postulado anterior el resultado de una contracción es siempre una teoría y toda teoría incluye a las tautologías.

Éxito *(Success)*: si $p \notin Cn(\emptyset)$, entonces $p \notin K - p$.

En el caso de ser p una tautología y por tanto imposible su contracción, el mínimo cambio posible es dejar la teoría intacta.

Falla *(Failure)*: Si $p \in Cn(\emptyset)$, entonces $K - p = K$.

Puesto que $K - p$ surge a partir de la eliminación de ciertas creencias de K sin el agregado de ninguna creencia, es de esperar que $K - p$ no contenga ninguna creencia que no pertenezca a K:

Inclusión *(Inclusion)*: $K - p \subseteq K$.

Cuando $p \notin K$, el criterio de economía informacional exige que ninguna creencia sea eliminada de $K - p$, así:

Vacuidad *(Vacuity)*: Si $p \notin K$, entonces $K - p = K$.

La operación de contracción no debe estar guiada por la representación sintáctica, sino por el significado de las fórmulas a contraer:

Extensionalidad *(Extensionality)*: Si $p \leftrightarrow q \in Cn(\emptyset)$, entonces $K - p = K - q$.

El caso principal de contracción es aquel en que la creencia p a contraer de la teoría K no es una tautología. De acuerdo al postulado de éxito, se elimina de K lo suficiente para asegurar que K – p no implique p. Sin embargo, debemos tener en cuenta el criterio de economía informacional que implique que el cambio no sólo debe ser exitoso sino garantizar que debe perder la menor cantidad de creencias posibles. Por ejemplo,

$$K - p = \begin{cases} K & \text{si } p \notin K \text{ o si } p \in Cn(\emptyset). \\ Cn(\emptyset) & \text{en otro caso.} \end{cases}$$

satisface todos los postulados anteriores y sin embargo parece demasiado extrema, ya que para toda contracción efectiva retorna la teoría mínima. Debemos definir postulados que impongan condiciones de mínimo cambio.

Intuitivamente podemos decir que, si contraemos el conjunto K por p, toda sentencia que retiremos de K en esta operación contribuye efectivamente a que p sea inferida. Formalmente:

Plenitud *(Fullness)*: Si $q \in K$ y $q \notin K - p$, entonces $p \notin Cn(\emptyset)$ y $p \in (K - p) + q$

Plenitud exige, en primer lugar que si se abandonó una pieza cualquiera de conocimiento, entonces por fuerza se haya abandonado también la sentencia objeto de la contracción (esto por combinación con éxito) y en segundo lugar que cualquier sentencia que haya sido abandonada en el conjunto resultante baste por sí misma para, al ser agregada a este, generar la deducción de la sentencia objeto de la contracción. Ambas condiciones hacen que plenitud sea la expresión axiomática de la noción de mínimo cambio, ya que, en el primer caso, asegura que no se realice ningún cambio si la operación no va a ser finalmente exitosa, evitando que se abandonen creencias no relacionadas con la creencia a contraer; y en el segundo caso porque conceptualmente lo que se exige es la eliminación de una única sentencia en cada cadena de deducción de p. Esto no sólo asegura que en el conjunto resultante la sentencia objeto efectivamente no va a ser aceptada, sino que, al menos cuantitativamente, se descartaron tantas sentencias como era mínimamente indispensable, puesto que se "desarma" cada posible cadena de deducción eliminando exactamente una sentencia.
Aún cuando este postulado resulta intuitivamente atractivo, la aplicación de plenitud presenta una propiedad indeseable: no deja espacio para una estrategia conservadora en la dinámica de cambio. Veamos el siguiente ejemplo:

p = " x es múltiplo de 2"
q = " x es múltiplo de 3"

Esta información nos lleva a aceptar

r = "x es múltiplo de 6"

Supongamos que esta es todo lo que creemos sobre x. Si por acaso decidimos dejar de creer en r, por fuerza deberemos desprendernos de alguna de las dos creencias originales. Si la información recibida no especificara más allá, no hay mayores razones para preferir aceptar p o q. Una función que satisfaga plenitud no permite tomar una posición neutra, puesto que por fuerza una de ambas sentencias subsistirá en el conjunto resultado y una será eliminada a fin de dejar de creer en r. Sin embargo, elegir entre alguna de ellas viola el principio de imparcialidad.
El trío AGM ha propuesto como postulado:

Recuperación *(Recovery)*: $K \subseteq (K - p) + p$.

Cuándo $p \in K$, la relación inversa se deriva del postulado inclusión. Esto es, si $p \in K$, $(K - p) + p \subseteq K$. Dados los postulados inclusión y recuperación se deriva el postulado de falla.

El postulado recuperación es central al modelo AGM y sin embargo ha sido uno de los asuntos más controversiales en dinámica de creencias. Veamos dos ejemplos en los que recuperación no es deseable:

<u>Ejemplo</u> [25] Supongamos que aceptamos, entre otras, las siguientes creencias

p = "Cleopatra tuvo un varón"
q = "Cleopatra tuvo una niña"
r = "Cleopatra tuvo un bebé"

Si recibimos información acerca de que Cleopatra jamás tuvo un bebé, es decir si tengo que realizar K – r, suponiendo K el estado original, por fuerza debemos abandonar también p y q. Si más adelante encontramos que, en realidad, Cleopatra sí tuvo un bebé, y de cumplirse recuperación, nuestro nuevo estado de creencias debe incluir entonces la creencia que tuvo un niño y la creencia que tuvo una niña. Sin embargo la creencia que Cleopatra tuvo un bebé *per se*, no tiene porque inducirnos a creer que en realidad tuvo al menos dos, lo cual sería el resultado de aceptar el postulado de recuperación.

Ejemplo [25, 13] Supongamos que aceptamos, entre otras, las siguientes creencias:

p = “ x es múltiplo de 2”
q = “ x es múltiplo de 6”

Posteriormente nos informan que x es impar. Debemos contraer K por p, debiendo caer también q. Si luego deseamos expandir por r = “x es múltiplo de 8”, obtenemos como resultado que x es múltiplo de 24, contrario a la intuición.

Este postulado ha sido largamente debatido en la literatura, entre otros por Fermé [11], Hansson [23, 25], Levi [30], Makinson [38, 40], Nayak [42], Rott y Pagnucco [50].

Es interesante analizar el siguiente postulado alternativo a recuperación, una versión más débil que plenitud:

Relevancia *(Relevance)*: Si $q \in$ K y $q \notin$ K $- p$, entonces existe algún K’ tal que K $- p \subseteq$ K’ $\subseteq$ K y $p \notin$ Cn(K’) pero $p \in$ Cn (K’ $\cup \{q\}$).

En lugar de tratar con el resultado de invertir la operación de contracción como recuperación, este postulado intenta expresar el criterio de mínimo cambio asegurando que si una sentencia deja de ser aceptada como resultado de una contracción existe alguna razón para tal eliminación, es decir participa de alguna cadena de demostración de la sentencia a ser contraída. Esta idea parece, en principio, más atractiva que recuperación. Por este motivo, la siguiente observación puede resultar sorprendente [23]:

Observación: Sea K un conjunto de creencias y – una función de contracción sobre K:

1. Si – satisface relevancia, entonces satisface recuperación.
2. Si – satisface clausura, inclusión, vacuidad y recuperación, entonces satisface relevancia.

Los postulados clausura, éxito, inclusión, vacuidad, extensionalidad y recuperación constituyen el conjunto de postulados básicos para un operador de contracción AGM. No obstante, este conjunto es insuficiente para caracterizar contracciones sobre sentencias no atómicas tales como conjunciones.
Para contraer una conjunción p y q de un conjunto de creencias K debemos, o bien dejar de creer en p, o bien dejar de creer en q. Ahora, si p es el suprimido al contraer a K por p y q, entonces toda sentencia r que tenga que ser suprimida al contraer por p, también lo será al contraer por p y q. Esto queda expresado en el siguiente postulado:

Inclusión Conjuntiva *(Conjunctive Inclusion)*: Si $p \notin$ K – $(p \wedge q)$, entonces K – $(p \wedge q) \subseteq$ K – p.

Por otro lado si una sentencia r en K no se suprime ni al contraer K por p, ni al contraer K por q, entonces r tampoco debe ser suprimida al contraer K por la conjunción de p y q:

Solapamiento Conjuntivo *(Conjunctive Overlap)*: K $- p \cap$ K $- q \subseteq$ K – $(p \wedge q)$.

Los últimos dos postulados son llamados suplementarios de AGM. En presencia de los postulados básicos, los postulados suplementarios son equivalentes a:

Factoreo Conjuntivo *(Conjunctive Factoring):*

$$\mathrm{K} - (p \wedge q) = \begin{cases} \mathrm{K} - p \\ \mathrm{K} - q \\ \mathrm{K} - p \cap \mathrm{K} - q \end{cases}$$

Esta propiedad es de suma importancia dentro del modelo AGM, estableciendo que al contraer por una conjunción, si existe alguna relación de preferencia entre los conyuntos, la contracción consistirá en eliminar el menos preferido, y si tal relación de preferencia no existe, solo se conservarán aquellas creencias que sobrevivieran a la contracción de cualquiera de ellos.

3.2. Revision

Una operación de revisión consiste en la modificación del estado epistémico (representado como un conjunto de creencias) por la que una nueva creencia (la entrada epistémica) se incorpora al conjunto previo conservando consistencia lógica.
Esta operación se diferencia de la expansión ya que revisión debe actualizar de modo consistente (salvo en el caso límite de revisar por una entrada inconsistente).

Bajo estas condiciones, si el conjunto de creencias resulta consistente con la nueva información, entonces la revisión coincide con la expansión. Pero si el nuevo conocimiento resulta inconsistente con el conjunto de creencias previo, la operación de revisión deberá condicionar el conjunto resultante manteniendo sólo parte del conjunto original para obtener un resultado consistente. Así, el conjunto de creencias original debe ser modificado eliminando de él tantas creencias como sea necesario para garantizar que el conjunto resultante, que incluye la nueva creencia, sea consistente.

La revisión de un conjunto de creencias K con respecto a una sentencia p, se denota $K * p$, aceptando que de esta forma estamos denotando en forma precisa una función de contracción, en el sentido matemático. Esta es una función de $K \times L \rightarrow P(L)$, que modela el cambio de K en $K * p$.
Tal cual la contracción, no es posible definir unívocamente una función de revisión pero podemos delimitarla por medio de un conjunto de postulados que deben ser satisfechos a fin de verificar los criterios de racionalidad.

El primer requerimiento surge de la necesidad de mantener el formalismo de representación que se está utilizando para modelar los estados epistémicos.

Clausura *(Closure)*: $K * p = Cn(K * p)$.

De acuerdo con el criterio de primacía de la nueva información la nueva creencia debe ser aceptada en la revisión

Éxito *(Success)*: $p \in K * p$.

El conjunto de creencias resultante de la revisión debe contener las consecuencias lógicas de la nueva creencia y un subconjunto de creencias K que no contradigan a la nueva creencia. Los siguientes dos postulados garantizan esto y modelan la característica de mínimo cambio en la operación de revisión [49]:

Inclusión *(Inclusion)*: $K * p \subseteq K + p$.

Vacuidad *(Vacuity)*: Si $\neg p \notin K$, entonces $K + p \subseteq K * p$.

De acuerdo al criterio de consistencia, salvo cuando la nueva creencia es inconsistente en sí, el resultado de una revisión debe ser consistente:

Consistencia *(Consistency)*: Si $\neg p \notin Cn(\emptyset)$, entonces $K * p \neq K_{\perp}$.

Al igual que en contracción, la revisión debe ser independiente de la representación sintáctica de las sentencias:

Extensionalidad *(Extensionality)*: Si $p \leftrightarrow q \in Cn(\emptyset)$, entonces $K * p = K * q$.

Resulta importante destacar que el postulado de consistencia predomina sobre las condiciones de mínimo cambio, prefiriéndose su cumplimiento ante una revisión de un conjunto inconsistente. Más evidente resulta que el postulado de éxito predomina sobre el de consistencia, ya que se asegura que en una operación de revisión, la entrada epistémica debe ser aceptado aún cuando éste lleve al conjunto a la inconsistencia.
Nuestro siguiente paso es analizar la función de revisión por conjunciones. Veamos el siguiente ejemplo propuesto por Gärdenfors [21]:

Ejemplo: Supongamos que reviso mis creencias actuales aceptando la creencia p que J.S. Bach no compuso la Toccata y Fuga en Re menor para órgano. Luego de eso agrego a mi nuevo estado epistémico la creencia q que el compositor de la Toccata y Fuga también compuso un dueto para flauta y laúd (lo cual Bach nunca hizo). Como q es consistente con mis creencias en $K * p$, puedo incorporarlas expandiendo. El resultado de ambos cambios, $(K * p) + q$, debería ser el mismo que revisar K por la creencia compuesta $p \wedge q$ (alguien, no J.S. Bach compuso la Toccata y Fuga en Re menor para órgano y el dueto para flauta y laúd). Esto es $K * (p \wedge q)$.

Estas intuiciones se ven reflejadas en los siguientes postulados:

Superexpansión *(Superexpansion)*: $K * (p \wedge q) \subseteq (K * p) + q$.

Subexpansión *(Subexpansion)*: Si $\neg q \notin K * p$, entonces $(K * p) + q \subseteq K * (p \wedge q)$.

Superexpansión y subexpansión son llamados postulados suplementarios de la revisión. Ellos son presentados en términos de una revisión por una conjunción, pero pueden presentarse en términos de una disyunción, ya que en presencia de los postulados básicos equivalen al siguiente postulado:

Factoreo Disjuntivo *(Disjunctive Factoring):*

$$K * (p \vee q) = \begin{cases} K * p \\ K * q \\ K * p \cap K * q \end{cases}$$

La intuición tras este postulado es que si deseamos revisar por una disyunción, y existe alguna preferencia por uno de los disyuntos, entonces la revisión será equivalente a revisar por el disyunto preferido. Si no existe preferencia, el resultado será lo que tengan en común las revisiones de cada miembro de la disyunción por separado.

3.3. Identidades de Levi y Harper

Hemos visto que las funciones de contracción y revisión son caracterizadas por dos conjuntos diferentes de postulados. Estos conjuntos de postulados son independientes en el sentido que los postulados de contracción no hacen referencia a la operación de revisión, y viceversa. Sin embargo, ambas funciones son interdefinibles:

Contracción a Revisión:

Podemos definir revisión en términos de contracción por medio de la identidad de Levi:

Identidad de Levi: $K * p = (K - \neg p) + p$

Aquí, revisar consiste en dos sub-operaciones: (1) contraer la teoría por la negación de p y obtener, si es posible, un subconjunto de K consistente con la sentencia p, y (2) expandir el resultado por la nueva sentencia.

Esta identidad está sostenida por la siguiente observación [5]:

Observación: Sea K un conjunto de creencias y – un operador sobre K que satisface los postulados de contracción clausura, inclusión, éxito, vacuidad y extensionalidad. Entonces $*$ definido vía la identidad de Levi es una función sobre K que satisface los postulados de revisión: clausura, éxito, inclusión, vacuidad, consistencia y extensionalidad.

Notar que recuperación no es necesario para garantizar los postulados AGM de revisión. Con respecto a los postulados suplementarios, el rol de recuperación es diferente:

Observación [5]: Sea K un conjunto de creencias y – un operador sobre K que satisface los postulados de contracción clausura, inclusión, éxito, vacuidad, extensionalidad e inclusión conjuntiva. Entonces $*$ definido vía la identidad de Levi es una función sobre K que satisface subexpansión.

Observación [5]: Sea K un conjunto de creencias y – un operador sobre K que satisface los postulados de contracción clausura, inclusión, éxito, vacuidad, extensionalidad, solapamiento conjuntivo y recuperación. Entonces $*$ definido vía la identidad de Levi es una función sobre K que satisface superexpansión.

Observación [10]: Sea K un conjunto de creencias y – un operador sobre K que satisface los postulados de contracción clausura, inclusión, éxito, vacuidad, extensionalidad, solapamiento conjuntivo, pero no recuperación. Entonces $*$ definido vía la identidad de Levi no satisface, en general, superexpansión.

Revisión a Contracción:

Para definir revisión en términos de contracción, usaremos uno de los postulados originales de AGM, posteriormente excluido y llamado Identidad de Harper:

Identidad de Harper: $K - p = K \cap (K * \neg p)$

Observación [5]:: Sea K un conjunto de creencias y $*$ un operador sobre K que satisface los postulados de revisión clausura, éxito, inclusión, vacuidad, consistencia y extensionalidad. Entonces – definido vía la identidad de Harper es una función sobre K que satisface clausura, inclusión, éxito, vacuidad, extensionalidad y recuperación. Si $*$ también satisface superexpansión, entonces – satisface inclusión conjuntiva. Si $*$ también satisface subexpansión, entonces – satisface solapamiento conjuntivo.

Dadas las identidades de Levi y Harper, queda preguntar qué pasaría si una revisión obtenida vía la identidad de Levi es utilizada en la identidad de Harper y viceversa? Makinson [38] obtuvo los siguientes resultados:

Teorema: Sea K una teoría y – un operador para K que satisface los postulados de contracción clausura, inclusión, éxito, vacuidad, extensionalidad y recuperación. Sea $*$ definido vía la identidad de Levi utilizando – y sea –' definido vía la identidad de

Harper utilizando *. Entonces – = –'.

Teorema: Sea K una teoría y $*$ un operador para K que satisface los postulados de revisión clausura, éxito, inclusión, vacuidad, consistencia y extensionalidad. Sea $*$ definido vía la identidad de Harper utilizando – y sea *' definido vía la identidad de Harper utilizando $*$. Entonces $* = *'$.

Dadas las identidades de Levi y Harper, podemos definir funciones o bien de revisión o bien de contracción, quedando la restante unívocamente determinada.

4. Construcción de Funciones de Cambio

En la sección anterior hemos definido las funciones de contracción de una manera no constructiva, esto es, se ha dado cuenta de las propiedades que el modelo requiere en una función de contracción bien formada, pero no se ha definido ninguna expresión funcional que permita determinar cuál en particular es una función de contracción posible. En esta sección desarrollaremos distintos métodos para construir funciones AGM.
Dadas las identidades de Levi y Harper, podemos definir los métodos constructivos o bien para revisión o bien para contracción ya que la función restante puede ser calculada.

4.1. Contracción basada en Subconjuntos Maximales

De acuerdo con el criterio de economía informacional, la función de contracción debe retener el mayor subconjunto de creencias de K. Sin embargo, puede existir más de un conjunto con dicha propiedad. Los conjuntos que satisfacen esta propiedad pueden ser identificados como sigue [1]:

Definición: Sea K un conjunto de sentencias y p una sentencia. El conjunto $K \perp p$ (conjunto de restos de K para p) es el conjunto definido por las siguientes condiciones. $H \in K \perp p$ si y sólo si:

1. $H \subseteq K$
2. $p \notin Cn(H)$
3. No existe un conjunto H' tal que $H \subset H' \subseteq K$ y tal que $p \notin Cn(H')$

La condición 1. dice que los elementos de $K \perp$ p son subconjuntos de K, 2. dice que no implican p y 3. afirma que son maximales. Es importante notar que existen dos casos límite: cuando p es una tautología y cuando p no es un elemento de K:

- $p \in Cn(\emptyset)$ si y sólo si $K \perp p = \emptyset$
- $p \notin K$ si y sólo si $K \perp p = \{K\}$

Un primer intento para construir una función de contracción es elegir a un elemento de $K \perp p$ para cada sentencia p:

Contracción de elección individual *(Maxichoice)*: $K - p \in K \perp p$ si $p \notin Cn(\emptyset)$, en cuyo caso $K - p = K$.

Una operación de contracción de elección individual satisface los seis postulados básicos de contracción. Sin embargo, si bien intuitiva, esta función genera conjuntos de creencias "*demasiado grandes"* dado que las funciones de elección individual satisfacen el siguiente postulado:

Saturación: Si $p \in K$, entonces para todo $q \in L$, o bien $p \vee q \in K - p$ o bien $p \vee \neg q \in K - p$.

El siguiente ejemplo muestra lo implausible de este postulado:

Ejemplo: Creo que "son las cuatro de la tarde" (p). En ese momento veo que mi reloj no funciona. Después de ello debo contraer mi creencia en p (pero no revisar por $\neg p$). De acuerdo con *saturación*, debo retener o bien "son las cuatro de la tarde o existe vida después de la muerte" ($p \vee q$) o bien "son las cuatro de la tarde o no existe vida después de la muerte" ($p \vee \neg q$), pero no tengo forma de decidir.

Respecto a este punto, Makinson [37, pág. 357] sostiene que "en general, ni ($p \vee q$) ni ($p \vee \neg q$) deben ser retenidas en el proceso de eliminar p de K, salvo que exista 'alguna razón' en K para que continúen presentes"[5]. Esto último está fuertemente relacionado con el principio de imparcialidad .

Podemos caracterizar las funciones de elección individual como aquellas que cumplen con los siguientes postulados [20]:

Teorema: Sea K un conjunto de creencias y – un operador sobre K. – es una contracción de elección individual si y sólo si satisface clausura, éxito, inclusión, vacuidad, extensionalidad y plenitud.

En el otro extremo, podemos considerar otra función

[5] *En inglés en el original (fue adecuada la notación).*

que devuelva solamente las sentencias que tienen en común todos los elementos de $K \perp p$ [5]:

Contracción de elección total *(Full Meet)*: $K - p = \bigcap(K \perp p)$ si $p \notin Cn(\emptyset)$, en cuyo caso $K - p = K$.

Contrariamente a la contracción de elección individual, la contracción de elección total genera conjuntos "demasiado pequeños" tal cual se observa en la siguiente caracterización [2]:

Teorema: Sea K un conjunto de creencias y – un operador sobre K. – es una contracción de elección total si y sólo si

$$K - p = \begin{cases} Cn(\{\neg p\}) \cap K & \text{si } p \in K \\ K & \text{en otro caso} \end{cases}$$

Es decir, si $p \in K$ sólo se conservarán las sentencias que se derivan lógicamente de $\neg p$. Aunque la contracción de elección total no es una función de contracción apropiada, provee el "límite inferior" para las funciones que satisfacen recuperación. Podemos formalizar este concepto en la siguiente observación [5]:

Observación: Sea K un conjunto de creencias, – una contracción de elección total sobre K y ~ un operador sobre K. Entonces ~ satisface recuperación si y sólo si para todo p, $K - p \subseteq K \sim p$.

Una tercera aproximación a la construcción de funciones de contracción por medio de la intersección de sólo alguno de los elementos de $K \perp p$ [5]. Para esto debemos previamente definir una función que seleccione elementos de $K \perp p$:

Definición: Sea K un conjunto de creencias. Una función de selección para K es una función γ tal que para toda sentencia γ:

1. Si $K \perp p$ es no vacío, entonces $\gamma(K \perp p)$ es un subconjunto no vacío de $K \perp p$.
2. Si $K \perp p$ es vacío, entonces $\gamma(K \perp p) = K$.

Podemos además pedirle a la función que elija a los "mejores" elementos de $K \perp p$. Para este propósito, debemos introducir una relación de preferencia sobre $K \perp p$:

Definición (continuación): γ es relacional si y sólo si existe una relación $\sqsubseteq$ tal que para todas las sentencias p, si $K \perp p$ es no vacío, entonces:

$\gamma(K \perp p) = \{H \in K \perp p \mid H' \sqsubseteq H \text{ para todo } H' \in K \perp p\}$

γ es transitiva si y sólo si $\sqsubseteq$ es una relación transitiva.

Podemos utilizar la función γ para definir a nuestra tercer función de contracción [5]:

Definición: Sea K un conjunto de creencias y γ una función de selección sobre K. La función de contracción de elección parcial sobre K generada por γ es la operación $\sim_\gamma$ tal que para toda sentencia p:

$$K \sim_\gamma p = \cap\gamma(K \perp p)$$

Diremos que una función – es una contracción de elección parcial si y sólo si existe una función de selección γ sobre K tal que para toda sentencia p, $K - p = K \sim_\gamma p$. Además diremos que – es (transitiva) relacional si y sólo si puede ser generada por una función de selección γ (transitiva) relacional.

Uno de los principales resultados de la teoría AGM es la caracterización de la contracción de elección parcial y sus variantes relacional y transitiva en términos de un conjunto de postulados [5]:

Teorema: Sea K un conjunto de creencias y – un operador sobre K. – es una contracción de elección parcial si y sólo si satisface clausura, éxito, inclusión, vacuidad, extensionalidad y recuperación. Adicionalmente – es una contracción de elección parcial transitiva y relacional si y sólo si satisface además inclusión conjuntiva y solapamiento conjuntivo.

Gracias a la identidad de Levi, podemos definir la revisión de elección parcial [5]:

Definición: Sea K un conjunto de creencias. Sean $*$ y – funciones sobre K tal que para toda sentencia p:

$$K * p = (K - \neg p) + p$$

Entonces:

1. $*$ es una revisión de elección individual si y sólo si $-$ es una contracción de elección individual.
2. $*$ es una revisión de elección total si y sólo si $-$ es una contracción de elección total.
3. $*$ es una revisión de elección parcial si y sólo si $-$ es una contracción de elección parcial.
4. $*$ es una revisión de elección parcial transitiva y relacional si y sólo si $-$ es una contracción de elección parcial transitiva y relacional.

Anteriormente, destacamos que las funciones de elección individual y total eran funciones inapropiadas, pero buenos límites inferior y superior para las funciones de contracción parcial. En revisión basada en subconjuntos maximales, el hecho de ser inapropiadas queda más en evidencia, como puede verse en las siguientes observaciones [2]:

Observación: Sea K un conjunto de creencias y $*$ una revisión de elección individual sobre K. Si $\neg p \in K$, entonces $K * p \in L \perp_{\perp}$, es decir un subconjunto maximal consistente del lenguaje (correspondiente a un conjunto de creencias omnicreyente).

Observación: Sea K un conjunto de creencias y $*$ una revisión de elección total sobre K. Si $\neg p \in K$, entonces $K * p = Cn(\{p\})$.

Al igual que en contracción, las funciones de elección parcial pueden ser caracterizadas en términos de postulados [5]:

Teorema: Sea K un conjunto de creencias y $*$ un operador sobre K. $*$ es una revisión de elección parcial si y sólo si satisface clausura, éxito, inclusión, vacuidad, consistencia y extensionalidad. Adicionalmente $*$ es una revisión de elección parcial transitiva y relacional si y sólo si satisface además superexpansión y subexpansión.

4.2. Funciones Basadas en Firmeza Epistémica

"Aún cuando todas las sentencias en un conjunto de conocimientos sean aceptadas o consideradas como hechos, eso no significa que todas las sentencias tengan el mismo valor a la hora de planificar o resolver problemas. Ciertas piezas de conocimiento y creencias acerca del mundo son más importantes que otras cuando planificamos futuras acciones, conducimos investigaciones científicas o razonamos en general.
Diremos que algunas sentencias en un sistema de conocimiento tienen un mayor grado de firmeza epistémica que otras. El grado de firmeza será, intuitivamente, considerar lo que es abandonado de un conjunto de conocimiento y lo que es conservado cuando una contracción o revisión es llevada a cabo." [20][6]

Esta es la idea central de firmeza epistémica (epistemic entrenchment), introducida por Gärdenfors [20] y Gärdenfors y Makinson [21] para representar formalmente un orden de preferencias entre las sentencias de una teoría. La idea es definir una contracción de una teoría por una sentencia en términos de un orden entre las sentencias e identificar las propiedades que este orden debe cumplir para poder generar una función de contracción en el espíritu del modelo AGM.
Gärdenfors propuso una serie de postulados para el orden entre las sentencias, donde escribiremos $p \leq q$ para denotar que q se encuentra al menos tan epistémicamente firme como p y $p < q$ para indicar que q se encuentra estrictamente más epistémicamente firme que p.

El primer postulado simplemente expresa que el orden propuesto es transitivo:

Transitividad: Si $p \leq q$ y $q \leq r$, entonces $p \leq r$.

El siguiente postulado está basado en el hecho que, siempre que una fórmula p implique lógicamente a una fórmula q y, si p y q deben ser removidas, no es posible abandonar q sin abandonar p, pero por otro lado, es posible eliminar únicamente a q. En consecuencia, q no puede ser estrictamente menos firme que p:

Dominio: *Si* $(p \rightarrow q) \in Cn(\emptyset)$, *entonces* $p \leq q$.

Remover $p \wedge q$ implica necesariamente remover a p o a remover q. Entonces es natural asumir que $p \wedge q$ está al menos tan firme como alguno de los conyuntos:

Conjuntividad: O bien $p \leq (p \wedge q)$ o bien $q \leq (p \wedge q)$.

Esta última propiedad, junto con las dos anteriores, establece que la relación entre fórmulas es un preorden total, es decir para todo par p, q o bien $p \leq$

[6] *En inglés en el original.*

q o bien $q \leq p$[7].

El postulado siguiente establece que las sentencias no creídas poseen la menor firmeza epistémica:

Minimalidad: Si K es consistente, entonces $p \notin$ K si y sólo si $p \leq q$ para todo q.

Por último, el postulado de maximalidad establece que las tautologías son las únicas sentencias maximales en el orden, lo que quiere decir que las verdades lógicas están presentes en toda contracción y son las únicas que no pueden ser contraídas:

Maximalidad: Si $q \leq p$ para todo q, entonces $p \in \mathrm{Cn}(\emptyset)$.

La relación $\leq$ de firmeza epistémica es independiente de las funciones de cambio, en el sentido que sus postulados no hacen referencia a ninguna función de contracción o revisión. Adicionalmente, Gärdenfors y Makinson propusieron la relación entre la firmeza epistémica y la contracción mediante las siguientes identidades:

(C≤) $p \leq q$ si y sólo si $p \notin \mathrm{K} - (p \wedge q)$ o $p \wedge q \in \mathrm{Cn}(\emptyset)$.

La idea de esta definición es que al contraer K con respecto a $(p \wedge q)$ debemos abandonar p, q o ambos. Esta elección lleva implícito un orden de preferencia que es rescatado y puesto de manifiesto con esta construcción. En el caso límite en que ambas sean lógicamente válidas, tendrán la misma jerarquía en el orden.
La otra definición corresponde a construir una función de contracción AGM para una determinada teoría K a partir del orden sobre ella. La misma es:

(C–) $q \in \mathrm{K} - p$ si y sólo si $q \in$ K y o bien $p \in \mathrm{Cn}(\emptyset)$ o bien $p < p \vee q$.

Los siguientes teoremas permiten precisar la utilidad de estas definiciones:

<u>Teorema</u> [21]: Si un orden $\leq$ satisface transitividad, dominio, conjuntividad, minimalidad y maximalidad, entonces la función de contracción determinada por (C–) satisface clausura, éxito, inclusión, vacuidad, recuperación, extensionalidad, solapamiento conjuntivo, inclusión conjuntiva y también la definición (C≤).

<u>Teorema</u> [21]: Si una función de contracción satisface clausura, éxito, inclusión, vacuidad, recuperación, extensionalidad, solapamiento conjuntivo e inclusión conjuntiva, entonces el orden $\leq$ determinado por (C≤) satisface transitividad, dominio, conjuntividad, minimalidad, maximalidad y la definición (C–).

Estos resultados permiten establecer que el problema de construir funciones de contracción puede ser reducido al problema de establecer un preorden total entre fórmulas del lenguaje. Queremos destacar la cláusula $p < p \vee q$ en (C–). No es posible justificar intuitivamente esta relación salvo por el hecho que es la que soporta al postulado de recuperación, hecho admitido por Gärdenfors y Makinson [21, pág 89-90].

Rott [47] propuso una definición que, en principio, parece más intuitiva:

($\mathbf{C-_R}$) $q \in \mathrm{K} - p$ si y sólo si $q \in$ K y o bien $p \in \mathrm{Cn}(\emptyset)$ o bien $p < q$.

Esta función cumple con todos los postulados de AGM excepto recuperación[8]. Infelizmente satisface la siguiente implausible propiedad [25, pág. 102]:

Expulsión: Si $p, q \notin \mathrm{Cn}(\emptyset)$, entonces o bien $p \notin \mathrm{K} - q$ o bien $q \notin \mathrm{K} - p$.

La implausibilidad se pone de manifiesto cuando p y q no guardan ninguna relación epistémica (es decir el agente cree en ellas en forma disociada) En cuanto a construir revisiones AGM, es posible o bien utilizar (C≤) y (C–) conjuntamente con la identidad de Levi, o bien a partir de las siguientes identidades [26, 36, 47]:

(C≤*) $p \leq q$ si y sólo si: Si $p \in \mathrm{K} * \neg (p \wedge q)$, entonces $q \in \mathrm{K} * \neg(p \wedge q)$.

(C*) $q \in \mathrm{K} * p$ si y sólo si o bien $p \in \mathrm{Cn}(\emptyset)$ o bien $(p \rightarrow \neg q) < (p \rightarrow q)$.

---

[7] *Dem: Por dominância sabemos que $(p \wedge q) \leq p$ y $(p \wedge q) \leq p$. Por conjuntividad o bien $p \leq (p \wedge q)$ o bien $q \leq (p \wedge q)$. Si $p \leq (p \wedge q)$, entonces por transitividad $p \leq q$; en cambio si $q \leq (p \wedge q)$, nuevamente por transitividad obtenemos $q \leq p$.*

[8] *Posteriormente, esta construcción fue axiomatizada en forma independiente por Pagnucco [44] Fermé y Rodríguez [14] y Rott y Pagnucco [50].*

Teorema [10, 36, 47]: Si un orden $\leq$ satisface transitividad, dominio, conjuntividad, minimalidad y maximalidad, entonces la función de revisión determinada por (C$*$) satisface clausura, éxito, inclusión, vacuidad, consistencia, extensionalidad, superexpansión, subexpansión y también la definición (C$\leq *$).

Teorema [10, 36, 47]: Si una función de revisión satisface clausura, éxito, inclusión, vacuidad, consistencia, extensionalidad, superexpansión y subexpansión, entonces el orden $\leq$ determinado por (C$\leq *$) satisface transitividad, dominio, conjuntividad, minimalidad, maximalidad y la definición (C$*$).

4.3. Contracción Segura y Contracción de Núcleo

Contracción Segura (safe contraction) y Contracción de núcleo (kernel contraction), propuestas por Alchourrón y Makinson [3] y Hansson [24] respectivamente, están basadas en retirar de K una selección de las sentencias que contribuyen efectivamente a implicar p. De acuerdo a este concepto, definiremos el conjunto *núcleo* para una sentencia p y un conjunto de creencias K de la siguiente forma:

Definición: Sea K un conjunto de sentencias y p una sentencia. El conjunto $K \perp\!\!\!\perp p$ es el conjunto tal que:

$X \in K \perp\!\!\!\perp p$ si y sólo si:

1. $X \subseteq K$
2. $p \in Cn(X)$
3. Si $X' \subset X'$, entonces $p \notin Cn(X')$

$K \perp\!\!\!\perp p$ es llamado el *conjunto núcleo de* K *respecto de p* y sus elementos son *p-núcleos* de K.

Básicamente, al menos un elemento de cada p-núcleo de K debe ser retirado en el proceso de contracción. De otro modo, la sentencia p continuaría siendo implicada. Por otro lado, dado el criterio de economía informacional, no debemos eliminar sentencias que no se encuentren en los p-núcleos. El problema siguiente es como elegir que sentencias serán descartadas. En el caso más general, esto es, sin criterios adicionales acerca de la selección, utilizaremos una función de incisión [24]:

Definición: Una función de incisión σ para K es una función tal que para toda sentencia p del lenguaje:

3. $\sigma(K \perp\!\!\!\perp p) \subseteq \cup (K \perp\!\!\!\perp p)$
4. $\emptyset \neq X \in K \perp\!\!\!\perp p$, entonces $X \cap \sigma(K \perp\!\!\!\perp p) \neq \emptyset$

El paso siguiente será eliminar de K al conjunto determinado por la función de incisión:

Definición: Sea K un conjunto de creencias y σ una función de incisión para K. La *contracción de núcleo* $\sim_\sigma$ para K se define de la siguiente forma:

$$K \sim_\sigma p = K \setminus \sigma(K \perp\!\!\!\perp p)$$

Un operador $-$ para un conjunto de creencias K es una contracción de núcleo si y sólo si existe una función de incisión σ tal que $K - p = K \sim_\sigma$ para todas las sentencias p.

La contracción de núcleo satisface todos los postulados básicos de AGM, excepto clausura. Para relacionar las contracciones de núcleo con las contracciones de elección parcial, Hansson [24] definió un caso especial de contracciones de núcleo llamadas *suaves*:

Definición: Una función de incisión σ para K es *suave* si y sólo si para todo subconjunto X de K se sigue que: Si $q \in Cn(X)$ y $q \in \sigma(K \perp\!\!\!\perp p)$, entonces $X \cap \sigma(K \perp\!\!\!\perp p) \neq \emptyset$. Una contracción de núcleo es *suave* si y sólo si está basada en una función de incisión suave.

Teorema: Sea K un conjunto de creencias y $-$ un operador sobre K. $-$ es una contracción de núcleo suave para K si y sólo si es una contracción de elección parcial.

El teorema anterior relaciona las contracciones de núcleo con las contracciones de elección parcial, y en consecuencia con los postulados de AGM. Para obtener un teorema de representación para los postulados suplementarios (y para la contracción de elección parcial transitiva y relacional) debemos introducir restricciones a la función de incisión. Alchourrón y Makinson [3, 4] definieron *contracción segura*. En esta contracción las sentencias de K están ordenadas de acuerdo a una relación $\angle$. La fórmula $q \angle r$ significa que r será retenida en lugar de q si tenemos que eliminar a una de ellas y diremos que "q es menos segura que r". El orden $\angle$ nos ayuda a elegir qué elementos debemos retirar en cada conjunto núcleo. Las restantes creencias serán seguras y serán utilizadas para determinar la *contracción segura* de un conjunto de creencias K por una sentencia p (módulo $\angle$). $\angle$ debe ser acíclica, irreflexiva y asimétrica. Alchourrón y Makinson se refieren a esta relación como una "*jerarquía*". Formalmente:

<u>Definición</u>: Una sentencia q en un conjunto de creencias K es *segura* respecto de p si y sólo si q no es mínima en la relación $\angle$ en ninguno de los elementos $X \in K \perp\!\!\!\perp p$. El conjunto de todas las sentencias seguras de K respecto de p se lo denota K/p. La *contracción segura* se define de acuerdo a la siguiente identidad:

$$K{\sim}p = Cn(K \cap K/p)$$

Para poder satisfacer los postulados suplementarios se requieren condiciones adicionales en la jerarquía [4, 48]:

<u>Definición</u>: Sea K un conjunto de creencias y $\angle$ una jerarquía sobre K. Entonces, para todo p, q y $r \in K$, $\angle$ es virtualmente conexa sobre K si y sólo si: Si $p \angle q$, entonces o bien $p \angle r$ o bien $r \angle q$.

<u>Teorema</u>: Sea K un conjunto de creencias y – un operador sobre K. – es una contracción segura basada en una jerarquía virtualmente conexa $\angle$ sobre K si y sólo si – es una contracción de elección parcial transitiva y relacional.

4.4. Semántica de Mundos Posibles

Podemos considerar a la presentación a través de postulados como puramente sintáctica, y en cierta medida, equivalente a los axiomas de un sistema lógico. Al igual que con todas las presentaciones sintácticas, queda por resolver la cuestión sobre si somos capaces, a través de estos postulados, de capturar el comportamiento de la operación de cambio.
Aunque está claro que todos los postulados son importantes y parecen ser correctos, nada nos garantiza que no nos hemos olvidado de declarar alguna propiedad importante o fundamental para obtener una caracterización completa. Esta cuestión no es fácil de responder, ya que no conocemos todas las características de las funciones de cambio.

Grove [22] presentó un modelo alternativo para las funciones de cambio, basado en un sistema de esferas, inspirado en la semántica de contrafácticos de Lewis [35]. Consideramos el modelo de Grove fundamental, dado que provee una semántica para el modelo AGM, que nos permite capturar una cierta noción de correctitud y completitud. Pagnucco [44] señala que el modelo de Grove puede verse como una semántica en la medida en que es dada como una "imagen" de los cambios AGM; estrictamente hablando, se maneja con objetos sintácticos.

Grove define un conjunto M_L de conjuntos maximales consistentes del lenguaje (es decir $M_L = L \perp {}_{\perp}$). El conjunto M_L representa el conjunto de mundos posibles (proposiciones) que pueden ser descriptas en el lenguaje.
Una teoría K es representada como el conjunto de subconjuntos maximales consistentes del lenguaje $\|K\| \subseteq M_L$ que incluyen todas las sentencias de K. Formalmente:

<u>Definición</u>: Sea K un conjunto de creencias K. Entonces $\|K\| = \{M \in M_L: K \subseteq M\}$.

De forma similar, cada sentencia p puede ser representada por el conjunto $\|p\| = \|Cn(\{p\})\|$. Por otro lado, todo conjunto de mundos posibles tiene asociado un conjunto de creencias:

<u>Definición</u>: Sea $V \subseteq M_L$. Th(V) es la teoría asociada a V si y sólo si $Th(V) = \bigcap\{M: M \in V\}$.

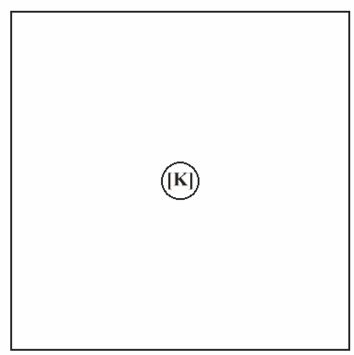

Figura 1: Modelo de Mundos Posibles

Es interesante enfatizar la relación entre los mundos posibles y los conjuntos de creencias: $H \subseteq K$ si y sólo si $\|K\| \subseteq \|H\|$, es decir, más sentencias creídas implica menos mundos posibles y viceversa. Los casos límite son $\|K\| = \varnothing$, que representa al conjunto inconsistente $K_\perp$; y $\|K\| = M_L$ que representa al conjunto $K = Cn\{\varnothing\}$, es decir solamente las tautologías.

Estas simples definiciones nos permiten definir la operación de expansión. La expansión en mundos posibles $\|K+ p\|$ es la selección de los K-mundos que validan *p*. Expansión se define como la operación que toma los elementos comunes entre $\|K\|$ y $\|p\|$:

$$K+ p = Th(\|K\| \cap \| p\|)$$

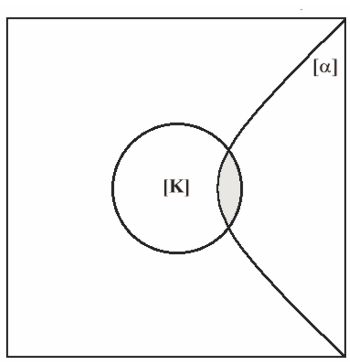

Figura 2: Función de Expansión

4.4.1. Contracción

Informalmente, el postulado de inclusión $K - p \subseteq K$ se traduce en $\|K\| \subseteq \|K - p\|$ lo que muestra que contraer significa agregar mundos posibles a nuestro conjunto actual, sin descartar ninguno de los mundos preexistentes en $\|K\|$. Para obtener el postulado de éxito en el proceso de contraer por *p*, debemos agregar al menos un $\neg p$ mundo y, dado el postulado de recuperación, debemos agregar *exclusivamente* $\neg p$ mundos. La contracción de elección individual es la operación de contracción de mínimo cambio, en consecuencia es fácil mostrar que se corresponde con agregar un solo $\neg p$ mundo a $\|K\|$. Por otro lado, la contracción de elección total es el mínimo conjunto que satisface recuperación, por tanto será la suma de todos los $\neg p$ mundos a $\|K\|$.

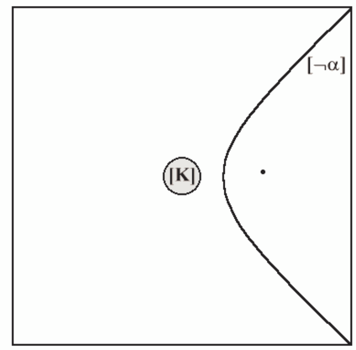

Figura 3: Función de Contracción de elección individual

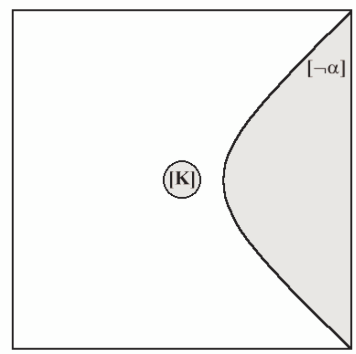

Figura 4: Función de Contracción de elección total

Para definir la función de contracción de elección parcial debemos previamente introducir algunas definiciones:

<u>Definición</u>: [25] Sea $M \subseteq M_L$. Una *función de selección proposicional* para M es una función *f* tal que para toda sentencia *p*:

1. $f (\| p \|) \subseteq \| p \|$.
2. Si $\| p \| \neq \emptyset$, entonces $f (\| p \|) \neq \emptyset$.
3. Si $M \cap \| p \| \neq \emptyset$, entonces $f (\| p \|) = M \cap \| p \|$.

<u>Definición</u>: [25] Sea $M \subseteq M_L$. Una operación $\sim$ es una *función de contracción proposicional* para M si y sólo si existe una función de selección proposicional *f* para M tal que para toda sentencia *p*:

$$M \sim \| p \| = \|M\| \cup f (\| \neg p \|)$$

<u>Teorema</u>: [22] Sea K un conjunto de creencias y –

una operación sobre K. Entonces – es una contracción de elección parcial si y sólo si existe una función de contracción proposicional ~ para ||K|| tal que K – *p* = Th(||K|| ~ || *p* ||).

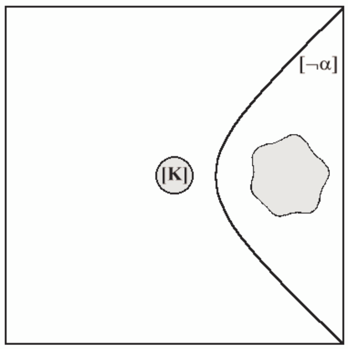

Figura 5: Contracción de elección parcial.

Para capturar los postulados suplementarios necesitaremos herramientas más sofisticadas. Grove [22] definió un *sistema de esfera*s centrado en ||K|| como una colección S de subconjuntos de M_L ordenados por inclusión. Figurativamente, la distancia de un mundo posible al centro de la esfera refleja su plausibilidad relativa a la teoría K.

Definición: \$ es un *sistema de esferas* si y sólo si satisface:

1. $\emptyset \neq \$ \subseteq P(L \perp_{\perp})$.
2. $\cap \$ \in \$$.
3. Si G, G'$\in$ \$, entonces $G \subseteq G'$ o $G' \subseteq G$.
4. $\cup \$ \in \$$.
5. Si $\$ \cap \| p \| \neq \emptyset$, entonces $Sp \cap \| p \| \neq \emptyset$.
6. $L \perp_{\perp} \in \$$.
   donde $Sp = \cap\{G \in \$: G \cap \| p \| \neq \emptyset\}$
7. $K\$ = Th(\cap \$)$

1. significa que el sistema de esferas incluye a todos los mundos posibles; 2. que la intersección de todas las esferas es una esfera; 3. que el sistema de esferas es anidado, 4. que la unión de todas las esferas es una esfera; 5. que si existe una esfera conteniendo a *p*-mundos, entonces existe una mínima esfera que contiene p-mundos (*asunción de límite*); 6. que el conjunto de todos los mundos posibles es una esfera y en 7. $K_\$$ es el conjunto de creencias correspondiente a \$, es decir la menor esfera.

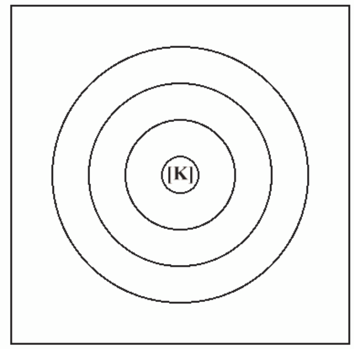

Figura 6: Sistema de esferas centrado en K

Definición: [22] Una función de selección proposicional para *f* para una proposición M está *basada en esferas* si y sólo si existe un sistema de esferas \$ tal que para toda sentencia *p*: Si $\| p \| \neq \emptyset$, entonces $f(\| p \|) = S_p \cap \| p \|$.

Es decir $f(\| p \|)$ devuelve los *p*-mundos más cercanos a ||K||.

Definición: Sea $M \subseteq M_L$. Una operación ~ es una *función de contracción proposicional basada en esferas* para M si y sólo si existe una función de selección proposicional basada en esferas *f* para M tal que para toda sentencia *p*:

$$M \sim \| p \| = \|M\| \cup f(\| \neg p \|)$$

A partir de estas definiciones podemos establecer un teorema de representación:

Teorema: [22] Sea K un conjunto de creencias y – una operación sobre K. Entonces – es una contracción de elección parcial transitiva y relacional si y sólo si existe una función de contracción proposicional basada en esferas ~ para ||K|| tal que K – *p* = Th(||K|| ~ || *p* ||).

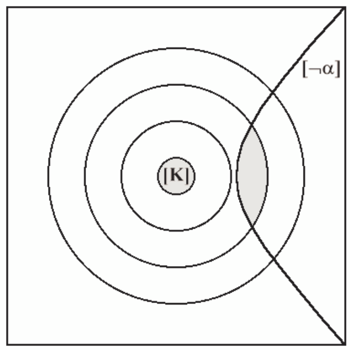

Figura 7: Contracción de elección parcial transitiva y relacional

4.4.2. Revisión

Dada la identidad de Levi es muy fácil ver que las revisiones en esferas de Grove serán las funciones de contracción sin los K-mundos. Las siguientes figuras ilustran estas relaciones:

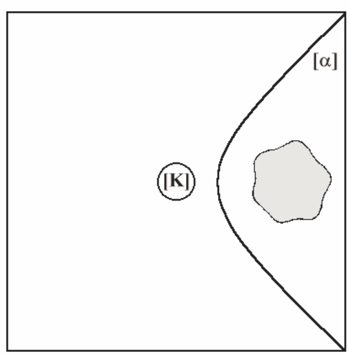

Figura 8: Revisión de elección parcial

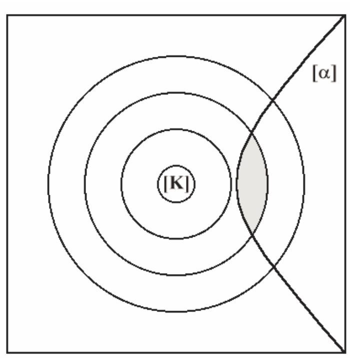

Figura 9: Revisión de elección parcial transitiva y relacional.

Podemos fácilmente adaptar los resultados de contracción:

<u>Definición</u>: Sea $M \subseteq M_L$. Una operación • es una *función de revisión proposicional basada en esferas* para M si y sólo si existe una función de selección proposicional basada en esferas *f* para M tal que para toda sentencia *p*:

$$M \bullet \| p \| = f(\| p \|)$$

<u>Teorema</u>: [22] Sea K un conjunto de creencias y * una operación sobre K. Entonces * es una revisión de elección parcial si y sólo si existe una función de revisión proposicional • para ||K|| tal que K – *p* = Th(||K|| • || *p* ||).

<u>Teorema</u>: [22] Sea K un conjunto de creencias y * una operación sobre K. Entonces * es una revisión de elección parcial transitiva y relacional si y sólo si existe una función de contracción proposicional basada en esferas • para ||K|| tal que K • *p* = Th(||K|| • || *p* ||).

5. El modelo AGM y la lógica condicional

Como mencionamos en la introducción del capítulo, Gärdenfors estaba interesado en establecer una semántica para los condicionales contrafácticos que permitieran evaluarlos. El espíritu no fue establecer condiciones de verdad para los contrafácticos sino condiciones de aceptabilidad [20, Cap 7]. Durante los '80 uno de los principales rasgos de los desarrollos en lógicas condicionales ha sido incluir la propuesta de Ramsey para la evaluación de condicionales.
Originalmente, el Test de Ramsey fue formulado de la siguiente forma:

"Si dos personas argumentan 'Si p entonces q?' y ambos dudan acerca de p, ellos agregarán p hipotéticamente a su stock de conocimiento y sobre esa base evaluarán q". [45][9].

Posteriormente, Stalnaker reformuló la propuesta de Ramsey en términos de la semántica de mundos posibles.

---

[9] *En inglês en el original.*

"En primer término, agregue el antecedente (hipotéticamente) a su stock de creencias; en segundo término realice los ajustes necesarios para mantener consistencia (sin modificar las creencias hipotéticas del antecedente); finalmente considere si el consecuente es o no verdadero" [53,p. 102][10]

Finalmente, Gärdenfors [19] adaptó el Test de Ramsey en términos de revisión de creencias:

(TR): $p > q \in K$ si y sólo si $p \in K * q$

Hay que notar que esta formulación presupone la existencia de sentencias de la forma $p > q$ en el lenguaje objeto y que son elementos de un conjunto de creencias K. El resultado de utilizar el test de Ramsey da como resultado una semántica epistémica para los condicionales.

Desafortunadamente estas intuiciones se derrumbaron cuando el mismo Gärdenfors mostró que el Test de Ramsey es incompatible con los postulados de racionalidad pedidos a una función de revisión [19]. En otras palabras el Test de Ramsey es incompatible con la revisión AGM. Este resultado es conocido como el *Teorema de Iimposibilidad de Gärdenfors*[i]. A continuación ilustraremos el mismo, en una versión inspirada en la presentada por Rott [46][11]

Diremos que un modelo de revisión es *no trivial* si permite conjuntos K de creencias en L y dos sentencias p y q, tal que K es ignorante de p y q, es decir que $p \vee q$, $\neg p \vee q$, $p \vee \neg q$ y $\neg p \vee \neg q$ no pertenecen a K. Estas asunciones son válidas a partir de ser K cerrado por un operador Cn que satisface las condiciones mencionadas en la sección 3.

Veremos que no existen modelos de revisión no triviales que satisfagan conjuntamente al Test de Ramsey, * inclusión, * vacuidad y * consistencia. Consideremos un conjunto K de creencias ignorante de dos sentencias lógicamente independientes p y q. Sea $*$ una función de revisión que cumple inclusión, vacuidad y consistencia.

Sean:

$K' = K + p$
$K'' = K + q$
$K''' = K + (p \wedge q)$

Claramente $K' \subseteq K'''$ y $K'' \subseteq K'''$ De acuerdo a los postulados inclusión y vacuidad[12],

$K' * \neg(p \wedge q) = K' + \neg(p \wedge q)$
$K'' * \neg(p \wedge q) = K'' + \neg(p \wedge q)$

De lo anterior obtenemos que

$p \in K' + \neg(p \wedge q)$

y dado que q y $\neg(p \wedge q)$ pertenecen a $K'' + \neg(p \wedge q)$

$\neg p \in K'' + \neg(p \wedge q)$.

Si aplicamos el test de Ramsey, obtenemos que $\neg(p \wedge q) > p \in K'$ y $\neg(p \wedge q) > \neg p \in K''$, por lo tanto

$\neg(p \wedge q) > p \in K'''$
$\neg(p \wedge q) > \neg p \in K'''$

Analicemos el conjunto $K''' * \neg(p \wedge q)$:

1. Por consistencia $K''' * \neg(p \wedge q)$ es consistente
2. Por test de Ramsey $p \in K''' * \neg(p \wedge q)$
3. Por test de Ramsey $\neg p \in K''' * \neg(p \wedge q)$

lo cual nos lleva a un absurdo.

Se han investigado algunos modos de escapar del teorema de imposibilidad de Gärdenfors, ya sea debilitando o abandonando alguno de los postulados que originan la imposibilidad. En particular hay una argumentación de Rott [46] a favor de aceptar el Test de Ramsey y de incluir sentencias condicionales en los conjuntos de creencias, pero renunciando al hecho que las expansiones preserven el contenido original de proposiciones condicionales. Otros autores, entre ellos Levi [30, 31], se oponen al uso de proposiciones condicionales en los conjuntos de creencias. Esta oposición se basa en entender que los elementos de un conjunto de creencias pueden ser pensados como cosas que creemos verdaderas, en consecuencia

[10] *En inglês en el original.*

[11] *A diferencia de la demostración de Rott, la versión que aquí presentamos no utiliza el postulado de éxito.*

[12] *Para asegurar que K' (y en forma similar K'') no implican* $(p \wedge q)$*, supongamos que sí, es decir* $(p \wedge q)$ *pertenece a* $K' = K + p = Cn(K \cup \{p\})$*, pero entonces* $\neg p \vee q \in Cn(K \cup \{p\})$*. Pero también* $\neg p \vee q \in Cn(K \cup \{\neg p\})$*. Entonces eso implica, utilizando las propiedades del operador de consecuencia Cn, que* $\neg p \vee q \in K$*, contradiciendo la hipótesis de que K es totalmente ignorante de* p *y* q.

cosas que pueden tener un valor de verdad. Por otro lado, creer en proposiciones condicionales puede ser visto como proposiciones sobre los conjuntos de creencias que indican como serán revisados. En consecuencia, estas sentencias carecen de valor de verdad, y, por tanto, no deberían ser elementos de un conjunto de creencias.
En [43], Nute y Cross presentan un sumario sobre las distintas formas de escapar del teorema de imposibilidad.

6. Lecturas Sugeridas

6.1. Libros de Texto

- Gärdenfors, P. *Knowledge in Flux*: Modeling the Dynamics of Epistemic States. The MIT Press, Bradford Books, Cambridge, Massachusetts.
- Hansson, S.O. (1999) *A textbook of belief dynamics.* Kluwer Academic Publisher Dordrecht.
- Falappa, Marcelo. *Teoría de Cambio de Creencias y su aplicación sobre estados de conocimiento*. Tesis Doctoral. Universidad Nacional del Sur.
  (Si bien no se trata de un libro de texto, esta tesis provee un marco general para aquellos interesados en el estudio de las teorías de revisión de creencias).

6.2. Resúmenes en Colecciones:

- Gärdenfors, P. (1992) Belief revision: An introduction. En *Belief Revision,* ed. by P. Gärdenfors, Cambridge University Press. Pp. 1-20
- Gärdenfors, P. y Rott, H. (1995) Belief Revision. En D. M. Gabbay, C. J. Hogger and J. A. Robinson, eds., *Handbook of Logic in Artificial Intelligence and Logic Programming 4*, Oxford University Press, Oxford.
- Hansson, S.O. (1998) Revision of belief sets and belief bases", pp. En DM Gabbay and Ph Smets (eds), *Handbook of Defeasible Reasoning and Uncertainty Management Systems*, vol 3 Didier Dubois and Henri Prade (eds.) Belief Change, 17-75. Kluwer.

6.3. Artículos Básicos y Diferentes Construcciones

- Alchourrón, C. y Makinson, D. (1982) On the logic of theory change: contraction functions and their associated revision functions. *Theoria*, 48:14—37, 1982.
- Alchourrón, C. y Makinson, D. On the Logic of Theory Change: Safe Contraction. *Studia Logica*, 44:405—422, 1985.
- Alchourrón, C., Gärdenfors, P. y Makinson, D. On the Logic of Theory Change: Partial Meet Contraction and Revision Functions. *Journal of Symbolic Logic*, 50: 510-530, 1985.
- Gärdenfors, P. y Makinson, D. Revisions of Knowledge Systems using Epistemic Entrenchment. *Second Conference on Theoretical Aspects of Reasoning About Knowledge*, 83—95, 1988.
- Grove, A. Two Modellings for Theory Change. *Journal of Philosophical Logic*, 17:157—170, 1988.
- Hansson, S.O. Kernel Contraction. *Journal of Symbolic Logic,* 59: 845—859, 1994.
- Rott, H. On the Logic of Theory Change: More Maps Between Different Kinds of Contraction Function. En *Belief Revision*, Gärdenfors, P., Ed., no. 29 Cambridge University Press, 122—141, 1992.

Agradecimientos

El autor desea agradecer a Peter Gärdenfors y David Makinson por los datos aportados para la realización de este artículo. A David Makinson, además, por su ayuda en la presentación del teorema de imposibilidad. A Santiago Budría, Carlos Oller y Gladys Palau por sus correcciones y aportes.
Una versión preliminar de este artículo fue publicada como reporte técnico en CLE e-Prints 5, no. 9. 2005. “Centre for Logic, Epistemology and the History of Science”, Universidad de Campinas.
Por ultimo agradecer el soporte de FCT, POCTI-219, FEDER

Referencias

[1] Alchourrón, C. y Makinson, D. Hierarchies of Regulation and Their Logic. *New Studies in Deontic Logic*, pages 125—148, 1981.
[2] Alchourrón, C. y Makinson, D. On the logic of theory change: contraction functions and their associated revision functions. *Theoria*, 48:14—37, 1982.
[3] Alchourrón, C. y Makinson, D. On the Logic of Theory Change: Safe Contraction. *Studia Logica*, 44:405—422, 1985.

[4] Alchourrón, C. y Makinson, D. Maps Between Some Different Kinds of Contraction Function: The Finite Case. *Studia Logica*, vol. 45, pp.187—198, 1986.

[5] Alchourrón, C., Gärdenfors, P. y Makinson, D. On the Logic of Theory Change: Partial Meet Contraction and Revision Functions. *Journal of Symbolic Logic*, 50: 510-530, 1985.

[6] Areces, C., Becher, V., Fermé, E. y Rodríguez, R. Observaciones a la teoría AGM. *Primer Encuentro en Temas de Lógica no Standard*. Vaquerías – Córdoba, 1996

[7] Dalal, M. Investigations into a Theory of Knowledge Base Revision: Preliminary Report. *Seventh National Conference on Artificial Intelligence*, (AAAI-- 88): 475—479, 1988.

[8] Dubois, D. y Prade, H. Belief change and possibilistic logic. En *Belief Revision*, Gärdenfors, P., Ed., no. 29 Cambridge University Press, 142—182, 1992.

[9] Fermé, E. Actualización de Bases de Conocimiento usando Teorías de Cambio de Creencias. *Actas III Congreso Iberoamericano de Inteligencia Artificial; Iberamia'92*. La Habana. Cuba.

[10] Fermé, E. *Revising the AGM Postulates*. Tesis Doctoral. Universidad de Buenos Aires, 1999.

[11] Fermé, E. Five faces of Recovery. En *Frontiers in Belief Revision*, Williams, M-A. y Rott, H. eds.. Applied Logic Series 22. Kluwer Academic Publisher. pp: 247-259, 2001.

[12] Fermé, E. y Hansson, S.O. Selective Revision. *Studia Logica*, vol. 63 (3): 331-342.

[13] Fermé, E. y Rodríguez, R. Semi-Contraction. Axioms and Construction. *Notre Dame Journal of Formal Logic*. 39: 3 332-345, 1998.

[14] Fermé, E. y Rodríguez, R. A brief note about the Rott Contraction. *Logic Journal of the IGPL*. Oxford University Press. 6 835—842, 1998.

[15] Fermé, E. y Rott, H. Revision by Comparison. *Artificial Intelligence*. 157 (1-2) pp. 5-47.

[16] Fuhrmann, A. y Hansson, S.O. A survey of multiple contraction. , *Journal of Logic, Language and Information* 3: 39—74, 1994.

[17] Gärdenfors, P. Conditionals and changes of belief. *Acta Philosophica Fennica*, 30: 381—404, 1978.

[18] Gärdenfors, P. Rules for rational changes of belief. En *Philosophical essays dedicated to Lennart Aqvist on his fiftieth birthday*, Pauli, T., ed. Departmento de Filosofía, Universidad de Uppsala, 88—101, 1982.

[19] Gärdenfors, P. Belief Revisions and the Ramsey Test for Conditionals. *The Philosophical Review*, 95: 81—93, 1986.

[20] Gärdenfors, P. *Knowledge in Flux: Modeling the Dynamics of Epistemic States*. The MIT Press, Bradford Books, Cambridge, Massachusetts, 1988.

[21] Gärdenfors, P. y Makinson, D. Revisions of Knowledge Systems using Epistemic Entrenchment. *Second Conference on Theoretical Aspects of Reasoning About Knowledge*, 83—95, 1988.

[22] Grove, A. Two Modellings for Theory Change. *Journal of Philosophical Logic*, 17:157—170, 1988.

[23] Hansson, S.O. Belief Contraction Without Recovery. *Studia Logica*, 50:251—260, 1991.

[24] Hansson, S.O. Kernel Contraction. *Journal of Symbolic Logic*, 59: 845—859, 1994.

[25] Hansson, S.O. *A textbook of belief dynamics*. Kluwer Academic Publisher Dordrecht. 1999.

[26] Hansson, S.O., Fermé, E., Cantwell, J. y Falappa, M. Credibility-Limited Revision. *Journal of Symbolic Logic* 66 (4) pp: 1581-1596.

[27] Harper, W.L. Ramsey test conditionals and iterated belief change. En *Foundations of Probability Theory, Statistical Inference, and Statistical Theories of Science*, Vol I, Harper, W.L. y Hooker, C.A. eds. , Reidel, Dordrecht, 1976.

[28] Katsuno, H. y Mendelzon, A. On the Difference Between Updating a Knowledge Database and Revising It. *En Belief Revision*, Gärdenfors, P., Ed., no. 29 Cambridge University Press, pp. 183—203, 1992.

[29] Levi, I. *Gambling with Truth: an essay on induction and the aims of science*, New York: Knopf. 1967. Reprint, Cambridge, MIT Press, 1973.

[30] Levi, I. Subjunctives, Dispositions and Chances. *Synthese*, 34:423—455, 1977.

[31] Levi, I. *The Enterprise of Knowledge*. MIT Press, Cambridge, MA, 1980.
[32] Levi, I. Iteration of Conditionals and the Ramsey Test. *Synthese*, 76:49—81, 1988.
[33] Levi, I. *The Fixation of belief and Its Undoing*. Cambridge University Press. 1991.
[34] Levi, I. Contraction and Informational Value. Manuscrito. Columbia University, fth version, August 1997.
[35] Lewis, D. (1973) *Counterfactuals*. Harvard University Press, Cambridge, Massachusetts, 1973.
[36] Lindstrom, S. y Rabinowicz, W. Epistemic entrenchment with incomparabilities and relational belief revision. En *The logic of theory change*, Fuhrmann, A. y Morreau, M. eds., Springer-Verlag, LNAI 465, Berlin, pp. 93—126, 1991.
[37] Makinson, D. How to Give up it: a Survey of Some Formal Aspects of the Logic of Theory Change. *Synthese*, 62:347—363, 1985.
[38] Makinson, D. On the Status of Postulate of Recovery in the Logic of Theory Change. *Journal of Philosophical Logic*, 16:383—394, 1987.
[39] Makinson, D. In Memoriam Carlos Eduardo Alchourrón. *Nordic Journal of Philosophical Logic*, (1) 1: 3—10, 1996.
[40] Makinson, D. On the force of some apparent counterexamples to recovery. En *Festschrift for Carlos E. Alchourrón and Eugenio Bulygin*. Valdes, E. G., Krawietz, W., von Wright, G. H., y Zimmerling, R. eds., Duncker and Humblot, Berlin, 1997.
[41] Makinson, D. Ways of doing logic: what was different about AGM 1985? *Journal of Logic and Computation*. 13 3-13, 2002.
[42] Nayak, A. Foundational belief change. *Journal of Philosophical Logic*, 23: 495—533, 1994.
[43] Nute, D. y Cross, Ch. Conditional logic. *Handbook of Philosophical Logic* Vol. IV (Revised Edition), Gabbay, D., Reidel, D. ed. Publishing Company, Dordrecht, Holland, 1—98, 2001.
[44] Pagnucco, M. *The Role of Abductive Reasoning within the Process of Belief Revision*. Tesis Doctoral, University of Sydney. 1996.
[45] Ramsey, F. *Foundations of Mathematics and Other Logical Essays*. Braithwaite, M. A. (ed). London, Routledge & Kegan Paul.
[46] Rott, H. Conditionals and Theory Change: Revisions, Expansions and Additions, *Synthese* 81: 91—113.
[47] Rott, H. A Nonmonotonic Conditional Logic for Belief Revision I. En *The logic of theory change*, Fuhrmann, A. y Morreau, M. eds., Springer-Verlag, LNAI 465, Berlin, pp. 135—183, 1991.
[48] Rott, H. On the Logic of Theory Change: More Maps Between Different Kinds of Contraction Function. En *Belief Revision*, Gärdenfors, P., Ed., no. 29 Cambridge University Press, 122—141, 1992.
[49] Rott, H. Two Dogmas of Belief Revision, *Journal of Philosophy* 97: 503—522, 2000.
[50] Rott, H. y Pagnucco, M. Hans Rott and Maurice Pagnucco. Severe Withdrawal (and recovery). *Journal of Philosophical Logic* 28: 501—547.
[51] Segerberg, K. Irrevocable belief revision in dynamic doxastic logic. *Notre Dame Journal of Formal Logic*. 39: 287—306, 1998.
[52] Spohn, W. Ordinal Conditional Functions. En *Causation in Decision, Belief Change and Statistics*, Harper and Skyrms, eds., D. Reidel, Dordrecht, 105—134, 1988.
[53] Stalnaker, R. A theory of Conditionals. Studies in Logical Theory. *American Philosophical Quarterly* Monographs Series 2, N. Rescher (ed.), Oxford, Blackwell, 98—112. 1968.
[54] Tarski, A. *Logic, Semantics, Meta mathematics*, Oxford University Papers from 1923 to 1938. Translated by J. H. Woodger. 1956.

---

[i] El teorema de imposibilidad fue un resultado sorprendente. En una comunicación personal del 27/06/2000, Peter Gärdenfors cuenta el origen del teorema. La carta nos permite conocer más sobre la estrecha relación entre teoría de cambio de creencias y los condicionales contrafácticos. Con el gentil consentimiento de Gärdenfors hemos traducido la carta, cambiando la descripción de los artículos citados por su sigla y la notación por la usada en el presente capítulo. En probabilidad condicional "/" puede interpretarse como "+" en el modelo de revisión de creencias.

"Yo publiqué en 1982 el artículo "Imaging and conditionalization" que contiene resultados de trivialidad en términos de funciones de probabilidad. Después de publicado, descubrí que la prueba no dependía realmente de la representación

de creencias por probabilidades, sino que podía aplicarse a conjuntos de creencias en general. Esto condujo al “teorema de imposibilidad”. La prueba es muy similar al caso probabilístico.[...]
La siguiente pregunta es: ¿Cómo encontré el teorema de imposibilidad en el caso probabilístico? La intuición crucial fue que el proceso de imaging pudo ser caracterizado por la condición “linearity” [...] y estuvo, por supuesto, inspirado en el resultado de imposibilidad de Davis Lewis. Sin embargo, la idea que hay detrás de mi demostración es diferente.
Pero la raíz de todas estas fechas arranca en 1977 cuándo presenté en Helsinki el artículo “Conditionals and changes of belief”. Isaac Levi y Bill Harper se hallaban presentes en la conferencia y discutimos muy extensamente nuestros diferentes puntos de vista. En ese artículo las condiciones sobre los condicionales son mapeadas en condiciones sobre funciones de revisión probabilísticas. La condición crucial (pág 393) es (C10b): *Para todo conjunto de creencias* P *en un modelo, si* $\neg(p > \neg q)$ *se sigue de* P, *entonces* (P $*$ p)/ q *es un subconjunto de* P $*$ $(p \wedge q)$. Mostré que se corresponde con el axioma $(p > q) \wedge \neg (p > \neg r) \rightarrow (p \wedge r > q)$ que es central en el sistema VC de condicionales de Lewis (1973, n. del t.) Lo que yo realmente quería era poder obtener una condición más fuerte: (!) *Para todo conjunto de creencias* P *en un modelo, si* $\neg q$ *no se sigue de* P, *entonces* (P $*$ p)/ q *es un subconjunto de* P $*$ $(p \wedge q)$. En su forma no probabilística, esta condición se transformó luego en subexpansión. Sin embargo, aunque intenté por algún tiempo, no conseguí probar que (!) se correspondía con el axioma $(p > q) \wedge \neg (p > \neg r) \rightarrow (p \wedge r > q)$. Este “agujero” vivió conmigo por largo tiempo y no recuerdo cuándo comprendí que, en vez de ser (!) equivalente con el axioma que buscaba, agregando (!) a las otras condiciones del artículo [17] llevaba a un resultado de trivialidad, es decir el condicional > colapsaba con el condicional material.
[...] Un detalle marcado por Isaac Levi es que yo exigía en [17] que C10a y C10b juntas eran mas fuertes que la condición C9: , si $\neg p$ no se sigue de P, entonces (P $*$ p) = P/ p. Esto es falso. Sin embargo (!) por supuesto implica C9. En su forma no probabilística, esta condición se transformó luego en vacuidad que tiene un papel crucial en el teorema de imposibilidad. En 1977 no pude mapear C9 en ningún axioma para condicionales y sólo cuándo descubrí el teorema de imposibilidad entendí el porqué”.