Aplicações da Trigonometria do 3º Ciclo na Astronomia

RELATÓRIO DE ESTÁGIO DE MESTRADO

Helena Isabel Alves Teixeira

MESTRADO EM ENSINO DA MATEMÁTICA NO 3º CICLO DO ENSINO BÁSICO E SECUNDÁRIO

UNIVERSIDADE da MADEIRA

A Nossa Universidade

www.uma.pt

julho | 2013

Aplicações da Trigonometria do 3º Ciclo na Astronomia

RELATÓRIO DE ESTÁGIO DE MESTRADO

Helena Isabel Alves Teixeira

MESTRADO EM ENSINO DA MATEMÁTICA NO 3º CICLO DO
ENSINO BÁSICO E SECUNDÁRIO

ORIENTAÇÃO
Custódia Mercês Reis Rodrigues Drumond

Resumo

Este relatório foi escrito no âmbito da disciplina de Prática de Ensino Supervisionado, unidade curricular pertencente ao Mestrado em Ensino da Matemática no 3º Ciclo do Ensino Básico e Secundário, durante o ano letivo de 2012/2013.

Neste relatório, de forma resumida, descrevo todo o trabalho desenvolvido por mim e pelo grupo de estágio aquando da nossa formação numa escola básica e secundária da Região Autónoma da Madeira.

Apresento também um enquadramento teórico que, de forma breve, corrobora as minhas ideias sobre o ensino da Matemática e o conhecimento da Ciência. Acredito que esta disciplina pode ser ensinada e aprendida com recurso a estratégias que englobam outras Ciências. O propósito está em, não só aprender Matemática, mas também desenvolver o raciocínio, pensamento crítico e interesse pelas Ciências de um modo geral nos alunos.

Desta forma, neste relatório poder-se-á encontrar três métodos de ensino-aprendizagem (visitas de estudo, atividades investigativas e resolução de problemas) que utilizei nas aulas de Matemática, com o intuito de os alunos aprenderem Trigonometria com a Astronomia.

O gosto e interesse pela Matemática e pelas Ciências desvanecem a cada dia que passa em grande parte dos alunos e caso os professores não encontrem estratégias para inverter esta tendência, corremos o sério risco de estar a criar gerações cientificamente iliteradas.

Assim, neste relatório procurei verificar como é que a Astronomia poderá contribuir para a aprendizagem da Matemática e como é que, no ensino desta disciplina, a Astronomia poderá contribuir para uma melhor compreensão do mundo por parte dos alunos.

Palavras-chave: Matemática; Trigonometria; Astronomia; Ensino-Aprendizagem.

Abstract

This report was written for the Supervised Teaching Practice class, a curricular unit belonging to the Teaching Mathematics Master's Degree throughout the 2012/2013 academic term.

I will shortly describe in this report all the work that I and the internship group developed in our training on a Madeira high school.

I will also present a theoretical framing that will briefly corroborate my ideas on Mathematics teaching and Science knowledge. I believe this class can be taught and learned resorting to strategies that involve other sciences. The end itself is in, not only learning Mathematics, but also developing logical and critical thinking, but also the general interest for science in students.

We can find three learning-teaching methods in this report (field trips, investigation activities and problem-solving) that I've used in my Mathematics class, with the intention of teaching the students trigonometry using Astronomy.

Students' interest and curiosity in Mathematics and Science fade away every passing day. If we, teachers, can't find strategies to invert this tendency, I'm afraid we'll be generating scientifically illiterate generations.

Thus being, I tried to verify in this report how Astronomy contributes for the learning of Mathematics, but also how, while teaching this class, Astronomy can contribute to a better understanding of the world for the students.

Keywords: Mathematics; Trigonometry; Astronomy; Teaching-Learning.

Agradecimentos

Em primeiro lugar, gostaria de agradecer aos meus Pais, que desde sempre fizeram de tudo para que nunca me faltasse nada. Quero agradecer-vos por todo o amor que só vocês sabem dar, por estarem sempre presentes, por me chamarem à razão quando é necessário e pelo vosso colo quando preciso de apoio. Só cheguei aonde estou por vocês. São os melhores Pais do Universo! Amo-vos muito!

Quero agradecer à Prof.ª Doutora Custódia Drumond que, desde o meu segundo ano de licenciatura, me ensinou muito mais do que a Matemática. Obrigada pelo seu incansável apoio e pela sua paciência extraordinária! Obrigada por ter sido a melhor Professora que eu alguma vez pude ter!

Um enorme obrigado à Dr.ª Ana Rita Mendonça que, desde o primeiro dia, demonstrou ser uma pessoa sem igual. Obrigada pelo seu exemplo excecional, por toda a sua ajuda e por todo o seu apoio. Não poderia ter tido melhor orientadora pedagógica! Tornou-se uma amiga para a vida! Nunca a irei esquecer!

Gostaria de agradecer ao Prof. Doutor Laurindo Sobrinho pela sua incrível paciência comigo e por toda a sua ajuda. Obrigada por ter sido o meu “Criador” e por se ter tornado um grande amigo e um grande mestre! Quero poder continuar a ter o privilégio de trabalhar consigo em Astronomia!

Quero agradecer à Prof.ª Doutora Elsa Fernandes por me fazer acreditar num ensino melhor! Obrigada pela sua sinceridade, pelas suas palavras, pelo seu apoio e pelo seu exemplo.

Aos meus colegas de estágio, Lúcia César e Noel Caires, que contribuíram para que o nosso estágio decorresse da melhor forma. Obrigada!

Aos meus amigos Fernando Góis, Dina Góis e demais astrónomos da Associação de Astrónomos Amadores da Madeira (AAAM) e Grupo de Astronomia da Universidade da Madeira (GAUMa): um enorme obrigado por todo o vosso apoio! Estou muito feliz por ter conhecido pessoas tão especiais como vocês!

Aos meus colegas e funcionários da Escola Secundária Dr. Ângelo Augusto da Silva, obrigada por me terem recebido tão carinhosamente no vosso local de trabalho. Levo belas recordações do meu estágio!

Um especial obrigado aos meus alunos da Escola Secundária Dr. Ângelo Augusto da Silva! Nunca me irei esquecer das minhas tartaruguinhas! Levo-vos para sempre no meu coração!

Aos alunos do meu centro de explicações, um obrigado pela vossa compreensão nestes últimos meses. Obrigada por se preocuparem com a minha "tese" e por me darem sempre força para continuar!

Um obrigado do tamanho do Mundo a todos os professores que me formaram e que, para além de grandes mestres, se tornaram grandes amigos!

À minha Família, de sangue e por afinidade, com um agradecimento especial à minha avózinha Isabel, aos meus sogros e às minhas "irmãs". Obrigada pelo vosso apoio!

Obrigada às mulheres mais fantásticas que conheço: as minhas Amigas Eva, Fábia, Xana, Carla, Graça, Fernanda, Letícia e Érica. Obrigada pelos momentos inesquecíveis que passámos juntas durante estes anos, pelas "private jokes" e pela nossa cumplicidade! Não importa a distância a que as nossas vidas nos obrigaram a estar, é confortante saber que a nossa Amizade permanecerá para sempre!

Quero agradecer à minha amiga e sócia Liliana por, ao meu lado, levar para à frente um sonho comum: o +infinito: explicações! Obrigada pela tua paciência, pela tua compreensão e pela tua amizade!

Ao único anjo que conheço neste planeta: a minha Amiga Cheila! Pela tua preciosa ajuda, pelas tuas palavras, pela tua bondade e pelo teu otimismo: obrigada!

À minha Amiga e madrinha Dalila, que me vê a tornar numa "mulher de grandes feitos" no futuro! Obrigada por acreditares em mim!

Ao meu Amigo Jorge Nélio. Por me chamares à razão quando dizes que não posso mudar o Mundo sozinha. Por me mostrares a responsabilidade que é quando se põe alguém a pensar. Pelas conversas filosóficas no café e pelas tontices à tua maneira. Obrigada por seres um bom Amigo!

Obrigada ao meu treinador Carlos Rebolo! Por, com o teu exemplo, me mostrares que é possível estudar, trabalhar e praticar desporto. Por me mostrares como sou forte e por acreditares em mim! És grande, Campeão, e não falo do teu tamanho!

Por fim, e não menos importante, ao Homem da minha vida, Paulo. Obrigada por estares sempre presente durante estes 6 anos de namoro e por, neste último ano, me apoiares mais do que nunca! Obrigada pela tua paciência nos meus dias menos bons, pelo teu ombro amigo quando me vou abaixo e pelo teu amor todos os dias. Obrigada por esperares por mim. É uma honra, num Universo estrondosamente grande, poder partilhar uma época e um Planeta contigo! Somos uma Família! Amo-te!

Índice

Índice de ilustrações

1. Introdução

Imaginemo-nos a olhar o céu numa noite limpa e escura, sem lua e longe das iluminações das cidades. Rapidamente apercebemo-nos de todo o seu esplendor e de como nos fascina! Há milhares de anos que o Homem contempla os céus, assistindo, dia após dia, noite após noite, ao espetáculo de tantos objetos celestiais que cruzam o céu de este a oeste.

Assim, a história da Astronomia cruza-se com a do próprio *Homo Sapiens,* que viu nela a oportunidade de aprender a sobreviver e a construir conhecimento para o seu dia a dia. Os registos astronómicos mais antigos até agora descobertos são gravuras em ossos que datam de há cerca de 30 000 anos, nos tempos dos *Homens de Cro Magnon* (Karttunen, Kröger, Oja, Poutanen, Donner, 2003).

À medida que os tempos evoluíram, o Homem sentiu necessidade de expandir o seu território e explorar novos mundos. De modo a enfrentar as forças económicas que emergiam e apesar do «senso comum» defender a existência de monstros e poderes infernais que apresentavam perigos nos oceanos e assustavam até os mais corajosos, os navegadores lançaram-se ao mar (Van Doren, 2008).

Nas palavras de Pedro Nunes, grande matemático português do século XVI, os navegadores portugueses "*ousaram cometer o grande mar oceano. (…) Descobriram novas ilhas/ novas terras/ novos mares/ novos povos; e o q mays he: novo ceo: e novas estrellas* (Dias; Sousa, 2008, p.7)".

Nenhum dos descobrimentos teria sido possível sem alguns conhecimentos de Astronomia e sem o auxílio de instrumentos de navegação, como o astrolábio, a projeção cartográfica, os instrumentos para medir alturas, as tabelas de latitudes, a teoria das marés e a teoria da divisão proporcional entre a terra e o mar (Barreto e Garcia (1994, citado por Dias, I., Sousa, H., 2008). Pedro Nunes assim o reportou: "*partiam os nossos mareantes muy ensinados e providos de estromentos e regras de astrologia e geometria (…) e levavam cartas muy particularmente rumadas: e nã já as de que os antigos usavam* (Dias; Sousa, 2008, p. 8) ".

Tal como os nossos antepassados, quando olhamos as estrelas, os nossos pensamentos conduzem-nos a questões profundas: Como foi criado o Universo? De onde vieram a Terra, a

Lua e o Sol? De que são feitos os planetas e as estrelas? E onde é que nós entramos? Qual é o nosso lugar no âmbito cósmico do espaço e do tempo? (Freedman; Kaufman III, 2002).

Desde criança que me interesso pela Astronomia e sonhei ser astronauta. Apesar deste sonho não se ter concretizado, o meu interesse por esta ciência não desapareceu. Aliás, por ser cada vez maior, este interesse contribuiu para a minha motivação neste estudo.

Posto isto, propus-me levar os alunos ao encontro destas e de outras questões. Suscitar a curiosidade e interesse pela ciência, incutir o espírito de investigação e estimular o pensamento crítico e o raciocínio fizeram e continuam a fazer parte dos meus objetivos enquanto professora.

Este relatório está dividido em seis capítulos, os quais passo, sucintamente, a descrever:

- Visão global da prática de ensino supervisionado: capítulo onde descrevo a escola, o período e o grupo de estágio e as turmas; onde faço uma breve narração do estágio, onde identifico as unidades temáticas lecionadas e explico a avaliação e classificação aplicadas durante o ano letivo.
- Revisão da literatura: capítulo onde fundamento as minhas opções para efeitos deste relatório. Aqui falo das atividades investigativas e, em particular, nas atividades exploratórias; da resolução de problemas; das visitas de estudo; da História da Astronomia; e, por fim, da Astronomia no ensino da Matemática.
- Objetivo e questões de investigação: pequeno capítulo onde apresento o meu objetivo e as questões de investigação que pretendo responder no fim deste relatório.
- Metodologia: capítulo em que explico o tipo de investigação presente neste trabalho; apresento os participantes neste relatório e faço uma breve descrição das atividades aplicadas durante o estágio.
- Análise de resultados: capítulo onde respondo às questões de investigação por mim propostas no início deste relatório;
- Considerações finais: capítulo final onde apresento as minhas conclusões confrontadas com a revisão da literatura feita no início deste relatório; onde aponto outras reflexões sobre as atividades aplicadas e onde deixo outras questões em aberto para futuros trabalhos.

Desta forma, tentei alcançar estes objetivos recorrendo a uma visita de estudo, a uma atividade de exploração e a uma ficha de trabalho para resolução de problemas, relacionando, na unidade didática de Geometria de 9º ano, o tema da Trigonometria com a Astronomia.

2. Visão global da prática de ensino supervisionado

2.1. A escola, o período de estágio, o grupo de estágio e as turmas

A prática de ensino supervisionado, vulgo estágio, teve lugar na Escola Básica e Secundária Dr. Ângelo Augusto da Silva, situada no Caminho do Comboio, 61C, no Concelho do Funchal, no período compreendido entre 11 de setembro de 2012 e 28 de maio de 2013.

A orientação pedagógica deste estágio esteve a cargo da Dr.ª Ana Rita Mendonça, professora da Escola Básica e Secundária Dr. Ângelo Augusto da Silva, e a orientação científica a cargo da Prof.ª Doutora Elsa Fernandes, professora auxiliar na Universidade da Madeira.

O grupo de estágio foi formado por mim, pelos professores estagiários Lúcia César e Noel Caires, e pelas orientadoras pedagógica e científica, respetivamente, Dr.ª Ana Rita Mendonça e Prof.ª Doutora Elsa Fernandes.

Como objeto de estágio, tivemos as três turmas atribuídas à Dr.ª Ana Rita Mendonça no presente ano letivo 2012/2013: as turmas 1, 2 e 4, todas do nono ano de escolaridade.

A turma 1 tinha um total de 22 alunos: 12 raparigas e 10 rapazes. Destes alunos, quatro já tinham sido retidos em anos anteriores, havendo dois alunos com uma retenção, um aluno com duas retenções e um aluno com três retenções.

Beneficiaram de apoios de ação social cinco alunos desta turma. Seis alunos pensam concluir os seus estudos no 12º ano, enquanto os restantes pretendem prosseguir para o ensino superior.

As habilitações dos encarregados de educação dos alunos desta turma variavam entre o ensino básico e o ensino superior.

A turma 2 tinha um total de 21 alunos: nove raparigas e 12 rapazes. Apenas dois destes alunos sofreram retenções: em ambos os casos, duas. Os mesmos alunos beneficiaram de apoios de ação social e também de apoio pedagógico acrescido nas disciplinas de Português, Matemática e Inglês. É de salientar que estes dois alunos estão integrados na Educação Especial, por sofrerem de dislexia e défice de atenção.

Nesta turma, 18 alunos pensam em tirar um curso superior ao passo que os restantes três ponderam terminar os seus estudos no 12º ano.

Os encarregados de educação dos alunos desta turma tinham maioritariamente habilitações a nível dos ensinos secundário e superior.

A turma quatro tinha um total de 24 alunos: 10 raparigas e 14 rapazes. Cinco alunos estiveram retidos anteriormente: três com uma retenção, um com duas retenções e um com três retenções.

Onze dos alunos desta turma eram de nacionalidade estrangeira (a maioria de países do leste da Europa) e todos usufruíam dos apoios de ação social juntamente com outros seis alunos de nacionalidade portuguesa.

No início do mês de fevereiro, uma das alunas natural do Equador regressou ao seu país de origem com os seus pais, devido à conjuntura económica atual. Sendo assim, a turma quatro passou a ter 23 alunos a partir do segundo período.

Nove alunos pensam em terminar a sua escolaridade no 12º ano, 12 querem seguir um curso superior e três ainda não tinham planos até à data sobre o futuro da sua escolaridade.

As habilitações dos encarregados de educação dos alunos desta turma eram as mais baixas das três turmas, havendo apenas um encarregado de educação com curso superior enquanto as habilitações dos restantes variavam entre o ensino básico e o secundário.

2.2. Descrição geral do estágio

A primeira reunião de estágio teve lugar na Escola Básica e Secundária Dr. Ângelo Augusto da Silva, no dia 11 de setembro de 2012. Nesta reunião, eu e os meus colegas, Lúcia César e Noel Caires, tivemos a oportunidade de conhecer a Dr.ª Ana Rita Mendonça. Após apresentarmo-nos mutuamente, a Dr.ª Ana Rita Mendonça falou-nos das turmas, dos horários e, de uma forma breve, como se iria desenrolar o estágio.

Cada um de nós, professores estagiários, ficou responsável por uma turma por período. Deste modo, em cada aula havia um professor responsável pela lecionação desta, enquanto os outros professores participavam ativamente, circulando pela sala e apoiando individualmente alguns alunos (ou grupos).

Durante a prática de ensino supervisionado, as principais atividades do grupo de estágio foram planificar, preparar e lecionar as aulas. Tivemos aulas todas as manhãs de segunda a quinta-feira e, todas as segundas-feiras, o nosso grupo reunia para trabalhar cooperativamente na preparação das aulas, numa sala destinada ao grupo de Matemática da escola.

O contacto entre nós, estagiários, e a Dr.ª Ana Rita Mendonça era quase permanente, fosse na escola, por correio eletrónico ou telemóvel. Também era costume encontrarmo-nos no bar dos professores antes e depois das aulas, onde aproveitávamos para conviver entre nós e com outros colegas da escola, ou trocar impressões sobre as nossas aulas.

Com menos regularidade como prevê o regulamento, a nossa orientadora científica Prof.ª Doutora Elsa Fernandes apoiou-nos e orientou-nos para que pudéssemos melhorar cada vez mais a nossa prática pedagógica. Assim, participou em nove aulas: no dia 22 de novembro de 2012 numa aula de cada um de nós; no dia sete de março, na aula do meu colega Noel Caires e na minha; nos dias dois e 17 de abril, nas aulas da minha colega Lúcia César; no dia sete de maio na aula do meu colega Noel Caires e, por fim, no dia 21 de maio, na minha aula.

No início do estágio, a Dr.ª Ana Rita Mendonça preparou, planificou e lecionou as primeiras 10 aulas de cada turma. Isto serviu para que nos pudéssemos adaptar às turmas e ganhar confiança para nos iniciarmos na prática pedagógica.

Gostei particularmente da naturalidade da Dr.ª Ana Rita Mendonça a lecionar e da maneira como interagia com todos os alunos. Notei claramente um carinho recíproco com uma das turmas que a Dr.ª Ana Rita Mendonça já tinha tido há dois anos e com os alunos de nacionalidade estrangeira. Lembro-me de pensar que eu gostaria de ser assim um dia que fosse professora, e que os meus alunos se lembrassem de mim com aquele carinho e entusiasmo.

Os alunos das três turmas receberam-nos bastante bem e facilmente se habituaram a ter quatro professores na sala de aula. Eu, por outro lado, também me habituei a estar à frente de uma turma e a dar uma aula com princípio, meio e fim. Confesso que me assustou um pouco ser responsável por uma turma, pois na minha experiência como explicadora, trabalho no máximo com cinco alunos de cada vez.

As três últimas aulas do primeiro período, as três primeiras e as três últimas aulas do segundo período, as três primeiras aulas do terceiro período e as restantes aulas após terminar o estágio, ficaram à responsabilidade da Dr.ª Ana Rita Mendonça. Todas as outras aulas, apesar de haver apenas um professor responsável por turma, eram planificadas e preparadas pelo grupo de estágio.

No primeiro período, a partir do dia 1 de outubro, lecionei 25 aulas à turma 2 e, a partir do dia 12 de novembro, 25 aulas à turma 4. No segundo período, a partir do dia 10 de janeiro, fiquei responsável por 40 aulas da turma 1. Por fim, no terceiro período, continuei com 20 aulas de 45 minutos da turma 1 e 8 aulas da turma 2, no âmbito das atividades para este relatório.

Para poder elaborar este relatório e as atividades que programei para o estágio, resolvi frequentar o Curso de Introdução à Astronomia, uma formação contínua de docentes do ensino secundário de 25 horas validada pela Direção Regional de Educação, organizada pela Universidade da Madeira. Este curso decorreu aos sábados de manhã entre 29 de outubro de 2012 e 26 de janeiro de 2013 e foi da responsabilidade do Prof. Doutor Laurindo Sobrinho.

Este curso contribuiu imenso para a minha aprendizagem em Astronomia e também ajudou-me a cimentar uma relação de amizade com o Prof. Doutor Laurindo Sobrinho, pessoa por quem tenho grande consideração e enorme gratidão por todo o apoio que me deu durante o estágio.

Durante o curso, tivemos de escolher um tema de entre os sugeridos pelo Prof. Doutor Laurindo Sobrinho, investigar e escrever um pequeno artigo científico. O tema que escolhi foi “Candidatos a Planeta Anão” em que obtive uma classificação de 17 valores. Após aprendermos todos os módulos, tivemos um teste de avaliação em que tive a nota máxima de 20 valores. Terminei este curso com a classificação final de 9,3 em 10 – excelente.

Por ser colaboradora do Grupo de Astronomia da Universidade da Madeira (GAUMa) e pertencer à Associação de Astrónomos Amadores da Madeira (AAAM), tentei divulgar a Astronomia na Escola Básica e Secundária Dr. Ângelo Augusto da Silva, organizando duas palestras durante o meu estágio.

Estas palestras decorreram no âmbito da XII Semana da Astronomia, em dezembro de 2012, e do 12º aniversário da Associação de Astrónomos Amadores da Madeira (AAAM), em abril de 2013.

Durante este ano letivo, fui formanda do Projeto CEM (Construindo o Êxito em Matemática) que teve início no dia 4 de fevereiro de 2013 terminando no dia 27 de maio de 2013 e cujas formadoras foram as Mestres Adelina Gouveia e Cristina Lopes. Participei nas formações no grupo das segundas-feiras à tarde, não podendo, no entanto, estar presente em todas as formações devido ao facto de estar a trabalhar.

Desde o início deste projeto que notei que o ambiente de formação era semelhante ao de uma sala de aula, o que me levou a colocar no lugar dos alunos e tentar vivenciar as suas experiências, dúvidas e hesitações. O grupo de trabalho também foi uma mais-valia para mim, pois como era a única estagiária na sala, beneficiei imenso ao ouvir tudo o que os colegas com mais anos de experiência partilhavam.

Quanto às propostas do Projeto CEM, estas vêm criar um ambiente diferente na sala de aula, onde os alunos podem ir à descoberta e aprender de acordo com o que "descobrem". Deste modo, beneficiam de uma aprendizagem mais significativa do que a que teriam num ambiente de aulas expositivas.

Considero que o facto de serem os alunos a explorar uma proposta de trabalho e discutirem entre eles é importante para que eles próprios estejam cientes da sua própria aprendizagem e para que desenvolvam o seu pensamento crítico.

A discussão final entre professor e turma é também fundamental, pois vem cimentar as "descobertas" dos alunos com os conceitos matemáticos implícitos na proposta de trabalho.

Como professora estagiária, adaptei a proposta de trabalho "Completar o Quadrado" do Projeto CEM à rede social do Facebook, por sugestão da Prof.ª Doutora Elsa Fernandes, no âmbito da disciplina de Didática da Matemática IV. Participaram nesta atividade as três turmas.

Na minha opinião, o Projeto CEM deveria ser facultativo. Preferia ter participado nesta formação quando tivesse mais tempo para me dedicar a ela, pois senti imensas dificuldades em conciliar o estágio, as aulas e o trabalho com o Projeto CEM.

2.3. Unidades didáticas lecionadas

A primeira unidade didática abordada neste ano letivo de 2012/2013 foi o Teorema de Pitágoras. Este tema pertence ao programa do oitavo ano e, por não ter sido lecionado no ano anterior, houve necessidade de o fazer logo no início deste ano.

Nesta unidade, tratámos da composição e decomposição de polígonos em triângulos e quadriláteros, que englobava a área do trapézio, a decomposição de um triângulo por uma mediana e a decomposição de um triângulo retângulo pela altura relativa à hipotenusa; e, claro, do Teorema de Pitágoras.

Uma das atividades importantes trabalhadas nesta unidade foi a demonstração do Teorema de Pitágoras. Os alunos, numa proposta de trabalho, através da decomposição de quadrados deviam chegar à demonstração do Teorema de Pitágoras.

A segunda unidade didática que abordámos durante este ano foi a Probabilidade. Aqui os principais temas foram a noção de fenómeno aleatório e de experiência aleatória, onde demos destaque ao conceito de espaço de resultados e ao conceito de acontecimento; e a noção e cálculo da probabilidade de um acontecimento, onde realçamos os conceitos de probabilidade empírica de um acontecimento, a regra de Laplace e os acontecimentos incompatíveis.

Numa das aulas, os alunos deviam explorar a regularidade a longo termo em situações aleatórias e estimar a probabilidade de um acontecimento usando a frequência relativa. Assim, os alunos juntaram-se aos pares e fizeram a experiência de lançar, um grande número de vezes, uma moeda de um euro, enquanto tomavam registo numa tabela se a face voltada para cima era face nacional ou face europeia.

Ao juntar os resultados de todos os grupos da turma, fizemos a discussão com a turma, onde os alunos concluíram que “sair face europeia” e “sair face nacional” são acontecimentos equiprováveis pois o valor das respetivas frequências relativas aproxima-se de 0,5. Entenderam também que, nos casos em que só a observação e a experimentação prolongada permitem obter a probabilidade de um acontecimento, o valor que se obtém não é um valor exato da probabilidade, mas uma aproximação que, segundo a Lei dos Grandes Números, será tanto melhor quanto maior for o número de experiências realizadas.

Quando lecionámos a terceira unidade didática, "Funções", tratámos das noções de proporcionalidade inversa e desta proporcionalidade como função. Também abordamos as funções do tipo $y = ax^2, a \neq 0$. Para que os alunos compreendessem a influência do parâmetro a no gráfico de funções do tipo $y = ax^2, a \neq 0$, recorremos ao programa de geometria dinâmica, Geogebra.

Aqui, os alunos deveriam concluir que o parâmetro a influencia o gráfico da função, quer no sentido da concavidade da parábola, quer na sua abertura. Também deveriam concluir que, o gráfico de qualquer função deste tipo tem um eixo de simetria que é o eixo das ordenadas e todos os pontos pertencem a uma parábola que passa pelos pontos de coordenadas (0,0), (1,a) e (-1,a).

As "Equações" foram a quarta unidade didática lecionada. Aqui tratamos das equações do 2º grau a uma incógnita e da sua resolução, com especial destaque para a fórmula resolvente. Dou ênfase a uma proposta do Projeto CEM que apliquei no Facebook, por sugestão da Prof. Doutora Elsa Fernandes.

Na primeira parte dessa proposta, os alunos tiveram de pesquisar sobre o matemático Al-Khawarizmi, conhecido como pai da Álgebra. A maioria dos alunos considerou importante conhecer a História da Matemática antes de aprender algum conceito matemático. Poucos acharam irrelevante para os seus estudos.

A segunda parte da proposta era igual à proposta "Completa o Quadrado" do Projeto CEM. Aqui, constatei que a maioria dos alunos gostou da proposta e compreendeu o que era pedido. No entanto, apesar de a terem resolvido por completo quase sem erros, sentiram algumas dificuldades em explicar por suas palavras as equivalências entre as expressões e escrever, em linguagem matemática, as suas respostas nos comentários do Facebook.

O facto da proposta de trabalho ser aplicada no Facebook agradou a muitos, mas desagradou a alguns. Os alunos que não gostaram de utilizar o Facebook para resolver a proposta foram os que não tinham conta nesta rede social. Estes alunos usaram a conta de outros colegas do seu grupo de trabalho. Curiosamente, todos os alunos que não tinham Facebook fizeram a proposta, ao contrário de alguns que tinham e não fizeram.

Nunca nenhum aluno tinha pensado utilizar o Facebook como um meio para aprender Matemática, contudo agora consideram que, caso seja necessário trabalharem em grupo, esta rede social é uma boa opção.

A quinta unidade didática lecionada foi a "Circunferência". Nesta unidade, tratámos dos ângulos ao centro e dos ângulos excêntricos, que englobam os ângulos inscritos e os ângulos com vértice no interior ou no exterior do círculo. Também abordámos os lugares geométricos, que reúnem as noções de:

- Circunferência, círculo, superfície esférica e esfera;
- Mediatriz e plano mediador;
- Circunferência circunscrita a um triângulo;
- Bissetriz de um ângulo;
- Circunferência inscrita num triângulo.

Nesta unidade, ainda abordámos o conceito de polígono regular inscrito numa circunferência.

Uma das atividades aplicadas nesta unidade foi "A Casa do Matias", atividade do Projeto CEM. Nesta tarefa, com base na planta de uma casa, pretendia-se que os alunos usassem lugares geométricos para resolver problemas, reforçando as noções de circunferência, círculo e mediatriz de um segmento de reta. Também foi aproveitado para introduzir o conceito de circuncentro de um triângulo e construir uma circunferência circunscrita a um triângulo. Nesta aula também construímos o conceito de lugar geométrico.

"Números Reais e Inequações" foram a sexta unidade didática abordada nas aulas deste ano letivo. Tratámos dos conceitos seguintes:

- Noção de número real e reta real;
- Relações < (menor que) e > (maior que) em |R;
- Intervalos de números reais;
- Resolução de inequações;
- Conjuntos definidos por conjunção e disjunção de condições.

Com o propósito de alertar e sensibilizar sobre os malefícios do álcool, numa aula sob a responsabilidade da minha colega estagiária Lúcia César, foi apresentado um filme denominado "O Alcoolismo e os Jovens". Este filme serviu para motivar os alunos para a proposta de trabalho a desenvolver nessa aula. Num debate de ideias focadas no filme, foi feita a ponte para a introdução da tarefa que tinha como objetivo os alunos compreenderem as noções de inequação, de solução de uma inequação e, depois, resolverem inequações de 1º grau a uma incógnita.

A última unidade didática a ser tratada foi a Trigonometria no Triângulo Retângulo. Os principais temas lecionados foram as razões trigonométricas de ângulos agudos, que envolvia o cálculo de razões trigonométricas e a determinação da amplitude do ângulo, conhecida uma das suas razões trigonométricas; e as relações entre razões trigonométricas, que englobavam a relação entre tangente, seno e cosseno e a relação fundamental da trigonometria.

Com o objetivo de introduzir o estudo da trigonometria do triângulo retângulo, o meu colega estagiário Noel Caires, preparou algumas aulas com a atividade “Viagem ao Centro da Terra” do Projeto CEM, onde os alunos eram desafiados a fazer parte da equipa “Terranautas”. Os alunos deveriam, com um robô NXT da Lego, construir um protótipo de uma nave que se iria deslocar até ao núcleo da Terra com o propósito de lá detonar uma bomba de modo a que este voltasse a girar.

Nestas aulas, os alunos tiveram de montar e programar o seu robô, para depois, num tabuleiro com esquema bidimensional de uma parte do interior da Terra, projetarem a viagem de ida e regresso do núcleo. Ao anotar as rotações feitas pelo robô, os alunos deviam, depois, calcular as respetivas distâncias em quilómetros, usando as relações determinadas nas questões, com o objetivo de determinarem as razões trigonométricas.

De modo a mostrar aos alunos as aplicações da trigonometria na vida real, em particular, na Astronomia, preparei as aulas que irei descrever em 5.3..

2.4. Avaliação e classificação

A avaliação foi feita de acordo com os critérios de avaliação da Escola Básica e Secundária Ângelo Augusto da Silva para o 3º ciclo de Matemática. A avaliação era dividida em dois domínios: o cognitivo e o das atitudes e valores.

Em relação ao domínio cognitivo, os testes de avaliação escritos pesaram 70% na nota final de cada período e os trabalhos individuais ou de grupo 10%.

Em relação ao domínio das atitudes e valores, a responsabilidade, autonomia e empenho, e o comportamento tiveram ambos um peso de 10%.

A ponderação para a classificação do terceiro período foi feita da seguinte forma: 25% do primeiro período, 40% do segundo período e 35% do terceiro período.

As classificações finais de cada período tiveram caráter quantitativo e variaram entre um e cinco (sendo um a nota mais baixa e cinco a mais alta).

A turma 1 obteve quatro negativas de nível dois, 11 positivas de nível três, seis de nível quatro e apenas uma de nível cinco, no primeiro período. No segundo período, houve um aumento do número de negativas de nível dois para seis, o número de positivas de nível três baixou para dez e manteve-se o mesmo número de positivas de nível quatro. No último período, o número de negativas de nível dois baixaram para quatro. Relativamente às positivas, 13 alunos terminaram o ano com nível três, quatro com nível quatro e apenas um com nível cinco.

A turma 2, no primeiro período, obteve cinco negativas de nível dois, seis positivas de nível três, cinco positivas de nível quatro e cinco positivas de nível cinco. No período seguinte, o número de negativas de nível dois baixou para três, aumentou o número de positivas de nível três para dez, baixou o número de positivas de nível quatro para dois e aumentou o número de positivas de nível cinco para seis. No terceiro período, as negativas de nível dois subiram pra quatro. Em relação às positivas, nove alunos tiveram nível três e as positivas de níveis quatro e cinco mantiveram-se.

No primeiro período, a turma 4 obteve seis negativas de nível dois, oito positivas de nível três e oito positivas de nível quatro. No segundo período, o número de negativas de nível dois aumentou para nove, o número de positivas de nível três aumentou para dez, enquanto o número de positivas de nível quatro baixou para quatro. No último período, o número de alunos com negativa de nível dois, baixou para sete. Relativamente às positivas, mantiveram-se as de nível três e aumentaram para seis as de nível quatro.

Em relação aos instrumentos de avaliação utilizados com as três turmas durante este ano letivo de 2012/2013, o grupo de estágio tentou que houvesse alguma diversidade. Assim sendo, a avaliação passou por testes de avaliação escritos, questões-aula, teste em duas fases, elaboração de um relatório, testes intermédios, elaboração de um portefólio, trabalhos individuais e de grupo e apresentações.

3. Revisão da literatura

De acordo com as orientações metodológicas gerais do Programa de Matemática do Ensino Básico, os alunos devem ter vários tipos de experiências matemáticas, nomeadamente a resolução de problemas, a realização de atividades de investigação, o desenvolvimento de projetos, a participação em jogos e ainda a resolução de exercícios que facultem uma compreensão na prática de procedimentos.

Deste modo, e segundo estas orientações, é dever do professor propor aos alunos diferentes tipos de atividades, nunca deixando de indicar claramente as suas expetativas em relação ao que espera do trabalho destes e sempre apoiando-os aquando da sua realização.

O processo de ensino-aprendizagem deve prever ocasiões para o confronto de resultados, a discussão de estratégias e ainda a aquisição de conceitos e representações matemáticas, pois "ouvir e praticar são actividades importantes na aprendizagem da Matemática mas, ao seu lado, o fazer o argumentar e o discutir surgem com importância crescente nessa aprendizagem (Ministério da Educação, 2007) ".

Conforme as orientações metodológicas gerais do Programa de Matemática do Ensino Básico, as tarefas que um professor propõe, "devem envolver contextos matemáticos e não matemáticos e incluir outras áreas do saber e situações do quotidiano dos alunos", no entanto, "é importante que essas situações sejam apresentadas de modo realista e sem artificialidade, permitindo capitalizar o conhecimento prévio dos alunos".

Assim, o Programa do Ensino Básico chama a atenção que as atividades que envolvem contextos menos conhecidos pelos alunos carecem de explicações complementares, de maneira a não se tornarem um obstáculo à aprendizagem.

Ao passo que "a capacidade de utilizar ideias e processos matemáticos para lidar com problemas e situações contextualizadas é essencial (Ministério da Educação, 2007) ", não podemos esquecer que é fundamental os alunos saberem trabalhar de igual forma em contextos unicamente matemáticos.

3.1. As Atividades Investigativas

Desde muito cedo a Matemática tornou-se a rainha das ciências exatas, no entanto nunca foi uma das disciplinas mais admiradas pelos alunos. Não se sabe ao certo o que a faz tão temível como a descrevem: se as dificuldades na aprendizagem, se a má transmissão de conhecimentos por parte dos professores, ou o preconceito para com a disciplina.

Assim, o trabalho dos professores acaba por tornar-se mais complexo, pois é esperado que este chegue a todos os alunos. Mas como tornar isto realidade?

Alguns estudiosos afirmam que uma das soluções passa pelas atividades investigativas na aula de Matemática. Convém, portanto, saber o que pensam quanto ao significado de investigação nesta disciplina.

De acordo com os Matemáticos profissionais que fazem da investigação a sua vida, "investigar é descobrir relações entre objectos matemáticos conhecidos ou entre estes e novos objectos matemáticos, procurando identificar e comprovar as respectivas propriedades (Ponte, 2003, p. 4)." Além disso, a investigação torna possível os alunos se aproximarem da Matemática da mesma forma que esses profissionais o fazem, porque assim podem escolher quais as direções a seguir (Abrantes, Leal, Ponte (1998)).

Apesar da aparente dificuldade que este processo possa criar em alguns alunos, não deve deixar de ser proposto pois, segundo Abrantes, Leal e Ponte (1998, p. 196), "ao analisar várias situações, ao construir estratégias e ao descobrir soluções, o aluno poderá melhorar a capacidade de resolver problemas quer na Matemática, quer na vida real."

Ao investigar procura-se o que não se sabe, afirma Ponte (s. d.), não tendo necessariamente de encarar problemas de grande dificuldade e no limite do conhecimento. Ou seja, "significa, apenas, trabalhar a partir de questões que nos interessam e que se apresentam inicialmente confusas, mas que conseguimos clarificar e estudar de modo organizado" (Ponte, s. d., p. 2).

Deste modo, e de acordo com Malonek, Silva e Costa (2002), não se espera que os alunos sejam, em geral, investigadores. O que é pretendido é que tenham espírito de investigação.

Ao incutir nos alunos este espírito de investigação está-se, não só a ensiná-los naquele momento, como também para toda a sua vida.

Em Portugal, poucos autores se debruçaram ainda sobre o tema da investigação nas aulas de Matemática, no entanto, os que o fizeram concordam que aprende-se explorando.

Caraça (1958, citado por Ponte, s. d.) crê que se pode encarar a Ciência sob dois pontos de vista diferentes:

> ou se olha para ela tal como vem exposta nos livros de ensino, como coisa criada, e o aspecto é o de um todo harmonioso, onde os capítulos se encadeiam em ordem, sem contradições. Ou se procura acompanhá-la no seu desenvolvimento progressivo, assistir à maneira como foi sendo elaborada e o aspecto é totalmente diferente – descobrem-se hesitações, dúvidas, contradições (p. 5).

O autor defende ainda que

> encarada assim, aparecemos como um organismo vivo, impregnado de condição humana, com as suas forças e as suas fraquezas e subordinado às grandes necessidades do homem na sua luta pelo entendimento e pela libertação; aparece-nos, enfim, como um grande capítulo da vida humana social (p. 5).

Braumann (2002, p.5, citado por Ponte, s. d.) partilha da mesma opinião que Bento de Jesus Caraça, defendendo que compreender o que já foi feito não significa aprender Matemática. É preciso ser capaz de investigar matematicamente, de acordo com cada grau de ensino, porque

> só assim se pode verdadeiramente perceber o que é a Matemática e a sua utilidade na compreensão do mundo e na intervenção sobre o mundo. Só assim se pode realmente dominar os conhecimentos adquiridos. Só assim se pode ser inundado pela paixão "detectivesca" indispensável à verdadeira fruição da Matemática (p. 5).

Uma maneira de compreender o ponto de vista de Braumann é considerar a comparação que faz ao processo de aprendizagem da Matemática com a tentativa de aprender a andar de bicicleta: "aprender Matemática sem forte intervenção da sua faceta investigativa é como tentar aprender a andar de bicicleta vendo os outros andar e recebendo informação sobre como o conseguem (Braumann, 2002, p. 6, citado por Ponte, s.d.)." Segundo o autor, isso não chega. Para que haja realmente aprendizagem, é necessário montar a bicicleta e andar, cometendo erros e aprendendo com eles (Braumann, 2002, citado por Ponte, s. d.).

Pirie (1987, citada em Ernest, 1991, p.285, citada por Abrantes, Leal, Ponte, 1998, p. 195) relaciona o processo de investigação Matemática com o que chama de metáfora geográfica, quando diz que "o importante é explorar um aspecto da Matemática em todas as direcções." De facto, todos estes autores concordam que, para além de mais interessante, é fundamental os alunos passarem pelo processo completo de investigação numa aula de Matemática. "O objectivo é a viagem e não o destino (Pirie, 1987, citada em Ernest, 1991, p.285, citado por Abrantes, Leal, Ponte, 1998, p. 195)."

As atividades de investigação nas aulas de Matemática criam também uma boa ocasião para os alunos trabalharem em grupo, defendem Abrantes, Leal e Ponte (1998). Desta forma, e segundo estes autores, para além de se tornar mais fácil conjugar ideias e ultrapassar dificuldades, o grupo ganha mais confiança para enfrentar novos problemas, promovendo a discussão entre os seus elementos (Abrantes, Leal, Ponte, 1998).

É claro que nem sempre tudo corre como o professor planeou. Neste tipo de atividades é bem provável que os alunos sigam por um caminho errado, dizem Abrantes, Leal e Ponte (1998). Contudo, o apoio do professor é fundamental, pois "é vulgar surgirem questões não rotineiras, que suscitam nos alunos uma certa insegurança, e que por vezes os leva a desistir facilmente (Abrantes, Leal, Ponte, 1998, p. 196)."

Desta forma, assim que surgirem dúvidas e inseguranças nos alunos, o professor deve dar um passo em frente e dar orientações, ajudar na interpretação e tentar, de outra maneira, que os alunos entendam o que se pretende (Abrantes, Leal, Ponte, 1998). No entanto, Abrantes, Leal e Ponte (1998) alertam para o caso de algumas orientações do professor retirarem a parte mais importante de uma investigação Matemática: a de descobrir a estratégia adequada, e deixarem apenas ao aluno a tarefa de efetuar apenas uns cálculos.

É então fundamental para o professor, antes de implementar uma atividade investigativa na aula de Matemática, estudar os seguintes aspetos propostos por Ponte, Ferreira, Varandas, Brunheira e Oliveira (p. 1, s. d.):

> Que materiais são necessários para apoiar este trabalho?
> Como integrar no currículo este tipo de actividades?
> Que conhecimentos profissionais são necessários aos professores?
> Qual é a dinâmica da aula na concretização destas actividades?
> Quais os processos de raciocínio que os alunos desenvolvem e que dificuldades evidenciam?

No que toca ao conteúdo dos processos de pensamento, Christiansen e Walther (1986, citados por Ponte, Ferreira, Varandas, Brunheira e Oliveira, p. 3, s. d.) afirmam que o que interessa, não é só raciocínio na realização de investigações matemáticas por parte do aluno, mas também o raciocínio sobre a tarefa e sobre a atividade do aluno por parte do professor.

Nóvoa (2002, p. 29, citado por Ponte, 2003, p. 22) vai mais longe:

> É preciso ir além dos "discursos de superfície" e procurar uma compreensão mais profunda dos fenómenos educativos. Estudar. Conhecer. Investigar. Avaliar. Caso contrário, continuaremos reféns da demagogia e da ignorância. As mudanças nas escolas estão, por vezes, tão próximas que provocam um efeito de cegueira. Só conseguiremos sair da penumbra através de uma reflexão colectiva, informada e crítica.

Contudo, é preciso não criar a utopia de que se pode aprender tudo através da investigação (Ponte, 2003).

O fundamental é ter em conta de que "se trata de uma poderosa forma de construção de conhecimento tanto para o aluno como para o professor (Ponte, 2003, p. 22) ", o que torna importante a promoção deste tipo de atividades no nosso ensino.

3.1.1. Atividades exploratórias

A questão que se coloca normalmente é: como é que se distingue entre atividades de investigação e de exploração?

Ponte (2003) responde a esta pergunta afirmando que muitas vezes acaba-se por chamar "investigações" a todas essas atividades e explica que isto acontece "porque é complicado saber à partida qual o grau de dificuldade que uma tarefa aberta terá para um certo grupo de alunos (Ponte, 2003, p. 5)."

De acordo com Ponte (2003, p. 4), "uma tarefa tem quatro dimensões básicas: o seu grau de dificuldade, a sua estrutura, o seu contexto referencial e o tempo requerido para a sua resolução".

Assim sendo, tendo em conta as duas primeiras dimensões básicas, analisemos as quatro tarefas propostas no esquema do autor:

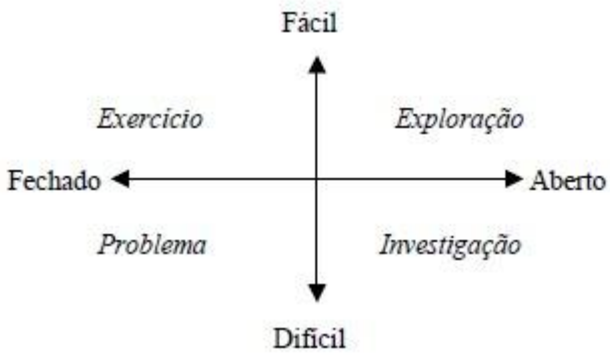


Figura 1 - Os diversos tipos de tarefas, em termos do grau de dificuldade e de abertura

- No primeiro quadrante - as tarefas de exploração, cujo grau de dificuldade é fácil e de estrutura aberta;
- No segundo quadrante - os exercícios, com grau de dificuldade também fácil, no entanto de estrutura fechada;
- No terceiro quadrante – os problemas, com grau de dificuldade difícil e de estrutura fechada;
- No quarto quadrante – as investigações, cujo grau de dificuldade também é difícil mas de estrutura aberta.

Devido ao facto de atribuirmos grande importância ao grau de dificuldade nas tarefas e porque existe esta ambiguidade entre as atividades investigativas e as exploratórias, Ponte (2003) defende que é preferível arranjar outra designação para estas: projeto.

Segundo o autor, "um projecto, qualquer que seja a forma que assuma, no fundo não é senão uma tarefa de investigação com um carácter relativamente prolongado (Ponte, 2003, p. 5)."

Pires (2002, citada por Ponte, 2003, p. 11) entende que o projeto cumpre um papel singular no currículo, pelo "grau de liberdade e autonomia que naturalmente se associam ao seu carácter prolongado e faseado".

É fundamental que, para este tipo de tarefa, o professor responda às dúvidas dos alunos nunca se esquecendo que deve dar-lhes atenção e encorajá-los sem, contudo, dar-lhes a resposta (Ponte, 2003). É igualmente importante que o professor envolva toda a turma pondo os alunos a argumentar uns com os outros, refere Ponte (2003), com base na formulação de questões.

Ora, este processo irá levar ao momento crucial numa aula: a discussão final, que, de acordo com Ponte (2003), é um dos momentos mais importantes para institucionalizar as aprendizagens e, também, para explorar novos caminhos.

O importante é "dar ao aluno a responsabilidade de descobrir e de justificar as suas descobertas (Ponte, 2003, p. 11) ".

3.2. A Resolução de Problemas

Da problemática relativa à resolução de problemas, Sousa (s. d.) refere que, nos dias que correm, assiste-se a uma padronização de procedimentos onde opera a rotina e dando-se azo a uma não estimulação da criatividade e da autonomia.

No entanto, autores como Lupinacci e Botin (2004) consideram que a resolução de problemas é um método a manter, no sentido de desenvolver o raciocínio e tendo como objetivo despoletar nos alunos o interesse pela disciplina de Matemática.

Os autores referem ainda que este método de ensino-aprendizagem deverá ser trabalhado por meio de desafios e problemas interessantes, do ponto de vista das vivências do grupo de crianças em questão, e que possam ser explorados para além de serem apenas resolvidos. De acordo com os pensamentos de Sousa (s. d.), isto fará com que o aluno pense por si próprio, favorecendo o exercício do raciocínio logico e não apenas o uso de regras.

Por outro lado, alguns autores referem que a perspetiva de resolução de problemas, e todos os métodos e conceitos, aparecem "como um item isolado, desenvolvido paralelamente como aplicação da aprendizagem, a partir de listagem de problemas cuja resolução depende basicamente da escolha de técnicas ou formas de resolução memorizadas pelos alunos (PCN, 1998)."

Da revisão bibliográfica efetuada, encontram-se registos de como a resolução de problemas é um dos aspetos mais relevantes no ensino-aprendizagem da matemática e de como o aproveitamento desta é proveitoso para o sucesso escolar nesta disciplina (Sousa, s. d.).

Nas escolas encontram-se alunos desinteressados e desmotivados em relação à Matemática, com sérias dificuldades em conceitos basilares e sem hábitos de leitura e raciocínio. Um ensino que não recorra à resolução de problemas, não permite o aperfeiçoamento de atitudes e capacidades, que são pontos indispensáveis para estimular a curiosidade das crianças e torná-los aptos para lidar com situações novas (Sousa, s. d.).

No culminar, o objetivo da resolução de problemas é que os professores possam incitar os alunos a desenvolverem o seu pensamento crítico, conduzirem a resolução do problema, superarem as dificuldades de aprendizagem, acatarem desafios que exijam dedicação e descobrirem, pelos seus próprios recursos, a estratégia mais pertinente, para o problema ser resolvido (Sousa, s. d.).

No entanto, e de acordo com a autora supracitada, nas salas de aula abordam-se problemas repetitivos e padronizados que visam apenas a fixação de conteúdos. Do ponto de vista do autor, isto motiva o uso de procedimentos padronizados na resolução de problemas semelhantes, por parte dos alunos. É assim um aspeto negativo, uma vez que não estimula o desenvolvimento do aluno, nem trabalha a capacidade de transpor a capacidade de raciocínio para o estudo de outras ciências (Sousa, s. d.).

De acordo com o Programa de Matemática do Ensino Básico, referenciado pelo Ministério da Educação, os alunos neste nível, deverão ser capazes de resolver problemas, ou seja:

> -compreender problemas em contextos matemáticos e não matemáticos e de os resolver utilizando estratégias apropriadas;
> -apreciar a plausibilidade dos resultados obtidos e adequação ao contexto das soluções a que chegam;
> -monitorizar o seu trabalho e reflectir sobre a adequação ao contexto das soluções a que chegam;
> -formular problemas.

De algumas leituras efetuadas, parece-me unânime que a resolução de problemas é um momento privilegiado para que os alunos consolidem, ampliem e aprofundem os seus conhecimentos matemáticos. Assim, é através destas capacidades que eles compreenderão que um determinado problema poderá ser resolvido através de diferentes estratégias e que essas mesmas deverão ser alvo de análise.

Em suma, a resolução de problemas é vista como uma capacidade matemática fundamental, uma vez que vai munir os alunos de diferentes capacidades para trabalhar não só com as questões matemáticas, mas também com os problemas que lhes poderão surgir no dia-a-dia (Ministério da Educação, 2007).

Assim, espera-se que desenvolvam capacidades para serem capazes de resolver e de formular problemas e, de analisar diferentes estratégias no enunciado de um problema (Ministério da Educação, 2007). Segundo o Programa de Matemática do Ensino Básico, a resolução de problemas surge não só como um objetivo primordial de aprendizagem em si mesmo, mas também como uma atividade essencial para a apreensão dos mais diversos conceitos e procedimentos matemáticos.

Para além destas transversalidades, torna-se pertinente enaltecer também outras capacidades como a representação e estabelecimento de conexões, consideradas tanto no trabalho com as capacidades transversais já descritas, como no trabalho com os mais diversos temas da área da matemática (Ministério da Educação, 2007).

3.3. As Visitas de Estudo

É do conhecimento geral que a maioria dos alunos gosta de visitas de estudo. Aliás, Eshach (2007) e FSC (2006), citados por Oliveira (2008), defendem que o ensino possa transpor as quatro paredes de uma sala, de modo a estender a sua aprendizagem a outros espaços, em vez do contexto da sala de aula.

Deste modo, uma das razões pelas quais os professores optam por contextos de aprendizagem exteriores à escola tem que ver com o facto de os alunos passarem imenso tempo fora desta, nomeadamente em parques ou jardins realizando atividades desportivas (King, 2006, citado por Oliveira, 2008) ”.

Swinbank & Lunn (2004), citados por Oliveira (2008), afirmam que ao serem realizadas visitas de estudo, haverá uma experiência partilhada que irá contribuir para que os alunos aprendam divertindo-se e, simultaneamente, se interessem pelo conteúdo a ser lecionado.

Por outro lado, as visitas de estudo são atividades básicas no processo ensino-aprendizagem “pelo facto de terem por base o envolvimento activo dos alunos na busca de informação e na utilização de recursos exteriores à escola (Nespor, 2000, citado por Oliveira, 2008, p. 12".

As visitas de estudo também contribuem para um desenvolvimento sócio afetivo de grande relevância entre professores e alunos, o que é capaz de favorecer a aprendizagem dos alunos, de acordo com Prokop et al (2007), citados por Oliveira (2008).

Segundo Oliveira (2008), as visitas de estudo são atividades consideradas como recursos munidos de inúmeras competências educativas. Assim, quando os alunos aprendem fora da escola, há um tributo único para que eles se apercebam o quão surpreendente e belo o espaço que os envolve é (FSC, 2006, citado por Oliveira, 2008).

3.4. A História da Astronomia

"Não só o indivíduo progride de dia para dia, como a humanidade enquanto um todo progride constantemente… de modo proporcional ao envelhecimento do universo". É com estas palavras que Blaise Pascal nos descreve o progresso do conhecimento.

Segundo Van Doren (2008, p. 14), "a essência do homem enquanto ser racional é que ele desenvolve as suas capacidades potenciais através da acumulação das experiências das gerações anteriores." Logo, enquanto as memórias individuais falham e as pessoas morrem, a memória da raça humana é eterna (Van Doren, 2008).

Deste modo, os nossos ancestrais foram criando a história da humanidade tal como a conhecemos atualmente. Assim, a nossa história está intimamente ligada à da Astronomia, desde o início dos tempos até aos dias de hoje.

3.4.1. Na Idade Antiga

Desde cedo que os primeiros seres humanos viram pontos luminosos no céu, questionando-se sobre o que seriam, de onde apareceram e o que significavam.

As sociedades pré-históricas terão feito do céu um recurso fundamental para as suas vidas, nomeadamente na agricultura, na realização de calendários, nos cultos religiosos, entre outros.

Sir Joseph Norman Lockyer, um grande astrónomo e cientista inglês do século XX, acreditava que os povos primitivos construíam monumentos megalíticos para observar e marcar o nascer e o pôr de diversos corpos celestes (Lockyer, 1906).

Por todo o Mundo, existem restos destes monumentos construídos milénios antes de Cristo, com claras evidências de eventos celestes, entre os quais se destaca Stonehenge no Reino Unido.

Vários arque-astrónomos, como Alexander Thom e Gerald Hawkins, detetaram habilidades matemáticas extraordinárias, como o conceito e o valor de π, nos círculos de Stonehenge. Tais precisões teriam sido obtidas quando os observadores se colocavam no interior dos círculos para determinar a ocorrência de solstícios, equinócios e outros eventos astronómicos que anunciavam as mudanças de estação (fonte: http://pt.wikipedia.org/wiki/Stonehenge).

Em Portugal, um monumento semelhante a Stonehenge é o Cromeleque dos Almendres, no concelho de Évora.

Começou na Idade Antiga (4000 a. C. – 476 d. C.) o desejo do Homem mostrar que o movimento dos planetas era regular e não aleatório, e que também era possível fazer previsões destes movimentos com grande precisão (Costa, s.d.). Destes povos antigos, destacam-se os babilónios e os gregos.

Os astrónomos babilónios eram extremamente estudiosos, criando uma notação numérica eficaz que nos trouxe a divisão da hora em 60 minutos (e dos ângulos, de forma semelhante) que conhecemos atualmente (Costa, s.d.).

De acordo com Costa (s.d.), também foram os primeiros a criar um calendário lunar dividido em quatro períodos respetivos às fases lunares. Aliás, esta divisão em ciclos de sete dias originou as semanas tal como as conhecemos hoje. De facto, o nome de cada dia da semana advém do nome do objeto celeste adorado nesse dia, na Babilónia (Costa, s. d.).

Na Grécia, terra de marinheiros e viajantes, não era estranho pensar que a Terra era redonda, pois "bastava-lhes olhar para um barco que se aproximava do horizonte e reparar que o seu casco desaparecia antes das velas. (Beaumont e Pierre, 2000)".

Mas foi Aristóteles que, no século V a. C. conseguiu provar tal facto. Observando os eclipses da Lua, reparou que a sombra projetada pela Terra na Lua, nesse momento, era redonda (Beaumont e Pierre, 2000).

Ainda, por esta altura, Eratóstenes conseguiu calcular a circunferência da Terra ao medir a diferença da distância da sombra de um pau entre Siena e Alexandria (Beaumont e Pierre, 2000). Também da Escola de Alexandria, Aristarco, após algumas observações astronómicas no solstício de verão em 280 a. C., propôs um novo sistema, tenaz para altura, em que o Sol permanecia imóvel no centro enquanto a Terra orbitava em torno deste (Abetti, 1954).

3.4.2. Na Idade Medieval

Segundo Beaumont e Pierre (2000), o povo árabe, de acordo com a religião muçulmana, tem boas razões para olhar para o céu, pois só assim são capazes de determinar as horas da oração e a direção de Meca, a cidade santa, com grande precisão.

Posto isto, depois de terem traduzido as obras de Ptolomeu, resolveram aperfeiçoar o seu calendário lunar e fazê-lo coincidir com os movimentos do Sol (Beaumont e Pierre, 2000). Também, e de acordo com os autores anteriores, os árabes aperfeiçoaram o astrolábio, de origem grega, e ainda deixaram a sua marca em nomes de estrelas (exemplo de Betelgeuse) e em vários termos astronómicos (exemplo de zénite).

No século XVI, "a viagem de circum-navegação de Magalhães traz a prova incontestável de que a Terra é redonda (Beaumont e Pierre, 2000, p. 14) ". Nesta época surgem várias teorias e descobertas de astrónomos famosos da História, tais como:

- Nicolau Copérnico, com a sua teoria de que o Sol era o centro do Universo;
- Tycho Brahé, que não concordava com o modelo de Copérnico e defendia que a Terra é que era o centro;
- Johannes Kepler, discípulo de Tycho Brahé, que chegou à conclusão que a Terra e os outros planetas é que giram em torno do Sol, e que redigiu três leis que ainda hoje são utilizadas;
- Galileu Galilei, que se atreveu a confirmar o modelo de Copérnico, sofrendo depois as acusações da Igreja (Beaumont e Pierre, 2000).

Nesta época, é importante falar de um dos maiores génios de sempre: Isaac Newton.

Newton acreditava que a Lua deveria deslocar-se em linha reta e afastar-se de nós, mas se não o faz, é que há uma força que a aproxima da Terra: a gravidade (Beaumont e Pierre (2000). Entendeu ainda que

> as marés se explicam graças à gravidade e que elas se devem à atracção combinada da Lua e do Sol sobre a Terra. Quando o Sol e a Lua estão alinhados com a Terra, eles atraem consideravelmente a água dos oceanos: a maré alta. Quando eles estão em oposição, pelo contrário, a maré está baixa (Beaumon e Pierre, 2000, p. 17).

Criou assim uma lei que ainda hoje é usada: a lei da atração universal.

3.4.3. Na Idade Moderna

De acordo com Beaumont e Pierre (2000), a conquista do espaço arrancou logo a seguir à II Guerra Mundial, com envio de uma cadela, a Laika, para o espaço em novembro de 1957, por parte da União Soviética.

Começou aqui a rivalidade entre russos e americanos nesta conquista. Em 1959, o governo americano cria uma administração espacial, a NASA, para que a América pudesse recuperar dos seus atrasos em relação à Rússia (Beaumont e Pierre, 2000).

Em 1961, os russos colocaram o primeiro homem em órbita numa volta completa à Terra em 108 minutos, Youri Gagarine, e, em 1962, a primeira mulher, Valentina Terechkova (Beaumont e Pierre, 2000).

No entanto, como relatam Beaumont e Pierre (2000), a 16 de julho de 1969, após quatro dias de viagem, Neil Armstrong, Edwin Aldrin e Michael Collins, americanos, pisaram a superfície lunar. Um momento grandemente recordado na nossa História será aquele em que Neil Armstrong proferiu “Um pequeno passo para o homem, mas um grande passo para a humanidade”.

Em 1998, começou a ser construída a estação espacial internacional. Esta estação nasceu de uma colaboração de diversos países – Canadá, Rússia, Japão e Europa – sob a direção dos Estados Unidos (Beaumont e Pierre, 2000). Apesar de ainda estar a ser construída, já decorrem experiências científicas a bordo e estão previstas muitas mais, para que seja possível continuar a escrever o resto da nossa História.

3.5. A Astronomia no Ensino da Matemática

A motivação para a Matemática é quase sempre difícil de conseguir. Por vezes, é necessário recorrer a estratégias, como atividades investigativas, visitas de estudo, para que os alunos sintam um pouco mais de interesse por esta disciplina.

Contudo, estas estratégias por si só podem não motivar os alunos conforme as expetativas do professor. É preciso cativá-los com algo de que gostem e aliá-lo à Matemática e, de acordo com Gonçalves, Magalhães e Pereira (2007), muitos alunos sentem-se fascinados pelo estudo do Universo.

Segundo Góis (p. 20, 2012a), "hoje, a ciência do espaço serve de poderoso motor para cativar os jovens alunos pelo ensino científico", o que leva as escolas a apostar estrategicamente na Astronomia, aliando à criatividade o gosto pelas ciências (Góis, 2012a).

Sendo a Astronomia uma ciência de enorme cariz interdisciplinar, "a utilização de questões e problemas da Astronomia no Ensino permite que os professores aproveitem o fascínio natural dos estudantes por esta área (Gonçalves, Magalhães, Pereira, p. 31, 2007) ".

Os currículos nacionais do Ensino Básico e Secundário privilegiam a interdisciplinaridade, as atividades investigativas e experimentais, como afirma Góis (p. 20, 2012a): "o trabalho a desenvolver pelos alunos (do 1º Ciclo) integrará, obrigatoriamente, actividades experimentais e actividades de pesquisa adequadas à natureza das diferentes áreas, nomeadamente o ensino das ciências".

O mesmo é proposto para os 2º e 3º ciclos em que

> a actividade experimental deve ser planeada com os alunos, decorrendo de problemas que se pretendem investigar e não constituam a simples aplicação de um receituário. Em qualquer dos ciclos deve haver lugar a formulação de hipóteses e previsão de resultados, observação e explicação (Góis, p. 20, 2012a).

Atualmente já existem programas com o propósito de preparar e auxiliar os professores que queiram trazer a Astronomia para as suas aulas. Na União Europeia e nos Estados Unidos da América há o objetivo de contrariar a tendência do que chamam a "desertificação" do estudo de áreas científicas, com o recurso a temas da Astronomia (Gonçalves, Magalhães, Pereira, 2007).

Exemplos de sucesso são, por exemplo, o projeto STAR ("Science Through its Astronomical Root") nos EUA, e os programas educativos das agências espaciais NASA e ESA, respetivamente nos EUA e na União Europeia.

O mais recente projeto nasceu na Índia em 2010, durante o Congresso Internacional de Matemática, onde Christiane Rousseau lançou um desafio: o projeto Matemática do Planeta Terra 2013 (MPT2013). Assim, da comunidade matemática mundial, brotou a vontade de aprender mais sobre as lutas enfrentadas pelo nosso Planeta e os problemas matemáticos subjacentes, com o propósito de aumentar o esforço de investigação sobre estas questões (fonte: http://mpe2013.org).

Então, a cinco de março deste mesmo ano, decorreu, em Paris na sede da Unesco, a cerimónia de abertura deste projeto, com ligação em direto para o Pavilhão do Conhecimento em Lisboa e também para São Tomé e Príncipe.

Assim, por todo o Planeta, vão dedicar todo o ano de 2013 ao MPT2013 várias sociedades, associações, universidades, institutos de investigação e fundações. A missão deste projeto passa por:

- Incentivar a investigação na identificação e na resolução de questões fundamentais sobre o Planeta Terra;

- Incentivar educadores de todos os níveis de ensino para comunicar os problemas relacionados com o Planeta Terra;

- Informar o público sobre o papel essencial das ciências matemáticas para enfrentar os desafios do Planeta Terra (fonte: http://mpe2013.org).

Associados a este projeto, estão vários parceiros portugueses tais como: Comissão Nacional da Unesco Portugal, Ciência Viva – Agência Nacional para a Cultura Científica e Tecnológica, Fundação para a Ciência e a Tecnologia – Ministério da Educação e da Ciência, Centro Internacional de Matemática, Museu Nacional de História Natural e da Ciência – Universidade de Lisboa, Museu da Ciência – Universidade de Coimbra, Associação LUDUS, Sociedade Portuguesa de Matemática e Associação de Professores de Matemática.

Em particular, a última associação acima citada tem publicado em todas as suas revistas deste ano uma secção inteiramente dedicada ao Matemática do Planeta Terra 2013.

A gigantesca adesão a nível mundial vem demonstrar o interesse ligado, direta ou indiretamente, com a Matemática e a Astronomia, e a preocupação constante com o nosso próprio Planeta.

Deste modo, Paula e Fernandes (s. d.) defendem que, como o Universo desperta grande fascínio nos alunos, os conteúdos das disciplinas (neste caso, da Matemática) podem ser contextualizados na Astronomia. Fernandes (2006, citado por Paula, Fernandes, p. 1, s. d.) afirma que "a contextualização estimula a criatividade, o espírito inventivo e a curiosidade dos alunos".

Góis (p. 20, 2012a) garante que "o ensino das ciências pretende-se interactivo e atractivo" e que, deste modo, no que toca à Astronomia, "são cada vez mais os professores que nela se apoiam para levar a efeito os projectos transversais que abraçam com os seus alunos. (p. 21)".

É importante que os alunos compreendam que a Matemática é uma ferramenta fundamental para o nosso quotidiano, que está fortemente ligada à Astronomia e que graças a esta ligação temos muitos dos conceitos matemáticos que hoje conhecemos (Sostisso, Farias, Oliveira, s. d.).

Para além disso, "é relevante mostrar a aplicabilidade de vários conceitos e propriedades de conteúdos matemáticos na Astronomia (Gonçalves, Magalhães, Pereira, p. 31, 2007) " pois os alunos assim apercebem-se que muitas das práticas realizadas nesta ciência recorrem à Matemática (Gonçalves, Magalhães, Pereira, 2007).

Assim, segundo Góis (p. 21, 2012a),

> quando um docente na aula coloca questões como: "que nos ensinam os meteoritos sobre as nossas origens? Como se faz a medição da actividade solar ou da velocidade da luz?" sabe perfeitamente que elas são muito mais cativantes que um exercício sobre a electrólise ou a propagação das ondas.

Contudo, um dos problemas em introduzir a Astronomia nas aulas de Matemática reside no facto de esta Ciência exigir alguns conhecimentos. Apesar de existir alguma adesão, nem todos os professores se sentem motivados para tal (Góis, 2012b).

Góis (2012b) defende que devemos seguir o exemplo de França, que, após a desilusão por falta de adesão das escolas no passado, hoje vê a Astronomia a crescer dentro das aulas. Isto deveu-se à formação contínua de docentes, à grande motivação, aos apoios financeiros e à aposta na formação científica por parte das entidades governamentais e de várias instituições vocacionadas para as Ciências (Góis, 2012b).

Outro problema está na tão falada “crise”. Porém, o autor supracitado mostra-nos outro exemplo bem mais próximo de nós: os Açores. Há 10 anos que o Observatório de Santana, na Ribeira Grande, trabalha com astrónomos amadores e, hoje em dia, com vários professores da Universidade local. Apesar da crise, há o apoio anual do Governo Regional de 50,000€ para a Astronomia, que tem ajudado a desenvolver e a divulgar imensos projetos científicos, tais como alguns já conhecidos da NASA e da ESA, e no excelente trabalho na maior parte das escolas da região (Góis, 2012b).

É de salientar que há 12 anos que a nossa região vê o Grupo de Astronomia da Universidade da Madeira (GAUMa) a trabalhar em conjunto com a Associação de Astrónomos Amadores da Madeira (AAAM) em prol da divulgação da Astronomia nas escolas, no entanto, a adesão por parte dos professores e das escolas ainda é escassa.

4. Objetivo e questões de investigação

Neste estudo, através de uma visita de estudo, uma atividade de caráter exploratório e uma proposta de trabalho para resolução de problemas, pretendeu-se responder às seguintes questões:

- Como é que a Astronomia contribui para a aprendizagem da Matemática?
- Como é que a Astronomia no ensino da Matemática contribui para uma melhor compreensão do mundo por parte dos alunos?

5. Metodologia

5.1. Tipo de investigação

A presente investigação é de natureza qualitativa e, de acordo com Bogdan e Bicklen (1994, pp. 47 a 50), uma investigação desta natureza possui cinco características:

1. Na investigação qualitativa a fonte directa de dados é o ambiente natural, constituindo o investigador o instrumento principal.
2. A investigação qualitativa é descritiva.
3. Os investigadores qualitativos interessam-se mais pelo processo do que simplesmente pelos resultados ou produtos.
4. Os investigadores qualitativos tendem a analisar os seus dados de forma indutiva.
5. O significado é de importância vital na abordagem qualitativa.

Assim, esta investigação reúne todas as características acima citadas.

Com esta investigação foi possível observar, analisar e interpretar, num ambiente natural, a atividade dos alunos das turmas de nono ano aquando das atividades sobre a Aplicação da Trigonometria na Astronomia.

É de salientar que durante esta investigação, como característica das investigações qualitativas, foi dado mais ênfase a todo o processo das atividades e não apenas aos resultados atingidos (ou não) pelos alunos.

5.2. Participantes

Os participantes desta investigação foram os alunos de duas das três turmas que acompanhei durante o estágio. A turma quatro não participou na investigação por se encontrar demasiado atrasada na matéria em comparação com as turmas um e dois. Por esta razão não irei referir a turma quatro daqui em diante.

Em ambas as turmas, a maioria dos alunos já se conhece desde o quinto ano, o que contribui para que haja uma boa relação entre todos os alunos.

Na turma um, o facto de existir esta boa relação fez com que por vezes o comportamento na sala de aula não fosse o ideal. Por esta razão, de vez em quando havia necessidade de advertir alguns alunos para que as aulas decorressem na normalidade. Esta turma tinha uma participação muito ativa mas, por vezes, desorganizada.

Por outro lado, na turma dois, a boa relação entre os alunos contribuía para uma participação muito pouco ativa. Após uma conversa com a turma, percebemos que os alunos receavam errar perante os outros colegas. Assim, também de vez em quando, era necessário chamar os alunos à atenção e recordar-lhes que a participação também tinha algum peso nas suas avaliações.

Grande parte dos alunos das duas turmas é de nível médio/alto e está ciente da sua aprendizagem e do quanto esta pode contribuir para o seu futuro.

5.3. Descrição das atividades

5.3.1. A visita de estudo

A visita de estudo foi a primeira das três atividades organizadas para desenvolver neste relatório. Esta teve lugar no Madeira Magic – Ciência Viva no dia dez de abril de 2013 às 14 horas e teve a duração de uma hora e meia. Nem todos os alunos das três turmas puderam ir à visita de estudo pois este dia coincidiu com um dos dias do Desporto Escolar.

O objetivo desta visita de estudo era dar a conhecer aos alunos o único Planetário na região. Visto que não é possível visitar apenas este espaço, os alunos tiveram a oportunidade de usufruir destas três atividades:

- Exploração dos módulos no espaço Ciência Viva;

- Visita ao jardim do Madeira Magic;

- Sessão de Planetário.

Para efeitos deste relatório apenas irei desenvolver a primeira e a última atividades.

À chegada fomos recebidos por dois monitores do Madeira Magic, que nos sugeriram a divisão dos alunos em dois grupos. Assim, um dos grupos foi acompanhado por um monitor, pela Dr.ª Ana Rita Mendonça e pela Estagiária Lúcia César, e o outro foi acompanhado por uma monitora, pelo Estagiário Noel Caires e por mim.

O espaço Ciência Viva tem programada uma visita guiada por um monitor aos vários módulos daquele espaço.

Nalguns destes módulos, após uma breve introdução e explicação por parte dos monitores, os alunos tinham de explorar e trabalhar em conjunto de modo a cumprirem o objetivo pretendido, como mostram as fotografias seguintes:

Figura 2 – Visita de Estudo: atividade em grupo (A)

Figura 3 – Visita de Estudo: atividade em grupo (B)

Noutros módulos, os alunos ao explorar, aprenderam como um planeta orbita em torno de uma estrela, como se comporta um buraco negro e como é a atmosfera de Júpiter, como as fotos seguintes ilustram:

Figura 4 – Visita de Estudo: como um planeta orbita em torno de uma ou duas estrelas

Figura 5 – Visita de Estudo: como se comporta um buraco negro

Figura 6 – Visita de Estudo: a atmosfera de Júpiter

Na sessão de Planetário não foram permitidas fotografias. Esta teve uma duração de aproximadamente 20 minutos e foi liderada pelo monitor Dr. Paulo Macedo, membro da Associação de Astrónomos Amadores da Madeira (AAAM).

No início da sessão, o monitor exemplificou com as luzes do Planetário, o céu da Madeira quando visto do Funchal e de outros sítios afastados das zonas urbanas. Aqui os alunos repararam que a poluição luminosa nas cidades, neste caso particular no Funchal, prejudica a visibilidade do céu noturno. Contudo, o monitor explicou-lhes que, quanto mais afastados nós estivermos das zonas urbanas, o número de estrelas que podemos ver aumenta bastante.

De seguida, o monitor explicou o ciclo de vida das estrelas e a sua composição. Explicou também que o facto de umas estrelas serem mais brilhantes que outras, não significa que estejam mais perto ou mais distante da Terra. Mostrou também que existem estrelas que têm cores diferentes: umas são mais azuladas e outras mais vermelhas. As de tom azulado são estrelas mais novas e, no entanto, muito mais quentes e deu como exemplo as Plêiades, na constelação de Touro. As de tom avermelhado são as mais velhas e mais frias, e como exemplo deu a gigante vermelha Betelgeuse, na constelação de Orion.

Ao falar nesta constelação, o monitor achou oportuno contar que esta constelação tinha a forma de um famoso guerreiro na mitologia grega chamado Orion, e ensinou os alunos a identificá-la no céu noturno. A identificação é bastante simples visto que na cintura de Orion estão três estrelas seguidas comummente chamadas de "Três Marias".

A pedido dos alunos, o monitor ensinou também a identificar a estrela polar, a ursa maior, a ursa menor e ainda outras constelações relativamente aos signos do zodíaco.

5.3.2. A atividade exploratória/investigativa

Inicialmente, quando pensei nesta atividade, pensei-a como atividade investigativa, contudo, após uma das aulas assistidas, a Prof.ª Doutora Elsa Fernandes chamou-me a atenção que a atividade era de caráter exploratório.

Esta atividade foi adaptada de uma das atividades feitas no Curso de Introdução à Astronomia que frequentei durante este ano na Universidade da Madeira. Na preparação desta atividade, contei com a ajuda e orientação do Prof. Doutor Laurindo Sobrinho.

Os principais materiais utilizados foram um medidor de ângulos que os alunos construíram na aula de Formação Pessoal e Social (FPS), fita métrica e calculadora. Os alunos trabalharam em grupos de dois e, excecionalmente, em grupos de três.

Quando dei início a esta atividade, projetei um vídeo com um fragmento do primeiro episódio da série "Cosmos" de 1980, como forma de motivação. Neste vídeo, Carl Sagan mostrava como Eratóstenes calculou o perímetro de um meridiano da Terra apenas com uma vareta, o sol, sombras e "cérebro".

De seguida, dei alguns minutos para que os alunos expusessem a sua opinião e alguma dúvida acerca do vídeo. Após este breve momento, questionei os alunos sobre se alguma vez pensaram em como os astrónomos medem distâncias entre as estrelas e a Terra, ou entre outros corpos celestes. Depois de ouvir as respostas dos alunos, distribuí a atividade e fiz uma pequena contextualização sobre a mesma.

Expliquei-lhes que quando se olha para o céu não se tem a noção de distância como aqui na Terra, ou seja, vemos a duas dimensões. Por isso é que os astrónomos utilizam técnicas diferentes para estimar a distância de uma estrela à Terra e uma delas é o método da paralaxe, com o qual iriam trabalhar nessa aula.

A seguir aos alunos terem lido a parte I da atividade, incentivei-os a chegarem à expressão pedida na primeira questão, discutindo com o colega. Saliento que o meu papel nesta aula era de mediadora, onde apenas orientei os alunos enquanto estes exploravam a atividade.

Nesta questão, os alunos tinham de observar o esquema e escrever uma expressão que relacionasse a distância da estrela à Terra. Esta distância era representada por **d**, a amplitude do ângulo de paralaxe por $\boldsymbol{\alpha}$, as amplitudes dos ângulos das observações por $\boldsymbol{\beta}$ e $\boldsymbol{\delta}$ e o diâmetro da órbita da Terra por **b**.

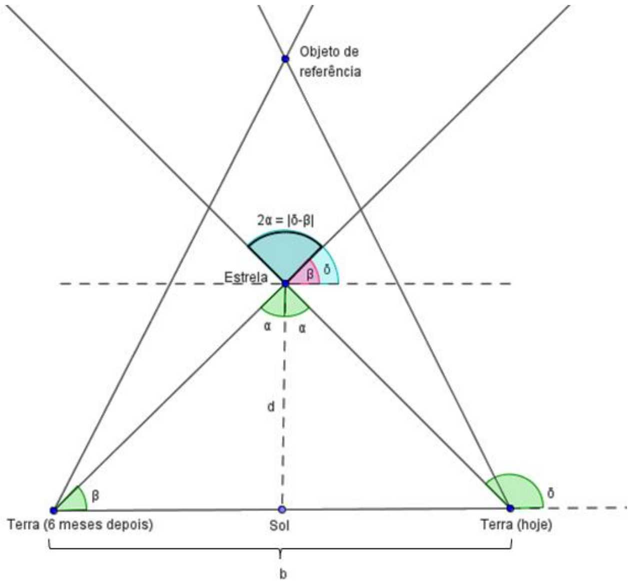


Figura 7 – Atividade Exploratória/Investigativa: esquema representativo do método das distâncias por paralaxe

Os alunos também tinham de prestar atenção à nota que se encontrava abaixo do enunciado que expunha que, apesar de **d** ser a distância do Sol à estrela (no esquema), nós consideramo-la, por conveniência, também a distância da Terra à estrela pois esta medida dá-nos uma excelente aproximação à distância real. Aliás, a distância entre a Terra e o Sol é ínfima quando comparada com outras distâncias no Universo.

Assim sendo, era esperado que os alunos identificassem um triângulo retângulo no esquema e sentissem necessidade de aplicar a trigonometria que aprenderam nas aulas anteriores, chegando a este resultado:

$$\tan\alpha = \frac{\frac{b}{2}}{d} \Leftrightarrow \tan\alpha = \frac{b}{2d} \Leftrightarrow d = \frac{b}{2\tan\frac{|\delta-\beta|}{2}}\text{, onde } 2\alpha = |\delta-\beta| \Leftrightarrow \alpha = \frac{|\delta-\beta|}{2}$$

Na questão seguinte, sabiam que a estrela *Proxima Centauri* é a segunda estrela mais próxima da Terra e a mais próxima do Sol, e que o seu ângulo de paralaxe é de, aproximadamente, 0.000107º. Aqui os alunos tiveram de calcular a distância desta estrela à Terra aplicando a expressão a que tinham chegado na pergunta anterior e apresentar a sua resposta em unidades astronómicas.

Os alunos deveriam usar para **b**, medida da base, a unidade astronómica, representada por 1 UA e chegar ao seguinte:

$$d = \frac{b}{2\tan\alpha} \Leftrightarrow d = \frac{1}{2\tan 0.000107} \Leftrightarrow d \cong 267737\ UA$$

Quando todos os alunos terminaram a primeira parte da atividade, dei uma explicação inicial sobre a segunda e exemplifiquei o que era pretendido.

Figura 8 – Atividade Exploratória/Investigativa: alunos a construírem o seu medidor de ângulos

Em grupos, os alunos deviam escolher um objeto alvo e outro objeto de referência bem mais distante e alinhado com o objeto alvo.

De seguida, deviam marcar no chão dois extremos de um segmento de reta com um metro de comprimento e que fosse perpendicular à direção definida pelos dois objetos que escolheram, no ponto médio dessa reta. Esta seria a base de medição dos alunos.

Figura 9 – Atividade Exploratória/Investigativa: alunos a marcarem a sua base de medição

Num dos extremos da sua base, os alunos deviam medir o ângulo entre o alvo e a referência, utilizando o medidor de ângulos que construíram e tomar registo das suas medições. Os alunos deviam repetir este passo no outro extremo.

Figura 10 – Atividade Exploratória/Investigativa: alunos a determinarem os ângulos

Depois de calcularem o ângulo de paralaxe (metade do valor absoluto da diferença entre as amplitudes dos dois ângulos encontrados), deviam aplicar a fórmula que "descobriram" na parte I para calcular a distância entre eles e o seu alvo.

Figura 11 – Atividade Exploratória/Investigativa: aluna a calcular analiticamente o ângulo de paralaxe e a distância ao objeto alvo

Após as medições e os cálculos, os alunos deviam confirmar os seus resultados medindo a distância com uma fita métrica e verificar que os resultados que obtiveram eram muito próximos da distância real.

Figura 12 – Atividade Exploratória/Investigativa: alunos a confirmarem as distâncias que calcularam

Quando terminámos a atividade, regressámos à sala de aula para discutirmos o que tinha sido feito. Os alunos deram a sua opinião e partilharam o que aprenderam com a atividade.

O meu objetivo com esta atividade era que os alunos entendessem que a Matemática não é apenas um rol de equações e afins, usados na escola, e que concluíssem que até a matemática mais simples, como a trigonometria que estudaram no 9º ano, é aplicada diariamente em muitas áreas e profissões.

Quando terminaram as dúvidas e demais assuntos relacionados com a atividade para debater, concluí a aula com a elaboração do sumário.

Em relação à avaliação desta atividade, dei ênfase à postura dos alunos na sala de aula e fora dela, às suas atitudes e valores, bem como ao seu interesse e empenho na atividade que propus. Também foram avaliados no que diz respeito à cooperação no trabalho de grupo, à qualidade da participação oral e escrita e ao respeito pelas normas de trabalho e de convivência.

Foi igualmente importante observar o espírito crítico demonstrado pelos alunos perante as situações que lhes foram colocadas.

5.3.3. A resolução de problemas

Para a aula de resolução de problemas pensei de início em elaborar uma proposta de trabalho com quatro problemas. No entanto, um dos problemas que eu tinha escolhido apesar de estar relacionado com Astronomia e ser apropriado para o nono ano, não contemplava a trigonometria do triângulo retângulo e por essa razão resolvi eliminá-lo.

Todos os problemas foram pensados e adaptados pelo Prof. Doutor Laurindo Sobrinho e por mim.

Dei início à aula, distribuindo aos alunos a proposta de trabalho "Aplicações da Trigonometria na Astronomia".

O objetivo desta aula era a aplicação da trigonometria na resolução de problemas de outras áreas como, neste caso particular, da Astronomia.

Dei algum tempo para que os alunos pensassem e resolvessem os problemas, incentivando-os sempre a tentar descobrir o que era pedido e a trabalhar autonomamente.

Aquando da resolução da proposta, circulei pela sala de modo a esclarecer dúvidas na interpretação dos problemas.

Quando os alunos terminaram a resolução, procedi à correção e à discussão de cada problema em grande grupo.

Na primeira questão, os alunos deveriam analisar o esquema e determinar o raio linear do Sol sabendo que o seu raio angular (para um observador terrestre) é de aproximadamente 950’’ (segundos de arco). Na proposta de trabalho coloquei uns *post-its* em cada exercício, e nesta pergunta o *post-it* serviu para que os alunos soubessem converter segundos de arco para graus.

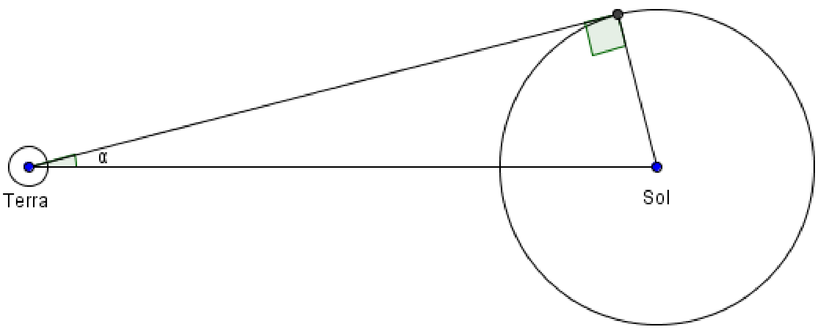


Figura 13 – Resolução de Problemas: esquema da distância entre a Terra e o Sol

Era, então, esperado que os alunos verificassem que 1° = 3600’’ e assim descobrissem que, como α = 950’’, então:

$$\alpha = \frac{950'' \times 1°}{3600''} \cong 0.264°$$

De seguida, os alunos deviam considerar como distância da Terra ao Sol ($1{,}5 \times 10^8$ km) a hipotenusa do triângulo retângulo da figura e $\boldsymbol{\alpha}$ um dos ângulos agudos deste. Deviam também considerar que o raio do Sol, $\boldsymbol{x}$, era o cateto oposto a $\boldsymbol{\alpha}$.

Assim, deviam resolver o problema da seguinte forma:

$$\sin\alpha = \frac{cateto\ oposto}{hipotenusa} \Leftrightarrow \sin 0.264° = \frac{x}{1.5 \times 10^8} \Leftrightarrow x = \sin 0.264° \times 1.5 \times 10^8$$

$$\Leftrightarrow x \cong 691148\ km$$

e mostrar que o raio linear do Sol é de, aproximadamente, 691148 quilómetros.

O segundo problema era fictício mas com dados reais. Os alunos deviam “ajudar” um detetive do CSI-Interestelar que andava a investigar uma falha ocorrida na Central de Telecomunicações Marcianas (CTM), em Marte.

O presidente da CTM apontava um dos técnicos como o principal suspeito pela falha das telecomunicações no planeta inteiro. O técnico afirmava que era inocente e que a falha ocorrida durante o seu turno tinha sido causada por um eclipse total entre a lua de Marte, Phobos, e o Sol, e não por erro marciano.

O objetivo deste problema era que os alunos, sabendo que a distância entre Marte e o Sol é de 228 milhões de quilómetros e que a distância entre Marte e Phobos é de 9000 quilómetros, calculassem o diâmetro angular do Sol e de Phobos vistos de Marte.

Após os determinarem, deviam compará-los e ajudar o detetive do CSI-Interestelar a descobrir se houve ou não um eclipse total em Marte, desvendando assim se o técnico é culpado.

Neste problema, havia um *post-it* com uma informação adicional: o raio de Phobos é, aproximadamente, 11,1 km.

Para que os alunos descobrissem se houve ou não um eclipse total, tinham de determinar o diâmetro angular do Sol e de Phobos, ou seja, como um habitante de Marte vê cada um destes dois corpos celestes.

Para calcularem o diâmetro angular do Sol, tinham de determinar primeiro o raio angular através da trigonometria:

$$sin\alpha = \frac{raio\ Sol}{distância\ Marte - Sol} \Leftrightarrow sin\alpha = \frac{691148}{2.28 \times 10^8}$$

Então determinavam $\alpha \cong 0.174°$.

Como o raio angular é 0.174°, então o diâmetro angular do Sol é, aproximadamente, 0.35°.

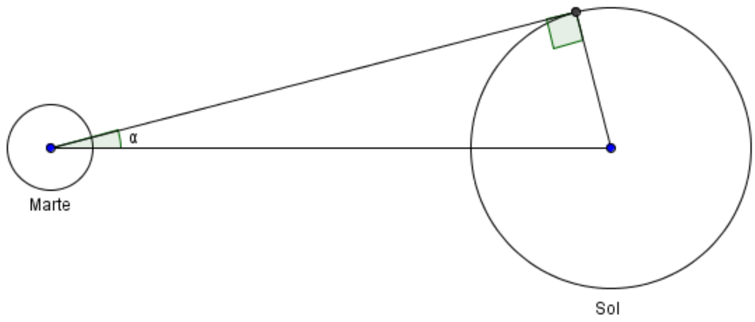


Figura 14 – Resolução de Problemas: esquema da distância entre Marte e o Sol

Analogamente deviam calcular o raio angular de Phobos:

$$sin\beta = \frac{raio\ Phobos}{distância\ Marte - Phobos} \Leftrightarrow sin\beta = \frac{11.1}{9000}$$

Então determinavam $\beta \cong 0.071°$

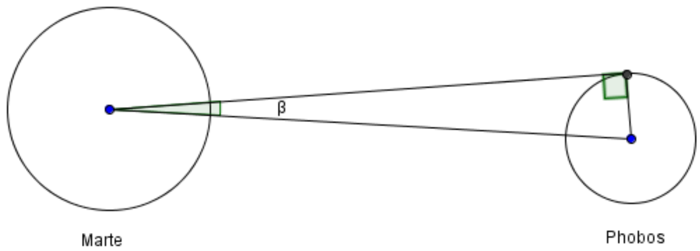


Figura 15 – Resolução de Problemas: esquema da distância entre Marte e Phobos

Como o raio angular é 0.071°, então o diâmetro angular de Phobos é, aproximadamente, 0.14°.

Em ambos os casos, os alunos deviam recorrer a esquemas como os que se encontram acima, de modo a conseguirem resolver o problema.

Assim, os alunos deviam comparar os dois diâmetros angulares, verificar que o de Phobos não é grande o suficiente para tapar o Sol e concluir que o técnico mentiu pois não é possível haver um eclipse total entre Phobos e o Sol.

O último problema mostrava uma galáxia elíptica onde, na primeira alínea, os alunos deviam determinar a sua dimensão angular máxima.

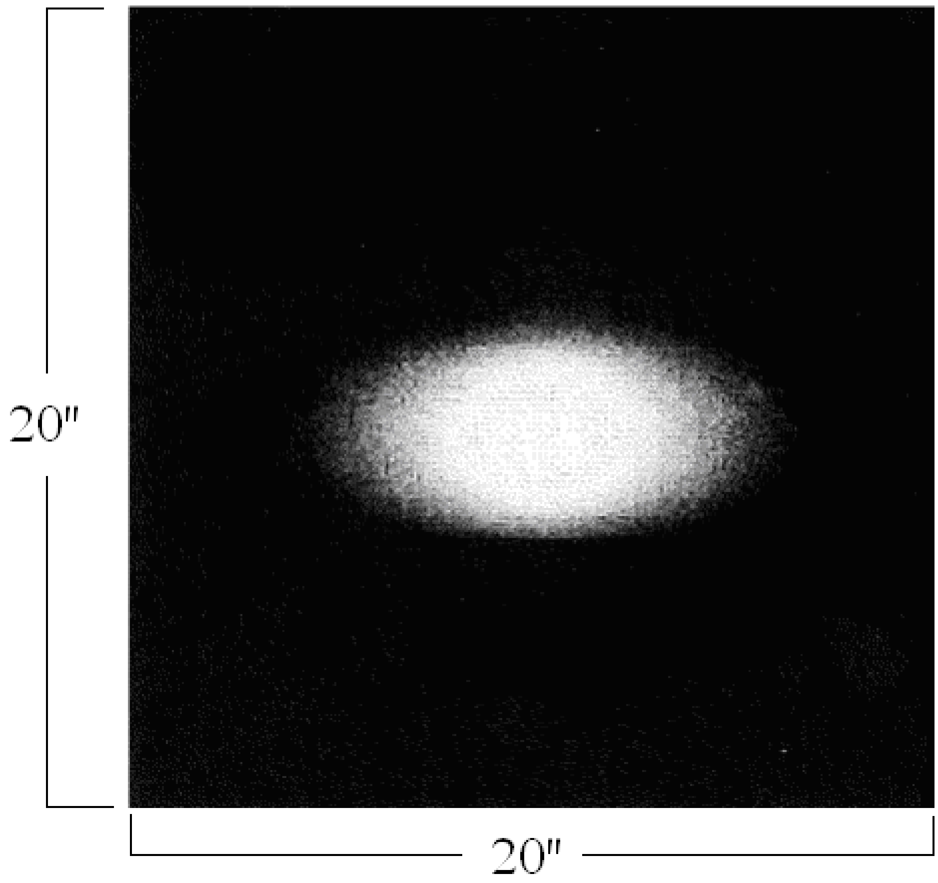


Figura 16 – Resolução de Problemas: fotografia de uma galáxia elíptica

Aqui era esperado que os alunos recorressem à foto intuitivamente para determinar o diâmetro angular máximo, utilizando uma regra de três simples.

Ao medir o lado do quadrado, obtinham 10.5 cm que correspondiam a 20''. Quando mediam o diâmetro máximo da galáxia, tinham 6 cm que iriam corresponder a 11.43'', obtidos da seguinte maneira:

$$x = \frac{6cm \times 20''}{10.5\ cm} \cong 11.43''$$

De seguida, da mesma maneira que converteram segundos de arco para graus no exercício 1, mostravam que 11.43'' ≅ 0.0032°. Esta é a dimensão angular máxima da galáxia.

Na segunda alínea, os alunos deviam determinar o diâmetro físico da galáxia, admitindo que esta se encontra a uma distância de 2.28×10^8 a. l. (anos-luz) e apresentar o seu resultado em metros. Nesta alínea, constava um *post-it* com informação adicional: 1 ano-luz é igual a 9.5×10^5 metros.

Deste modo, usando a alínea anterior e os procedimentos dos exercícios precedentes, os alunos deviam calcular o diâmetro físico da galáxia da seguinte maneira:

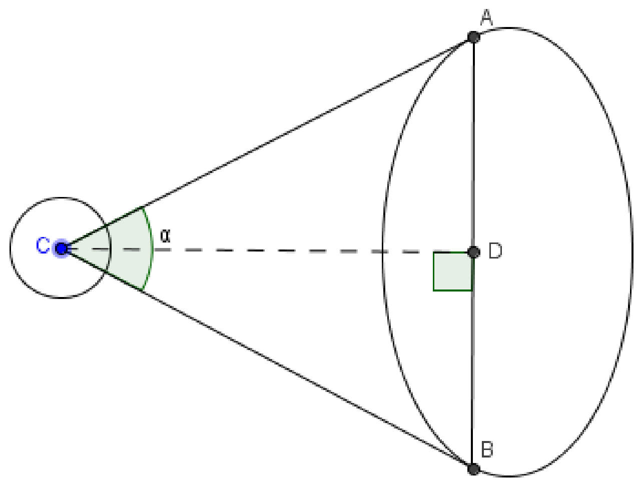


Figura 17 – Resolução de Problemas: esquema da distância entre a Terra e a galáxia elíptica

$$\tan\left(\frac{\alpha}{2}\right) = \frac{\overline{AD}}{\overline{CD}} \Leftrightarrow \tan\left(\frac{0.0032°}{2}\right) = \frac{\overline{AD}}{2.28 \times 10^8} \Leftrightarrow \overline{AD} = \tan 0.0016° \times 2.28 \times 10^8$$

$$\overline{AD} \cong 6367\ a.l.$$

Então, $\overline{AB} = \overline{AD} \times 2 = 12734\ a.l.$

Sabendo que 1 a. l. é 9.5×10^{15} m, então 12734 a.l correspondem a 1.21×10^{20} metros.

Assim, o diâmetro físico da galáxia mede, aproximadamente, 1.21×10^{20} metros.

Na avaliação desta aula dei ênfase à postura dos alunos na sala de aula, às suas atitudes e valores, assim como ao seu interesse e empenho na atividade proposta. Também foram avaliados no que diz respeito à cooperação no trabalho de grupo, à qualidade da participação oral e escrita e ao respeito pelas normas de trabalho e de convivência. Foi também importante observar o espírito crítico demonstrado pelos alunos perante as situações que lhes foram colocadas.

6. Análise de dados

6.1. Observações iniciais

Neste capítulo, transcrevi alguns textos e diálogos com alunos, com a intenção de transmitir exatamente as suas ideias. Chamo a atenção para o facto que nestas transcrições preservei as construções frásicas e erros ortográficos e gramaticais originalmente feitos pelos alunos.

6.2. Contribuição da Astronomia na aprendizagem da Matemática

6.2.1. A motivação dos alunos

Todas as aulas organizadas pelo grupo de estágio foram desenvolvidas com o propósito de, sempre, motivar os alunos.

Quando soube que iria lecionar o 9º ano durante o estágio, lembrei-me logo da minha vivência durante esse ano de escolaridade. Na altura, detestava Matemática. Recuei 12 anos e coloquei-me então no lugar da Helena aos 14 anos e pensei no momento em que aprendi a trigonometria.

Lembro-me de ter aprendido o seno, o cosseno e a tangente e de nem fazer a mínima ideia do que eram aquelas "coisas esquisitas". Lembro-me de muitas contas e de muitos triângulos e de como aquilo era chato. Lembro-me de associar a trigonometria (sem saber sequer o que significava) à sopa de trigo que tanto detesto.

Hoje em dia, no lugar de professora, considero inadmissível deixar nos alunos semelhantes memórias. Por isso, pensei como é que eu poderia mudar esta tendência de mecanizar seja o que for na Matemática.

Foi então que se fez luz na minha cabeça, pouco depois da primeira reunião de estágio. Há dias que andava à procura de um tema para este relatório e naquele dia, bem cedo, mesmo à frente do meu nariz, lembrei-me da minha paixão: a Astronomia.

Pesquisei e encontrei imensas referências de como a Astronomia poderia contribuir para uma melhor aprendizagem da Matemática. Assim, a motivação dos alunos para a trigonometria começou no próprio tema.

Para dar início à trigonometria, a opção de levar os alunos a uma visita de estudo ao Planetário pareceu-me a mais adequada. Achei que para começar um tema tão importante como este, devia captar a atenção dos alunos com uma atividade dinâmica e que suscitasse curiosidade e, claro, motivação.

Seguem-se as opiniões de dois alunos:

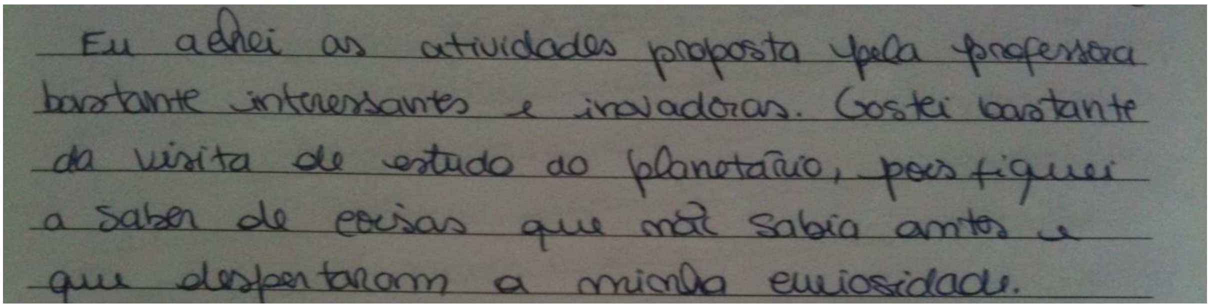

Eu achei as atividades proposta pela professora bastante interessantes e inovadoras. Gostei bastante da visita de estudo ao planetário, pois fiquei a saber de coisas que não sabia antes e que despertaram a minha curiosidade.

Figura 18 – Opinião de um aluno sobre a visita de estudo (A)

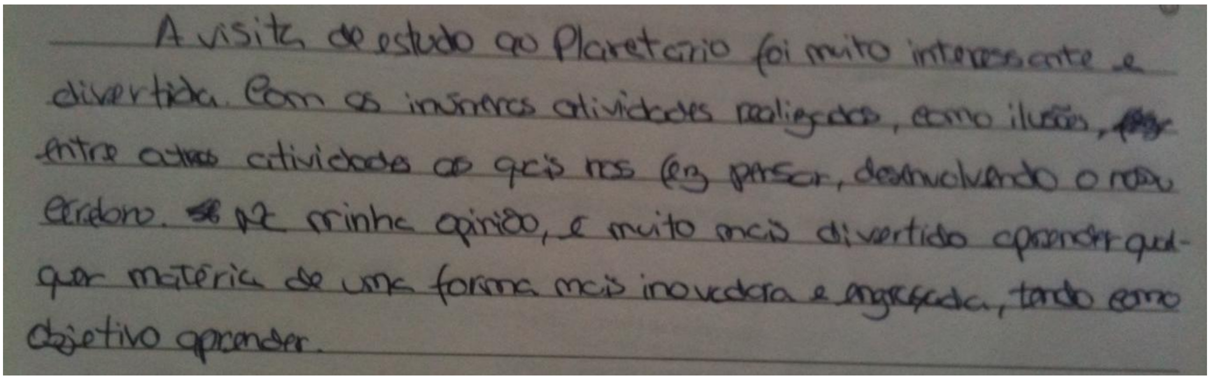

A visita de estudo ao Planetário foi muito interessante e divertida. Com as inúmeras atividades realizadas, como ilusões, entre outras atividades as quais nos fez pensar, desenvolvendo o nosso cérebro. Na minha opinião, é muito mais divertido aprender qualquer matéria de uma forma mais inovadora e engraçada, tendo como objetivo aprender.

Figura 19 – Opinião de um aluno sobre a visita de estudo (B)

Na aula da segunda atividade, para motivar os alunos para a atividade investigativa/exploratória, passei um pequeno excerto do primeiro episódio da série Cosmos de Carl Sagan.

Aqui, surgiu a oportunidade de discutir as ideias principais do filme através do método pergunta-resposta entre mim e os alunos e fazer o elo de ligação para a atividade em si.

De seguida, apresento transcritas algumas dessas questões e respostas da turma 1. Note-se que quando me refiro a "alunos", quero indicar que falavam vários alunos em simultâneo.

Professora: Já conheciam a história? Quem já tinha ouvido falar de Eratóstenes?

Alunos: Era um matemático! Astrónomo! Filósofo! Geógrafo! Poeta!

Professora: E mais?

Alunos: Descobriu que a Terra era redonda.

Professora: Mas como?

Alunos: Com a sombra das colunas... Das varetas!

Professora: E foi só isso que ele descobriu? Que a Terra era redonda?

Aluno A: A distância daquelas coisas… Não me lembro dos nomes.

Professora: A distância entre Siena e Alexandria?

Aluno A: Sim!

Figura 20 – Conversa entre alunos e professora sobre o filme (A)

Aqui senti a oportunidade de levar os alunos a recordar um conceito abordado na unidade temática da Circunferência.

Professora: (Repetindo o que um aluno havia dito) Sabia que se ele prolongasse aquelas varetas até ao centro da Terra, que aquilo ia fazer um ângulo de 7º entre elas. E esse ângulo, já agora, seria o quê? Dos ângulos que vocês já estudaram?

Alunos: Agudo! Um arco! Um ângulo ao centro!

Professora: Um ângulo ao centro. Muito bem

Figura 21 - Conversa entre alunos e professora sobre o filme (B)

Após aquela pequena orientação, um dos alunos associou, por engano, este diálogo a uma das atividades trabalhadas pelo meu colega estagiário Noel Caires. No entanto, os outros colegas não perderam o rumo da conversa.

Professora: Ele, sabendo essa distância e sabendo que formaria um ângulo de 7º, ele determinou o quê?

Aluno B: A medida.

Professora: A medida do quê?

Aluno B: A da crosta terrestre até ao núcleo.

Professora: Da crosta terrestre até ao núcleo, não foi bem assim…

Aluno C: O arco!

Professora:… da circunferência? O arco…

Aluno C: É 360º, não é?

Professora: Sim.

Alunos: E em cada pedacinho… Naquele pedacinho, 7º eram 800, por isso ele fez vezes…

Professora: Ou seja, ele determinou o perímetro de um meridiano da Terra.

Alunos: Sim!

Figura 23 - Conversa entre alunos e professora sobre o filme (C)

Após os alunos terem percebido a essência do filme, resolvi começar a fazer uma ligação mais direta da Matemática com a Astronomia.

Professora: Já tentaram imaginar como é que um cartógrafo consegue calcular a altura de uma montanha?

Aluno A: Talvez com um altímetro…

Professora: Ele consegue sozinho?

Alunos: Não.

Professora: Precisa de algumas ferramentas. Muito bem.

Figura 24 - Conversa precedente à investigação entre alunos e professora (A)

Neste momento, um aluno tentou arranjar uma resposta que satisfizesse a minha pergunta, no entanto, tive de lhes dar mais uma orientação.

Aluno B: Pode usar um helicóptero!

Professora: Um helicóptero? E na altura em que não existiam helicópteros, como é que se conseguiria? Por exemplo, a pirâmide de Gizé. Aquelas pessoas do Egito que não tinham mais nada do que varetas, martelos, e essas coisas assim, como é que poderiam determinar a altura da pirâmide de Gizé?

Aluno A: Através da sombra!

Professora: Ok. Aplicando o quê?

Aluno A: Comparando o tamanho da sombra de pirâmide com o tamanho da sombra de outro objeto.

Professora: Ok. A semelhança…

Alunos: …de triângulos!

Professora: E se eu agora quisesse dar um passo mais além. Se eu quisesse calcular a distância daqui até à Lua?

Figura 25 - Conversa precedente à investigação entre alunos e professora (B)

Esta questão deixou os alunos em silêncio. Notei claramente que, tal como a turma 2, nunca tinham pensado sobre isso. Deste modo, resolvi continuar com algumas questões que os obrigasse a pensar.

Professora: Não existe fita métrica daqui até lá…

Aluno A: Podemos fazer umas contas... Ir até lá…

Professora: Sem ir até lá.

Aluno B: Então com os satélites!

Professora: Sem satélites. Naquela altura em que ninguém tinha ido à Lua ainda!

Aluno C: Naquela altura ficava a curiosidade!

(risos)

Figura 26 - Conversa precedente à investigação entre alunos e professora (C)

Para os deixar ainda mais intrigados resolvi fazer uma última questão antes de passarmos à atividade.

Professora: E como é que se poderia calcular, por exemplo, a distância daqui a uma estrela qualquer? Que estão mesmo muito, muito mais longe! Não há cabo qualquer que chegue até lá!

(Silêncio)

Professora: Vocês quando olham para o céu à noite, conseguem ver que uma estrela está mais próxima do que outra?

Aluno A: Não.

Aluno B: Sim, devido à claridade!

Professora: Isso já não funciona assim. Isso já tem que ver com a magnitude e com o brilho aparente e isso não significa que esteja mais perto.

Aluno C: Pode ser pelo tamanho!

Professora: Também pelo tamanho não funciona. Então os cientistas, os astrónomos, têm de recorrer a certos instrumentos para conseguir calcular distâncias.

Aluno A: O astrolábio! Com os ângulos.

Professora: O astrolábio foi um instrumento utilizado há muitos, muitos anos pelos navegadores e recorria exatamente aos ângulos. O que nós vamos fazer agora, nós vamo-nos colocar no papel dos astrónomos e dos cientistas, e vamos ver como é que se consegue, com apenas a nossa trigonometria, descobrir a distância da nossa Terra a uma estrela qualquer!

Figura 28 - Conversa precedente à investigação entre alunos e professora (D)

O facto de os alunos irem para a rua realizar a atividade, o que implica sair da rotina habitual das aulas, constituiu também uma boa motivação. O caso de trabalharem fora da sala de aula, no pátio, contribuiu para que o processo ensino-aprendizagem se tornasse mais relaxante e divertido, como se pode notar em algumas opiniões de alunos:

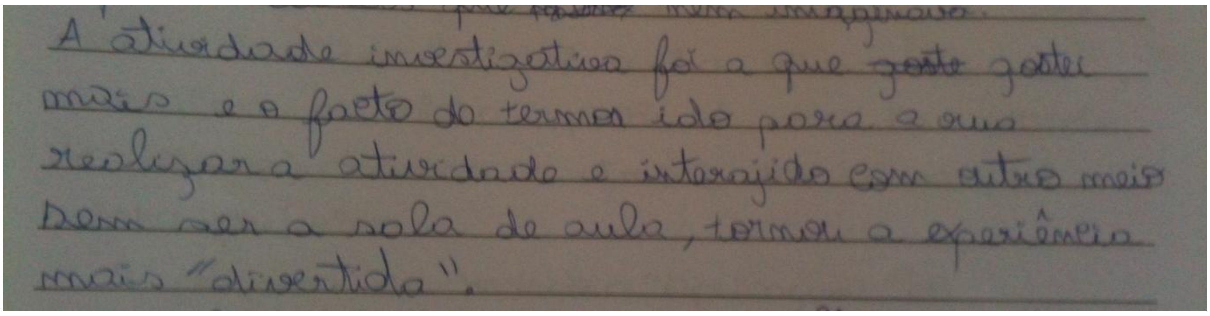

A atividade investigativa foi a que gostei mais e o facto de termos ido para a rua realizar a atividade e interagido com outro meio sem ser a sala de aula, tornou a experiência mais "divertida".

Figura 29 – Opinião de um aluno sobre ir para a rua resolver a atividade (A)

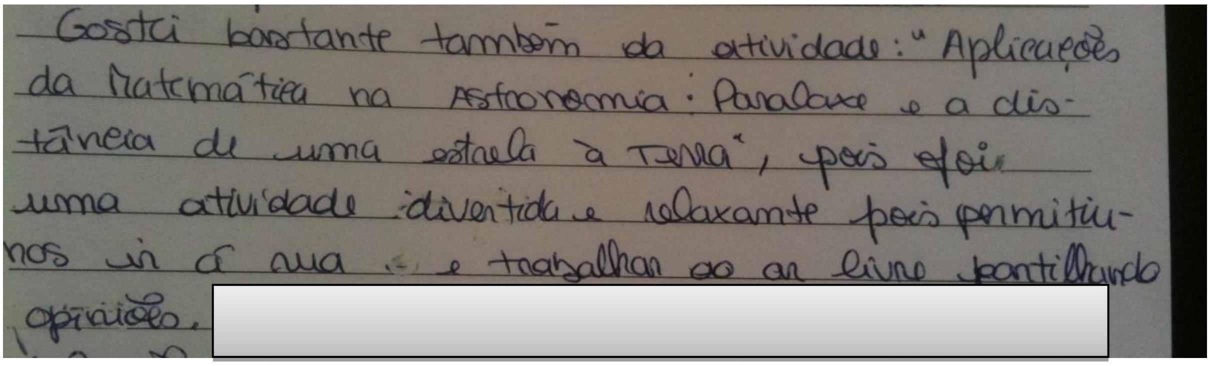

Gostei bastante também da atividade: "Aplicações da Matemática na Astronomia: Paralaxe e a distância de uma estrela à Terra", pois foi uma atividade divertida e relaxante pois permitiu-nos ir à rua e trabalhar ao ar livre partilhando opiniões.

Figura 30 – Opinião de um aluno sobre ir para a rua resolver a atividade (B)

6.2.2. Análise das atividades

Inicialmente, aquando da atividade exploratória/investigativa, quando questionei a turma 2 sobre se alguma vez tinham pensado em como os astrónomos calculavam distâncias, todos os alunos permaneceram em silêncio.

Pela primeira vez senti um "silêncio" diferente do que era habitual nesta turma e então apercebi-me de que nunca tinham pensado sobre isto. Assim, para os deixar mais à vontade fiz uma pequena contextualização sobre a atividade, antes de a distribuir aos alunos.

Na parte I, os alunos sentiram um pouco de dificuldade em começar a "demonstração" em 1, mas após entenderem qual a razão trigonométrica que estava por detrás do problema, facilmente chegaram ao que era pedido. A maioria dos alunos desta turma chegou ao pretendido com poucas orientações da minha parte.

Os alunos da turma 1 sentiram muito mais dificuldades na primeira questão e necessitaram de muitas orientações minhas. Alguns alunos fizeram comentários do género "eu não percebo nada" e "não temos informação nenhuma" com os colegas.

Após fazer algumas perguntas a alguns desses alunos, entendi que o seu problema foi o facto de não terem lido a atividade e apenas suporem o que era para fazer. Outros alunos não tinham compreendido as razões trigonométricas lecionadas anteriormente, o que, de facto, levava a uma maior dificuldade no entendimento do enunciado.

Na questão seguinte, os alunos de ambas as turmas logo perceberam que o objetivo era apenas aplicar a expressão que eles tinham obtido em 1.

Na parte II, surgiram algumas dificuldades entre alguns alunos. Muitos deles não leram todas as informações dadas na atividade e, por isso, não obtiveram os resultados esperados. Uma das informações fundamentais que os alunos estavam a ignorar era o facto de estarem a marcar a sua base de medição sem que esta fizesse um ângulo de 90º com a direção do seu objeto alvo.

O plano de aula não foi totalmente cumprido nas duas turmas, pelo que voltámos a realizar a atividade para que todos os alunos chegassem aos resultados que esperavam, para então procedermos à discussão.

Durante a discussão na turma 2, verifiquei que os alunos habitualmente mais fracos tinham gostado imenso da atividade, ao passo que alguns dos alunos que costumam ter boas classificações sentiram um pouco de dificuldade na realização da parte II.

Uma das melhores alunas da turma, que defendia afincadamente as aulas tradicionais, afirmou que esta tinha sido a sua atividade preferida e que tinha gostado imenso! Estava radiante pelos seus resultados terem coincidido com as medidas reais.

Resolvi chamar a atenção, nas duas turmas, para um fator importante: que não deviam ficar desmotivados por os resultados não terem coincidido com as medidas reais. Disse-lhes que deviam ter em conta que estavam a trabalhar com um pedaço de cartão com uma rolha (medidor de ângulos) e que, por este aparelho ser tão rudimentar, havia uma margem de erro associada.

Expliquei-lhes ainda que até os próprios cientistas e astrónomos, com os seus instrumentos altamente profissionais, têm de ter em conta uma certa margem de erro associada à instrumentação que utilizam e a outros pormenores que já não interessavam para aquela aula.

De seguida, podemos ver algumas opiniões de alunos acerca desta atividade. Estes alunos acharam a atividade mais complicada do que o habitual e consideraram desmotivante o facto de os valores que obtiveram não coincidirem com os valores reais.

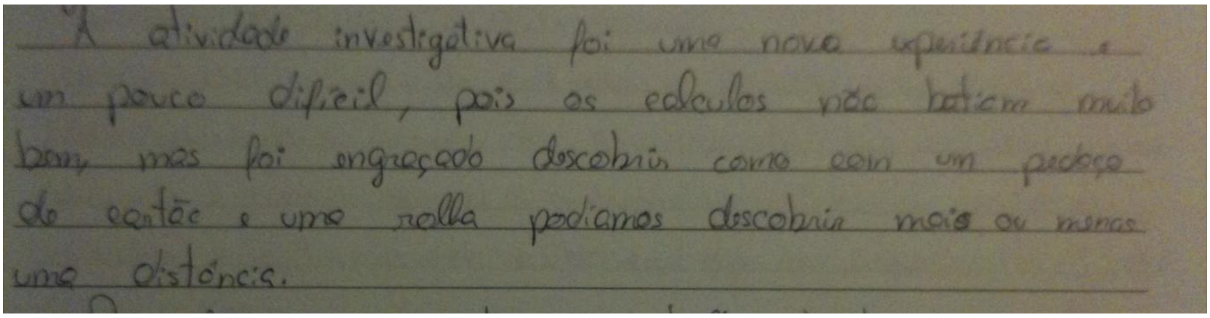

A atividade investigativa foi uma nova experiência e um pouco difícil, pois os cálculos não batiam muito bem mas foi engraçado descobrir como com um pedaço de cartão e uma rolha podíamos descobrir mais ou menos uma distância.

Figura 31 – Atividade exploratória/investigativa: opinião de um aluno (A)

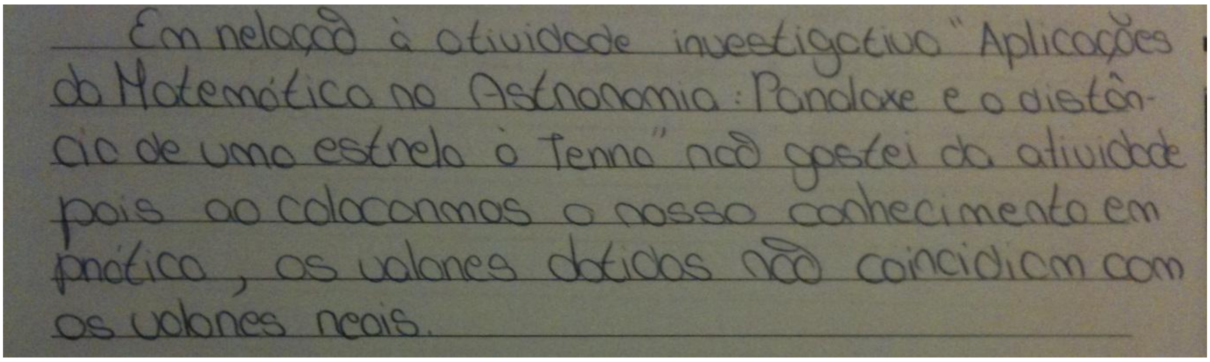

Em relação à atividade investigativa "Aplicações da Matemática na Astronomia: Paralaxe e a distância de uma estrela à Terra" não gostei da atividade pois ao colocarmos o nosso conhecimento em prática, os valores obtidos não coincidiam com os valores reais.

Figura 32 – Atividade exploratória/investigativa: opinião de um aluno (B)

Outros alunos consideraram esta atividade como a sua preferida, pois sentiram facilidade na sua compreensão e execução. Mencionam também que perceberam melhor a maneira após trabalharem nesta atividade.

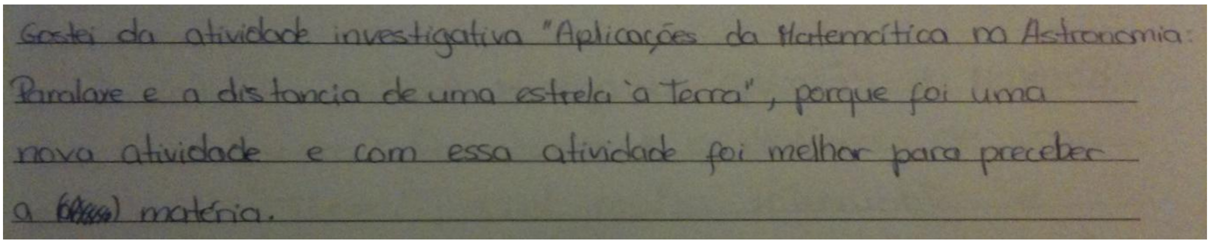
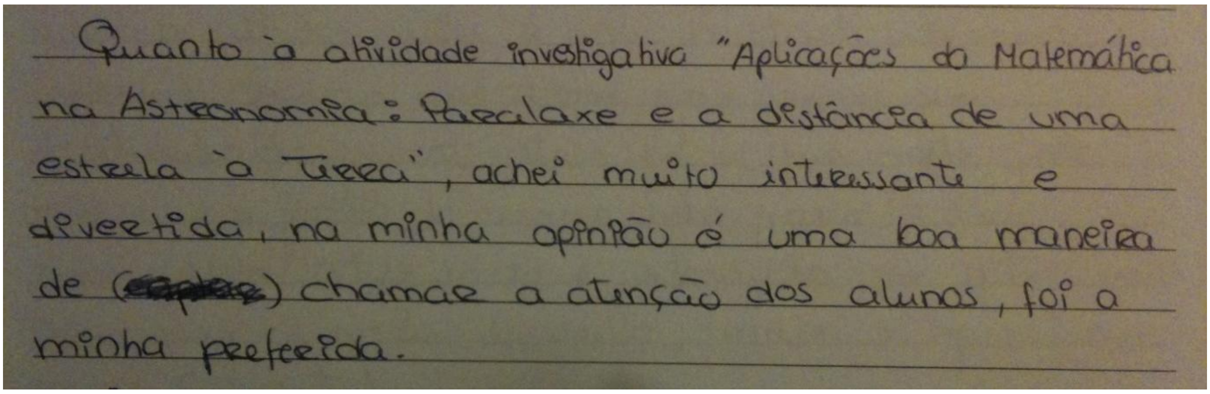
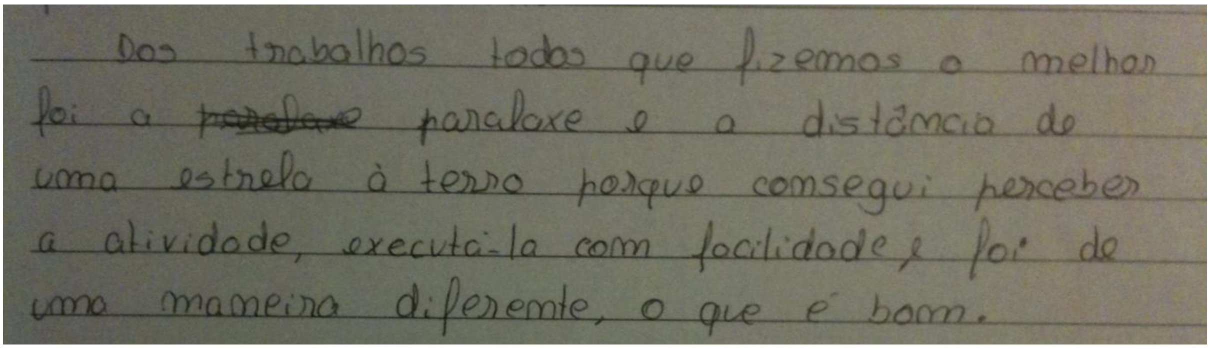

Gostei da atividade investigativa "Aplicações da Matemática na Astronomia: Paralaxe e a distancia de uma estrela 'a Terra", porque foi uma nova atividade e com essa atividade foi melhor para preceber a matéria.

Figura 33 – Atividade exploratória/investigativa: opinião de um aluno (C)



Quanto à atividade investigativa "Aplicações da Matemática na Astronomia: Paralaxe e a distância de uma estrela à Terra", achei muito interessante e divertida, na minha opinião é uma boa maneira de (~~[illegible]~~) chamar a atenção dos alunos, foi a minha preferida.

Figura 34 – Atividade exploratória/investigativa: opinião de um aluno (D)



Dos trabalhos todos que fizemos o melhor foi a ~~paralaxe~~ paralaxe e a distância de uma estrela à terra porque consegui perceber a atividade, executá-la com facilidade e foi de uma maneira diferente, o que é bom.

Figura 35 – Atividade exploratória/investigativa: opinião de um aluno (E)

Relativamente à aula dedicada à resolução de exercícios, verifiquei novamente que a maioria dos alunos mais fracos sentiu-se estranhamente à vontade com este tipo de atividades e os alunos "mais fortes", com algumas dificuldades.

Em ambas as turmas, foi necessário recorrer a esquemas nos três problemas para que os alunos conseguissem avançar. Foi também importante dar-lhes algumas orientações para os motivar.

Curiosamente, muitos alunos assim que terminavam algum cálculo solicitavam a minha ajuda, preocupados pelos resultados com "números muito grandes" ou com notação científica. Acreditavam estar errados e mostravam-se muito surpreendidos quando lhes dizia que tinham chegado ao resultado correto.

Em particular, no terceiro problema, uma das melhores alunas da turma 2, preocupada, chamou-me dizendo que "estava ali qualquer coisa errada". Perguntei-lhe porquê, ao qual ela respondeu-me que o diâmetro da galáxia "dava um valor muito grande!"

Chamei-a à razão, dizendo que é normal existirem medidas enormes no Universo e que, ainda para mais, aquela medida estava em metros. Assim que se apercebeu da realidade, a aluna chegou a uma das conclusões mais bonitas e singelas que alguma vez ouvi: "Professora, a galáxia mede 1.21×10^{20} metros e eu só meço 1 metro e 51!"

Nas duas turmas, alguns alunos corrigiram os problemas no quadro explicando a resolução, por suas palavras, aos colegas.

De seguida, apresento algumas opiniões dos alunos de ambas as turmas.

Alguns alunos gostaram bastante da relação entre a Matemática e a Astronomia, encontrando aí a sua motivação na resolução dos problemas.

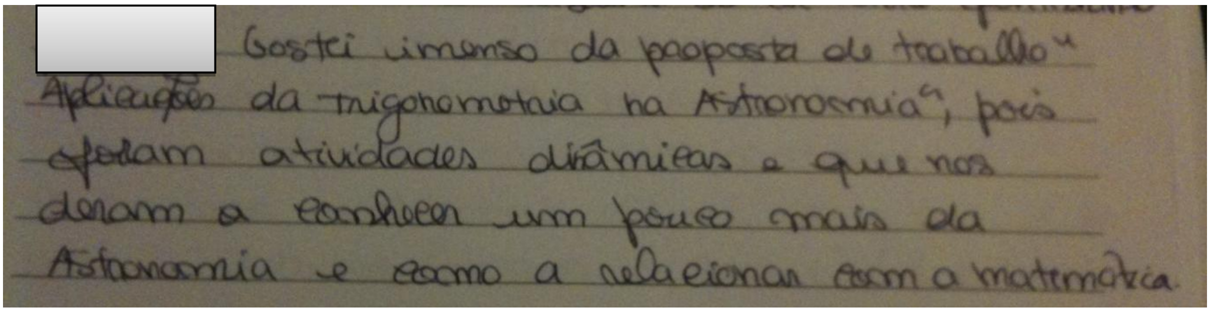

Gostei imenso da proposta de trabalho "Aplicações da trigonometria na Astronomia", pois foram atividades dinâmicas e que nos deram a conhecer um pouco mais da Astronomia e como a relacionar com a matemática.

Figura 36 - Resolução de Problemas: opinião de um aluno (A)

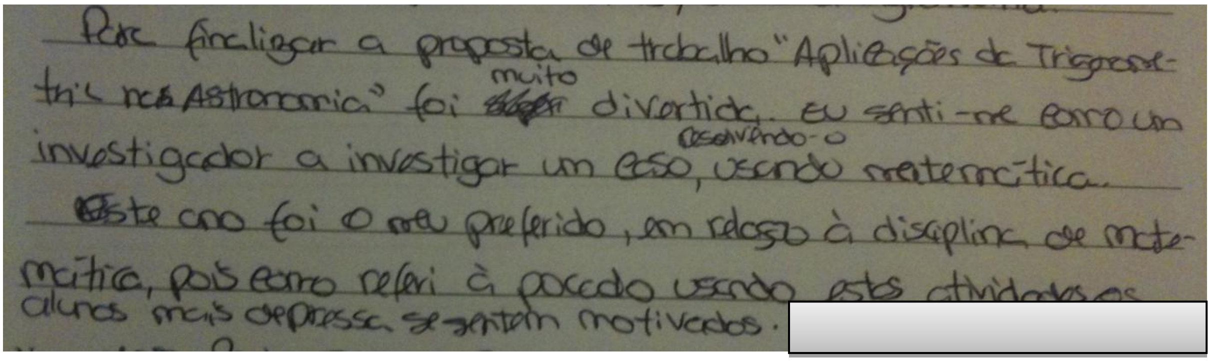

Para finalizar a proposta de trabalho "Aplicações da Trigonometria na Astronomia" foi ~~super~~ muito divertido. Eu senti-me como um investigador a investigar um caso, resolvendo-o usando matemática.
Este ano foi o meu preferido, em relação à disciplina de matemática, pois como referi à pouco usando estas atividades os alunos mais depressa se sentem motivados.

Figura 37 - Resolução de Problemas: opinião de um aluno (B)

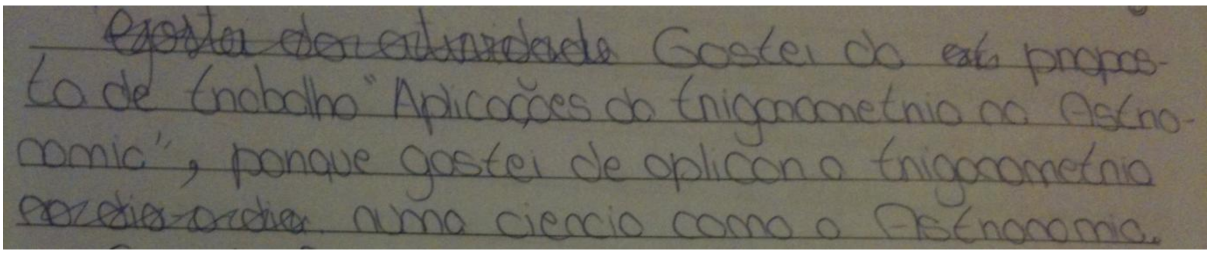
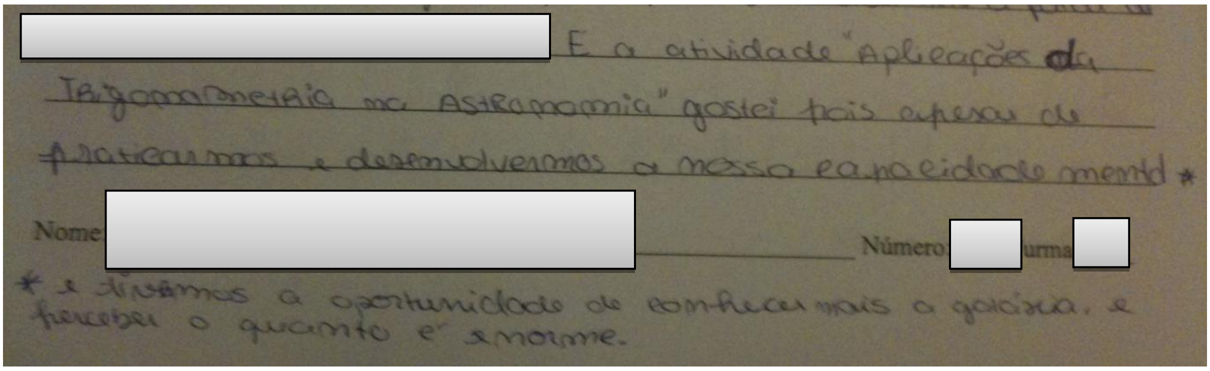

~~gostei desta atividade~~ Gostei da ~~esta~~ proposta de trabalho "Aplicações da trigonometria na Astronomia", porque gostei de aplicar a trigonometria ~~fazendo~~ numa ciencia como a Astronomia.

Figura 38 - Resolução de Problemas: opinião de um aluno (C)

Outros alunos mostraram que gostaram de resolver os problemas, ficando fascinados com a enormidade do Universo.


[redacted] E a atividade "Aplicações da Trigonometria na Astronomia" gostei pois apesar de praticarmos e desenvolvermos a nossa capacidade mental *

Nome [redacted] Número [redacted] Turma [redacted]

* e tivemos a oportunidade de conhecer mais a galáxia. e perceber o quanto é enorme.

Figura 39 - Resolução de Problemas: opinião de um aluno (D)

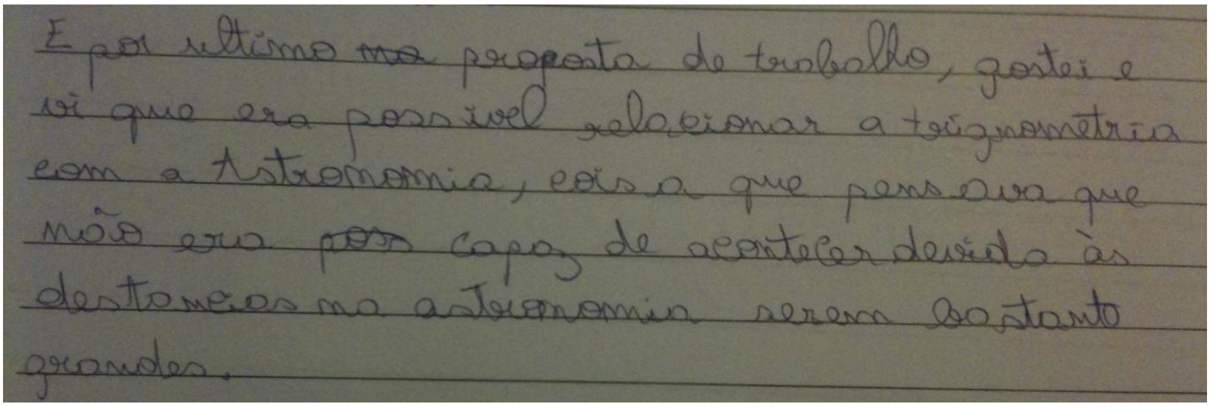

E por último ~~na~~ proposta de trabalho, gostei e vi que era possível relacionar a trigonometria com a Astronomia, coisa que pensava que não era ~~pos~~ capaz de acontecer devido às distâncias na astronomia serem bastante grandes.

Figura 40 - Resolução de Problemas: opinião de um aluno (E)

No entanto, alguns alunos sentiram dificuldades na compreensão dos problemas, o que os levou à desmotivação.

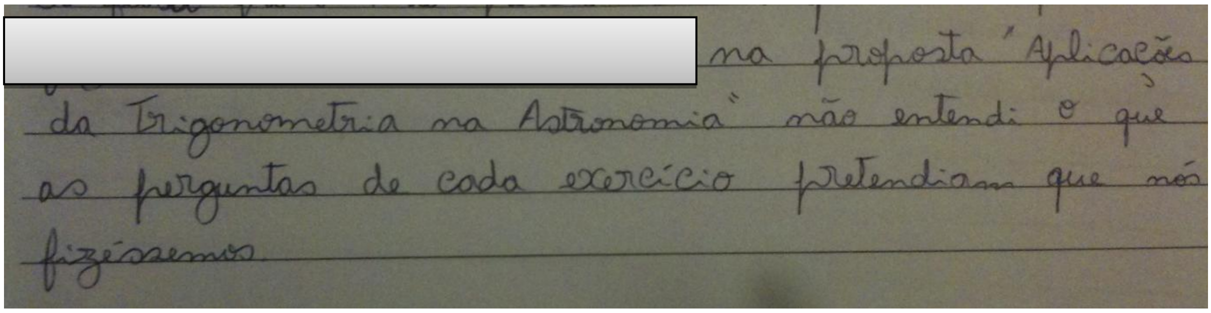

[redacted] na proposta "Aplicações da Trigonometria na Astronomia" não entendi o que as perguntas de cada exercício pretendiam que nós fizéssemos.

Figura 41 - Resolução de Problemas: opinião de um aluno (F)

6.2.3. A consolidação de conteúdos matemáticos

O objetivo da atividade exploratória/investigativa e da resolução de problemas era a aplicação da trigonometria na Astronomia.

Em ambas as atividades, os alunos deveriam saber utilizar, sem dificuldade, as razões trigonométricas de ângulos agudos, aprendidas nas aulas anteriores. Assim, os alunos tiveram a oportunidade de conhecer aplicações diretas da trigonometria em casos reais, ao invés dos habituais exercícios repetitivos dos manuais escolares.

Apesar da dificuldade sentida por alguns alunos, notei que aqueles que conseguiam terminar as tarefas propostas se sentiam, de certa forma, realizados.

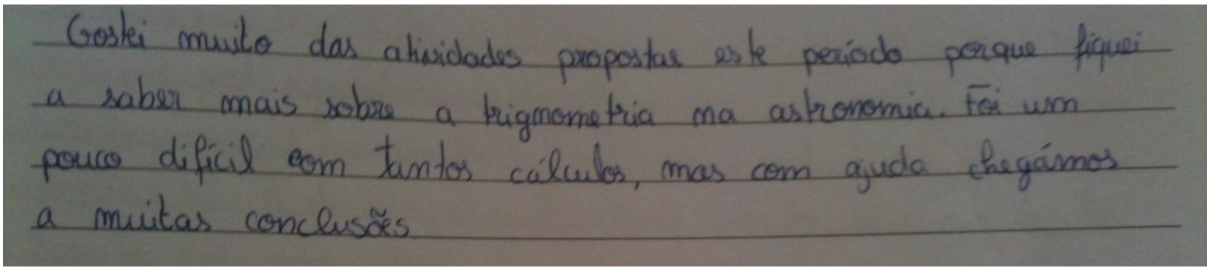

Gostei muito das atividades propostas este período porque fiquei a saber mais sobre a trigonometria na astronomia. Foi um pouco difícil com tantos cálculos, mas com ajuda chegámos a muitas conclusões

Figura 42 – Opinião de um aluno sobre a aprendizagem da Matemática por meio da Astronomia (A)

Os alunos aperceberam-se que, apenas com o pouco que conheciam da trigonometria, eram capazes de resolver problemas e "investigar" como os grandes cientistas fazem, como se pode ver pela opinião deste aluno:

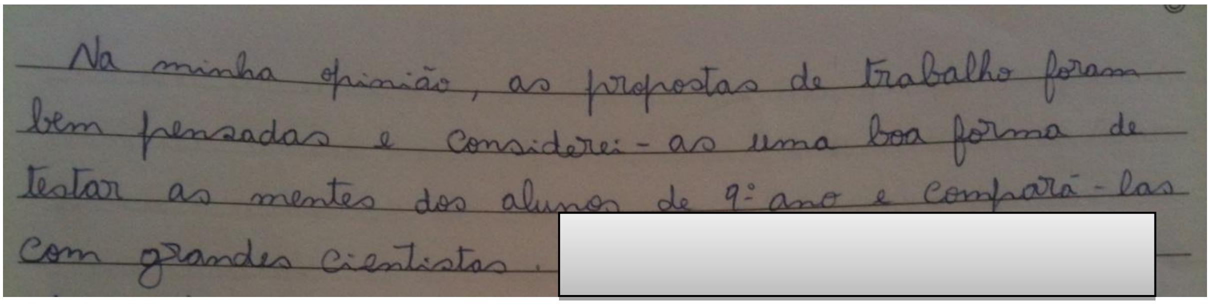

Na minha opinião, as propostas de trabalho foram bem pensadas e considerei-as uma boa forma de testar as mentes dos alunos de 9.º ano e compará-las com grandes cientistas.

Figura 43 – Opinião de um aluno sobre a aprendizagem da Matemática por meio da Astronomia (B)

O facto de os alunos também não terem mecanizado as razões trigonométricas com exercícios repetitivos mas, pelo contrário, se questionarem sobre qual a razão trigonométrica a utilizar após uma análise ao problema, estimula o seu raciocínio e ajuda a consolidar os conteúdos matemáticos que aprenderam.

De seguida, é apresentada uma seleção das opiniões dos alunos que evidenciam como a natureza prática da Matemática favorece a sua aprendizagem, de um modo mais divertido.

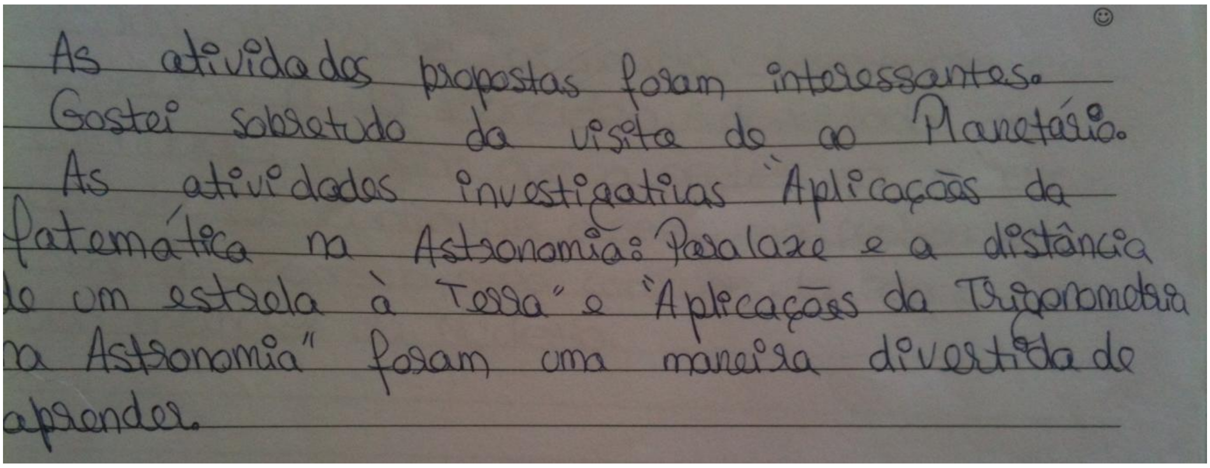

As atividades propostas foram interessantes.
Gostei sobretudo da visita do ao Planetário.
As atividades investigativas "Aplicações da
Matemática na Astronomia: Paralaxe e a distância
de uma estrela à Terra" e "Aplicações da Trigonometria
na Astronomia" foram uma maneira divertida de
aprender.

Figura 44 - Opinião de um aluno sobre a aprendizagem da Matemática por meio da Astronomia (C)

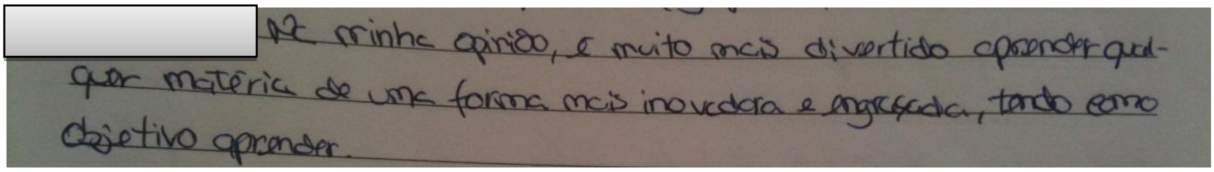

Na minha opinião, é muito mais divertido aprender qual-
quer matéria de uma forma mais inovadora e engraçada, tendo como
objetivo aprender.

Figura 45 - Opinião de um aluno sobre a aprendizagem da Matemática por meio da Astronomia (D)

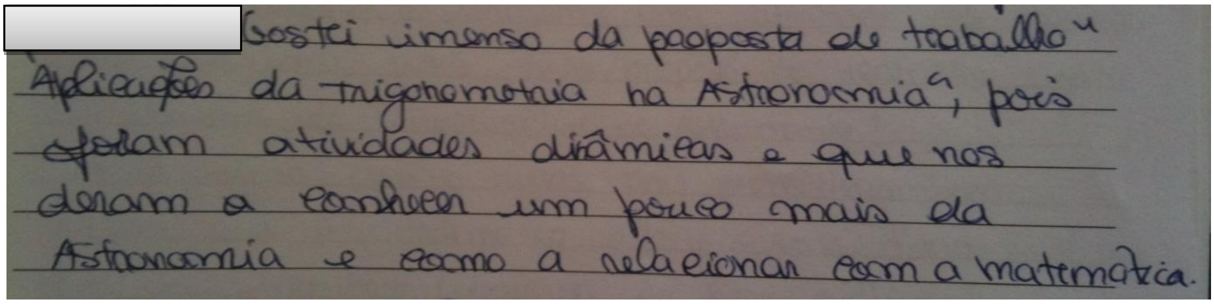
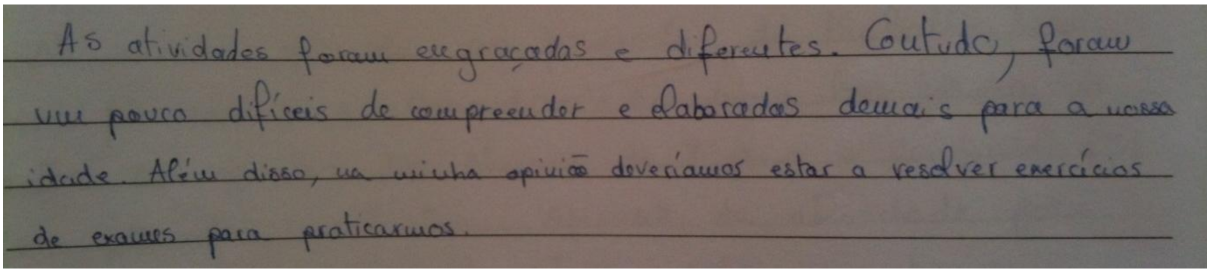

Gostei imenso da proposta de trabalho "
Aplicações da trigonometria na Astronomia", pois
foram atividades dinâmicas e que nos
deram a conhecer um pouco mais da
Astronomia e como a relacionar com a matemática.

Figura 46 - Opinião de um aluno sobre a aprendizagem da Matemática por meio da Astronomia (E)

Contudo, nem todos os alunos concordaram com a elaboração destas atividades, principalmente no fim do ano letivo, tão perto da época de exames nacionais. A razão principal prendeu-se quando lhes respondi, após terem perguntado, que este tipo de atividades não vinha nos exames.



As atividades foram engraçadas e diferentes. Contudo, foram um pouco difíceis de compreender e elaboradas demais para a nossa idade. Além disso, na minha opinião devíamos estar a resolver exercícios de exames para praticarmos.

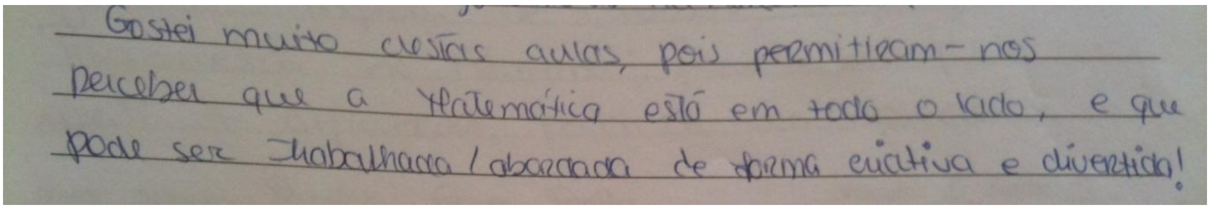
Figura 47 - Opinião de um aluno sobre a aprendizagem da Matemática por meio da Astronomia (F)

6.3. Contribuição da Astronomia na Matemática para a compreensão do mundo

Quando organizei estas atividades, um dos meus propósitos era que os alunos ficassem com outra visão do mundo e do espaço. Na minha opinião, tão importante como a Matemática ser lecionada, é mostrar aos alunos que eles também são cidadãos do mundo e que todos temos responsabilidades para com ele.

O facto de o tema ser bastante real, ou seja, algo com que os alunos podem normalmente se deparar quando veem notícias ou documentários, faz com que a sua motivação cresça e a sua curiosidade aumente. A Astronomia é, igualmente, alvo da ficção internacional com grande frequência, o que também pode ajudar a despertar o interesse por este tipo de atividades.

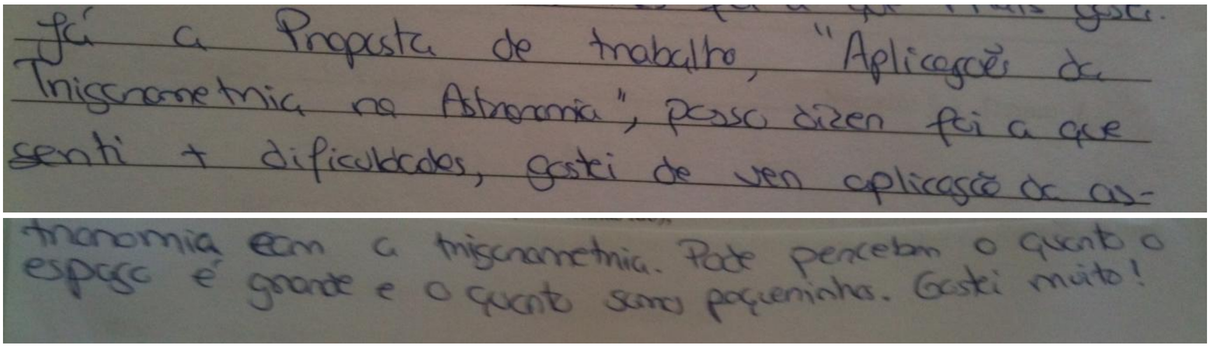
Apesar do tempo ter sido pouco para a aplicação destas atividades, creio que, na maioria, estas aulas despertaram a mínima curiosidade para que os alunos voltem a pensar nelas e na aplicabilidade que a Matemática tem na vida real e, em particular, na Astronomia.



Gostei muito destas aulas, pois permitiram-nos perceber que a Matemática está em todo o lado, e que pode ser trabalhada / abordada de forma criativa e divertida!

Figura 48 - Opinião de um aluno sobre a aprendizagem da Matemática por meio da Astronomia (G)

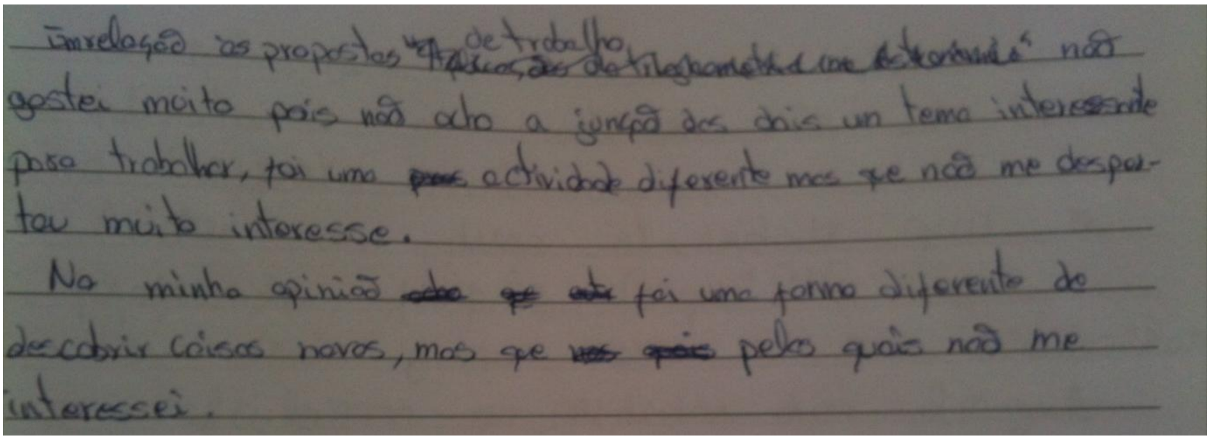
Acredito que os alunos nunca se irão esquecer da maneira como aprenderam a trigonometria do triângulo retângulo e que irão associá-la à Astronomia.



Já a Proposta de trabalho, "Aplicações da Trigonometria na Astronomia", posso dizer foi a que senti + dificuldades, gostei de ver aplicação da astronomia com a trigonometria. Pode perceber o quanto o espaço é grande e o quanto somos pequeninhos. Gostei muito!

Figura 49 - Opinião de um aluno sobre a aprendizagem da Matemática por meio da Astronomia (H)

Contudo, é sempre preciso ter em conta que nem todos os alunos se interessam por estes temas.

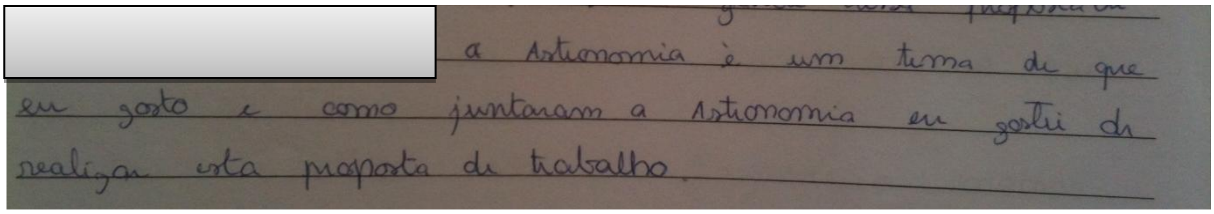


Em relação às propostas de trabalho "Aplicações da Trigonometria na Astronomia" não gostei muito pois não acho a junção dos dois um tema interessante para trabalhar, foi uma ~~pos~~ actividade diferente mas que não me despertou muito interesse.

Na minha opinião ~~[illegible]~~ foi uma forma diferente de descobrir coisas novas, mas que ~~[illegible]~~ pelas quais não me interessei.

Figura 50 - Opinião de um aluno sobre a aprendizagem da Matemática por meio da Astronomia (I)

Este tipo de atividades serviu para, ainda assim, eu entender que há muitos alunos com este gosto enorme pela Astronomia e que só necessitam de algo que os ligue a ela. Mostrar que a Matemática e esta Ciência estão intimamente ligadas foi fundamental para estes alunos nestas aulas.



a Astronomia é um tema de que eu gosto e como juntaram a Astronomia eu gostei de realizar esta proposta de trabalho.

Figura 51 - Opinião de um aluno sobre a aprendizagem da Matemática por meio da Astronomia (J)

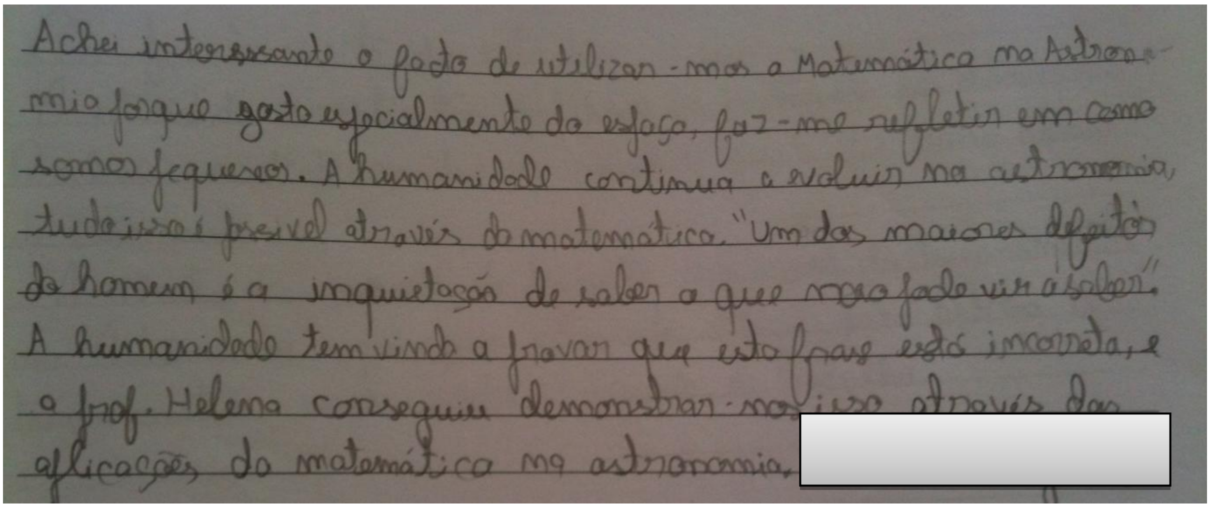

Achei interessante o facto de utilizar-mos a Matemática na Astrono-
mia porque gosto especialmente do espaço, faz-me refletir em como
somos pequenos. A humanidade continua a evoluir na astronomia,
tudo isso é possível através da matemática. "Um dos maiores defeitos
do homem é a inquietação de saber o que não pode vir a saber".
A humanidade tem vindo a provar que esta frase está incorreta, e
a prof. Helena conseguiu demonstrar-nos isso através das
aplicações da matemática na astronomia.

Figura 52 - Opinião de um aluno sobre a aprendizagem da Matemática por meio da Astronomia (L)

7. Considerações Finais

Após ter elaborado este relatório, concordo com Sostisso, Farias e Oliveira (s. d.) quando afirmam que a relação entre a Matemática e a Astronomia é pouco explorada no ensino básico e secundário na disciplina de Matemática. Segundo estes autores, se essa relação for trabalhada, é possível que se desperte nos alunos o fascínio e a motivação para a abordagem de certos conteúdos em diferentes áreas, e neste caso, na Matemática.

Durante o meu estágio, verifiquei na primeira pessoa que alguns alunos se interessam pela Astronomia, mas que quase nunca têm contacto com esta Ciência. O facto de esta ter aparecido associada à Matemática foi uma mais-valia para a aprendizagem destes alunos. Contudo, nas minhas aulas também verifiquei que existia, por parte de outros alunos, um desconhecimento quase total pela Astronomia e pelas Ciências no geral. Creio que aqui é possível encaixar um perfil de iliteracia científica, caso estes alunos não sejam estimulados.

Gonçalves, Magalhães e Pereira (p. 55, 2007), aquando da implementação do seu trabalho de projeto: a Matemática na Astronomia, concluíram que os alunos "aprenderam a partir da experimentação e resolução de problemas, onde foram protagonistas, e não por um processo meramente descrito." De acordo com estes autores, com esta estratégia foi possível cativar uma turma pouco motivada para a Matemática e obter bons resultados (Gonçalves, Magalhães, Pereira, 2007).

Apesar de haver alguma desmotivação para a Matemática nas duas turmas, pude comprovar que os resultados obtidos foram, na sua maioria, satisfatórios e que o objetivo foi cumprido, no que toca tanto à contribuição da Astronomia para a aprendizagem da Matemática, como na contribuição da Astronomia no ensino da Matemática para uma melhor compreensão do mundo por parte dos alunos.

Este tipo de atividades pode, então, permitir que os estudantes se apercebam da utilidade e aplicabilidade de diversos conceitos ensinados nas aulas de Matemática que se estendem à vida real e, particularmente, à Astronomia (Gonçalves, Magalhães, Pereira, 2007).

Realmente, os alunos aperceberam-se que a Matemática tem aplicações em contextos reais, que não os descritos nos manuais escolares. O facto de estes alunos agora conhecerem estas aplicações, fará com que nunca mais voltem a colocar a famosa questão “para que serve a Matemática?”. Muitos dos alunos confessaram que não imaginavam que poderiam trabalhar com a trigonometria na Astronomia.

No futuro, sem dúvida, aplicaria de novo estas atividades, no entanto, talvez as tornasse mais simples para uma melhor compreensão de todos os alunos. Considero, contudo, que, se os alunos estivessem mais habituados a este tipo de atividades, a sua atitude perante elas seria diferente. Isto prende-se com o facto de levar tempo para melhorar a capacidade de resolução de problemas (Abrantes, Leal e Ponte, 1998).

Numa próxima dinamização, minha ou de outrem, defendo que estas atividades sejam trabalhadas logo que se terminem as aulas previstas para a lecionação das razões trigonométricas e das relações entre estas. Por ter havido um atraso nas aulas durante o segundo período e que se arrastou para o terceiro, as aulas preparadas para estas atividades ficaram próximas dos exames nacionais. Isto levou alguns alunos, preocupados com os exames, a se desmotivarem.

Estas atividades podem ser adaptáveis desde que o professor esteja minimamente preparado para tal. Considero que, nos dias que correm, é importante a formação contínua dos professores em diversas áreas. É fundamental investir na formação e demonstrar iniciativa para este tipo de atividades, pois, só assim, poderemos dar o exemplo aos nossos alunos.

Obviamente que a falta de tempo e o excesso de trabalho são constantes na vida de um professor, mas precisamos fazer frente a esta terrível tendência de nos acomodarmos com o que temos. É preciso fazer mais pelos nossos alunos e nós, professores, não estamos sozinhos. Existem projetos, tais como o Projeto CEM, e formações contínuas de professores, tais como o Curso de Introdução à Astronomia, que nos fornecem as ferramentas suficientes para darmos o primeiro passo.

Para o caso de o professor não ter os instrumentos que necessita ou até achar que precisa de ajuda para realizar este tipo de atividades, existem as associações, tais como a AAAM, e os grupos vocacionados para as áreas científicas, tais como o GAUMa. Estas pessoas trabalham sempre em prol da divulgação das Ciências e nada melhor do que as divulgar no meio certo: a escola! Este é um trabalho que deve ser feito em conjunto com os professores.

Realizar diferentes atividades nas aulas de Matemática pode ser, sem sombra de dúvida, importante. Porém, não caiamos no erro de esquecer o rigor matemático e ignorar o “destino” que Pirie (1987, citada em Ernest, 1991, p.285, citado por Abrantes, Leal, Ponte, 1998, p. 195) mencionou quando defendia que objetivo era a viagem. Esta “viagem” pela qual se processa todo o desenvolvimento do raciocínio de um aluno é fundamental, mas o “destino” é o que o transportará para o próximo nível.

Num futuro próximo, gostaria de me propor a continuar o trabalho que tem vindo a ser desenvolvido pela AAAM e GAUMa nas escolas no que toca à divulgação da Astronomia. Pretendo vir a ajudar outros professores de Matemática a implementar as minhas atividades e outras mais no âmbito da Astronomia e, talvez, formá-los em cursos semelhantes ao que frequentei.

Sei que sozinha não consigo transformar o ensino em Portugal, mudar mentalidades quanto à Ciência e muito menos salvar o mundo. Mas se, a pouco e pouco, outros se juntarem a mim, para nos juntarmos a outros, unidos poderemos fazer a diferença nas nossas escolas, no nosso país e no nosso Planeta.

Porque de uma coisa podemos ter a certeza: todos nós somos feitos do mesmo pó que as estrelas (Sagan, 1980).

8. Referências Bibliográficas

Abetti, G. (1954). *The History of Astronomy*. London: Sidgwick and Jackson.

Abrantes, P.; Leal, L.; Ponte, J. (1998). *Investigar para Aprender Matemática*. Associação de Professores de Matemática.

Beaumont, E., Bon, P. (2000). *Imagem: O Universo*. Éditions Fleurus.

Bogdan, R., Biklen, S. (1994). *Investigação qualitativa em Educação: fundamentos, métodos e técnicas*. In: Investigação qualitativa em educação. Portugal: Porto Editora, p. 15-80.

Costa, A. (s. d.). Documento consultado em http://www.ccvalg.pt/Astronomia/ a 31 de dezembro de 2012.

Dias, I., Sousa, H. (2008). *A Astronomia de Pedro Nunes na Aula de Matemática*. Associação de Professores de Matemática.

Freedman, R., Kaufmann III, W. (2002). *Universe*. Sixth Edition, W. H. Freeman and Company.

Góis, F. (2012a). *A Astronomia e as Escolas (I).* Mais - Diário de Notícias, 20-21.

Góis, F. (2012b). *A Astronomia e as Escolas (II).* Mais - Diário de Notícias, 22-23.

Gonçalves, F., Magalhães, L., Pereira, S. (2007). *Matemática na Astronomia: trabalho de projecto.* Documento consultado em http://w3.math.uminho.pt/~fmena/tp30maio.pdf a 19 de janeiro de 2013.

Karttunen, H.; Kröger, P.; Oja, H.; Poutanen, M.; Donner, K.J. (2003). *Fundamental Astronomy*. Fourth Edition, Springer.

Lockyer, N. (1906). *Stonehenge and other british stone monuments astronomically considered.* MacMillan and Co. Limited, London.

Malonek, H., Silva, J., e Costa, T. (2002). *Alunos/investigadores no ensino superior no século XIX*. Documento consultado em http://spiem.pt/DOCS/ATAS_ENCONTROS/2002/2002_11_HMalonek.pdf a 9 de abril de 2013.

Mathematics of Planet Earth 2013. (2013). Website consultado em http://mpe2013.org a 24 de julho de 2013.

Ministério da Educação (2007). *Programa de Matemática do Ensino Básico*. Lisboa: Ministério da Educação, DGIDC.

Oliveira, M. (2008). *As visitas de estudo e o ensino e a aprendizagem das Ciências Físico-Químicas: um estudo sobre concepções e práticas de professores e alunos*. Tese de Mestrado em Educação. Instituto de Educação e Psicologia, Universidade do Minho.

Paula, E., Fernandes, F. (s.d.). *Educação Matemática pela contextualização da Astronomia.* Documento consultado em http://www.inicepg.univap.br/cd/INIC_2009/anais/arquivos/RE_0976_1429_01.pdf a 19 de janeiro de 2013.

Ponte, J. P. (2003). *Investigar, ensinar e aprender.* Actas do ProfMat 2003 (CD-ROM, pp. 25 – 39), Associação de Professores de Matemática.

Ponte, J. P. (s. d.). Documento documento consultado em http://repositorio.ul.pt/bitstream/10451/4071/1/03-Ponte%20%28Rev-SPCE%29.pdf a 27 de novembro de 2012.

Ponte, J. P., Ferreira, C., Varandas, J., Brunheira, L., Oliveira, H. (s. d.). *A relação professor-aluno na realização de investigações Matemáticas*. Lisboa, Associação de Professores de Matemática.

Sagan, C. (1980). *Cosmos*. Gradiva.

Sostisso, A., Farias, A., Oliveira, M. (s. d.). *A Matemática no ensino da Astronomia*. Documento consultado em http://www.pucrs.br/edipucrs/erematsul/minicursos/matematicanoensinodaAstronomia.pdf a 20 de janeiro de 2013.

Van Doren, C. (2008). *Breve História do Saber: Os principais acontecimentos, pessoas e conquistas da história mundial*, 3ª Edição, Caderno.

9. Anexos

9.1. Anexo I

Escola Básica e Secundária Dr. Ângelo Augusto da Silva

Ano letivo 2012/2013

Caro(a) encarregado(a) de educação

A professora de Matemática vem, por este meio, solicitar a V.ª Ex.ª autorização para a participação do seu educando num estudo e contributo para a sua dissertação de mestrado, através de entrevistas e filmagem e/ou gravação de aulas em que o mesmo venha a participar.

Os dados recolhidos terão caráter **confidencial**, servindo apenas de fundamentação da parte empírica da dissertação, pelo que, **não serão difundidos**.

Atentamente,

A professora de Matemática	O presidente do Conselho Executivo
______________________________	____________________________________
(Helena Teixeira)	(Dr. Miguel Mendes)

-- Cortar por aqui --

Eu, ____ encarregado(a) de educação do(a) aluno(a) ____, n.º ____, da turma ____ do ____, autorizo o meu educando a contribuir com a sua participação para a dissertação de mestrado da professora de Matemática, em entrevistas e filmagens e/ou gravações das aulas.

Funchal, ____ de ____________ de 20___

O(A) encarregado(a) de educação,

____

9.2. Anexo II

UNIVERSIDADE da MADEIRA

Grupo de Astronomia da Universidade da Madeira

XII Semana da Astronomia

O Grupo de Astronomia da Universidade da Madeira (GAUMa), em colaboração com a Associação de Astrónomos Amadores da Madeira (AAAM), realiza na semana de três a sete de dezembro de 2012 a **XII Semana da Astronomia**.

A semana começa com dois eventos abertos ao público em geral. Assim, na segunda-feira, dia 3 de dezembro, teremos pelas 20h00 na UMa (Campus da Penteada) uma palestra com o tema *"Universo explosivo, inflacionário, acelerado e desconhecido"* seguida, pelas 21h30 de uma sessão de observação no terraço da UMa. Será uma oportunidade para observar Júpiter, a nebulosa de Orion ou o enxame das Pleiades entre outros objetos.

A semana prossegue com eventos em diversas escolas da região (Dr. Ângelo Augusto da Silva, EB23 São Roque, EB23 Caniço, EB23 Curral das Freiras e EB23 Porto da Cruz). Para mais informações consultar o endereço http://www.uma.pt/astro.

Em particular para a Escola Dr. Ângelo Augusto da Silva temos agendada uma palestra subordinada ao tema "A Formação do Sistema Solar". Nesta apresentação, Fernando Góis, presidente da AAAM, irá falar sobre as teorias da formação e evolução do Sistema Solar, sobre o comportamento dos planetas e estabilização das suas órbitas, sobre os vestígios persistentes do caos primordial ainda hoje registados nos corpos planetários e sobre os limites do Sistema Solar. Serão apresentadas diversas imagens, obtidas pelas missões espaciais, as quais permitem fortalecer a tese da teoria evolutiva da formação estelar.

Universidade da Madeira, 29 de novembro de 2012

O Coordenador do Grupo de Astronomia da Universidade da Madeira

José Laurindo de Góis Nóbrega Sobrinho

9.3. Anexo III

Escola Básica e Secundária Dr. Ângelo Augusto da Silva

Matemática 9º ano

Proposta de Trabalho

Unidade temática: Álgebra Nome:_________________________________ Nº____Turma____

Docente: Helena Teixeira

Completar o quadrado

PARTE I

Al-Khwarizmi (780 – 850) foi considerado um grande sábio e Matemático persa e um dos pais da Álgebra.

Deixou-nos várias obras de grande importância na área da Aritmética, Álgebra, Astronomia e Geografia.

Para darem início a esta Proposta de Trabalho, proponho-vos que investiguem um pouco mais sobre este grande Matemático. Para isso, deverão elaborar uma biografia onde foquem os principais contributos de Al-Khawarizmi para a nossa disciplina.

Não se esqueçam de apresentar as fontes (bibliografia) de onde retiraram as informações!

No fim desta proposta, encontram-se algumas sugestões de bibliografia.

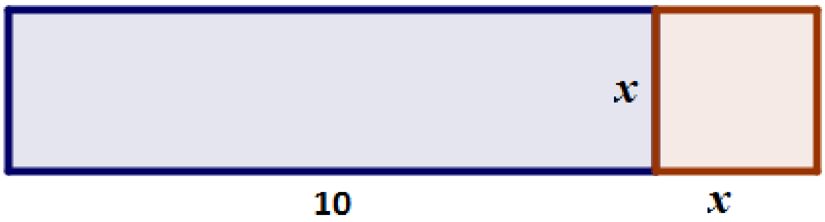
PARTE II

Agora, vejamos como este Matemático resolvia equações do 2.º grau, usando a técnica de **«completar o quadrado»**, a qual parece ter tido origem na Babilónia (cerca de 2000 a.C).

Considera o seguinte problema:

O comprimento de um retângulo é 10 unidades. A sua largura é desconhecida. Colocou-se um quadrado num dos lados do retângulo, conforme a imagem. As duas figuras têm uma área de 39 unidades de área. Qual é a largura do retângulo?

(Radford, 2000, p. 73 in Nabais, 2010, p. 79)



1. Escrevam uma equação que traduza a situação apresentada no problema.

2. Sigam os seguintes passos e procurem responder às questões apresentadas de modo a utilizarem a técnica de **«completar o quadrado»** para resolverem a equação que escreveram em **1.**

2.1. Começa-se por decompor o retângulo inicial em dois retângulos congruentes e colocamo-los em dois lados adjacentes do quadrado, conforme as Figuras 1 e 2.

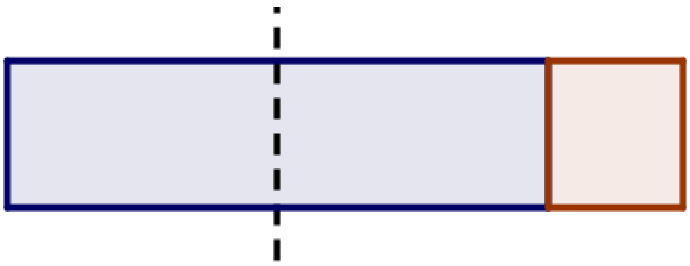


Figura 1

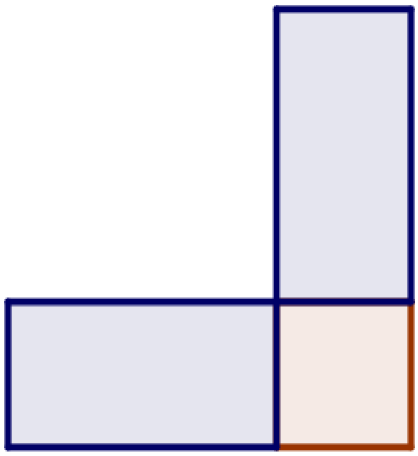


Figura 2

2.1.1. Qual a expressão que traduz a área de cada um dos retângulos obtidos?

2.1.2. O que representa, no contexto deste problema, a equivalência:

$$x^2 + 10x = 39 \Leftrightarrow x^2 + 2 \cdot (5x) = 39$$

2.2. Para completar um novo quadrado construiu-se o quadrado verde, conforme representado na Figura 3.

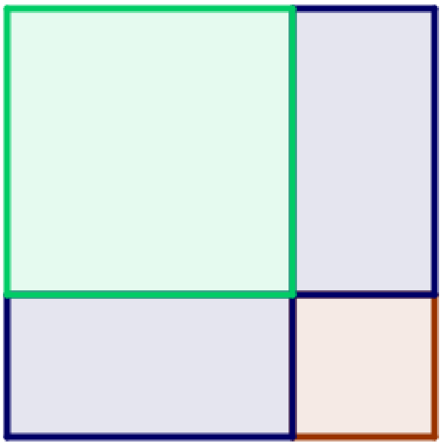


Figura 3

2.2.1. Qual é a medida do comprimento do lado do quadrado verde?

2.2.2. Qual é a área do quadrado verde?

2.2.3. O que representa, no contexto do problema, a equivalência:

$$\boldsymbol{x^2 + 10x = 39 \Leftrightarrow x^2 + 2\cdot(5x) + 25 = 39 + 25}$$

2.2.4 Qual é a medida do comprimento do lado do quadrado que foi completado?

2.2.5 Justifiquem por que é que a expressão $\boldsymbol{(x + 5)^2 = 64}$ traduz a área do quadrado que foi completado.

2.2.6 Justifiquem a última equivalência na resolução da equação:

$$\boldsymbol{x^2 + 10x = 39 \Leftrightarrow x^2 + 2\cdot(5x) + 25 = 39 + 25 \Leftrightarrow (x + 5)^2 = 64}$$

2.3. De acordo com a construção apresentada na Figura 3, que concluem acerca da largura do retângulo inicial? Justifiquem todos os procedimentos que adotaram para obter a medida da largura do retângulo.

2.4. Em **2.3.** encontraram uma solução para a equação $\boldsymbol{x^2 + 10x = 39}$. Será que esta é a única solução da equação? Justifiquem o vosso raciocínio.

CONSIDERAÇÕES A TEREM EM CONTA SOBRE A PROPOSTA DE TRABALHO:

-Esta Proposta de Trabalho é um trabalho feito em **grupos de 2**;

-Os grupos podem ser formados por alunos das **turmas 1**, **2** ou **4**, **não sendo necessário** que os membros do grupo pertençam à mesma turma;

-A Proposta de Trabalho cingir-se-á ao **Facebook *Turmas Matemática***, tendo os grupos de apresentar as suas respostas até dia **13 de janeiro**;

-Os grupos serão avaliados na **compreensão**, **estratégias**, **raciocínio**, **procedimentos** e **comunicação escrita** tendo a avaliação um peso de **10% na nota do 2º período**;

-**Qualquer dúvida** em relação à Proposta de Trabalho deverá ser remetida para o endereço eletrónico: profsmat7@gmail.com;

-Após terminar o prazo da Proposta de Trabalho, haverá uma aula para **discussão de resultados**, sendo avaliada também a **comunicação oral** dos alunos.

Bom trabalho!

Professora Helena Teixeira

9.4. Anexo IV

GRELHA DE AVALIAÇÃO

Proposta de Trabalho "Completa o quadrado" - Facebook

Total: 100% - 100 pontos 10% na nota final do 2º período	**Não Satisfaz** **(0 a 49 pontos)**	**Satisfaz** **(50 a 74 pontos)**	**Satisfaz Bem** **(75 a 85 pontos)**	**Satisfaz Plenamente** **(86 a 100 pontos)**
Compreensão e responsabilidade (25%)	Não fez a proposta ou não entregou dentro do prazo. Não apresentou as referências e/ou não apresentou um texto de sua autoria. Não compreendeu o que foi pedido. Não utilizou o Facebook de forma correta e responsável.	Fez a proposta e não entregou dentro do prazo. Não apresentou as referências mas elaborou um texto de sua autoria. Não compreendeu bem o que foi pedido. Utilizou o Facebook de forma correta e responsável.	Fez a proposta e entregou dentro do prazo. Apresentou corretamente as referências e elaborou um texto de sua autoria. Compreendeu quase tudo do que foi pedido. Utilizou o Facebook de forma correta e responsável.	Fez a proposta de trabalho e entregou dentro do prazo. Apresentou corretamente as referências e elaborou um texto da sua autoria. Compreendeu o que foi pedido. Utilizou o Facebook de forma correta e responsável.
Estratégias, raciocínio e procedimentos (50%)	Não apresentou quaisquer estratégias ou procedimentos para resolver a proposta de maneira a que fossem claramente compreendidos. O raciocínio é confuso e/ou incorreto. A resolução da proposta encontra-se errada ou com erros graves.	Apresentou poucas estratégias e procedimentos para resolver a proposta de maneira a que fossem claramente compreendidos. O raciocínio é confuso e/ou incorreto. A resolução encontra-se com erros graves.	Apresentou estratégias e procedimentos para resolver a proposta de maneira a que fossem claramente compreendidos. O raciocínio é mais ou menos claro e correto. A resolução da proposta encontra-se com alguns erros menos graves.	Apresentou estratégias e procedimentos para resolver a Proposta de maneira a que fossem claramente compreendidos. O raciocínio é claro e correto. A resolução da proposta encontra-se com erros mínimos, se os houver.
Comunicação escrita e oral (25%)	A comunicação escrita é confusa e apresenta uma explicação incompleta. A comunicação oral é confusa ou inexistente e/ou apresenta uma explicação incompleta. A linguagem matemática está incorreta. Não existe rigor científico.	A comunicação escrita não é clara e apresenta uma explicação incompleta. A comunicação oral não é clara e apresenta uma explicação incompleta. A linguagem matemática está com erros graves. Não existe rigor científico.	A comunicação escrita é clara e apresenta uma explicação completa. A comunicação oral é clara e apresenta uma explicação completa. A linguagem matemática está correta mas com alguns erros. Existe algum rigor científico.	A comunicação escrita é clara e apresenta uma explicação completa. A comunicação oral é clara e apresenta uma explicação completa. A linguagem matemática está correta ou com erros mínimos. Existe rigor científico.

9.5. Anexo V

Exmo. Sr. Presidente do Conselho Executivo
da Escola Básica e Secundária Dr. Ângelo
Augusto da Silva

A professora Ana Rita Mendonça e a professora estagiária Helena Teixeira, docentes da disciplina de Matemática, vêm por este meio solicitar a V.ª Ex.ª autorização para realizar uma **visita de estudo** no dia **10 de abril de 2013**, 4ª feira, com os alunos das turmas 1, 2 e 4 do 9º ano, ao **Madeira Magic**, entre as **14:00** e as **16:00**.

Esta visita de estudo visa proporcionar uma atividade escolar de convívio, fora da sala de aula, e enquadra-se no estudo da Trigonometria do Triângulo Retângulo e na sua relação com a tese de mestrado "Aplicações Matemáticas na Astronomia" da professora Estagiária Helena Teixeira.

A ser autorizado o nosso pedido, os Encarregados de Educação dos alunos das turmas referidas serão devidamente informados dos pormenores inerentes à organização e realização da visita de estudo, abaixo descritos.

Aguardando a vossa autorização, subscrevemo-nos, atentamente,

Escola Básica e Secundária Dr. Ângelo Augusto da Silva,

Funchal, 3 de abril de 2013

_________________________ _________________________

Programa:

- **14: 00 -** Chegada ao Madeira Magic;
- Exploração dos módulos no espaço Ciência Viva;
- Visita ao jardim do Madeira Magic (conhecer um pouco da Flora, lanche partilhado e convívio);
- Sessão de Planetário;
- **16:30 -** Fim da visita de estudo.

Professores acompanhantes: Ana Rita Mendonça, Helena Teixeira, Lúcia César e Noel Caires.

9.6. Anexo VI

ESCOLA BÁSICA E SECUNDÁRIA DR. ÂNGELO AUGUSTO DA SILVA

ANO LETIVO 2012/2013

Exmo./a Sr./a Encarregado/a de Educação do/a aluno/a ____, nº ___, da turma ___ do 9º ano: nós, Ana Rita Mendonça e Helena Teixeira, professora e professora estagiária de Matemática do/a seu/sua educando/a no presente ano letivo, vimos por este meio informar que se realizará uma visita de estudo no próximo dia 10 de abril, 4ª feira, entre as 14h e as 16h30, ao Planetário do Madeira Magic.

Esta visita de estudo visa proporcionar uma atividade escolar de convívio, fora da sala de aula, e enquadra-se no estudo da Trigonometria do Triângulo Retângulo e na sua relação com a tese de mestrado "Aplicações da Matemática na Astronomia" da professora estagiária Helena Teixeira.

Assim, solicitamos autorização para que a/o seu/sua educando/a possa acompanhar a turma, conforme abaixo descrito:

- **14: 00** - Chegada ao Madeira Magic;
- Exploração dos módulos no espaço Ciência Viva;
- Visita ao jardim do Madeira Magic (conhecer um pouco da Flora, lanche partilhado e convívio);
- Sessão de Planetário;
- **16:30** - Fim da visita de estudo.

<u>Professores acompanhantes</u>: Ana Rita Mendonça, Helena Teixeira, Lúcia César e Noel Caires.

As professoras

________________   ________________

- -

Autorizo a participação na visita de estudo.	Não autorizo a participação na visita de estudo.
O/A Enc. de Educação:	O/A Enc. de Educação:
______________________	______________________
Nome do/a Aluno/a:	Nome do/a Aluno/a:
_________________Nº____	_________________Nº____

9.7. Anexo VII

Escola Básica e Secundária Dr. Ângelo Augusto da Silva

INFORMAÇÃO

Informa-se os professores das turmas abaixo mencionadas que devem acompanhar os seus alunos à palestra “O Universo” da responsabilidade do Prof. Laurindo Sobrinho, a realizar-se no dia 24 de abril de 2013 (quarta-feira), às 9h45m na sala 5.3.

Funchal, 22 de abril de 2013

O Presidente do Conselho Executivo

____

Turmas	**Professor**	**Rubrica**
10º2	António Teixeira	
11º2	João Luís Aguiar	

9.8. Anexo VIII

Escola Básica e Secundária Dr. Ângelo Augusto da Silva

Matemática 9º ano

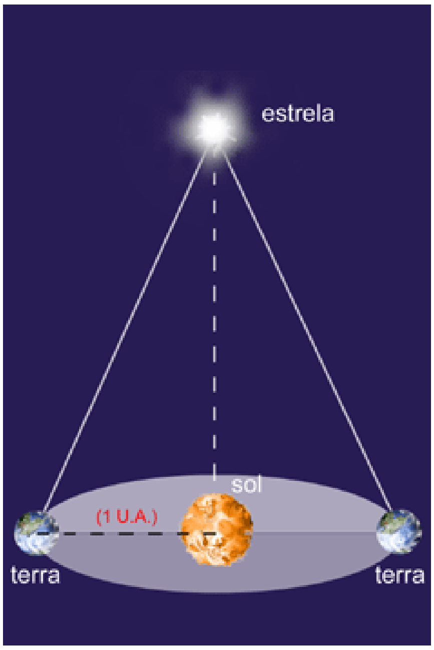
Atividade Investigativa nº2

Unidade temática: Trigonometria 20/05/2013

Docente: Helena Teixeira

Aplicações da Trigonometria na Astronomia

Paralaxe e a distância de uma estrela à Terra

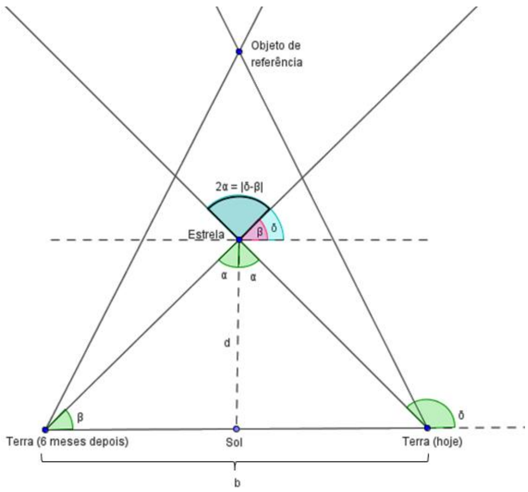


Existem técnicas diferentes para estimar a distância de uma estrela à Terra. Uma dessas técnicas consiste em fazer duas fotos de uma estrela com seis meses de intervalo, ou seja, a partir de dois pontos opostos da órbita da Terra.

> **Nota:** *A órbita da Terra em torno do Sol tem um diâmetro de 300 milhões de quilómetros, aproximadamente. A distância média da Terra ao Sol, ou seja, o raio da órbita da Terra, é cerca de 150 milhões de quilómetros. A esta distância chamamos Unidade Astronómica (U. A.).*

Ora, quando os astrónomos efetuam essas observações, conseguem verificar o quanto a estrela se desloca (aparentemente) em relação a outros objetos muito mais distantes como, por exemplo, estrelas ou galáxias.

Aplicando um pouco de trigonometria, a distância dessa estrela à Terra pode então ser calculada.



A esta técnica chamamos **método da paralaxe**.

> O ângulo de paralaxe de uma estrela é metade da amplitude do ângulo formado entre as linhas que ligam a estrela aos extremos da base de observação.

Parte I

1. Observa o esquema da determinação da distância de uma estrela à Terra. Escreve uma expressão

que relacione a distância da estrela à Terra, representada por **d**, a amplitude do ângulo de paralaxe (**α**), as amplitudes dos ângulos das observações (**β** e **δ**) e o diâmetro da órbita da Terra (**b**).

NOTA: Apesar de **d** ser a distância do Sol à estrela, consideramo-la, por conveniência, também a distância da Terra à estrela pois esta medida dá-nos uma excelente aproximação à distância real. Aliás, a distância entre a Terra e o Sol é ínfima quando comparada com outras distâncias no Universo.

2. A estrela *Proxima Centauri* é a segunda estrela mais próxima da Terra e a mais próxima do Sol. O seu ângulo de paralaxe é, aproximadamente, 0.000107º. Determina a que distância a estrela se encontra da Terra, apresentando a tua resposta em unidades astronómicas.

Parte II

Agora que já sabes calcular distâncias por paralaxe, vais colocar esse conhecimento em prática!

Fora da sala, deverás escolher um objeto alvo que esteja mais ou menos à altura da tua cabeça e a cerca de 3 a 4 metros de ti. De seguida, deverás escolher outro objeto bem mais distante e alinhado com o objeto alvo: este será o teu objeto de referência.

Depois, deverás marcar no chão os dois extremos de um segmento de reta com 1 metro de comprimento (**b**) e que seja perpendicular à direção definida pelos dois objetos que escolheste, no ponto médio desse segmento de reta. Esta será a tua base de medição.

Agora, num dos extremos da tua base, mede o ângulo entre o alvo e a referência utilizando o medidor de ângulos que construíste e regista no retângulo abaixo. Repete este passo no outro extremo.

O ângulo de paralaxe (**α**) é metade do valor absoluto da diferença desses dois ângulos e o teu objetivo é calcular a distância entre ti e o alvo (**d**).

Após as tuas medições e os teus cálculos, confirma o resultado medindo a distância com a fita métrica.

Sempre que quiseres, poderás aumentar a tua base de medição e escolher outro alvo que esteja ainda mais longe! Experimenta! ☺

9.9. Anexo IX

Escola Básica e Secundária Dr. Ângelo Augusto da Silva

Matemática 9º ano

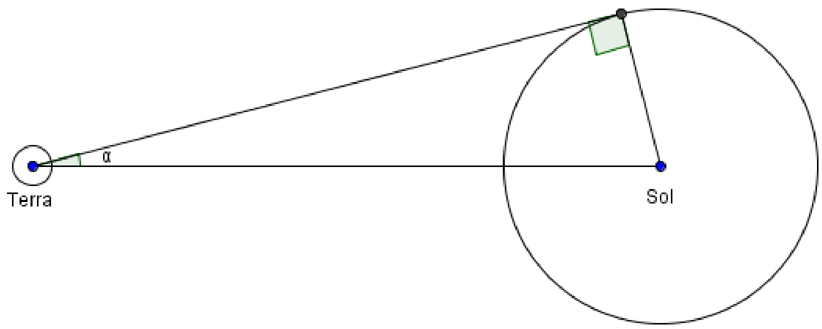
Ficha de Trabalho nº 3

Unidade temática: Trigonometria 22/05/2013

Docente: Helena Teixeira

Aplicações da Trigonometria na Astronomia

1. Determina o raio linear do Sol, sabendo que o seu raio angular (para um observador terrestre) é de aproximadamente 950'' (segundos de arco). Apresenta o teu resultado em quilómetros, arredondado às unidades.



Para este exercício, precisas de saber que:

1° = 60' (minutos)
1' = 60'' (segundos)
1° = 3600''
Distância Terra-Sol = 1.5×10^8 km

2. Um detetive do CSI-Interestelar andava a investigar uma falha ocorrida na

Central de Telecomunicações Marcianas (CTM), em Marte. O presidente da CTM apontava um dos técnicos como o principal suspeito pela falha das telecomunicações no planeta inteiro! O técnico afirmava que era inocente e que a falha ocorrida durante o seu turno tinha sido causada por um eclipse total entre a lua de Marte, Phobos, e o Sol, e não por erro marciano. Sabendo que a distância entre Marte e o Sol é de 228 milhões de quilómetros e que a distância entre Marte e Phobos é de 9000 quilómetros, calcula o diâmetro angular do Sol e de Phobos vistos de Marte. Assim que os determinares, compara-os e ajuda o detetive do

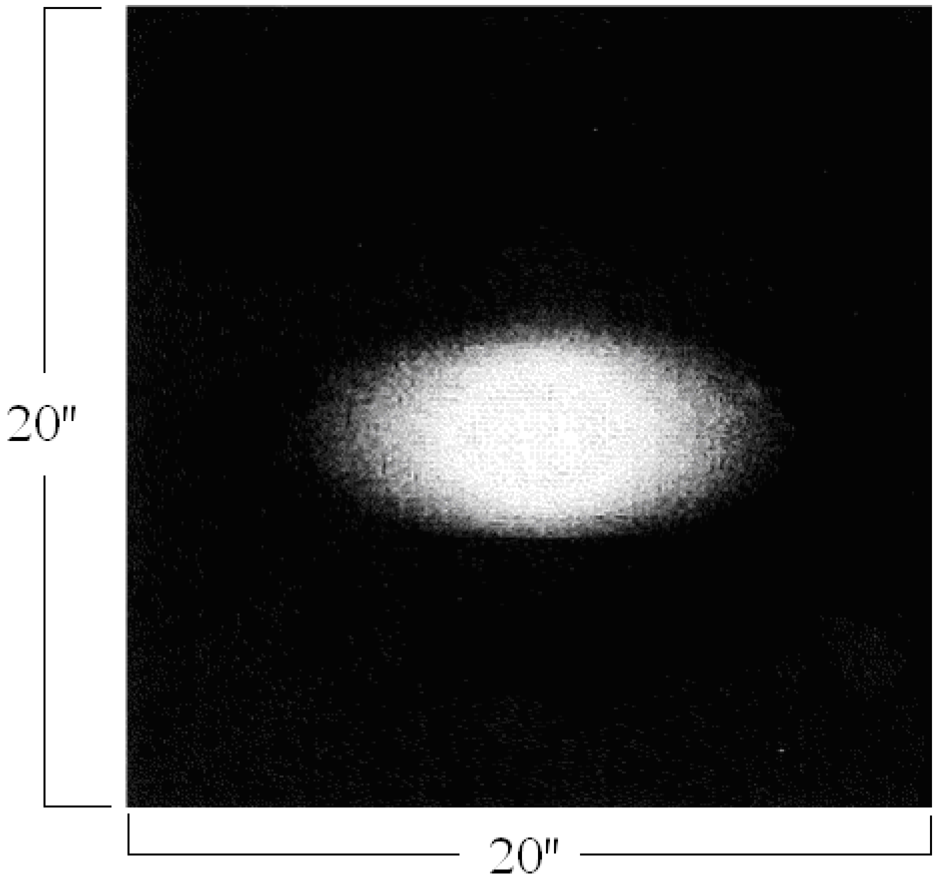
Para este exercício, precisas ainda de saber que o raio de Phobos é, aproximadamente, 11.1 km.

CSI-Interestelar a descobrir se houve ou não um eclipse total em Marte, desvendando assim se o técnico é culpado.

3. Observa a galáxia elíptica mostrada na figura seguinte.

3.1. Determina a dimensão angular máxima da galáxia.

3.2. Determina o diâmetro físico da galáxia, admitindo que esta se encontra a uma distância de 2.28×10^8 a. l. (anos-luz). Apresenta o teu resultado em metros.



Sabias que
1 AL = 9.5×10^{15} m?

9.10. Anexo X

Reflexão individual

Espero que tenhas gostado das atividades que te propus neste período e, mais que tudo, aprendido algo novo e interessante! Agora, gostaria que me deixasses a tua opinião sincera sobre o que achaste de aplicar a Matemática que aprendeste numa ciência como a Astronomia. Assim, elabora um breve texto justificando sempre as tuas opiniões, críticas e outras sugestões sobre:

- A visita de estudo ao Planetário (caso tenhas ido);
- A atividade investigativa "Aplicações da Matemática na Astronomia: Paralaxe e a distância de uma estrela à Terra";
- A proposta de trabalho "Aplicações da Trigonometria na Astronomia".

Escreve a tua reflexão com letra legível e linguagem cuidada.

Obrigada pela tua colaboração!

Professora Helena

☺

____

____

____

____

____

____

____

____

____

____

Nome:____Número: ____Turma: ____