

# Explorando as Funções Trigonométricas com o Software Geogebra e Calculadora Gráfica numa Turma de 11º Ano

RELATÓRIO DE ESTÁGIO DE MESTRADO

**Carla José Velosa de Brito**

MESTRADO EM ENSINO DA MATEMÁTICA NO 3º CICLO  
DO ENSINO BÁSICO E SECUNDÁRIO



UNIVERSIDADE da MADEIRA

*A Nossa Universidade*

[www.uma.pt](http://www.uma.pt)

fevereiro | 2015

J/M  
51  
BRI Exp  
+CD-R

UNIVERSIDADE DA MADEIRA  
BIBLIOTECA

## **Explorando as Funções Trigonométricas com o Software Geogebra e Calculadora Gráfica numa Turma de 11º Ano**

RELATÓRIO DE ESTÁGIO DE MESTRADO

**Carla José Velosa de Brito**

MESTRADO EM ENSINO DA MATEMÁTICA NO 3º CICLO  
DO ENSINO BÁSICO E SECUNDÁRIO

ORIENTAÇÃO

Elsa Maria dos Santos Fernandes



**Mestrado em Ensino da Matemática no 3º Ciclo do Ensino Básico e Secundário  
Centro de Competência das Ciências Exatas e das Engenharias**

**Explorando as Funções Trigonométricas com o Software Geogebra e  
Calculadora Gráfica numa Turma de 11º Ano**

**Carla José Velosa de Brito**

Relatório da Prática de Ensino  
Supervisionado no âmbito do Mestrado em  
Ensino de Matemática no 3.º Ciclo do Ensino  
Básico e Secundário da Universidade da Madeira.

**Orientadora: Professora Doutora Elsa Maria dos Santos Fernandes**

**Fevereiro 2015**

*“Ninguém sabe tudo, assim como ninguém ignora tudo. O saber começa com a consciência do saber pouco...”*

**Paulo Freire**

## Resumo

O presente relatório nasce a determinada altura do nosso percurso académico, na sequência de um trabalho efetuado no âmbito da Prática do Ensino Supervisionado do Mestrado em Ensino de Matemática no 3.º Ciclo do Ensino Básico e no Secundário da Universidade da Madeira, no ano letivo 2011/2012, e tem como objetivo analisar o papel das Tecnologias de Informação e Comunicação (TIC) na aprendizagem da Matemática.

As estratégias usadas no ensino foram apoiadas na aprendizagem pela descoberta e inspiradas nas práticas utilizadas do Modelo Pedagógico da Escola Moderna (MEM). Esta pedagogia tem como finalidade desenvolver nos alunos o prazer do saber e a sua autonomia nas atividades de investigação e procura também contribuir para a sua formação como cidadãos. Procura-se adotar as metodologias utilizadas no MEM e no Projeto Construindo o Êxito em Matemática (CEM) Programa de Formação Contínua de Professores de Matemática aos alunos de uma turma do 8.º Ano e do 11.º Ano e analisa-se as diferentes posturas dos mesmos face às diferentes oportunidades de aprendizagem propostas. Este estudo foi aplicado nas diversas unidades lecionadas ao longo do estágio, partindo das seguintes questões orientadoras: *Qual a importância da utilização das TIC no ambiente real de sala de aula?; Como é que a utilização da calculadora científica e de software de geometria dinâmica contribuem para o desenvolvimento do raciocínio e da comunicação matemática?*.

Neste trabalho investigativo, utilizei o método qualitativo onde a recolha de dados foi baseada na observação direta dos alunos em contexto de sala de aula, assim, como nos registos efetuados ao longo das aulas no diário de bordo.

Conclui-se que o processo de ensino-aprendizagem é construído constantemente, e para tal construção, é essencial a organização da escola como um todo, onde todos os sujeitos são parte integrante do processo de ensino-aprendizagem.

**Palavras – Chave:** Aprendizagem; TIC; Motivação; Professor; Tarefas; Conhecimento.

## Abstract

This report comes at some point of our academic career, following a work performed under the Supervised Teaching Practice Master in Mathematics Teaching in the 3rd cycle of Basic Education and Secondary University of Madeira, in the school year 2011/2012, and aims to present examining the role of Information and Communication Technologies (ICT) for learning mathematics. The strategies used in teaching were supported in learning by discovery and inspired by practices used the Pedagogical Modern School Model (MEM). This training aims to develop in students the pleasure of knowledge and its autonomy in research activities and also seeks to contribute to their training as citizens. It seeks to adopt the methodologies used in MEM and Project Building success in Mathematics (CEM) Lifelong Learning Programme of Teachers of Mathematics to students in a class of Year 8 and Year 11 and analyzed the different postures of the same address different learning opportunities proposals. This study was applied in the various units taught over the stage, based on the following guiding questions: How important is the use of ICT in the real environment of the classroom ?; How does the use of scientific calculator and dynamic geometry software contribute to the development of reasoning and mathematical communication ?.

In this research work, I used the qualitative method where data collection was based on direct observation of students in the context of the classroom, as well as the records made during the lessons in the logbook.

We conclude that the process of teaching and learning is built constantly, and for such a construction, the organization of the school as a whole, where all subjects are part of the teaching-learning process is essential.

**Key - Words:** Learning; ICT; Motivation; Teacher; Tasks; Knowledge.



## **Agradecimentos**

O percurso académico parece que não tem fim. Durante o desenvolvimento da investigação senti algumas dificuldades em conciliar todas as tarefas e atividades em que estava envolvida. Para obter um bom resultado, foi necessário fazer sacrifícios e escolhas, mas também apoiar-me em quem me incentivou a prosseguir no meu trabalho.

Quero prestar tributo a todos aqueles que souberam lidar comigo e me ajudaram a superar os obstáculos que apareciam.

Em primeiro lugar, agradeço profundamente à minha orientadora, Professora Doutora Elsa Fernandes pela orientação científica, em especial pelo trabalho árduo de revisão, interesse demonstrado na concretização desta tese e pelo constante encorajamento para a sua feitura.

Quero agradecer à orientadora cooperante, Professora Rosalina Gomes, por ter disponibilizado as suas turmas dando-me oportunidade de aperfeiçoar os conhecimentos matemáticos e, sobretudo, pela disponibilidade incessante, empenho e por todas as críticas construtivas que me fez durante o estágio. Muito obrigada pelo espaço de aprendizagem que me proporcionou.

Quero agradecer ao Executivo da Escola Básica e Secundária Prof. Dr. Francisco de Freitas Branco-Porto Santo, colegas do grupo de matemática e demais colegas e funcionários do referido estabelecimento de ensino.

Para todos os professores do Mestrado vai o meu reconhecimento, pela contribuição positiva para o meu desenvolvimento pessoal e profissional.

Agradeço a toda a minha família, especialmente aos meus pais e sogros, por me darem força e confiança e tornarem possível realizar o mestrado.

Ao meu companheiro e aos meus filhos reservo um agradecimento muito especial pelo apoio e elevada compreensão. Sem isso, dificilmente seria possível a realização deste trabalho.

A todos, o meu grato reconhecimento.

## Índice

1.Introdução .....	13
1.1.Importância das TIC na Aprendizagem Matemática.....	14
1.2.Estrutura Geral do Relatório .....	15
1.3.As Motivações para o Estudo.....	15
2.Visão Geral do Estágio Pedagógico.....	17
2.1.Descrição das Unidades Temáticas/Estratégias Adotadas para o 8.º Ano .....	19
2.1.1.Organização e Tratamento de Dados (7.ºAno).....	20
2.1.2.Isometrias .....	20
2.1.3.Números Racionais .....	22
2.1.4.Planeamento Estatístico.....	22
2.1.5.Funções e Equações do 1.ºGrau .....	24
2.1.6.Sólidos Geométricos .....	25
2.2.Descrição das Unidades Temáticas/Estratégias Adotadas para o 11.º Ano .....	26
2.2.1.Movimentos Periódicos. Funções Trigonométricas.....	26
2.2.2.Movimentos Não Lineares .....	28
2.3. Atividades Extras .....	29
2.4.Reflexão Geral sobre o Estágio.....	31
3.Fundamentação Teórica .....	33
3.1.A Implementação das TIC em Contexto de Sala de Aula.....	33
3.2.O que significa “ <i>motivar</i> ” na aprendizagem?.....	34
3.3.O Professor como Mediador da Aprendizagem da Matemática na Sala de Aula.....	34
3.3.1.Trabalho Individual.....	37
3.3.2.Trabalho em Grupo .....	39
3.4.Tecnologias no Ensino da Matemática.....	41
3.4.1.Calculadora.....	42
3.4.2.Computador.....	44
3.4.2.1. <i>Software</i> “Geogebra” .....	45
4. Metodologia Adotada.....	48
4.1.O Tema em Estudo e as Opções Metodológicas .....	48
4.2.Intervenientes no Estudo .....	49
4.3.Materiais de Ensino Utilizados .....	50
4.3.1.Tarefas “Investigativas” .....	51
4.3.2. <i>Software</i> –“Geogebra” e Calculadora Gráfica.....	52

5.Análise e Interpretação dos Dados .....	55
5.1.Tarefa n.º 6 “ <i>Função Seno</i> ” .....	56
5.2.Tarefa n.º 8 “ <i>Função Tangente</i> ” .....	60
6.Conclusões .....	63
7.Referências Bibliográfica.....	67
Anexo I :Tarefa: Isometrias – Translação (adaptado do Projeto CEM).....	72
Anexo II:Composição de translações: adição de vetores - <i>Software</i> de geometria dinâmica - Geogebra .....	75
Anexo III:Grelha de Registo e Observação de Aula .....	76
Anexo IV:Tarefa (adaptada) do Projeto CEM – “ Balança da Lego” .....	77
Anexo V:Tarefa “Função Seno” .....	81
Anexo VI:Tarefa “Função Cosseno” .....	86
Anexo VII:Tarefa “Função Tangente” .....	90
Anexo VIII:Tarefa “Funções Trigonométricas e o Geogebra” .....	94

## Índice de Figuras

Figura 1: “Um gráfico vale mais do que mil palavras.”

Figura 2: Reflexão deslizante.

Figura 3: Animação da *Função Seno*.

Figura 4: Robot RCX

Figura 5: Rosáceas

Figura 6: Animação *Função Seno*

Figura 7: *Função Tangente*

Figura 8: Tabela “*Função Tangente*”

## **Siglas Utilizadas**

**APM** – Associação Professores de Matemática

**ASE** – Ação Social Educativa

**CEM** – Construindo o Êxito em Matemática Programa de Formação Contínua de  
Professores de Matemática

**GD** – Geometria Dinâmica

**ME** – Ministério da Educação

**MEM** – Movimento da Escola Moderna

**NCTM** – Normas para o Currículo e a Avaliação em Matemática Escolar

**TEA** – Tempo de Estudo Autónomo

**TIC**- Tecnologias da Informação e Comunicação

## 1. Introdução

No ensino da Matemática, o professor procura que os alunos sintam que aprender matemática poder ser divertido e interessante. Os alunos nem sempre entendem os conceitos ou propriedades aritméticas e geométricas. Este facto leva à necessidade de enfatizar mais os conceitos. Daí a importância da introdução das TIC no contexto sala de aula, que acabou por se revelar um instrumento extremamente útil e motivador.

Estas ferramentas que não podem ser ignoradas em educação, foram referidas enquanto potenciadoras do processo de ensino/aprendizagem, por pedagogos como Paulo Freire.

A utilização do computador, internet, quadro interativo, calculadora, motiva os alunos no processo ensino-aprendizagem, aderindo estes, com maior facilidade, às tarefas propostas.

Contudo, pretende-se que os alunos construam o seu próprio saber, tendo em conta o ritmo próprio de cada um e as diferenças individuais no que respeita aos interesses e carências. Para Paulo Freire (1992), o recurso à tecnologia pressupõe a compreensão do seu poder político, uma vez que a utilização de um *software* educativo, ou mesmo de uma página *web*, parte, diríamos sempre, de uma determinada concepção do mundo, do Homem e claro do processo de ensino/aprendizagem

A conclusão recai sobre os aspetos mais significativos e importantes da renovação das práticas educativas: motivação e aprendizagem.

## **1.1. Importância das TIC na Aprendizagem Matemática**

Ao longo dos tempos a educação tem sofrido muitas mudanças. Os papéis do professor e aluno alteraram-se, os alunos com espírito curioso e motivados facilitam o processo da inserção das tecnologias no ensino.

Para Masseto (2000), o importante, neste processo dinâmico de aprender pesquisando, é que o professor use técnicas e recursos para a boa efetivação das Tecnologias de Informação e de Comunicação, ou seja, que integre as dinâmicas tradicionais com as inovadoras, que unam a escrita com o audiovisual.

É importante procurar sensibilizar e motivar os alunos para aprendizagem, para a evolução, para a importância da sua participação, para o processo de aula-pesquisa e para as tecnologias que irá ser apresentada e utilizada em sala de aula, entre elas o uso do computador.

O uso de tecnologias no processo da aprendizagem é imperativo na sociedade atual. O professor deixa ter um papel exclusivo de detentor do conhecimento e inicia-se a fase em que o professor assume o papel de mediador das aprendizagens.

O computador torna-se um instrumento, uma ferramenta para a aprendizagem. Desenvolvendo habilidades intelectuais e motoras, leva o aluno ao desabrochar as suas potencialidades, a compreensão e apropriação crítica de conceitos matemáticos.

Este processo de aprendizagem leva à formação de alunos autónomos, que aprendem por si mesmos, porque aprenderam a aprender, através da busca, da investigação, descoberta e invenção.

Os alunos ao utilizarem o computador e utilizarem um ambiente multidisciplinar e interdisciplinar, têm a possibilidade de se tornarem cidadãos mais ativos e autónomos na sociedade de hoje.

## **1.2. Estrutura Geral do Relatório**

Este relatório encontra-se organizado em sete capítulos.

O primeiro capítulo é dedicado à introdução, fazendo referência a importância das TIC na motivação para a aprendizagem matemática e a descrição da estrutura geral do relatório.

O capítulo seguinte diz respeito à prática do estágio pedagógico e nele serão referidas as estratégias e opções metodológicas definidas pelo núcleo de estágio.

Em seguida, explico com alguma revisão literária a implementação das TIC no contexto sala de aula, explorando o significado da motivação e as tecnologias implementadas no ensino, bem como os benefícios da sua utilização durante o ano letivo como ferramenta de aprendizagem. Tudo isto é feito com o apoio de contributos teóricos de diversos autores que vão ao encontro dos interesses e preocupações refletidos no âmbito do meu foco de estudo.

Finda a fundamentação teórica, descrevo as opções metodológicas selecionadas por mim na investigação da aprendizagem dos alunos. Após explicar o modo de funcionamento desta matéria, faço uma análise dos resultados obtidos nesta experiência e concluo o trabalho com as considerações finais e por último as referências bibliográficas que suportaram o mesmo.

## **1.3. As Motivações para o Estudo**

O ensino da matemática tem sofrido alterações ao longo dos anos, desde os conteúdos programáticos aos recursos de apoio a utilizar.

Esse facto fez-me refletir e relembrar os meus tempos de aluna do ensino básico e secundário, durante os quais não me recordo de ter realizado outro tipo de trabalhos,

para além dos testes escritos, sendo os trabalhos de casa muito semelhantes aos exercícios abordados e praticados na aula.

Comecei a refletir mais profundamente sobre a escola e apercebi-me que o ensino tradicional não aproveita as capacidades de cada aluno como deveria, uma vez que o papel central na aprendizagem é dado ao professor. Claro que o papel do professor é muito importante mas, com ajuda dos recursos de apoio ao processo de aprendizagem os alunos passam a ter um papel mais ativo. A alteração do papel dos alunos no contexto sala de aula trará motivação e, como é sabido, este é um fator facilitador de aprendizagem.

A escolha deste tema surgiu da necessidade que senti em querer compreender o que sentem os alunos quando se deparam com situações problemáticas que envolvem conhecimentos matemáticos e perceber como são capazes de as resolver. Por isso, direcionei o meu estudo a partir das seguintes questões: *Qual a importância da utilização das TIC no ambiente real de sala de aula?; Como é que a utilização da calculadora científica e de software de geometria dinâmica contribuem para o desenvolvimento do raciocínio e da comunicação matemática?*

Utilizei, neste trabalho investigativo, o método qualitativo onde a recolha de dados foi baseada na observação direta dos alunos em contexto de sala de aula, nas reflexões conjuntas realizadas pelo grupo de estágio no momento pós aula, assim como nos registos efetuados ao longo das aulas no diário de bordo.

As aulas de Didática que frequentei no decorrer do mestrado, sensibilizaram-me nos cuidados a ter ao preparar e lecionar uma aula. Foi muito importante para o meu desenvolvimento profissional e pessoal, e considero que inspirou as abordagens e metodologias adotados durante o estágio.

## **2. Visão Geral do Estágio Pedagógico**

O meu estágio pedagógico ocorreu entre Setembro de 2011 e Abril de 2012, na Escola Básica e Secundária Prof. Dr. Francisco de Freitas Branco, Porto Santo. O núcleo de Estágio foi composto por mim e pela minha colega Adelaide Mendonça, tendo a orientação científica e pedagógica ficado a cargo, respetivamente, da Professora Doutora Elsa Fernandes (Universidade da Madeira) e da Dr.<sup>a</sup> Rosalina Gomes (Orientadora Cooperante).

Ao iniciar-se o ano letivo, a Orientadora Cooperante reuniu-se com as estagiárias, e com afetuosa simpatia e disponibilidade, mostrou as instalações onde iríamos trabalhar ao longo do ano letivo. Facultou-nos todos os documentos de que iríamos necessitar para podermos iniciar o nosso trabalho, desde o programa, passando pelos manuais, o horário, o calendário escolar, até as planificações a longo e médio prazo de cada ano que iríamos lecionar.

A atividade letiva incidiu em duas turmas: uma turma 8.ºano, constituída por 21 alunos e uma turma do 11.º ano, constituída por 7 alunos. Quer isto dizer que esta experiência foi enriquecedora, visto termos oportunidade de lecionar os dois níveis de ensino para os quais nos preparamos.

A turma do 8.º ano é constituída por vinte e um alunos, sendo dez do sexo feminino e onze do sexo masculino.

A turma do 11.ºano é constituída por alunos de dois cursos tecnológicos (TA – Curso Tecnológico de Administração e TI – Curso Tecnológico de Informática, a Matemática B é a lecionada em ambos os cursos.

A turma é formada por seis alunos do Curso Tecnológico de Administração (cinco raparigas com idade média de 17 e um rapaz com idade de 21 anos); e por um aluno (17 anos) do Curso Tecnológico de Informática.

Para dar início à ordem de trabalhos, foi estipulado que as primeiras aulas do período, em ambas as turmas, ficariam reservadas à orientadora Dr<sup>a</sup> Rosalina. Ficou decidido que as restantes aulas seriam lecionadas em igual número pelas estagiárias, em que eu iniciaria com a turma de 11<sup>o</sup> ano e a minha colega com a de 8<sup>o</sup> ano e que ao meio do período faríamos a troca das turmas.

Após apresentações e decisões iniciais, foi hora de delinear em grupo quais as melhores estratégias e metodologias adotar para que as oportunidades de aprendizagem e de sucesso fossem maiores, tendo em conta os programas definidos pelo Ministério da Educação, os planos longo e médio prazo estipulados pela escola e assim como das necessidades, capacidades e dificuldades dos alunos. Tudo isto sem descurar, também, as minhas dificuldades e das minhas capacidades.

As aulas foram preparadas e planeadas em conjunto pelo núcleo de estágio e as planificações ficariam a cargo de cada estagiária que iria lecionar a aula. Em conjunto, procurámos inovar e aplicar metodologias diferentes em contexto de sala de forma a melhorar a aprendizagem e o sucesso dos alunos. Tendo em conta que a turma de 8<sup>a</sup> ano apresentava um rendimento médio nesta disciplina e que a turma de 11<sup>o</sup> ano possuía extremas dificuldades nos conteúdos matemáticos, preocupámo-nos em utilizar diferentes propostas de trabalho e recursos, ou seja, tentámos diversificar os métodos e ferramentas utilizados de forma a adequar as TIC aos conteúdos.

Pretendíamos que os alunos tivessem um papel mais ativo e interventivo, de forma a que a aprendizagem fosse um processo construtivo. Nesse sentido, incentivámos o trabalho em grupo ou grande grupo, nas turmas de 8<sup>o</sup> e 11<sup>o</sup> anos, o que permitiu aos alunos trocar e partilhar as suas descobertas, levando a uma maior entrega na realização das tarefas propostas.

A planificação das aulas foi sempre preparada ao pormenor desde a distribuição das salas, requisição e instalação prévia do *software* nos computadores, a impressão das

fichas de trabalho, entre outros pormenores imprescindíveis para o sucesso da realização das atividades investigativas. Depois de lecionada cada aula reuníamos-nos para discutir e refletir sobre os momentos e as estratégias empregues.

Todo o trabalho foi realizado com o apoio e colaboração das orientadoras de estágio, que nos ofereceram continuamente as suas sugestões de aperfeiçoamento colocando ao nosso dispor a sua vasta experiência.

O espírito de equipa patente no nosso núcleo de estágio permitiu-nos desenvolver um trabalho produtivo e interessante, assim como enriquecedor para todas, tendo influenciado positivamente o meu desenvolvimento profissional ao longo do estágio. Pois, de acordo com Boavida (2005), “ o professor ensina não apenas com o que sabem, mas também com o que é como pessoa”.

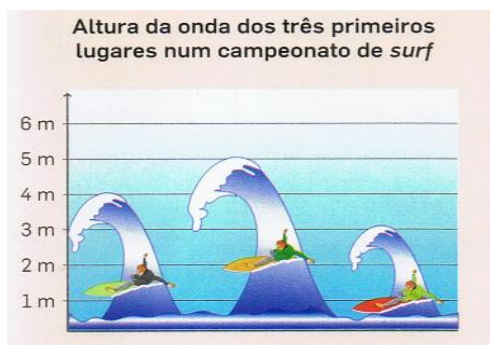
Para além da atividade letiva, também foram realizadas algumas atividades extracurriculares a cargo do grupo de estágio. Para finalizar o 1º período, foi realizado um *workshop* sobre os robots e a matemática intitulado “*ROBOTS VERSUS MATEMÁTICA*” e, no final do 2º período, foi feita uma exposição com os trabalhos realizados pelos alunos nas temáticas de isometrias e planeamento estatístico.

Ao longo do ano letivo as ferramentas mais utilizadas foram a calculadora e o *software* de Geometria Dinâmica “Geogebra”. De acordo com os objetivos e propostas definidos pelo Ministério de Educação e os planos a médio e longo prazo da escola, planificámos e lecionámos as aulas do ano letivo 2011/2012. Segue-se uma descrição de cada unidade temática desenvolvida ao longo do estágio, assim como dos recursos e materiais utilizados. Todo o trabalho foi compilado e organizado, encontrando-se disponível para consulta no CD em anexo.

## **2.1. Descrição das Unidades Temáticas/Estratégias Adotadas para o 8.º Ano**

### 2.1.1. Organização e Tratamento de Dados (7.º Ano)

A primeira unidade didática lecionada no 8.º ano foi “ Organização e Tratamento de Dados” – conteúdo que não tinha sido lecionado no 7.º ano. Para dinamizar a compreensão dos conceitos, os alunos executaram as tarefas do Manual de 7.º ano devidamente adaptadas. Foi criada uma Ficha de Apoio “Dados Variáveis”, de forma a aplicar os conceitos explorados e compreender as várias utilizações práticas dos mesmos. Foram também utilizadas fichas de trabalho, realização de um *PowerPoint* - “Um gráfico vale mais do que mil palavras”, a fim de sensibilizar os alunos para diversas situações enganadoras. Por fim, foi dado aos alunos uma tarefa investigativa adaptada do manual de 8.º ano.



A avaliação desta unidade foi feita através

Figura1: “Um gráfico vale mais do que mil palavras”

de grelhas de observação e registo das atitudes e valores dos alunos na aula, assim como as suas intervenções. Foi também realizado um mini teste que envolvia uma situação problemática inspirada num acontecimento do dia-a-dia.

### 2.1.2. Isometrias

A segunda unidade explorada foi “Isometrias”. Uma vez que alguns alunos já haviam explorado os conceitos (translação, rotação e reflexão), o objetivo das propostas de trabalho nesta unidade foi identificar, prever e descrever a isometria em causa, dada a figura geométrica e o transformado; e obter a noção de translação, de rotação e de reflexão deslizante. Essa investigação levada a cabo pelos alunos teve como

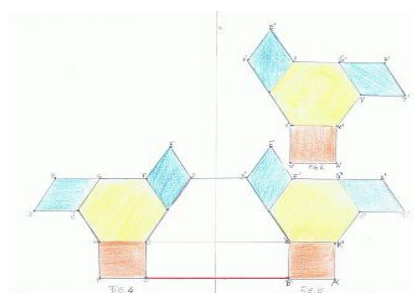


Figura2: Reflexão Deslizante

base a utilização de materiais manipuláveis – “Blocos Lógicos Geométricos”,

acompanhada de uma tarefa adaptada do projeto CEM e do Kit de materiais transparentes do manual adaptado aplicado a uma tarefa do manual (*Anexo I*).

Posteriormente, através da projeção de um *PowerPoint* sobre “Transformações Geométricas no Plano”, ocorreu uma investigação por parte dos alunos que teve como base o *software* Geogebra para explorar a composição de translações: adição de vetores (*Anexo II*).

Realizou-se por essa altura o primeiro TEA – Tempo de Estudo Autónomo. Explicámos aos alunos o que era o TEA e como se processava. Distribuímos no início da aula uma ficha orientadora, para que os alunos escrevessem o que iriam fazer e, no fim, indicar o que não conseguiram fazer e porquê e o restante material didático (fichas de trabalho numa mesa e a correção noutra mesa), onde cada um iria seleccionar a atividade, consoante as maiores dificuldades, mas de forma a cumprir todos os domínios de aprendizagem. Também foram informados que poderiam consultar todo o material em sua posse, como por exemplo: o manual, as fichas de trabalho, as fichas de apoio e tarefas. Quanto ao modo de tirar dúvidas, poderiam recorrer ao professor num tempo limite de dez minutos ou aos colegas, para que pudesse progredir positivamente no seu percurso de aprendizagem; caso tivessem necessidade, poderiam consultar a correção da ficha num tempo máximo de cinco minutos e num máximo de dois alunos. Todo este momento de estudo autónomo foi desenvolvido com o intuito de que todos os alunos pudessem treinar as suas capacidades e competências guiadas por exercícios propostos. Foram realizadas diversas fichas (“Recolha e Tratamento de Dados”, “Organização e Análise de Dados Contínuos”, “Dados Discretos”, “Medidas de Localização e Dispersão”, “Simetria e Enviesamento” e “Isometrias”).

A avaliação desta unidade temática foi feita não só através de grelhas de registo e observação da aula (*Anexo III*) como também por via da realização de um mini teste,

de uma ficha de avaliação e de um portefólio sobre os conteúdos explorados nesta temática.

Todas as fichas de trabalho expostas na sala de Estudo Autónomo tentaram abarcar os domínios de aprendizagem trabalhados em contexto de sala de aula.

### **2.1.3. Números Racionais**

Logo após o estudo das Isometrias, foi explorada a unidade temática “Números Racionais”. Os conceitos foram adquiridos pelos alunos através da exploração de propostas do projeto CEM intitulada “Números Racionais” (*PowerPoint*), atividades e fichas de trabalho proposta pelo Ministério da Educação, com o intuito de desenvolver o sentido de número, a compreensão dos números e das operações e a capacidade de cálculo mental e escrito. Por fim, os alunos deviam ser capazes de aplicar todos estes conhecimentos para resolverem problemas em diversos contextos.

A avaliação desta temática foi realizada através da observação direta (interesse, empenho e sociabilidade), do diálogo com os alunos, da qualidade das intervenções orais, autonomia e demonstração do espírito crítico e criativo, da adaptação de cada aluno perante as novas situações que poderão surgir durante a realização das tarefas e fichas de trabalho propostas. Foi também realizado um mini teste e uma ficha de avaliação.

### **2.1.4. Planeamento Estatístico**

Seguiu-se a Unidade -“Planeamento Estatístico”, que faz parte do trabalho investigativo realizado. De forma a indiciar as metodologias deste trabalho utilizadas na sala de aula e incutirmos alunos o gosto de aprender matemática, utilizou-se uma metodologia do estilo do Movimento da Escola Moderna. O MEM defende, como

princípio, a escola como um lugar onde alunos e professores criam as condições necessárias à aprendizagem de todos, as quais passam pela organização do espaço e do tempo, pela escolha dos materiais e pela criação de um clima socio afetivo, que permita uma jornada estimulante, através de processos de cooperação, de interajuda e de partilha de saberes e realizações.

Desde os anos sessenta que este Movimento valoriza a vivência em grupo, o trabalho cooperativo, a relação com o meio, as experiências anteriores dos alunos, o esforço nas novas aprendizagens e o diálogo.

Os conteúdos foram explorados pelos alunos através de um estudo estatístico passando por todas as etapas: Formulação do problema e das questões a investigar/definição do objetivo do trabalho; Planificação e realização da recolha de dados; Organização; Representação de dados; Interpretação dos dados; Formulação de Conclusões.

Neste trabalho foram utilizados os temas dados pelo projeto CEM, para os alunos definirem os seus trabalhos. Este trabalho de Investigação Estatística foi idealizado com o intuito de levar os alunos a avaliar e compreender a adequação de técnicas de amostragem, tendo em vista a informação que se pretende retirar do estudo estatístico.

Todo este trabalho foi aplicado no âmbito do MEM, como trabalho projeto, e, por isso foi fornecido o PIT (Plano Individual de Trabalho) por forma a orientar os alunos.

A avaliação desta unidade foi feita não só através de grelhas de registo e observação da aula como também pela apresentação dos trabalhos ao longo de diversas aulas - trabalho de Investigação Estatística, com objetivo de compreender a adequação de técnicas de amostragem, tendo em vista a informação retirada no estudo estatístico.

No final da apresentação de cada grupo realizou-se a autoavaliação e a heteroavaliação do trabalho.

Os resultados desta experiência foram muito positivos, tanto pela dinâmica e interesse que os alunos revelaram a partir da utilização da pesquisa, como pela motivação demonstrada nos trabalhos de grupo, verificando-se até uma melhoria do seu comportamento, aproveitamento, empenho e atitudes.

### **2.1.5. Funções e Equações do 1.º Grau**

A unidade didática referente “Funções e Equações do 1.º Grau”, foi lecionada no 2.º período através da exploração de atividades, fichas de trabalho, manual adotado (“Matematicamente falando 8”), fichas informativas (“Princípios e regras para a resolução de equações”; “Recordar as etapas para resolver equações com denominadores e com parênteses”), *software* Geogebra e a Balança da Lego.

A utilização da “Balança da Lego”, atividade adaptada do projeto CEM (*Anexo IV*) permitiu recordar a noção de equilíbrio e os termos relacionados, tendo como objetivo levar os alunos a recordar os significados relacionados com equação e recordar também o modo de resolver equações do primeiro grau, considerando o princípio e regras que envolvem o processo de resolução.

Posteriormente, os alunos, em pares, resolveram diversas tarefas, a fim de compreender e recordar: a noção de equação e de solução de uma equação, identificar equações equivalentes e relacionar os significados de “membro” e “termo”, e de “incógnita” e “solução”; as noções de equação e de solução de uma equação e identificar equações equivalentes (resolver equações do 1.º grau utilizando as regras de resolução; resolver problemas envolvendo equações); Equações do 1.º grau a uma

incógnita - com denominadores (resolver equações do 1.º grau utilizando as regras de resolução; resolver problemas envolvendo equações).

Durante a exploração desta temática houve dois momentos de TEA – Tempo de Estudo Autónomo, com o diverso material didático (fichas de trabalho com a correção) para que os alunos tivessem um momento de treino e de estudo a fim de superarem as suas dificuldades. As fichas de trabalhos realizados no Estudo Autónomo (“Recolha e Tratamento de Dados”; “Organização e Análise de Dados Contínuos”; “Dados Discretos”; “Medidas de Localização e Dispersão”; “Simetria e Enviesamento”; “Isometrias”; “Números Racionais”; “Notação científica”; “Planeamento Estatístico”; “Equações de 1.º grau”) tiveram como finalidade tentar abarcar todos os domínios de aprendizagem trabalhada até ao momento no contexto de sala de aula.

A avaliação desta temática foi realizada através da observação direta (interesse, empenho e sociabilidade), do diálogo com os alunos para verificar a qualidade das intervenções orais, bem como a sua autonomia e demonstração do espírito crítico e criativo, avaliando-se também a adaptação de cada aluno perante as novas situações que poderão surgir, durante a realização das tarefas e fichas de trabalho.

#### **2.1.6. Sólidos Geométricos**

Por fim, a última unidade lecionada foi “Sólidos Geométricos”. Os conceitos foram adquiridos através da exploração de diversas tarefas e fichas de trabalho, entre as quais a utilização de problemas do manual “Matematicamente falando 8” (identificar posições relativas de retas; resolver problemas que envolvam o cálculo de áreas e volume), recurso às calculadoras e a resolução de situações problemáticas e exercícios de avaliação. Após os conteúdos explorados, ocorreu um momento de TEA – Tempo de Estudo Autónomo. A avaliação desta unidade didática funcionou de forma análoga às

anteriores, através das grelhas de observação e registo, de um mini teste e de uma ficha de avaliação.

## **2.2. Descrição das Unidades Temáticas/Estratégias Adotadas para o 11.º Ano**

### **2.2.1. Movimentos Periódicos. Funções Trigonométricas**

Deu-se início ao estudo dos “Movimentos Periódicos” no mês de Outubro. Para tratar das razões trigonométricas do ângulo de  $45^\circ$ , utilizámos as relações já conhecidas do triângulo retângulo, em particular de um triângulo isósceles. No caso dos ângulos  $30^\circ$  e  $60^\circ$  deduzimos a partir de um triângulo equilátero, utilizando, assim, a relação entre os ângulos complementares num triângulo retângulo. Posteriormente, iniciamos um novo subcapítulo intitulado “Unidade de medida de ângulos e arcos”. Esta parte foi iniciada com a apresentação de um filme retirado do site [www.youtube.com](http://www.youtube.com), intitulado “Aula Radiano-Nany”, a fim de ser introduzido um novo conceito-*Radiano*. De seguida, foram lembradas as noções de ângulo positivo e negativo fazendo-se analogia com o sentido do movimento dos ponteiros do relógio. No subcapítulo seguinte, “Redução ao 1º Quadrante”, pretendeu-se que os alunos determinassem um ângulo de amplitude pertencente ao intervalo  $]0, \frac{\pi}{2}[$  e cujas razões trigonométricas tenham, em valor absoluto, valores iguais às razões trigonométricas do ângulo dado, e seguidamente, a dedução das razões trigonométricas dos ângulos com amplitude  $\alpha$  e  $\pi - \alpha$ .

Em seguida, foi entregue uma ficha de trabalho com o intuito de consolidar as reduções a 1º Quadrante das relações trigonométricas de um ângulo de amplitude  $\alpha$ , até ao concluir das outras reduções ao 1.º quadrante. Para concluir este capítulo, procurámos abordar esta temática - “Funções Trigonométricas” - através de tarefas, que foram idealizadas com o intuito de levar os alunos a determinar a expressão geral das soluções de equações trigonométricas, nomeadamente, a equação seno, cosseno e

tangente, alertando sempre para os casos particulares de cada uma delas. Durante a exploração das tarefas foi utilizada a calculadora gráfica, *PowerPoint* e o *software* Geogebra. Para consolidar os conceitos introduzidos os alunos realizaram exercícios e problemas do manual adotado.

Iniciámos o estudo das funções trigonométricas com a função  $f(x)=\text{sen } x$ . Para isso, foi criada uma animação no *software* Geogebra para que os alunos pudessem verificar que a cada medida de amplitude de ângulo (em radianos) corresponde ao valor respetivo do seno (*Anexo V*). Após a análise do gráfico foi pedido aos alunos para concluir algumas propriedades da função. Para estudar o período da função foi necessário relembrar o conceito de função periódica e de paridade da função.

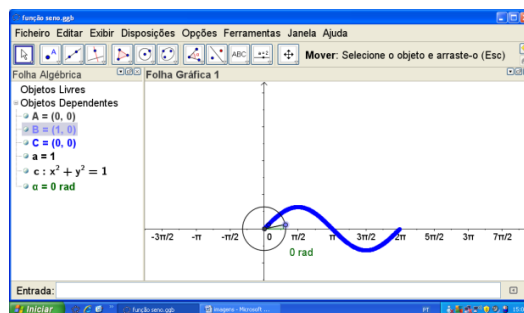


Figura 3: Animação da Função Seno

Para introduzir a função  $f(x)=\text{cos } x$ , foi realizada uma tarefa (*Anexo VI*) com o suporte da calculadora e do *viewscreen*, com o intuito de deduzir as propriedades da mesma. Para consolidar os conceitos introduzidos foram resolvidos exercícios do manual adotado.

Para introduzir a função  $f(x)=\text{tg } x$ , foi realizada uma tarefa (*Anexo VII*) com o suporte da calculadora e do *viewscreen*, com o intuito de deduzir as propriedades da mesma. Para consolidar os conceitos introduzidos foram resolvidos exercícios do manual adotado.

Para finalizar as funções trigonométricas, em particular a função  $f(x)=\text{tg } (x)$  recorreremos novamente à calculadora, a fim de realizar uma tarefa (*Anexo VIII*).

Com a finalidade de consolidar os conceitos introduzidos relativamente às funções trigonométricas foi realizada uma tarefa intitulada “ Funções Trigonométricas e o Geogebra” (*Anexo VIII*). A utilização das TIC permitiu posteriormente interpretar e resolver situações reais modeladas pelas funções trigonométricas. No final da unidade ocorreu um momento de TEA – Tempo de Estudo Autónomo (“Unidades de medida de ângulo. Circulo Trigonométrico”; “Trigonometria no Triângulo retângulo”; Relações

entre as razões trigonométricas”; “Equações trigonométricas”; “Funções trigonométricas”).

A avaliação deste capítulo foi realizada através da observação direta (interesse, empenho e sociabilidade), do diálogo com os alunos para verificar a qualidade das intervenções orais, bem como a sua autonomia e demonstração do espírito crítico e criativo, avaliando-se também, a adaptação de cada aluno perante as novas situações que poderão surgir durante a realização das tarefas e fichas de trabalho propostas, assim como, a realização de um mini teste, ficha de avaliação e o portefólio.

Os resultados desta experiência foram muito positivos, tanto pela dinâmica e interesse que os alunos revelaram a partir da utilização das calculadoras gráficas e *software*, como pela motivação manifestada e pela melhoria de empenho e atitudes.

### **2.2.2. Movimentos Não Lineares**

A unidade didática referente a “Movimentos não Lineares” foi abordada nas aulas através de tarefas, fichas de trabalho e o *software* Geogebra. Este capítulo foi iniciado com as operações com polinómios: 1) Adição algébrica de Polinómios; 2) Multiplicação de Polinómios. Posteriormente, foi introduzida a operação com polinómios: Divisão inteira de Polinómios. Dando continuidade à temática, introduzimos o Teorema do Resto e Zeros de um Polinómio. Por fim, com a definição de função racional (“Funções Racionais do tipo  $y = \frac{k}{x}$ ”; “Funções Racionais do tipo  $f(x) = a + \frac{b}{cx+d}$ ”), os alunos visualizaram o que acontecia com a mudança dos diversos parâmetros da função racional e também visualizando o que acontecia com as assíntotas vertical e horizontal, na presença do *software* de geometria dinâmica. Após a exploração da tarefa, os alunos foram alertados para alguns casos particulares, nomeadamente, quando o parâmetro  $a = 0$ , o que acontece à assíntota horizontal. Perante esta situação,

os alunos iriam experimentar e tirar a conclusão que a assíntota horizontal é igual a zero. O intuito foi levar os alunos a representar graficamente uma função racional e determinar as principais características de uma função racional, variando os diversos parâmetros. Ao terminar esta unidade, realizou-se um momento de TEA – Tempo de Estudo Autónomo. A avaliação desta unidade centrou-se essencialmente nas grelhas de observação e registo do trabalho realizado pelos alunos no decorrer das aulas assim como num mini teste e numa ficha de avaliação em duas fases.

Os alunos mostraram entusiasmo com a exploração da tarefa através do *software* Geogebra.

### 2.3 Atividades Extras

O grupo de estágio, preparou um *workshop* sobre os robots na aula de matemática intitulado “*Robot versus matemática*”, apresentado no fim do 1º período. Com este trabalho procurámos dar a conhecer a robótica educacional à comunidade escolar onde estávamos inseridas. Esta temática encontra-se inserida no âmbito da Unidade Curricular de Prática Pedagógica Supervisionada.

O *workshop* teve como principal objetivo levar os alunos a descobrir, explorar, manipular um Robot em que os conteúdos matemáticos não se encontram explícitos.

As atividades utilizadas não foram elaboradas por nós mas sim elaboradas e disponibilizadas pelo projeto DROIDE. O “Robot” é um material manipulável, constituído por *kits* de montagem da Lego, constituídos por peças convencionais como rodas, motores, sensores de toque, de luz, movimento, bem como por uma peça mais específica chamada de RCX, o cérebro do robot (figura 4), que armazena os comandos para a execução do programa. Existem vários tipos de comandos: comandos de movimento e



Figura 4: Robot RCX

som, comandos de espera e repetição, comandos de opções de condições (sim ou não) e sensores. Os comandos são enviados do computador para o RCX via infravermelhos através de uma torre. Com a utilização do *software* o aluno, após a montagem do seu robot, poderá utilizar a lógica de programação para definir a ordem das operações que o robot deve executar.

Este *workshop* foi aberto a todos os alunos, do 5º ao 12º ano e professores. Devido ao elevado número de inscrições, foi necessário organizar quatro sessões. Como consequência, o tempo de cada sessão ficou limitado a uma hora. Para rentabilizar o tempo útil do *Workshop*, foi necessário preparar material extra, em particular proceder à elaboração de cartazes com as etapas de construção do *Robot*, assim como do material necessário para construção do labirinto necessário para a realização da atividade n.º3.

As sessões foram extremamente dinâmicas, os alunos podiam movimentar-se livremente pela sala, testar e executar o programa de forma a concluir as atividades propostas. A motivação e interesse dos alunos durante as atividades foram assinaláveis, pois todos queriam realizar a atividade ao mesmo tempo. As reações obtidas no inquérito realizado depois da aplicação foram muito satisfatórias. Citando alguns alunos:

**Aluno A:** “ *O que gostei mais foi o que eu escolhi para ele fazer e este obedeceu-me*”

**Aluno B:** “ *Com esta atividade aprendi que os robôs são mais interessantes do que eu pensava. A parte pior foi a 2ª atividade e a melhor foi a 1ª atividade*”

**Aluno C:** “ *Aprendi que por de trás destas maravilhas é preciso muito trabalho e saber muita matemática.*”

**Aluno D:** “ *Gostei mais quando o Robot andou e como se constrói. O que correu melhor foi quando o Robot fez um quadrado de 90.º*”

Dado que cada vez mais é importante incentivar os alunos na aprendizagem dos conceitos matemáticos, pois muitos professores manipulam diversos materiais de forma a tornar as suas aulas mais dinâmicas e motivadoras.

O “*Robot*” é uma ferramenta, de fácil utilização que pode ser aplicada em várias temáticas.

A realização do *workshop* aponta resultados satisfatórios à introdução dos robots como elemento motivador para os alunos na disciplina de Matemática. O seu uso permitiu que os alunos explorassem a ferramenta e as atividades utilizando conceitos matemáticos, nomeadamente as noções de geometria e lógica.

Este acontecimento foi bem recebido por toda a comunidade escolar, onde fomos abordados por alguns colegas a elogiar a iniciativa de trazer a Robótica Educacional, pela primeira vez, a esta escola.

No fim do 2º período, foi realizada uma exposição dos trabalhos realizados pelos alunos nas temáticas de Planeamento Estatístico e das Isometrias.

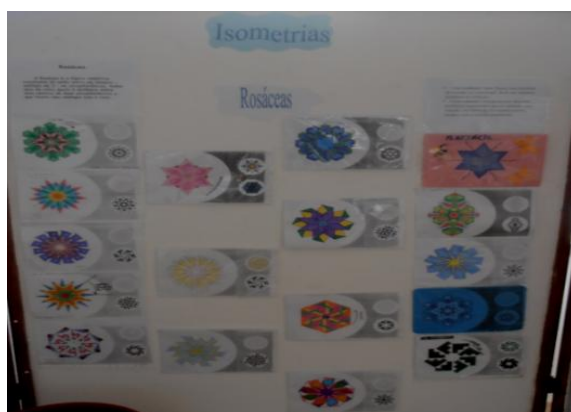


Figura 5: Rosáceas

#### **2.4. Reflexão Geral sobre o Estágio**

Ser professora, pela primeira vez, uma experiência inesquecível. As experiências vividas durante este ano foram intensas e gratificantes, não só a nível do estágio

pedagógico como a nível pessoal e profissional, mas também um pouco desgastante pois, em ambos quis dar o máximo e o meu melhor.

Para quem nunca lecionou, gerir certos fatores, tais como estar a ser avaliado, tanto pelos orientadores assim como pelos alunos e ter que “controlar” uma turma fisicamente e emocionalmente foi no mínimo assustador. No entanto, no cômputo geral, esta experiência revelou-se extramente enriquecedora e de grande importância no meu crescimento pessoal.

Sempre pude contar com o apoio e empenho da minha colega de estágio e dos meus orientadores e saliento o carinho e compreensão que os alunos me facultaram. Foi muito importante o contacto direto com o ambiente escolar e toda a sua envolvência, pois obtive uma perspectiva mais real da educação e do ensino.

### **3. Fundamentação Teórica**

*“Refletir sobre o tema do computador na Educação significa refletir não a respeito do computador, mas refletir sobre a educação.”*

Ellis

Este capítulo visa essencialmente o desenvolvimento e integração das TIC, no sistema educativo, mostrando que o mesmo não funciona de forma isolada mas em conjunto.

#### **3.1. A Implementação das TIC em Contexto de Sala de Aula**

“A integração das TIC na sociedade e na escola constitui um dos deveres para a mudança no pensamento educacional presente. Esta mudança transparece quer no espaço físico da sala de aula, transformando-a numa janela aberta para a rede de comunicação entre escolas, quer também no processo de aprendizagem ao permitir animar o desenvolvimento de meios informáticos orientados para o alargamento da atividade mental do aluno” (Sarmiento,1988).

Assim, as TIC podem exercer um papel muito relevante, tendo como espaço principal a sala de aula do ensino formal, para tal o ambiente de aprendizagem que se gera, será fundamental para o êxito da tarefa e conseqüente reflexo na aprendizagem.

Desta forma, as TIC poderão constituir uma mais-valia na motivação da aprendizagem dos alunos em contexto de sala de aula.

### **3.2. O que significa “*motivar*” na aprendizagem?**

O envolvimento dos alunos em contexto de sala de aula varia muito em função de diversos fatores, individuais e de contexto, ligados à motivação. As atuais teorias cognitivas da motivação dão prioridade ao estudo das crenças, valores e emoções do indivíduo, por considerarem que essas são mediadores do comportamento e exercem forte influência no processo motivacional.

As pesquisas realizadas permitem concluir que a relação entre a aprendizagem e a motivação vai além de qualquer pré-condição estabelecida, ela é recíproca e, dessa forma, a motivação pode produzir um efeito na aprendizagem e no desempenho, assim como a aprendizagem pode interferir na motivação.

A motivação dos alunos no contexto educacional é um importante desafio com que nos devemos confrontar, pois tem implicações diretas na qualidade do envolvimento do aluno com o processo de ensino e aprendizagem.

O aluno motivado procura novos conhecimentos e oportunidades. Evidenciando envolvimento com o processo de aprendizagem, participa nas tarefas com entusiasmo e revela disposição para novos desafios (Alcard e Guimarães, 2007). A motivação do aluno é uma variável relevante do processo ensino/aprendizagem, na medida em que o rendimento escolar não pode ser explicado unicamente por conceitos como inteligência, contexto familiar e condição socioeconômica.

### **3.3. O Professor como Mediador da Aprendizagem da Matemática na Sala de Aula**

O professor deve ser o mediador de conhecimentos, tornando-se assim mestre e aprendiz no processo ensino-aprendizagem, em que dialogam juntos professor, aluno e escola, na construção do conhecimento. Nessa construção, a escola, os sujeitos escolares têm papel relevante, pois é a partir da escola e do posicionamento da mesma que são

geridas práticas didáticas-pedagógicas para o desenvolvimento da educação escolar. O papel do professor deverá ser o de organizador, o de intermediário entre as diferentes atividades que desenvolve com os alunos passando, desta forma, de comunicador a parceiro nessas mesmas atividades. Para tal Isabel Catalão e Mário Maia dizem que, “*a relação entre professor-aluno pode ser profundamente alterada, sendo o computador um facilitador dessa mudança, tornando-se professor e aluno parceiros de um mesmo processo de aprendizagem.*” (Catalão e Maia, 2001).

O pedagogo deve desenvolver autonomia na busca deste conhecimento. Trata-se então de utilizar o máximo possível essas tecnologias para melhorar a formação do professor e criar condições para que ele aprenda com as experiências, adquira hábitos de cessar, processar, organizar dados, participar de fóruns, *chats*, entre outros. Conforme a afirmação citada,

[...] “o uso de tecnologia no ensino não deve se reduzir apenas à aplicação de técnicas por meio de máquinas ou apertando teclas e digitando textos, embora possa limitar-se a isso, caso não haja reflexão sobre a finalidade da utilização de recursos tecnológicos nas atividades de ensino”. (Bettega, 2005 p.17)

Ao implementar o computador na escola, nomeadamente, na sala de aula, como ferramenta pedagógica, é necessário conhecer não só a parte técnica, mas, também, o que fazer com ela. Daí a importância de formações continuadas e projetadas para o uso das TIC em sala de aula. Formar-se no mundo exige construção do conhecimento, através do computador, envolvendo não só professores e alunos, mas toda a comunidade educativa. É necessário que todos compreendam as mudanças na visão do ensino, hoje dividido em disciplinas e horários fragmentados. As TIC deverão ser sobretudo um instrumento de trabalho pelo qual qualquer pessoa nomeadamente, os alunos devem ter

acesso o mais facilitado possível. *“O computador deve ser acima de tudo um elemento de liberdade, de poder e de criatividade. Contudo, para realizar esta forma de encarar o computador no ensino será necessário rever o papel da aula como centro exclusivo de aprendizagem. A aula continuará a ter o seu lugar, mas precisa de ser complementada com outras atividades.”* (Ponte, 1986).

Para tal, é fundamental investir-se na formação. Contudo, esta formação não implica ensinar os professores a trabalhar com os computadores, mas sim ajudá-los a adquirir algumas competências de ensino e de aprendizagem pela exploração de atividades que utilizem o computador – *“Não é no formar exclusivamente em tecnologia, mas nos modos de a aplicar à facilitação, incremento, melhoria e/ou avaliação das aprendizagens que reside grande parte da eficácia de uma formação verdadeiramente conseqüente de professores.”* (Moreira, 2002).

O professor deve preocupar-se com os métodos que está utilizar na sala de aula, com o tipo de conteúdos que está abordando nas aulas e, principalmente, com o aluno que está adquirindo essa informação. Assim, o desenvolvimento da aprendizagem do aluno é influenciado pela socialização primária, passando a desenvolver características, hábitos, modos de acordo com o espaço social que está inserido.

Neste sentido, podemos perceber a grande importância de se ter um trabalho de mediação e elaboração de conceitos, onde o professor juntamente com os alunos vai descobrindo novas possibilidades de estarem crescendo junto na procura de novas descobertas.

*A função do professor é valorizada, não na forma tradicional do poder, da autoridade, mas na dinâmica de conjunto, de auxiliar, de mediador da aprendizagem, juntamente com a participação de colegas mais experientes que*

*existem nas classes, pois lidamos no dia-a-dia com as heterogeneidades dos alunos (Souza, 2006,p.3)*

Assim, o professor como mediador das questões pedagógicas, conduz o aluno ao conhecimento, ajudando-o a desenvolver o seu raciocínio e opiniões, mostrando sua capacidade e importância no meio social em que ele consiga melhorar sua realidade pessoal e social.

Na medida em que a escola é a mediadora entre o conhecimento e a comunidade, o professor é o mediador entre o conhecimento e o aluno, o pedagogo é o mediador entre o método, as formas de condução do conhecimento e a prática docente. É do pedagogo a responsabilidade de transformar o conhecimento difuso em sistematizado e assimilável, ou saber escolar (Saviani, 1985). Cabe ao pedagogo dar suporte ao trabalho docente, utilizando-se do conhecimento, próprio da sua função, dos componentes psicológicos, sociopolíticos, decorrentes das ciências auxiliares da educação, no ato educativo (Libaneo,1990) e levando o aluno a apropriar-se da matéria (conteúdo), objeto do processo de ensino e aprendizagem.

### **3.3.1. Trabalho Individual**

A organização pedagógica do tempo na sala de aula requer do professor o desenvolvimento de planejar, coordenar, controlar, envolvendo a manipulação do espaço físico, de recursos didáticos pedagógicos visando a realização do seu trabalho. Esses esforços convergem no sentido de atingir a aprendizagem do aluno, tendo para isso que desenvolver atividades dentro e fora da escola.

O padrão no interior sala de aula é comandado pelo professor. A medida que o professor vai se posicionando, as coisas vão caminhando. Porém é preciso que sejam

repousados em conhecimentos transmitidos, como também no modo de transmissão do professor.

Há pedagogos que parecem esquecer que para a assimilação dos assuntos, importa não só a quantidade como também a qualidade dos conteúdos. O relacionamento com a realidade vivencial do aluno é necessária a fim de levá-lo a pensar criativamente, a resolver problemas, a manipular ideias, a fim de proporcionar-lhe também liberdade para explorar e experimentar, e em fim , de conduzindo-lo à reflexão e a ação. É de extrema importância a presença do professor na prática diária de sala de aula, pois cabe a ele a tarefa, tão necessária, de fazer com que o conteúdo a explorar se torne reflexo dos diferentes pontos de realidade que é dinâmica e mutável. A partir da dinâmica interna de sala de aula, do relacionamento professor-aluno, é possível também descobrir formas de influenciar a dinâmica externa para tentar modificá-la e não apenas constatar sua existência. Neste enfoque, a utilização das TIC, a análise da transmissão do conhecimento pelo professor diz respeito não somente ao “como”, mas principalmente ao “que” e ao “quando” se ensina. Deve partir em primeiro lugar do reconhecimento do contexto do qual e a partir daqui uma certa mensagem está sendo transmitida.

O professor deve ser aquele que vai buscar caminhos, formas de organizar e executar o trabalho pedagógico que respondam a uma nova concepção de educação, que definam outros fins e que exijam novas metodologias. Nesta nova postura, a mensagem transmitida por meio da linguagem oral e escrita tem outro sentido. Partindo do aluno real que vive numa sociedade real, procura-se a sua instrumentalização para a modificação da sociedade.

A importância da interação para o aprendizado/aprendizagem, assim como para o desenvolvimento cognitivo de crianças, pode ser vista também numa pesquisa desenvolvida por Moro (1991), que observou a realização de tarefas por crianças em

pequenos grupos. Quanto aos resultados dessa pesquisa, a autora chama atenção para os avanços cognitivos dos sujeitos a partir do confronto de ideias. Moro (1991) diz que para haver aprendizagem e desenvolvimento, faz-se necessário o conflito e para que esse ocorra precisa-se da confrontação de ideias opostas, que são facilmente encontradas nas discussões nos pequenos grupos.

### **3.3.2. Trabalho em Grupo**

Através dos trabalhos em grupo, os professores visam melhorar a qualidade da interação entre os membros dos grupos, proporcionando relações de trocas de experiências e de conhecimentos

O trabalho em grupo vem sendo um recurso utilizado por professores para dinamizar o ensino e promover a interação entre os alunos. São realizados trabalhos em grupo em sala de aula e fora dela, para construir conceitos, compreender modelos teóricos, relacionar a teoria com a prática das discussões em sala e nas observações em campo.

A aula em grupo apresenta dois pontos muito interessantes, o primeiro é a mediação do professor durante toda a preparação do trabalho em sala, e o segundo refere-se à avaliação que é formativa, dando-se uma segunda oportunidade àqueles que tiveram desempenho insatisfatório.

O trabalho em grupo, como estratégia didática de ensino apresenta vários pontos positivos por proporcionar a interação entre alunos e a troca de experiências entre os mesmos, favorecendo, assim, o processo de aprendizagem.

Cabe ao professor, pois dirigir o processo de construção de coletividade da sala de aula. E esta direção não pode ser guiada pelos parâmetros de contradições liberdade/repressão, mas sim pelos da coletividade/alienação. O professor como coordenador do processo não pode ser omissivo, mas profundamente ativo.

Muitos professores costumam deixar levar-se por situações que não são significativas para toda a turma, mas apenas para um pequeno grupo e até, para um só aluno. Não deve perder de vista nunca o trabalho coletivo e a partir dele dar respostas as diferentes solicitações, evitando sempre que uma só se imponha às outras, mesmo que partindo dos mais brilhantes alunos.

O educador deverá estar atento para os preconceitos, que são os fatores de marginalização, frutos da ideologia dominante. Há que agir sobre eles sem discursos cansativos, mas com firmeza e decisão suficiente que demonstrem claramente o erro e que abre o caminho da correção. Há que estar com atenção aos alunos mais frágeis, que escapam à coletividade ou que resistem a ela, e saber desenvolver uma ação paralela de orientação, dando ao aluno condições de compreender as origens de seus desvios e que permitam a superação dos mesmos.

É fato que o trabalho em grupo vem sendo um recurso muito utilizado por professores para dinamizar e para estimular a participação ativa dos alunos no processo de aprendizagem, com o intuito de promover a interação social entre os membros, beneficiando, com isso, a relação entre aprendizado e desenvolvimento. Como afirma Vygotsky (1998,pg.110), “de fato, aprendizado e desenvolvimento estão inter-relacionados”.

A este propósito, Joaniquet (2004) considera que os alunos com capacidades médias e altas são favorecidos, pondo à prova não só os seus conhecimentos, mas também as estruturas necessárias para saber explicá-los reforçando assim o seu processo de aprendizagem. Para o aluno de baixo rendimento representa a possibilidade de pedir ajuda dentro de um grupo reduzido e pode recebê-la de uma maneira mais próxima e imediata. Deste modo, todos os alunos têm as mesmas responsabilidades dentro do grupo de uma maneira real e rotativa, sem que as diferentes capacidades sejam um impedimento para se relacionarem.

A construção do relacionamento humano é fundamental para o processo educativo.

### **3.4. Tecnologias no Ensino da Matemática**

Os programas de matemática contemplam utilização das Tecnologias de Informação e Comunicação, TIC, e até mesmo a sua obrigatoriedade em vários níveis de ensino. Devido a esse facto, muitas escolas equiparam-se com laboratórios de matemática, constituídos com materiais manipuláveis, computadores, calculadoras gráficas, *viewscreen* e em alguns casos, laboratórios móveis.

Segundo Ponte e Canavarro (1997) as novas tecnologias vieram reformular a interligação entre saber-aluno-professor, em que [...] o aluno passe a desempenhar um papel mais ativo e autónomo, definindo e aprofundando os seus domínios de interesse, e usando com desembaraço e espírito crítico uma variedade de ferramentas para o seu estudo. Contudo, há que dar uso às ferramentas que os alunos têm à sua disposição, pois estas favorecem uma melhor compreensão e interpretação de vários conceitos matemáticos que à partida são considerados difíceis e complicados, como é por exemplo o caso das funções trigonométricas. A utilização destas ferramentas, tanto em grupo como em trabalho individual desenvolve capacidades e o raciocínio matemático.

O acesso a esta tecnologia não dá qualquer garantia de que o aluno se torne alfabetizado em matemática. As calculadoras e os computadores, quando se usam em matemática “[...] são ferramentas que simplificam, mas não executam, o trabalho que está entre mãos. Assim, a nossa visão da matemática escolar está baseada na matemática fundamental que os alunos necessitam, e não na formação tecnológica que facilita o uso daquela matemática.” (NCTM, 1991)

As calculadoras e, sobretudo, o computador são encarados como instrumentos poderosos que permitem, por um lado aliviar os alunos de cálculos fastidiosos, e por

outro explorar conceitos ou situações, descobrir relações ou semelhanças, modelar fenômenos, testar conjecturas, inventar matemática e reinventar a Matemática (Papert, 1991).

A utilização das calculadoras e do computador no processo de ensino/aprendizagem da Matemática é considerada como outro campo privilegiado para o desenvolvimento de capacidades e de atitudes positivas.

De acordo com Ponte e Canavarro (2000), para além do computador ajudar a desenvolver a capacidade para resolver problemas, este também serve de mediador para que os alunos desenvolvam valores e atitudes que são importantes na educação integral do aluno, tais como, o *gosto por aprender*, que é já um meio facilitador para o aluno ter sucesso e o *despertar da curiosidade*, isto é, despertar os alunos para as suas descobertas. Tudo isto proporciona uma aprendizagem rica, bastante estimulante e produtiva para os alunos, pois estes desenvolvem a criatividade, o espírito crítico e, aprendem a confiar nos seus instintos quando se encontram a resolver um problema.

### **3.4.1. Calculadora**

As calculadoras “devem ser entendidas não só como instrumentos de cálculo mas essencialmente como meios incentivadores do espírito de pesquisa e o seu uso obrigatório” (Programa Matemática B-Cursos Tecnológicos).

A calculadora pode representar nada menos do que uma verdadeira revolução curricular no ensino da matemática. Deixa de ser importante que os alunos sejam capazes de executar com papel e lápis os algoritmos tradicionais, especialmente os mais complicados. Em contrapartida, passa a ser necessário desenvolver novas competências como sentido do número, a capacidade de realizar estimativas e a capacidade crítica em relação aos resultados obtidos. (Ponte e Canavarro, 1997, p.55)

A utilização da calculadora em sala de aula deve ser bem planeada, tendo um conhecimento prévio de suas possibilidades e limitações. Os alunos devem saber por que as atividades/tarefas serão desenvolvidas com o uso dessa ferramenta e com que objetivos. O futuro dos nossos educandos, onde as inovações tecnológicas nos surpreendem a cada dia, está relacionado com o uso eficaz e a exploração dessas tecnologias. Assim sendo, a calculadora deve ser explorada de forma reflexiva de modo a melhorar o desempenho em Matemática na sala de aula.

Segundo Reys (1989, citado por Matos e Serrazina, 1996, p. 201), o uso da calculadora como ferramenta de cálculo proporciona, a professores e alunos, o tempo necessário para focar o esforço e a concentração dos alunos na compreensão conceptual e no pensamento crítico. Como consequência, os professores devem conhecer os principais aspetos em que se diferenciam as calculadoras mais correntes. Têm como tarefa ensinar os alunos a usar corretamente este instrumento, chamando a atenção para os erros mais frequentes e estimulando o espírito crítico em relação aos resultados obtidos. (Canavarro e Ponte, 1997, p.229).

A calculadora é um instrumento tecnológico que se distingue pela sua portabilidade. É um objeto de uso pessoal que adquiriu uma larga utilização na nossa sociedade. A grande maioria dos alunos tem já hoje fácil acesso a uma calculadora em casa. Elas permitem que o trabalho em matemática se apoie de forma equilibrada em três formas distintas de representação: as representações numéricas, as gráficas e as algébricas, sem que sejam utilizadas como meios de demonstração mas sim de desenvolvimento de intuição.

O uso da calculadora pode trazer alguns prejuízos em relação às habilidades mecânicas. Porém de acordo com SILVA et al (1989), essa perda é compensada com o aumento da capacidade de compreensão da realidade dos números. Além do que, permitirá que os alunos com maiores dificuldades na habilidade de calcular trabalhem

com os mesmos assuntos que os demais, desmistificando a afirmação de que a Matemática não é para todos. Esses autores ainda referem que ao trabalhar um conteúdo matemático com os alunos, a calculadora incentiva experimentações, verificações e formulação de novas conjecturas.

Ela pode ser utilizada em todas as atividades, programadas ou não, pois auxilia o cálculo nos problemas e desempenha o papel de instrumento de descoberta de novos conceitos. Para PONTE (1989), a calculadora é por ela própria uma fonte natural de novos problemas e conceitos, como os de arredondamento, aproximação e convergência. Esse mesmo autor refere que, ao utilizá-la, aproxima-se a atuação de sala de aula com a prática do dia-a-dia, trabalhando mais dados da vida real, suscitando o interesse dos alunos, alargando e diversificando as atividades de ensino-aprendizagem.

### **3.4.2. Computador**

Os Computadores trazem para o ensino da Matemática (Ponte,1995, citado em Matos e Serrazina, 1996) “ Uma relativização da importância das competências de cálculo e de simples manipulação simbólica, que podem ser realizadas agora muito mais rápida e eficientemente, e como consequência uma demonstração prática da possibilidade de envolver os alunos em atividades matemáticas intensas e significativas, favorecendo o desenvolvimento de atitudes positivas em relação à matemática e uma visão muito mais completa da sua verdadeira natureza”.

Com tudo isto, o professor adquiriu novas responsabilidades no processo de ensino e aprendizagem da Matemática.

A utilização de computadores, com um *software* adequado, exige uma boa preparação por parte do professor (Canavarro e Ponte, 1997, p.32). Para isso, o professor tem de estar preparado e disposto a um investimento profissional nesse domínio.

Cabral, também defende a necessidade de se valorizar a discussão das questões pedagógicas que se relacionam ao uso dos meios da informática.

*O computador não é por si mesmo portador de inovações nem fonte de uma nova dinâmica do sistema educativo. Poderá servir e perpetuar com eficácia, sistemas de ensino obsoletos. Poderá ser um instrumento vazio em termos pedagógicos que valoriza a forma, obscurece o conteúdo e ignora processos* (Cabral, 1990, p. 141).

O computador torna-se um instrumento, uma ferramenta para a aprendizagem, desenvolvendo habilidades intelectuais e motoras, leva o indivíduo a expandir as suas potencialidades, criatividade, e inventividade. Levando, assim, à formação de indivíduos autónomos, que aprendem por si mesmo, porque aprenderam a aprender.

Os alunos ao utilizarem o computador, entram num ambiente multidisciplinar e interdisciplinar, desde que ele seja utilizado de maneira correta pelos seus articuladores, ao invés de apenas receberem informações alimentam-se de conhecimentos, os alunos constroem conhecimentos, formando assim um processo onde o professor educa e o aluno ao se educar é transformado através do diálogo entre eles. “Esta conceção de aprendizagem toma-nos a todos de tal maneira que nos faz continuamente aprendizes, ou seja, continuamente em processo de evolução e desenvolvimento” (Masseto, 2000, p. 140).

#### **3.4.2.1. Software “Geogebra”**

O *software* Geogebra, é um programa livre, isto é, sem custos, e de fácil exploração. Além de não ter custos, é de fácil acesso apenas necessitando de um computador com acesso à internet e do *download* do programa ([www.geogebra.org](http://www.geogebra.org)).

O Geogebra, como foi referido, é um *software* para geometria, álgebra e cálculo e possui duas janelas de visualização: uma algébrica e a outra geométrica. Por meio de construções interativas de figuras e objetos, podemos ajudar os alunos a compreenderem estes conteúdos pela visualização do comportamento geométrico em paralelo aos conteúdos algébricos. O uso do *software* facilita a compreensão e aprofundamento dos conceitos por parte dos alunos. Pretende-se mostrar que é possível utilizá-lo como ferramenta que desperta, no aluno do Ensino Básico e Secundário, o interesse pela busca do conhecimento matemático por meio do dinamismo do Geogebra.

São muitas as possibilidades de utilização dos recursos tecnológicos ligados a informática no ensino da Matemática. Algumas destas possibilidades giram em torno de *softwares* de caráter geométrico, denominados *softwares* de Geometria Dinâmica (GD). Estes programas têm a proposta/vantagem de proporcionar ferramentas gráficas além de uma série de construções geométricas a partir de objetos-base, atualizando automaticamente novos objetos construídos sempre que alterados os objetos-base. Ou seja, a GD fornece ferramentas para se construir e manipular objetos geométricos na “tela do computador” e permitem “arrastar” o objeto construído utilizando o rato, (executando caso, como por exemplo, uma transformação da figura em tempo real), diferentemente do que é feito por docentes e discentes, com a régua e compasso tradicionais. Tais *softwares* tornam-se excelentes laboratórios de ensino e aprendizagem de geometria.

Dessa forma, segundo Ponte, Brocardo e Oliveira (2006, p.85), “[...] a possibilidade de usar programas de Geometria Dinâmica facilita a realização de experiências que, de outro modo, se tornariam morosas e difíceis de analisar.”

A facilidade com que os alunos têm acesso a um computador, na escola e fora da escola permite que os alunos por sua iniciativa usufruam desta ferramenta, explorando

novas situações, incluindo a consolidação dos conteúdos trabalhados em contexto de sala de aula.

Para Raposo (2011, p.41), um dos pontos importantes do Geogebra é a forte ligação entre a Geometria e a Álgebra. Esta opinião é partilhada tanto por Duval (2006), Misfelt (2009) e por Mehanovic, pois o fato da exploração conceitos matemáticos ser efetuada nas duas vertentes em simultâneo permite aos alunos obter uma visão mais global dos mesmos. Além destas duas vertentes, que denominamos de folha gráfica e folha algébrica existe outra que é denominada por folha de cálculo.

Este interface entre as diferentes vertentes é uma “mais-valia” do Software, que aliado à fácil exploração das suas funcionalidades tem cada vez mais utilizadores.

Cada vez mais, é necessário introduzir no ensino da Matemática elementar, recursos didáticos mais variados, que não se limitem ao livro de texto de matemática, quadro e giz. O aluno deve ser levado a explorar situações e ideias, a formar o próprio pensamento e investigar. Gonçalves (2009), conceitua que “investigar é descobrir relações entre objetos matemáticos conhecidos ou desconhecidos, procurando identificar as respetivas propriedades” (IN: Ponte, Brocardo e Oliveira; 2006).

## 4. Metodologia Adotada

*“(...) o real não está na saída nem na chegada:  
ele se dispõe para a gente é no meio da travessia...”*

(João Guimarães Rosa)

### 4.1. O Tema em Estudo e as Opções Metodológicas

Neste capítulo será feita uma análise e uma reflexão sobre os dados recolhidos, de forma a verificar e descrever algumas das aprendizagens efetuadas pelos alunos e o modo como estes reagiram perante as ferramentas apresentadas: a calculadora e o computador, nomeadamente o *software* Geogebra. Serão ainda referidas as opiniões dos alunos sobre os mesmos e o modo como estes influenciaram as suas descobertas e aprendizagens.

A turma do 11º ano realizou diversas tarefas sobre o estudo da trigonometria, um trabalho de pesquisa e também uma Ficha de Avaliação com o auxílio da calculadora.

O problema de investigação tem uma importância decisiva na escolha da metodologia a ser utilizada. Neste capítulo são indicadas as opções metodológicas fundamentais ao estudo, os participantes e as aprendizagens realizadas com a utilização das TIC (*software* Geogebra e calculadora) no ambiente real de sala de aula. Esta opção prendeu-se diretamente com o propósito da investigação: *Qual a importância da utilização das TIC no ambiente real de sala de aula?; Como é que a utilização da calculadora científica e de software de geometria dinâmica contribuem para o desenvolvimento do raciocínio e da comunicação matemática?.*

Procura-se conhecer a realidade como ela é encarada pelos seus diversos intervenientes e dá-se importância à compreensão dos fenómenos comportamentais que podem ser observados.

Ao longo da Prática Pedagógica desenvolveu-se várias tarefas que pela forma como foram elaboradas mostram uma mais-valia do ponto de vista pedagógico.

Contudo, houve um cuidado na seleção dos conteúdos para a realização das várias tarefas. Constatou-se que os conceitos matemáticos, que à partida poderiam ser difíceis de ensinar, conseguiram ser mais facilmente trabalhados a partir do uso deste tipo de ferramentas, quando se incentiva a participação ativa dos alunos. Moderadamente, evoluiu a independência dos alunos perante as diversas temáticas estudadas. Papert (1994) concebe a teoria do construcionismo que enfatiza a possibilidade de aprendizagem por intermédio da experiência concreta, que é um dos recursos proporcionados pelas tecnologias atuais.

Podemos assim fazer uma ponte entre o conhecimento/educação e o uso das tecnologias

## **4.2. Intervenientes no Estudo**

Os alunos de uma turma do 11.º Ano da Escola Básica e Secundária Prof. Dr. Freitas Branco, Porto Santo, são os principais intervenientes neste estudo.

A turma do 11.ºano é constituída por alunos de dois cursos tecnológicos, TA – Curso Tecnológico de Administração e TI – Curso Tecnológico de Informática. A Matemática B é a lecionada em ambos os cursos.

A turma é formada por seis alunos do Curso Tecnológico de Administração (cinco raparigas com idade média de 17 anos e um rapaz com idade de 21 anos); e por um aluno (17 anos) do Curso Tecnológico de Informática.

Esta escola localiza-se no sítio das Matas, e abarca todos os alunos da ilha do Porto Santo.

A turma onde se realizou este estudo tem alguns problemas a nível de aprendizagem.

Relativamente às habilitações dos pais, a turma é muito heterogénea; apenas dois referem que um dos encarregados de educação tem o ensino secundário; os restantes encarregados de educação tem apenas ensino primário (4<sup>a</sup> classe).

Os principais problemas indicados pelo Conselho de turma no início do ano foram a falta de motivação para aprender, falta de empenho e responsabilidade na realização dos deveres de casa e outros trabalhos propostos, falta de estudo para o momento de avaliação, pois só alguns os realizam, o aproveitamento é pouco satisfatório. Para atenuar os problemas acima mencionados foram sendo indicadas, metodologias diversificadas para desenvolvimento de métodos de estudo e trabalho.

Quanto à disciplina de Matemática, alguns dos alunos mostraram desde início alguma vontade de trabalhar, procurando encontrar estratégias para a resolução de problemas.

No que respeita aos trabalhos de casa, a maior parte dos alunos, mostraram dificuldade em manter o seu cumprimento com regularidade.

Como a investigação é de carácter qualitativo. Os dados da investigação foram obtidos através de observação direta.

Foi nosso objetivo, ao longo das aulas, abranger todos os alunos de modo a recolher as diferentes e diversas estratégias existentes.

Tendo em conta que a aplicação das tarefas na turma aconteceu de forma satisfatória, a análise e discussão dos dados foram realizadas em simultâneo.

### **4.3. Materiais de Ensino Utilizados**

Durante a Prática Supervisionada, utilizaram-se diversas ferramentas de avaliação, em função das características de cada uma delas, daquilo que se pretendia avaliar e do contexto em que se foram aplicadas. O uso de ferramentas de diferentes tipos permite obter informação diversificada, facultando posteriormente, o cruzamento da informação obtida por cada uma das ferramentas.

As TIC são ferramentas imprescindíveis no processo de aprendizagem dos alunos, desde que seja o aluno a construir o seu próprio conhecimento. O mais importante é que seja o aluno a reconhecer que tem o poder necessário para construir a sua aprendizagem de uma forma mais facilitada e enriquecedora.

#### **4.3.1. Tarefas “Investigativas”**

As tarefas matemáticas apresentadas no presente relatório foram colocadas em prática nas aulas do 11.º ano, no âmbito do desenvolvimento do tema das Funções Trigonométricas. Para cada tarefa são apresentados os objetivos gerais de aprendizagem e os conhecimentos prévios dos alunos. Foram dadas indicações sobre as diversas representações das funções, com realce para a representação gráfica. Posteriormente sobre a importância das conexões entre elas – através das quais os alunos poderão adquirir mais significativamente o conceito de função, as suas propriedades. A experiência matemática dos alunos é enriquecida se a sua atividade matemática considerar a resolução de situações do quotidiano, envolvendo o uso das Tecnologias de Informação e Comunicação (TIC). Cabe sempre ao professor a responsabilidade de decidir sobre as tarefas a propor aos seus alunos. Para tal decisão terá em conta, decerto, a importância que o estudo das funções tem, em termos estritamente matemáticos (por exemplo, para a aprendizagem de conceitos fundamentais), na resolução de situações reais modeladas pelas funções trigonométricas, assim como na aprendizagem de conceitos de disciplinas como a Física, a Química, a Biologia e a Geografia.

Com os materiais apresentados pretendemos mostrar como certos tipos de tarefas, usadas regularmente nas aulas de Matemática, podem potenciar a experiência matemática dos alunos, promovendo a compreensão do conceito de função, o desenvolvimento das suas capacidade ao trabalhar com os vários tipos de representações. A capacidade de identificar propriedades das funções (domínio, contradomínio, monotonia, paridade, sinal e assíntotas), e da análise do efeito provocado pela mudança de parâmetros nas funções. É aconselhável que o professor proponha tarefas matemáticas que permitam aos alunos explorar, analisar e comparar os vários tipos de representações, assim como desenvolver a comunicação matemática, a lógica e do raciocínio matemático.

#### **4.3.2. Software –“Geogebra” e Calculadora Gráfica**

As TIC proporcionam também cenários visuais que ilustram e favorecem uma melhor compreensão dos conceitos matemáticos, tais como, por exemplo, na interpretação do gráfico de uma função. Os alunos conseguem, de uma forma mais intuitiva, identificar a função trigonométrica como função real de variável real, compreender a transformação gráfica da função trigonométrica, identificar as propriedades da função, esboçar o gráfico. A calculadora gráfica ou o Geogebra, facilitam a aprendizagem do aluno, pois este não necessita de recorrer aos extensivos métodos algébricos que conhecemos. Basta saberem aproveitar a ferramenta que possuem em mãos, juntamente com a explicação clara e precisa do seu raciocínio matemático.

Segundo Ponte e Matos (s.d), com o auxílio das TIC os alunos deparam-se a desempenhar nas aulas um papel ativo na construção do seu conhecimento pois,

encontram-se interessados a trabalhar, a desempenhar o “verdadeiro papel de matemáticos”.

As tarefas apresentadas estão concebidas para serem realizadas, em sala de aula em dois momentos distintos: o primeiro no trabalho autónomo dos alunos (aos pares, em grupo ou individualmente) e o segundo numa discussão coletiva com toda a turma. Este segundo momento é fundamental, o que leva a que o primeiro seja limitado no tempo. Na discussão coletiva cada aluno reflete sobre o seu trabalho e confronta-o com resoluções e modos de pensar provavelmente diferentes. Nela, os alunos desenvolvem a sua capacidade de argumentação e de comunicação matemática, o que lhes permite aprofundar e consolidar os seus conhecimentos. Todos os alunos deverão ter a oportunidade de participar, devendo evitar-se repetições de ideias e estratégias já apresentadas anteriormente por grupos/alunos. Claro que, desta forma, ficarão valorizadas quer a diversidade das estratégias, quer a forma como elas são comunicadas e apresentadas, a par da resposta correta. Se as aulas decorrerem num clima de trabalho agradável e se este for um tipo de aula usual, os alunos rapidamente perceberão que têm oportunidade de expor as suas estratégias e resoluções, bem como as suas dificuldades. Perceberão, ainda, que o facto de eventualmente não terem concluído a resolução da tarefa no primeiro momento da aula, não os impedirá de participar no segundo momento. Os professores deverão adaptar as tarefas propostas às características da turma, deixando tempo, sempre que possível, para que a discussão coletiva (o segundo momento da aula) seja feita na mesma aula do trabalho autónomo, de modo que a sua resolução esteja presente na memória dos alunos, facilitando uma discussão mais rica.

Tratando-se um estudo de natureza qualitativa, eu enquanto investigadora assumo-me como principal instrumento de recolha de dados, sendo observadora participante de todas as aulas. Durante as aulas ia tirando notas que julgava pertinentes, elaborando regularmente um registo escrito que traduzia aquilo que observara. Os dados

empíricos deste estudo constituem um conjunto diversificado de informação resultante de vários métodos de recolha: a) registos escritos, num diário de bordo, feitos pela investigadora; b) inquéritos por questionário e c) análise documental.

O diário de bordo serviu para registar as reflexões realizadas sobre a minha prática, assim como dos episódios mais significativos que ocorreram durante as aulas. Este diário de bordo obrigou-me a um registo de observações que, de outro modo ficaria apenas na minha memória e, com o decorrer do tempo, perderiam nitidez. Mais importante ainda, o fato deste registo servir para refletir e aprender com a minha prática, já que acredito que o ensino é algo que se vai ajustando e consolidando. Para a elaboração deste diário, em cada instrumento fui tirando notas que, mais tarde desenvolvia quando organizava os meus registos e reflexões. Procurei sempre que o diário descreve-se, da forma mais fiel possível, as várias fases bem como as dificuldades sentidas na elaboração das mesmas.

## 5. Análise e Interpretação dos Dados

Este capítulo relata as aulas em que a proposta pedagógica foi concretizada. Baseio-me essencialmente na importância da utilização das TIC no ambiente real de sala de aula mas também nas reflexões produzidas pelos alunos, nomeadamente os debates em grande grupo e registos de autoavaliação que suportaram a tomada de diversas decisões pedagógicas da minha parte, como a necessidade de explicar fenómenos, clarificar conceitos matemáticos e otimizar o tempo útil da aula.

Quando se iniciou o estágio, muitas eram as questões que se colocavam: Como é que a implementação destas ferramentas vista deste modo vai ajudar os alunos a aprender os conteúdos matemáticos? Como é que este processo se vai refletir na classificação?

Acabou-se por centrar a investigação nas seguintes questões: *Qual a importância da utilização das TIC no ambiente real de sala de aula?; Como é que a utilização da calculadora científica e de software de geometria dinâmica contribuem para o desenvolvimento do raciocínio no e da comunicação matemática?.*

É da competência do professor desenvolver metodologias que vão de encontro aos conhecimentos matemáticos dos alunos e, sempre que possível, utilizando atividades práticas e lúdicas, de forma cativar e elevar o nível de motivação do aluno.

Ao promovermos as aprendizagens através de tarefas, que são a base deste estudo, tínhamos o intuito de que os alunos, através da manipulação de objetos, pudessem ter a noção de ideias e representações de conteúdos abstratos.

Neste tipo de metodologia o papel do professor é orientar os alunos, segundo o raciocínio de cada um, e verificou-se que os mesmos agiram de forma mais autónoma, não recorrendo tantas vezes ao professor. Constatamos que alguns questionaram os resultados obtidos, proferindo a sua própria opinião de acordo com o seu raciocínio.

Este modelo de trabalho, incentiva à partilha e discussão permitindo o desenvolvimento da comunicação das ideias entre os grupos e o desenvolvimento de competências. Compreendidos os conceitos presentes nas tarefas os alunos assimilaram a simbologia características das funções trigonométricas.

Pode concluir-se que as ferramentas utilizadas no contexto de sala de aula foram facilitadoras na introdução dos novos conceitos, refletindo-se nas aprendizagens adquiridas pelos alunos.

### **5.1. Tarefa n.º 6 “*Função Seno*”**

No Primeiro Bloco de noventa minutos expliquei tudo o que se iria passar nas aulas seguintes, ou seja, informei os alunos que iam trabalhar a unidade temática *Função Seno (AnexoV)* através da realização de uma tarefa investigativa e, utilizando como ferramenta de aprendizagem, o *software* Geogebra. Expliquei também que o trabalho de grupo seria a metodologia a adotar nestas aulas.

Posto isto, sugeri, então, que os alunos formassem os seus grupos de trabalho para levarem a cabo as tarefas investigativas seguintes. Permite que fossem os alunos a formarem os seus grupos, pois, sem dúvida, considero que a empatia e afinidade podem ser fatores importantes para a criação de um ambiente agradável, propício à aprendizagem. Penso que, deste modo, os discentes sentir-se-iam mais motivados e com maior predisposição para trabalhar.

Informe os alunos sobre o método de avaliação que iria utilizar nestas aulas. O raciocínio e o pensamento científico são aspetos a ser avaliados, no que diz respeito às descobertas que os alunos fazem, conseguindo relacionar os conceitos de Matemática, generalizações, validando conjecturas e fazendo raciocínios usando métodos adequados. Outro aspeto a ser também avaliado é a capacidade de comunicação, no sentido em que os alunos deverão comunicar conceitos, raciocínios e ideias oralmente e por escrito,

com clareza e progressivo rigor lógico, na interpretação Matemática e no uso do vocabulário específico.

Antes de começar a descrever a construção do conhecimento feito pelos alunos utilizando o *software*, tenho de reconhecer que estava um pouco nervosa, aquando da e atribuição da primeira tarefa no *software* Geogebra, pois não sabia como é que os alunos reagiriam ao uso de computadores e em particular, a uma nova ferramenta de trabalho (*software* Geogebra), visto que nenhum aluno tinha trabalhado com este recurso numa aula de matemática.

Para o primeiro contato com o Geogebra foi-lhes entregue uma tarefa em que a primeira parte consistia numa informação orientadora para sua utilização que tinha como objetivo criar uma representação gráfica que a cada valor do ângulo  $\alpha$  fazia corresponder o respetivo valor do seno de  $\alpha$ . Após a conclusão da representação gráfica e da manipulação da mesma, foi solicitado aos alunos que descrevessem o que observavam.

Concluída a tarefa foi realizado o debate em grande grupo.

Na verdade, pretendia-se realizar a tarefa num só bloco, mas devido à falta de conhecimentos por parte dos alunos (desde a manipulação do software às noções básicas das funções reais de variável real) foi necessário prolongar a realização da mesma com mais um bloco de noventa minutos.

A Tarefa n.º 6 “*Função Seno*” estava organizada em quatro partes. As duas primeiras partes consistiam em descobrir e manipular o *software*; a terceira parte tinha como finalidade levar os alunos à dedução das propriedades da

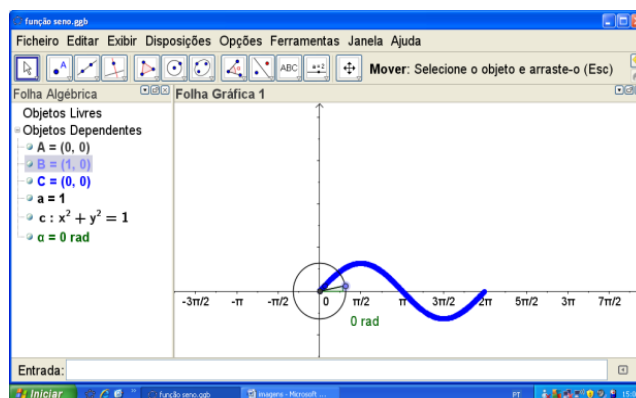


Figura3: Animação da *Função Seno*

*Função Seno* e do preenchimento da tabela em função da sua observação, finalizando, a última parte com exercícios práticos.

Durante a realização das duas primeiras partes, enquanto circulava, esclareci algumas dúvidas em relação à manipulação do *software*. Nesse momento, verifiquei que alguns dos alunos já tinham concluído a primeira e segunda partes. Aguardei um pouco mais para que todos tivessem concluído e prosseguimos com a discussão em grande grupo.

Comecei então a discussão:

**Professora:** Após a representação solicitada na tarefa, o que observaram?

**Aluno A:** Professora, quando mexemos com o ponto C, vejo que o segmento altera-se.

**Professora:** E o que representa esse segmento?

**Aluno B:** Esse segmento é a hipotenusa.

**Professora:** E se alterarmos o ponto C, a hipotenusa mantêm-se? E o que acontece ao cateto?

**Aluno B:** Sim mantêm-se mas o cateto altera-se.

**Professora:** Quais das relações trigonométricas, estão aqui “envolvidas”?

**Aluno C:** Oh! É o seno.

**Professora:** Todos concordam com a resposta do vosso colega?

**Alunos:** É obvio, que sim.

**Professora:** Ao “arrastar” o ponto sobre a circunferência o que observam?

**Alunos:** Observamos que apareceu um gráfico.

**Professora:** Então, o que representa este gráfico?

**Aluno A:** É a função seno.

Após este momento de discussão, alertei que a *função seno* é uma função real de variável real e o esboço do gráfico desta função está no intervalo  $[0, 2\pi]$ .

Antes dos alunos iniciarem a terceira parte, relembrei o conceito de função periódica e exemplifiquei.

Seguidamente, pedi aos alunos para prosseguir com a realização da mesma. Foram notórias as dificuldades no preenchimento da tabela dado que os conceitos e propriedades das funções estavam esquecidos, e os alunos começaram a dialogar entre eles não aguardando pelo momento da discussão em grande grupo.

**Aluno C:** Onde vejo o domínio?

**Professora:** Alguém sabe responder à colega?

**Aluno A:** Já não me recordo. Sei que dei isso no ano passado.

**Aluno B:** Vê-se no eixo  $xx$

**Aluno D:** Não! É no intervalo de  $[0, 2\pi]$ .

**Professora:** Recordam-se do alerta que fiz sobre o esboço do gráfico?

**Aluno D:** Então é de  $[0, 2\pi]$ .

**Professora:** Qual é o valor de  $f(4\pi)$ ?

**Aluno B:** É zero.

**Professora:** Mas  $4\pi$  não pertence ao intervalo  $[0, 2\pi]$ . Como obtiveram o valor zero?

**Aluno B:** Porque a função seno é uma função periódica.

**Aluno E:** Então, pode ser qualquer valor.

**Aluno B:** Professora, podemos concluir que o domínio é  $\mathbb{R}$ .

**Professora:** Muito Bem.

Prossigui com o debate em grande grupo para concluirmos o estudo da função e registei no quadro algumas propriedades que foram deduzidas ao longo da realização da tarefa.

Foi importante verificar o empenho por parte de alguns alunos na presença destas tarefas, pois sentem que conseguem acompanhar os “melhores alunos”.

No decorrer da tarefa, um dos grupos utilizou também a calculadora gráfica para confrontar os resultados que surgiram no *software* Geogebra. Foi notório que este grupo tornou-se independente relativamente aos outros grupos pois, ao invés de debater com os outros grupos sobre os resultados, preferiam recorrer à calculadora gráfica.

## 5.2. Tarefa n.º 8 “*Função Tangente*”

Noutro Bloco, informei os alunos que iam trabalhar a unidade temática *Função Tangente* através da realização de uma tarefa (*Anexo VII*), utilizando como ferramenta de aprendizagem, a calculadora gráfica. Expliquei também que nestas aulas iriam continuar a utilizar como metodologia de trabalho, o trabalho em grupo.

Ao iniciar a tarefa abordei os alunos sobre alguns cuidados a ter em conta na utilização da calculadora gráfica, em particular nos ajustes dos seguintes parâmetros: unidade a ser utilizada - radianos, o intervalo para a visualização do gráfico.

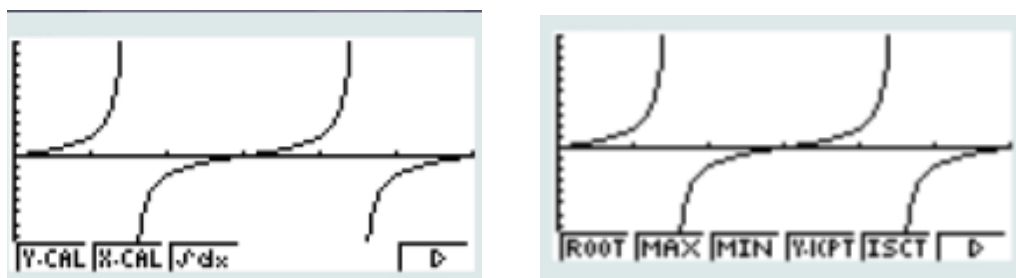


Figura 7: *Função Tangente*

Na segunda parte da Tarefa pretende-se que os alunos, identifiquem as várias propriedades da *Função Tangente* através da observação do gráfico obtido e da utilização dos menus da mesma.

Posteriormente, os alunos ao tentarem responder à primeira questão, demonstraram algumas dificuldades.

**Aluno A:** Professora, o que quer dizer na primeira pergunta o que é não estar definida?

**Professor:** Existe algum valor de amplitude de ângulo em que não exista o valor da função tangente?

**Aluno A:** O que estou a ver na calculadora é um tracejado.

**Aluno E:** Qual tracejado?

**Professora:** Como a vossa colega possui uma calculadora diferente da vossa, ela consegue visualizar. (Neste momento circulei pela sala e demonstrei). O que acontece ao gráfico onde aparece o tracejado?

**Aluno C:** É onde o gráfico pára, professora.

Neste momento, pedi-lhes para encontrar os valores onde ocorre esta situação.

**Aluno B:** Em  $\frac{\pi}{2}$ .

**Professora:** Qual o valor da tangente em  $\frac{\pi}{2}$ .

**Alunos:** Aparece “Not Found”.

**Professora:** Então, não existe o valor para  $tg\left(\frac{\pi}{2}\right)$ , ou seja, a função tangente não está definida para esse valor.

**Alunos:** Mas o porque de não estar definida?

Neste momento foi necessário recordar que,  $tg(x) = \frac{\text{sen}(x)}{\text{cos}(x)}$  e que numa função real de variável real em que existe a divisão de duas funções, o denominador tem de ser diferente de zero ( $\text{Cos}(x) \neq 0$ , em  $x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$ ).

Após esta pequena intervenção, alguns alunos observaram que o gráfico não apresentava um traço “contínuo” e que além do  $\frac{\pi}{2}$  a função também não estava definida em  $\frac{3\pi}{2}$ .

Informei os alunos que os tracejados do gráfico chamam-se assintotas verticais ao gráfico da função.

Ao concluir esta primeira parte, os alunos conseguiram concluir a tarefa.

Apesar de ser mais intuitivo encontrar as propriedades da função acima descrita, temos que ter em atenção no modo como os alunos utilizam e exploram este recurso.

De forma análoga, prossegui com o debate em grande grupo para concluirmos o estudo da função e registei no quadro algumas propriedades que foram deduzidas durante a realização da tarefa.

Também esbocei no quadro a figura abaixo representada.

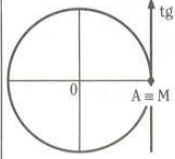
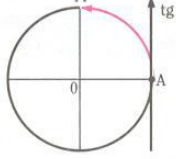
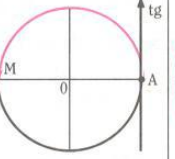
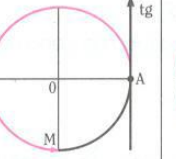

$x = 0$	$x = \frac{\pi}{2}$	$x = \pi$	$x = \frac{3\pi}{2}$	$x = 2\pi$
				
$\text{tg } 0 = 0$	$\text{tg } \frac{\pi}{2} \rightarrow \nexists$ $\text{tg } 90^\circ \rightarrow \nexists$	$\text{tg } \pi = 0$ $\text{tg } 180^\circ = 0$	$\text{tg } \frac{3\pi}{2} \rightarrow \nexists$ $\text{tg } 270^\circ \rightarrow \nexists$	$\text{tg } 2\pi = 0$ $\text{tg } 360^\circ = 0$

Figura 8: Tabela “Função Tangente”

Após à aplicação das diversas tarefas nas distintas aulas, foi muito gratificante verificar que consegui atingir os objetivos propostos.

Estes foram sempre a razão de motivá-los para a descoberta do desconhecido, ou seja, encaminhá-los para a aprendizagem significativa da matemática.

Observar alunos que não tinham nenhum gosto pela aprendizagem matemática e que agora se interessam e se empenham para obter positiva é, para mim, motivo de satisfação. Esta evolução foi notória. A título de exemplo, ver os alunos a fazer algumas conexões entre a *Função Seno*, *Função Cosseno* e a *Função Tangente*, foi importante para o grupo de estágio e demonstrativo que estávamos no caminho certo. Assistir e presenciar este progresso foi muito positivo por todo o trabalho realizado ao longo da minha prática pedagógica.

## 6. Conclusões

Neste capítulo, procura-se apresentar as principais conclusões que emergiram deste trabalho de investigação.

Defini como objetivo principal para este estudo a análise das ferramentas em contexto de sala de aula, em particular o *software* Geogebra e as calculadoras gráficas, numa perspetiva essencialmente formativa e reguladora das aprendizagens em Matemática, sendo que, para a sua consecução, foram formuladas as seguintes questões:

1ª - *Qual a importância da utilização das TIC no ambiente real de sala de aula?;*

2ª - *Como é que a utilização da calculadora científica e de software de geometria dinâmica contribuem para o desenvolvimento do raciocínio e da comunicação matemática?.*

### As TIC no Contexto de Sala de Aula

Neste contexto, importa salientar que os alunos devem, sem qualquer dúvida, ser encorajados a realizar tarefas e a utilizar ferramentas diversificadas que levem a novas experiências, para as quais muito contribui a utilização das TIC em contexto de sala de aula.

Seguindo este pressuposto, parece-me inquestionável que a utilização de um processo de ensino aprendizagem que tenha por base uma metodologia participativa, ativa e eficaz, leva os alunos a aprender a aprender e o professor a ensinar a pensar.

A utilização das TIC no contexto de sala de aula revelou um aumento de motivação e de participação por parte dos alunos, levando-os à realização das tarefas propostas e, como consequência, à aquisição de novos conhecimentos.

Uma das conclusões mais frequentes, apontada pela investigação da utilização das TIC no contexto de sala de aula, “*é sem dúvida da melhoria das atitudes dos alunos face à aprendizagem e à própria Matemática. A utilização de calculadoras e computadores em abordagens ativas e exploratórias da matemática incentivam a curiosidade, o aumento de confiança e o gosto dos alunos por esta disciplina*”. (FEY,19991;Hembree e Dessarte,1992, citado por Canavarro e Ponte,1997,p.121).

Assim, verifiquei que o uso das TIC em contexto educacional pode, simplesmente, manter a tradicional transmissão de informações para o aluno, como também poderá criar condições para a construção de conhecimento do mesmo. Segundo Adell cit. por Paiva (2002), “*As tecnologias de informação e comunicação não são mais uma ferramenta didática ao serviço dos professores e alunos [...] elas são e estão no mundo onde crescem os jovens que ensinamos [...]*”.

#### A Importância da Calculadora e do Geogebra no Desenvolvimento do Raciocínio e da Comunicação Matemática

Durante o desenrolar das aulas observei a curiosidade dos alunos, em particular na utilização do *software* Geogebra. A manipulação de alguns parâmetros, a atualização automática e a visualização rápida da vertente gráfica permitiram aos alunos fazerem conexões sobre os conceitos introduzidos e, através da análise dos mesmos, a generalização de algumas propriedades.

É inerente à comunicação matemática, o fato de os alunos identificarem as propriedades dos conceitos e utilizarem linguagem e termos próprios. Com base nestes princípios, os discentes desenvolveram o seu raciocínio matemático e contribuíram para a construção do seu próprio conhecimento.

Os resultados mostram que a maioria dos alunos considera que a utilização da calculadora gráfica e do *software* lhes permitiu um maior envolvimento e uma participação mais ativa na sua aprendizagem. Contudo, atribuem importâncias diferentes a cada uma das referidas ferramentas.

Segundo Matos & Serrazina (1996), com a utilização de materiais para aprendizagem da Matemática, “proporcionamos não só uma atividade lúdica, mas também o desenvolvimento abstrato, sendo que as aprendizagens têm de ser baseadas na experiência.”

Esta foi a primeira vez que desenvolvi uma investigação com esta intensidade e duração. Esta tarefa, que no início parecia complicada, acabou por ser uma das mais interessantes na realização deste estudo, pois tive que aprender a ouvir e refletir.

As questões orientadoras, inicialmente definidas, focam aspetos importantes para a implementação das ferramentas na prática letiva do professor, a sua relação com as orientações associadas à gestão do currículo, bem como à avaliação.

Ao longo do estágio, foram vários os momentos em que pude constatar a satisfação e interesse dos alunos quando estavam a trabalhar com o *software* Geogebra e a calculadora. Inclusivamente, senti da parte deles uma maior receptividade e respeito, uma vez que, com esta metodologia, as suas opiniões eram tidas em conta.

Na minha perspetiva, a formação de professores é uma etapa muito importante, pois possibilita a aquisição de todo um conjunto de competências que nos torna preparados para as várias atividades desenvolvidas na escola. Para isso, o professor deve também ser capaz de avaliar as próprias potencialidades e limitações, assim como, conhecer os recursos e equipamentos disponíveis na sua escola ou instituição.

Ao concluir este relatório, e apesar de todas as dúvidas que ainda subsistem, considero que ouvir alunos e professores e conhecer o que eles pensam sobre a utilização das ferramentas é colocarmo-nos num ponto de partida mais próximo da meta.

## 7. Referências Bibliográfica

*“Sua finalidade é informar o leitor a respeito das fontes que serviram de referência, [...] deve conter a indicação de todos os documentos que foram citados ou consultados para a realização do estudo [...]”*

*António Joaquim Severino (2002)*

Bettega, Maria Helena Silva. *A educação continuada na era digital*. São Paulo: Cortez, 2005, p.17.

Astolfi e Darot e Ginsburger-Vogel e Toussaint, 2002, *As palavras-chave da Didática das Ciências*. Horizontes Pedagógicos

Boavida, A.M. (2005) *A argumentação em Matemática :Investigando o trabalho de duas professoras em contexto de colaboração*. Tese de doutoramento não publicada. Lisboa: Universidade de Lisboa, Portugal

Brazão, J. (2008), *Weblogs, Aprendizagem e Cultura da Escola: Um estudo etnográfico numa sala do 1º ciclo do Ensino Básico*. Tese de Doutoramento, acedido em Janeiro de 2012, em <http://www3.uma.pt/pbrazao/curriculo.html>

Canavarro A. e Ponte J., *Matemática e novas tecnologias*, 1997, Universidade Aberta.

Catalão, I. e Maia, M. (2001). *Formação de Educadores e professores para a iniciação às TIC na educação pré-escolar e no 1º ciclo*. In Ponte (2002). *A formação para a integração das TIC na Educação Pré-Escolar e no 1º Ciclo do Ensino Básico*. Porto: Porto Editora.

Fino,C.(s.d), PowerPoint- *Construtivismo & Construcionismo* acedido em Janeiro 2012, em [www3.uma.pt/carlosfino/](http://www3.uma.pt/carlosfino/).

Fino,C.(2003) *Agma educacional*, acedido janeiro 2012, em [www.3uma.pt/carlosfino/publicacoes/16.pdf](http://www.3uma.pt/carlosfino/publicacoes/16.pdf)

FREIRE, P., (1992). *Pedagogia da esperança: um reencontro com a pedagogia do oprimido*. Rio de Janeiro: Paz e Terra.

Libaneo, J.C. (1990) *Didática*. São Paulo:Cortez

Moreira, A. (2002). *Crianças e tecnologia, tecnologia e crianças*. In *Ponte (2002). A formação para a integração das TIC na Educação Pré-Escolar e no 1º Ciclo do Ensino Básico*. Porto: Porto Editora.

Masseto, M.T; Behrens, M.A. (2000) *Novas tecnologias e mediação pedagógica*. Campinas, s.p.: Papyrus, pág.133-173

Matos J. e Serrazina M., *Didática da Matemática*,1996, Universidade Aberta.

Moro, M., L., F. *Crianças com crianças aprendendo: interação social e construção cognitiva*. Cadernos de Pesquisa, n.º 79, nov.1991, p.31-43.

NCTM (1991). *Norma para o Currículo e a Avaliação em Matemática Escolar*. Lisboa: APM

Paiva, J. (2001), *As Tecnologias de Informação e Comunicação no Ensino: O caso particular de Antropologia*. Faculdade de Ciências e Tecnologias da Universidade de Coimbra, Tese de Mestrado

Papert, S. (1991), *Ensinar crianças a serem matemáticos versus ensinar Matemática*. In J. P. Ponte (org.), *O computador na Educação Matemática*. Lisboa: APM

Pires, Orlando (s.d.), *O papel do professor na aprendizagem do aluno com recurso às TIC*, acessido em Janeiro 2012, em

<http://cfmurca.no.sapo.pt/tic.pdf>

Ponte, J. (1989) *A calculadora e o processo de ensino-aprendizagem*. Lisboa: Educação e Matemática nº11 3º trimestre.

Ponte, J., *As TIC no início da escolaridade: perspetivas para a formação inicial de professores*, acessido em Dezembro 2011, em

[http://educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/docs-pt/02-Ponte%20\(TIC-INAFOF\).pdf](http://educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/docs-pt/02-Ponte%20(TIC-INAFOF).pdf)

Ponte, J.P.& Canavarro, A.P. (1997) *Matemática e a Educação*. Lisboa: Texto Editora: Universidade Aberta

Raposo, R. (2011), *Novas ferramentas dentro e fora da sala de aula. Uma exploração do Geogebra*. Em Educação e Matemática (nº113.2011, p.37-41)

Saviani, Dermeval (1985) *Escola e Democracia*. 8ª. Ed. São Paulo, Cortez/Autores Associados.

Silva, F. (2009)., *Explorando a Função quadrática com o software Geogebra numa turma do 10º ano*, Relatório de Estágio pedagógico, acessido em novembro 2011, <http://.digituma.uma.pt>

Souza, R. (2006), *O erro na construção do conhecimento: A mediação pedagógica em foco*, acessado em Maio 2012,

<http://www.alb.com.br/portal.html>

DGIDC. Programa de matemática do Ensino básico, homologado em 2007.  
Acedido em outubro 2011, em [www.dgdc.min-edu.pt](http://www.dgdc.min-edu.pt)

DGIDC. Programa de matemática do Ensino Secundário, homologado em 2002.  
Acedido em outubro 2011, em [www.dgdc.min-edu.pt](http://www.dgdc.min-edu.pt)

# **Anexos**

## ISOMETRIAS

Com esta proposta de trabalho pretende-se abordar as transformações geométricas no plano, nomeadamente, a **translação**, a **rotação** e a **reflexão**. Para tal, existem conteúdos matemáticos que consideramos pertinentes abordar, ou relembrar, tais como a noção de **vetor** e de **ângulo orientado**.

Para a exploração da proposta de trabalho será necessário: régua, transferidores, mirras, folhas brancas e blocos lógicos geométricos 1 de forma a construir as imagens necessárias.

### SITUAÇÃO 1.

#### PARTE I

- ✓ Constrói uma semirreta **OA** na folha branca.
- ✓ Com os polígonos que tens à tua disposição reproduz, sobre a folha, a figura que se segue de modo a que os pontos **A** e **B** pertençam à semirreta por ti construída.

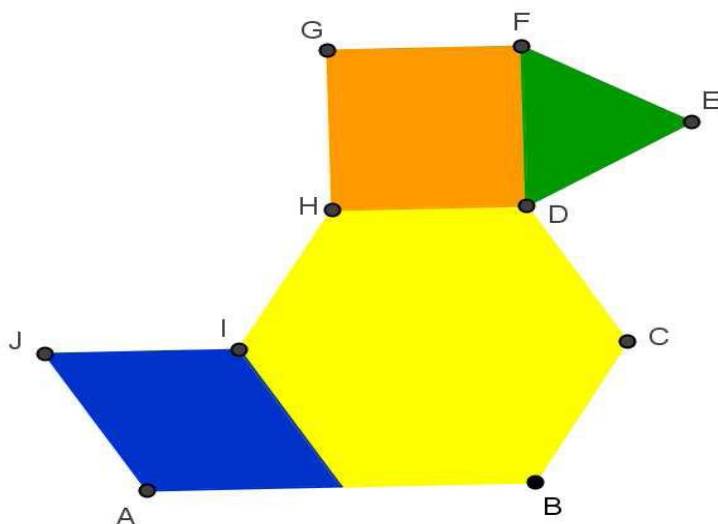


Figura 1 - Construção com os polígonos disponíveis.

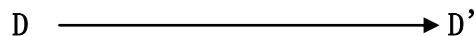
- ✓ Após teres construído a figura na folha branca desenha o seu contorno e assinala os pontos conforme a figura acima.

- ✓ Constrói sobre semirreta AO uma outra figura igual à anterior de modo que os transformados dos pontos **A** e **B** também estejam sobre OA. Desenha igualmente o seu contorno e denomina-a de **Figura 2**.
- ✓ Assinala na segunda figura construída os transformados dos pontos **A, B, C, ...**, por **A', B', C', ...**, respetivamente.

**Procura responder às seguintes questões:**

- A. Compara os polígonos iniciais com os seus correspondentes na segunda figura que construíste. Que observas?
- B. Compara os segmentos de reta **JA** (figura 1) e **J'A'** (figura 2).
1. Que observas?
  2. Será que acontece o mesmo para quaisquer outros dois segmentos nestas condições?
- C. Constrói **[D,D']** e **[E,E']**.

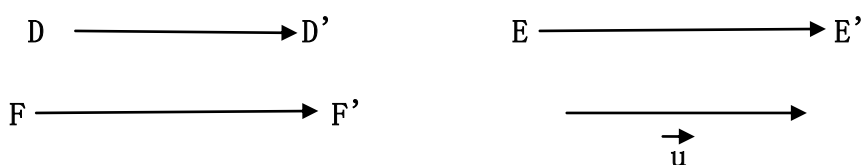
**Nota:** O segmento de reta orientado de extremos **D** e **D'**, é orientado de **D** para **D'**, e representa-se por **[D,D']**, em que **D** é a origem e **D'** é a extremidade. Um segmento orientado caracteriza-se por um comprimento, um sentido e uma direção.



1. O que podes dizer acerca dos dois segmentos de reta orientados?
2. O mesmo acontece quando constróis todos os segmentos orientados cujos extremos são um ponto da figura inicial e o seu transformado na figura que construíste?

**Nota:** Ao conjunto de todos os segmentos de reta orientados, do plano, com a mesma direção, o mesmo sentido e o mesmo comprimento que **[D,D']** chamamos **vetor livre** ou apenas **vetor** e representa-se por  $\overrightarrow{DD'}$ .

O vetor  $\overrightarrow{DD'}$  pode ser representado por qualquer segmento de reta orientado com a mesma direção, sentido e comprimento de **[D,D']**.



Um vetor pode ainda ser designado por uma letra minúscula com uma seta por cima. Neste caso,  $\vec{DD}$ ,  $\vec{EE}$ ,  $\vec{FF}$  e  $\vec{u}$  são notações possíveis para o mesmo vetor.

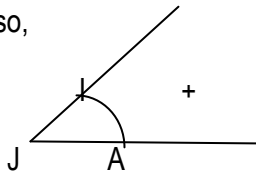
D. Compara as amplitudes dos ângulos **AJI** (ângulo da figura 1) e **A'J'I'** (o seu transformado, na figura2).

1. Que conclusis?
2. Acontece o mesmo para quaisquer outros dois ângulos nestas condições?
3. Que podes afirmar acerca da orientação dos ângulos em análise.

**Nota:** Como observaste a amplitude do ângulo **AJI** é de  $60^\circ$ . No entanto, podemos dar uma orientação a esse ângulo.

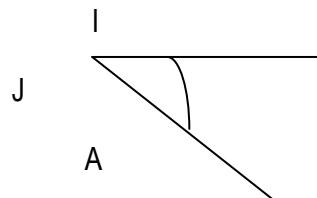
Convencionou-se que um **ângulo positivo** quando é gerado por uma semirreta rodando em torno da origem, no sentido positivo, isto é, no sentido contrário ao movimento dos ponteiros de um relógio (sentido anti-horário). Um **ângulo negativo** será, portanto, um ângulo gerado no sentido horário, ou seja, no sentido negativo.

Neste caso,



Ângulo positivo AJI

Ângulo AJI =  $60^\circ$



Ângulo Negativo AJI

Ângulo IJA =  $-60^\circ$

E. Dizemos que a **figura 1** foi transformada na figura 2 por uma TRANSLAÇÃO associada ao vetor descrito na questão C.

Tendo em conta a tua exploração, conjectura algumas propriedades das translações.

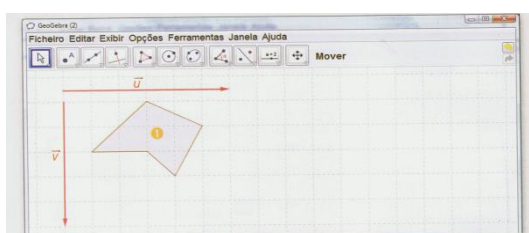
1 Blocos Lógicos Geométricos - Blocos Padrão 250 peças miniland - disponível em <http://www.apm.pt/portal/indexloja.php?id=68606>

Proposta de Trabalho para o 8.º Ano (2011/2012)

Anexo II: Composição de translações: adição de vetores - *Software* de geometria dinâmica - Geogebra

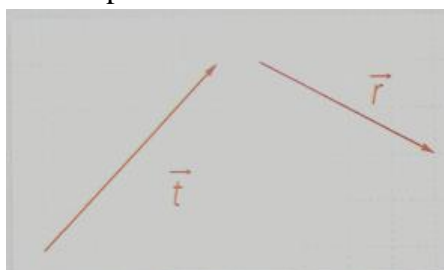
Matemática 8º Ano 2011/2012 Turma: B	Escola Básica e Secundária Prof. Dr. Francisco de Freitas Branco – Porto Santo TAREFA n.º 6 - Composição de translações: adição de vetores <i>Software</i> de geometria dinâmica - <i>Geogebra</i> Duração: 90 minutos  07/11/2011
--	---

Observa a Figura:



1. Usando as quadrículas do teu caderno **ou** um programa de geometria dinâmica, por exemplo, o **Geogebra**, reproduz a figura **1**
2. Desenha a figura **2**, imagem da figura **1**, por meio da translação associada ao vetor **v**.
3. Representa a figura **3**, imagem da figura **2**, por meio da translação associada ao vetor **v**.
4. Haverá uma translação que transforme diretamente a figura **1** na figura **3**? Se sim, qual?
5. Representa o vetor **w** associado à translação que permite obter diretamente a figura **3**, como imagem da figura **1**.
6. Determina a figura **4**, imagem da figura **1** na translação associada ao vetor **t**, e o transformado **5** da figura **4** por meio da translação associado ao vetor **r**.

Como poderias ter obtido a figura **5** diretamente a partir da figura?



Bom trabalho!

Anexo III: Grelha de Registo e Observação de Aula

Matemática 8ºAno 2011/2012 Turma: ----	Escola Básica e Secundária Prof. Dr. Francisco de Freitas Branco – Porto Santo <b>Grelha de Observação de aula</b> -----/01/2012 até ----/01/2012
---	---

N.º	Alunos	Participa Ativamente	Ajuda os colegas respeitando as diferenças	Esforça-se por ultrapassar as dificuldades	Cumpre todas as tarefas propostas	Intervém com qualidade
1	A					
2	A					
3	A					
4	B					
5	C					
6	-----	-----	-----	-----	-----	-----
7	-----	-----	-----	-----	-----	-----
8	D					
9	F					
10	F					
11	-----	-----	-----	-----	-----	-----
12	M					
13	L					
14	-----	-----	-----	-----	-----	-----
15	A					
16	-----	-----	-----	-----	-----	-----
17	P					
18	R					
19	R					
20	R					
21	S					

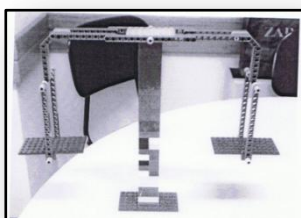
Observações:

## Anexo IV: Tarefa (adaptada) do Projeto CEM – “ Balança da Lego”

Matemática 8ºAno 2011/2012 Turma:----	Escola Básica e Secundária Prof. Dr. Francisco de Freitas Branco – Porto Santo “Funções e Equações” Tarefa n.º 6 “ Equações – Revisão”  Nome: _____ N.º _____ Turma: _____
--	--

### EQUAÇÕES

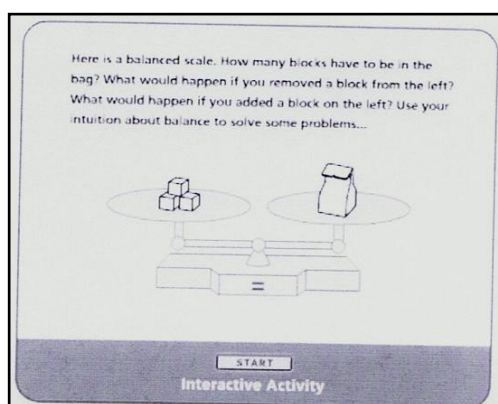
Com esta proposta de trabalho pretende-se abordar as equações do 1-º grau a uma incógnita.



Ao longo da resolução da proposta deverão justificar todas as estratégias por palavras, números esquemas ou utilizar equações para fazer esse registo.

#### SITUAÇÃO 1.

O que visualizas na balança de pratos em equilíbrio, como a que se mostra abaixo.

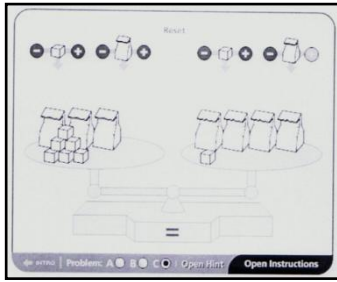


1. Partindo do pressuposto que cada cubo indicado no prato do lado esquerdo da balança pesa 1kg,

*Nas situações que irás analisar posteriormente os cubos terão sempre o mesmo peso, ou seja,*

$$\text{Cubo} = 1\text{kg.}$$

2. Comenta a seguinte situação:



2.1 O que acontece à balança quando se retira um saco do prato esquerdo? Apresenta uma justificação para o sucedido e apresenta a sugestão de dois procedimentos para que a balança volte a estar em equilíbrio.

---

2.2 Numa situação de equilíbrio, o que acontece à balança quando coloco um cubo em cada um dos pratos? Procura justificar esse fato.

---

2.3 Aconteceria o mesmo se te fosse pedido que retirasses um saco de cada um dos pratos?

---

2.4 Partindo de uma situação de equilíbrio, o que acontece se retirar um cubo do prato esquerdo e um saco do lado direito? Apresenta uma justificação para o sucedido.

---

2.5 Qual será o mais pesado: saco ou cubo? Procura justificar a tua resposta.

---

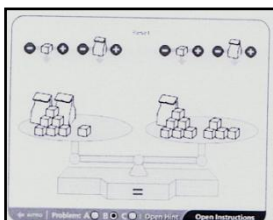
2.6 Quanto pesa o saco?

---

## SITUAÇÃO 2.

Para continuares o teu trabalho:

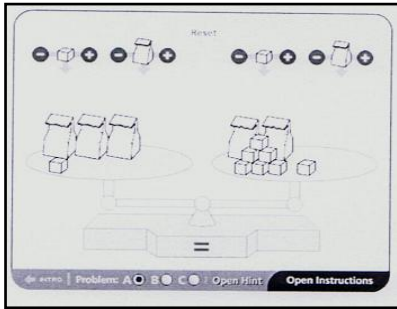
1. Observa a figura abaixo.



1.1 Escreve uma expressão matemática de equilíbrio que te está a ser apresentada na figura ao lado.

1.2 Quanto pesa cada saco representado neste problema?

2. Observa a figura abaixo.



2.1 Escreve uma expressão matemática que traduza a situação de equilíbrio apresentada na figura ao lado.

2.2 Escreve uma expressão matemática para uma outra situação de equilíbrio neste problema.

2.3. Descobre o peso de cada saco na figura ao lado. Descreve a estratégia que adotaste na descoberta desse

Após a resolução destes problemas a que conclusão chegaste ?

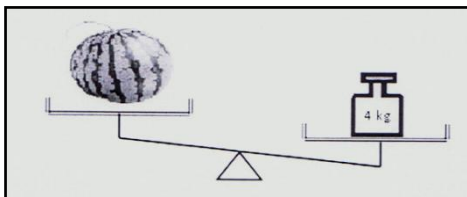
Uma **equação** é uma igualdade entre duas expressões onde aparece pelo menos um valor desconhecido, incógnita.

Quando descobrimos o peso de cada saco estamos a **resolver a equação** que traduz a situação. O valor da incógnita representa a **solução da equação**.

### SITUAÇÃO 3.

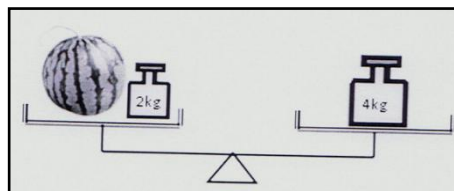
1. O Rui foi com a sua mãe Ângela ao minimercado comprar alguns produtos que estavam em falta.

1.1. O Rui pediu à sua mãe que comprasse melancia para comerem como sobremesa ao jantar. Para pesar a melancia o Rui utilizou a balança de dois pratos como mostra a figura. Assim, sendo, colocou a melancia num dos pratos e um peso de 4 kg no outro prato da balança.



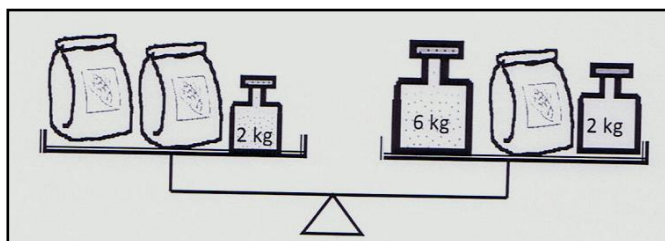
1.1.1. O que podes concluir acerca da melancia do Rui?

1.1.2. De modo a tentar descobrir o peso da melancia o Rui decidiu colocar mais um peso na balança, tal como mostra a figura.



Escreve a equação que traduz a situação representada na balança.

2. A D. Ângela dirigiu-se à prateleira do açúcar e encheu um saco, com vários pacotes deste artigo. Ao chegar à caixa registadora pediu que fosse pesado o saco. A empregada colocou o saco na balança e mostrou o peso à D. Ângela. Esta disse-lhe: “ Isso é muito açúcar. Por favor retire 3 kg de açúcar”. Sabendo que o peso final foi de 6 kg, quantos quilos estavam inicialmente no saco?
- 2.1. Escreve a equação que traduz a situação da D. Ângela.
- 2.2. Descreve como procedeste para descobrir quantos quilos estavam inicialmente no saco, poderás fazê-lo por palavras, números ou esquemas.
- 2.3. Traduz para linguagem matemática o procedimento que efetuaste para determinar quantos quilos de açúcar estavam inicialmente no saco.
3. Como a D. Ângela pretendia fazer pão comprou farinha de trigo. Para determinar quanto pesa cada saco de farinha de trigo colocou os sacos e pesos sobre os pratos da balança, como mostra a figura. Sabendo que todas as embalagens de farinha têm o mesmo peso:



- 3.1. Escreve a equação que traduz a situação representada na balança.
- 3.2. Tenta descobrir o peso de cada saco de farinha. Descreve como procedeste para resolver o problema.
- 3.3. Traduz para linguagem matemática o procedimento que efetuaste para determinar o peso de cada saco de farinha.

Adaptado do Projeto CEM: Proposta de trabalho do 7.º Ano.

Bom Trabalho!

## Anexo V: Tarefa “Função Seno”

Matemática B 11º Ano 2011/2012	Escola Básica e Secundária Prof. Dr. Francisco de Freitas Branco – Porto Santo Tarefa nº 6 - Função Seno Nome: _____ Nº: ____ Turma: ____
--------------------------------------	---

### **Função Seno**- Programa Geogebra

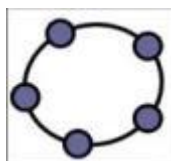
Seja  $f$ , a função real de variável real definida por:

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$
$$x \rightarrow \text{sen } x$$

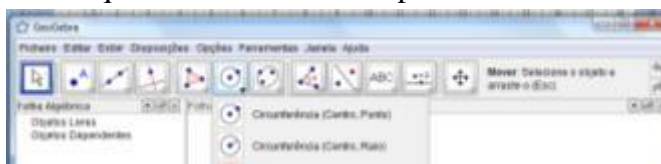
Com a ajuda do programa Geogebra vamos construir a função *seno* no intervalo  $[0, 2\pi[$ .

#### **1ª Parte**

1º Abrir programa com o seguinte ícone no ambiente de trabalho:



2º Marcar uma circunferência de centro na origem do referencial com raio 1. Para isso utilize os comandos que existem na barra superior.



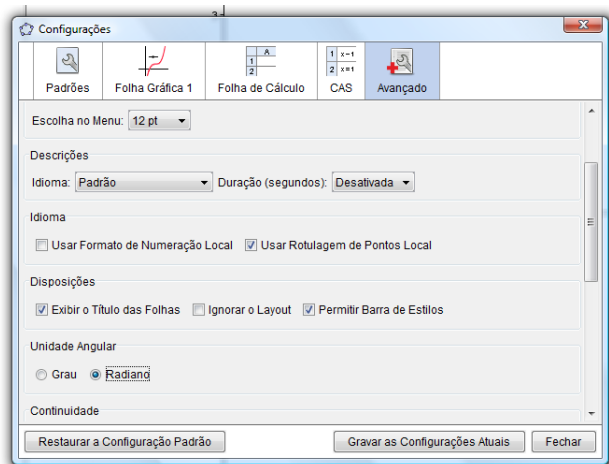
3º Crie um segmento de reta, utilizando o centro da circunferência como um ponto, e o outro, um ponto sobre a circunferência.



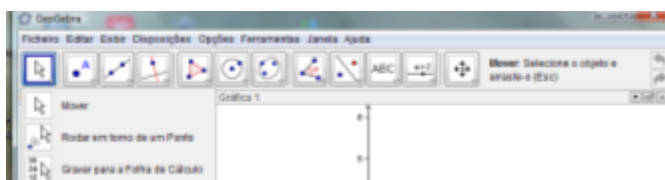
4º Marcar o ângulo formado entre o eixo dos  $xx$  (lado origem) o segmento criado anteriormente (lado extremidade).



5º Para alterar a unidade de ângulos para o sistema circular, selecionar o menu de opções, configurações avançado e alterar a unidade angular:



6º Para que o ponto  $C$ , que está sobre a circunferência, se mova sobre ela, escolhe o seguinte comando “Rodar em torno de um ponto” e clique em cima da origem do referencial (ponto fixo) e sobre ponto que se encontra sobre a circunferência.

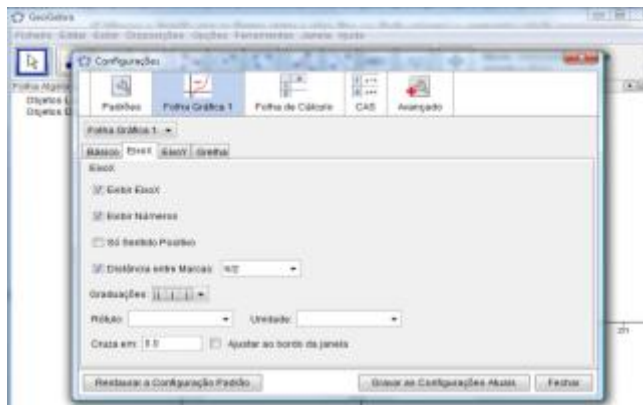


**Questão 1:** Cliquem sobre o ponto e “arraste” sobre a circunferência. Descreve o que observas.

## 2ª Parte

Pretendemos representar a função *seno*, a variável  $x$  será o ângulo  $\alpha$  e a sua imagem é o  $\text{sen } \alpha$ .

1º Clicar com o botão direito sobre o eixo do  $xx$ , na folha gráfica:



- Alterar a distância entre marcas para  $\frac{\pi}{2}$ ;
- Alterar graduação;
- Fechar.

2º Marcar um ponto novo qualquer. Em seguida, clicar sobre ele e redefinir as suas coordenadas:  $(\alpha, \text{sen } \alpha)$ .

3º Clicar sobre o ponto com o botão direito e escolher opção “**Ativar Traço**”.

**Questão 2:** Ao “arrastar” o ponto sobre a circunferência, o que observas?

## 3ª Parte

Atendendo à generalização do ângulo e ao estudo já efetuado sobre a variação das razões trigonométricas, conclui as propriedades da função *seno*,  $f(x) = \text{sen } x$ .

1. Preenche a tabela seguinte:

Função <i>seno</i>	
$D_f$	
$D_f'$	
Expressão geral dos	

zeros	
Período mínimo	
Máximos relativos	
Mínimos relativos	

2. Calcule:  $f\left(-\frac{\pi}{3}\right) = \underline{\hspace{2cm}}$  e  $f\left(\frac{\pi}{3}\right) = \underline{\hspace{2cm}}$

$f\left(-\frac{\pi}{6}\right) = \underline{\hspace{2cm}}$  e  $f\left(\frac{\pi}{6}\right) = \underline{\hspace{2cm}}$

Sabendo que uma função diz-se **par** se  $f(-x) = f(x)$  e que uma função diz-se **ímpar** se  $f(-x) = -f(x)$ . Como classifica a função *seno*, quanto a sua paridade.

3. Considerando a função definida para  $x \in [0, 2\pi]$ , indique os intervalos em que a função é:

- a) decrescente
- b) crescente

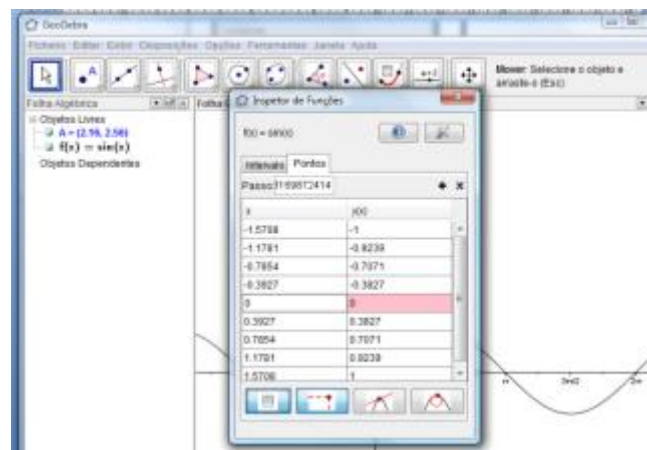
**Observações:** Para visualizar o gráfico da função seno sem estar restringida ao intervalo  $[0, 2\pi]$ , escreva na página inicial do Geogebra, no canto inferior onde diz “entrada”  $\sin x$  e clique enter.

Para observar as coordenadas dos pontos que pertencem ao gráfico através de uma tabela seleccione:

- Inspetor de funções e clicar sobre gráfico



- Pontos e mostrar tabela de pontos



#### 4ª Parte

**Exercício 1:** Considera a função real de variável real definida por  $f(x) = 3 - \text{sen } x$ .

- Calcule  $f\left(\frac{2\pi}{3}\right) - f\left(\frac{4\pi}{3}\right)$ .
- Indique os valores de  $x \in [-\pi, \pi]$  que satisfazem a equação  $f(x) = \frac{5}{2}$ .
- Escreva a expressão geral dos zeros da função.

**Exercício 2:** Qual o valor máximo que a função  $y = 4 + 3\text{sen}x$  pode tomar? E o mínimo?

Bom trabalho!

## Anexo VI: Tarefa “Função Cosseno”

Matemática B	Escola Básica e Secundária Prof. Dr. Francisco de Freitas Branco – Porto Santo
11º Ano	Tarefa nº 7 - Função cosseno
2011/2012	Nome: _____ N.º: ____ Turma: ____

### Função Cosseno

Seja  $f$  a função real de variável real definida por:

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$

$$x \rightarrow \cos x$$

#### 1ª Parte

Com o auxílio da calculadora gráfica, esboça o gráfico desta função no intervalo de  $[0, 2\pi]$ . Segue as seguintes instruções:

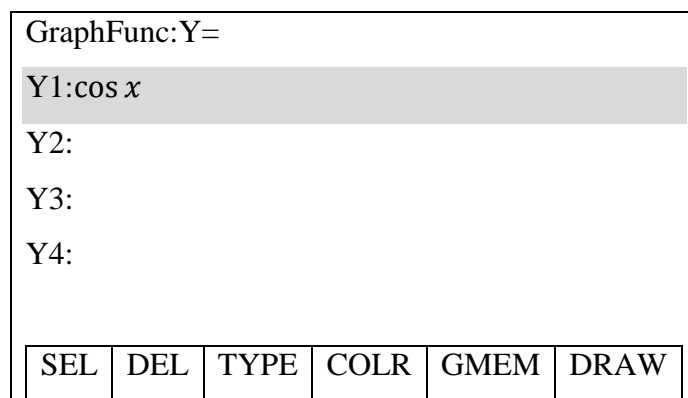
1º No ecrã inicial, escolhe o menu **GRAPH**. Em seguida, seleciona SET UP (**Shift** + **Menu**) e ajusta os seguintes parâmetros:

Drawtype: connet (F1)
...
Angle: Rad (F2)

2º Para sair deste menu faz EXIT. Para obteres uma janela para visualizares o gráfico conveniente, terás que introduzir os valores da tabela em V-Window (**SHIFT** + **F3**).

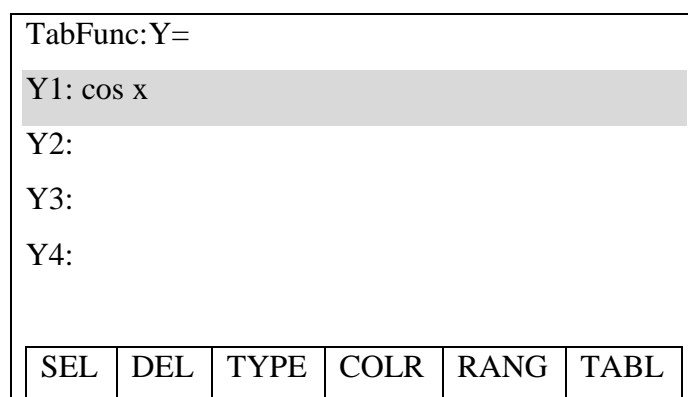
Xmin:0
máx:2π
Scale: $\frac{\pi}{2}$
Ymin:-1.5
máx:1.5
Scale:1

3º Para sair deste menu faz EXIT. Define a função,  $Y = \cos x$ , na janela seguido de **EXE**

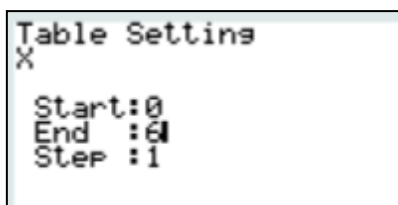


Para visualizar o gráfico, seleciona DRAW (F6), ou EXE novamente.

4º Recorrendo à calculadora gráfica podemos obter as coordenadas de pontos que pertençam ao gráfico desta função. Na presença do gráfico seleciona tecla **MENUTABLE**.



Para que na tabela apareça os valores de x num intervalo específico, introduzimos os seguintes valores na opção deste ecrã, RANG (F5):

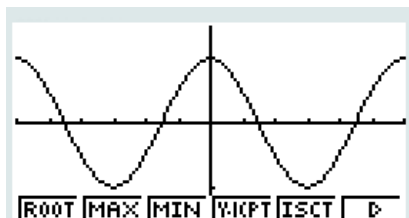


Para que a tabela apareça no ecrã, seleciona **EXIT** e em seguida **TABL** (F6).

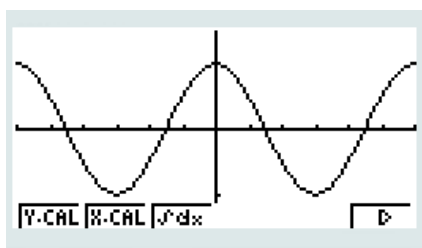
## 2ª Parte

Podemos continuar este estudo para ângulos cujas amplitudes sejam maiores ou iguais a  $2\pi$  e para amplitudes negativas. Volte ao menu GRAPH altere o valor de Xmin de 0 para  $-2\pi$  (ver 1ª parte, 2º passo e 3º).

Na **presença do gráfico**, seleciona G-SOLV (SHIFT + F5):



A seta neste ecrã indica que existem mais opções:



Observações:

Neste menu poderá rapidamente encontrar os zeros através da opção **ROOT** e para os mínimos e máximos escolha as opções **MIN** e **MAX**.

4. Com a ajuda da calculadora, generaliza as propriedades da função cosseno preenchendo a tabela seguinte:

<b>Função cosseno</b>	
$D_f$	
$D'_f$	
Expressão geral dos zeros	
Período mínimo	
Máximos relativos	
Mínimos relativos	

5. Calcule:  $f\left(-\frac{\pi}{3}\right) = \underline{\hspace{2cm}}$  e  $f\left(\frac{\pi}{3}\right) = \underline{\hspace{2cm}}$

$$f\left(-\frac{\pi}{6}\right) = \text{---} \text{ e } f\left(\frac{\pi}{6}\right) = \text{---}$$

Sabendo que uma função diz-se **par** se  $f(-x) = f(x)$  e que uma função diz-se **ímpar** se  $f(-x) = -f(x)$ . Como classificas a função *coseno*, quanto a sua paridade.

6. Considerando a função definida para  $x \in [0, 2\pi]$ , indique os intervalos em que a função é:

c) decrescente

d) crescente

### 3ª Parte

**Exercício 1:** Considera a função real de variável real definida por  $f(x) = 2 + \cos(2x)$ .

- Indique o domínio e o contradomínio da função.
- Escreva a expressão geral dos maximizantes da função.
- Determine, se existirem, os zeros da função no intervalo  $]-\pi, \pi[$ .

**Exercício 2:** Mostre que a função  $g$  de domínio  $\mathbb{R}$  definida por  $g(x) = \cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right)$  é ímpar.

Bom trabalho!

## Anexo VII: Tarefa “Função Tangente”

Matemática B	Escola Básica e Secundária Prof. Dr. Francisco de Freitas Branco – Porto Santo
11º Ano	Tarefa nº 8 - Função Tangente
2011/2012	Nome: _____ N.º: ____ Turma: ____

### Função Tangente

#### 1ª Parte

Com o auxílio da calculadora gráfica, esboça o gráfico da função tangente no intervalo de  $[0, 2\pi[$ . Segue as seguintes instruções:

1º No ecrã inicial, escolhe o menu **GRAPH**. Em seguida, seleciona SET UP (**Shift** + **Menu**) e ajusta os seguintes parâmetros:

Drawtype: connet (F1)
...
Angle: Rad (F2)

2º Para sair deste menu faz EXIT. Para obteres uma janela para visualizares o gráfico conveniente, terás que introduzir os valores da tabela em V-Window (**SHIFT** + **F3**).

Xmin:0
máx: $2\pi$
Scale: $\frac{\pi}{2}$
Ymin:-10
máx:10
Scale:1

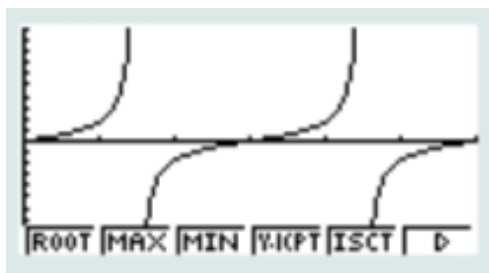
3º Para sair deste menu faz EXIT. Defina a função,  $Y = \tan X$ , na janela seguinte e faça **EXE**

GraphFunc:Y=					
Y1: tan X					
Y2:					
Y3:					
Y4:					
SEL	DEL	TYPE	COLR	GMEM	DRAW

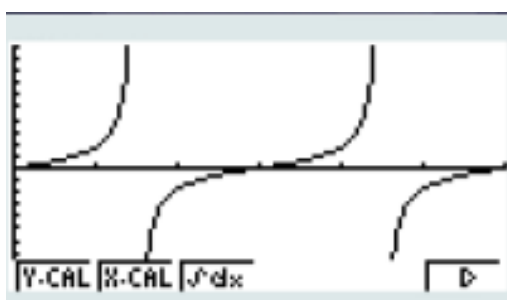
Para visualizar o gráfico, seleciona DRAW (F6).

## 2ª Parte

Na **presença do gráfico**, seleciona G-SOLV(SHIFT +F5)



A seta neste ecrã indica que existem mais opções:



Observações: Neste menu poderá rapidamente encontrar os zeros através da opção **ROOT** e para os mínimos e máximos escolha as opções **MIN** e **MAX**.

Com base no esboço do gráfico que obtiveste na calculadora indique:

1. A expressão geral da amplitude dos ângulos para os quais a função tangente não está definida.

2. O domínio da função.
3. Qual é o valor máximo que a função tangente pode assumir? E qual o valor mínimo?
4. Após observação da representação do gráfico e da questão o anterior, indique o contradomínio da função.
5. Preencha os espaços em branco:
- a) A função tangente é periódica de período mínimo \_\_\_\_\_.
- b) De um modo geral temos que  $\forall x \in D_{tg}, tgx = tg(x + \underline{\quad}), k \in \mathbb{Z}$ .
6. Indique os zeros da função tangente no intervalo  $[0, 2\pi]$ . Estabeleça uma expressão geral que caracterize os zeros da função tangente.

7. Calcule:

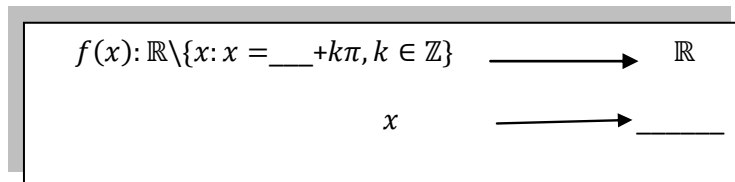
$$tg\left(\frac{\pi}{3}\right) = tg\left(\frac{\pi}{4}\right) = tg\left(\frac{\pi}{6}\right) =$$

$$tg\left(-\frac{\pi}{3}\right) = tg\left(-\frac{\pi}{4}\right) = tg\left(-\frac{\pi}{6}\right) =$$

O que pode dizer acerca da paridade da função tangente?

8. Considerando a função definida para  $x \in \left] -\frac{3\pi}{2}, \frac{3\pi}{2} \right[$ , indique os intervalos em que a função é crescente.

9. Preencha os espaços em branco de forma a definir a função tangente.



### 3ª Parte

**Exercício 1:** Considera a função real de variável real  $g$  por

$$g(x) = \sqrt{6} + \sqrt{2}tg(2x)$$

- Determina o domínio da função  $g$ .
- Determina uma expressão geral dos zeros de  $g$ .
- Determina os valores de  $x$  para os quais  $g(x) = \sqrt{24}$

**Exercício 2:** Considera a função  $h$  definida pela expressão

$$h(x) = 1 + tgx$$

- Determina o domínio da função.
- Calcula  $h\left(\frac{\pi}{4}\right)$  e  $h\left(\frac{2\pi}{3}\right)$ .
- Encontre, caso existam, os zeros da função.
- Verifique se  $h$  é uma função par.

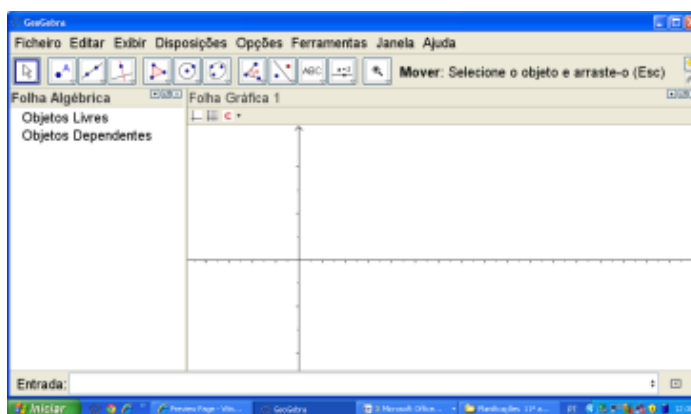
Bom Trabalho!

Anexo VIII: Tarefa “Função Trigonómicas e o Geogebra”

Matemática B	Escola Básica e Secundária Prof. Dr. Francisco de Freitas Branco – Porto Santo
11º Ano	Tarefa nº9 - Funções trigonométricas e Geogebra
2011/2012	Nome: _____ N.º: ____ Turma: ____

Relembrar:

- ✓ Ícone GEOGEBRA: Barra de ferramentas:



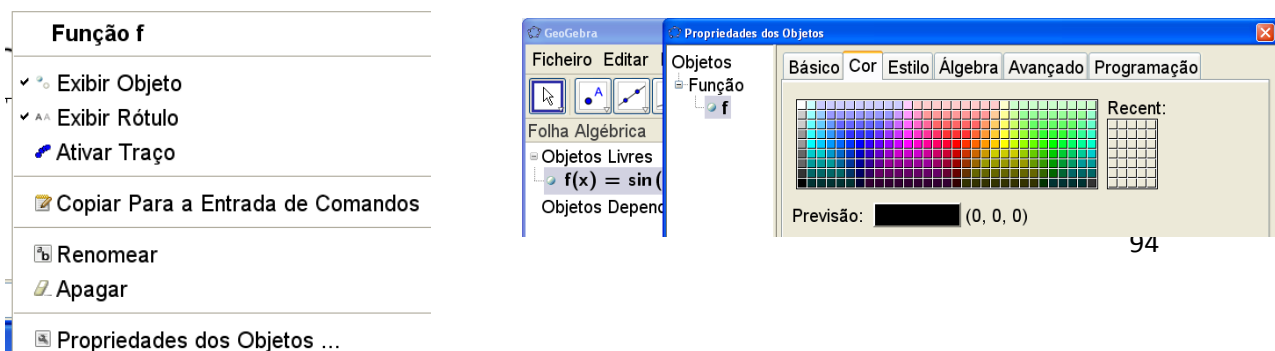
Para introduzir uma função basta introduzir a expressão algébrica na caixa de entrada.

Esta encontra-se no canto inferior esquerdo da janela do Geogebra.

Não esquecer que  $sen = \sin$  e  $tg = \tan$  e o argumento deve estar entre parêntesis, ex:  $f(x) = \sin x$

Com a ajuda do software Geogebra, responde às seguintes questões:

- Seja  $f$  a função real de variável real definida por  $f(x) = \sin x$ .
  - Representa a função  $f(x)$  e  $g(x) = \sin(2x)$ . Que transformações sofreu o gráfico de  $g(x)$  em relação a  $f(x)$ ?



b) Representa a função  $j(x) = \text{sen}(x + \frac{\pi}{3})$  e  $l(x) = \text{sen}(x - \frac{\pi}{3})$ . Que transformações sofreu o gráfico de  $j(x)$  e  $l(x)$  em relação a  $f(x)$ .

c) Representa a função  $h(x) = 4 + \text{sen } x$ . Que transformações sofreu o gráfico de  $h(x)$  em relação a  $f(x)$ ? Qual o contradomínio da função  $h(x)$ .

2. Responde às questões do exercício 1, mas substitui nas funções o  $\text{sen } x$  por  $\text{cos } x$ .

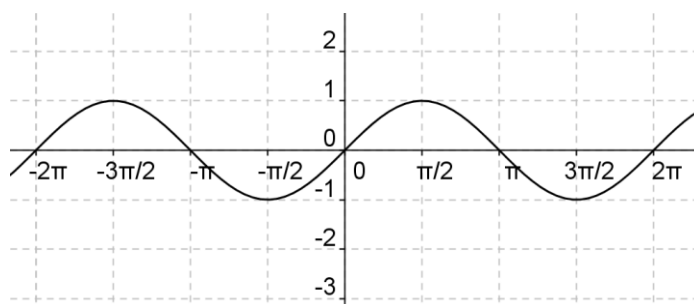
3. Seja  $f$  a função real de variável real definida por  $f(x) = \text{tg } x$ .

Para diferenciar as funções identifica-as com legenda e com cor: 1º Exibir Rótulo; 2º seleciona a cor.

a) Representa a função  $f(x)$  e  $g(x) = \text{tg}(\frac{x}{2})$ . Que transformações sofreu o gráfico de  $g(x)$  em relação a  $f(x)$ ?

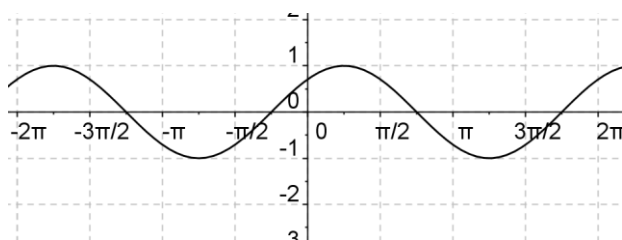
b) Representa as funções  $f(x)$  e  $h(x) = 4 + \operatorname{tg}x$ . Qual a transformação que sofreu  $h(x)$  em relação a  $f(x)$ ?

4. Considera a seguinte representação gráfica da função real de variável real  $f(x)$ :

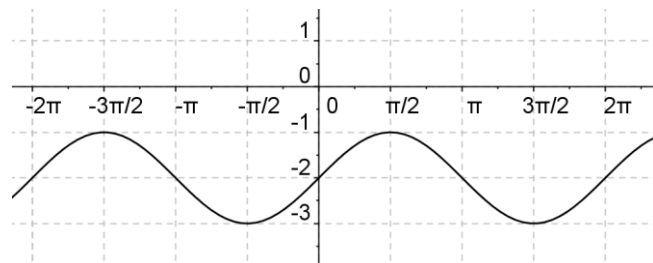


Faz corresponder cada função,  $g(x) = f(x + \frac{\pi}{4})$ ,  $h(x) = 3 + f(x + \frac{\pi}{4})$ ,  $i(x) = -2 + f(x)$ , a sua representação gráfica.

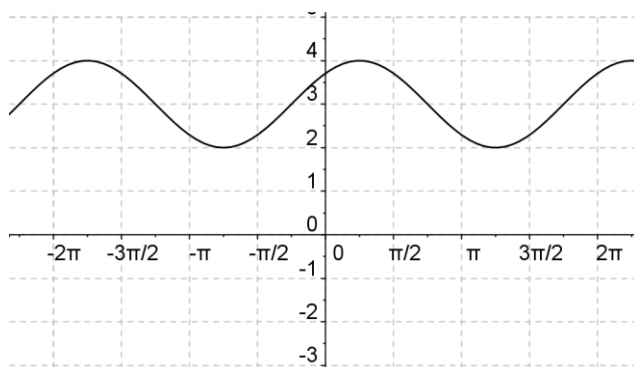
1)



2)



3)



Bom trabalho!