



Comparação de modelos uniaxiais de ligas com memória de forma

Pedro Filipe Vasconcelos Nunes

Licenciado em Engenharia Civil
pela Universidade da Madeira

Dissertação apresentada à
Universidade da Madeira

para a obtenção do grau de Mestre em Engenharia Civil
realizada sob orientação do Prof. Doutor **Paulo Renato Camacho da Silva Lobo**
do Departamento de Engenharia Civil e Geologia da Universidade da Madeira

Versão final – Setembro de 2017

Big things have small beginnings

Agradecimentos

A todas as pessoas que contribuíram para a realização da presente dissertação, desejo expressar o meu mais sincero e profundo agradecimento. Em especial, agradeço:

Ao Professor Doutor Paulo Silva Lobo, meu orientador, agradeço por ter acreditado e confiado nas minhas capacidades. Agradeço também todos os conhecimentos transmitidos, a disponibilidade para esclarecimentos, as ideias sugeridas, o rigor científico exigido, o desejo de inovar e de melhorar, e também a amizade. Tentei honrar este compromisso da melhor forma que me foi possível.

À minha família e em especial aos meus pais, Filipe Nunes e Sirina Vasconcelos, à minha namorada, Bianca Lopes, e ao meu tio e melhor amigo Marco Nunes. No contexto deste trabalho, agradeço-vos por todo o apoio, motivação e acima de tudo, agradeço por terem acreditado, em todos os momentos, nas minhas capacidades. A forte componente mental, acima dos conhecimentos técnicos, foi para mim a chave para iniciar e concluir este trabalho. Sem vocês, nunca teria tido nem a força nem a persistência para me levantar em todas as vezes que caí. Sem vocês, eu nunca teria tido a força nem a persistência para ultrapassar todos os obstáculos quando a vontade de desistir era maior do que tudo. Relativamente aos meus pais, este trabalho simboliza um gesto de agradecimento por todos os sacrifícios que vocês fizeram e fazem por mim e reflete a educação que me transmitiram. Relativamente à minha namorada, digo com muita sinceridade que não seria possível concluir este trabalho sem a tua presença nos bons e maus momentos, Bianca. Quanto ao meu tio, os nossos dias no mar foram muito importantes para recuperar energias. Obrigado meu grande amigo, nunca falhaste, nem nos dias em que estavas mais cansado. Tenho um grande orgulho de vos ter presentes na minha vida. Amo-vos.

À minha amiga Mariana Jesus por me ter emprestado o seu computador pessoal para executar as análises no MATLAB. Agradeço ainda a ajuda a corrigir o documento escrito, a motivação e as palavras de incentivo.

Agradeço ainda à Dona Lúcia, à Fátima Vasconcelos, ao Nuno Mourato, à Ema Mendonça, ao Bóris Alves, ao Jorge Orta, ao Norberto Pinto, ao Dénio Miranda, e ao Cristóvão Neko. Apesar de não terem contribuído diretamente, a vossa amizade foi importante.

Resumo

As ligas de Níquel-Titânio (NiTi) são um tipo de ligas metálicas com memória de forma (SMA – Shape Memory Alloys) capazes de reproduzirem um comportamento termomecânico designado de superelasticidade. Quando a força axial aplicada deixa de atuar, o material consegue recuperar de deformações na ordem dos 8%, sendo capaz de reproduzir este comportamento para centenas de ciclos de carga-descarga, isto sem apresentar fadiga mecânica. Esta capacidade de recentramento deve-se às transformações entre as duas fases do material, a austenite e a martensite. A pouca sensibilidade desta capacidade ao diâmetro do SMA, aliada à boa capacidade de dissipar energia, excelente durabilidade, e à posse de excelentes propriedades termomecânicas, fazem das ligas de NiTi um material com ótimas características para controlar deslocamentos em estruturas submetidas à ação sísmica. Contudo, existem parâmetros suscetíveis de influenciar o comportamento superelástico do material e a sua capacidade de dissipar energia, nomeadamente: evolução das transformações de fase; tensões críticas onde se iniciam e finalizam as transformações de fase; módulos de elasticidade da austenite e da martensite; assimetrias nos comportamentos à tração e à compressão. Analisar a influência da variabilidade desses parâmetros na resposta dinâmica de uma estrutura, são questões a responder antes de aplicar SMA em estruturas.

Os modelos uniaxiais da família de modelos de Tanaka, populares em estudos da dinâmica de estruturas, simulam o comportamento axial não isotérmico de fios e de barras de SMA, pelo que são adequados para analisar numericamente as questões antes referidas (influência estrutural da qualidade da calibração do modelo numérico de SMA adotado). Além de dependerem da temperatura do SMA, diferenciam os módulos de elasticidade da austenite e da martensite, permitem simular respostas à tração e à compressão assimétricas, e simulam, através de uma lei cinética, a evolução das transformações de fase. Esta lei, para a qual existem várias opções, é a peça mais importante dos modelos de Tanaka e, a partir da sua alteração, é possível simular diferentes comportamentos durante as transformações de fase.

Nos estudos existentes, os autores adotaram uma lei cinética sem critério. Assim, o objetivo deste estudo foi avaliar se a lei cinética adotada influencia os deslocamentos experimentados por uma estrutura durante um sismo. Como caso de estudo, foi considerada uma ponte de betão armado com dois pórticos, acoplados com barras de SMA superelástico. A resposta da ponte foi simulada, para 18 registos sísmicos, com um oscilador superelástico não linear com dois-graus-de-liberdade, implementado, com base no método- β de Newmark, no *software* MATLAB. O estudo revelou que: 1) o deslocamento relativo é mais sensível à lei cinética adotada do que os deslocamentos absolutos e residuais; 2) o deslocamento relativo é o mais afetado pela sensibilidade dos SMA a variações de temperatura; 3) o aumento do comportamento não linear das colunas de betão armado não tem uma relação direta com o aumento das diferenças relativas obtidas, em termos de deslocamentos, com diferentes leis cinéticas.

Palavras-chave: SMA; superelasticidade; recentramento; sismos; deslocamentos; juntas de dilatação.

Abstract

Nickel-Titanium (NiTi) metallic alloys are a type of shape memory alloys (SMA) capable of reproducing a thermomechanical behaviour called superelasticity. When the applied axial force ceases to act, the material can recover from deformations in the order of 8%, being able to reproduce this behaviour for hundreds of strain cycles without presenting mechanical fatigue. This recentering capacity occurs due to the transformations between austenite and martensite, the two phases of the material. The low sensitivity of the recentering capacity to the SMA diameter, allied to a good energy dissipation capacity, excellent durability, and to the possession of excellent thermomechanical properties, makes the NiTi alloys a material with optimal characteristics to control displacements in structures submitted to earthquakes. However, certain parameters may influence the material superelastic behaviour and its ability to dissipate energy, namely: evolution of the phase transformations; initial and final critical stresses of the transformation phases; elastic modulus of austenite and martensite; asymmetries in tensile and compressive behaviour. Analyze the influence of the variability of these parameters on the dynamic response of a structure, are questions to be answered before applying SMA in structures.

The uniaxial models of the Tanaka family of models, which are popular in structural dynamic studies, simulate the non-isothermal behaviour of SMA wires and bars, reason why they are suitable to numerically analyze the above-mentioned questions (structural influence of the calibration quality of the adopted numerical model of SMA). In addition to being dependent on the SMA temperature, these models differentiate the elastic modulus of austenite and martensite, allow to simulate asymmetric tensile and compressive material behaviours, and simulate, through a kinetic law, the evolution of the phase transformations. This law, for which exists several options, is the most important component of the Tanaka models and, from its alteration, it is possible to simulate different material behaviours during the phase transformations.

In the existing studies, authors adopted a kinetic law without criterion. Thus, the objective of this study was to evaluate the influence of the kinetic law on the displacements that a structure experiences during an earthquake. As a case study, it was considered a reinforced concrete bridge with two frames, coupled with superelastic SMA bars. The bridge response was simulated for 18 seismic records, using a non-linear superelastic oscillator with two-degrees-of-freedom, which was implemented in a MATLAB program based on Newmark's β -method. The study revealed that: 1) the relative displacement is more sensitive to the adopted kinetic law than absolute and residual displacements; 2) the relative displacement is most affected by the sensitivity of the SMA to temperature variations; 3) the increase of the non-linear behavior of the reinforced concrete columns does not have a direct relation with the increase of the relative differences obtained, in terms of displacements, with different kinetic laws.

Keywords: SMA; superelasticity; recentering; earthquakes; expansion joints; displacements.

ÍNDICE

Índice de figuras	iii
Índice de tabelas.....	ix
Lista de símbolos	xi
1. INTRODUÇÃO.....	1
1.1. Enquadramento da dissertação.....	1
1.2. Objetivo da dissertação	3
1.3. Estrutura da dissertação	4
2. LIGAS COM MEMÓRIA DE FORMA	5
2.1. Introdução	5
2.2. Comportamento termomecânico dos SMA para forças axiais	8
2.2.1. Fases de um SMA e suas transformações.....	9
2.2.2. Superelasticidade.....	11
2.2.3. Caracterização experimental das ligas de NiTi superelástico	13
2.2.4. Controlo de deslocamentos em estruturas com dispositivos de recentramento	20
2.3. Modelação numérica do efeito superelástico em fios e barras para ações axiais	25
2.3.1. Modelos uniaxiais de SMA da família de modelos de Tanaka	26
2.3.2. Implementação numérica dos modelos uniaxiais de SMA de Tanaka	36
2.3.3. Simulações numéricas	41
3. COMPORTAMENTO DE COLUNAS DE BETÃO ARMADO PARA DESLOCAMENTOS LATERAIS	45
3.1. Modelos de plasticidade concentrada.....	45
3.1.1. Parametrização do modelo adotado para colunas de betão armado de pontes	48
4. ANÁLISE DINÂMICA DE ESTRUTURAS COM COMPORTAMENTO NÃO LINEAR.....	53
4.1. Método de Newmark adaptado a sistemas estruturais não lineares.....	54
4.2. Efeitos da ação sísmica na resposta das estruturas	59
5. ESTUDO NUMÉRICO.....	63
5.1. Estrutura considerada.....	63
5.2. Modelo numérico	69
5.3. Definição e objetivo do estudo	70
5.4. Análises numéricas	72

5.4.1.	Sensibilidade da resposta da estrutura à alteração da lei cinética	75
5.4.2.	Efeito do sobredimensionamento dos SMA na resposta da estrutura	93
5.4.3.	Efeito da variação da temperatura ambiente na resposta da estrutura.....	94
6.	CONSIDERAÇÕES FINAIS	97
6.1.	Conclusões.....	97
6.2.	Sugestões para desenvolvimentos futuros.....	100
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	101
A.	MÉTODO DE NEWTON-RAPHSON (MODELOS UNIAXIAIS DE SMA DA FAMÍLIA DE MODELOS DE TANAKA): MÓDULO DE ELASTICIDADE TANGENTE.....	109

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1.1 – Pontes colapsadas no sismo de Northridge por deslocamentos excessivos nas juntas: (a) e (b) Ponte 1 (estrutura original); (c) Ponte 2 (estrutura com cabos de aço – colapso por rotura dos cabos). (d) Ponte colapsada no sismo de Kobe por acumulação de grandes deslocamentos residuais nas colunas de betão armado	1
Figura 1.2 - Sismo de Úmbria (fotos antes e após a ocorrência) (Umbria, 2016; METRO, 2016; SAPO, 2016)	2
Figura 2.1 - Exemplos de espécimes de SMA nos formatos de barras e tubos (Lagoudas, 2008) ..	5
Figura 2.2 - Comportamento cíclico: (a) SMA martensítico; (b) SMA superelástico; (c) SMA idealizado (adaptado de Dolce et al., 2000; Janke et al., 2005)	6
Figura 2.3 - SMA superelástico submetido a forças de corte (a) e de torção (adaptado de Alam et al., 2007).....	7
Figura 2.4 - Estruturas cristalinas coabitantes nas ligas NiTi (adaptado de Malleta & Furguele, 2012)	9
Figura 2.5 – a) Ensaio DSC (Paiva & Savi, 2005); b) Perfil térmico de um SMA (Alam et al., 2007)	10
Figura 2.6 - Efeito de memória em função da temperatura (adaptado de Brinson, 1993 e DesRoches et al., 2004).....	11
Figura 2.7 - Resposta isotérmica de um SMA superelástico submetido a forças axiais cíclicas...	12
Figura 2.8 - Aumento das tensões críticas com a temperatura (adaptado de Dolce & Cardone, 2001b)	13
Figura 2.9 - Ensaio axial para trinta ciclos de carga-descarga: variação do valor de T em função do valor de f	14
Figura 2.10 - (a) Efeitos da relaxação na resposta histerética (Dolce et al., 2000); comportamento de um fio de NiTi superelástico antes (b) e após (c) um período de 8 meses submetido a $T_0 = 100\text{ °C}$ (Torra et al., 2013b)	15
Figura 2.11 - Ensaio de Dolce & Cardone (2001b) para $T_0 = 20\text{ °C}$: a) variação de ζ_{eq} com a frequência da ação; variação de ζ_{eq} com o número de ciclos para $\varepsilon_{máx} = 5\%$ (b) e para $\varepsilon_{máx} = 7\%$	16

Figura 2.12 - Ensaios de Dolce & Cardone (2001b): (a) variação de ζ_{eq} com $T0$; (b) variação de ζ_{eq} com $\varepsilon_{máx}$	17
Figura 2.13 - SMA superelástico: a) não treinado; b) treinado (superelasticidade estável) (Pereira, 2011).....	17
Figura 2.14 - Resultados experimentais da relação entre o diâmetro do SMA e a sua deformação residual para os estudos de: (a) DesRoches et al. (2004); (b) McCormick et al. (2006)	18
Figura 2.15 - Ensaio cíclico para deformações controladas (a) e ensaio sísmico (b) (McCormick et al., 2007).....	19
Figura 2.16 – Liga de NiTi superelástico submetida a ações de tração e compressão (Lim & McDowell, 1999).....	20
Figura 2.17 – Ponte com dois pórticos submetida a um sismo (adaptado de Andrawes & DesRoches, 2007).....	21
Figura 2.18 – Ligação entre pórticos (adaptado de DesRoches & Fenves, 2001; Andrawes & DesRoches, 2007).....	21
Figura 2.19 – (a) o1gdl; (b) o2gdl (adaptado de Fugazza, 2003; Andrawes & DesRoches, 2007b)	22
Figura 2.20 – o1gdl: (a) fio simples; (b) fios pré-deformados a trabalharem em oposição de base; (c) dois fios com pré-deformação aplicada, acoplados com um fio recentrador (Cismaşiu & Santos, 2008).....	24
Figura 2.21 - Modelo uniaxial para fios e barras de SMA em condições não isotérmicas: (a) SMA; (b) esquema	27
Figura 2.22 – Modelo micromecânico: (a) simples; (b) Voigt; (c) Reuss (adaptado de Cismaşiu & Santos, 2010)	29
Figura 2.23 – Variação dos valores de E com os valores de ξ durante $A \rightarrow M$ ($EA = 70GPa$, $EM = 30GPa$, $\nu = 0.3$)	30
Figura 2.24 – (a) DF para caracterização do efeito superelástico; comportamento macroscópico considerando uma evolução linear de ξ (b) e uma evolução não linear de ξ (c) (adaptado de Cismaşiu & Santos, 2010)	31
Figura 2.25 – DF de Brinson: (a) só tração (Lagoudas, 2008); (b) tração e compressão (Auricchio & Sacco; 1999)	32

Figura 2.26 - Comparações numérico-experimentais: (a) lei exponencial de Tanaka (adaptado de Cismaşiu & Santos, 2008); (b) lei exponencial de Lubliner & Auricchio (1996) e lei linear (adaptado de Auricchio et al. 2008).....	32
Figura 2.27 – (a) DF não isotérmico; (b) Modelo para a lei do equilíbrio térmico (adaptado de Vitiello et al., 2005)	35
Figura 2.28 – Método de Newton-Raphson: (a) exemplo de uma iteração; (b) caso de divergência numérica para uma função oscilatória (adaptado de Chapra, 2012)	38
Figura 2.29 - Exemplo de um conjunto de iterações pelo método da bissecção (adaptado de Chapra, 2012)	39
Figura 2.30 – Características macroscópicas que podem ser variadas com um modelo da família de Tanaka	42
Figura 2.31 – Comparações isotérmicas (20 °C) entre as curvas histeréticas obtidas com cada lei cinética	42
Figura 2.32 – Lei cinética de Lubliner & Auricchio (1996): variação dos parâmetros βM e βA .	43
Figura 2.33 - Resposta não isotérmica do SMA: curva histerética (a) e perfil térmico (b).....	43
Figura 2.34 – Análise para ações cíclicas de tração e de compressão considerando uma resposta simétrica	43
Figura 3.1 - Modelo bilinear sem (a) e com endurecimento (b) (adaptado de Muthukumar & DesRoches, 2005)	46
Figura 3.2 - Ensaio numa coluna de betão armado submetida a forças laterais. Comparação dos resultados experimentais com o modelo bilinear (a) e com o modelo de Clough & Johnston (b) (adaptado de Otani, 2002).....	46
Figura 3.3 – Modelo de Clough & Johnston (a) e comparação experimental (b) (adaptado de Otani, 2002)	47
Figura 3.4 – Degradação da rigidez na fase de descarga (adaptado de Muthukumar & DesRoches, 2005)	47
Figura 3.5 – Rigidez efetiva em colunas de betão armado circulares de pontes (Priestley et al., 2007)	49
Figura 3.6 – Resposta longitudinal de uma ponte (a) e histerese de uma coluna (b) (Priestley et al., 2007)	50

Figura 3.7 – Curvas (b) para o cálculo da posição da linha neutra na secção (a) (Priestley et al., 2007).....	50
Figura 3.8 – Pressão de confinamento lateral f_l (adaptado de Priestley et al. 2007)	51
Figura 4.1 – σ_{2gdl} considerado no caso de estudo do Capítulo 5.....	53
Figura 4.2 – σ_{2gdl} submetido a uma ação dinâmica: compatibilidade entre os movimentos dos dois σ_{1gdl}	56
Figura 4.3 – Algoritmo em linguagem informal da ferramenta numérica desenvolvida com o método- β de Newmark	58
Figura 4.4 – (a) Influência do tipo de terreno no valor de v_s , 30 (NP EN 1998-1, 2010); (b) RRUP (Caltrans, 2012)	59
Figura 4.5 – σ_{1gdl} considerado nas análises.....	60
Figura 4.6 – Registos sísmicos considerados nas análises (PEER, 2017)	60
Figura 4.7 - Resultados da análise para o registo CHY080N	61
Figura 4.8 - Resultados da análise para o registo Nishi-Akashi	61
Figura 4.9 - Resultados da análise para o registo Saratoga Aloha Avenue.....	61
Figura 4.10 - Resultados da análise para o registo Oakland Outer Harbor Wharf.....	61
Figura 5.1 - Perfil longitudinal e secção da superestrutura da ponte estudada (adaptado de Mehr & Zaghi, 2016)	63
Figura 5.2 – Secção transversal das colunas da ponte	66
Figura 5.3 – Resposta longitudinal da ponte em análise (adaptado de DesRoches & Fenves, 2000)	67
Figura 5.4 – Caso de estudo e comportamento mecânico dos elementos estruturais considerados no modelo	69
Figura 5.5 – Registos sísmicos considerados no estudo (PEER, 2017)	70
Figura 5.6 – Análise sísmica efetuada para o registo Colfiorito (FA = 3.0; T1/T2 = 0.6): (a) resposta dos pórticos ao longo do tempo; (b) resposta das colunas de betão armado de cada pórtico; (c) resposta dos SMA superelásticos	71
Figura 5.7 – Análise dinâmica da ponte sem SMA para: (a) FA = 1.0; (b) FA = 2.0; (c) FA = 3.0	73

Figura 5.8 – Valores de A_g , SMA determinados para cada valor de FA no caso do registo Corralitos	75
Figura 5.9 – $u1, abs$ e $u2, abs$, e comparações entre leis cinéticas para o registo de Corralitos ..	76
Figura 5.10 – $u1, abs$ e $u2, abs$, e comparações entre leis cinéticas para os registos Gilroy Array #3 e Nishi-Akashi.....	77
Figura 5.11 – $u1, abs$ e $u2, abs$, e comparações entre leis cinéticas para os registos Pacoima Dam e Canonga Park	78
Figura 5.12 – $u1, abs$ e $u2, abs$, e comparações entre leis cinéticas para o registo Colfiorito	79
Figura 5.13 – DRAJD e comparações entre leis cinéticas para o registo Corralitos	80
Figura 5.14 – Curvas histeréticas obtidas para o registo Corralitos (FA = 2.0): (a) $T1/T2 = 0.5$; (b) $T1/T2 = 0.8$	81
Figura 5.15 – DRAJD e comparações entre leis cinéticas para os registos Gilroy Array #3 e Nishi-Akashi	82
Figura 5.16 – DRAJD e comparações entre leis cinéticas para os registos Pacoima Dam e Canonga Park	83
Figura 5.17 – DRAJD e comparações entre leis cinéticas para o registo Colfiorito	84
Figura 5.18 - Curvas histeréticas obtidas para o registo Gilroy Array #3 (FA = 3.0 e $T1/T2 = 0.5$)	86
Figura 5.19 - Curvas histeréticas obtidas para o registo Canonga Park (FA = 2.0 e $T1/T2 = 0.7$)	86
Figura 5.20 - Curvas histeréticas obtidas para o registo Colfiorito (FA = 2.0 e $T1/T2 = 0.7$)....	86
Figura 5.21 - Deslocamentos residuais e comparações entre leis cinéticas (registo Corralitos) ...	87
Figura 5.22 - Deslocamentos residuais e comparações entre leis cinéticas (registos Gilroy Array #3 e Nishi-Akashi)	88
Figura 5.23 - Deslocamentos residuais e comparações entre leis cinéticas (registos Pacoima Dam e Canonga Park).....	89
Figura 5.24 - Deslocamentos residuais e comparações entre leis cinéticas (registo Colfiorito)....	90
Figura 5.25 – Análise para o registo Corralitos (FA=2.0 e $T1/T2 = 0.8$). Resultados obtidos para: (a) estrutura sem SMA; (b) estrutura com SMA com deformação de rotura de 8%; (c) estrutura com SMA sem deformação de rotura.....	91

Figura 5.26 – Resposta dos SMA: (a) com deformação de rotura fixada nos 8%; (b) sem deformação de rotura.....	92
Figura 5.27 - Resposta das colunas de betão armado de cada pórtico para: (a) estrutura sem SMA; (b) estrutura com SMA com deformação de rotura de 8%; (c) estrutura com SMA sem deformação de rotura	92
Figura 5.28 – Influencia do valor de A_g, SMA nos valores de: (a) $u1, abs$; (b) $u2, abs$; (c) DRAJD; (d) $u res$	93
Figura 5.29 – Análise sísmica para o registo Corralitos: influência da sensibilidade térmica dos SMA nos valores de $u1, abs$, de $u1, abs$, $u2, abs$, DRAJD e $ures$	94
Figura 5.30 – Influência dos valores de $T0$ no comportamento do material (Corralitos, $FA = 3.0$, $T1/T2 = 0.6$)	95
Figura 5.31 - Análise sísmica para o registo Canonga Park: influência da sensibilidade térmica dos SMA nos valores de $u1, abs$, de $u1, abs$, $u2, abs$, DRAJD e $ures$	96

ÍNDICE DE TABELAS

Tabela 2.1 - Temperaturas de transição (TT) para algumas ligas de NiTi (adaptado de Alam et al., 2007)	10
Tabela 2.2 – Intervalos de propriedades mecânicas, elétricas, e térmicas, das ligas de NiTi (reunido de DesRoches et al., 2004; Auricchio et al., 2006b; Alam et al., 2007; Lecce & Concilio, 2015)	19
Tabela 2.3 – Fatores que influenciam o comportamento cíclico das ligas de NiTi superelástico durante um sismo	20
Tabela 2.4 - Vantagens e desvantagens dos modelos uniaxiais de SMA da família de modelos de Tanaka	26
Tabela 2.5 – Propriedades termofísicas de ligas de NiTi adotadas por vários autores	41
Tabela 4.1 - Características dos registos sísmicos considerados nas análises (PEER, 2017).....	60
Tabela 5.1 – Características do betão C35/45	63
Tabela 5.2 – Características do aço A500 NR.....	63
Tabela 5.3 - Propriedades do SMA considerado (Cismaşiu & Santos, 2008).....	64
Tabela 5.4 – Características do comportamento das colunas para os valores de T1 e T2 especificados	68
Tabela 5.5 – Características dos registos sísmicos considerados no estudo.....	71
Tabela 5.6 – Valores de Δlvo e de $LSMA$ determinados para cada valor de FA	74
Tabela 5.7 – Tendências associadas à alteração da lei cinética (não foi feita a distinção entre leis cinéticas)	79
Tabela 5.8 - Eficiência de cada lei cinética no controlo dos valores de DRAJD	84
Tabela 5.9 – Diferenças relativas máximas no DRAJD reportadas para cada registo sísmico	85

LISTA DE SÍMBOLOS

Siglas

A	- Austenite
APS	- Aceleração de pico no solo (unidades g)
AL	- Armadura longitudinal
AT	- Armadura transversal
AuCd	- Liga de SMA de Ouro-Cádmio
CALTRANS	- <i>California Department of Transportation</i>
CCC	- Coeficiente de Clausius-Clapeyron
CuAlNi	- Liga de SMA de Cobre-Alumínio-Níquel
CuZn	- Liga de SMA de Cobre-Zinco
CuZnAl	- Liga de SMA de Cobre-Zinco-Alumínio
DDBD	- <i>Direct Displacement Based Design</i>
DF	- Diagrama de fases
DRAJD	- Deslocamento relativo absoluto na junta de dilatação
DSC	- <i>Differential scanning calorimetry</i>
FnMnSi	- Liga de SMA de Ferro-Manganês-Silício
FnMnSiCr	- Liga de SMA de Ferro-Manganês-Silício-Crômio
M, M_d, M_g	- Martensite, Martensite desgeminada, Martensite geminada
MANSIDE	- <i>Memory Alloys for a New Seismic Isolation Device</i>
MnCu	- Liga de SMA de Manganês-Cobre
NiTi	- Liga de SMA de Níquel-Titânio
NOL	- <i>Naval Ordnance Laboratory</i>
PBAMV	- Ponte de betão armado com múltiplos vãos
SMA	- <i>Shape Memory Alloys</i>
TRIP	- <i>Transformation Induced Plasticity</i>
TT	- Temperaturas de transição
$o1gd1, o2gd1$	- Oscilador com um grau de liberdade, oscilador com dois graus de liberdade

Letras minúsculas

a_A, a_M	- Constantes materiais (lei cinética de Tanaka)
b_A, b_M	- Constantes materiais (lei cinética de Tanaka)
b	- Potência térmica gerada por unidade de volume pela fonte de calor
c	- Coeficiente de amortecimento viscoso
c	- Posição da linha neutra
c_p	- Calor específico
c_L	- Calor latente
f	- Frequência de carga-descarga
d	- Altura útil de uma secção transversal (sem recobrimento)
d_{bl}	- Diâmetro das armaduras longitudinais
f_S	- Força de restituição
f_{yk}	- Valor característico da tensão de cedência do aço de armaduras à tração
f_{uk}	- Valor característico da tensão de rotura do aço de armaduras à tração
f_{ye}	- Tensão de cedência para o aço de armaduras longitudinais para o método DDBD
f_{yh}	- Tensão de cedência de um estribo para o método DDBD
f_{uh}	- Tensão de rotura de um estribo para o método DDBD
f_{ck}	- Valor característico da tensão de rotura do betão à compressão aos 28 dias
f_{ce}	- Tensão de rotura do betão para o método DDBD
f'_{cc}	- Tensão de compressão no betão confinado
f_l	- Tensão de confinamento lateral
g	- Aceleração da gravidade ($\approx 9,81 \text{ m/s}^2$)
h	- Coeficiente de convecção térmica (controla a iteração entre o SMA e o meio)
i	- Iteração atual
k	- Coeficiente de condução térmica (controla a iteração entre o SMA e o meio)
k	- Rigidez
k_{el}	- Rigidez elástica inicial de uma coluna de betão armado
$k_{el,C}$	- Rigidez lateral inicial de um grupo de “n” colunas de betão armado

k_{pl}	- Rigidez de pós-cedência de uma coluna de betão armado
$k_{pl,C}$	- Rigidez de pós-cedência de um grupo de “n” colunas de betão armado
k_p	- Rigidez de coluna de betão armado no ponto em que é recarregada
k_{deg}	- Rigidez degradada de uma coluna de betão armado após a descarga
k_{SMA}	- Rigidez axial de um SMA
\hat{k}	- Rigidez virtual (Método de Newmark)
k_T	- Rigidez tangente real
\hat{k}_T	- Rigidez tangente virtual (Método de Newmark)
k_1	- Constante para o cálculo do comprimento da rótula plástica L_p
m	- Massa de uma estrutura
n	- Passo de deformação ou de tempo
\hat{p}	- Força virtual (Método de Newmark)
p	- Força externa ao sistema estrutural (no caso da ação sísmica $p = \ddot{u}_g$)
p	- Parâmetro dependente da geometria de inclusão (Modelo de Mori-Tanaka)
r	- Rácio entre k_{pl} e k_{el} que descreve o endurecimento após a cedência
s	- Espaçamento entre estribos
t	- Tempo
t_c	- Tempo total de um ciclo histerético de carga/descarga
u	- Deslocamento
u_y	- Deslocamento de cedência
u_m	- Deslocamento máximo reportado numa direção no topo de uma coluna
u_{abs}	- Deslocamento absoluto no topo de uma coluna (máximo entre u_m^+ e u_m^-)
u_p	- Deslocamento plástico
u_u	- Deslocamento de rotura
u_{res}	- Deslocamento residual
\dot{u}	- Velocidade
\ddot{u}	- Aceleração
\ddot{u}_g	- Aceleração no solo
ν	- Coeficiente de Poisson

Lista de Símbolos

ν	- Esforço axial reduzido
ω_n	- Frequência natural de vibração de uma estrutura
w	- Peso

Letras maiúsculas

A_g	- Área bruta de uma secção transversal (g refere-se a “gross section”)
$A_{g,SMA}$	- Área bruta de secção transversal de SMA requerida para limitar o DRAJD
A_{surf}	- Área da superfície lateral de um SMA
A_h	- Área da secção transversal de um estribo
A_s	- Temperatura de transição à qual é iniciada a transformação inversa ($M \rightarrow A$)
$A_s^{M_g}$	- Temperatura de transição à qual é iniciada a transformação inversa ($M \rightarrow A$), cuja medição foi feita a partir da M_g (neste estudo, corresponde a A_s)
$A_s^{M_d}$	- Temperatura de transição à qual é iniciada a transformação inversa ($M \rightarrow A$), cuja medição foi feita a partir da M_d
A_f	- Temperatura de transição à qual é finalizada a transformação inversa ($M \rightarrow A$)
$A_f^{M_g}$	- Temperatura de transição à qual é finalizada a transformação inversa ($M \rightarrow A$), cuja medição foi feita a partir da M_g (neste estudo, corresponde a A_f)
$A_f^{M_d}$	- Temperatura de transição à qual é finalizada a transformação inversa ($M \rightarrow A$), cuja medição foi feita a partir da M_d
A^{AM}, A^{MA}	- Parâmetros de homogeneização (modelo de Mori-Tanaka)
Bi	- Número adimensional de Biot (rácio entre $RT, cond$ e $RT, conv$)
C_M	- Coeficiente de Clausius-Clapeyron relativo à transformação direta
C_A	- Coeficiente de Clausius-Clapeyron relativo à transformação inversa
C_e	- Coeficiente de confinamento lateral
C_l	- Constante de fixação que tem em conta as ligações coluna-superestrutura e coluna-fundação
D	- Diâmetro de uma secção transversal
D'	- Diâmetro de betão confinado
E	- Módulo de elasticidade
E_A	- Módulo de elasticidade da austenite no seu estado puro ($\xi = 0$)
E_M	- Módulo de elasticidade da martensite no seu estado puro ($\xi = 1$)
E_s	- Módulo de elasticidade do aço de armaduras

E_c	- Módulo de elasticidade do betão
$(E_c I)_{el}$	- Rigidez de flexão elástica em estado não fendilhado de uma coluna de betão armado
$(E_c I)_{eff}$	- Rigidez de flexão efetiva em estado fendilhado de uma coluna de betão armado
F_y	- Força de cedência
F_u	- Força de rotura
FR	- Fator de rigidez (simula a ligação coluna-fundação e coluna-superestrutura)
FA	- Fator de amplificação (amplificação de um registo sísmico)
H	- Altura de uma coluna até ao centroide da superestrutura
I	- Inércia de uma secção transversal
L	- Comprimento
L_{SP}	- Comprimento de penetração da deformação
L_{SMA}	- Comprimento de um SMA
L_p	- Comprimento de uma rótula plástica
M_s	- Temperatura de transição à qual é iniciada a transformação direta ($A \rightarrow M$)
M_f	- Temperatura de transição à qual é finalizada a transformação direta ($A \rightarrow M$)
M_σ	- Temperatura limite até onde se desenvolve o efeito superelástico
N	- Esforço axial
Q	- Trocas de calor entre o SMA e o meio ambiente
$RT, cond$	- Resistência térmica de condução
$RT, conv$	- Resistência térmica de convecção
T	- Temperatura atual de um SMA
T_0	- Temperatura inicial de um SMA (equivalente à temperatura do meio ambiente)
T	- Período natural de vibração de uma estrutura
V	- Volume
W	- Energia dissipada num ciclo de histerese

Letras gregas

α	- Parâmetro que caracteriza a degradação da rigidez de uma coluna de betão armado na fase de descarga
β_A	- Parâmetro referente à lei cinética de Lubliner & Auricchio (1996) que controla o declive do troço referente à transformação inversa
β_M	- Parâmetro referente à lei cinética de Lubliner & Auricchio (1996) que controla o declive do troço referente à transformação direta
β	- Parâmetro de estabilidade do método de Newmark
ξ_0	- Termo de memória que aloca a fração de martensite anterior ao estado atual da transformação de fase que está em curso.
γ	- Parâmetro de estabilidade do método de Newmark
ξ	- Fração de martensite
ξ_A	- Fração de austenite
ξ_S	- Fração de martensite desgeminada
ξ_M	- Fração de martensite geminada
ξ^{AM}	- Relação cinética referente à transformação direta
ξ^{MA}	- Relação cinética referente à transformação inversa
ζ	- Fator de amortecimento
ζ_{eq}	- Amortecimento viscoso equivalente
ρ	- Densidade de um material
ρ_l	- Rácio de armadura longitudinal
ρ_v	- Rácio de armadura transversal
σ	- Tensão axial
σ_s	- Tensão à qual se inicializa o processo de desgeminção
σ_f	- Tensão à qual se finaliza o processo de desgeminção
σ_A	- Tensão aplicada na fase austenítica (associada à deformação elástica ε_A)
σ_M	- Tensão aplicada na fase martensítica (associada à deformação elástica ε_M)
σ_S^{AM}	- Tensão crítica à qual é iniciada a transformação direta (A→M)
σ_f^{AM}	- Tensão crítica à qual é finalizada a transformação direta (A→M)

σ_S^{MA}	- Tensão crítica à qual é iniciada a transformação inversa (M→A)
σ_f^{MA}	- Tensão crítica à qual é finalizada a transformação inversa (M→A)
ε	- Deformação axial
ε_t	- Deformação de transformação
$\varepsilon_{máx}$	- Deformação axial máxima
ε^{el}	- Deformação elástica
ε^{tr}	- Deformação plástica ou de transformação
ε_A	- Deformação elástica máxima da austenite
ε_M	- Deformação elástica máxima da martensite
ε_L	- Deformação residual máxima instalada num SMA
ε_S^{AM}	- Deformação crítica à qual se inicia A→M
ε_f^{AM}	- Deformação crítica à qual se finaliza A→M
ε_S^{MA}	- Deformação crítica à qual se inicia M→A
ε_f^{MA}	- Deformação crítica à qual se finaliza M→A
ε_y	- Extensão de cedência do aço para a tensão de dimensionamento f_{ye}
$\varepsilon_{su,AL}$	- Extensão de rotura do aço das armaduras longitudinais à tração (obtida nos regulamentos)
$\varepsilon_{su,AT}$	- Extensão limite do aço das armaduras transversais à tração (obtida nos regulamentos). Geralmente, como num elemento estrutural as armaduras são iguais $\varepsilon_{su,AL} = \varepsilon_{su,AT}$
$\varepsilon_{us,AL}$	- Extensão de rotura do aço das armaduras longitudinais à tração para o método DDBD
$\varepsilon_{us,AT}$	- Extensão de rotura do aço das armaduras transversais à tração para o método DDBD
ε_{uc}	- Extensão limite do betão à compressão (extensão de cálculo para o método DDBD)
ψ	- Energia livre de Helmotz
Ω	- Tensor de transformação de fase
θ	- Módulo de termoelasticidade ou coeficiente de expansão térmica
ΔH	- Variação de entalpia entre a martensite e a austenite

Δt	- Tempo decorrido na transição de um passo de deformação/deslocamento para o próximo
Δ	- Deslocamento
$\Delta \varepsilon$	- Incremento de deformação
Δu	- Incremento de deslocamento
$\Delta_{u,SMA}$	- Deslocamento relativo experimentado pelo SMA
$\Delta \dot{u}$	- Incremento de velocidade
$\Delta \ddot{u}$	- Incremento de aceleração
Δp	- Incremento de força real
$\Delta \hat{p}$	- Incremento de força virtual (Método de Newmark)
ΔR	- Incremento de força virtual (equivalente a $\Delta \hat{p}$)
Δf_S	- Incremento na força de restituição
Δr	- Erro associado a uma estimativa numérica pelo método de Newton-Raphson
ϕ	- Curvatura de uma coluna de betão armado
ϕ_y	- Curvatura de cedência de uma coluna de betão armado
ϕ_u	- Curvatura limite de uma coluna de betão armado
ϕ_{us}	- Curvatura limite do aço das armaduras longitudinais
ϕ_{uc}	- Curvatura limite do betão
μ	- Rácio de ductilidade
ω_{nat}	- Frequência natural de uma estrutura

1. INTRODUÇÃO

1.1. ENQUADRAMENTO DA DISSERTAÇÃO

Os sismos são fenómenos naturais de curta duração, recorrentes, inevitáveis, e imprevisíveis, que têm origem em zonas instáveis no interior do globo e que se manifestam através de vibrações bruscas à sua superfície. Essas vibrações fazem oscilar as estruturas de engenharia civil, podendo provocar danos permanentes nas mesmas ou, no limite, o seu colapso. Esses danos estruturais têm duas consequências:

1. pessoas afetadas pelos escombros;
2. prejuízos económicos na ordem dos milhões de euros, cuja grande fatia se encontra associada aos danos reportados em estruturas de engenharia civil (Wikipédia, 2017; NISEE, 2017):
 - destruição de habitações (pessoas desalojadas), de edifícios de comércio (paragem da economia local), de pontes (interrupção de vias de comunicação), de património histórico, e de redes de água, de eletricidade, e de telecomunicações.

A história é rica em termos de sismos que vincaram as consequências antes referidas (Wikipédia, 2017; NISEE, 2017). Um exemplo foi o sismo de São Fernando, ocorrido em 1971, no sul da Califórnia. Durante este sismo, mais de sessenta pontes de betão armado com juntas de dilatação colapsaram. A ocorrência de deslocamentos relativos excessivos nas juntas, levando à perda de apoio dos tabuleiros, foi a principal causa dos colapsos registados (ver Figura 1.1 (a) e (b)) (Andrawes & DesRoches, 2005).

Após o sismo de São Fernando, foi implementada, nos Estados Unidos e no Japão, uma solução em várias pontes existentes, que consistiu em ligar os pórticos adjacentes ao nível das juntas de dilatação com cabos ou barras de aço. Contudo, sismos posteriores, como o de Loma Prieta, ocorrido em 1989, de Northridge, ocorrido em 1994, e de Kobe, ocorrido em 1995, revelaram que o aço, por não apresentar capacidade de recentramento para grandes deformações, não é um material eficiente para ações cíclicas (só é eficiente em regime elástico). Apesar da solução com elementos de aço ter limitado a extensão dos danos em várias pontes, foram reportados vários casos em que os elementos de aço plastificaram ou entraram em rotura (ver Figura 1.1 (c)) (DesRoches & Delemont, 2002; Andrawes & DesRoches, 2005).

A acumulação de grandes deslocamentos residuais nas colunas de betão armado, foi outra das causas dos colapsos verificados nas pontes (ver Figura 1.1 (d)) (Wikipédia, 2017; NISEE, 2017).



Figura 1.1 – Pontes colapsadas no sismo de Northridge por deslocamentos excessivos nas juntas: (a) e (b) Ponte 1 (estrutura original); (c) Ponte 2 (estrutura com cabos de aço – colapso por rotura dos cabos). (d) Ponte colapsada no sismo de Kobe por acumulação de grandes deslocamentos residuais nas colunas de betão armado

No séc. XXI, os sismos e a sua intensidade têm aumentado cada vez mais frequentemente, levando à destruição não só de pontes, como de edifícios, e de património histórico (Wikipédia2, 2017).

Um dos casos mais falados, devido à destruição de património, ocorreu em 2016, em Itália, na região de Úmbria (ver Figura 1.2). Em 2017, o mais recente caso destrutivo ocorreu em setembro, no México, com magnitude de 8.1 na escala de Richter. Antes, em agosto, ocorreu, em Portugal continental, um sismo com magnitude de 4.3 na escala de Richter (desde 1961, já ocorreram 16 com magnitude superior). Apesar de não ter provocado danos, este sismo alertou para duas questões, uma referente à vulnerabilidade sísmica das estruturas existentes, e outra referente à pouca preocupação dos engenheiros em projetarem as novas estruturas para resistirem a tais fenómenos (Publico, 2017; Wikipédia2, 2017).



Figura 1.2 - Sismo de Úmbria (fotos antes e após a ocorrência) (Umbria, 2016; METRO, 2016; SAPO, 2016)

No contexto das estruturas de engenharia civil, os sismos são a ação mais condicionante, o que se deve ao facto das características destes fenómenos não se conhecerem à partida. Regra geral, os prejuízos económicos são proporcionais aos deslocamentos que as estruturas experimentam durante um sismo. Assim, o desafio da engenharia sísmica é preparar as estruturas para um fenómeno com características desconhecidas, limitando os deslocamentos que estas experimentam durante o seu tempo de ocorrência.

A otimização do comportamento dinâmico das estruturas quando submetidas à ação sísmica, tem evoluído com a incorporação de dispositivos de proteção sísmica ativa, semi-ativa, e passiva, nas mesmas (Song et al., 2006). O desenvolvimento destes dispositivos levou à busca por materiais mais eficientes do que o aço para ações dinâmicas. Nesse sentido, foram sugeridas, no início dos anos de 1990, as ligas metálicas com memória de forma (SMA - *Shape Memory Alloys*).

A presente dissertação enquadra-se na aplicação de SMA na engenharia sísmica. Apesar de existirem mais de 30 SMA, as ligas de Níquel-Titânio (NiTi) são as mais indicadas para a aplicação

desejada. Estes SMA são capazes de reproduzir um comportamento termomecânico designado de superelasticidade. Quando a força axial aplicada deixa de atuar, o material consegue recuperar de deformações elevadas, na ordem dos 8%, sendo capaz de reproduzir esta capacidade de recentramento para centenas de ciclos de carga-descarga, sem apresentar fadiga mecânica. Esta capacidade deve-se às transformações entre as duas fases do material, a austenite e a martensite. A pouca sensibilidade desta capacidade ao diâmetro do SMA, aliada à boa capacidade de dissipar energia, excelente durabilidade, e à posse de excelentes propriedades termomecânicas, fazem das ligas de NiTi um material com ótimas características para controlar deslocamentos em estruturas submetidas à ação sísmica.

1.2. OBJETIVO DA DISSERTAÇÃO

Os modelos uniaxiais da família de modelos de Tanaka, populares em estudos da dinâmica de estruturas, são adequados para simular, do ponto de vista numérico, o comportamento axial não isotérmico de fios e de barras de SMA. Além de dependerem da temperatura do SMA, estes modelos diferenciam os módulos de elasticidade da austenite e da martensite, permitem simular respostas à tração e à compressão assimétricas, e simulam, através de uma lei cinética, a evolução das transformações de fase. Esta lei, para a qual existem várias opções, é a peça mais importante dos modelos de Tanaka e, a partir da sua alteração, é possível simular diferentes comportamentos durante as transformações de fase.

Objetivo: nos estudos existentes, os autores adotaram uma lei cinética sem qualquer critério. Assim, o objetivo deste estudo numérico, foi avaliar se as características de leis cinéticas distintas podem afetar significativamente os deslocamentos que uma estrutura experimenta durante um sismo.

Método: como caso de estudo, foi considerada uma ponte de betão armado com dois pórticos, acoplados com barras de SMA superelástico. Este tipo de estrutura foi considerado por dois motivos: o período natural de vibração de cada pórtico pode ser variado, permitindo simular a resposta dinâmica da ponte para vários rácios de períodos naturais de vibração (desfasamento no movimento dos pórticos); quando submetida a um sismo, a ponte pode experimentar deslocamentos de pico, relativos e residuais.

A resposta dinâmica da ponte foi simulada utilizando um oscilador superelástico não linear com dois-graus-de-liberdade, o qual foi implementado, com base no método- β de Newmark, no *software* MATLAB. O comportamento axial das barras de SMA superelástico, foi simulado com vários modelos uniaxiais de SMA, alterando a lei cinética. A resposta não linear das colunas de betão armado para deslocamentos longitudinais, foi simulada com um modelo de plasticidade concentrada.

A ferramenta numérica de análise dinâmica não linear desenvolvida compreende quatro módulos:

1. modelos numéricos uniaxiais da família de modelos de Tanaka para fios e barras de SMA;
2. modelos numéricos para colunas de betão armado submetidas a deslocamentos longitudinais;
3. base de dados: inclui acelerogramas registados durante sismos reais (ações de *input*);
4. método- β de Newmark para integração numérica das equações do movimento de cada oscilador.

1.3. ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO

Esta dissertação encontra-se organizada em seis capítulos, os quais se sumarizam em seguida.

O Capítulo 1 visa apresentar o enquadramento, o objetivo, e a estrutura desta dissertação.

Nos Capítulos 2, 3, e 4, é apresentada a revisão bibliográfica que se encontra na base da ferramenta numérica desenvolvida. Em particular, no Capítulo 2 é abordada a caracterização do comportamento termomecânico de SMA superelásticos na forma de fios e de barras para ações axiais cíclicas. O referido capítulo subdivide-se em quatro secções:

1. abordagem geral: inclui a apresentação das três classes de SMA, a discussão do potencial dos SMA superelásticos para aplicações na engenharia sísmica e, por fim, a apresentação das vantagens e desvantagens das ligas de NiTi superelástico, os SMA mais indicados para aplicações sísmicas. Apresenta-se também uma visão geral do processo de fabrico destas ligas;
2. revisão de estudos experimentais focados na análise do comportamento termomecânico de fios e de barras de NiTi superelástico para forças axiais cíclicas;
3. revisão de estudos numéricos desenvolvidos em pontes de betão armado com múltiplos vãos conectados com SMA superelásticos nas juntas de dilatação (sistemas de proteção passivos);
4. apresentação dos modelos numéricos uniaxiais da família de modelos de Tanaka, adotados para simular o comportamento axial não isotérmico de fios e de barras de SMA superelástico.

No Capítulo 3, são apresentados três modelos numéricos de plasticidade concentrada, dois bilineares idealizados e o modelo de Mahin & Bertero (1972) adotado neste estudo, para simulação da resposta histerética da rótula plástica que se pode formar na base das colunas de betão armado, quando estas são submetidas a deslocamentos laterais ou longitudinais. Apresentam-se também as equações que permitem estimar, no caso de pontes submetidas a deslocamentos longitudinais, os deslocamentos de cedência e de rotura das colunas de betão armado (parametrização do modelo numérico adotado).

No Capítulo 4, é apresentado o oscilador superelástico com dois-graus-de-liberdade, implementado no MATLAB para simular a resposta dinâmica de uma ponte de betão armado com dois pórticos.

No Capítulo 5, apresenta-se a ponte considerada como caso de estudo. Com base no oscilador superelástico apresentado no Capítulo 4, simulou-se a resposta dinâmica dessa ponte para vários registos sísmicos e para vários rácios de períodos naturais de vibração. Por fim, apresentam-se os resultados que motivaram a realização deste estudo, os resultados relativos à sensibilidade dos deslocamentos de pico, relativos e residuais, à alteração da lei cinética. Adicionalmente, apresentam-se resultados referentes à sensibilidade desses três tipos de deslocamentos face à variação da temperatura do meio ambiente.

Como forma de avaliação e reflexão sobre toda a investigação realizada, apresentam-se, no Capítulo 6, as principais conclusões da presente dissertação.

No Anexo A, apresentam-se as equações necessárias para implementar numericamente os modelos uniaxiais de SMA da família de modelos de Tanaka por via do método de Newton-Raphson.

2. LIGAS COM MEMÓRIA DE FORMA

2.1. INTRODUÇÃO

Os SMA são ligas metálicas encontradas em diversos formatos comuns como fios, barras, tubos ou molas (ver Figura 2.1). Do ponto de vista experimental, estes materiais evidenciam quatro comportamentos termomecânicos distintos, usualmente designados de efeitos de memória, que lhes permitem recuperar, em função das condições de temperatura, a sua forma original, isto após terem sido deformadas: efeito de memória simples (Tanaka et al., 1986; Brinson, 1993); efeito de memória duplo (Falvo et al., 2008; Malleta & Furguele, 2012); superelasticidade ou pseudoelasticidade (Tanaka et al., 1986; Brinson, 1993); efeito TRIP (*Transformation Induced Plasticity*) (Ziolkowski, 2015).

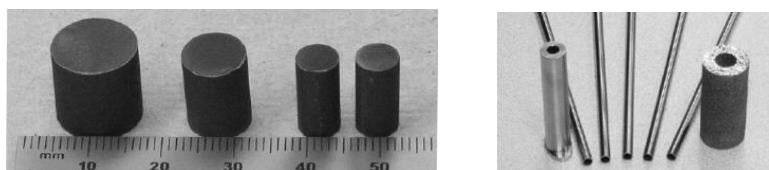


Figura 2.1 - Exemplos de espécimes de SMA nos formatos de barras e tubos (Lagoudas, 2008)

O estudo dos SMA e dos seus efeitos de memória, encontra-se interligado com a história dos estudos da transformação termoelástica da martensite, o fenómeno físico responsável por esses efeitos. Os conceitos de SMA e de efeito de memória surgiram em 1932, ano em que Arne Olander relatou, para uma liga de AuCd que se encontrava à temperatura ambiente, a observação de um comportamento elástico idêntico ao reproduzido por uma borracha deformada (Christian, 1982). Até ao ano de 2005, reportaram-se cerca de 30 SMA a exibirem efeitos de memória, embora a maioria só tenha interesse académico (Janke et al., 2005). Os SMA existentes agrupam-se em três classes (Ziolkowski, 2015):

- ligas à base de Cobre (Cu): os efeitos de memória nas ligas CuZn foram reportados em 1952. A liga de CuZnAl, que opera até aos 100 °C, e a liga de CuAlNi, que opera até aos 200 °C, são as principais desta classe. Ambas possuem uma superelasticidade instável e ambas são pouco dúcteis, o que dificulta que sejam trabalhadas a frio (Otsuka & Ren, 1999; Alam et al., 2007);
- ligas à base de Ferro (Fe): os efeitos de memória nas ligas de FeMnSi foram reportados em 1982. Janke et al. (2005) sugeriu, para aplicações na engenharia civil, a liga de baixo custo FeMnSiCr. Contudo, nenhuma liga à base de Ferro exhibe efeitos de memória de modo natural;
- ligas à base de Níquel (Ni) e Titânio (Ti): os efeitos de memória nas ligas de NiTi, as principais ligas desta classe, foram reportados por Buehler & Wiley (1961). Estas ligas, também designadas de NITINOL, nome que lhes foi atribuído em homenagem ao local da sua descoberta (NOL – *Naval Ordnance Laboratory*) possuem propriedades mecânicas, térmicas e elétricas superiores às reportadas noutros SMA, além de apresentarem uma superelasticidade estável. Estes factos fazem destas ligas os SMA mais desejados para a maioria das aplicações.

A primeira aplicação comercial das ligas de NiTi, remonta a 1971, ano no qual foram incorporadas nas juntas hidráulicas de um avião F-14. Apesar da introdução lenta no mercado, com o passar dos anos foram-se registando várias patentes a nível mundial envolvendo SMA. Em 1999, o número de patentes excedeu os 10000. Em 2014, o número excedeu os 20000 (Ziolkowski, 2015). Apesar de não ser possível catalogar todas as aplicações existentes, Lagoudas (2008) e Lecce & Concilio (2015) referem que a medicina (biomedicina e aplicações cardiovasculares), a aeronáutica e, mais recentemente, a engenharia sísmica, são as áreas onde os estudos envolvendo SMA mais evoluíram desde finais do séc. XX.

Graesser & Cozzarelli (1989) foram dos primeiros a abordarem a aplicação de SMA na engenharia sísmica, sugerindo o seu uso em sistemas de isolamento de base e de dissipação de energia. Apesar de terem sido desenvolvidos alguns pequenos estudos no início dos anos de 1990 (Janke et al., 2005), o verdadeiro interesse nos SMA para proteção sísmica de estruturas só se intensificou em 1996, com o início do projeto MANSIDE (*Memory Alloys for a New Seismic Isolation Device*). Este projeto, levado a cabo pelos Professores Mauro Dolce, Donatello Cardone, e sua equipa, decorreu até 1999, e teve como ideia desenvolver dispositivos de proteção sísmica baseados em SMA. O grupo de investigação focou a análise do comportamento termomecânico de SMA na forma de fios e também à escala da engenharia civil, na forma de barras, quando submetidos a ações cíclicas axiais (Dolce & Cardone, 2001b) e de torção (Dolce & Cardone, 2001a). O estudo envolveu ligas de NiTi, SMA à base de Cobre (CuAlNi, CuZnAl e MnCu), e SMA à base Ferro (FeMnSi) (Dolce et al. 2000). A par do diâmetro, a frequência de aplicação das ações, o número de ciclos de carga-descarga, e a temperatura ambiente, foram outras das variáveis analisadas. Foram testados SMA martensíticos, os quais operam com base no efeito de memória simples, e SMA superelásticos. Uma das primeiras conclusões do projeto, foi que as ligas de NiTi são as mais indicadas, devido à sua capacidade de reproduzirem, de forma estável, o efeito de memória simples e a superelasticidade para ações cíclicas, para aplicações sísmicas. Tal capacidade deve-se ao facto de possuírem propriedades termomecânicas superiores às possuídas por outros SMA.

Na Figura 2.2 (a) e (b), apresentam-se, respetivamente, exemplos dos comportamentos de um SMA martensítico e de um SMA superelástico, quando submetidos a forças axiais cíclicas. Na Figura 2.2 (c), é ilustrado o comportamento de um SMA ideal. Os comportamentos ilustrados são expressos em função da tensão axial, σ , e da deformação axial, ε . W refere-se à dissipação de energia.

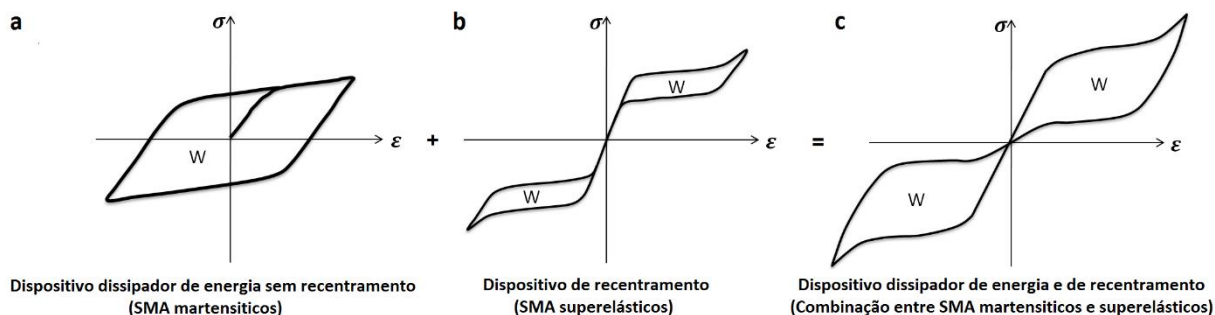


Figura 2.2 - Comportamento cíclico: (a) SMA martensítico; (b) SMA superelástico; (c) SMA idealizado (adaptado de Dolce et al., 2000; Janke et al., 2005)

As ligas de NiTi martensítico apresentam uma elevada capacidade de amortecimento, mas não apresentam capacidade de recentramento (Dolce et al., 2000). Conforme apresentado na Figura 2.2 (a), se um SMA martensítico submetido a uma força axial entrar em processo de transformação de fase, e, posteriormente, se essa força deixar de atuar, este irá apresentar uma deformação residual, que só é recuperável aquecendo o material. Posteriormente, o material tem que ser arrefecido para voltar à fase martensítica (Brinson, 1993). Ignorando a capacidade de recuperação de forma por aquecimento, a resposta axial destes SMA é comparável à resposta axial plástica do aço. À luz do conhecimento atual, não é viável, pelas necessidades de arrefecimento e aquecimento rápidas, a aplicação de SMA martensíticos em dispositivos de recentramento (Song et al., 2006). Este tipo de SMA apresenta características mais adequadas para aplicações em dispositivos de dissipação de energia.

As ligas de NiTi superelástico apresentam capacidade de recentramento para deformações elevadas, na ordem dos 8%, e uma baixa capacidade de dissipar energia (ver Figura 2.2 (b)). Os espécimes virgens devem ser submetidos a um treino cíclico, o qual consiste numa série de ciclos de carga-descarga completos, aplicados até à estabilização da superelasticidade do material. Os espécimes treinados são os mais adequados para aplicação em dispositivos de recentramento. Embora pouca, estes dispositivos também dissipam energia (Dolce et al., 2000). A capacidade de recentramento destes SMA também se reproduz para ações de corte (ver Figura 2.3 (a)) (Vivet et al., 2001) e de torção (ver Figura 2.3 (b)) (Dolce & Cardone, 2001a), embora estes comportamentos não estejam no foco deste estudo.

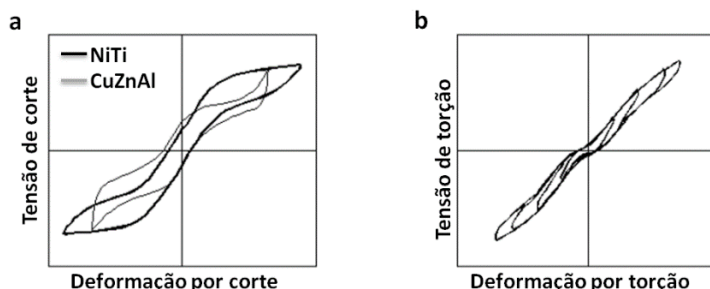


Figura 2.3 - SMA superelástico submetido a forças de corte (a) e de torção (adaptado de Alam et al., 2007)

O dispositivo passivo ideal combina capacidades elevadas de recentramento e de dissipação de energia (ver Figura 2.2 (c)), características que as ligas de NiTi não apresentam em simultâneo. Para ultrapassar esta incompatibilidade, Dolce et al. (2000) sugeriram um dispositivo que combina ligas de NiTi martensítico com ligas de NiTi superelástico. Este assunto será retomado mais adiante.

O custo de produção das ligas de NiTi, é o fator que tem condicionado o desenvolvimento de aplicações na engenharia civil. Atualmente, os preços podem ascender aos 125€/kg (Alam et al., 2007; Ziolkowski, 2015). Estes SMA são fabricados num ambiente a vácuo ou numa atmosfera inerte, dado que o Ti é reativo ao oxigénio. Posteriormente, podem ser trabalhadas a frio ou a quente, para que seja obtido o formato desejado. Os custos crescem porque o material apresenta uma dureza elevada, a qual leva a que a usinagem dos espécimes em determinadas formas só seja possível recorrendo a técnicas metalúrgicas avançadas. A fase final do processo é o tratamento termomecânico, o qual visa aprimorar

os efeitos de memória. As ligas enformadas a frio respondem melhor ao tratamento e possuem efeitos de memória superiores, mas são mais caras do que as ligas enformadas a quente (Alam et al., 2007).

Apesar de terem sido propostas soluções alternativas no passado, como por exemplo a liga de FeMnSiCr (1/8 a 1/12 mais barata), ainda não foi reportado nenhum SMA com propriedades termomecânicas superiores às apresentadas pelas ligas de NiTi. Apesar do custo deste material, Bruno & Valente (2002) mostraram que os sistemas de proteção sísmica baseados no mesmo têm um custo, a médio/longo prazo, equivalente ao dos sistemas baseados no aço. Os autores consideraram custos estruturais e não estruturais diretos e indiretos, tanto durante a fase de construção, como os danos provocados após um sismo. Concluíram que estes sistemas são preferíveis aos sistemas convencionais, no sentido em que não requerem custos adicionais relacionados com a manutenção e com a substituição de elementos. Os sistemas revelaram-se eficientes na proteção das pessoas e na minimização dos danos.

Para aplicações na engenharia sísmica, as ligas de NiTi apresentam as seguintes vantagens:

- capacidade de recuperar de deformações axiais elevadas, na ordem dos 8%, e resistência à fadiga, na ordem das centenas de ciclos, para deformações dessa ordem (Dolce et al., 2000);
- superelasticidade estável, otimizável ajustando a composição química e/ou aplicando um tratamento termomecânico. As ligas equiatômicas, enformadas a frio, e submetidas a um tratamento termomecânico são as mais adequadas (Dolce et al., 2000; Alam et al., 2007);
- ductilidade, resistência à abrasão, e resistência à corrosão elevadas (Otsuka & Ren, 2005). A resistência à corrosão é semelhante à apresentada pelo aço inoxidável (DesRoches et al., 2004);
- operam entre -100 e 100 °C, intervalo que é compatível com o intervalo de temperaturas de -20 a 60 °C, considerado no projeto de estruturas expostas ao meio ambiente (Janke et al., 2005);
- elevada durabilidade devida à resistência à corrosão e à não degradação dos efeitos de memória com o envelhecimento da martensite (Dolce et al., 2000; Otsuka & Ren, 2004).

2.2. COMPORTAMENTO TERMOMECÂNICO DOS SMA PARA FORÇAS AXIAIS

Um efeito de memória manifesta-se, para certas condições de tensão e de temperatura, devido a alterações que ocorrem na estrutura cristalina dos SMA. A tensão axial aplicada, σ , e a temperatura atual do SMA, T , são, portanto, as duas variáveis que controlam o comportamento termomecânico dos SMA.

Delaey et al. (1974), Warlimont et al. (1974), Christian (1982), Otsuka & Ren (2005), Tyber et al. (2007), e Ziolkowski (2015), abordam, à escala microscópica e à escala mesoscópica, as alterações microestruturais que se processam no decorrer dos efeitos de memória. No contexto das aplicações da engenharia sísmica, na sua essência macroscópicas, estas questões são pouco relevantes, notando que estas se focam na previsão do comportamento do material para ações cíclicas. Assim, o presente tópico centrar-se-á nesta questão. Por forma a sumarizar as evidências experimentais mais sólidas e consensuais, foram revistos vários estudos experimentais desenvolvidos num passado recente.

2.2.1. FASES DE UM SMA E SUAS TRANSFORMAÇÕES

Os SMA são ligas metálicas policristalinas que, regra geral, são constituídas por duas estruturas cristalinas sólidas ou fases, a austenite ou fase mãe, A , e uma fase menos rígida, a martensite ou fase produto, M (Brinson, 1993). Existe uma terceira fase, a fase R . Contudo, as deformações associadas a esta fase são muito pequenas no contexto das aplicações macroscópicas (Paiva & Savi, 2005).

Consoante o tipo de SMA, as estruturas cristalinas podem variar, afetando isto as transformações martensíticas e a qualidade dos efeitos de memória. Nas ligas de NiTi, as estruturas cristalinas da austenite e da martensite, são designadas por B2 e B19' (ver Figura 2.4). A primeira deriva da estrutura cristalina de corpo centrado, sendo constituída por átomos de Ni ao centro e de Ti nos cantos. A segunda é uma estrutura monoclinica com duas formas, a martensite geminada ou acomodada, M_g , e a martensite desgeminada, M_d . A fase M_g possui muitas variantes, as quais se encontram acomodadas devido aos baixos valores de σ e de T aplicados. A fase M_d possui uma única variante, que se pode formar a partir da fase A (transformação direta) ou derivar da fase M_g (este processo, que não é uma transformação de fase, designa-se por desgeminção, consistindo na reorientação das placas acomodadas de martensite, até que só exista uma variante), por aplicação de tensão (em ambos os processos, a formação da M_d é semelhante ao efeito de um acordeão a esticar) (Brinson, 1993; Otsuka & Ren, 1999; Janke et al., 2005).

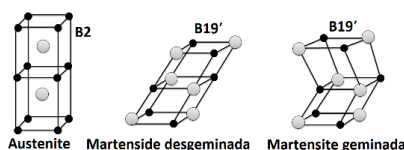


Figura 2.4 - Estruturas cristalinas coabitantes nas ligas NiTi (adaptado de Malleta & Furguele, 2012)

Embora já tenham sido reportados efeitos difusivos nas ligas de NiTi (Lobo et al., 2015), as transformações de fase que ocorrem neste material são essencialmente displacivas, o que significa que são quase independentes do tempo. Durante essas transformações, ocorre, sem alteração da composição química, uma alteração da estrutura cristalina do material. Assim o é porque a martensite presente na composição química do material é termoelástica. Esta é uma martensite que cresce ou decresce no interior da fase A , em função dos valores de σ e de T . Sob influência dessas variáveis, o material, na sua forma superelástica, pode experimentar dois processos termomecânicos (Ziolkowski, 2015):

- transformação direta ($A \rightarrow M$): caso o valor de T seja suficientemente elevado, a fase A transforma-se, por aplicação de tensão, na fase M_d , e o SMA regista uma deformação residual. A fase M_d , instável a altas temperaturas, permanece estável enquanto a tensão estiver aplicada;
- transformação inversa ($M \rightarrow A$): ao remover a tensão, a fase M_d , instável a altas temperaturas, transforma-se na fase A . No fim da transformação, o SMA recuperou a deformação residual.

O *Differential Scanning Calorimetry* (DSC), é o método mais utilizado para estimar, em SMA livres de tensão, as temperaturas às quais ocorrem as transformações de fase à medida que o SMA liberta,

durante $A \rightarrow M$, e absorve, durante $M \rightarrow A$, calor. Nestas condições, o DSC deteta quatro temperaturas de transição (TT): M_f - fim de $A \rightarrow M$; M_s - início de $A \rightarrow M$; A_s - início de $M \rightarrow A$; A_f - fim de $M \rightarrow A$ (Tyber et al., 2007). Na Figura 2.5 (a), é ilustrado um ensaio executado com base no método DSC.

Os valores de A_s e de A_f usualmente apresentados na literatura, são medidos, com base no DSC, a partir da M_g ($M_g \rightarrow A$). Sakamoto (2002) foi o primeiro a referir que, num estado livre de tensão, esses valores diferem se medidos a partir da M_d ($M_d \rightarrow A$). Combinando medições calorimétricas com testes mecânicos que permitem ultrapassar as limitações do DSC (não deteta os valores das TT $A_s^{M_d}$ e $A_f^{M_d}$, referidas em seguida), Lagoudas (2008) confirmou que A_s se subdivide em $A_s^{M_g}$ e em $A_s^{M_d}$, e que A_f se subdivide em $A_f^{M_g}$ e em $A_f^{M_d}$. Estas evidências levaram à atualização da ordem das TT dos SMA do tipo I, $M_f < M_s < A_s < A_f$, (Brinson, 1993) para $M_f < M_s < A_s^{M_g} < A_f^{M_g} < A_s^{M_d} < A_f^{M_d}$. Estes detalhes só constam em modelos numéricos mais recentes (Lagoudas, 2008; Auricchio et al., 2014).

As TT das ligas de NiTi, são sensíveis à sua composição química e ao seu processo de fabrico (ver Tabela 2.1). Esta sensibilidade é muito útil, pois permite ajustar a superelasticidade do material a um determinado ambiente. Também existem ligas de NiTi que seguem uma ordem de TT distinta da seguida pelos SMA do tipo I (ver 3ª linha da Tabela 2.1). Neste estudo, só serão considerados SMA do tipo I.

Tabela 2.1 - Temperaturas de transição (TT) para algumas ligas de NiTi (adaptado de Alam et al., 2007)

Liga	(%Ni, %Ti)	Processo de fabrico	M_f (°C)	M_s (°C)	A_s (°C)	A_f (°C)
NiTi	50.5, 49.5	Laminação a quente e subsequente laminação a frio com recozimento intermédio	3.85	32.85	43.85	61.85
NiTi	50.8, 49.2	Recozimento seguido de resfriamento em água	-46.15	-21.15	-3.15	10.85
NiTi	55.7, 44.3	Sem recozimento	-69.15 ± 2.0	13.85 ± 1.0	-9.15 ± 2.0	21.85 ± 2.0
		Com recozimento	-40.15 ± 2.0	4.85 ± 2.0	17.85 ± 0.3	50.85 ± 1.5
NiTi	50.9, 49.1	Recozimento em vácuo seguido de resfriamento em água	-115.75	-30.65	1.95	44.65
	50.5, 49.5		-77.75	-18.45	9.05	53.05
	50.0, 50.0		-27.95	37.55	48.35	77.85

Na Figura 2.5 (b), é ilustrado o perfil térmico de um SMA. Nesse perfil, construído a partir das TT do SMA, é caracterizada, em função do valor de T , a variação das frações volúmicas da austenite e da martensite. A variação ocorre ao longo de dois caminhos distintos, o que revela que as transformações de fase que ocorrem nos SMA são termodinamicamente instáveis (Tyber et al., 2007; Ziolkowski, 2015).

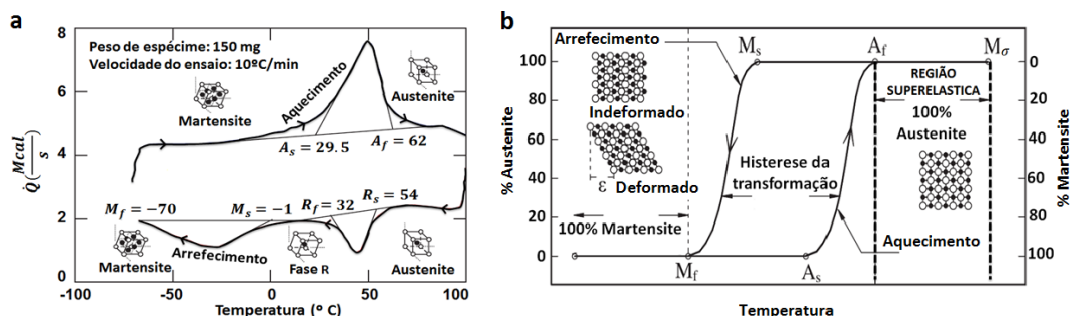


Figura 2.5 – a) Ensaio DSC (Paiva & Savi, 2005); b) Perfil térmico de um SMA (Alam et al., 2007)

A termodinâmica demonstra que as transformações de fase que ocorrem nos SMA, têm associadas quatro tensões críticas proporcionalmente crescentes ao aumento do valor de T : σ_s^{AM} - início de $A \rightarrow M$; σ_f^{AM} - fim de $A \rightarrow M$; σ_s^{MA} - início de $M \rightarrow A$; σ_f^{MA} - fim de $M \rightarrow A$. σ_s e σ_f são as tensões às quais se inicia e finaliza o processo de desgeminção no efeito de memória simples (Brinson, 1993).

A região $M_s < T < A_s$, é a única onde as fases A , M_g , e M_d , podem coexistir de forma estável. Se $T \leq M_s$, a fase A torna-se instável, inicializando-se um fenómeno conhecido por geminação ($A \rightarrow M_g$), que consiste na formação e acomodação de variantes/placas de martensite. Se $T \leq M_f$, a martensite é a única fase estável. Se $T \geq A_f$, a austenite é a única fase estável. Se o valor de T for superior à temperatura limite até à qual se desenvolve o efeito superelástico, M_σ , este efeito de memória deixa de se verificar. Neste caso, o SMA permanece na fase A , exibindo uma rotura frágil para valores elevados de σ . Nestes processos termodinâmicos, o valor de σ é a variável de equilíbrio, pois permite estabilizar a fase M_d para um determinado valor de T (Tanaka et al., 1986; Brinson, 1993; Alam et al., 2007).

Os fenómenos antes referidos, encontram-se ilustrados na Figura 2.6, na qual é apresentado o comportamento de um SMA para várias condições de T , sempre para o mesmo valor de σ aplicado.

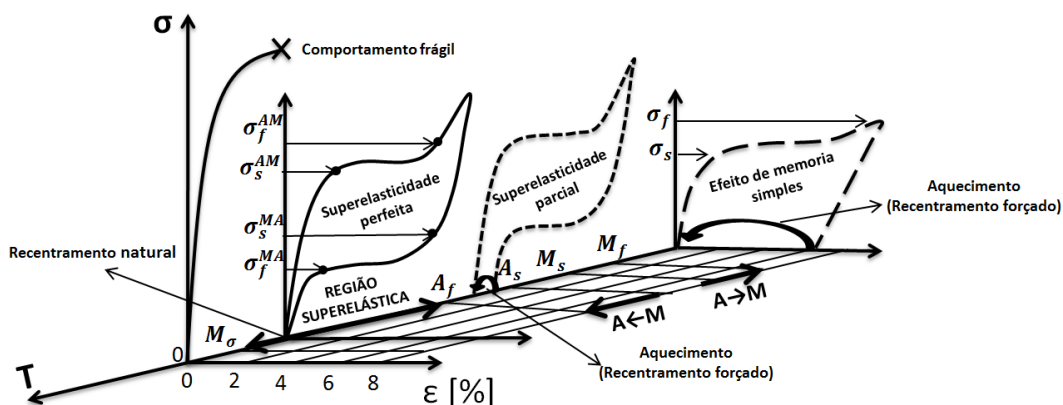


Figura 2.6 - Efeito de memória em função da temperatura (adaptado de Brinson, 1993 e DesRoches et al., 2004)

2.2.2. SUPERELASTICIDADE

Controlar deslocamentos em estruturas submetidas à ação dos sismos utilizando SMA, é a ideia desta dissertação. Como tal, serão focados os SMA superelásticos, pois apresentam recentramento.

Os SMA superelásticos encontram-se inicialmente na fase A . Como se observa na Figura 2.6, nestes SMA, a $T A_f$ é a mais importante. Caso $A_f \leq T \leq M_\sigma$, a superelasticidade desenvolve-se na plenitude, sem indícios de deformação residual após σ deixar de atuar. Caso $A_s \leq T < A_f$, ocorre um fenómeno designado por superelasticidade parcial. Neste caso, o material não consegue recuperar, na integra, após a σ deixar de atuar, a deformação residual. Essa deformação será recuperada quando $T \geq A_f$ (Brinson, 1993). Assim, é perceptível que os SMA superelásticos devem ser projetados para operarem às temperaturas extremas esperadas nos locais onde serão aplicados. Caso contrário, a superelasticidade do material não se desenvolverá na plenitude e o elemento solicitado perderá eficiência para ações cíclicas.

Um exemplo do comportamento termomecânico de um SMA superelástico, é apresentado na Figura 2.7. O espécime, inicialmente indeformado ($\varepsilon = 0$) e à temperatura ambiente, foi submetido a um ciclo completo de carga-descarga, para uma deformação axial máxima, $\varepsilon_{máx}$, de 6.5%. Posteriormente, foi submetido a quatro ciclos parciais de carga-descarga, para $\varepsilon < 6.5\%$. Na descrição, foram tidas em conta, através da fração de martensite, ξ , as alterações que se processam, em função dos valores de σ e de T , na estrutura cristalina do material. O parâmetro ξ é utilizado para descrever essas alterações nos modelos numéricos revistos adiante. Neste exemplo, foram consideradas condições isotérmicas.

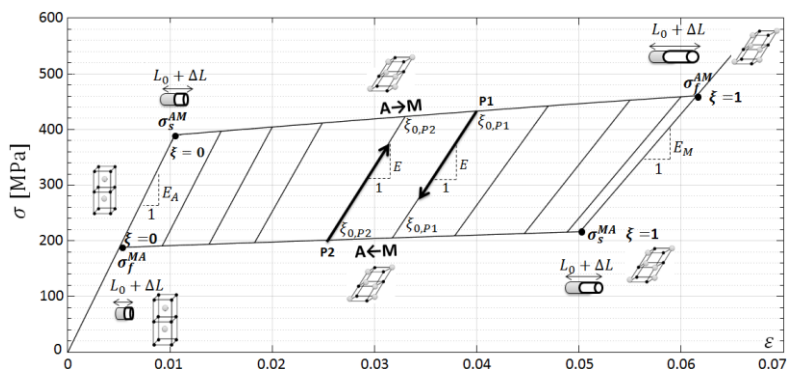


Figura 2.7 - Resposta isotérmica de um SMA superelástico submetido a forças axiais cíclicas

Fase de carga: inicialmente, o SMA mantém-se em regime elástico, na fase A ($\xi = 0$), onde a sua rigidez é máxima e onde o seu módulo de elasticidade, E , é igual ao módulo de elasticidade da fase A, E_A . A certo ponto, é atingido o valor de σ_s^{AM} , e inicia-se a $A \rightarrow M$, transformação de fase que se finaliza ao ser atingido o valor de σ_f^{AM} . Durante a referida, o valor de ξ começa, fruto da transformação da fase A na fase M_d , a aumentar, e o valor de E , em oposição diminui. Macroscopicamente, observam-se grandes deformações não elásticas. Para $\sigma \geq \sigma_f^{AM}$, o SMA severamente deformado, agora na fase M_d ($\xi = 1$), endurece. Neste ponto, o valor de E é igual ao módulo de elasticidade da fase M, E_M .

Rotura: o valor crítico do parâmetro σ que leva à plastificação da fase M_d , diminui com o aumento do valor de T . Se esse valor de σ for excedido, o material acumula, depois de σ deixar de atuar, uma deformação residual como a registada no caso da superelasticidade parcial (ver Figura 2.6). Contudo, neste caso, nem o aquecimento forçado do material permite recuperar essa deformação residual.

Fase de descarga: como a fase M_d é instável para $A_f \leq T \leq M_\sigma$, a deformação residual é recuperada à medida que o valor de σ começa a ser menor. A certo ponto, é atingido o valor de σ_s^{MA} , iniciando-se a $M \rightarrow A$, transformação de fase que se finaliza ao ser atingido o valor de σ_f^{MA} . Durante essa transformação, o valor de ξ começa, fruto da transformação da fase M_d na fase A, a diminuir, e o valor de E , em oposição, aumenta. Quando σ deixa de atuar, completou-se um ciclo histerético e o SMA recuperou as suas características iniciais ($E = E_A$ e $\xi = 0$) e também a sua forma original ($\varepsilon \cong 0$).

Subciclos: caso o SMA seja descarregado ou recarregado durante uma transformação de fase, esta irá ficar incompleta, pois $0 < \xi < 1$ (ver P1 e P2 da Figura 2.7). Nestes casos, nos quais existe uma relação entre E e ξ , formam-se subciclos. Após a descarga final, o material recupera a forma original.

2.2.3. CARACTERIZAÇÃO EXPERIMENTAL DAS LIGAS DE NiTi SUPERELÁSTICO

Comportamento dependente da temperatura (T) e da frequência da força axial aplicada (f)

O comportamento das ligas de NiTi superelástico depende do valor de T (Dolce et al., 2000). Nas transformações martensíticas, um aumento do valor de T em relação ao valor de A_f , implica, para levar a cabo a mesma transformação de fase, um aumento do valor de σ , o que acontece devido ao aumento linear dos valores das tensões críticas σ_s^{AM} , σ_f^{AM} , σ_s^{MA} , e σ_f^{MA} (DesRoches & Smith, 2003). O aumento explica-se a partir da termodinâmica, com a equação de Clausius-Clapeyron (Brinson, 1993):

$$\frac{d\sigma}{dT} = -\frac{\Delta H}{T_0 \cdot \varepsilon_t} \quad (2.1)$$

sendo ε_t a deformação de transformação e ΔH a variação de entalpia entre a martensite e a austenite para a temperatura ambiente T_0 , à qual ambas as fases se encontram em equilíbrio quando submetidas a um determinado valor de σ .

O fenómeno anteriormente referido, encontra-se ilustrado nos ensaios apresentados na Figura 2.8. Esses ensaios consistiram em submeter um SMA superelástico a um ciclo completo de carga-descarga, para um valor de $\varepsilon_{m\acute{a}x}$ de 6%. A força axial foi aplicada no SMA com uma frequência de carga-descarga, f , de 0.02 Hz. Os ensaios foram repetidos para valores de T_0 de 10, 20, 30, e de 40 °C.

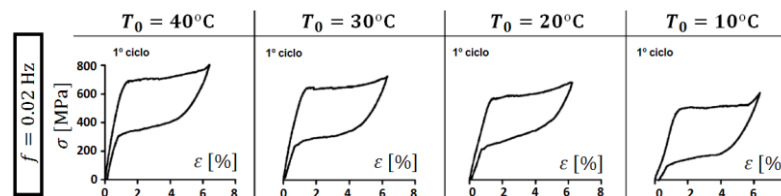


Figura 2.8 - Aumento das tensões críticas com a temperatura (adaptado de Dolce & Cardone, 2001b)

Auricchio et al. (1997) e outros trabalhos anteriores relacionados com modelação numérica, admitem que a resposta dos SMA superelásticos é independente do valor de f . Esta consideração implica que as tensões críticas se mantêm constantes, independentemente do número de ciclos (ver Figura 2.7). Evidências de Dolce et al. (2000), revelaram que a consideração antes referida é errada, isto porque a superelasticidade é uma propriedade não isotérmica. Isto significa que variações nos valores de f implicam variações nos valores de T , que conseqüentemente afetam as tensões críticas do material à medida que os ciclos de carga-descarga se processam. A variação dos valores de T , deve-se à produção de calor interno no material. Essa forma de calor subdivide-se em duas partes (Vitiello et al. 2005):

- calor latente: $A \rightarrow M$ é exotérmica, isto é, no decorrer da mesma, o espécime liberta calor para o meio ambiente. $M \rightarrow A$ é endotérmica, isto é, no decorrer da mesma, o espécime absorve calor a partir do meio ambiente. A absorção e libertação deste calor dependem dos valores de f ;
- calor friccional: resulta do atrito interno que ocorre entre as fases A e M_d .

Para analisar a resposta não isotérmica do material, apresentam-se, na Figura 2.9, quatro análises numéricas efetuadas para valores de f de 0.00001, 0.01, 0.1, e de 1 Hz, num SMA superelástico com 0.2 m de comprimento e 0.01 m de diâmetro. As condições iniciais são $\varepsilon = 0$ e $T_0 = 20$ °C. As análises foram efetuadas com um modelo uniaxial de SMA apresentado adiante, baseado na lei cinética linear. O espécime foi submetido a trinta ciclos completos de carga-descarga, para $\varepsilon_{máx} = 7\%$ (só tração).

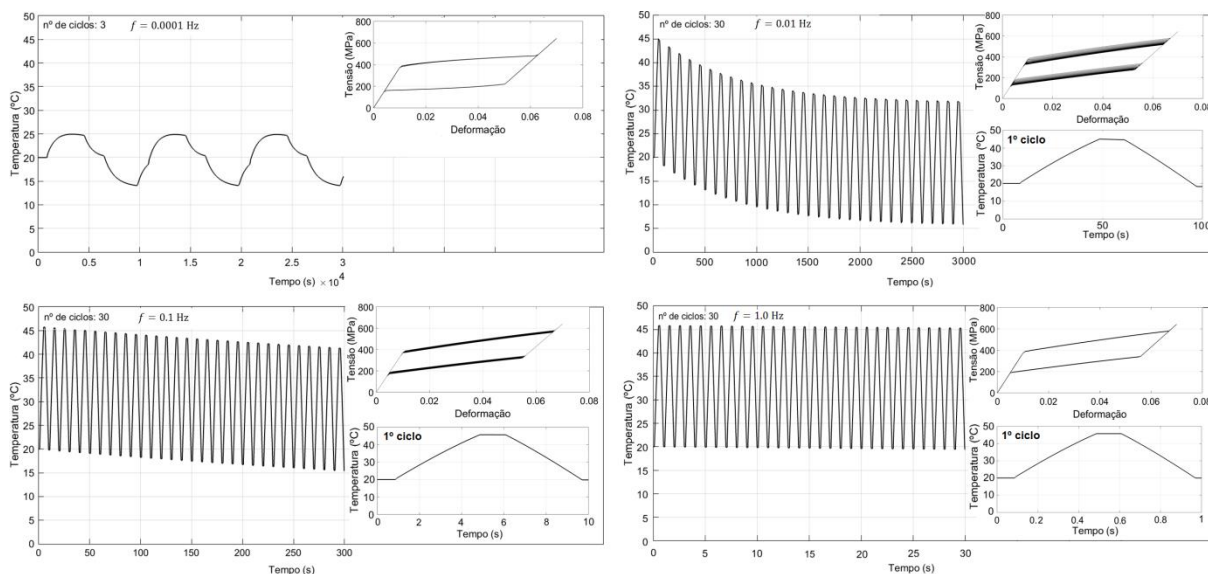


Figura 2.9 - Ensaio axial para trinta ciclos de carga-descarga: variação do valor de T em função do valor de f

O valor de T encontra-se inicialmente em equilíbrio com o valor de T_0 . Posteriormente, esse valor começa a oscilar em relação ao valor de T_0 . Em particular, quando o material é carregado, o valor de T aumenta e, quando é descarregado, diminui. Esta oscilação do valor de T a cada novo ciclo, modifica as tensões críticas do SMA, sendo que esta relação dinâmica entre os valores de σ e de T se explica com a equação (2.1). Por sua vez, a variação das tensões críticas afeta a capacidade do SMA dissipar energia.

Caso a ação seja quase-estática, o valor de T , apesar de registrar pequenas oscilações, mantém-se próximo do valor T_0 . Neste caso, as tensões críticas e a energia dissipada, apresentam variações pouco significativas de um ciclo para outro, pelo que o comportamento do material é quase isotérmico. Contudo, à medida que o valor de f aumenta, o tempo disponível para que se possam processar trocas térmicas entre o SMA e o meio ambiente diminui. No limite, para valores de f muito elevados, em condições adiabáticas, esse tempo de iteração térmica entre o SMA e o meio ambiente é quase nulo, e, com isto, as variações nas tensões críticas do material e na energia que este dissipa não são notadas.

A influência do valor de f na capacidade dos SMA dissiparem energia, é um tema contraditório. Existem estudos que mostram que essa capacidade aumenta com o aumento de f , e outros o oposto (Lobo et al., 2015). O número de ciclos, a geometria do SMA, e o valor T_0 , também a influenciam (Janke et al., 2005). Apesar das contradições, é reconhecido, como mostra a Figura 2.9, que a superelasticidade é afetada pelo valor de f . Assim, para uma melhor previsão da resposta dinâmica de estruturas com SMA, os modelos numéricos de SMA devem considerar o comportamento não isotérmico do material.

Acções que podem afetar a eficiência dos SMA a longo prazo: fadiga e relaxação

A fadiga mecânica ou estrutural, consiste na formação microfendas, as quais se propagam, em função do incremento do número de ciclos de carga-descarga, até à rotura do material (Janke et al. 2005). Torra et al. (2013a) estudaram os efeitos da ação do vento numa ponte atirantada com cabos de NiTi superelástico treinados, com 2.46 mm de diâmetro, e com 55.95% de Ni na sua composição química. Efeitos de fadiga no material, resultantes das muitas oscilações que a ponte experimentou ao longo do tempo, foram reportados (uma ponte com uma frequência natural de 3 Hz, submetida a 3 dias de vento seguidos, pode experimentar mais de 500000 oscilações). Dolce et al. (2000) avaliaram o comportamento cíclico de ligas de NiTi superelástico, com diâmetros de 2, 8, e 50 mm, para valores de T_0 de 0 a 50 °C, de $\varepsilon_{máx}$ até aos 8%, de f entre 0.2 e 4 Hz, e para um número de ciclos variável entre os 300 e os 700. Não foram reportados sinais de fadiga no material. Torra et al. (2013b) estabeleceram, para fios de NiTi superelástico com 2.46 mm de diâmetro, um período de vida de resistência à fadiga de 30000 ciclos, para valores de $\varepsilon_{máx}$ de 5 a 8%. Assim, este material pode ser submetido a vários sismos sem necessidade de manutenção ou substituição. Como tal, a manutenção rigorosa deve ser feita se a estrutura em que é aplicado for suscetível a efeitos do vento ou outras de vibrações frequentes.

Nos ensaios de Dolce et al. (2000), tanto os fios como as barras de NiTi superelástico exibiram valores de amortecimento viscoso equivalente, ζ_{eq} , entre 4 e 5%. Nos sistemas de dissipação de energia, exigem-se valores de 10-20% (Cismaşiu & Santos, 2008). Para obter, em simultâneo, capacidades elevadas de dissipação de energia e de recentramento, Dolce e a sua equipa propuseram um dispositivo que combina fios de NiTi martensítico indeformados e de NiTi superelástico pré-deformados entre 4 a 4.5%. O dispositivo apresentou recentramento, valores de ζ_{eq} entre 4 e 20%, e um comportamento pouco sensível às variações dos valores de T_0 e f . Os testes, repetidos 20 dias depois, não revelaram efeitos de relaxação (ver Figura 2.10 (a)). Segundo o estudo de Torra et al. (2013b), a ideia de que a aplicação de pré-deformações nos SMA não altera o seu comportamento é discutível. Os autores submeteram, durante 8 meses, um fio de NiTi superelástico pré-deformado a 6.8% a uma temperatura de 100 °C. Antes desse período, o SMA foi submetido a um valor de $\varepsilon_{máx}$ de 8%, tendo sido registado $\sigma = 600$ MPa (ver Figura 2.10 (b)). Após esse período, o valor de σ aumentou para 1000 MPa (ver Figura 2.10 (c)). Isto sugere, por exemplo, que a exposição solar prolongada pode tornar perigosa a aplicação de SMA superelásticos pré-deformados em estruturas. A análise destes efeitos requiere uma maior investigação.

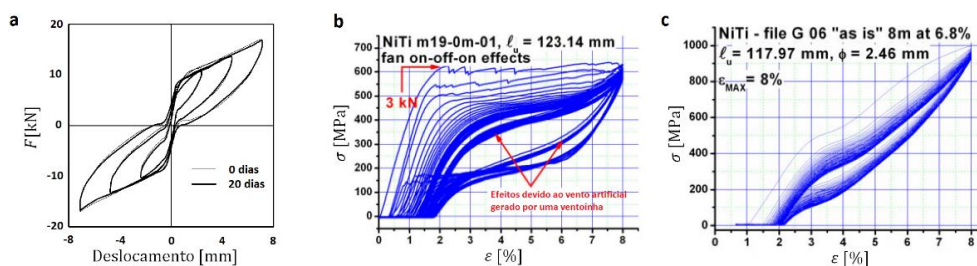


Figura 2.10 - (a) Efeitos da relaxação na resposta histerética (Dolce et al., 2000); comportamento de um fio de NiTi superelástico antes (b) e após (c) um período de 8 meses submetido a $T_0 = 100$ °C (Torra et al., 2013b)

Comportamento cíclico das ligas de NiTi superelástico

Nos ensaios anteriormente referidos, Dolce et al. (2000) reportaram uma deformação residual quase nula tanto nos fios como nas barras de NiTi superelástico, o que indica que ambos os formatos são aplicáveis em dispositivos de recentramento. Os autores projetaram e testaram, para valores de f entre 0.02 e 4 Hz, e de T_0 entre 0 e 50 °C, um dispositivo do género, baseado em fios de NiTi superelástico, com diâmetros entre 1 e 2 mm, indeformados e pré-deformados até 5%. O dispositivo apresentou uma elevada capacidade de recentramento, mas, em oposição, apresentou valores de ζ_{eq} baixos, entre os 4 e 6%, que diminuiriam significativamente com o aumento dos valores de T_0 (cerca de 14% a cada incremento de 10 °C), e pouco significativamente com o aumento dos valores de f .

Além do dispositivo misto e do dispositivo recentrador, Dolce et al. (2000) projetaram dois dispositivos dissipadores de energia baseados em: i) fios de NiTi superelástico com 1 mm de diâmetro, pré-deformados a 4.5 %, e que trabalham como duas molas opostas; ii) barras de NiTi martensítico com 6.7 mm de diâmetro. As duas variantes apresentaram valores de ζ_{eq} entre os 10 e os 40%, e uma resposta quase independente dos valores de f e T . Contudo, nenhuma apresentou capacidade de recentramento.

Dolce & Cardone (2001b) avaliaram a influência do valor de f , do valor de T_0 , e do número de ciclos de carga-descarga, no comportamento de fios de NiTi superelástico com comprimento de 200 mm, diâmetros entre 1 e 2 mm, e com variações na composição química e no tratamento termomecânico. O protocolo foi dividido em: ensaios cíclicos para valores de f de 0,01 e 4.0 Hz, para $\varepsilon_{m\acute{a}x} = 10\%$, e $T_0 = 20$ °C; ensaios cíclicos para valores de T_0 de -10, 0, 10, 20, 30, e de 40 °C, para valores de f entre 0.02 e 0.2 Hz, e para $\varepsilon_{m\acute{a}x} = 7\%$. Tal como Dolce et al. (2000), reportaram uma diminuição do valor de ζ_{eq} com o aumento do valor f . Este efeito está ilustrado na Figura 2.11 (a), para um SMA inserido num ambiente a $T_0 = 20$ °C, e que foi submetido a um ciclo completo de carga-descarga. Posteriormente, os autores incrementaram, considerando $f = 0.01$ Hz, o número de ciclos de carga-descarga. Constataram que o valor de ζ_{eq} diminuiu para valores de $\varepsilon_{m\acute{a}x}$ mais elevados (ver Figura 2.11 (b) e (c)). Mais ao pormenor, na Figura 2.12 (b), é observado que o valor de ζ_{eq} aumentou, até certo ponto, com o aumento do valor de $\varepsilon_{m\acute{a}x}$ (quando $A \rightarrow M$ finaliza, o material deixa de dissipar energia). Devido à variação das tensões críticas com o valor de T , o valor ζ_{eq} tendeu a diminuir com o aumento do número de ciclos.

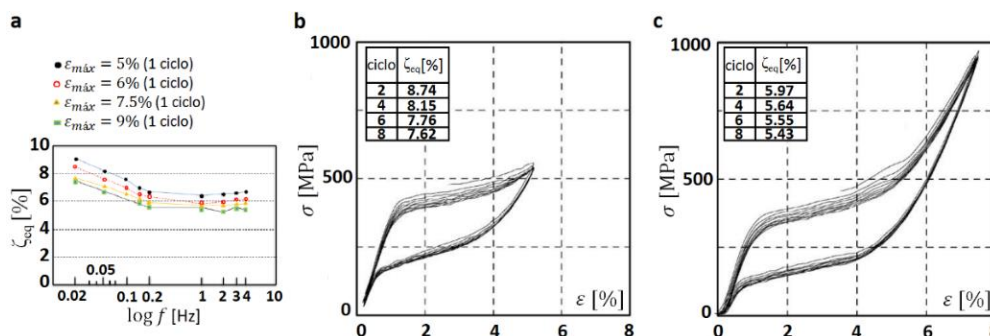


Figura 2.11 - Ensaios de Dolce & Cardone (2001b) para $T_0 = 20$ °C: a) variação de ζ_{eq} com a frequência da ação; variação de ζ_{eq} com o número de ciclos para $\varepsilon_{m\acute{a}x} = 5\%$ (b) e para $\varepsilon_{m\acute{a}x} = 7\%$

Tal como Dolce et al. (2000), os autores reportaram uma diminuição do valor de ζ_{eq} com o aumento do valor T_0 (ver Figura 2.12 (a)). Isto deve-se ao facto de as tensões críticas aumentarem com o aumento do valor T_0 (chega a um ponto que o material não inicializa a $A \rightarrow M$, isto é, fica elástico, na fase A).

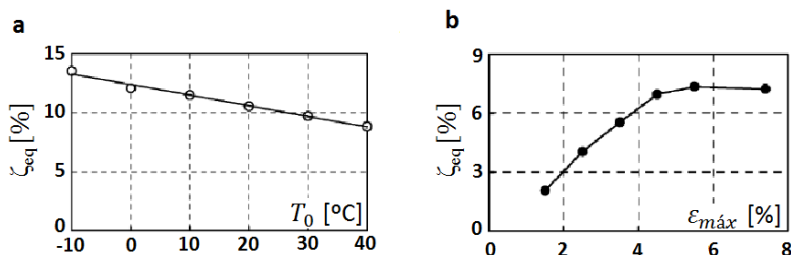


Figura 2.12 - Ensaios de Dolce & Cardone (2001b): (a) variação de ζ_{eq} com T_0 ; (b) variação de ζ_{eq} com $\epsilon_{m\acute{a}x}$

Dolce & Cardone (2001b) reportaram uma deformação residual, inferior a 1%, que desapareceu gradualmente com o passar dos ciclos, até à estabilização da superelasticidade dos espécimes. Este comportamento instável ocorre em espécimes virgens, devido a escorregamentos microestruturais que ocorrem durante $A \rightarrow M$. Pereira (2011) reportou o mesmo efeito para fios de NiTi superelástico não treinados, com comprimento de 120 mm e diâmetro de 2.4 mm, submetidos a velocidades de deformação entre 0.05 e 0.3%/s, e a valores de T_0 entre 20 e 50 °C (ver Figura 2.13). Andrawes & DesRoches (2008) desenvolveram um estudo numérico no qual reportaram que o uso de SMA não treinados levou, comparativamente com o uso de SMA treinados, à amplificação, em cerca de 39%, do deslocamento de pico experimentado por uma estrutura durante um sismo. Esta evidência mostra que os espécimes virgens devem, antes de serem aplicados em sistemas de recentramento, ser submetidos a uma série de ciclos de treino, os quais devem decorrer até à estabilização da superelasticidade do material.

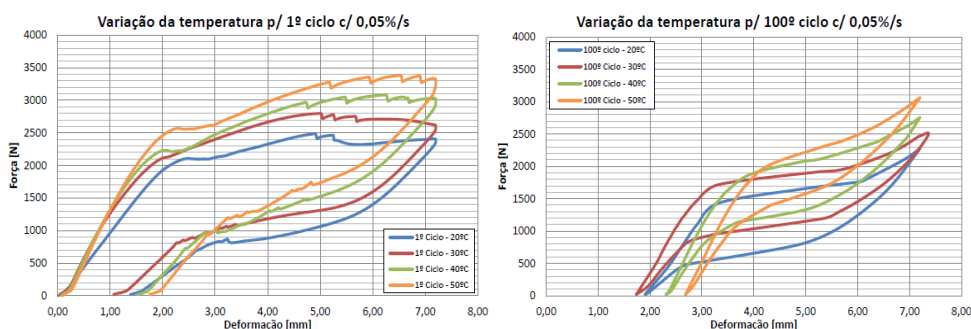


Figura 2.13 - SMA superelástico: a) não treinado; b) treinado (superelasticidade estável) (Pereira, 2011)

À semelhança de outros autores, Pereira (2011) observou um comportamento dependente dos valores de T e de f . Esta dependência afeta a dissipação de energia, mas não afeta o recentramento.

DesRoches et al. (2004) analisaram, para valores de f de 0.025, 0.5, e 1.0 Hz, o comportamento cíclico de fios de NiTi superelástico com um diâmetro de 1.8 mm, e de barras de NiTi superelástico com diâmetros de 7.1, 12.7, e 25.4 mm. Os espécimes foram submetidos à mesma temperatura de recozimento, possuíam uma composição aproximadamente equiatômica e, à exceção das barras com 7.1 mm de diâmetro, foram trabalhados a frio. Tal como em estudos já revistos, foi reportada uma

deformação residual inferior a 1% tanto nos fios como nas barras, confirmando a pouca sensibilidade deste parâmetro em relação aos valores de f e de $\varepsilon_{m\acute{a}x}$. As conclusões mais relevantes deste estudo estão relacionadas com a influência do diâmetro do espécime. Em particular, a redução do diâmetro resultou na redução da deformação residual (ver Figura 2.14 (a)), uma tendência que também foi reportada por McCormick et al. (2007), e no aumento dos valores de ζ_{eq} , E , σ_s^{AM} , σ_f^{AM} , σ_s^{MA} , e de σ_f^{MA} .

McCormick et al. (2006) analisaram o comportamento cíclico de fios de NiTi superelástico, com 0.254 mm de diâmetro, para valores de f de 0.025, 0.5, e 2 Hz, e de barras de NiTi superelástico, com 12.7 mm de diâmetro, para valores de f de 0.025 e 1 Hz. Os espécimes foram trabalhados a frio e possuíam uma composição química quase equiatômica. Tal como em estudos já revistos, foram reportados valores de ζ_{eq} inferiores a 6%, que mostraram, tal como reportado no estudo de DesRoches et al. (2004), tendência para diminuírem com a redução do diâmetro. Este parâmetro mostrou-se também pouco sensível em relação aos valores de f (nas barras, os valores de ζ_{eq} foram inferiores a 2% e, nos fios, ficaram entre 4%, para condições quási-estáticas, e 5.3%, para condições dinâmicas). Por outro lado, a redução do diâmetro levou ao aumento da deformação residual (ver Figura 2.14 (b)), tendência que é contrária à reportada por DesRoches et al. (2004) e por McCormick et al. (2007).

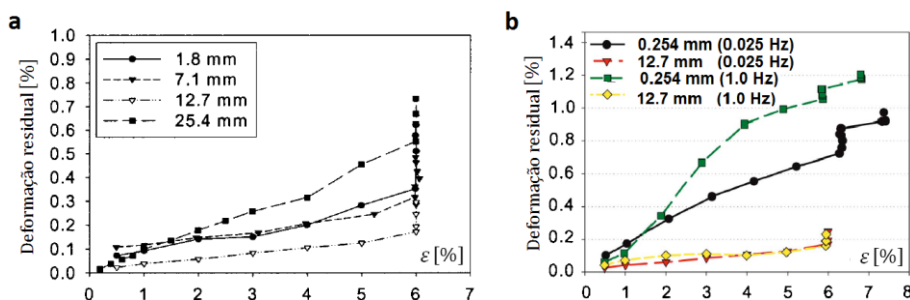


Figura 2.14 - Resultados experimentais da relação entre o diâmetro do SMA e a sua deformação residual para os estudos de: (a) DesRoches et al. (2004); (b) McCormick et al. (2006)

Fugazza (2005) analisou a resposta cíclica, para valores de f de 0.001 e de 1 Hz, de fios de NiTi superelástico, com diâmetros de 0.75 e 1 mm, e de barras de NiTi superelástico, com um diâmetro de 8 mm. Os espécimes possuíam diferentes composições químicas. Fugazza observou que a modificação da composição química afeta significativamente os valores de E , σ_s^{AM} , σ_f^{AM} , σ_s^{MA} , e de σ_f^{MA} , levando isto a alterações na curva histerética de cada espécime. Tal como no estudo de DesRoches et al. (2004), os valores do diâmetro e os valores de f não afetaram, de forma significativa, a capacidade de recentramento. A rotura dos espécimes foi observada para um valor de $\varepsilon_{m\acute{a}x}$ de cerca de 9%.

Nasser & Guo (2006) analisaram, para vários valores de T_0 e de f , a resposta cíclica de fios de NiTi superelástico com 4.75 mm de diâmetro, e com diferentes temperaturas de recozimento. Concluíram que alteração desta temperatura modifica as temperaturas de transição dos espécimes, provocando isto alterações nos valores de σ_s^{AM} , σ_f^{AM} , σ_s^{MA} , e de σ_f^{MA} , e no formato da curva histerética.

McCormick et al. (2007) consideraram, para análise, barras de NiTi superelástico laminadas a quente e de composição quase equiatômica, com diâmetros de 12.7, 19.1, e 31.8 mm. Além dos ensaios

cíclicos habituais, os quais decorreram em condições quase-estáticas (ver Figura 2.15 (a)), o comportamento das barras foi testado, considerando um valor de f de 0.025 Hz, para ciclos de carga parciais seguidos de descargas completas, num efeito que visou simular um sismo (ver Figura 2.15 (b)). Os investigadores constataram que o tipo de sollicitação não afetou a capacidade de recentramento das barras laminadas a quente, que mostraram propriedades adequadas para aplicação em dispositivos de recentramento, afigurando-se como uma solução mais económica do que as barras trabalhadas a frio.

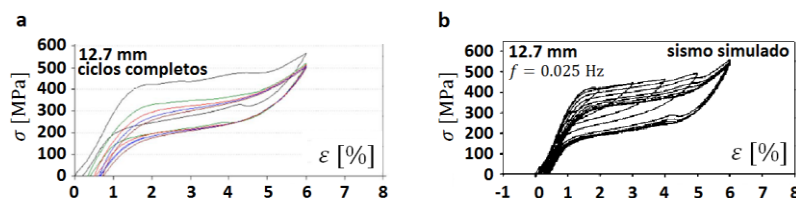


Figura 2.15 - Ensaio cíclico para deformações controladas (a) e ensaio sísmico (b) (McCormick et al., 2007)

Na Tabela 2.2, apresentam-se intervalos de valores para várias propriedades mecânicas, elétricas, e térmicas das ligas de NiTi. As propriedades variam em função da fase inicial do SMA (SMA superelástico → Austenite; SMA martensítico [efeito de memória simples] → Martensite).

Tabela 2.2 – Intervalos de propriedades mecânicas, elétricas, e térmicas, das ligas de NiTi (reunido de DesRoches et al., 2004; Auricchio et al., 2006b; Alam et al., 2007; Lecce & Concilio, 2015)

Propriedade	Fase inicial	Tração	Compressão	Corte	Torção
Módulos de elasticidade e de cisalhamento * [GPa]	Austenite	30-98	56-69	18-25 *	6-28 *
	Martensite	21-52	20-80	25-40 *	4-9 *
Tensões de cedência ou de corte * [MPa]	Austenite	100-800	550-800	186 **	220-350 **
	Martensite	50-300	125-190	42-100 **	88 **
Tensão de rotura ou de rotura ao corte * [MPa]	Austenite	800-1900	1500	> 515 **	> 500 **
	Martensite	800-2000	1800-2120	< 515 **	210-380 **
Deformação máxima na rotura [%]	Austenite	5-50	X	≤ 40	10-24
	Martensite	20-60	17-24	≤ 40	X
Deformação superelástica recuperável [%]	Austenite	≤8	3-6	6	6
Tensão de recuperação máxima [MPa]	Austenite	600-900	650-820	300	270-500
Coeficiente de Poisson	0.33				
Resistividade [$\mu\Omega \cdot \text{cm}$]	Austenite≈100				Martensite≈70
Condutibilidade térmica [W/cm. °C]	Austenite: 18				Martensite: 8.5
Densidade [g/cm ³]	6.45				
Resistência à fadiga	Na ordem das dezenas de milhares de ciclos				
Resistência à corrosão	Excelente (semelhante à do aço inoxidável)				
Temperatura de fusão [°C]	1300				
Enformação	Má a muito má				
Facilidade de corte	Má				
Trabalho a frio	Razoável a mau (devido à dureza elevada do material)				
Temperaturas de transição [°C]	- 100 a 100				
Amortecimento viscoso equivalente [%]	NiTi superelástico: < 10 %; NiTi martensítico: 10 a 20%				

Segundo a Tabela 2.2, as ligas de NiTi, dependendo de fatores como a composição química, o processo de fabrico ou a geometria, podem apresentar propriedades mecânicas distintas quando são submetidas a forças axiais de tração e de compressão. Estas diferentes propriedades podem implicar diferenças nos comportamentos à tração e à compressão (ver Figura 2.16) (Lim & McDowell, 1999).

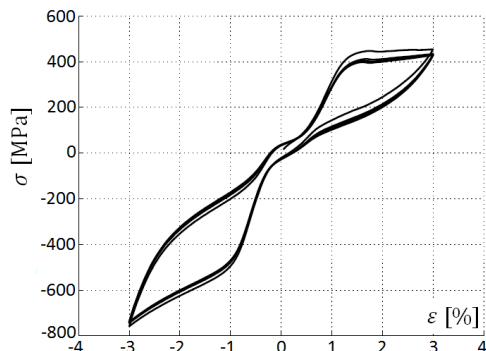


Figura 2.16 – Liga de NiTi superelástico submetida a ações de tração e compressão (Lim & McDowell, 1999)

Segundo a revisão experimental apresentada neste tópico, identificaram-se os fatores apresentados na Tabela 2.3, como sendo os que mais afetam o comportamento cíclico das ligas de NiTi superelástico.

Tabela 2.3 – Fatores que influenciam o comportamento cíclico das ligas de NiTi superelástico durante um sismo

Características da liga de NiTi	Tipo e características da ação axial aplicada no material		Ação térmica
- Processo de fabrico (composição química e tratamento termomecânico utilizado) * - Tensões críticas de transformação de fase - Geometria (diâmetro e comprimento) - Valores de E_A e de E_M - Comportamento superelástico do material durante as transformações de fase - Comportamento à tração e à compressão	Ação dinâmica	- Número dos ciclos de carga-descarga (têm relação com a resistência à fadiga do SMA) - Sentido de aplicação (tração ou compressão) - Frequência de aplicação (f)	- Temperatura ambiente (T_0) - Atualização da temperatura atual do SMA (T) em função dos valores de f dos espécimes pré-deformados)
	Ação permanente (tipo pré-deformação)	- Os efeitos da relaxação não são desprezáveis (os efeitos da temperatura ambiente podem afetar, a longo prazo, a resposta dos espécimes pré-deformados)	
* Afetam as temperaturas de transição e, conseqüentemente as tensões críticas do SMA (modificam o comportamento do SMA)			

2.2.4. CONTROLO DE DESLOCAMENTOS EM ESTRUTURAS COM DISPOSITIVOS DE RECENTRAMENTO

Existem vários estudos relacionados com a aplicação de SMA na engenharia civil (Janke et al., 2005; Song et al., 2006; Pereira, 2011; Lecce & Concilio, 2015). Nesta dissertação, focou-se a aplicação de SMA superelásticos como parte integrante de dispositivos passivos de recentramento, os quais só atuam em função do movimento das estruturas. Apesar de existirem estudos que mostraram que os SMA permitem controlar deslocamentos em edifícios (Fugazza, 2005; Auricchio et al., 2006b; McCormick et al., 2006), nesta dissertação focaram-se os estudos desenvolvidos em pontes de betão armado com múltiplos vãos (PBAMV), pois foi este o tipo de estrutura considerado como caso de estudo no Capítulo 5. O motivo desta escolha, deve-se ao facto das PBAMV poderem experimentar, durante um sismo, deslocamentos de pico, relativos e residuais. Assim, estas são um objeto experimental que permitirá avaliar a influência de diferentes modelos numéricos de SMA ao nível de três tipos de deslocamento.

As PBAMV são constituídas por pórticos separados por juntas de dilatação. A função das juntas é limitar problemas relacionados com a retração do betão e com as variações de temperatura, os quais podem induzir esforços significativos nos elementos estruturais. Contudo, como pode ser visto na Figura 2.17, por separarem fisicamente dois pórticos adjacentes, as juntas são pontos críticos durante a ocorrência de um sismo. Em particular, se os períodos naturais de vibração dos pórticos 1 e 2 forem distintos, estes mover-se-ão desfasados, com deslocamentos longitudinais, u_1 e u_2 , respetivamente, o que provocará um deslocamento relativo entre ambos, Δ_u . Se o valor de Δ_u exceder o valor admissível, $\Delta_{u,adm}$, os tabuleiros perdem o apoio e colapsam. Este fenómeno foi a principal causa que originou o colapso de mais de 60 PBAMV durante o sismo de São Fernando, ocorrido em 1971. A acumulação de deformações residuais permanentes nas colunas de betão armado dos pórticos, é outro dos problemas das PBAMV. Para sismos intensos, estas deformações podem gerar deslocamentos residuais, $u_{1,res}$ e $u_{2,res}$, que podem, no limite, levar ao colapso da ponte (Andrawes & DesRoches, 2005, 2007a, 2007c).

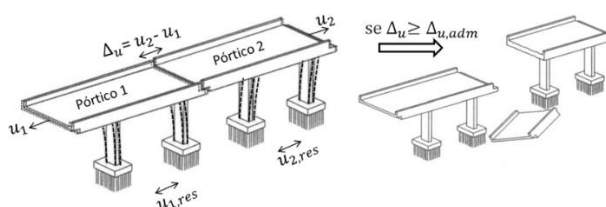


Figura 2.17 – Ponte com dois pórticos submetida a um sismo (adaptado de Andrawes & DesRoches, 2007)

Após o sismo de São Fernando, o CALTRANS (*California Department of Transportation*) levou a cabo um extenso programa nos Estados Unidos, o qual visou preparar as PBAMV para os efeitos dos sismos. A preparação foi feita através da implementação de elementos de restrição nas juntas, cuja função é limitar os valores de Δ_u abaixo do valor de $\Delta_{u,adm}$ (ver Figura 2.18).

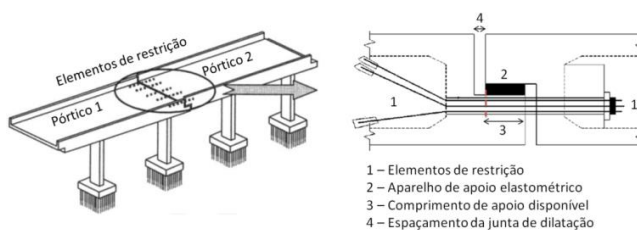


Figura 2.18 – Ligação entre pórticos (adaptado de DesRoches & Fenves, 2001; Andrawes & DesRoches, 2007)

A implementação de cabos ou de barras de aço nas juntas de dilatação, foi a solução implementada pelo CALTRANS, tendo também sido implementada no Japão. Esta solução foi posta à prova durante os sismos de Loma Prieta, ocorrido em 1989, de Northridge, ocorrido em 1994, e de Kobe, ocorrido em 1995. Apesar de ter permitido limitar a extensão dos danos em várias pontes, foram reportados casos de pontes cujos tabuleiros colapsaram (ver Figura 1.1 (c)), e casos de pontes cujos pórticos acumularam grandes deslocamentos residuais (ver Figura 1.1 (d)). Esta ineficiência resulta do facto dos elementos de aço não apresentarem capacidade de recentramento para grandes deformações. Além disso, como só operam em regime elástico, estes elementos podem danificar componentes estruturais das pontes devido à transmissão de grandes esforços (DesRoches & Delemont, 2002; Andrawes & DesRoches, 2005).

Os SMA superelásticos e os amortecedores metálicos, de fluido viscoso, e viscoelásticos, foram soluções estruturais posteriormente sugeridas para implementação em juntas de PBAMV (Andrawes & DesRoches, 2007a). Estas soluções, contudo, só foram testadas em estudos numéricos. Em seguida, apresentam-se alguns dos estudos mais relevantes no campo dos SMA superelásticos, o material que motivou a realização desta dissertação, comparando a eficiência desta solução com outras soluções.

DesRoches & Delemont (2002) consideraram uma ponte de betão armado simplesmente apoiada com três vãos, que simularam, sem elementos de restrição, com barras de aço e com barras de SMA superelástico, para dois registos sísmicos num software de elementos finitos (DRAIN-2DX). Os SMA foram simulados com um modelo uniaxial linear e independente da temperatura. Os elementos de aço foram simulados com um modelo bilinear. Andrawes & DesRoches (2005) repetiram o estudo para dez registos sísmicos. Os investigadores constataram que as características sísmicas têm grande influência na eficiência dos elementos de restrição. Os SMA apresentaram uma elevada eficiência para grandes deformações. Em oposição, o aço só revelou eficiência no regime elástico. Foi concluído que o recentramento é importante para sismos intensos, pois estes provocam grandes deslocamentos.

Nos estudos numéricos, é usual o uso de modelos simplificados. Estes osciladores concentram a rigidez e a massa de uma estrutura, permitindo simular a sua resposta dinâmica em função do seu período natural de vibração. Na Figura 2.19 (a), é ilustrado um oscilador com um grau de liberdade (o1gdl). Na Figura 2.19 (b), é ilustrado o oscilador com dois graus de liberdade (o2gdl) usualmente considerado para representar dois pórticos adjacentes de uma ponte, separados por uma junta de dilatação.

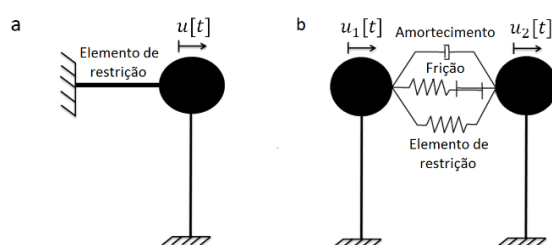


Figura 2.19 – (a) o1gdl; (b) o2gdl (adaptado de Fugazza, 2003; Andrawes & DesRoches, 2007b)

Fugazza (2003) estudou a influência das propriedades mecânicas dos SMA, nomeadamente dos seus valores de σ_s^{AM} , σ_f^{AM} , σ_s^{MA} , e de σ_f^{MA} , ao nível dos deslocamentos de pico experimentados pelo o1gdl ilustrado na Figura 2.19 (a). A resposta do o1gdl foi avaliada para ações de impulso, sinusoidais, exponenciais-sinusoidais, para um acelerograma, e para vibrações livres. Os SMA foram simulados com um modelo uniaxial dependente da temperatura, baseado na lei cinética linear apresentada por Auricchio & Sacco (1997). A consideração de condições isotérmicas e de um valor de E constante, são as duas limitações do modelo. A resposta da coluna foi simulada com um modelo linear e com um modelo elastoplástico. Os resultados mostraram que a capacidade de recentramento não foi afetada pelo tipo de ação dinâmica. Por outro lado, a resposta do o1gdl foi influenciada pelos valores das tensões críticas dos SMA. Ajustando esses valores, Fugazza constatou que é possível calibrar um SMA para melhorar o controlo de deslocamentos (aumentando a extensão do patamar $A \rightarrow M$) e a dissipação de energia.

As variações dos valores de T_0 modificam o comportamento dos SMA (ver Figura 2.8). Simulando a resposta do o2gdl da Figura 2.19 (b) para rácios de períodos naturais de vibração (RPNV) (controla o desfasamento dos pórticos) entre 0.4 e 1.0, e para rácios de ductilidade (deslocamento máximo a dividir pelo deslocamento de cedência de uma coluna) entre 1 e 7, Andrawes & DesRoches (2007c) analisaram, para 25 registos sísmicos, a influência dessas modificações no controlo do deslocamento relativo. A resposta das colunas de betão armado foi simulada com um modelo de plasticidade concentrada. Os SMA foram simulados, em condições isotérmicas, com um modelo uniaxial dependente da temperatura, baseado na lei cinética exponencial de Tanaka et al. (1986). Os autores concluíram que a sensibilidade dos SMA a variações térmicas afeta o deslocamento relativo, o qual tendeu a aumentar com: 1) aumento do valor de T_0 em relação ao valor de A_f ; 2) diminuição do RPNV; 3) aumento do rácio de ductilidade.

Andrawes & DesRoches (2007b) analisaram a sensibilidade do deslocamento relativo em relação a três propriedades histeréticas dos SMA superelásticos: 1) distância vertical entre os troços $A \rightarrow M$ e $M \rightarrow A$; 2) endurecimento durante $A \rightarrow M$; 3) endurecimento após o fim de $A \rightarrow M$. Este estudo é semelhante ao de Andrawes & DesRoches (2007c), com a diferença de ter sido utilizado um modelo uniaxial de SMA linear e independente da temperatura. Os autores observaram que o deslocamento relativo é muito sensível aos parâmetros 1 e 2, e pouco sensível ao parâmetro 3. Assim, concluíram que o controlo de deslocamentos relativos com SMA superelásticos, é essencialmente um problema de recentramento e não de dissipação de energia. Isto acontece porque as quantidades de energia que os SMA superelásticos dissipam são pequenas ao ponto de afetarem muito o deslocamento relativo.

Com base no o2gdl da Figura 2.19 (b), Andrawes & DesRoches (2007a) analisaram, para vinte e cinco registos sísmicos, para valores de RPNV entre 0.2 e 1.0, e para rácios de ductilidade entre 1 e 4, a eficiência de elementos de aço, de amortecedores metálicos, de amortecedores viscoelásticos, e de SMA superelásticos, no controlo de deslocamentos relativos em PBAMV. Adotaram um modelo bilinear para simular o comportamento do aço, dos amortecedores metálicos, e das colunas de betão armado, um modelo uniaxial linear e independente da temperatura para simular os SMA superelásticos, e o modelo de Kelvin-Voigt para simular os amortecedores viscoelásticos. Os amortecedores viscoelásticos e os SMA, mostraram-se eficientes para todos os valores de RPNV e de rácios de ductilidade, apresentando deformações residuais pouco significativas. A desvantagem dos amortecedores viscoelásticos é que a sua eficiência depende das características sísmicas e do período natural de vibração da estrutura. Os amortecedores metálicos, à semelhança do aço, não apresentam recentramento. Estas duas soluções só revelaram eficiência quando os pórticos se moveram quase faseados (valores de RPNV entre 0.7 e 1.0). Os resultados deste estudo, comprovaram que a capacidade de recentramento é uma característica fundamental para controlar deslocamentos em estruturas submetidas a ações dinâmicas como os sismos.

Além dos amortecedores metálicos, viscoelásticos, e dos SMA superelásticos, os amortecedores de fluido viscoso também foram sugeridos no passado como alternativa ao aço. No entanto, este tipo de amortecedor não apresenta capacidade de recentramento, pelo que, à semelhança do aço, não será uma solução adequada para todo o tipo de condições dinâmicas (Andrawes & DesRoches, 2007a).

Johnson et al. (2008) efetuaram ensaios dinâmicos num protótipo constituído por duas vigas de betão armado, separadas por uma junta. Os deslocamentos relativos foram analisados com elementos de SMA superelástico, de aço, e sem elementos de restrição. Como era expectável, os resultados evidenciaram a eficiência dos SMA e a ineficiência do aço para ações cíclicas. Os resultados experimentais foram comparados com um modelo numérico baseado no o2gdl da Figura 2.19 (b). Os SMA foram simulados com um modelo uniaxial de SMA linear e independente da temperatura. Os resultados mostraram-se compatíveis com os resultados experimentais. Esta evidência revela que os modelos uniaxiais de SMA, se bem calibrados, são fiáveis para desenvolver estudos numéricos.

Cismaşiu & Santos (2008) consideraram um o1gdl constituído por um fio superelástico (ver Figura 2.20 (a)), um o1gdl constituído por dois fios superelásticos pré-deformados a trabalharem em oposição de base (ver Figura 2.20 (b)), e um o1gdl com dois fios superelásticos pré-deformados acoplados com um fio recentrador (ver Figura 2.20 (c)). Estes o1gdl simulam os dispositivos propostos por Dolce et al. (2000), referidos anteriormente. Os SMA foram simulados, em condições não isotérmicas, com um modelo uniaxial dependente da temperatura, acoplado a lei cinética exponencial de Tanaka et al. (1986). O sistema da Figura 2.20 (a) apresentou recentramento, um valor de ζ_{eq} na ordem dos 5%, e revelou-se sensível a variações de temperatura. Os sistemas da Figura 2.20 (b) e (c) não apresentaram recentramento e apresentaram valores de ζ_{eq} na ordem dos 20%. O primeiro revelou-se insensível a variações térmicas. Os valores de ζ_{eq} mostraram-se sensíveis às características do o1gdl adotado, e foram consistentes com os reportados por Dolce et al. (2000). Para finalizar, os investigadores efetuaram uma análise dinâmica linear numa ponte projetada num programa de elementos finitos, na qual implementaram o sistema da Figura 2.20 (b). Verificaram que a implementação deste sistema passivo, permitiu reduzir significativamente os deslocamentos longitudinais reportados na ponte original.

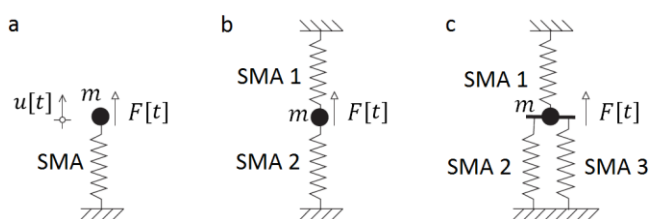


Figura 2.20 – o1gdl: (a) fio simples; (b) fios pré-deformados a trabalharem em oposição de base; (c) dois fios com pré-deformação aplicada, acoplados com um fio recentrador (Cismaşiu & Santos, 2008)

Os estudos numéricos revistos, focaram-se em avaliar, com base num modelo uniaxial de SMA particular, a eficiência dos SMA superelásticos para controlar deslocamentos em estruturas submetidas à ação sísmica. Como se aferiu, o material é eficiente nessas funções. Contudo, como consta na Tabela 2.3, existem várias características que podem variar, em função do processo de fabrico, de SMA para SMA, nomeadamente os valores de E_A e E_M , o comportamento durante as transformações de fase, as tensões críticas de transformação de fase, e o comportamento para ações de tração e de compressão. Analisar a influência da variabilidade dessas características nos deslocamentos de pico, relativos, e residuais, que uma estrutura pode experimentar durante um sismo, é uma questão relevante num

contexto de projeto, onde será tentadora a ideia de utilizar modelos numéricos simples, os quais podem não estar de acordo com o comportamento experimental do SMA adotado. Nestes casos, é importante perceber se as diferenças nos deslocamentos obtidas entre o modelo numérico adequado e o adotado podem, em função dos coeficientes de segurança adotados, comprometer a integridade estrutural.

No passado, já foram desenvolvidos estudos no sentido de analisar a influência estrutural do modelo numérico de SMA adotado, embora só tenham focado deslocamentos de pico. Considerando o o1gdl da Figura 2.19 (a), Du et al. (2005) efetuaram uma análise dinâmica linear e isotérmica. No estudo, compararam, para uma ação sinusoidal, um modelo uniaxial de SMA linear e independente da temperatura com um modelo uniaxial de SMA dependente da temperatura, acoplado à lei cinética de cossenos apresentada por Liang & Rogers (1990). Constataram que o modelo uniaxial adotado não influenciou significativamente os deslocamentos experimentados pelo oscilador.

Andrawes & DesRoches (2008) compararam, considerando trinta registros sísmicos, um modelo uniaxial linear e independente da temperatura (M1), um modelo uniaxial não linear e dependente da temperatura (M2), e um modelo uniaxial não linear dependente da temperatura que descreve a superelasticidade instável de espécimes não treinados nos ciclos iniciais (M3). Os modelos M2 e M3 foram acoplados à lei cinética exponencial de Tanaka et al. (1986). A análise comparativa foi efetuada com base num o1gdl como o apresentado na Figura 2.19 (a), que foi simulado para períodos naturais de vibração de 0.25, 0.5, 0.75 e 1.0 s. Ao contrário do estudo de Du et al. (2005), este estudo mostrou que as características do modelo de SMA adotado, podem influenciar significativamente o deslocamento de pico do oscilador. Entre M1 e M2, a maior diferença relativa nos deslocamentos obtidos foi inferior a 9%. Entre M1 e M3, a maior diferença relativa foi de 39%. Esta diferença é lógica notando que os SMA não treinados apresentam deformação residual nos primeiros ciclos, o que tende a amplificar os deslocamentos experimentados pela estrutura. As diferenças entre os modelos foram condicionadas para sismos mais intensos e com maior duração e para períodos naturais de vibração mais baixos.

2.3. MODELAÇÃO NUMÉRICA DO EFEITO SUPERELÁSTICO EM FIOS E BARRAS PARA AÇÕES AXIAIS

Na literatura, existem muitos modelos numéricos que simulam o comportamento axial de fios e de barras de SMA superelástico, as formas mais comuns da engenharia civil. Esses modelos são categorizados como microscópicos, macroscópicos, ou como uma mistura entre ambos (Huang et al., 2000). Contudo, a comparação entre modelos numéricos de diferentes categorias com evidências experimentais não é fácil, porque estes partem de diferentes hipóteses e incluem parâmetros difíceis de comparar. Consequentemente, por questões de fiabilidade, a análise da resposta dinâmica de estruturas com SMA incorporados, deve ser executada com base em modelos numéricos de SMA comparáveis. Para desenvolver este tipo de estudos e também para as aplicações de engenharia em geral, os modelos macroscópicos, devido à sua fácil implementação, tempos de cálculo reduzidos, e interpretação fenomenológica da complexa micromecânica dos SMA, são os mais adequados (Auricchio et al., 2014).

Dentro dos modelos macroscópicos, a questão da comparabilidade dos modelos volta a colocar-se pelo facto de existirem modelos tridimensionais e modelos uniaxiais. Os primeiros, caracterizados por incluírem aspetos mais complexos da micromecânica dos SMA, aplicam-se, regra geral, a SMA com geometrias complexas e a casos que envolvem forças multiaxiais não uniformes (Auricchio & Petrini, 2002; Lagoudas, 2008; Arghavani et al., 2010; Auricchio & Bonetti, 2013; Auricchio et al., 2014). Os segundos limitam-se à simulação do comportamento axial de fios e de barras de SMA, pelo que são adequados para os propósitos deste estudo, levado novamente à exclusão da questão da comparabilidade.

Dentro dos vários modelos uniaxiais macroscópicos encontrados na literatura, os modelos uniaxiais termomecânicos da família de modelos de Tanaka são, de acordo com a revisão do tópico 2.2.4, os mais populares nos estudos da dinâmica de estruturas. A popularidade deve-se ao facto de estes modelos, devido à sua dependência da temperatura, permitirem simular o comportamento axial de fios e de barras de SMA superelástico em condições não isotérmicas (Vitiello et al., 2005). Além disso, o facto de serem uma família de modelos, garante que se podem comparar vários modelos de características diferenciadas.

2.3.1. MODELOS UNIAXIAIS DE SMA DA FAMÍLIA DE MODELOS DE TANAKA

A família de modelos uniaxiais macroscópicos de Tanaka, surgiu com o trabalho de Tanaka et al. (1986). As vantagens e desvantagens destes modelos termomecânicos, são apresentadas na Tabela 2.4.

Tabela 2.4 - Vantagens e desvantagens dos modelos uniaxiais de SMA da família de modelos de Tanaka

Vantagens	Desvantagens
<ul style="list-style-type: none"> - Permitem simular o comportamento axial de fios e de barras de SMA superelástico treinados (Tanaka et al., 1986). Incorporando equações adicionais, podem ser estendidos a SMA não treinados (Pereira, 2011); - Dependem do valor de T (Tanaka et al., 1986); - Descrevem o comportamento não isotérmico do SMA: incorporando uma lei do equilíbrio térmico, os modelos atualizam o valor de T em função do valor de f, refletindo isto no valor de σ (Vitiello et al., 2015); - Descrevem, através do parâmetro ξ (lei cinética), as alterações na estrutura cristalina do SMA em função dos valores de σ e T, refletindo-as na resposta durante as transformações de fase (Tanaka et al., 1986); - Baseiam-se nas propriedades geométricas, mecânicas, e térmicas, mais relevantes dos SMA. Em função das propriedades adotadas para ações de tração e de compressão, permitem descrever comportamentos assimétricos (Auricchio & Sacco, 1999; Marfia & Rizzoni, 2013). - Calibráveis com as evidências experimentais alterando as propriedades geométricas, mecânicas, e térmicas do SMA, e a lei cinética adotada; - A composição química e o tratamento termomecânico são indiretamente considerados através das propriedades do SMA adotadas; - São realistas, fáceis de implementar, e são numericamente eficientes; - Incorporáveis no método dos elementos finitos (Auricchio & Taylor, 1997; Auricchio & Sacco, 1999; Auricchio, 2001; La Cava et al., 2004). 	<ul style="list-style-type: none"> - Limitam-se a SMA na forma de fios e de barras (Cismaşiu & Santos, 2008); - Não distinguem fios de SMA de barras de SMA: <ul style="list-style-type: none"> • não refletem a redução do diâmetro do SMA nos aumentos dos valores de ζ_{eq}, E, σ_s^{AM}, σ_f^{AM}, σ_s^{MA}, e de σ_f^{MA}, conforme reportado nas evidências experimentais anteriormente discutidas; • simulam o comportamento axial à compressão dos fios de SMA como se fossem barras de SMA (o utilizador deve saber até que ponto o espécime resiste ou não a forças de compressão). - Não detetam a rotura do material após finalizada a $A \rightarrow M$, na fase de endurecimento da martensite desgeminada. Assim, a rotura do material deve ser programada pelo utilizador (ex: $\epsilon_{rotura} = 8\%$); - Seguem a ordem clássica de temperaturas de transição dos SMA de tipo I: $M_f < M_s < A_s < A_f$ (Brinson, 1993); - Não consideram o fenómeno de encurvadura do material.

A família de modelos de Tanaka, é formulada com base em duas variáveis de estado externas, a temperatura do SMA, T , e a deformação axial, ϵ , e com base numa variável de estado interna, a fração de martensite, ξ . Essas variáveis distribuem-se por três leis, a constitutiva, a cinética, e a do equilíbrio térmico. O acoplamento entre essas leis, permite montar um modelo não isotérmico (ver Figura 2.21).

Definidas as funções $E(\xi)$, $\Omega(\xi)$, e $\theta(\xi)$, Brinson (1993) formulou uma lei diferencial, que, após integrada, resulta numa lei constitutiva de funções materiais variáveis, válida para todos os valores de T , e que permite simular o efeito de memória simples e o efeito superelástico. Como o parâmetro E é usual na engenharia, Brinson (1993) admitiu uma relação $\Omega(\xi) = -\varepsilon_L \times E(\xi)$, que permitiu reescrever $\Omega(\xi)$ em função de $E(\xi)$. Brinson & Huang (1996) simplificaram essa lei constitutiva para uma forma mais compacta, eliminando alguns termos. Essa lei, que é apresentada na Equação (2.5), possui duas componentes, uma mecânica e uma térmica, consistindo na lei constitutiva final dos modelos de Tanaka.

$$\sigma = E(\xi) \times (\varepsilon - \varepsilon_L \times \xi) + \theta(T - T_0) \quad (2.5)$$

Em rigor, o parâmetro θ pode ser modelado com a equação $\theta(\xi) = \theta_A + (\theta_M - \theta_A) \times \xi$, sendo θ_A e θ_M as expansões térmicas da austenite e da martensite (Tanaka et al., 1986). Contudo, os valores de θ são cerca de 5 ordens de grandeza inferiores aos valores de E (Brinson, 1993), pelo que a componente térmica, $\theta(T - T_0)$, contribui de forma pouco significativa para os valores estimados de σ . Assim, o parâmetro θ pode ser mantido constante ou pode ser desprezado. Esta última opção, permite simplificar a Equação (2.5) para a forma mecânica apresentada na Equação (2.6) (Brinson & Huang, 1996).

$$\sigma = E(\xi) \times (\varepsilon - \varepsilon_L \times \xi) \quad (2.6)$$

A lei constitutiva a utilizar, depende da simplicidade desejada na montagem do modelo uniaxial de SMA adotado. Auricchio & Sacco (1999, 2001), Fugazza (2005), e Auricchio et al. (2007, 2008), adotaram a Equação (2.5). Lubliner & Auricchio (1996), Auricchio et al. (1997), Auricchio & Lubliner (1997), Fugazza (2003), Auricchio & Sacco (1997), e Auricchio et al. (2006), adotaram a Equação (2.6).

A Equação (2.6) pode ser escrita na seguinte forma (Brinson & Huang, 1996):

$$\varepsilon = \varepsilon^{el} + \varepsilon^{tr} \quad \text{onde: } \begin{cases} \varepsilon^{el} = \varepsilon_A + \varepsilon_M \\ \varepsilon^{tr} = \xi \times \varepsilon_L \end{cases} \quad (2.7)$$

sendo ε^{el} a deformação elástica, ε^{tr} a deformação não elástica ou de transformação, ε_A a deformação elástica da austenite, e ε_M a deformação elástica da martensite.

A componente elástica, ε^{el} , é referente ao parâmetro E . Na literatura, são encontrados dois tipos de modelos micromecânicos para simulação das variações dos valores de E durante as transformações de fase, o simples e o de homogeneização. O modelo simples consiste num valor de E constante. Esta solução foi adotada por autores como Lubliner & Auricchio (1996), Auricchio et al. (1997), Auricchio & Lubliner (1997), e Fugazza (2003). O modelo de homogeneização mistura os valores de E_A e de E_M em função do valor de ξ . Os modelos de Voigt e de Reuss (Brinson & Huang, 1996), são os modelos de homogeneização usualmente adotados em estudos práticos (Vitiello et al., 2005; Du et al., 2005; Auricchio et al., 2006, 2007, 2008; Cismaşiu & Santos, 2008). O esquema e as equações que caracterizam os três modelos micromecânicos anteriormente referidos, são apresentados na Figura 2.22.

Módulo de elasticidade constante	Modelos de Homogeneização (Regras de Misturas)	
a	b	c
Modelo Simples	Modelo de Voigt	Modelo de Reuss
<div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div style="text-align: center;"> <p>Antes das transformações de fase</p> </div> <div style="text-align: center;"> <p>Durante as transformações de fase</p> </div> </div>	<div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div style="text-align: center;"> <p>Antes das transformações de fase</p> </div> <div style="text-align: center;"> <p>Durante as transformações de fase</p> </div> </div>	<div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div style="text-align: center;"> <p>Antes das transformações de fase</p> </div> <div style="text-align: center;"> <p>Durante as transformações de fase</p> </div> </div>
$E(\xi) = E_A$	$E(\xi) = E_A + (E_M - E_A) \times \xi$	
	$E(\xi = 0) = E_A \quad E(\xi = 1) = E_M$	$E(\xi) = \frac{E_A \times E_M}{E_M + (E_A - E_M) \times \xi}$ $E(\xi = 0) = E_A \quad E(\xi = 1) = E_M$

Figura 2.22 – Modelo micromecânico: (a) simples; (b) Voigt; (c) Reuss (adaptado de Cismaşiu & Santos, 2010)

O modelo micromecânico simples (ver Figura 2.22 (a)) só incorpora o valor de E_A . Antes e durante as transformações de fase, o modelo considera que só existe austenite. Deste modo, é possível escrever que $\varepsilon^{el} = \varepsilon_A$ e que $\sigma = \sigma_A$, sendo que σ_A se refere à tensão aplicada na austenite. Com base nas considerações anteriores, é possível escrever a seguinte equação (Cismaşiu & Santos, 2010):

$$\sigma = \sigma_A = E_A \times \varepsilon_A \quad (2.8)$$

A combinação das Equações (2.7) e (2.8) permite, sem negligenciar a componente térmica, $\theta(T - T_0)$, obter a lei constitutiva da Equação (2.5) acoplada com o modelo micromecânico simples:

$$\sigma = E_A \times (\varepsilon - \varepsilon_L \times \xi) + \theta(T - T_0) \quad (2.9)$$

O modelo de Voigt (ver Figura 2.22 (b)) considera que as fases se encontram em paralelo antes das transformações de fase. Durante as transformações de fase, a fase transformada forma-se em série. Como se trata de um modelo em paralelo, é possível escrever que $\varepsilon^{el} = \varepsilon_A = \varepsilon_M$ e que $\sigma_A \neq \sigma_M$, sendo σ_M a tensão aplicada na martensite. Assim, é possível escrever que (Brinson & Huang, 1996):

$$\sigma = (1 - \xi) \times \sigma_A + \xi \times \sigma_M \quad \text{com:} \begin{cases} \sigma_A = E_A \times \varepsilon_A = E_A \times \varepsilon \\ \sigma_M = E_M \times \varepsilon_M = E_M \times \varepsilon \end{cases} \quad (2.10)$$

A combinação das Equações (2.7) e (2.10) permite, sem negligenciar a parcela da temperatura $\theta(T - T_0)$, obter a lei constitutiva da Equação (2.5) acoplada com o modelo de Voigt:

$$\sigma = [E_A + (E_M - E_A) \times \xi] \times (\varepsilon - \varepsilon_L \times \xi) + \theta(T - T_0) \quad (2.11)$$

O modelo de Reuss (ver Figura 2.22 (c)) considera que as fases se encontram em série antes das transformações de fase. Durante as transformações de fase, o modelo considera que a fase transformada se forma em série. Como este se trata de um modelo em série, é possível escrever que $\sigma = \sigma_A = \sigma_M$ e que $\varepsilon_A \neq \varepsilon_M$, notando que a austenite e a martensite possuem diferentes rigidezes. Com base nas considerações anteriores, é possível obter a Equação (2.12) (Brinson & Huang, 1996).

$$\varepsilon = \xi_A \times \varepsilon_A + (1 - \xi_A) \times \varepsilon_M \quad \text{com:} \quad \begin{cases} \varepsilon_A = \frac{\sigma_A}{E_A} = \frac{\sigma}{E_A} \\ \varepsilon_M = \frac{\sigma_M}{E_A} + \varepsilon_L = \frac{\sigma}{E_A} + \varepsilon_L \end{cases} \quad (2.12)$$

A combinação das Equações (2.7) e (2.12) permite, sem negligenciar a componente térmica, $\theta(T - T_0)$, obter a lei constitutiva da Equação (2.5) acoplada com o modelo de Reuss:

$$\sigma = \left[\frac{E_A \times E_M}{E_M + (E_A - E_M) \times \xi} \right] \times (\varepsilon - \varepsilon_L \times \xi) + \theta(T - T_0) \quad (2.13)$$

O modelo de Mori-Tanaka é um modelo de homogeneização mais complexo do que os modelos de Voigt e de Reuss, mas que também é acoplável às leis constitutivas apresentadas nas Equações (2.5) e (2.6). Este modelo é definido pela Equação (2.14a) (Auricchio & Sacco, 1997).

$$E(\xi) = \frac{E_A E_M}{2} \left[\frac{(1 - \xi) + \xi \times A^{MA}}{E_M(1 - \xi) + \xi \times A^{MA} \times E_A} + \frac{(1 - \xi) \times A^{AM} + \xi}{E_M(1 - \xi) \times A^{AM} + \xi \times E_A} \right] \quad (2.14a)$$

sendo os parâmetros A^{MA} e A^{AM} dados por:

$$A^{MA} = \frac{E_M}{E_A + p \times (E_M - E_A)} \quad ; \quad A^{AM} = \frac{E_A}{E_M + p \times (E_A - E_M)} \quad (2.14b)$$

p é o parâmetro que caracteriza a geometria da inclusão. Existem dois tipos de inclusão, a esférica, em que $p = (4 - 5\nu)/(15(1 - \nu))$, sendo ν o coeficiente de Poisson, e a elíptica, definida por $p = 1/2$.

Considerando valores de $E_A = 70$ GPa e de $E_M = 30$ GPa, apresenta-se, na Figura 2.23, uma comparação entre os modelos de Voigt, Reuss, Mori-Tanaka esférico (adotou-se um valor $\nu = 0.3$), e de Mori-Tanaka elíptico. A comparação consistiu em analisar a evolução dos valores de E em função dos valores de ξ , entre o início e o fim de $A \rightarrow M$. Os resultados da análise revelam diferenças significativas entre os modelos. De acordo com Auricchio & Sacco (1997), o modelo de Reuss é o que melhor correlação apresenta com as evidências experimentais. Independentemente dos valores de E_A e de E_M adotados, verificou-se que as curvas obtidas com cada qual evoluem sempre do mesmo modo.

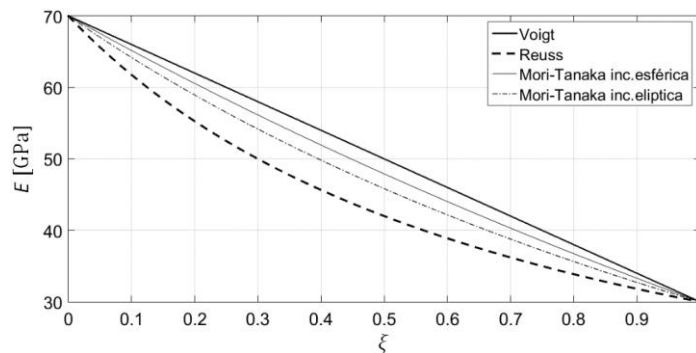


Figura 2.23 – Variação dos valores de E com os valores de ξ durante $A \rightarrow M$ ($E_A = 70$ GPa, $E_M = 30$ GPa, $\nu = 0.3$)

Apesar das diferenças observadas na Figura 2.23, o modelo de homogeneização é, do ponto de vista numérico, uma componente pouco relevante. A pouca relevância deve-se ao facto dos valores de ε^{tr} rondarem os 7%, sendo estes muito superiores aos valores de ε^{el} . A parcela $\varepsilon^{tr} = \xi \times \varepsilon_L$, relaciona, através do parâmetro ξ , a lei constitutiva com uma lei cinética. Como os valores de ε^{tr} se irão sobrepor sempre durante uma análise numérica, a lei cinética é a componente numericamente mais relevante da família de modelos de Tanaka. Como a resposta do material é pouco sensível ao modelo de homogeneização, a escolha dependerá apenas das preferências do utilizador (Brinson & Huang, 1996).

A lei cinética tem como função simular, através do parâmetro ξ , as alterações que se processam, em função das variações que ocorrem nos valores de σ e de T , na estrutura cristalina do material. Na família de modelos de Tanaka, essas alterações são simuladas com um diagrama metalúrgico, designado de diagrama de fases (DF), que expressa o equilíbrio termomecânico entre as fases A, M_d , e M_g . Estas fases encontram-se e podem coexistir em determinadas regiões do diagrama, que se delimitam, com boa aproximação, por linhas com declives definidos pelos coeficientes de Clausius-Clapeyron C_M e C_A . Os parâmetros C_M e C_A descrevem, respetivamente, a extensão das transformações $A \rightarrow M$ e $M \rightarrow A$, tendo em conta o aumento linear dos valores das tensões críticas que as ativam em função do aumento dos valores de T , como apresentado nas Equações (2.15a) e (2.15b) (Brinson, 1993; Lagoudas, 2008).

$$\text{Condições de ativação para } A \rightarrow M: \quad \sigma_s^{AM} = C_M(T - M_s) < \sigma < \sigma_f^{AM} = C_M(T - M_f) \quad (2.15a)$$

$$\text{Condições de ativação para } M \rightarrow A: \quad \sigma_f^{MA} = C_A(T - A_f) < \sigma < \sigma_s^{MA} = C_A(T - A_s) \quad (2.15b)$$

Na Figura 2.24 (a), é apresentado o DF que caracteriza, do ponto de vista microestrutural, o efeito superelástico. No plano $\sigma - T$, encontra-se marcada uma linha vertical que descreve, em condições isotérmicas, a evolução do valor de σ . ξ^{AM} e ξ^{MA} descrevem a evolução do valor de ξ durante $A \rightarrow M$ e $M \rightarrow A$, respetivamente. Como o valor de σ depende do valor de ξ , ao alterar a lei cinética é possível simular, conforme apresentado na Figura 2.24 (b) e (c), comportamentos macroscópicos distintos durante $A \rightarrow M$ e $M \rightarrow A$, para o mesmo valor de σ aplicado (Cismaşiu & Santos, 2008, 2010).

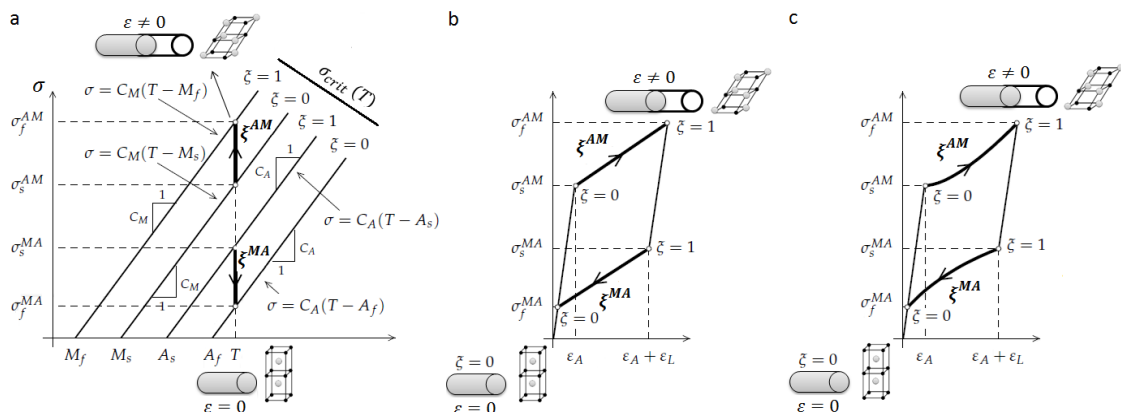


Figura 2.24 – (a) DF para caracterização do efeito superelástico; comportamento macroscópico considerando uma evolução linear de ξ (b) e uma evolução não linear de ξ (c) (adaptado de Cismaşiu & Santos, 2010)

Na literatura, encontram-se várias leis cinéticas, são elas as exponenciais de Tanaka et al. (1986) e Lubliner & Auricchio (1996), a de cossenos de Liang & Rogers (1990), a termodinâmica de Ivshin & Pence (1994), a linear adotada por Auricchio & Sacco (1997), e a de potências adotada por Fugazza (2005). Como o DF apresentado na Figura 2.24 (a), o esqueleto das referidas leis cinéticas, não incorpora a fase M_g , as mesmas não detetam o efeito de memória simples para $T < M_s$. Para detetar a geminação, Brinson (1993) reformulou a lei de cossenos com base no DF apresentado na Figura 2.25 (a). Por se basear na Equação (2.4), esse DF é consistente com a micromecânica dos SMA para todos os valores de T . A mesma reformulação foi feita por Auricchio & Lubliner (1997), para a lei de Lubliner & Auricchio (1996). Contudo, como incluem as fases A e M_d , os dois DF são iguais no caso do efeito superelástico. Deste modo, todas as leis cinéticas atrás referidas permitem simular esse efeito de memória.

O DF da Figura 2.25 (b), é uma extensão do DF da Figura 2.25 (a) para ações de compressão. Uma das vantagens da família de modelos de Tanaka, é precisamente permitirem simular comportamentos superelásticos assimétricos quando o SMA é comprimido ou tracionado. Para tal, basta diferenciar, na fase de implementação, os valores C_M e C_A (modifica os valores de σ_s^{AM} , σ_f^{AM} , σ_s^{MA} , e σ_f^{MA}), de E_A e E_M , ou de ε_L , para ações de tração e de compressão (Auricchio & Sacco; 1999; Marfia & Rizzoni, 2013).

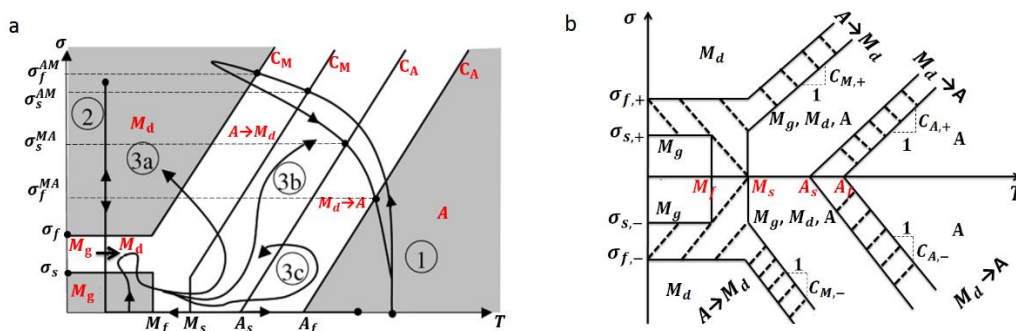


Figura 2.25 – DF de Brinson: (a) só tração (Lagoudas, 2008); (b) tração e compressão (Auricchio & Sacco; 1999)

A lei cinética e os restantes parâmetros geométricos, mecânicos, e térmicos, a adotar na montagem do modelo uniaxial, dependem do SMA adotado e do seu comportamento real. Uma das vantagens dos modelos da família de modelos de Tanaka, é que são fáceis de calibrar com as evidências experimentais.

Na Figura 2.26 (a), são apresentadas comparações de Cismaşiu & Santos (2008), que mostram a boa calibração de um modelo baseado na lei de Tanaka et al. (1986) com as evidências experimentais. Na Figura 2.26 (b), são apresentadas comparações de (Auricchio et al., 2007, 2008), que mostram que as leis linear e exponencial de Lubliner & Auricchio (1996) serão úteis para outras calibrações.

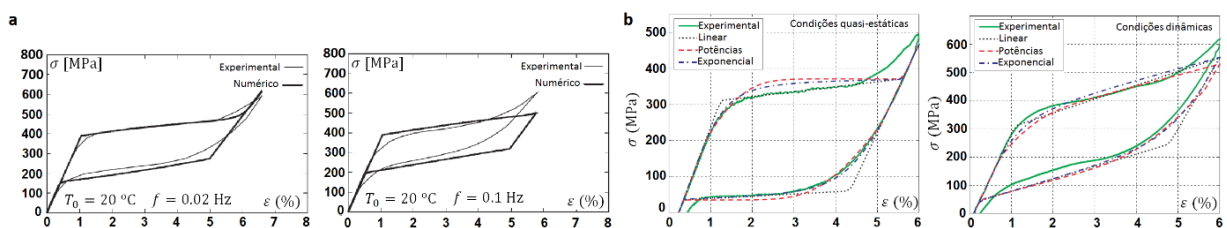


Figura 2.26 - Comparações numérico-experimentais: (a) lei exponencial de Tanaka (adaptado de Cismaşiu & Santos, 2008); (b) lei exponencial de Lubliner & Auricchio (1996) e lei linear (adaptado de Auricchio et al. 2008)

Nesta dissertação, consideraram-se as quatro leis cinéticas apresentadas em seguida.

Lei cinética de cossenos de Liang & Rogers (1990)

Liang & Rogers (1990) propuseram uma lei cinética empírica, que ajustaram a evidências experimentais de vários SMA com a função cosseno (não se adaptarem a todos os SMA poderá ser uma limitação). Brinson (1993) estendeu essa lei a $T < M_s$. Contudo, pelos motivos antes referidos, ambas são iguais para simular a superelasticidade. As relações cinéticas que definem esta lei são dadas por:

$$\xi^{AM} = \frac{1 - \xi_0}{2} \times \cos \left[\frac{\pi}{M_s - M_f} \left(T - M_f - \frac{\sigma}{C_M} \right) \right] + \frac{1 + \xi_0}{2} \quad (2.16a)$$

$$\xi^{MA} = \frac{\xi_0}{2} \times \left\{ \cos \left[\frac{\pi}{A_f - A_s} \left(T - A_s - \frac{\sigma}{C_A} \right) \right] + 1 \right\} \quad (2.16b)$$

sendo ξ_0 o termo de memória. Este termo aloca o valor de ξ nos pontos de descarga e de recarga, sendo importante para ações dinâmicas, para simular a formação de ciclos histeréticos incompletos. Como a transformação de fase atual depende do valor de ξ registado na transformação anterior, o parâmetro ξ_0 deve ser incluído nas relações cinéticas que definem cada lei cinética (Brinson & Huang, 1996).

Comparações de Brinson & Huang (1996), mostram que a curva histerética obtida com esta lei cinética é idêntica à obtida com a lei cinética de Ivshin & Pence (1994). Esta última é uma robusta lei cinética desenvolvida a partir da termodinâmica e formulada com base em equações diferenciais.

Lei cinética exponencial de Tanaka et al (1986)

Tanaka et al. (1986) adaptaram aos SMA, a lei exponencial que Koistinen & Marburguer (1959) desenvolveram para descrição do endurecimento do aço. Neste estudo, adotaram-se, para os coeficientes a_M , b_M , a_A e b_A , as equações apresentadas em (Lagoudas et al., 1996; Vitiello et al., 2005). Essas equações são idênticas às apresentadas por Tanaka et al. (1986), com a diferença de terem sido reescritas em função dos parâmetros C_M e C_A . Incorporando o termo de memória, ξ_0 , as relações cinéticas associadas a cada transformação de fase podem, segundo Lobo et al. (2015), ser reescritas como:

$$\xi^{AM} = (\xi_0 - 1) \times e^{[a_M(M_s - T) + b_M \sigma]} + 1 \quad \text{com: } \left\{ a_M = \frac{\ln(0.01)}{M_s - M_f}; \quad b_M = \frac{a_M}{C_M} \right\} \quad (2.17a)$$

$$\xi^{MA} = \xi_0 \times \left[e^{[a_A(A_s - T) + b_A \sigma]} \right] \quad \text{com: } \left\{ a_A = \frac{\ln(0.01)}{A_s - A_f}; \quad b_A = \frac{a_A}{C_A} \right\} \quad (2.17b)$$

Dadas as características da função exponencial, as transformações $A \rightarrow M$ e $M \rightarrow A$ admitem-se completas quando $\xi = 0.99$ e quando $\xi = 0.01$, respectivamente (Tanaka et al. 1986). Consequentemente, a computação das relações cinéticas ξ^{AM} e ξ^{MA} na forma apresentada, irá resultar

numa quebra da curva histerética na transição de uma transformação de fase para o regime elástico. O problema pode ser corrigido, sem afetar de forma relevante o resultado, dividindo o membro direito de cada relação cinética por 0.99. Este procedimento garante a continuidade da curva histerética, no ponto de transição entre o fim de uma transformação de fase e o regime linear (Lobo et al., 2015).

Lei cinética exponencial de Lubliner & Auricchio (1996)

Lubliner & Auricchio (1996) desenvolveram uma lei cinética exponencial baseada numa teoria geral tridimensional, a qual se simplifica para descrição do comportamento axial dos SMA. Para simular o efeito de memória simples, Auricchio & Lubliner (1997) adaptaram esta lei cinética ao intervalo térmico $T < M_s$. Contudo, pelos motivos antes referidos, as leis cinéticas de Lubliner & Auricchio (1996) e de Auricchio & Lubliner (1997), são iguais para simulação da superelasticidade dos SMA.

Para manter a coerência com as leis cinéticas já apresentadas, adotou-se a mesma modificação que foi apresentada por Lobo et al. (2015) para a lei cinética de Tanaka et al. (1986):

$$\xi^{AM} = (1 - \xi_0) \times \left[1 - e^{\left[-\beta_M \times \left(\frac{1}{C_M(T-M_f) - \sigma} - \frac{1}{C_M(M_s - M_f)} \right) \right]} \right] + \xi_0 \quad (2.18a)$$

$$\xi^{MA} = \xi_0 \times \left[e^{\left[-\beta_A \times \left(\frac{1}{\sigma - C_A(T - A_f)} - \frac{1}{C_A(A_f - A_s)} \right) \right]} \right] \quad (2.18b)$$

onde β_M e β_A são parâmetros de calibração que ajustam o declive dos troços das transformações de fase $A \rightarrow M$ e $M \rightarrow A$, respetivamente. Estes parâmetros não têm um significado físico aparente. Em particular, a função dos referidos é calibrar os declives de $A \rightarrow M$ e de $M \rightarrow A$, com os declives observados experimentalmente. Assim, podem ser adotados diferentes valores para cada qual (Auricchio et al., 2008). Lubliner & Auricchio (1996) consideraram nos seus testes numéricos $\beta_M = \beta_M = 3$ MPa.

A curva histerética obtida com esta lei cinética, é semelhante à obtida com a lei cinética de potências adotada por Fugazza (2005). Essa semelhança encontra-se ilustrada na Figura 2.26 (b).

Lei cinética linear

Auricchio & Sacco (1997) adotaram uma lei cinética que simula linearmente a evolução do valor de ξ durante as transformações de fase. Cismaşiu & Santos (2010) reformularam as relações cinéticas originais para um formato mais intuitivo, e Lobo et al. (2015) incorporaram, nas referidas, o termo de memória ξ_0 . Essas relações cinéticas são dadas, de acordo com o último autor citado, pelas equações:

$$\xi^{AM} = (1 - \xi_0) \times \left[\frac{|\sigma| - \sigma_s^{AM}}{\sigma_f^{AM} - \sigma_s^{AM}} \right] + \xi_0; \quad \xi^{MA} = \xi_0 \times \left[\frac{|\sigma| - \sigma_f^{MA}}{\sigma_s^{MA} - \sigma_f^{MA}} \right] \quad (2.19)$$

Lei do equilíbrio térmico

Auricchio & Sacco (2001) e Vitiello et al. (2005), apresentam uma lei que permite simular a variação do valor de T que ocorre com a variação do valor de f , a lei do equilíbrio térmico apresentada na Equação (2.21). Acoplando essa lei com a lei constitutiva e com uma lei cinética, permite montar um modelo uniaxial de SMA não isotérmico, capaz de caracterizar, ao longo do tempo, as variações nas tensões críticas definidas na Equação (2.15). Esta evidência é apresentada no DF da Figura 2.27 (a).

A Equação (2.21) é válida para fios e barras de SMA superelástico com determinados valores de comprimento, L_{SMA} , diâmetro, D , e volume, V , rodeados por um fluido, que no caso das estruturas será o ar do meio ambiente. Se a área da secção transversal do SMA, $A_{g,SMA}$, for suficientemente pequena, poderá admitir-se que as trocas de calor, Q , entre este e o meio ambiente, só se processam através da área da sua superfície lateral A_{surf} (ver Figura 2.27 (b)). Para validar a simplificação, isto é, para confirmar se a Equação (2.21) se aplica a um determinado SMA, o número de Biot, definido da Equação (2.20), deve ser inferior a 0.1. Nestas condições, a condução de calor no interior do espécime é muito mais rápida do que a convecção de calor através da sua superfície lateral e, conseqüentemente, os gradientes térmicos no seu interior são desprezáveis pois a resistência térmica interna é muito baixa.

$$Bi = \frac{RT, cond}{RT, conv} = \frac{\left(\frac{L_{SMA}}{k \times A_{surf}}\right)}{\left(\frac{1}{h \times A_{surf}}\right)} = \frac{h \times (L_{SMA} \times A_{surf})}{k \times A_{surf}} = \frac{h \times V}{k \times A_{surf}} \quad (2.20)$$

sendo $RT, cond$ a resistência térmica de condução interna, $RT, conv$ a resistência térmica de convecção externa, k o coeficiente de condução térmica, e h o coeficiente de convecção térmica.

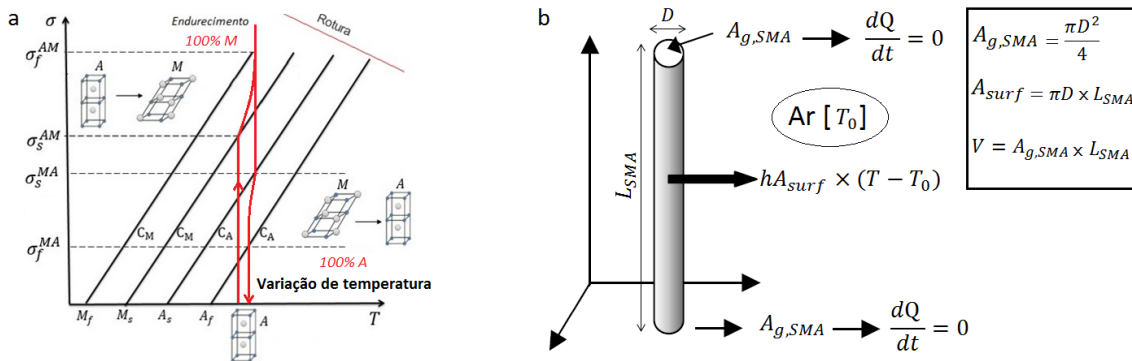


Figura 2.27 – (a) DF não isotérmico; (b) Modelo para a lei do equilíbrio térmico (adaptado de Vitiello et al., 2005)

Caso $Bi < 0.1$, pode ser assumida, ao longo do tempo, t , uma temperatura única e uniforme no SMA. Para este caso, a lei do equilíbrio térmico é dada pela seguinte equação (Vitiello et al., 2005):

$$\frac{dT(t)}{dt} = \frac{b \times V - h \times A_{surf}(T(t) - T_0)}{\rho \times c_p \times V} \quad \text{com} \quad T_0 = T(0) \quad (2.21)$$

sendo c_p o calor específico e b a energia gerada por unidade de volume.

O parâmetro b é dado pela soma de duas parcelas de calor interno, uma devida ao calor latente, c_L , gerado durante as transformações de fase, com a evolução de ξ , e outra devida ao calor friccional, isto é, devida à dissipação histerética (Vitiello et al., 2005):

$$b = c_L \times \rho \times \frac{d\xi}{dt} + \frac{W}{t_c} \quad (2.22)$$

sendo W a energia dissipada (ver Figura 2.2) e t_c o tempo de um ciclo de histerese, respetivamente. A parcela $d\xi/dt$ refere-se à energia gerada pela evolução de ξ durante uma transformação de fase, admitindo que o valor de c_L é constante. A parcela W/t_c refere-se à energia térmica gerada por atrito interno (Vitiello et al., 2005). Essa parcela limita a aplicação do modelo uniaxial não isotérmico a casos onde o valor de t_c seja à partida conhecido, o que não é válido para estruturas submetidas a um sismo. Os ciclos histeréticos dependem da frequência de vibração da estrutura. Assim, t_c não pode ser previsto, dado que para ações como os sismos, não é possível prever a deformação no material num certo instante de tempo. Contudo, a componente do calor latente é mais condicionante do que a componente friccional, pelo que é possível simplificar a Equação (2.22) para a seguinte forma (Lobo, 2015):

$$b = c_L \times \rho \times \frac{d\xi}{dt} \quad (2.23)$$

2.3.2. IMPLEMENTAÇÃO NUMÉRICA DOS MODELOS UNIAXIAIS DE SMA DE TANAKA

Em primeiro lugar, será tratada a base dos modelos da família de modelos de Tanaka, a lei constitutiva. Em termos matemáticos, a lei constitutiva apresentada na Equação (2.5) encontra-se escrita na forma implícita. Em particular, σ , é a variável implícita, isto é, não é isolável num dos lados da equação, pois, na lei cinética, ξ , depende de σ . Como a resolução analítica é difícil no caso das leis cinéticas não lineares, deve ser adotado um ou mais métodos numéricos de resolução de equações não lineares, que podem funcionar acoplados e que podem ser generalizados às quatro leis cinéticas anteriormente apresentadas. Para compatibilizar estes métodos numéricos com a lei constitutiva apresentada na Equação (2.5), esta deve ser reescrita em função de ε , na forma explícita (Lobo, 2015):

$$\varepsilon = \frac{\sigma - \theta(T - T_0)}{E(\xi)} + \varepsilon_L \times \xi \quad (2.24)$$

A Equação (2.24) é linear fora das transformações de fase, notando que o estado do SMA é conhecido quando este se encontra na fase austenítica ($E(\xi) = E_A$ e $\xi = 0$) e na fase martensítica ($E(\xi) = E_M$ e $\xi = 1$). Durante as transformações de fase, o estado do SMA depende da relação entre a lei constitutiva, a lei cinética, e a lei do equilíbrio térmico. Para resolver este sistema de equações, deve ser utilizado um método numérico de resolução de equações não lineares. A cada novo incremento de deformação, $\Delta\varepsilon$, o objetivo é determinar o valor de σ associado ao valor de ε aplicado no SMA.

Visto que a consideração de processos não isotérmicos implica a atualização do valor de T a cada novo valor de $\Delta\varepsilon$, a lei do equilíbrio térmico, apresentada na Equação (2.21), deve ser reescrita num formato iterativo. Note-se que a referida se encontra escrita na forma implícita, notando que a incógnita, $T(t)$, surge em ambos os membros da equação. Essa equação pode ser integrada em ordem a t , através do método implícito de Euler (Vitiello et al., 2005). Este método de integração numérica é incondicionalmente estável, ou seja, não depende da precisão do passo de integração (Chapra, 2012), que neste caso é o incremento de tempo Δt (tempo decorrido na passagem de um passo de deformação, ε_n , para o seguinte ε_{n+1}). Como o método de Euler é implícito, o valor de T é estimado num tempo futuro. Após integrada, a Equação (2.21) resulta na seguinte equação (Lobo et al., 2015):

$$T_{n+1}^i = T_n + \Delta t \times \left[\frac{b_n}{\rho \times c_p} - \frac{h \times A_{surf} \times [T_{n+1}^i - T_0]}{\rho \times c_p \times V} \right] \quad (2.25)$$

sendo n o passo de deformação atual e i a iteração atual (incremento do valor de $\Delta\varepsilon$ em relação a n).

Existe uma última questão a tratar, relativa à derivada, $d\xi/dt$, que surge na Equação (2.23). Se os valores de $\Delta\varepsilon$ forem suficientemente pequenos, pode considerar-se que $\dot{\xi}_n \cong \dot{\xi}_{n-1}$. Esta aproximação produz um erro numérico pequeno, no caso das leis cinéticas não lineares, e não produz erro, no caso da lei cinética linear. Contudo, não existe uma equação analítica que relacione ε com t . Assim, deve ser utilizado um método de diferenciação numérica, como por exemplo o método das diferenças finitas, para determinar a derivada $d\xi/dt$ (Lobo et al., 2015). Nesse sentido, considerou-se a fórmula das diferenças finitas para “trás” (Chapra, 2012), cuja fórmula se adaptou ao problema em estudo:

$$\frac{d\xi}{dt} = \frac{\xi_n^i - \xi_{n-1}^i}{\Delta t} \quad (2.26)$$

Em seguida, apresentam-se os métodos de Newton-Raphson e da bissecção, os dois métodos de resolução de equações não lineares adotados para determinar, durante as transformações de fase, a relação numérica entre a lei constitutiva, a lei cinética, e a lei do equilíbrio térmico.

O método de Newton-Raphson depende de uma estimativa inicial. Se esta estimativa for boa, a solução é rapidamente encontrada devido à convergência quadrática do método (Chapra, 2012). A equação do geral método, adaptada à lei constitutiva explícita, resulta na seguinte equação iterativa:

$$\sigma_n^{i+1} = \sigma_n^i - \frac{\varepsilon(\sigma_n^i)}{\left[\frac{\partial \varepsilon(\sigma_n^i)}{\partial \sigma} \right]} \quad (2.27)$$

sendo σ_n^{i+1} a próxima estimativa a determinar, σ_n^i a estimativa inicial, conhecida da iteração anterior e que é importante para a garantir a convergência quadrática do método de Newton-Raphson, $\varepsilon(\sigma_n^i)$ a deformação associada à estimativa inicial, e $\partial \varepsilon(\sigma_n^i)/\partial \sigma$ o inverso do módulo de elasticidade tangente.

A Equação (2.27) apresenta uma vantagem: a lei cinética e o modelo de homogeneização são facilmente alternáveis. Por serem extensas, as equações a considerar na fase de implementação são apresentadas, em função da lei cinética e do modelo de homogeneização adotados, no Anexo A.

Um exemplo de uma iteração pelo método de Newton-Raphson, é apresentado na Figura 2.28 (a). Conforme ilustrado na Figura 2.28 (b), a convergência do método não é garantida para todas as funções. Em particular, esta convergência depende, em simultâneo, da conjunção de três fatores:

- qualidade da estimativa ou aproximação inicial;
- avaliação de uma derivada a cada iteração (não pode ser nula senão não há convergência);
- forma da função: o método não é eficiente para funções periódicas (cossenos ou senos) ou para outras funções que apresentem um padrão oscilatório (ver Figura 2.28 (b)). Também não é eficiente para funções que apresentem pontos de inflexão. Genericamente, não é um método adequado para aplicação em estruturas cujas respostas apresentem *softening*.

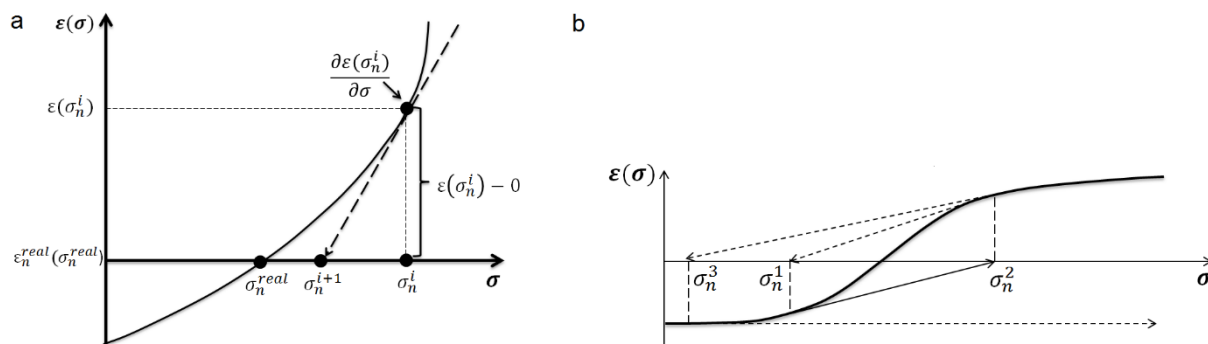


Figura 2.28 – Método de Newton-Raphson: (a) exemplo de uma iteração; (b) caso de divergência numérica para uma função oscilatória (adaptado de Chapra, 2012)

O método da bissecção é o método de resolução de equações não lineares mais fiável (Chapra, 2012). A sua convergência, apesar de lenta, é garantida, motivo que justificou a sua escolha como método auxiliar. Quando o método de Newton-Raphson não convergir num determinado valor de n , o método da bissecção será ativado para determinar o estado do SMA. Esta solução será, nesse caso, a estimativa inicial do método de Newton-Raphson no próximo passo de deformação, $n + 1$. O conceito por detrás do método da bissecção é simples e assenta na procura da solução, partindo, iteração após iteração, o intervalo de pesquisa em metades (até que o erro seja pequeno):

$$\sigma_n^{i+1} = \frac{\sigma_l^i + \sigma_U^i}{2} \quad \text{com:} \quad \sigma_l^i < \sigma_n^{i+1} < \sigma_U^i \quad (2.28)$$

Na primeira iteração, o intervalo de pesquisa consiste na tensão conhecida do passo de deformação anterior, $\sigma_n^l = \sigma_n^{i=1}$, e numa tensão superior escolhida pelo utilizador σ_n^U . Estes valores são atualizados em iterações futuras. A busca irá continuar enquanto as imagens de cada objeto tiverem sinais contrários, isto é, enquanto a condição, $\varepsilon(\sigma_l^i) \cdot \varepsilon(\sigma_U^i) < 0$ (ver Figura 2.29).

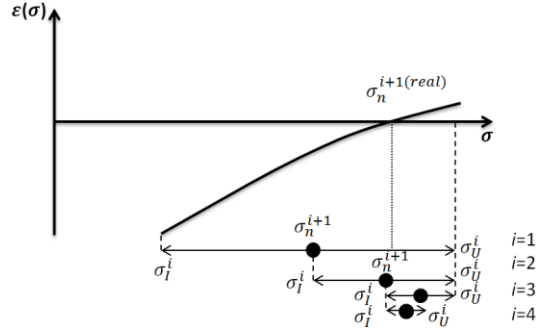


Figura 2.29 - Exemplo de um conjunto de iterações pelo método da bissecção (adaptado de Chapra, 2012)

A implementação dos modelos da família de modelos de Tanaka, segue a lógica dos ensaios experimentais, nos quais um equipamento mecânico impõe uma deformação axial no espécime ensaiado (Vitiello et al., 2005). Os intervalos de valores de ε onde o material se encontra em regime elástico ou em processo de transformação de fase, determinam-se convertendo as tensões críticas apresentadas nas Equações (2.15a) e (2.15b) em deformações críticas (Du et al., 2005):

$$\varepsilon_s^{AM} = \frac{\sigma_s^{AM}}{E_A} = \frac{C_M(T - M_s)}{E_A} ; \quad \varepsilon_f^{AM} = \frac{\sigma_f^{AM}}{E_M} + \varepsilon_L = \frac{C_M(T - M_f)}{E_M} + \varepsilon_L \quad (2.29a)$$

$$\varepsilon_s^{MA} = \frac{\sigma_s^{MA}}{E_M} + \varepsilon_L = \frac{C_A(T - A_s)}{E_M} + \varepsilon_L ; \quad \varepsilon_f^{MA} = \frac{C_A(T - A_f)}{E_A} \quad (2.29b)$$

Para modelar os processos de carga e de descarga, consideraram-se as seguintes relações:

$$\text{Fase de carga: } \varepsilon_n^{i+1} - \varepsilon_{n-1} > 0 ; \quad \text{Fase de descarga: } \varepsilon_n^{i+1} - \varepsilon_{n-1} < 0 \quad (2.30)$$

O comportamento termomecânico do material é linear sempre que este se encontre elástico, na fase A ($E = E_A, T = T_0, \xi = 0$) ou na fase M_d ($E = E_M, T \neq T_0, \xi = 1$). Nesse estado, a relação entre as leis constitutiva, cinética, e do equilíbrio térmico, por ser linear, é conhecida. Sempre que haja uma transição do regime elástico para uma transformação de fase, ou vice-versa, a temperatura atual, T_n , a considerar no passo de deformação atual, ε_n , é calculada a partir da Equação (2.25), no passo de deformação anterior ε_{n-1} (como o material teve de experimentar a transformação $A \rightarrow M$ para atingir a fase M_d , acontece que nesta última $T \neq T_0$, apesar do comportamento termomecânico ser linear). Assim, em regime elástico, o valor de σ_n^{i+1} , para um determinado valor de $\Delta\varepsilon$, é diretamente calculado, notando que os valores de E , ξ , e T , são conhecidos do passo ε_{n-1} . Conhecido o estado do material e a fração atual de martensite, ξ_n^{i+1} , determina-se o valor de T a partir da Equação (2.25).

O comportamento do termomecânico do material é não linear sempre que haja uma variação no valor de ξ , o que acontece nas transformações de fase. Durante esses processos, a determinação do estado do SMA para o passo de deformação atual, ε_n , depende da relação entre as leis constitutiva, cinética e do equilíbrio térmico, que não é conhecida. Nesta situação, o método de Newton-Raphson é

ativado e avalia, para ε_n , o estado do SMA. O valor de T a utilizar no processo iterativo, deverá ter sido calculado com base na Equação (2.25), em ε_{n-1} . A estimativa inicial, σ_n^i , que desponta o início do processo iterativo para o valor de ε_n , deverá também ter sido calculada na última iteração de ε_{n-1} . A partir da estimativa inicial, pode ser prevista, de acordo com a Equação (2.27), o valor de σ_n^{i+1} . Caso não haja convergência, o método da bissecção passa para primeiro plano e calcula, a partir da Equação (2.28), uma estimativa para o valor de σ_n^{i+1} . Com base nesse valor, pode ser calculada, de acordo com a relação cinética relativa à transformação de fase em curso, uma estimativa para o valor de ξ_n^{i+1} . Esta última estimativa depende da lei cinética adotada e deve ser usada para calcular E_n^{i+1} , valor que depende do modelo de homogeneização adotado. Com estas variáveis, estima-se, com a Equação (2.24), o valor de ε_n^{i+1} . Esta estimativa deve ser utilizada para avaliar o erro (critério de paragem):

$$\Delta r = \varepsilon_n^{real} - \varepsilon_n^{i+1} \quad (2.31)$$

Se o erro na deformação do material for pequeno ($\varepsilon_n^{real} \approx \varepsilon_n^{i+1}$), o critério de paragem é verificado e registam-se $\sigma_n = \sigma_n^{i+1}$, $\varepsilon_n = \varepsilon_n^{i+1}$, $\xi_n = \xi_n^{i+1}$, e $E_n = E_n^{i+1}$, como soluções do sistema não linear de equações. Conhecido o estado do SMA para ε_n e, em particular, o valor de ξ_n^{i+1} , pode atualizar-se o valor de T a partir da Equação (2.25). Caso $\Delta r >$ erro admissível, o programa avança para a próxima iteração ε_n^{i+1} , usando como estimativa inicial, a tensão calculada na iteração anterior, $\sigma_n^i = \sigma_n^{i-1}$. O procedimento é repetido até que o valor de Δr seja tão pequeno quanto o desejado.

A temperatura, T_{n+1} , a utilizar no próximo passo de deformação, ε_{n+1} , é calculada após a determinação do estado atual do SMA, para o nível de deformação atual. O valor de T_{n+1} é utilizado para atualizar, na primeira iteração, $i = 1$, de ε_{n+1} , as deformações críticas definidas nas Equações (2.29a) e (2.29b). Assim sendo, para ε_{n+1} , o comportamento do material é determinado em função dessas deformações (é desta forma que se têm em conta as variações dos valores de T em função das variações dos valores de f , tornando assim o modelo dependente dos valores de f). Supondo que já nos encontramos nesse passo de deformação (agora ε_n), a temperatura (agora T_n) é substituída na lei constitutiva e na lei cinética e é mantida constante no ciclo iterativo. Este processo repete-se para determinar todas as próximas estimativas ($\varepsilon_{n+1}, \varepsilon_{n+2} \dots$ etc), até que a força axial deixe de atuar.

Para distinguir os comportamentos à tração e à compressão, foi utilizada a função sinal:

$$\text{se } \varepsilon > 0 \rightarrow \text{sgn}(\varepsilon) = 1; \text{ se } \varepsilon = 0 \rightarrow \text{sgn}(\varepsilon) = 0; \text{ se } \varepsilon < 0 \rightarrow \text{sgn}(\varepsilon) = -1 \quad (2.32)$$

Os subciclos histeréticos foram modelados registando os valores de $E(\xi)$, e de ξ_0 , nos pontos de descarga ou de recarga (ver Figura 2.7). Considerou-se que a transição da resposta elástica para uma transformação de fase ocorre quando $\sigma \geq \sigma_s^{AM}$, na fase de carga (entrada na transformação $A \rightarrow M$), ou quando $\sigma \leq \sigma_s^{MA}$, na fase de descarga (entrada na transformação $M \rightarrow A$). Auricchio & Lubliner (1997), Auricchio & Sacco (2001), e Du et al. (2005), seguiram este critério de modelação.

2.3.3. SIMULAÇÕES NUMÉRICAS

Para ilustrar algumas das vantagens da família de modelos de Tanaka, apresentam-se, neste tópico, várias simulações numéricas. Como objeto experimental, considerou-se uma barra de NiTi superelástico com comprimento de 0.2 m e diâmetro de 0.01 m, inserida num ambiente a 20 °C. A lei constitutiva acoplada ao modelo de Voigt, apresentada na Equação (2.11), é a base do modelo uniaxial de SMA adotado. Como não se considerou um SMA com características específicas, reuniram-se, na Tabela 2.5, propriedades mecânicas e térmicas de ligas de NiTi que vários autores adotaram para calibrar os modelos numéricos que utilizaram. Neste tópico, adotaram-se as apresentadas por Cismaşiu & Santos (2008).

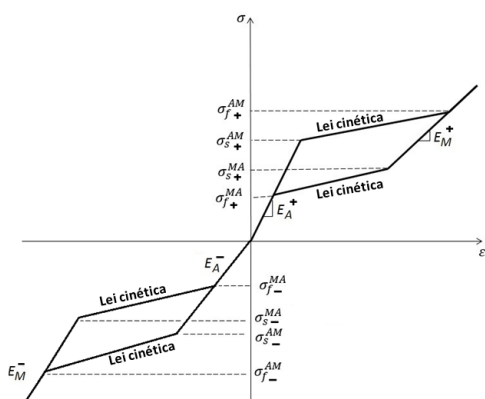
Tabela 2.5 – Propriedades termofísicas de ligas de NiTi adotadas por vários autores

Propriedades / Autores	Vitiello et al. (2005)	Cismaşiu & Santos (2008)	Cismaşiu & Santos (2010)	Pereira (2011)
ρ [kg/m ³]	6500	6500	6500	6500
E_A e E_M [GPa]	120.0 e 50.0	37.3 e 21.4	35.0 e 20.0	40.0 e 20.0
ε_L [%]	5	4	3	6
$M_f < M_s < A_s < A_f$ [°C]	- 65 < - 33 < - 21 < 10	-78 < - 63 < - 26 < - 20	- 45 < - 35 < - 15 < - 5	- 65 < - 50 < - 15 < 7
C_M e C_A [MPa · Kelvin ⁻¹]	3.4 e 3.8	4.7 e 4.7	6.5 e 6.5	6.5 e 6.5
θ [Kelvin ⁻¹]	6×10^{-6} a 11×10^{-6}	6×10^{-6}	6×10^{-6}	6×10^{-6}
h [Watt · m ⁻² · Kelvin ⁻¹]	35	35	35	35
k [Watt · m ⁻² · Kelvin ⁻¹]	18	18	18	18
c_P [Joule · kg ⁻¹ · Kelvin ⁻¹]	500	500	500	500
c_L [Joule · kg ⁻¹]	12914	12914	12914	12914

Como revela a Tabela 2.5, são necessárias várias propriedades mecânicas e térmicas para caracterizar uma liga de NiTi. Deste modo, são várias as propriedades suscetíveis de influenciarem a resposta dinâmica de uma estrutura com este tipo de material incorporado.

De entre todas, as propriedades térmicas h , k , c_P , e c_L , são aquelas que, devido à difícil quantificação, se admitem iguais, independentemente das características do material (por exemplo, o valor de h depende da diferença entre os valores de T e T_0 , das propriedades convectivas do ar, do mecanismo de convecção ser forçado ou não, e da posição do SMA em relação ao fluido) (Vitiello et al., 2005). O coeficiente de expansão θ pode variar, embora essas variações não sejam, como antes discutido, numericamente relevantes. A densidade do material, ρ , regra geral, ronda os 6500 kg/m³.

Nas aplicações da engenharia sísmica, o interesse passa por analisar a influencia do comportamento macroscópico do material na resposta dinâmica das estruturas. Nesse sentido, existem diversas características macroscópicas que podem variar de SMA para SMA. Entre essas, encontram-se as tensões críticas σ_s^{AM} , σ_f^{AM} , σ_s^{MA} , e σ_f^{MA} (são características do material porque dependem dos valores de M_f , M_s , A_s , A_f , C_M , C_A , e ε_L), os módulos de elasticidade E_A e E_M , o comportamento do material durante as transformações de fase (lei cinética), e o comportamento do material para ações de tração e de compressão. Como é ilustrado na Figura 2.30, com a família de modelos de Tanaka, é possível calibrar um modelo uniaxial de SMA ajustando essas características em função do SMA adotado.



Com a família de modelos de Tanaka é possível:

- Alternar a lei cinética que descreve as transformações de fase;
- Simular o comportamento para diferentes temperaturas ambiente;
- Simular o comportamento em condições isotérmicas ou não isotérmicas;
- Diferenciar os valores de E_A e E_M ;
- Diferenciar o comportamento à tração do comportamento à compressão (adotar diferentes valores para σ_s^{AM} , σ_f^{AM} , σ_s^{MA} , σ_f^{MA} , E_A e E_M).

Figura 2.30 – Características macroscópicas que podem ser variadas com um modelo da família de Tanaka

O estudo do Capítulo 5, incide em analisar a influência das características das leis cinéticas anteriormente apresentadas, na resposta das estruturas. Para apresentar as diferenças entre essas leis cinéticas, submeteu-se o SMA adotado a um ciclo completo de carga-descarga, para $\epsilon_{m\acute{a}x} = 7\%$.

Os resultados, apresentados na Figura 2.31, revelam que a alteração da lei cinética modifica a energia que o material consegue dissipar. Como é notado, cada lei cinética simula, de forma diferenciada, a evolução dos valores de σ entre o início e o fim das transformações de fase (comportamento do material durante essas transformações). Constata-se, para todas as leis cinéticas, que esses valores evoluem de forma notória durante $A \rightarrow M$ e pouco notória durante $M \rightarrow A$. Assim, é possível constatar que as leis cinéticas se distinguem sobretudo ao nível da relação cinética ξ^{AM} .

A semelhança entre a lei linear e a lei de cossenos, e a capacidade do modelo em simular um comportamento com diferentes valores de E_A e E_M , são outras das evidências observadas na Figura 2.31.

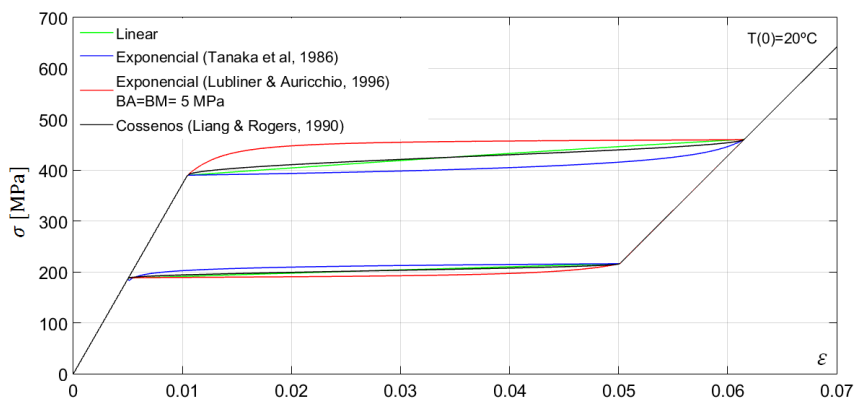


Figura 2.31 – Comparações isotérmicas (20 °C) entre as curvas histeréticas obtidas com cada lei cinética

Na Figura 2.32, apresenta-se, no caso da lei exponencial de Lubliner & Auricchio (1996), a influência da variação dos valores de β_M e β_A , ao nível da variação do comportamento do material durante as transformações de fase. Nesta análise, repetiu-se a simulação numérica da Figura 2.31. Como é notado, à medida que os valores de β_M e β_A aumentam, o comportamento do material durante as transformações de fase, tende para aquele que é obtido com a lei linear. Constata-se também que os valores de σ são mais sensíveis à variação do valor de β_M do que à variação do valor de β_A .

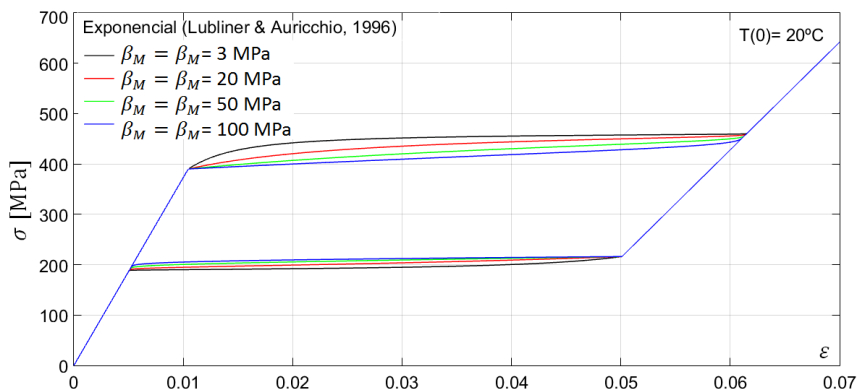


Figura 2.32 – Lei cinética de Lubliner & Auricchio (1996): variação dos parâmetros β_M e β_A

Para simular o comportamento não isotérmico do material, ativou-se a lei do equilíbrio térmico. Como teste, submeteu-se o SMA a um ciclo completo de carga-descarga, para $\epsilon_{m\acute{a}x} = 7\%$, seguido de cinco ciclos parciais, para $\epsilon = 3.5\%$, e um último, para $\epsilon = 5.5\%$. Foi considerada uma ação com um valor de f de 0.001 Hz. A variação do valor de T durante o teste, é apresentada na Figura 2.33 (b) (foi traçada uma linha para comparação com uma análise isotérmica). A influência do valor de T nas tensões críticas, é apresentada na Figura 2.33 (a). Outra análise foi anteriormente apresentada na Figura 2.9.

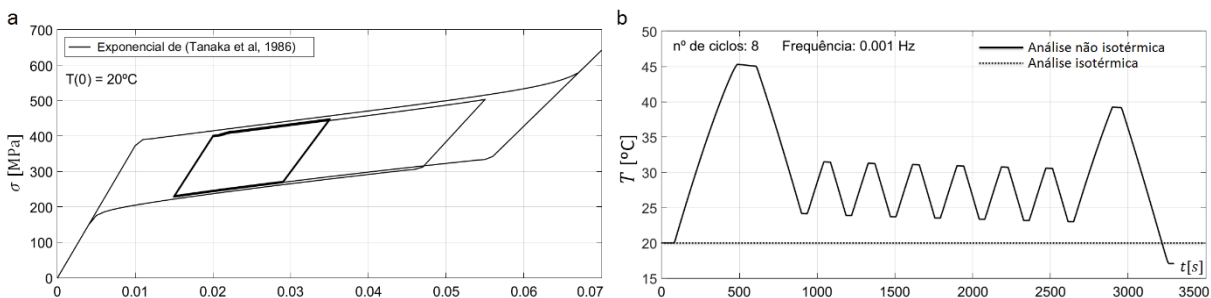


Figura 2.33 - Resposta não isotérmica do SMA: curva histerética (a) e perfil térmico (b)

Na Figura 2.34, apresenta-se uma análise que envolve ações cíclicas de tração e de compressão, com descargas e recargas intermédias. Foi admitido que o material se comporta de forma simétrica para ações de tração e de compressão (foram adotadas as mesmas propriedades para tração e compressão). Contudo, conforme já foi discutido, os modelos da família de Tanaka permitem simular, adotando diferentes propriedades materiais para ações de tração e de compressão, comportamentos assimétricos.

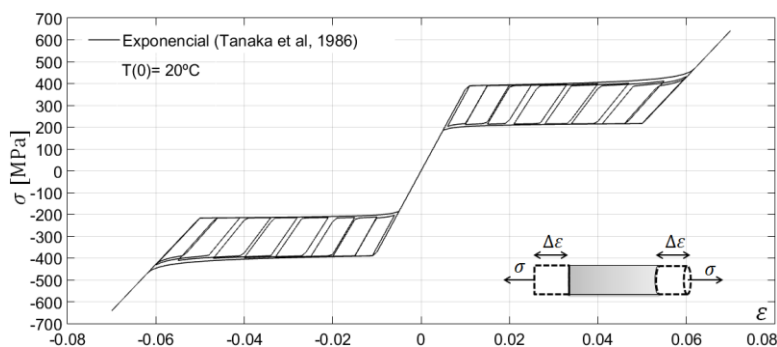


Figura 2.34 – Análise para ações cíclicas de tração e de compressão considerando uma resposta simétrica

3. COMPORTAMENTO DE COLUNAS DE BETÃO ARMADO PARA DESLOCAMENTOS LATERAIS

A resposta de uma estrutura submetida a um sismo, é afetada após a instalação de algum tipo de não linearidade, diferindo significativamente da resposta que seria obtida, nas mesmas condições, em regime elástico. Por exemplo, quando a força de cedência de uma coluna é atingida, a estrutura pode registar um deslocamento residual, passando a oscilar em torno de uma posição de equilíbrio distinta da original, com rigidez diferente da elástica. No limite, se a força de rotura dessa coluna for atingida, a estrutura pode colapsar. Se as colunas forem de betão armado, o comportamento para deslocamentos laterais é complexo, dependendo de fatores como: abertura de fendas no betão; delaminação do betão de recobrimento; nível de confinamento do betão; esmagamento do betão à compressão; endurecimento do aço; efeito de Bauschinger no aço; condições de aderência aço-betão; esforço transversal.

3.1. MODELOS DE PLASTICIDADE CONCENTRADA

Em (Otani, 2002; Lignos, 2008), encontram-se vários modelos de plasticidade concentrada (deformação concentrada numa secção) que simulam a resposta hysterética da rótula plástica que se pode formar na base de uma coluna de betão armado submetida a deslocamentos laterais. O modelo pioneiro foi o bilinear, geralmente utilizado para descrever o comportamento do aço para forças axiais. A curva hysterética que o caracteriza, apresentada na Figura 3.1, é constituída por dois troços lineares. No início do carregamento, a força evolui com base na rigidez inicial, k_{el} . Quando a força de cedência, F_y , é atingida pela primeira vez num sentido de carregamento, podem ser consideradas duas opções:

- a resposta pode admitir-se livre no outro sentido (sentidos de carregamento dependentes);
- pode forçar-se o modelo a ir em busca do valor de F_y no outro sentido (o sentido positivo de carregamento e o sentido negativo de carregamento são independentes).

Após o valor de F_y ser atingido, a força evolui sempre em direção de uma linha de plastificação, que é caracterizada por um endurecimento de pós-cedência, $r = k_{pl}/k_{el}$. Para forças de sentido positivo e negativo, são distinguidas duas linhas de plastificação A e B, que são definidas pela Equação (3.1).

$$A: F_A(u) = k_{pl} \times u(t) + F_y \times (1 - r) \quad B: F_B(u) = k_{pl} \times u(t) - F_y \times (1 - r) \quad (3.1)$$

A partir da Equação (3.1), obtêm-se duas variações do modelo bilinear, o modelo bilinear sem endurecimento (ver Figura 3.1 (a)), usualmente designado de modelo elastoplástico, e o modelo bilinear com endurecimento (ver Figura 3.1 (b)). O único pormenor que distingue o modelo elastoplástico do modelo bilinear com endurecimento, é que para o primeiro $r = 0$ e para o segundo $r > 0$. Para o betão armado, pode ser admitido $r = 0.05$ (Muthukumar & DesRoches, 2005).

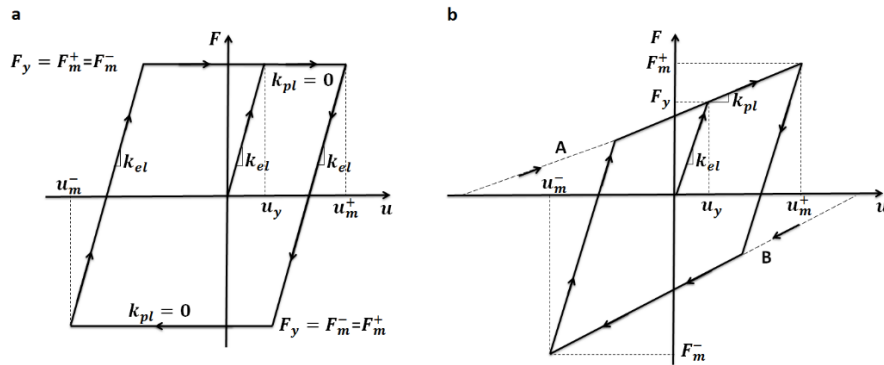


Figura 3.1 - Modelo bilinear sem (a) e com endurecimento (b) (adaptado de Muthukumar & DesRoches, 2005)

Apesar da simplicidade, os modelos bilineares apresentados na Figura 3.1 não descrevem, de forma realista, como revela o ensaio da Figura 3.2 (a), a resposta da rótula plástica que se forma na base da coluna. Para ultrapassar essa limitação, Clough & Johnston (1966) desenvolveram, com base no esqueleto do modelo bilinear, um modelo baseado em ensaios experimentais. Para o mesmo ensaio, o modelo proposto revelou, conforme é ilustrado na Figura 3.2 (b), uma boa consistência experimental.

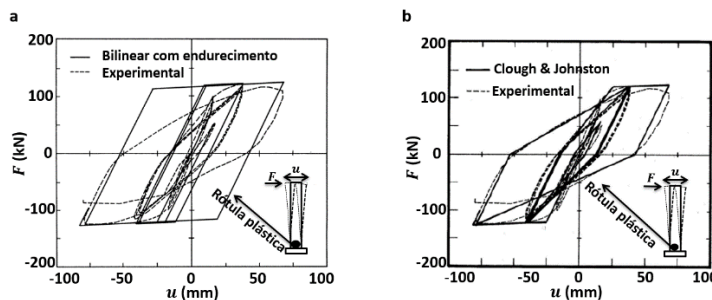


Figura 3.2 - Ensaio numa coluna de betão armado submetida a forças laterais. Comparação dos resultados experimentais com o modelo bilinear (a) e com o modelo de Clough & Johnston (b) (adaptado de Otani, 2002)

Apesar de terem sido desenvolvidos outros modelos semelhantes (Otani, 2002), para os propósitos deste estudo, adotou-se uma versão modificada do modelo de Clough & Johnston (1966), proposta por Mahin & Bertero (1972). Este modelo, cujo funcionamento é exemplificado na Figura 3.3 para três ciclos de carga-descarga, pode ser implementado à semelhança dos modelos bilineares, adaptando a Equação (2.30) ao valor de u . Em particular, o referido apresenta as seguintes vantagens e desvantagens:

- vantagens: diferencia a resposta da coluna para deslocamentos positivos e negativos (depende do critério adotado pelo utilizador); dissipa energia de forma pequenas oscilações; considera que a rigidez da coluna se degrada ao longo do carregamento cíclico;
- desvantagens: não tem em conta a fendilhação do betão para tensões baixas; o modelo de Clough & Johnston (1966) não considera a existência de recargas elásticas (linha 8a → 8b da Figura 3.3). Mahin & Bertero (1972) corrigiram esta lacuna, obrigando a força a evoluir de volta para o troço plástico (linha 8a → 7 da Figura 3.3). É esta correção que distingue o modelo de Mahin & Bertero (1972) do modelo de Clough & Johnston (1966).

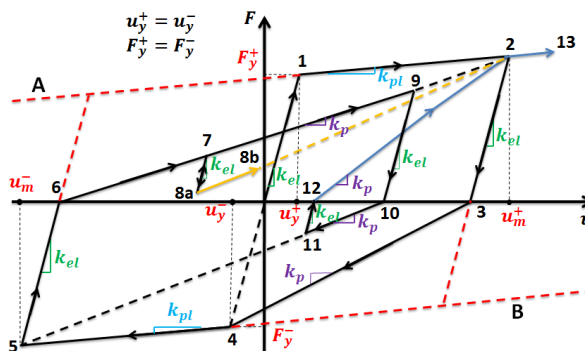


Figura 3.3 – Modelo de Clough & Johnston (a) e comparação experimental (b) (adaptado de Otani, 2002)

A linha elástica (1→4) e as linhas de plastificação A e B que definem o modelo bilinear, são assinaladas a vermelho na Figura 3.3. Antes força de cedência, F_y , ser atingida num dos sentidos, a força evolui com base na rigidez elástica, k_{el} , ao longo da linha (1→4). Se o valor de F_y for atingido no ponto 1, a força passa a evoluir, em função do valor de k_{pl} , ao longo da linha A (1→2). No ponto de descarga, 2, o modelo considera que a força evolui com base no valor k_{el} , o que é irrealista. De acordo com evidências experimentais, a rigidez da coluna degrada-se nos pontos de descarga (2, 5, 7, 9, e 11). Na Figura 3.4, é apresentado o fenómeno da degradação da rigidez da coluna durante o carregamento cíclico. Durante a fase de descarga, essa degradação pode ser simulada de acordo com a Equação (3.2), ajustando o parâmetro degradação, α (Otani, 2002; Muthukumar & DesRoches, 2005; Novelli, 2008).

$$k_{deg} = k_{el} \times \left(\frac{u_y}{u_m^+ \text{ ou } u_m^-} \right)^\alpha \quad \text{onde: } \begin{cases} \alpha = 0.0 & \rightarrow \text{sem degradação} \\ \alpha = 0.4 \text{ a } 0.5 & \rightarrow \text{recomendado no betão armado} \end{cases} \quad (3.2)$$

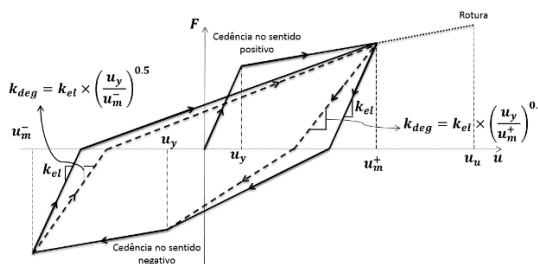


Figura 3.4 – Degradação da rigidez na fase de descarga (adaptado de Muthukumar & DesRoches, 2005)

Nos pontos de recarga (3, 6, 10 e 12), a força evolui em função de uma rigidez de recarga k_p , na direção do deslocamento máximo, u_m , anteriormente registado (2 e 5). No contexto deste estudo, se o valor de F_y não foi atingido numa das direções (4), admitiu-se que a força evolui, em função de uma rigidez de recarga, k_p , na direção de desse valor de F_y , isto quando os deslocamentos evoluírem nesse sentido de carregamento. Atingido o valor de F_y nesse sentido, o modelo passa comportar-se como o modelo bilinear, com a força a evoluir ao longo da linha B (4→5). Em ciclos de carga-descarga futuros, com os valores de F_y atingidos em cada direção, a força evoluirá em função dos deslocamentos máximos registados na direção positiva, u_m^+ , e na direção negativa u_m^- . Sempre que o deslocamento máximo seja excedido, o modelo comporta-se como o modelo bilinear (2→13).

3.1.1. PARAMETRIZAÇÃO DO MODELO ADOTADO PARA COLUNAS DE BETÃO ARMADO DE PONTES

Uma má estimativa da rigidez de uma coluna de betão armado, pode levar a uma má estimativa do período natural de uma estrutura. Priestley et al. (2007) apresentam evidências experimentais que permitem determinar a rigidez de flexão e os valores de u_y e u_u de colunas de betão armado de pontes submetidas a deslocamentos longitudinais. As expressões foram desenvolvidas com base na filosofia de dimensionamento sísmico baseado em deslocamentos DDBD (*Direct Displacement Based Design*), desenvolvida para otimizar a geometria de elementos estruturais em função da deformação admissível.

No dimensionamento para ações gravíticas, é prática comum minorar a resistência dos materiais e majorar as ações atuantes, o que permite obter uma estimativa conservativa para a resistência de uma secção. No caso de uma análise não linear, o objetivo inicial é estimar o comportamento real da estrutura, pelo que é habitual utilizarem-se valores médios das propriedades dos materiais. Com base em recomendações orientadas para o dimensionamento sísmico de pontes, adotaram-se as seguintes características para o aço e para o betão (Priestley et al., 2007):

$$\text{Aço: } \{f_{ye} = 1.1f_{yk} , f_{yh} = 1.0 f_{yk} , f_{uh} = 1.1f_{uk}\}; \quad \text{Betão: } \{f_{ce} = 1.3f_{ck}\} \quad (3.3)$$

sendo f_{ye} o valor médio da tensão de cedência das armaduras longitudinais, f_{yk} o valor característico da tensão de cedência do aço à tração, f_{yh} o valor médio da tensão de cedência de um estribo, f_{uh} o valor médio da tensão de rotura de um estribo, f_{uk} o valor característico da tensão de rotura do aço à tração, f_{ce} o valor médio da tensão de rotura do betão, e f_{ck} o valor característico da tensão de rotura do betão à compressão aos 28 dias de idade.

A curvatura de cedência, ϕ_y , de uma coluna de betão armado circular é função do seu diâmetro, D , e da extensão de cedência do aço $\varepsilon_y = f_{ye}/E_s$ (E_s é o módulo de elasticidade do aço). Priestley et al. (2007) e Sheikh et al. (2010) propuseram, para colunas de secção transversal circular, expressões para estimar o valor de ϕ_y . A mais simples, proposta por Priestley, é dada pela seguinte equação:

$$\phi_y = 2.25\varepsilon_y/D \quad (3.4)$$

A resposta de uma coluna de betão armado submetida a deslocamentos laterais, é não linear após a fendilhação do betão. Para incluir este efeito no valor de F_y , a rigidez elástica de flexão não fendilhada, $(E_c I)_{el}$ (E_c é o módulo de elasticidade do betão e $I = \pi D^4/64$ é a inercia não fendilhada da secção circular) deve ser substituída por uma rigidez de flexão efetiva em estado fendilhado $(E_c I)_{eff}$, que é determinável a partir da Figura 3.5, conhecendo os valores do esforço axial reduzido, v , (depende do esforço axial N) e do rácio de armadura longitudinal de flexão, ρ_l . As curvas apresentadas na Figura 3.5, foram projetadas para colunas com $D = 2$ m e com resistências materiais fixadas em $f_{ce} = 35$ MPa e $f_{ye} = 450$ MPa. Contudo, podem ser utilizadas, com pequenos erros, para colunas com diferentes valores de D , desde que $f_{ck} \leq 50$ MPa e que $f_{yk} \geq 600$ MPa (Priestley et al., 2007).

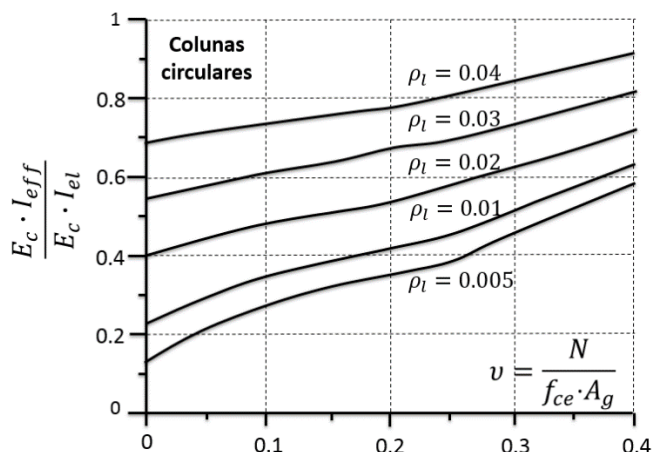


Figura 3.5 – Rigidez efetiva em colunas de betão armado circulares de pontes (Priestley et al., 2007)

O deslocamento de cedência, u_y , de uma coluna circular de betão armado de uma ponte submetida a deslocamentos longitudinais, pode ser estimado com seguinte equação (Priestley et al., 2007):

$$u_y = C_I \times \phi_y \times (H + L_{SP})^2 \quad (3.5)$$

sendo H a altura da coluna até ao centroide da secção transversal da superestrutura.

A Equação (3.5) incorpora a contribuição da curvatura de cedência, ϕ_y , a contribuição do esforço transversal, e a influência das condições de fixação coluna-fundação e coluna-superestrutura. Estas condições de fixação são tidas em conta através da constante C_I . Para colunas encastradas no topo e na base, $C_I = 1/6$. Para colunas encastradas na base e articuladas no topo, $C_I = 1/3$. A rotação na base da coluna implica uma penetração da cedência ao longo da fundação, causada pela solicitação das armaduras longitudinais. O comprimento de penetração da cedência é dado pela seguinte equação:

$$L_{SP} = x \cdot f_{ye}(\text{MPa}) \times d_{bl} \quad \text{com: } \begin{cases} x = 0.044 \rightarrow \text{encastrada} - \text{encastrada} \\ x = 0.022 \rightarrow \text{encastrada} - \text{articulada} \end{cases} \quad (3.6)$$

em que d_{bl} é o diâmetro dos varões longitudinais (a notação é também válida para os estribos).

Para colunas nas condições anteriormente referidas, o deslocamento de rotura, u_u , pode ser estimado a partir da seguinte equação (Priestley et al., 2007):

$$u_u = u_y + u_p = u_y + (\phi_u - \phi_y) \times L_p \times H \quad (3.7)$$

A rótula plástica formada na base da coluna possui um comprimento L_p . Para colunas retangulares ou circulares, o valor de L_p pode ser estimado através da seguinte equação (Priestley et al., 2007):

$$L_p = k_1 \times H + L_{SP} \geq 2L_{SP} \quad \text{com} \quad k_1 = 0.2 \times \left(\frac{f_{uk}}{f_{yk}} - 1 \right) \leq 0.08 \quad (3.8)$$

Na Figura 3.6 (a) e (b) apresentam-se, respetivamente, uma coluna de uma ponte submetida a deslocamentos longitudinais e a sua resposta. Na figura constam os parâmetros introduzidos acima.

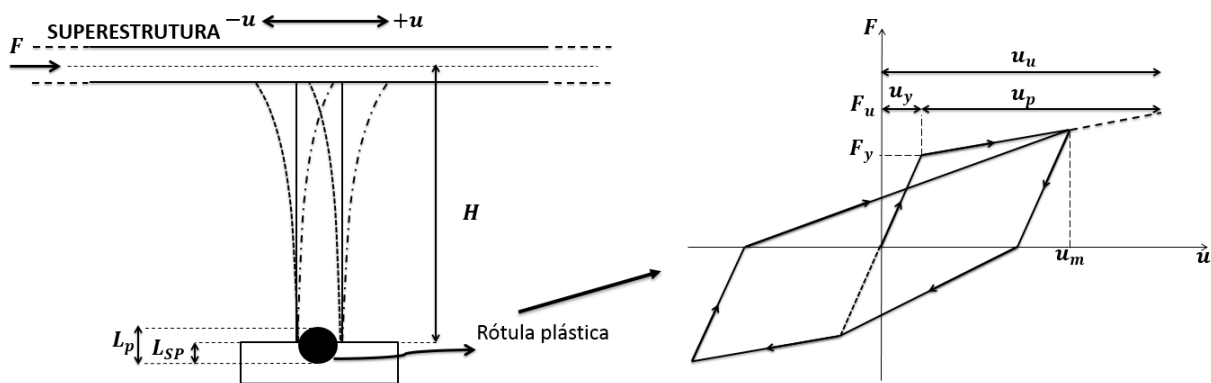


Figura 3.6 – Resposta longitudinal de uma ponte (a) e histerese de uma coluna (b) (Priestley et al., 2007)

A Equação (3.7) só considera a formação de uma rótula plástica na base da coluna. Outras condições mais específicas para as Equações (3.5) - (3.8), como a inclusão de pontos intermédios de contraflexão na coluna ou a consideração de outras condições de fixação, que incluem no caso mais realista os efeitos do terreno, são discutidas em Priestley et al. (2007).

A rotura da coluna ocorre para uma determinada curvatura limite, ϕ_u , dada pela menor das curvaturas limite obtidas para o aço, ϕ_{us} , e para o betão ϕ_{uc} (Priestley et al., 2007):

$$\phi_u = \min \left\{ \phi_{us} = \frac{\epsilon_{us,AL}}{d - c}; \quad \phi_{uc} = \frac{\epsilon_{uc}}{c} \right\} \quad (3.9)$$

sendo d a altura útil medida até ao centro de um varão longitudinal e c a posição da linha neutra. Estes parâmetros encontram-se identificados na Figura 3.7 (a). A posição da linha neutra, c , é estimável a partir da Figura 3.7 (b). Nesta última, A_g corresponde à área bruta da secção (Priestley et al., 2007):

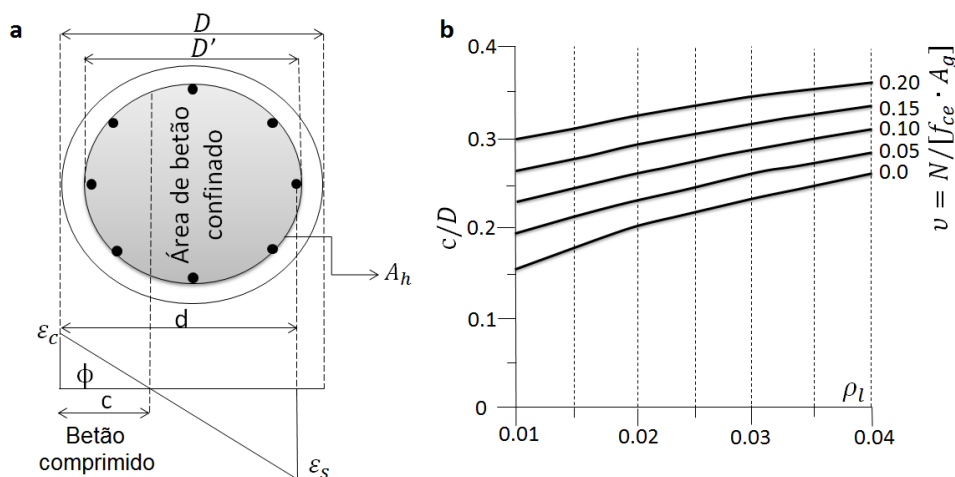


Figura 3.7 – Curvas (b) para o cálculo da posição da linha neutra na secção (a) (Priestley et al., 2007)

Ainda na Equação (3.9), $\epsilon_{us,AL}$ e ϵ_{uc} são as extensões de cálculo a utilizar no método DDBD. A primeira corresponde à extensão de rotura do aço das armaduras longitudinais (AL) à tração. A segunda corresponde à extensão de rotura do betão à compressão. Para o estado limite de controlo de danos, estes parâmetros são respetivamente dados pelas Equações (3.10) e (3.11) (Priestley et al., 2007).

$$\varepsilon_{us,AL} = 0.6 \times \varepsilon_{su,AL} \quad (\text{Aço}) \quad (3.10)$$

$$\varepsilon_{uc} = 0.004 + 1.4 \times \left[\frac{\rho_v \times f_{yh} \times \varepsilon_{su,AT}}{f'_{cc}} \right] \quad (\text{Betão}) \quad (3.11)$$

sendo $\varepsilon_{su,AT}$ a extensão limite do aço da armadura transversal (AT) (regra geral, $\varepsilon_{su,AL} = \varepsilon_{su,AT}$), ρ_v o rácio de armadura transversal e f'_{cc} a tensão de compressão no betão confinado. Os parâmetros ρ_v e f'_{cc} são dados pelas Equações (3.12) e (3.13), respetivamente (Priestley et al., 2007).

$$\rho_v = \frac{4A_h}{D' \times s} \quad (3.12)$$

$$f'_{cc} = f_{ce} \times \left(2.254 \times \sqrt{1 + \frac{7.94 \cdot f_I}{f_{ce}}} - 2 \times \frac{f_I}{f_{ce}} - 1.254 \right) \quad \text{onde: } f_I = 0.5C_e \times \rho_v \times f_{yh} \quad (3.13)$$

sendo A_h a área da secção de um estribo, D' o diâmetro de betão confinado, medido até ao centro de um estribo (ver Figura 3.7 (a)), s o espaçamento dos estribos, f_I a pressão de confinamento lateral (ver Figura 3.8), e C_e o coeficiente de confinamento lateral (para colunas circulares é usual adotar $C_e = 1.0$).

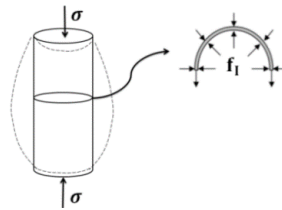


Figura 3.8 – Pressão de confinamento lateral f_I (adaptado de Priestley et al. 2007)

A rigidez elástica inicial, k_{el} , pode ser estimada pela seguinte equação (Priestley et al., 2007):

$$k_{el} = \left(\frac{FR \times [(E_c I)_{eff}]}{H^3} \right) \quad \text{com: } \begin{cases} FR = 12 \rightarrow \text{encastrada} - \text{encastrada} \\ FR = 3 \rightarrow \text{encastrada} - \text{articulada} \end{cases} \quad (3.14)$$

sendo FR um fator de rigidez que simula as ligações coluna-fundação e coluna-superestrutura.

As forças de cedência, F_y , e de rotura, F_u , são obtidas através das equações (Priestley et al., 2007):

$$F_y = k_{el} \times u_y; \quad F_u = F_y + k_{pl} \times (u_u - u_y) \quad (3.15)$$

O nível de comportamento não linear experimentado por uma coluna de betão armado, é usualmente expresso através do rácio de ductilidade, μ (Priestley et al., 2007):

$$\mu = \frac{u_m}{u_y} \quad \text{se: } \begin{cases} \mu = 1 \rightarrow \text{estrutura com resposta elástica} \\ \mu > 1 \rightarrow \text{estrutura com resposta plástica} \end{cases} \quad (3.16)$$

A capacidade dúctil da coluna esgota-se quando $u_m = u_u$ (a força de rotura foi atingida).

4. ANÁLISE DINÂMICA DE ESTRUTURAS COM COMPORTAMENTO NÃO LINEAR

A massa, m , a rigidez, k_{el} , e a constante de amortecimento, c , são as propriedades físicas essenciais de qualquer estrutura sujeita a ações dinâmicas (Clough & Penzien, 1995). Para os propósitos do estudo do Capítulo 5, essas características podem ser concentradas em dois o1gl, ligados por um SMA superelástico. Do acoplamento entre os dois o1gl, resulta o o2gdl superelástico ilustrado na Figura 4.1.

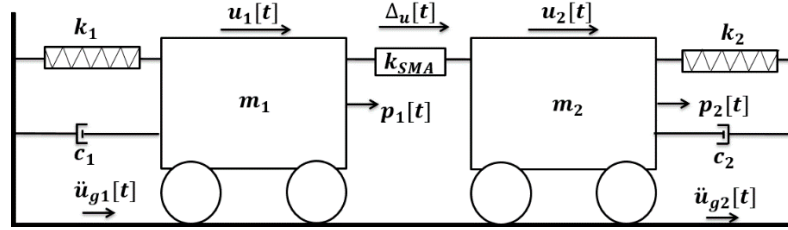


Figura 4.1 – o2gdl considerado no caso de estudo do Capítulo 5

As equações que caracterizam o movimento de cada o1gl, podem ser escritas como:

$$m_1 \ddot{u}_1(t) + c_1 \dot{u}_1(t) + f_{S1}(u_1(t), \dot{u}_1(t)) = -m_1 \ddot{u}_g(t) - f_S^{SMA}(\Delta_{u,SMA}(t), \Delta_{\dot{u},SMA}(t)) \quad (4.1)$$

$$m_2 \ddot{u}_2(t) + c_2 \dot{u}_2(t) + f_{S2}(u_2(t), \dot{u}_2(t)) = -m_2 \ddot{u}_g(t) + f_S^{SMA}(\Delta_{u,SMA}(t), \Delta_{\dot{u},SMA}(t)) \quad (4.2)$$

sendo m_1 e m_2 as massas dos o1gl, \ddot{u}_1 e \ddot{u}_2 as suas acelerações, \dot{u}_1 e \dot{u}_2 as suas velocidades, u_1 e u_2 os seus deslocamentos, e $\Delta_{u,SMA} = u_2 - u_1$ o deslocamento relativo associado à deformação do SMA.

A parte esquerda das Equações (4.1) e (4.2) refere-se à resposta de cada o1gl. Em particular, quando oscilam, os o1gl desenvolvem uma força de inércia, $m\ddot{u}(t)$, uma força de amortecimento, $c\dot{u}(t)$, e uma força de restituição, f_S . Neste estudo, consideraram-se os o1gl como sistemas estruturais não lineares. Nestes sistemas, além de depender de u , f_S também depende de \dot{u} (Chopra, 2007).

A constante de amortecimento de cada o1gl, é dada pelas equações (Clough & Penzien, 1995):

$$c_1 = 2m_1 \times \omega_{1,nat} \times \zeta_1; \quad c_2 = 2m_2 \times \omega_{2,nat} \times \zeta_2 \quad (4.3)$$

sendo $\omega_{nat} = \sqrt{k_{el}/m}$ a frequência natural de vibração da estrutura e ζ o fator de amortecimento.

A parte direita das Equações (4.1) e (4.2), refere-se às ações exteriores. Para tratar essas ações numa única força exterior, combinou-se a força sísmica que faz as estruturas oscilarem com a força de restituição do SMA, f_S^{SMA} . Em particular, a força sísmica é obtida convertendo a aceleração do solo, \ddot{u}_g , numa força de inércia, concentrada no centro de gravidade de cada massa:

$$p_1(t) = -m_1 \ddot{u}_g(t); \quad p_2(t) = -m_2 \ddot{u}_g(t) \quad (4.4)$$

Ao considerar o SMA como uma ação exterior, é possível tratar o o2gdl da Figura 4.1 sem a necessidade de considerar os termos cruzados da matriz de rigidez. Este assunto será discutido adiante.

4.1. MÉTODO DE NEWMARK ADAPTADO A SISTEMAS ESTRUTURAIS NÃO LINEARES

Regra geral, se a força externa, $p(t)$, ou se a aceleração no solo, $\ddot{u}_g(t)$, variarem arbitrariamente com o tempo, não é possível obter uma solução analítica para as Equações (4.1) e (4.2). No entanto, na literatura existem vários métodos numéricos, uns implícitos e outros explícitos, que permitem integrar essas equações ao longo do tempo, resolvendo o problema. A eficiência (os métodos explícitos são mais eficientes, embora sejam condicionalmente estáveis), a estabilidade (nos métodos explícitos, a estabilidade depende da precisão do Δt), e a exatidão, são os três critérios a ter em conta na seleção do método de integração numérica mais adequado (Clough & Penzien, 1995; Chopra, 2007).

Nesta dissertação, considerou-se o método de Newmark, proposto em 1959 por N.W. Newmark. Na realidade, este método é uma família de métodos porque replica, com base num conjunto de equações que não se alteram, outros métodos existentes. Essa flexibilidade é obtida alterando os valores de dois parâmetros de estabilidade γ e β , que constam nas equações do método de Newmark. Os valores mais indicados são $\gamma = 1/2$ e $\beta = 1/4$. Nestas condições, o método designa-se por método- β de Newmark, sendo este uma réplica do método da aceleração média. Em particular, este é um método implícito, ou seja, permite determinar, num passo de tempo futuro, o deslocamento, u_{n+1} , a velocidade, \dot{u}_{n+1} , e a aceleração, \ddot{u}_{n+1} , que satisfazem as Equações (4.1) e (4.2) (Clough & Penzien, 1995; Chopra, 2007).

Para realizar uma análise iterativa ao longo do tempo, as Equações (4.1) e (4.2) devem ser reescritas numa forma incremental (Chopra, 2007; Clough & Penzien, 1995):

$$m_1 \Delta \ddot{u}_{1(n)} + c_1 \Delta \dot{u}_{1(n)} + \Delta f_{S1(n)} = -\Delta p_{1(n)} - \Delta f_S^{SMA} \quad (4.5)$$

$$m_2 \Delta \ddot{u}_{2(n)} + c_2 \Delta \dot{u}_{2(n)} + \Delta f_{S2(n)} = -\Delta p_{2(n)} + \Delta f_S^{SMA} \quad (4.6)$$

Antes de inicializar o algoritmo do método de Newmark, devem ser satisfeitas quatro condições. Primeiro, devem ser introduzidos os valores dos parâmetros γ e β . Em segundo lugar, devem ser introduzidos os parâmetros materiais das colunas (k_{el} , u_y , u_u , F_y , F_u) e os parâmetros materiais dos SMA adotados. Em terceiro lugar, as condições iniciais do sistema, em termos de u e de \dot{u} , devem ser conhecidas. O sistema, por ser passivo, parte de uma situação inicial de repouso, isto é, $u_{1(n=1)} = 0$, $u_{2(n=1)} = 0$, $\dot{u}_{1(n=1)} = 0$ e $\dot{u}_{2(n=1)} = 0$. Por fim, determinam-se $p_1(t)$ e $p_2(t)$ a partir da Equação (4.4). Como o valor de Δt é constante num acelerograma, os incrementos de força sísmica são conhecidos para a duração total do mesmo. Esses incrementos são determinados com as equações:

$$\Delta p_{1(n)} = p_{1(n+1)} - p_{1(n)} ; \quad \Delta p_{2(n)} = p_{2(n+1)} - p_{2(n)} \quad (4.7)$$

Para inicializar o primeiro passo de tempo, $n = 1$, determina-se a aceleração inicial das massas:

$$\ddot{u}_{1(n=1)} = \frac{p_{1(n=1)} - c_1 \dot{u}_{1(n=1)} - f_{S1(n=1)}}{m_1}; \quad \ddot{u}_{2(n=1)} = \frac{p_{2(n=1)} - c_2 \dot{u}_{2(n=1)} - f_{S2(n=1)}}{m_2} \quad (4.8)$$

Por não haver deslocamento, os valores de f_{S1} , f_{S2} , e f_S^{SMA} , são nulos. Daí em diante, o processo torna-se repetitivo, inicializando-se sempre a partir das Equações definidas em (4.9). Para cada novo passo de tempo, n , onde $n \geq 1$, devem ser calculadas, em primeiro lugar e para cada oigdl, os incrementos de força virtual, $\Delta\hat{p}$, que são os valores objectivo do processo iterativo:

$$\Delta\hat{p}_{1(n)} = \Delta p_{1(n)} + \left(\frac{1}{\beta\Delta t} m_1 + \frac{\gamma}{\beta} c_1 \right) \dot{u}_{1(n)} + \left(\frac{1}{2\beta} m_1 + \Delta t \left(\frac{\gamma}{2\beta} - 1 \right) c_1 \right) \ddot{u}_{1(n)} \quad (4.9a)$$

$$\Delta\hat{p}_{2(n)} = \Delta p_{2(n)} + \left(\frac{1}{\beta\Delta t} m_2 + \frac{\gamma}{\beta} c_2 \right) \dot{u}_{2(n)} + \left(\frac{1}{2\beta} m_2 + \Delta t \left(\frac{\gamma}{2\beta} - 1 \right) c_2 \right) \ddot{u}_{2(n)} \quad (4.9b)$$

Na primeira iteração, $i = 1$, do passo de tempo atual, n , o incremento de força nas colunas que sustentam as massas m_1 e m_2 , é dado por:

$$\Delta R_{1(n)}^{i=1} = \Delta\hat{p}_{1(n)}; \quad \Delta R_{2(n)}^{i=1} = \Delta\hat{p}_{2(n)} \quad (4.10)$$

Para os modelos numéricos que representam as colunas de cada estrutura, devem iniciar-se a rigidez tangente real ($k_{T,C1(n)}$ e $k_{T,C2(n)}$), e também $f_{S1(n)}$ e $f_{S2(n)}$. Para o modelo uniaxial de SMA adotado, devem iniciar-se $\xi_{(n)}$, f_S^{SMA} , $\varepsilon_{(n)}$, $\sigma_{(n)}$, $T_{(n)}$, e $E_{(n)}$. Regista-se a seguinte particularidade:

- se $n = 1$: $k_{T,C1(1)} = k_{el,C1}$, $k_{T,C2(1)} = k_{el,C2}$ e $T_{(n)} = T_0$, sendo as restantes variáveis nulas;
- se $n > 1$: as variáveis são inicializadas em função dos resultados obtidos para cada modelo numérico na última iteração, i , do passo de tempo, $n - 1$, anterior.

As equações em seguida apresentadas, por serem repetitivas, generalizaram-se à iteração, i , pois este é o único parâmetro incrementado durante o processo iterativo, para o passo de tempo atual n .

Conhecido o valor de k_T , deve ser determinada a variável chave do método de Newmark, a rigidez tangente virtual, \hat{k}_T . O valor de \hat{k}_T pode, para cada, n , ser atualizado a cada i (Newton-Raphson completo), ou pode ser mantido constante em todos os i (Newton-Raphson modificado) (Chopra, 2007). Neste estudo, seguiu-se a primeira opção. O valor de \hat{k}_T pode ser estimado pelas seguintes equações:

$$\hat{k}_{T,C1(n)}^{(i)} = k_{T,C1(n)}^{(i)} + \frac{\gamma}{\beta\Delta t} c_1 + \frac{1}{\beta(\Delta t)^2} m_1; \quad \hat{k}_{T,C2(n)}^{(i)} = k_{T,C2(n)}^{(i)} + \frac{\gamma}{\beta\Delta t} c_2 + \frac{1}{\beta(\Delta t)^2} m_2 \quad (4.11)$$

Os deslocamentos de m_1 e m_2 e correspondentes incrementos, são determinados pelas equações:

$$u_{1(n)}^{i+1} = u_{1(n)}^{(i)} + \Delta u_{1(n)}^{(i)}; \quad \Delta u_{1(n)}^{(i)} = \frac{\Delta R_{1(n)}^{(i)}}{\hat{k}_{T,C1(n)}^{(i)}} \quad (4.12a)$$

$$u_{2(n)}^{i+1} = u_{2(n)}^{(i)} + \Delta u_{2(n)}^{(i)}; \quad \Delta u_{2(n)}^{(i)} = \frac{\Delta R_{2(n)}^{(i)}}{\hat{k}_{T,C2(n)}^{(i)}} \quad (4.12b)$$

A força de restituição de cada coluna, é determinada pelas equações:

$$f_{S,C1(n)}^{(i+1)} = f_{S,C1(n)}^{(i)} + k_{T,C1(n)} \times \Delta u_1^{(i)}; \quad f_{S,C2(n)}^{(i+1)} = f_{S,C2(n)}^{(i)} + k_{T,C2(n)} \times \Delta u_2^{(i)} \quad (4.13)$$

O deslocamento relativo entre m_1 e m_2 , é determinado pela seguinte equação de compatibilidade:

$$\Delta_{u,SMA(n)}^{i+1} = u_2^{i+1} - u_1^{i+1} \quad (4.14)$$

A Equação (4.14) deve ser utilizada para determinar a deformação axial imposta no SMA:

$$\varepsilon_n^{i+1} = \frac{\Delta_{u,SMA(n)}^{i+1}}{L_{SMA}} \quad (4.15)$$

Conhecido o valor de ε_n^{i+1} , é possível determinar, através da Equação (4.16), a força exterior que o SMA introduz no sistema.

$$f_{S(n)}^{SMA(i+1)} = \sigma_n^{(i+1)} \times A_{g,SMA} \quad (4.16)$$

A força f_S^{SMA} procura repor a posição original de m_1 e de m_2 à medida que o o2gdl experimenta deslocamentos. Assim, para ter em conta a influência do SMA na resposta do sistema, subtraiu-se f_S^{SMA} à força de restituição fornecida pela coluna do o1gdl da esquerda, e fez-se o oposto para o o1gdl da direita. Este procedimento permite calcular uma força de restituição total, $f_{S,total}$, para cada o1gdl:

$$f_{S,total,C1(n)}^{(i+1)} = f_{S,C1(n)}^{(i+1)} - f_{S(n)}^{SMA(i+1)}; \quad f_{S,total,C2(n)}^{(i+1)} = f_{S,C2(n)}^{(i+1)} + f_{S(n)}^{SMA(i+1)} \quad (4.17)$$

A Equação de compatibilidade (4.14) reflete a relação entre os dois o1gdl quando estes se movem acoplados. Tratar a força do SMA como força exterior, em conjunto com a imposição da Equação (4.14), resulta na não necessidade de considerar os termos cruzados da matriz de rigidez. A atualização da Equação (4.14), garante a compatibilidade entre os movimentos dos o1gdl durante a análise dinâmica.

Na Figura 4.2, é ilustrado um exemplo do que ocorre quando o o2gdl experimenta deslocamentos. No exemplo, m_1 e m_2 estão a mover-se para a direita, sendo que $u_2 > u_1$. De acordo com a Equação (4.14), o SMA encontra-se tracionado. Neste caso, f_S^{SMA} puxa m_1 para a direita e m_2 para a esquerda.

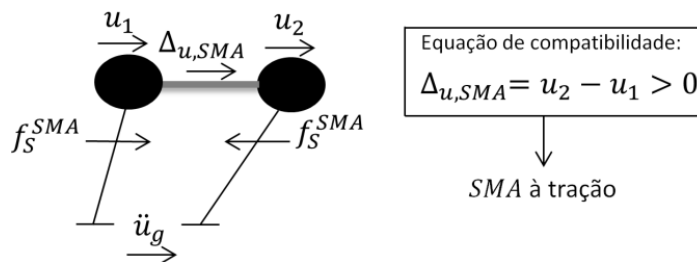


Figura 4.2 – o2gdl submetido a uma ação dinâmica: compatibilidade entre os movimentos dos dois o1gdl

Posteriormente, podem ser calculados, para cada coluna, incrementos totais de força resistente:

$$\Delta f_{S,total,C1(n)}^{(i)} = f_{S,total,C1(n)}^{i+1} - f_{S,total,C1(n)}^i + \left[\hat{k}_{T,C1(n)}^{(i)} - k_{T,C1(n)}^{(i)} \right] \times \Delta u_{1(n)}^{(i)} \quad (4.18a)$$

$$\Delta f_{S,total,C2(n)}^{(i)} = f_{S,total,C2(n)}^{i+1} - f_{S,total,C2(n)}^i + \left[\hat{k}_{T,C2(n)}^{(i)} - k_{T,C2(n)}^{(i)} \right] \times \Delta u_{2(n)}^{(i)} \quad (4.18b)$$

As forças residuais globais de cada coluna devem ser atualizadas,

$$\Delta R_{1(n)}^{i+1} = \Delta R_{1(n)}^i - \Delta f_{S,total,C1(n)}^{(i)} \quad ; \quad \Delta R_{2(n)}^{i+1} = \Delta R_{2(n)}^i - \Delta f_{S,total,C2(n)}^{(i)} \quad (4.19)$$

o critério de paragem avaliado,

$$\Delta r_1 = \left| \frac{\Delta R_{1(n)}^{i+1}}{\Delta \hat{p}_{1(n)}} \right| \quad ; \quad \Delta r_2 = \left| \frac{\Delta R_{2(n)}^{i+1}}{\Delta \hat{p}_{2(n)}} \right| \quad (4.20)$$

e o erro verificado,

$$\Delta r_1 + \Delta r_2 < \text{limite definido} \quad (4.21)$$

Se o erro for superior ao limite definido, o método de Newton-Raphson continua para a iteração seguinte $i + 1$. Este subprocesso iterativo consiste em repetir o procedimento a partir da Equação (4.9), sendo executado sempre que exista, de um passo de tempo para outro, uma variação dos valores $k_{T,C1}$ e $k_{T,C2}$. Enquanto a convergência no passo de tempo, n , não for verificada, as Equações (4.9) – (4.21) são repetidas, substituindo i por $i + 1$. Contudo, se $i > 1$, a força residual, definida na Equação (4.10), passa a ser atualizada a partir da Equação (4.19). Quando o erro for pequeno, o método de Newton-Raphson termina. No final de cada n , devem ser determinados os valores de u_1 , u_2 , e $\Delta_{u,SMA}$:

$$u_{1(n+1)} = u_{1(n)}^{i+1}; \quad u_{2(n+1)} = u_{2(n)}^{i+1}; \quad \Delta_{u,SMA(n+1)} = \Delta_{u,SMA(n)}^{i+1} \quad (4.22)$$

A velocidade e a aceleração de m_1 e de m_2 , devem ser calculadas através das seguintes equações:

$$\dot{u}_{1(n+1)} = \dot{u}_{1(n)} + \Delta \dot{u}_{1(n)}; \quad \Delta \dot{u}_{1(n)} = \frac{\gamma}{\beta \Delta t} \Delta u_{1(n)} - \frac{\gamma}{\beta} \dot{u}_{1(n)} + \Delta t \left(1 - \frac{\gamma}{2\beta} \right) \ddot{u}_{1(n)} \quad (4.23a)$$

$$\dot{u}_{2(n+1)} = \dot{u}_{2(n)} + \Delta \dot{u}_{2(n)}; \quad \Delta \dot{u}_{2(n)} = \frac{\gamma}{\beta \Delta t} \Delta u_{2(n)} - \frac{\gamma}{\beta} \dot{u}_{2(n)} + \Delta t \left(1 - \frac{\gamma}{2\beta} \right) \ddot{u}_{2(n)} \quad (4.23b)$$

$$\ddot{u}_{1(n+1)} = \ddot{u}_{1(n)} + \Delta \ddot{u}_{1(n)}; \quad \Delta \ddot{u}_{1(n)} = \frac{1}{\beta(\Delta t)^2} \Delta u_{1(n)} - \frac{1}{\beta \Delta t} \dot{u}_{1(n)} - \frac{1}{2\beta} \ddot{u}_{1(n)} \quad (4.24a)$$

$$\ddot{u}_{2(n+1)} = \ddot{u}_{2(n)} + \Delta \ddot{u}_{2(n)}; \quad \Delta \ddot{u}_{2(n)} = \frac{1}{\beta(\Delta t)^2} \Delta u_{2(n)} - \frac{1}{\beta \Delta t} \dot{u}_{2(n)} - \frac{1}{2\beta} \ddot{u}_{2(n)} \quad (4.24b)$$

A força de restituição em cada coluna, já contabilizando a influência do SMA, é dada por:

$$f_{S,C1(n+1)} = f_{S,C1(n)}^{(i+1)}; \quad f_{S,C2(n+1)} = f_{S,C2(n)}^{(i+1)} \quad (4.25)$$

Determinados os valores das Equações (4.22) – (4.25), o algoritmo do método de Newmark prossegue para o próximo passo de tempo, $n + 1$. Para este novo passo de tempo, repete-se o procedimento das Equações (4.9) – (4.25).

Sumariza-se, na Figura 4.3, a arquitetura e o funcionamento global da ferramenta numérica desenvolvida, com base no método- β de Newmark (método da aceleração média), nesta dissertação.

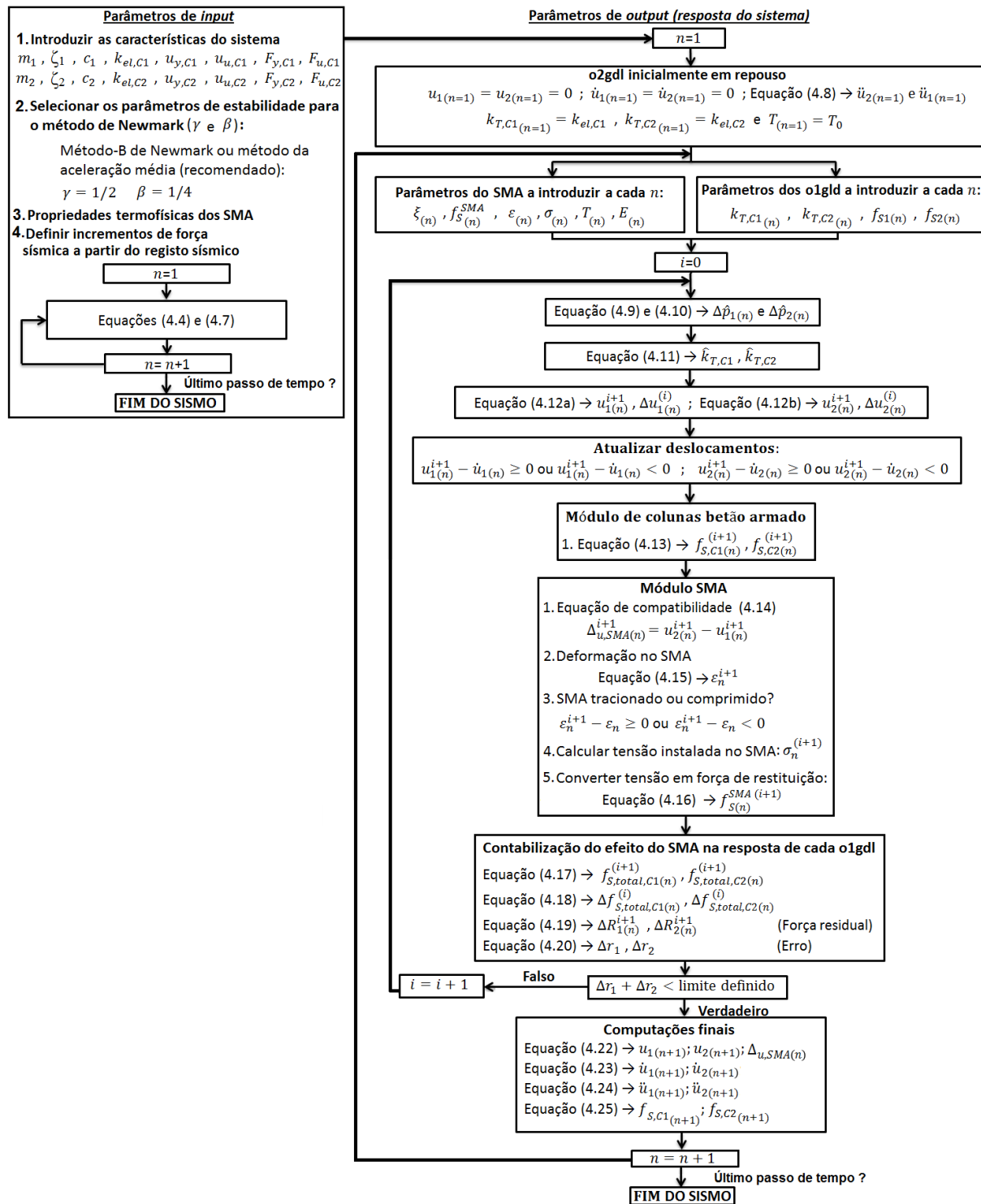


Figura 4.3 – Algoritmo em linguagem informal da ferramenta numérica desenvolvida com o método- β de Newmark

4.2. EFEITOS DA AÇÃO SÍSMICA NA RESPOSTA DAS ESTRUTURAS

Nas análises dinâmicas não lineares, são usados registos sísmicos ou acelerogramas, a forma mais pura de representar um evento sísmico. Os sismos possuem cinco características que afetam resposta dinâmica das estruturas (Andrawes & DesRoches, 2008; NP EN 1998-1, 2010; Caltrans, 2012):

- magnitude: afeta a intensidade das oscilações experimentadas pela estrutura;
- aceleração de pico no solo (APS): valor de pico reportado no acelerograma (ver Figura 4.6);
- duração: neste estudo, definiu-se a duração como sendo o tempo decorrido entre a primeira e a última excedência de uma aceleração no solo de 0.05 g (ver Figura 4.6);
- distância em relação ao epicentro: foi considerada a distância mais curta do ponto onde se localiza a estação de medição até ao plano da falha sísmica R_{RUP} (ver Figura 4.4 (b));
- características do solo onde se encontra a estação de medição: a velocidade de propagação das ondas de corte, $v_{s,30}$, diminui com o aumento da deformabilidade do solo (ver Figura 4.4 (a)).

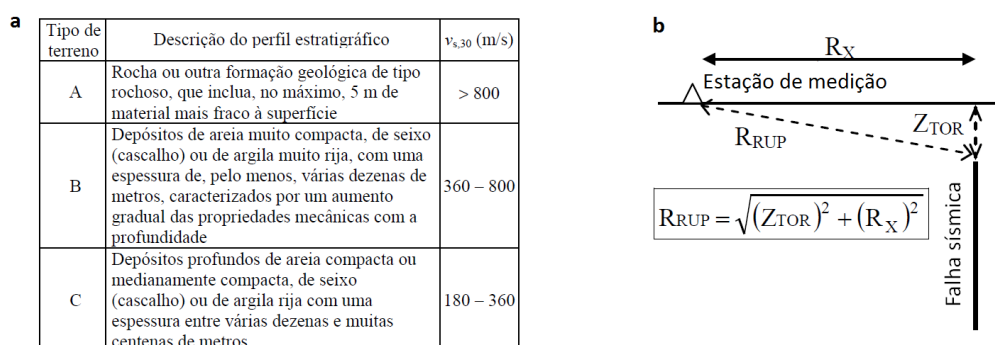


Figura 4.4 – (a) Influência do tipo de terreno no valor de $v_{s,30}$ (NP EN 1998-1, 2010); (b) R_{RUP} (Caltrans, 2012)

Em função das características do solo e do valor de R_{RUP} , podem existir, para o mesmo sismo, muitos registos distintos. Regra geral, os acelerogramas com maior duração e registados próximo do epicentro tendem a provocar mais danos nas estruturas (Andrawes & DesRoches, 2008).

Com o intuito de analisar a influência das características sísmicas na resposta das estruturas, considerou-se uma análise baseada na comparação das respostas obtidas com o modelo de Mahin & Bertero (1972), com os modelos bilineares, e com um modelo linear. Para o modelo de Mahin & Bertero (1972), adotou-se um fator de endurecimento $r = 0.05$, valor igualmente considerado para o modelo bilinear com endurecimento, e um fator de degradação $\alpha = 0.5$. As análises foram executadas no o1gdl apresentado na Figura 4.5. Para este sistema, cuja resposta foi integrada ao longo do tempo com base no método- β de Newmark anteriormente apresentado, foram adotados os parâmetros estruturais utilizados por Muthukumar & DesRoches (2005). Em particular, o o1gdl possui uma rigidez inicial, k_{el} , de 51662.2 kN/m, uma massa, m , de 1308.6 ton, um fator de amortecimento, ζ , de 5%, um deslocamento de cedência, u_y , de 0.04 m, e um período natural elástico, T , de 1 s.

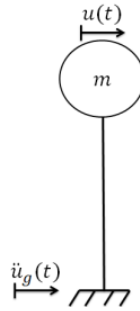


Figura 4.5 – o1gdl considerado nas análises

Para análise, selecionaram-se, a partir da base de dados PEER (2017), os registros sísmicos CHY080N, Nishi-Akashi, Saratoga Aloha Avenue e, Oakland Outer Harbor Wharf. Os acelerogramas e as características desses registros são apresentados na Figura 4.6 e na Tabela 4.1, respectivamente.

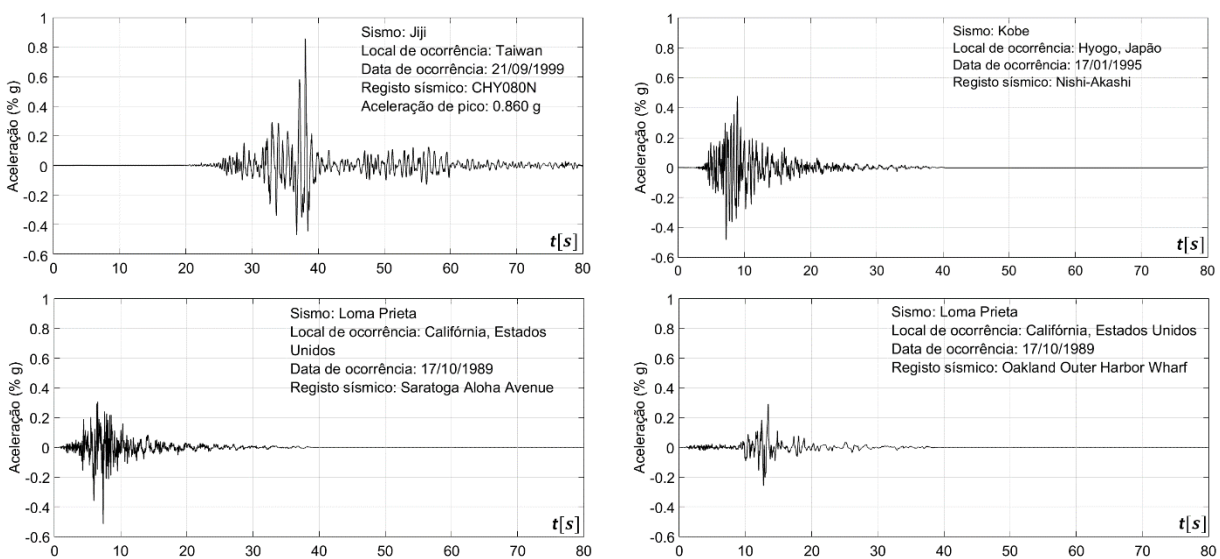


Figura 4.6 – Registos sísmicos considerados nas análises (PEER, 2017)

Tabela 4.1 - Características dos registros sísmicos considerados nas análises (PEER, 2017)

Registro sísmico	Magnitude [Escala de magnitude de momento]	R_{RUP} [km]	$v_{s,30}$ [m/s]	Tipo de Terreno	APS [% g]	Duração [s]
Jiji – CHY080N	7.62	2.69	496.21	B	0.860	33.72
Kobe – Nishi-Akashi	6.90	7.09	609.00	B	0.480	16.65
Loma Prieta – Saratoga Aloha Avenue	6.93	8.50	380.89	B	0.514	15.42
Loma Prieta – Oakland Outer Harbor Warf	6.93	74.26	248.62	C	0.290	9.0

Os resultados das análises para os registros CHY080N, Nishi-Akashi, Saratoga Aloha Avenue, e Oakland Outer Harbor Wharf, são apresentados, respectivamente, na Figura 4.7, na Figura 4.8, na Figura 4.9, e na Figura 4.10. Na figura da esquerda, é apresentada a resposta da estrutura ao longo do tempo para cada um dos modelos e também os deslocamentos de pico reportados para cada qual. Na figura da direita, são apresentadas as respostas histeréticas obtidas com cada modelo.

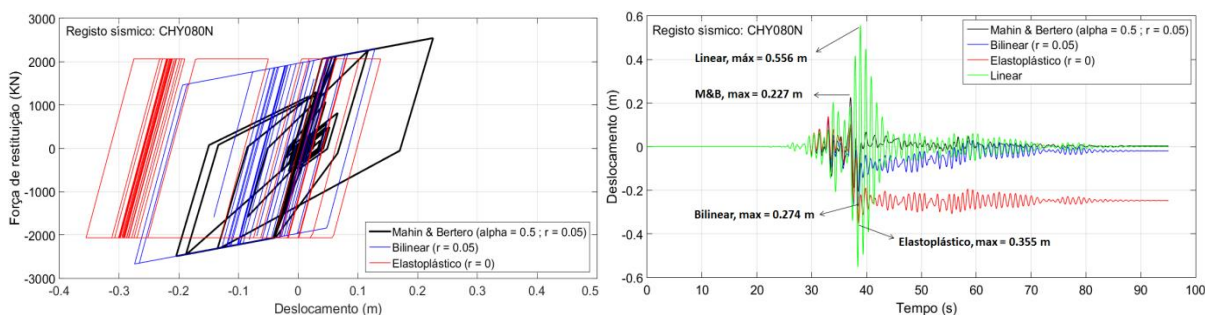


Figura 4.7 - Resultados da análise para o registo CHY080N

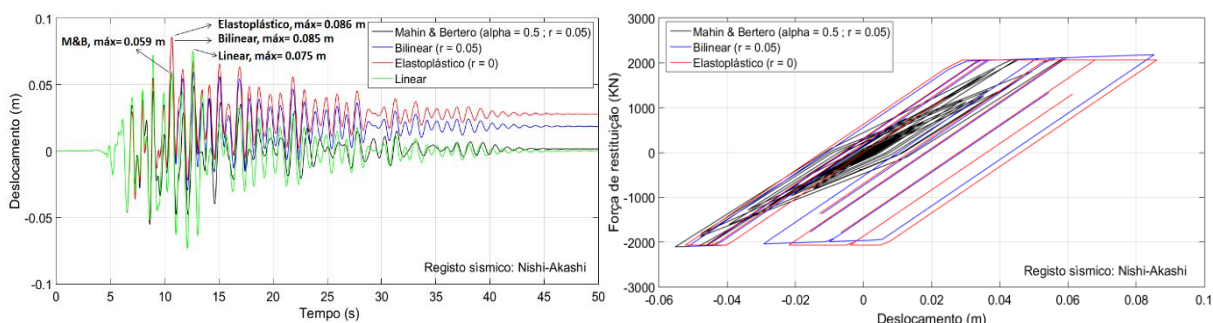


Figura 4.8 - Resultados da análise para o registo Nishi-Akashi

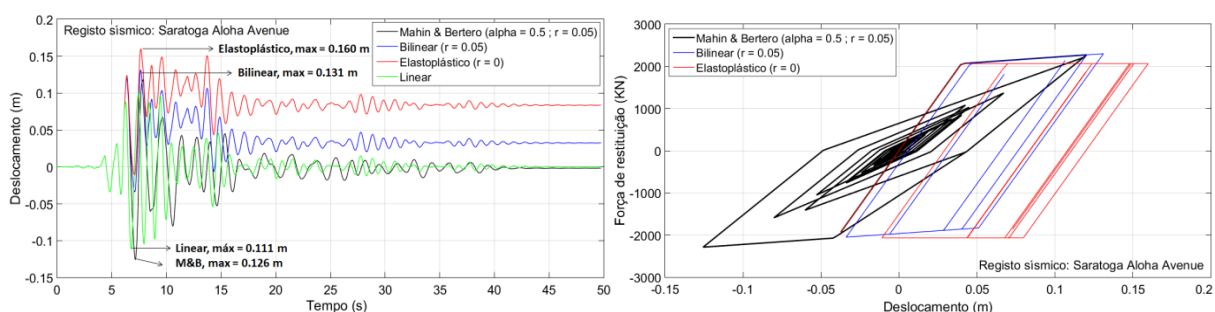


Figura 4.9 - Resultados da análise para o registo Saratoga Aloha Avenue

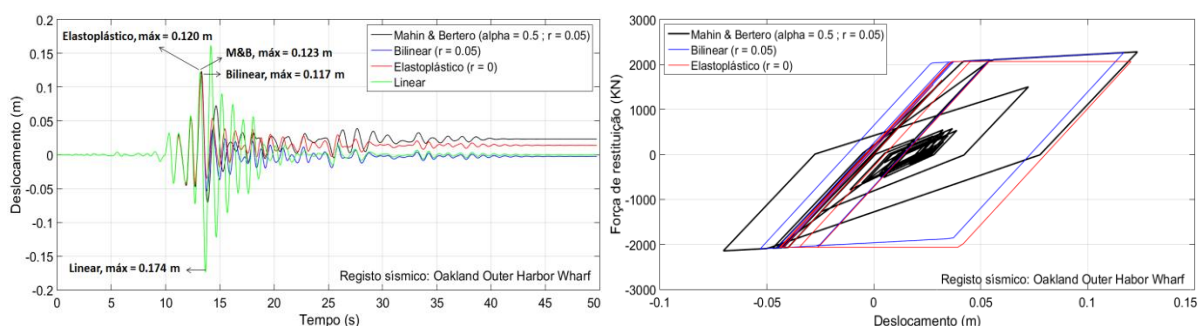


Figura 4.10 - Resultados da análise para o registo Oakland Outer Harbor Wharf

Os resultados das análises mostram bem o irrealismo das análises lineares. Note-se que a estrutura não acumula, independentemente das suas características, dos deslocamentos que experimenta, e das características do sismo, deslocamento residual, isto é, recentra sempre. Isto não está de acordo com aquilo que acontece na realidade, onde a acumulação de deslocamentos residuais é frequente. As análises não lineares mostram precisamente o contrário, isto é, mostram que as características dos sismos influenciam e muito a resposta de uma estrutura com um determinado período natural de vibração.

No contexto das análises não lineares, é notado que as diferenças entre o modelo de Mahin & Bertero (1972) e os modelos bilineares se acumulam para muitos ciclos de carga-descarga e para pequenos deslocamentos. Esta é uma conclusão que advém das características dos próprios modelos, discutidas anteriormente. Por um lado, os modelos bilineares não são sensíveis a pequenas oscilações, não dissipando energia nessas condições. Por outro lado, o modelo de Mahin & Bertero (1972) é sensível a pequenas e a grandes oscilações, sendo capaz de dissipar energia em ambas as condições. Como os modelos possuem características distintas, podem obter-se, em função das características sísmicas e das características dinâmicas da estrutura, grandes diferenças nos deslocamentos estimados com cada qual. Este fenómeno pode ser observado nas análises da Figura 4.7 e da Figura 4.9. Nessas análises, foram registados, respetivamente, deslocamentos de pico de 0.355 e de 0.16 m, no caso do modelo elastoplástico. No caso do modelo de Mahin & Bertero, esses valores foram de 0.227 e de 0.126 m, respetivamente. Estes resultados revelam que a caracterização adequada do comportamento de colunas de betão armado submetidas à ação sísmica, só é possível utilizando um modelo de plasticidade concentrada realista como o de Mahin & Bertero (1972).

Como comentário final, existem questões que parecem óbvias e que as análises não lineares demonstram que não o são. Por exemplo, comparando os resultados da Figura 4.8 e com os resultados da Figura 4.10, constata-se que um maior valor de APS não implica maiores deslocamentos de pico, mesmo para registos sísmicos com maior duração. Estes resultados só podem ser detetados com base em análises não lineares como as apresentadas anteriormente.

5. ESTUDO NUMÉRICO

Como foi discutido antes, existem várias características de comportamento dos SMA, suscetíveis de influenciarem os deslocamentos de pico, relativos, e residuais, que uma estrutura com SMA experimenta durante um sismo. Neste capítulo, será analisado se a lei cinética, a componente mais importante da família de modelos uniaxiais de SMA de Tanaka, os modelos adotados para realizar este estudo, influencia esses deslocamentos. Como caso de estudo, foi considerada uma ponte de betão armado com dois pórticos. Nas análises, serão variados o período natural dos pórticos e as características sísmicas.

5.1. ESTRUTURA CONSIDERADA

A ponte de betão armado selecionada para desenvolver este estudo, ilustrada Figura 5.1, foi apresentada por Mehr & Zaghi (2016). A referida consiste em dois pórticos com comprimentos de 195 e 232 m, que se encontram separados por uma junta de dilatação, cujo deslocamento admissível remete para um deslocamento alvo, Δ_{alvo} , que se pretende controlar nas análises. Cada pórtico apoia-se num encontro e é constituído por três colunas de betão armado com secção transversal circular. Os autores consideraram terrenos com relevo variável, o que se traduz, como mostram os casos (1), (2) e (3), em pórticos constituídos por colunas com diferentes alturas. Esta sugestão será seguida neste estudo, para simular a resposta de dois pórticos com diferentes períodos naturais de vibração acoplados com SMA.

Os materiais prescritos foram o betão C35/45 e o aço A500 NR (natural e de alta aderência), da classe C (ductilidade especial). As características de ambos são apresentadas na Tabela 5.1 e na Tabela 5.2 (NP EN 1992-1-1, 2010). As tensões de cálculo foram estimadas com a Equação (3.3).

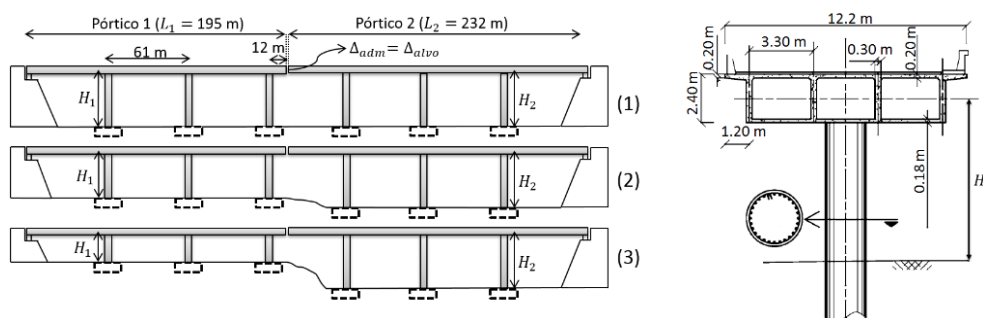


Figura 5.1 - Perfil longitudinal e secção da superestrutura da ponte estudada (adaptado de Mehr & Zaghi, 2016)

Tabela 5.1 – Características do betão C35/45

f_{ck} [MPa]	E_c [GPa]	γ_B [kN/m ³]	$f_{ce} = 1.3f_{ck}$ [MPa]
35	34	25	45.5

Tabela 5.2 – Características do aço A500 NR

f_{yk} [MPa]	500	$f_{ye} = 1.1f_{yk}$ [MPa]	550
f_{uk} [MPa]	550	$f_{yh} = 1.0 f_{yk}$ [MPa]	500
$\varepsilon_{su} = \varepsilon_{su,AL} = \varepsilon_{su,AT}$	0.075	$f_{uh} = 1.1f_{uk}$ [MPa]	605
E_s [GPa]	200	$\varepsilon_y = f_{ye}/E_s$	0.00275

Na Tabela 2.5, são apresentados quatro SMA com diferentes propriedades. Para ligar os pórticos, consideraram-se os SMA adotados por Cismaşiu & Santos (2008), cujas propriedades materiais se relembram na Tabela 5.3. Adotaram-se estes SMA por possuírem um valor de A_f de $-20\text{ }^\circ\text{C}$, o que os torna flexíveis para aplicações em estruturas expostas a diversas temperaturas ambiente.

Tabela 5.3 - Propriedades do SMA considerado (Cismaşiu & Santos, 2008)

E_A [GPa]	37.3	M_s [$^\circ\text{C}$]	-63.0	h [Watt · m ² · Kelvin ⁻¹]	35
E_M [GPa]	21.4	A_s [$^\circ\text{C}$]	-26.0	c_p [Joule · kg ⁻¹ · Kelvin ⁻¹]	500
θ [Kelvin ⁻¹]	6×10^{-6}	A_f [$^\circ\text{C}$]	-20.0	ε_L [%]	4
ρ [kg/m ³]	6500	C_M [MPa · Kelvin ⁻¹]	4.7	c_L [Joule · kg ⁻¹]	12914
M_f [$^\circ\text{C}$]	-78.0	C_A [MPa · Kelvin ⁻¹]	4.7	k [Watt · m ² · Kelvin ⁻¹]	18

O peso, w , distribuído ao longo da superestrutura, é de 182 kN/m (Mehr & Zaghi, 2016). Assim, as massas m_1 e m_2 que contribuem para o deslocamento longitudinal dos pórticos 1 e 2 são dadas por:

$$m_1 = \frac{w \times L_1}{g} = \frac{182 \times 195}{9.81} = 3617.7 \text{ ton}; \quad m_2 = \frac{w \times L_2}{g} = \frac{182 \times 232}{9.81} = 4304.2 \text{ ton}$$

g é a aceleração da gravidade.

Mehr & Zaghi (2016) consideraram colunas com valores de D de 2.18, 2.44, e 2.59 m, e com rácios de armadura longitudinal, ρ_l , entre 1% e 2.5%. Neste estudo, consideraram-se colunas com $D = 2$ m. Como os valores de ρ_l variam, regra geral, entre 1% e 4%, considerou-se um valor médio de 2% para este parâmetro. Para as armaduras longitudinais (AL), consideraram-se varões com um diâmetro, d_{bl} , de 0.04 m. Com base nos dados referidos, estimou-se o número de varões longitudinais, n :

$$\rho_l = \frac{A_{aço,AL}}{A_g} \Leftrightarrow \rho = \frac{\frac{\pi(d_{bl})^2}{4}}{\frac{\pi D^2}{4}} \Leftrightarrow 0.02 = \frac{n \left(\frac{\pi \times 0.040^2}{4} \right)}{\left(\frac{\pi \times 2^2}{4} \right)} \rightarrow n = 50\phi 40$$

Para a armadura transversal (AT), adotaram-se estribos com um diâmetro, d_h , de 0.02 m. Com este dado, determinou-se o diâmetro de betão confinado, D' . O espaçamento entre os estribos, s , foi estimado modificando a Equação (3.12). Adotou-se um rácio de armadura transversal, ρ_v , de 0.6%.

$$D' = D - 2 \times \text{recobrimento} + d_h = 2 - 2 \times 0.05 + 0.02 = 1.92 \text{ m}$$

$$s = \frac{4 \times A_h}{D' \times \rho_v} = \frac{4 \times \left(\frac{\pi \times 0.020^2}{4} \right)}{1.92 \times 0.006} = 0.11 \text{ m} \quad \rightarrow \text{Est. } \phi 20 // 0.11$$

Por terem a maior largura de influência, L_{infl} , as colunas intermédias de cada pórtico absorvem o maior esforço axial de compressão, N . A partir desse valor de N , estimou-se o esforço axial reduzido, v . Este valor foi considerado igual para todas as colunas, permitindo projetar três colunas iguais.

$$v = \frac{N}{f_{ce} \times A_g} = \frac{L_{infl} \times w}{f_{ce} \times A_g} = \frac{61 \times 182}{45500 \times \left(\frac{\pi \times 2^2}{4}\right)} = \frac{11102}{45500 \times \left(\frac{\pi \times 2^2}{4}\right)} = 0.078$$

Para os valores de $v = 0.078$ e $\rho_l = 2\%$ fixados, estimou-se, a partir da Figura 3.5, um valor de 0.47 para o rácio de rigidezes de flexão. A partir desse dado e conhecendo a rigidez elástica de flexão não fendilhada, $(E_c I)_{el}$, estimou-se a rigidez de flexão efetiva da coluna em estado fendilhado, $(E_c I)_{eff}$:

$$(E_c I)_{eff} = 0.47 \times (E_c I)_{el} = 0.47 \times E_c \left(\frac{\pi D^4}{64}\right) = 0.47 \times 34000000 \times \left(\frac{\pi \times 2^4}{64}\right) = 12551000 \text{ kN} \cdot \text{m}^2$$

Para $\rho_l = 2\%$, a posição da linha neutra, c , pode ser estimada pela equação (Priestley et al., 2007):

$$\frac{c}{D} = 0.2 + \frac{0.65N}{f_{ce} \times A_g} = 0.2 + \frac{0.65 \times 11102}{45500 \times \left(\frac{\pi \times 2^2}{4}\right)} = 0.25 \quad \rightarrow \quad c = 0.50 \text{ m}$$

A curvatura de cedência, ϕ_y , foi determinada com a Equação (3.4):

$$\phi_y = \frac{2.25\varepsilon_y}{D} = \frac{2.25 \times 0.00275}{2} = 0.00309 \text{ m}^{-1}$$

A altura útil da secção, d , foi medida até ao centro de um varão longitudinal (ver Figura 3.7 (a)):

$$d = D - \text{recobrimento} - \frac{d_{bl}}{2} = 2 - 0.05 - \frac{0.04}{2} = 1.93 \text{ m}$$

A extensão última no aço das AL, $\varepsilon_{us,AL}$, foi estimada com a Equação (3.10). Como foi considerado o mesmo aço para as AL e para as AT, as extensões últimas são iguais em ambas $\varepsilon_{su} = \varepsilon_{su,AL} = \varepsilon_{su,AT}$.

$$\varepsilon_{us,AL} = 0.6. \varepsilon_{su,AL} = 0.6 \times 0.075 = 0.045 ; \quad \varepsilon_{us,AT} = \varepsilon_{us,AL} = 0.045$$

A curvatura limite do aço tracionado, ϕ_{us} , foi estimada com a Equação (3.9):

$$\phi_{us} = \frac{\varepsilon_{us,AL}}{d - c} = \frac{0.045}{1.93 - 0.50} = 0.0315 \text{ m}^{-1}$$

Com base na Equação (3.13), estimou-se a pressão de confinamento, f_l , e a tensão de compressão no betão confinado, f'_{cc} :

$$f_l = 0.5C_e\rho_v f_{yh} = 0.5 \times 1 \times 0.006 \times 500 = 1.5 \text{ MPa}$$

$$f'_{cc} = f_{ce} \left(2.254 \sqrt{1 + \frac{7.94f_l}{f_{ce}}} - 2 \frac{f_l}{f_{ce}} - 1.254 \right) = 55.143 \text{ MPa}$$

A extensão última do betão, ε_{uc} , foi estimada com a Equação (3.11). Com base no valor obtido, estimou-se, com a Equação (3.9), a curvatura limite do betão comprimido, ϕ_{uc} . A curvatura limite a adotar no cálculo, ϕ_u , foi determinada com a Equação (3.10).

$$\varepsilon_{uc} = 0.004 + 1.4 \times \frac{\rho_v \times f_{yh} \times \varepsilon_{su,AT}}{f'_{cc}} = 0.004 + 1.4 \times \frac{0.006 \times 500 \times 0.12}{55.143} = 0.01314$$

$$\phi_{uc} = \frac{\varepsilon_{uc}}{c} = \frac{0.01314}{0.50} = 0.02628 \text{ m}^{-1}$$

$$\phi_u = \min\{\phi_{us}; \phi_{uc}\} = \min\{0.03150; 0.02628\} = 0.02628 \text{ m}^{-1}$$

A pormenorização da secção transversal circular da coluna dimensionada, é ilustrada na Figura 5.2.

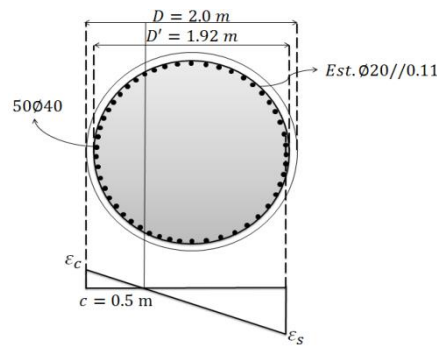


Figura 5.2 – Secção transversal das colunas da ponte

A resposta longitudinal das pontes depende das características dos sismos e das próprias pontes. Nestas últimas, existem duas variáveis que condicionam a abertura relativa de uma junta de dilatação. A primeira é o rácio entre os períodos naturais de vibração do pórtico 1, T_1 , e do pórtico 2, T_2 . Este rácio define o desfasamento entre os movimentos de cada pórtico (Muthukumar & DesRoches, 2005):

$$\begin{cases} 0.7 \leq T_1/T_2 \leq 1.0 & \rightarrow \text{estruturas aproximadamente em fase} \\ 0.3 \leq T_1/T_2 < 0.7 & \rightarrow \text{estruturas moderadamente desfasadas} \\ 0 < T_1/T_2 < 0.3 & \rightarrow \text{estruturas altamente desfasadas} \end{cases} \quad (5.1)$$

A segunda é o rácio de ductilidade, $\mu = u_m/u_y$, definido na Equação (3.16). Este parâmetro define o nível de comportamento não linear experimentado por uma estrutura. Em particular, os valores de μ associados a cada pórtico dependerão apenas das características sísmicas e da influência destas na resposta global da estrutura para um determinado valor de T_1/T_2 . Deste modo, desenvolveu-se o presente estudo em função dos valores de T_1/T_2 . Como os valores de m_1 e de m_2 foram fixados, determinaram-se os valores de T_1 e de T_2 ajustando a rigidez dos pórticos 1 e 2, nomeadamente a altura das colunas de cada qual até ao centroide da secção transversal da superestrutura, H_1 e H_2 (ver Figura 5.1). Essas alturas foram determinadas com a Equação (5.2). Fixando os parâmetros T_1 e T_2 em valores desejados, a referida equação permite determinar diretamente os correspondentes valores de H_1 e H_2 .

$$H_1 = \sqrt[3]{\frac{36 \times (E_c I)_{eff} \times T_1^2}{4\pi^2 \times m_1}}; \quad H_2 = \sqrt[3]{\frac{36 \times (E_c I)_{eff} \times T_2^2}{4\pi^2 \times m_2}} \quad (5.2)$$

Considerou-se o pórtico 2 como pórtico de referência. A este foi atribuído um período natural elástico $T_2 = 1.0$ s. O pórtico 1 terá características variáveis e será mais rígido. Serão analisados períodos naturais elásticos, T_1 , de 0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 0.6, 0.7, 0.8, 0.9 e de 1.0 s.

Em seguida, procedeu-se à determinação da rigidez do sistema. À partida, os dois pórticos encontram-se ligados através de SMA, o que significa que estes se movem de forma dependente quando a ponte é submetida a deslocamentos longitudinais. Durante a ocorrência desses deslocamentos, os SMA fornecem uma rigidez axial variável, k_{SMA} , a qual influencia esses mesmos deslocamentos (ver Figura 5.3). A determinação desta rigidez é função dos modelos uniaxiais de SMA implementados. Nesta fase, a rigidez elástica inicial total do pórtico 1, $k_{el,C1}$, e do pórtico 2, $k_{el,C2}$, são desconhecidas. Para a sua determinação, admitiu-se que as ligações coluna-tabuleiro e coluna-fundação são rígidas. Como cada pórtico é constituído por três colunas com iguais características, os valores de $k_{el,C1}$ e de $k_{el,C2}$, consistirão no somatório das rigidezes das três, conforme apresentado na Equação (5.3) (ver Figura 5.3). Esses valores, note-se, encontram-se associados aos valores de H_1 e de H_2 , os quais são determinados com a Equação (5.2) para os valores de T_1 e de T_2 fixados.

$$k_{el,C1} = 3 \times \left(\frac{12(E_c I)_{eff}}{H_1^3} \right) = \frac{36(E_c I)_{eff}}{H_1^3}; \quad k_{el,C2} = 3 \times \left(\frac{12(E_c I)_{eff}}{H_2^3} \right) = \frac{36(E_c I)_{eff}}{H_2^3} \quad (5.3)$$

Conforme apresentado na Equação (5.4), considerou-se que a rigidez total de pós-cedência de cada pórtico corresponde a 5% da rigidez inicial. Este valor é usual nos modelos de plasticidade concentrada para definir a resposta das colunas de betão armado após estas atingirem a cedência (ver tópico 3.1).

$$k_{pl,C1} = 0.05 \cdot k_{el,C1}; \quad k_{pl,C2} = 0.05 \cdot k_{el,C2} \quad (5.4)$$

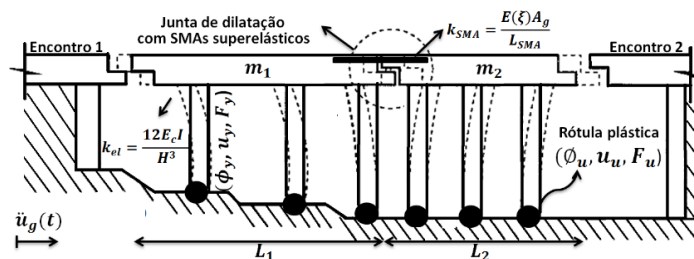


Figura 5.3 – Resposta longitudinal da ponte em análise (adaptado de DesRoches & Fenves, 2000)

À medida que os valores de H de um pórtico aumentam, os seus valores de k_{el} diminuem e os seus valores de T aumentam. O aumento dos valores dos deslocamentos de cedência, u_y , e de rotura, u_u , é a terceira consequência do aumento dos valores de H . Por questões de organização, relembram-se as Equações (3.5) e (3.7), que permitem estimar os valores de u_y e de u_u :

$$\begin{cases} u_{y,C1} = \frac{1}{6} \times \phi_y \times (H_1 + L_{SP})^2 \\ u_{y,C2} = \frac{1}{6} \times \phi_y \times (H_2 + L_{SP})^2 \end{cases}; \quad \begin{cases} u_{u,C1} = u_{y,C1} + (\phi_u - \phi_y) \times L_{p,C1} \times H_1 \\ u_{u,C2} = u_{y,C2} + (\phi_u - \phi_y) \times L_{p,C2} \times H_2 \end{cases} \quad (5.5)$$

O comprimento de penetração da cedência foi estimado com a Equação (3.6), admitindo, à semelhança do executado para o cálculo da rigidez elástica das colunas de betão armado, que as ligações coluna-fundação e coluna-superestrutura são encastradas:

$$L_{SP} = 0.044 \times f_{ye} \times d_{bl} = 0.044 \times 550 \times 0.040 = 0.968 \text{ m}$$

O comprimento da rótula plástica formada na base das colunas de betão armado de cada pórtico, foi estimado com a Equação (3.8). Por questões de organização, relembra-se essa equação:

$$L_{p,C1} = k_1 \times H_1 + L_{SP} \geq 2 \times L_{SP}; \quad L_{p,C2} = k_1 \times H_2 + L_{SP} \geq 2 \times L_{SP} \quad (5.6)$$

onde $2L_{SP} = 2 \times 0.968 = 1.936 \text{ m}$, e onde a constante k_1 é dada por:

$$k_1 = 0.2 \times \left(\frac{f_{uk}}{f_{yk}} - 1 \right) = 0.2 \times \left(\frac{550}{500} - 1 \right) = 0.02 \leq 0.08 \quad \rightarrow \quad k_1 = 0.02$$

Em oposição ao que acontece com os valores de u_y e de u_u , os valores das forças de cedência, F_y , e de rotura, F_u , das colunas de betão armado, diminuem com o aumento dos seus valores de H :

$$\begin{cases} F_{y,C1} = k_{el,C1} \times u_{y,C1} \\ F_{y,C2} = k_{el,C2} \times u_{y,C2} \end{cases}; \quad \begin{cases} F_{u,C1} = F_{y,C1} + 0.05k_{el,C1} \times (u_{u,C1} - u_{y,C1}) \\ F_{u,C2} = F_{y,C2} + 0.05k_{el,C2} \times (u_{u,C2} - u_{y,C2}) \end{cases} \quad (5.7)$$

As características de comportamento das colunas de betão armado, determinadas para os valores de T_1 e T_2 fixados com as equações atrás apresentadas, encontram-se resumidas na Tabela 5.4.

Tabela 5.4 – Características do comportamento das colunas para os valores de T_1 e T_2 especificados

Pórtico 2 (referência) [$m_2 = 4304.2 \text{ ton}$]									
T_2 [s]	H_2 [m]	$(E_c I)_{eff}$ [kNm ²]	$k_{el,C2}$ [kN/m]	ϕ_y [m ⁻¹]	L_{SP} [m]	u_{y2} [m]	F_{y2} [kN]	u_{u2} [m]	F_{u2} [kN]
1,0	13,854	12551000	169920	0,0031	0,968	0,1133	19248,3	0,7352	24531,8
Pórtico 1 (variável) [$m_1 = 3617.7 \text{ ton}$]									
T_1 [s]	H_1 [m]	$(E_c I)_{eff}$ [kNm ²]	$k_{el,C1}$ [kN/m]	ϕ_y [m ⁻¹]	L_{SP} [m]	u_{y1} [m]	F_{y1} [kN]	u_{u1} [m]	F_{u1} [kN]
0,1	3,1627	12551000	14282000	0,0031	0,968	0,0088	125652,3	0,1508	227034,5
0,2	5,0205	12551000	3570500	0,0031	0,968	0,0185	66023,6	0,2439	106255,7
0,3	6,5787	12551000	1586900	0,0031	0,968	0,0294	46601,3	0,3247	70032,1
0,4	7,9695	12551000	892640	0,0031	0,968	0,0412	36765,7	0,3989	52732,0
0,5	9,2478	12551000	571290	0,0031	0,968	0,0538	30742,2	0,4689	42599,9
0,6	10,443	12551000	396730	0,0031	0,968	0,0671	26636,5	0,5359	35935,0
0,7	11,573	12551000	291500	0,0031	0,968	0,0811	23639,4	0,6006	31210,9
0,8	12,651	12551000	223150	0,0031	0,968	0,0956	21341,3	0,6635	27677,4
0,9	13,684	12551000	176330	0,0031	0,968	0,1107	19518,8	0,7249	24934,3
1,0	14,68	12551000	142820	0,0031	0,968	0,1263	18031,9	0,7852	22737,5

5.2. MODELO NUMÉRICO

Para simular, de forma simplificada, a resposta dinâmica da ponte considerada para vários valores de T_1/T_2 , foi adotado o o2gdl superelástico apresentado na Figura 5.4. Esse o2gdl consiste em dois o1gdl, cada qual a representar um dos pórticos da ponte, acoplados com barras de SMA superelástico. Este modelo estrutural foi implementado, com base no método- β de Newmark, no *software* MATLAB.

O comportamento das colunas de betão armado de cada pórtico para deslocamentos laterais foi simulado, para cada valor de T_1/T_2 (as características das colunas em função desse valor de T_1/T_2 , foram definidas na Tabela 5.4), com o modelo de Mahin & Bertero (1972), considerando $\alpha = 0.5$ e $r = 0.05$.

O comportamento axial das barras de SMA foi simulado, em condições não isotérmicas (lei do equilíbrio térmico ativada), com a lei constitutiva acoplada ao modelo de Voigt, apresentada na Equação (2.11). A lei linear e as leis exponenciais de Tanaka et al. (1986) e de Lubliner & Auricchio (1996), foram as leis cinéticas adotadas para simular esse comportamento dos SMA durante as transformações de fase. A última lei referida foi analisada para $\beta_A = \beta_M = 3$ MPa e $\beta_A = \beta_M = 20$ MPa. Para cada uma das leis cinéticas, adotaram-se, respetivamente, as seguintes abreviações: Linear; Exponencial_T; Exponencial_LA3; Exponencial_LA20. A lei de cossenos não foi considerada neste estudo por ser semelhante à lei linear. Nas análises, foi admitido que as propriedades dos SMA são iguais para ações de tração e de compressão. Os fenómenos de encurvadura nas barras de SMA também foram ignorados.

Além das simplificações admitidas no comportamento dos SMA, admitiu-se também que a largura da junta de dilatação é suficiente para evitar a colisão dos pórticos (*pounding*). A fricção na junta, os efeitos P- Δ , e a interação entre a estrutura e o terreno de fundação, também não foram considerados.

A par da energia dissipada pelos SMA, a rótula plástica que se pode formar na base das colunas de betão armado, é outro dos pontos que permite à estrutura dissipar energia (como foi referido no tópico 3.1, o modelo de Mahin & Bertero (1972) dissipa energia para pequenas oscilações). Nestes casos, onde o comportamento dinâmico não linear da estrutura é considerado, o valor típico de 5% para o fator de amortecimento, ζ , não é realista. Assim, adotou-se um valor de 2% para esse parâmetro ζ .

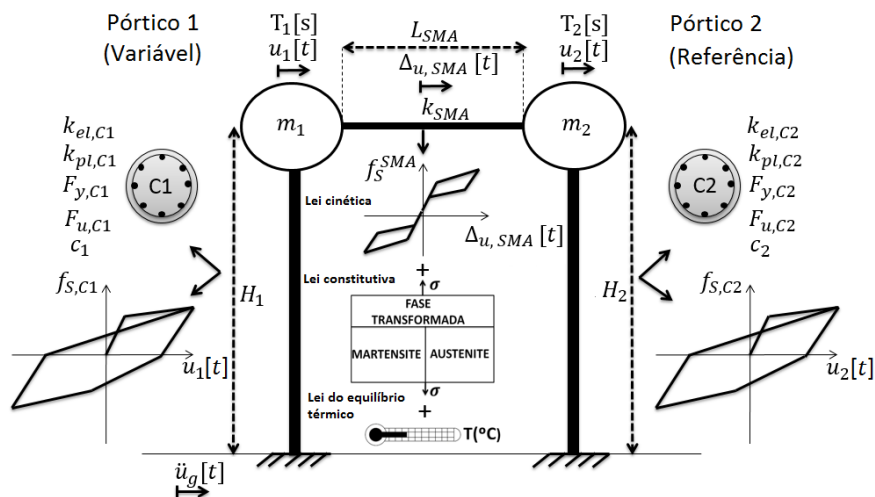


Figura 5.4 – Caso de estudo e comportamento mecânico dos elementos estruturais considerados no modelo

5.3. DEFINIÇÃO E OBJETIVO DO ESTUDO

Para desenvolver este estudo, selecionaram-se, a partir da base de dados PEER (2017), seis registos provenientes de cinco sismos históricos, nomeadamente o de São Fernando, o de Loma Prieta, o de Northridge, o de Kobe, e o de Umbria & Marche. Os acelerogramas desses registos sísmicos são apresentados na Figura 5.5.

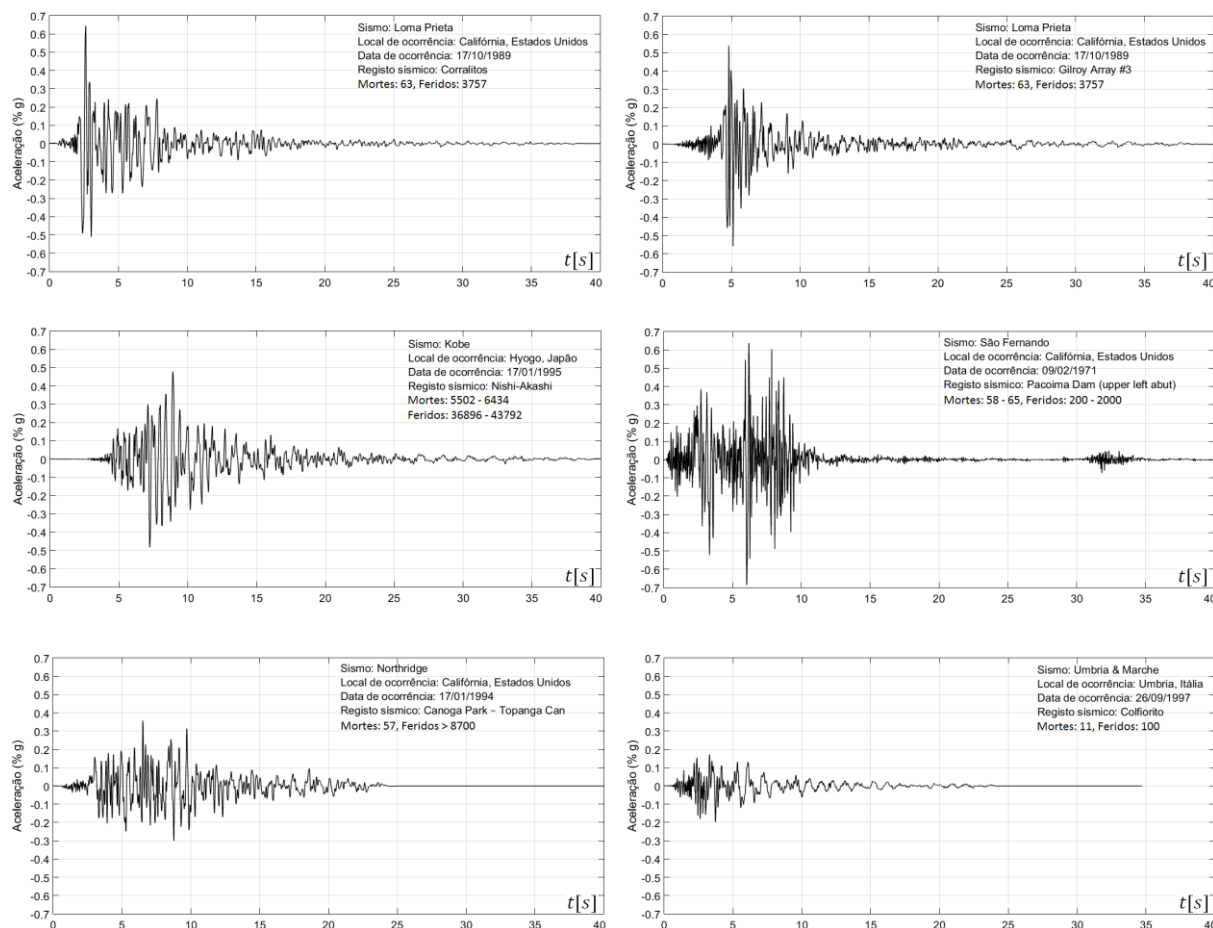


Figura 5.5 – Registos sísmicos considerados no estudo (PEER, 2017)

O primeiro passo do estudo foi analisar, para cada valor de T_1/T_2 , a resposta do o2gdl sem SMA, quando submetido a cada registo sísmico. Verificou-se que o o2gdl experimenta deslocamentos de pico que geram baixos níveis de comportamento não linear nas colunas de betão armado dos pórticos 1 e 2. Para aumentar a exploração da ductilidade das colunas de ambos os pórticos mantendo os mesmos registos sísmicos, utilizou-se um fator de amplificação, FA, que permite amplificar as acelerações no solo e a duração dos acelerogramas. Assim, foi possível amplificar a intensidade da força sísmica:

$$p(t) = -m \cdot [FA \times \ddot{u}_g(t)] \quad \text{onde} \quad FA > 1 \quad (5.8)$$

Definiram-se três casos de estudo: 1) FA = 1.0; 2) FA = 2.0; 3) FA = 3.0. O caso menos realista, FA = 3.0, foi calibrado para explorar a ductilidade quase total das colunas de betão armado.

Na Tabela 5.5, é apresentada a caracterização dos registos sísmicos considerados de acordo com as cinco características anteriormente referidas. Os registos amplificados têm o mesmo formato dos originais ($FA = 1.0$), com a diferença de possuírem uma maior duração e maiores acelerações no solo.

Tabela 5.5 – Características dos registos sísmicos considerados no estudo

Registo sísmico	Magnitude *	R_{RUP} [km]	$v_{s,30}$ [m/s]	Terreno	FA=1.0		FA=2.5		FA=3.0	
					APS [%g]	Duração [s]	APS [%g]	Duração [s]	APS [%g]	Duração [s]
Loma Prieta - Corralitos	6.93	3.85	462.24	B	0.645	13.95	1.290	20.00	1.934	27.56
Loma Prieta - Gilroy Array #3	6.93	12.82	349.85	C	0.559	9.98	1.118	23.90	1.677	31.66
Kobe - Nishi-Akashi	6.90	7.09	609.00	B	0.480	16.65	0.966	29.07	1.450	30.57
São Fernando - Pacoima Dam	6.61	1.81	2016.13	A	0.687	10.72	1.375	17.16	2.062	18.69
Northridge - Canonga Park	6.69	14.7	267.49	C	0.358	17.92	0.715	21.44	1.073	22.52
Umbria & Marche - Colfiorito	6.00	6.92	317.00	C	0.198	8.89	0.397	14.33	0.595	15.84

* Escala de Magnitude de Momentos

Cada análise dinâmica efetuada no o2gdl da Figura 5.4, é baseada em três variáveis: valor de T_1/T_2 ; lei cinética adotada na montagem do modelo uniaxial de SMA; registo sísmico que faz o sistema oscilar.

Para esclarecer o objetivo do estudo, apresenta-se, na Figura 5.6, uma análise considerando os dois pórticos acoplados por barras de SMA superelástico. A análise em questão, baseada na lei Linear, foi efetuada para o registo de Colfiorito amplificado por $FA = 3.0$, para o caso $T_1/T_2 = 0.6$. Na Figura 5.6 (a), é apresentada a resposta dos pórticos e dos SMA (deslocamento relativo) ao longo do tempo. Na Figura 5.6 (b), é apresentado o comportamento histerético das colunas de betão armado de cada pórtico. Por fim, na Figura 5.6 (c), é apresentado o comportamento histerético das barras de SMA superelástico.

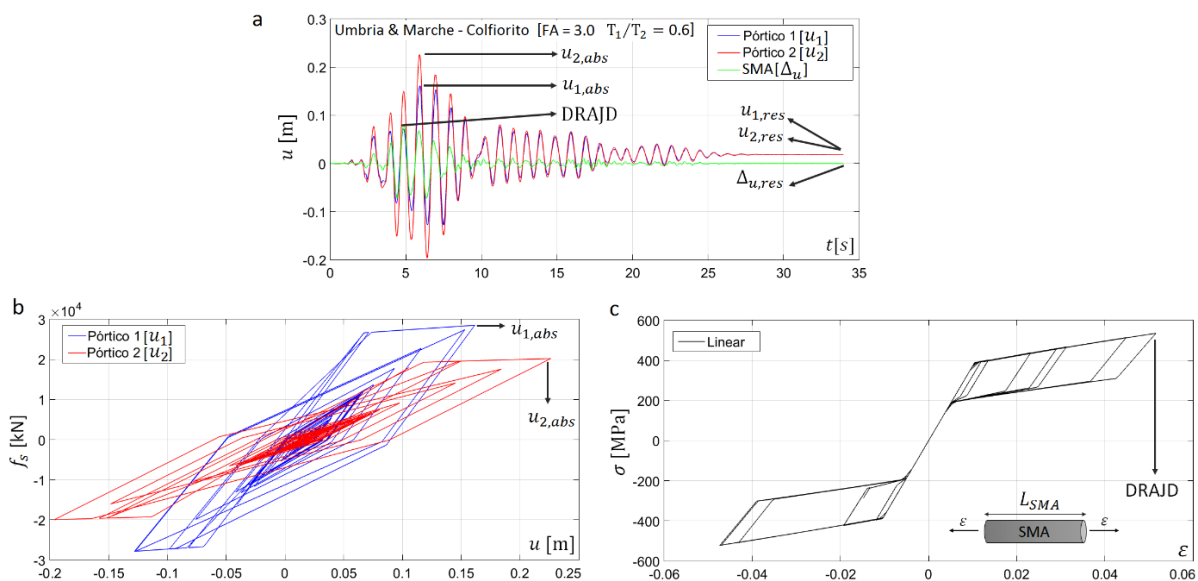


Figura 5.6 – Análise sísmica efetuada para o registo Colfiorito ($FA = 3.0$; $T_1/T_2 = 0.6$): (a) resposta dos pórticos ao longo do tempo; (b) resposta das colunas de betão armado de cada pórtico; (c) resposta dos SMA superelásticos

Na Figura 5.6 (a), são assinalados os três tipos deslocamentos desenvolvidos durante a oscilação forçada da estrutura: 1) deslocamento absoluto de m_1 , $u_{1,abs}$; 2) deslocamento absoluto de m_2 , $u_{2,abs}$; 3) deslocamento relativo absoluto na junta de dilatação, DRAJD. São também apresentados os três tipos de deslocamentos que se registam quando a estrutura deixa de oscilar: 4) deslocamento residual de m_1 , $u_{1,res}$; 5) deslocamento residual de m_2 , $u_{2,res}$; 6) deslocamento residual no SMA, $\Delta_{u,res}$.

Como é notado na Figura 5.6 (c), a resposta das barras de SMA superelástico, caracterizada pela lei Linear, influencia cada um dos três tipos de deslocamento. O objetivo deste estudo é analisar se a lei cinética adotada, a componente mais relevante da família de modelos de Tanaka, tem influência significativa nesses deslocamentos, ao ponto de pôr em risco a integridade de uma estrutura (a influência de outras características de comportamento do SMA adotado, como por exemplo dos valores de E_M e E_A , não será focada neste estudo). Assim, a lei cinética será a variável de referência do estudo apresentado.

As características estruturais e sísmicas (ver Tabela 5.4 e Tabela 5.5), serão as variáveis utilizadas para analisar a influência de diferentes leis cinéticas para uma vasta gama de condições dinâmicas.

5.4. ANÁLISES NUMÉRICAS

O primeiro passo do estudo, foi determinar a área da secção transversal de SMA, $A_{g,SMA}$, requerida para limitar os valores do DRAJD a valores admissíveis. Para tal, foi seguido o seguinte procedimento:

1. analisar, para um registo sísmico e para vários valores de T_1/T_2 , a resposta dinâmica do o2gdl sem elementos de SMA a acoplar os pórticos, e registar o valor do DRAJD;
2. fixar, em função das temperaturas ambiente extremas (inverno e verão) esperadas no local geográfico onde se encontra a estrutura em análise, o valor de T_0 ;
3. com base nas características do SMA adotado, nomeadamente no seu valor de ε_f^{AM} , impor um valor de deformação axial limite, ε_{lim} , para o valor de $\varepsilon_{m\acute{a}x}$ desejado;
4. adotar uma lei cinética de referência, a partir da qual serão efetuadas as comparações, em termos de deslocamentos, com outras leis cinéticas;
5. fixar um valor de Δ_{alvo} tal que $0 \leq \Delta_{alvo} < \text{DRAJD}$. Considerou-se o critério da Equação (5.9);

$$\Delta_{alvo} = \{30 \text{ a } 40\% \} \times \text{DRAJD} \quad (5.9)$$

6. estimar, de acordo com a Equação (5.10), o comprimento dos elementos de SMA superelástico;

$$L_{SMA} = \frac{\Delta_{alvo}}{\varepsilon_{lim}} \quad (5.10)$$

7. estimar, de forma iterativa, com base nas condições anteriormente fixadas, o valor de $A_{g,SMA}$ requerido para limitar o valor de DRAJD para um determinado valor de T_1/T_2 . Esse valor de $A_{g,SMA}$ considera-se determinado quando se verificarem, em simultâneo e com um pequeno erro, as duas condições apresentadas na Equação (5.11).

$$\text{DRAJD} \leq \Delta_{alvo}; \quad \varepsilon_{m\acute{a}x} = \left[\frac{\Delta_{alvo}}{L_{SMA}} \right] \leq \varepsilon_{lim} \quad (5.11)$$

Introduzido o método de dimensionamento sísmico dos SMA adotado, procede-se, em seguida, à sua aplicação. Com base no ponto 1 do procedimento, submeteu-se o o2gdl sem SMA, aos registos sísmicos cujas características se apresentaram na Tabela 5.5. Os valores de DRAJD obtidos para FA=1.0, FA=2.0, e FA=3.0, apresentam-se, respetivamente, na Figura 5.7 (a), (b) e (c).

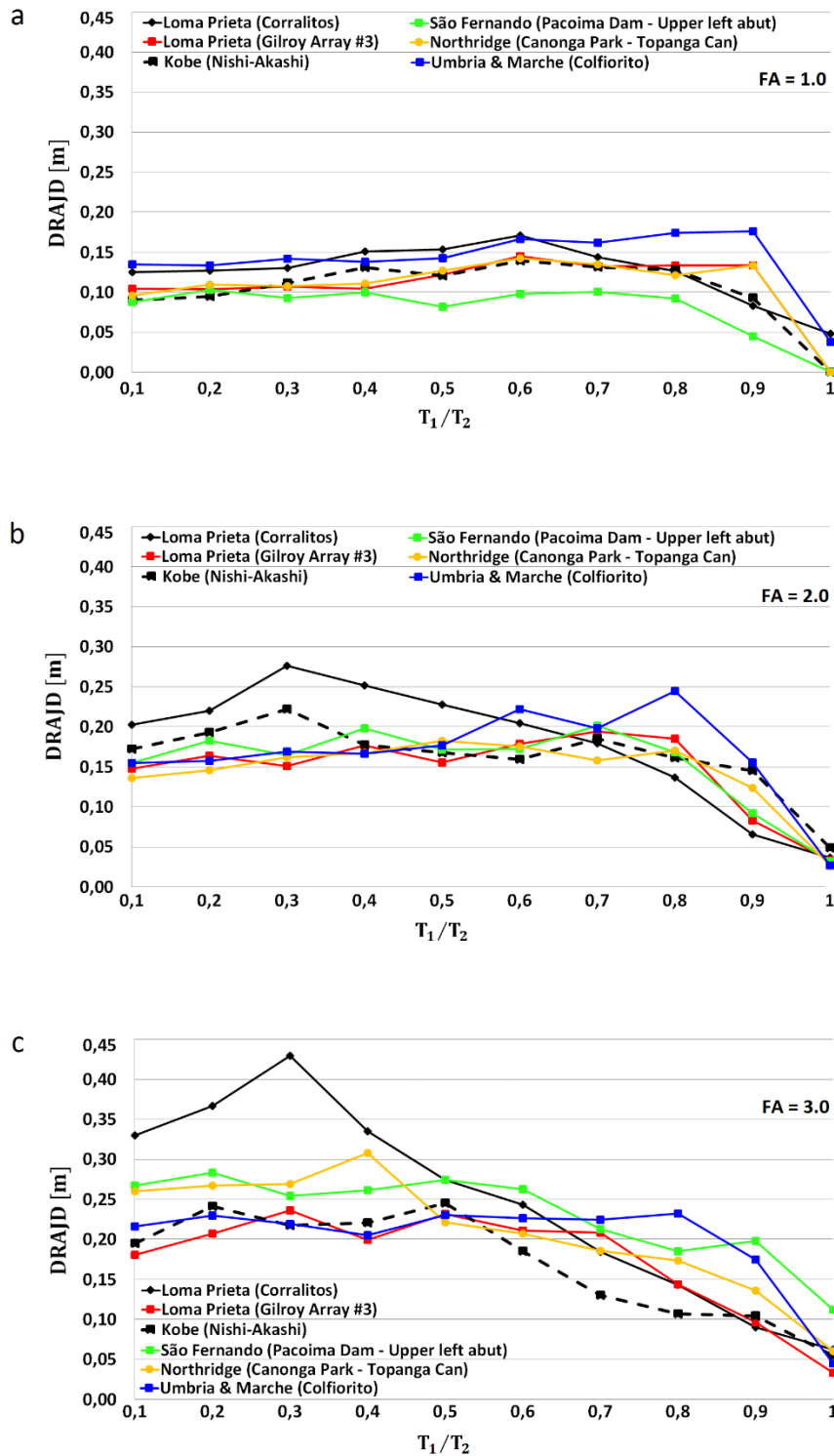


Figura 5.7 – Análise dinâmica da ponte sem SMA para: (a) FA = 1.0; (b) FA = 2.0; (c) FA = 3.0

Analisando a Figura 5.7, constata-se, como esperado, que o aumento da intensidade sísmica levou ao aumento dos valores do DRAJD. Constata-se também que não é possível definir um registo que condicione os valores do DRAJD para todos os valores de T_1/T_2 . Assim, considerou-se o registo Corralitos como referência para dimensionar os SMA. A decisão justifica-se por este ser um dos registos que provoca maiores DRAJD. Além disso, o seu acelerograma apresenta valores de duração e de APS acima da média (ver Tabela 5.5). A escolha do valor de T_0 e da lei cinética de referência, foram as outras decisões tomadas para dimensionar os SMA. Como a estrutura em análise não se encontra num local específico, adotou-se $T_0 = 20$ °C. Dadas as características do SMA adotado, considerou-se um valor prático de 6% para ε_{lim} , ligeiramente inferior ao valor $\varepsilon_f^{AM} = 6.15\%$, para o qual a energia dissipada é máxima. Como não se possuem dados experimentais, não se conhece qual é a lei cinética que melhor se ajusta ao comportamento cíclico do SMA adotado. Assim, adotou-se a lei Linear como referência.

O dimensionamento dos SMA foi feito, determinando, para cada valor de T_1/T_2 e de FA, os valores de $A_{g,SMA}$, até se verificarem, com um pequeno erro, as condições da Equação (5.11). Adotou-se o critério $\Delta_{alvo} = 1/3 \cdot \text{DRAJD}$ para limitar os valores de DRAJD reportados nas análises da Figura 5.7.

Durante uma fase de análises prévias, constatou-se que os valores de $A_{g,SMA}$ aumentam com a diminuição dos valores de T_1/T_2 , isto é, aumentam, como seria de esperar, à medida que as rigidezes dos pórticos se afastam. Para $T_1/T_2 < 0.5$, intervalo pouco usual em pontes reais, os pórticos apresentam um rácio de rigidezes, $k_{el,C2}/k_{el,C1}$, variável entre 0.012 e 0.297 (ver Tabela 5.4). Para estes níveis, verificou-se que são requeridos valores elevados de $A_{g,SMA}$ para controlar os valores de Δ_{alvo} . Por outro lado, para $T_1/T_2 \geq 0.9$, verificou-se que os valores requeridos de $A_{g,SMA}$ são muito baixos, o que ocorre devido ao facto de os pórticos possuírem uma deformabilidade aproximada e vibrarem quase em fase.

A título de curiosidade, para $T_1/T_2 = 1.0$ eram expectáveis valores de DRAJD nulos, isto porque os pórticos vibram em fase. Contudo, verificou-se que esse efeito deixar de ocorrer quando o valor de F_y de um ou dos dois pórticos é atingido. Nestes casos, o período natural de vibração do pórtico afetado deixa de ser elástico, passando a haver um desfasamento no movimento dos dois pórticos, o qual leva à ocorrência de um valor de DRAJD não nulo. No entanto, constatou-se que este fenómeno não amplifica significativamente os valores de $A_{g,SMA}$ requeridos (i.e., continuam a ser requeridos valores baixos).

Com base no referido acima, consideraram-se valores de 0.5, 0.6, 0.7, e 0.8, para o parâmetro T_1/T_2 .

Os valores de L_{SMA} foram estimados a partir dos valores máximos do DRAJD reportados, para cada valor de FA, nas análises da Figura 5.7. Nesta estimativa, só foram considerados os valores de T_1/T_2 de 0.5, 0.6, 0.7, e 0.8, pois são estes os valores a estudar. Os resultados apresentam-se na Tabela 5.6.

Tabela 5.6 – Valores de Δ_{alvo} e de L_{SMA} determinados para cada valor de FA

FA	DRAJD [m]	Registo sísmico	T_1/T_2	ε_{lim}	ARHD	Δ_{alvo} [m]	L_{SMA} [m]
1.0	0.1741	Umbria and Marche - Colfiorito	0.8	0.06	1/3	0.0580	0.967
2.0	0.2444	Umbria and Marche - Colfiorito	0.8	0.06	1/3	0.0815	1.358
3.0	0.2746	Loma Prieta - Corralitos	0.5	0.06	1/3	0.0915	1.526

Os valores de $A_{g,SMA}$ determinados para as condições referidas acima, são apresentados na Figura 5.8.

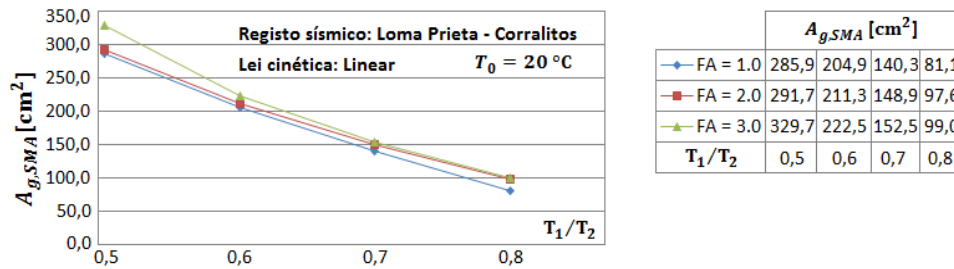


Figura 5.8 – Valores de $A_{g,SMA}$ determinados para cada valor de FA no caso do registo Corralitos

A conversão dos valores de $A_{g,SMA}$ em número de barras, não é relevante neste estudo. Contudo, antes de prosseguir, verificou-se se a Equação (2.21) é válida para caracterizar as variações nos valores de T para os três valores de L_{SMA} adotados. Para o efeito, adotaram-se barras de SMA com $D = 0.025$ m. Com base na Equação (2.20), verificou-se que $Bi = 0.012 < 0.1$ para os três espécimes adotados.

5.4.1. SENSIBILIDADE DA RESPOSTA DA ESTRUTURA À ALTERAÇÃO DA LEI CINÉTICA

Neste tópico, analisa-se a influência da lei cinética adotada nos seis deslocamentos experimentados pelo o2gdl (ver Figura 5.6). Cada análise individual, executada para um registo sísmico e para um valor de T_1/T_2 específicos, foi repetida para as leis cinéticas Linear, Exponencial_T, Exponencial_LA3, e Exponencial_LA20. As leis cinéticas consideradas são comparadas em termos de uma diferença relativa, calculada em função dos deslocamentos obtidos com a lei de referência, a Linear:

$$\text{Diferença relativa} = \frac{u(\text{Lei cinética Linear}) - u(\text{Lei cinética não linear})}{u(\text{Lei cinética linear})} \times 100 \quad (5.12)$$

Começa-se por analisar, para três níveis de intensidade sísmica (valores de FA), a influência da lei cinética adotada nos valores de $u_{1,abs}$ e $u_{2,abs}$. Consideram-se inicialmente os resultados obtidos para o sismo de referência (Corralitos). Na Figura 5.9 (a), são apresentados os valores de $u_{1,abs}$ e de $u_{2,abs}$ experimentados pelo o2gdl com e sem SMA. A apresentação dos resultados obtidos para todas as leis cinéticas, resulta numa nuvem de pontos densa. Assim, para comparar, com clareza, os resultados obtidos com e sem SMA, apresentam-se apenas os resultados obtidos com a lei Linear. Os resultados obtidos com as restantes leis, refletem-se nas diferenças relativas apresentadas na Figura 5.9 (c).

Na Figura 5.9 (b), apresentam-se os resultados da exploração da ductilidade das colunas de betão armado de cada pórtico, nos casos do o2gdl com SMA (foram apresentados os resultados obtidos com todas as leis cinéticas) e sem SMA, em função do aumento dos valores de FA. Essa exploração é caracterizada pelos respetivos rácios de ductilidade do pórtico 1, μ_{C1} , e do pórtico 2, μ_{C2} . Na Figura 5.9 (c), são apresentadas as diferenças relativas, em termos dos valores de $u_{1,abs}$ e de $u_{2,abs}$, obtidos com cada lei cinética.

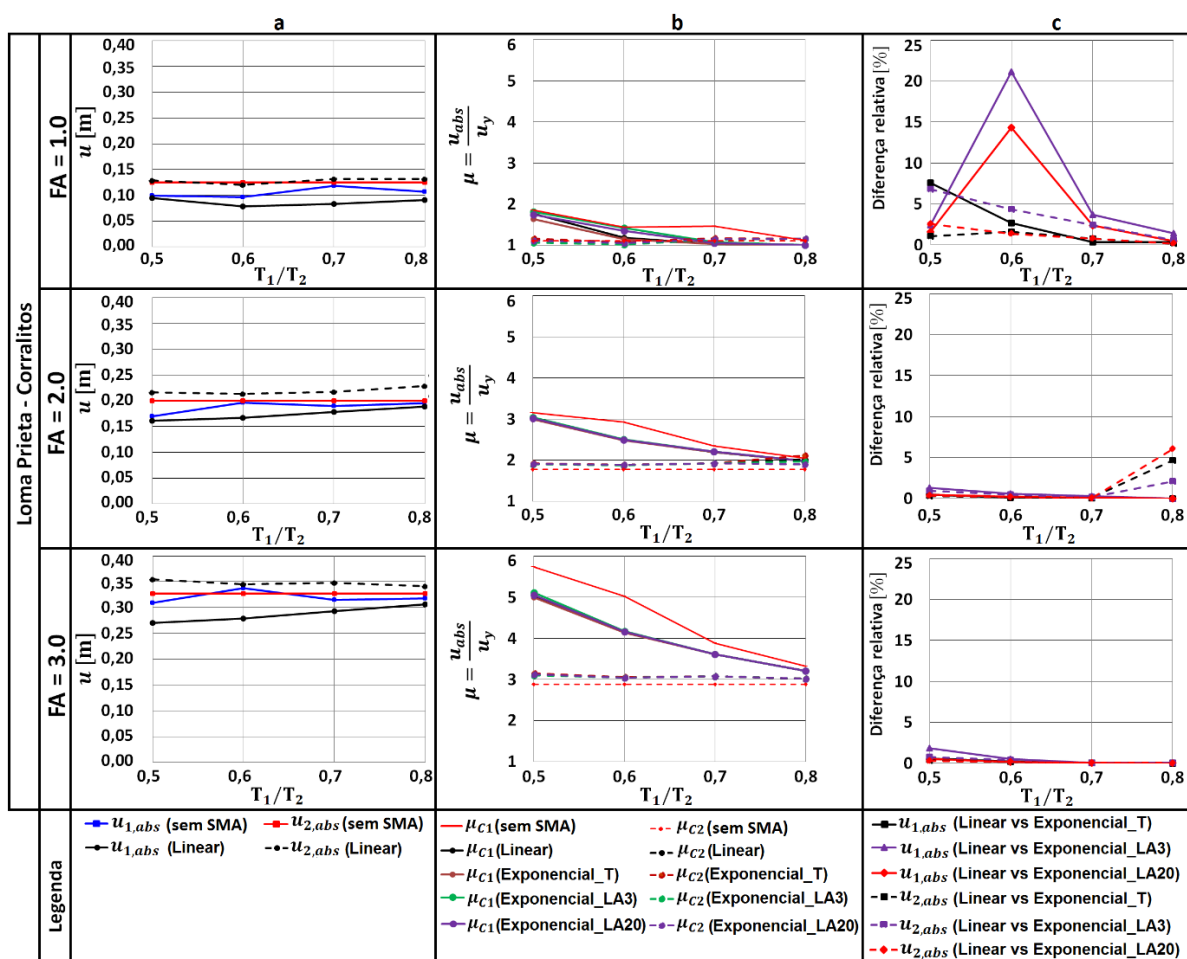


Figura 5.9 – $u_{1,abs}$ e $u_{2,abs}$, e comparações entre leis cinéticas para o registo de Corralitos

Como se constata na Figura 5.9 (a), o aumento dos valores de FA amplificou os valores de u_1 (sem SMA) e de u_2 (sem SMA). Os efeitos dessa amplificação resultam, como apresentado na Figura 5.9 (b), na amplificação dos valores de μ_{C1} (sem SMA), os quais tenderam a diminuir com o aumento dos valores de T_1/T_2 , e de μ_{C2} (sem SMA), os quais são constantes porque o pórtico 2 tem características fixas. A introdução de SMA, só permitiu controlar os valores de $u_{2,abs}$ (sem SMA) para $T_1/T_2 = 0.6$, no caso FA=1.0. Em oposição, permitiu controlar todos os valores de $u_{1,abs}$ (sem SMA), para todos os FA. Este efeito parece lógico, notando que o pórtico mais rígido controla os deslocamentos do pórtico mais deformável. Na Figura 5.9 (c), constata-se que a alteração da lei cinética provocou diferenças relativas máximas de 21% no valor de $u_{1,abs}$, e de 7%, para o valor de $u_{2,abs}$, ambas registadas para FA=1.0. Neste caso, o aumento da exploração da ductilidade das colunas não apresentou nenhuma relação com o aumento das diferenças relativas. Generalizando a análise, constata-se que a alteração da lei cinética não afeta, salvo dois casos pontuais, os valores de $u_{1,abs}$ e $u_{2,abs}$ em mais de 10%.

Nas análises da Figura 5.9, as características do registo Corralitos eram conhecidas à partida, dado que os valores de $A_{g,SMA}$ foram determinados para esse mesmo registo. Contudo, em casos reais, as características sísmicas não se conhecem à partida, pelo que é difícil prever o seu impacto na resposta dinâmica de uma estrutura. Para generalizar as conclusões, repetiram-se, adotando os valores de $A_{g,SMA}$

determinados para o sismo de referência, as análises para os restantes registos. Na Figura 5.10, apresentam-se os resultados obtidos para os registos Gilroy Array #3 e Nishi-Akashi.

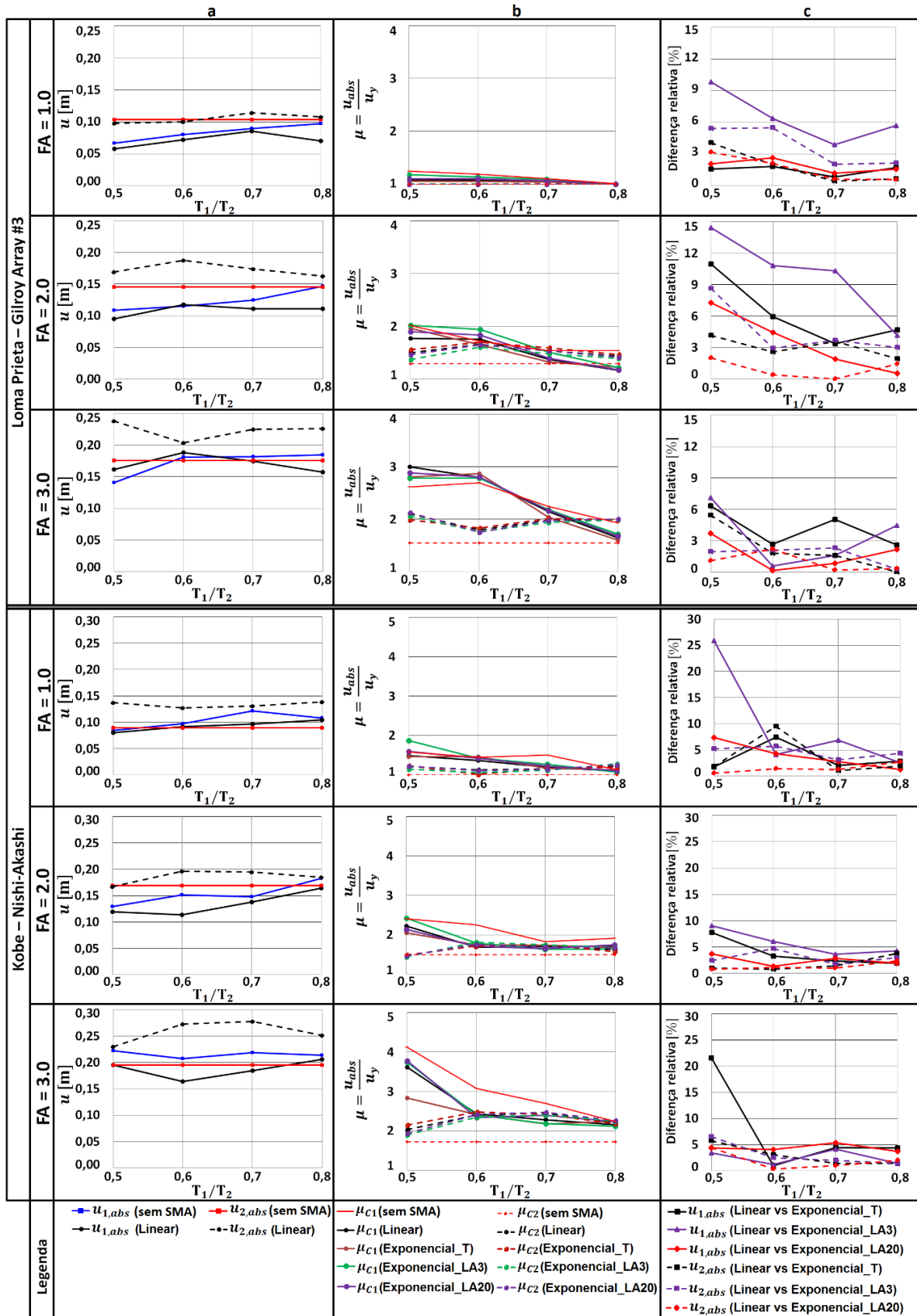


Figura 5.10 – $u_{1,abs}$ e $u_{2,abs}$, e comparações entre leis cinéticas para os registos Gilroy Array #3 e Nishi-Akashi

Na Figura 5.11, apresentam-se os resultados obtidos para os registos Pacoima Dam e Canonga Park.

Na Figura 5.12, apresentam-se os resultados obtidos para o registo Colfiorito.

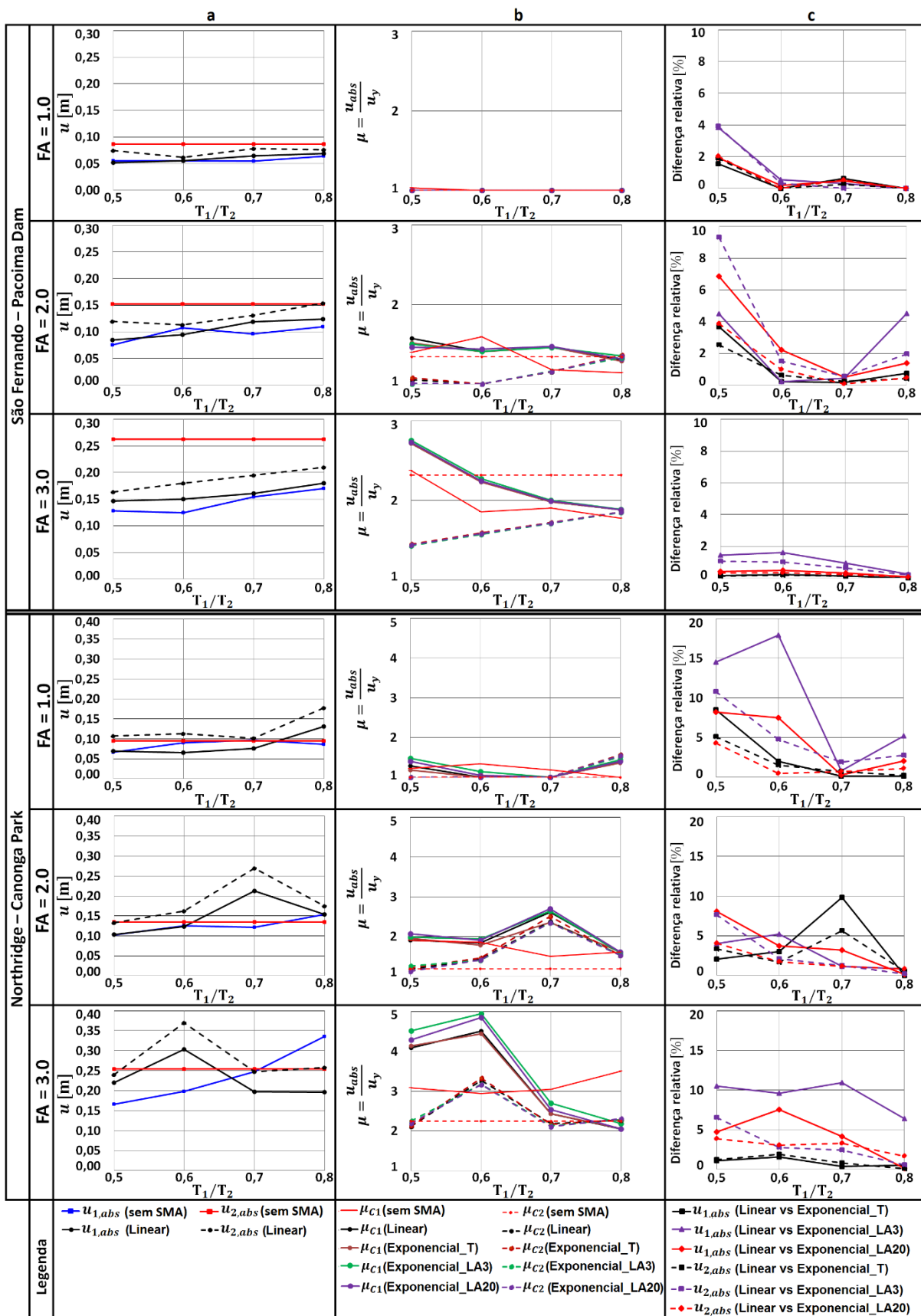


Figura 5.11 – $u_{1,abs}$ e $u_{2,abs}$, e comparações entre leis cinéticas para os registos Pacoima Dam e Canonga Park

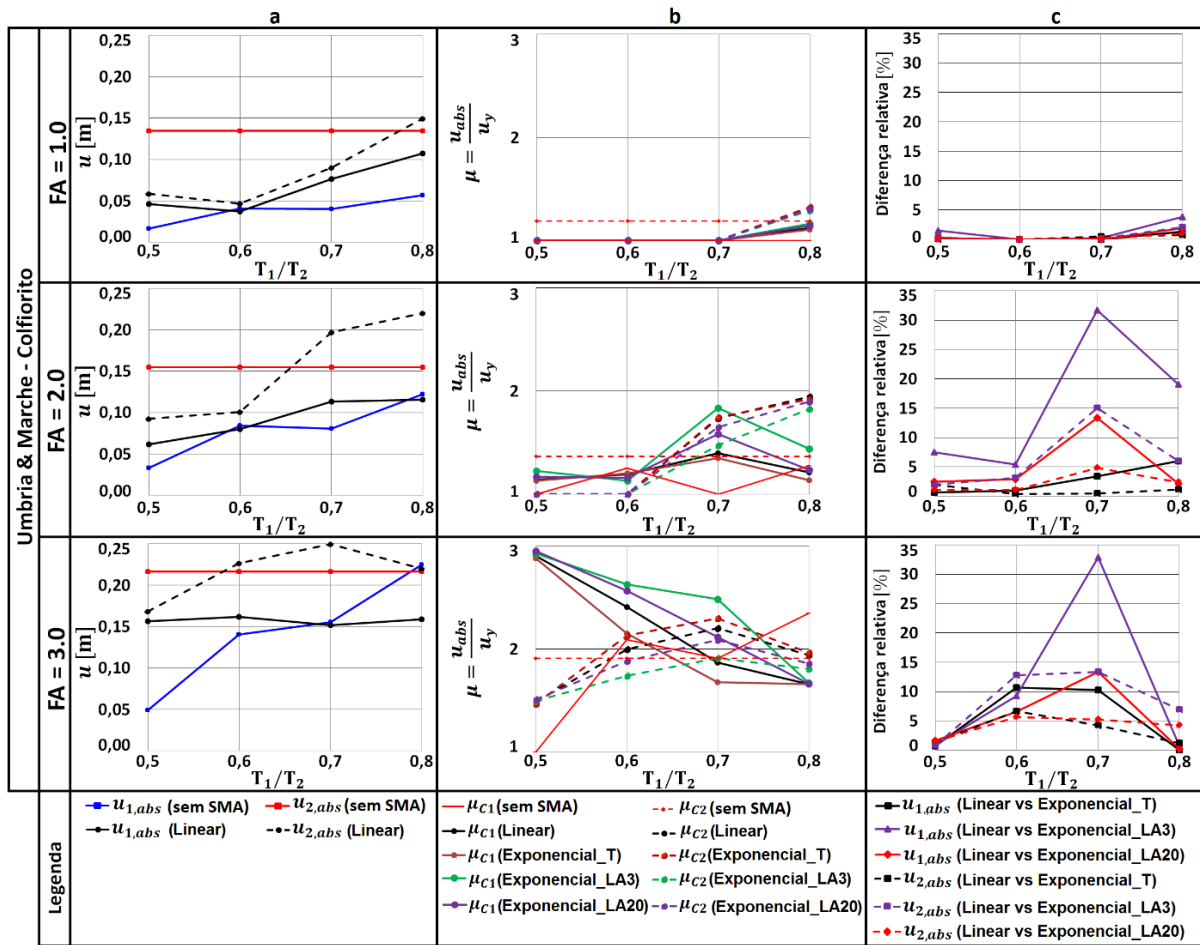


Figura 5.12 – $u_{1,abs}$ e $u_{2,abs}$, e comparações entre leis cinéticas para o registo Colfiorito

Analisando as Figuras 5.9 – 5.12, verifica-se que os SMA permitiram controlar $u_{1,abs}$ (sem SMA) em cerca de 2/3 dos casos (26 excedências). Em oposição, o controlo de $u_{2,abs}$ (sem SMA) só foi obtido em cerca de 1/3 dos casos (48 excedências). No entanto, esse controlo depende das características sísmicas. Por exemplo, para o registo Pacoima Dam, foi reportada uma tendência oposta, notando que $u_{1,abs}$ e $u_{2,abs}$ foram controlados, respetivamente, em 25 e em 91.7% dos casos.

Apesar de haverem exceções associadas à não linearidade das análises (ver Figura 5.12), as diferenças relativas associadas à alteração da lei cinética tendem a diminuir com o aumento de T_1/T_2 .

Para facilitar a interpretação dos resultados, apresentam-se, na Tabela 5.7, as tendências associadas à alteração da lei cinética (i.e., ao uso de uma lei cinética diferente da Linear). Nessa tabela, não se distinguiu a lei cinética não linear nem o pórtico para o qual foram registadas as diferenças relativas. A partir desta análise global, constatou-se que o uso de uma lei cinética diferente da Linear, regra geral, provoca diferenças relativas inferiores a 10% nos valores de $u_{1,abs}$ e $u_{2,abs}$.

Tabela 5.7 – Tendências associadas à alteração da lei cinética (não foi feita a distinção entre leis cinéticas)

Diferença relativa [%]	nº de casos em que houve excedência	% de excedência
> 15%	6 de 72	8.3
10 a 15%	16 de 72	22.2
< 10%	50 de 72	69.4

Reanalizando as Figuras 5.9 – 5.12, constata-se que o valor de $u_{1,abs}$ é mais sensível à alteração da lei cinética (i.e., a estrutura mais rígida é mais sensível a tal alteração). Para este parâmetro, a diferença relativa máxima foi de 33%, enquanto que para $u_{2,abs}$ essa diferença foi de 15%, ambas reportadas para o registo Colfiorito, para $FA=2.0$ e $T_1/T_2 = 0.7$. Em particular, para $u_{2,abs}$, só se registaram quatro casos em que a diferença relativa foi superior a 10%. Tal como nas análises da Figura 5.9 (sismo de referência), o aumento da exploração da ductilidade das estruturas (valores de μ_{C1} e μ_{C2}) não revelou nenhuma relação clara com o aumento das diferenças relativas nos valores de $u_{1,abs}$ e de $u_{2,abs}$.

Embora 10% pudesse ser tomado como valor de referência para as diferenças relativas nos deslocamentos de pico que ocorrem com a alteração da lei cinética, esse número não é regra, pois ocorrem casos em que essas diferenças são superiores (ver Tabela 5.7). Esses casos resultam da conjunção dos valores de T_1/T_2 , das características sísmicas, e da capacidade do SMA (lei cinética adotada e restantes características de comportamento do SMA) e da estrutura dissiparem energia.

Em seguida, apresentam-se um novo tipo de análises, focadas na análise da sensibilidade do DRAJD à alteração da lei cinética. Começa-se por analisar os resultados obtidos para o sismo de referência. Na Figura 5.13 (a), é apresentado o DRAJD obtido com cada lei cinética. Na Figura 5.13 (b), são apresentadas as diferenças relativas no DRAJD.

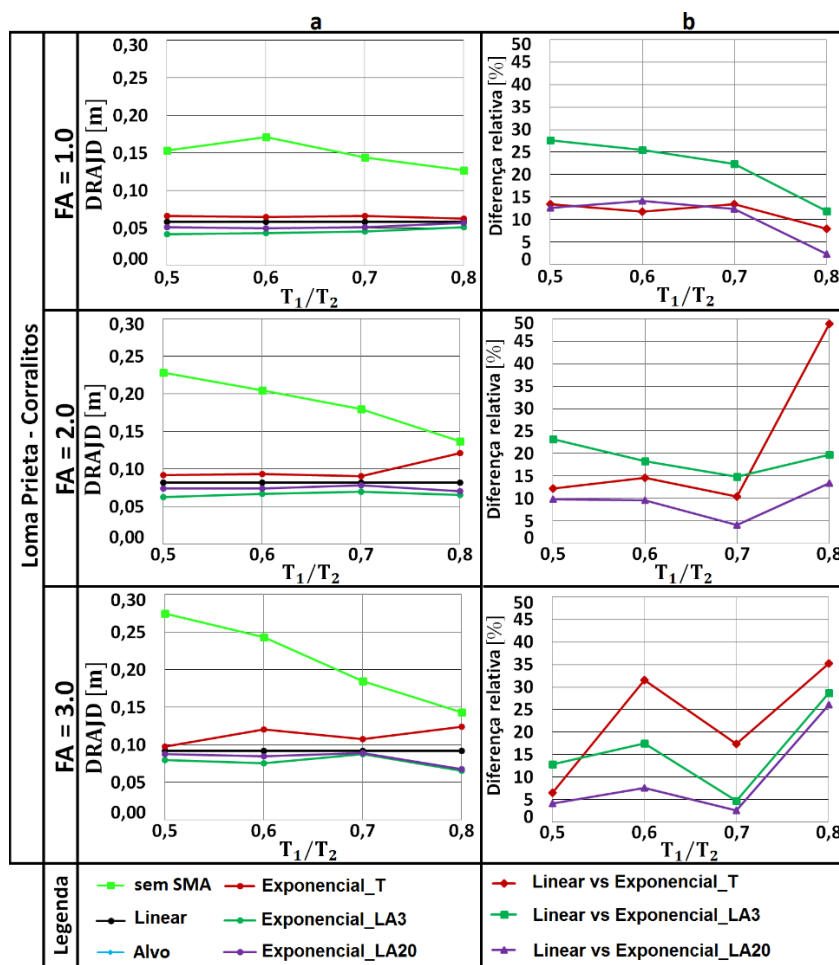


Figura 5.13 – DRAJD e comparações entre leis cinéticas para o registo Corralitos

Na Figura 5.13, constata-se que a introdução de SMA permitiu reduzir o DRAJD em todas as análises. Este efeito revela que o DRAJD é mais fácil de controlar do que os deslocamentos de pico $u_{1,abs}$ e $u_{2,abs}$. O dimensionamento dos SMA com base na lei Linear é notado, dado que os valores de DRAJD obtidos com essa lei coincidem com os valores de Δ_{alvo} fixados para cada FA (ver Tabela 5.6). Centrando a questão na alteração da lei cinética, observa-se que esta provocou uma perda no controlo do valor Δ_{alvo} , que era expectável, pois o dimensionamento dos SMA foi realizado com a lei Linear. Em particular, constata-se que as leis Exponencial_LA3 e Exponencial_LA20, levaram à obtenção de valores de DRAJD inferiores aos valores de Δ_{alvo} . As maiores diferenças relativas obtidas com essas leis foram, respetivamente, de 29 e 26%, ambas reportadas para FA=3.0 e $T_1/T_2 = 0.8$. Com a lei Exponencial_T, foram obtidos valores de DRAJD superiores aos valores de Δ_{alvo} . A maior diferença relativa obtida com esta lei foi de 49%, e foi reportada para FA=2.0 e $T_1/T_2 = 0.8$. Para analisar a origem das diferenças relativas, focou-se o caso FA=2.0. Na Figura 5.14 (a) e (b) são apresentadas, respetivamente, as respostas obtidas com cada lei cinética, para $T_1/T_2 = 0.5$ e $T_1/T_2 = 0.8$.

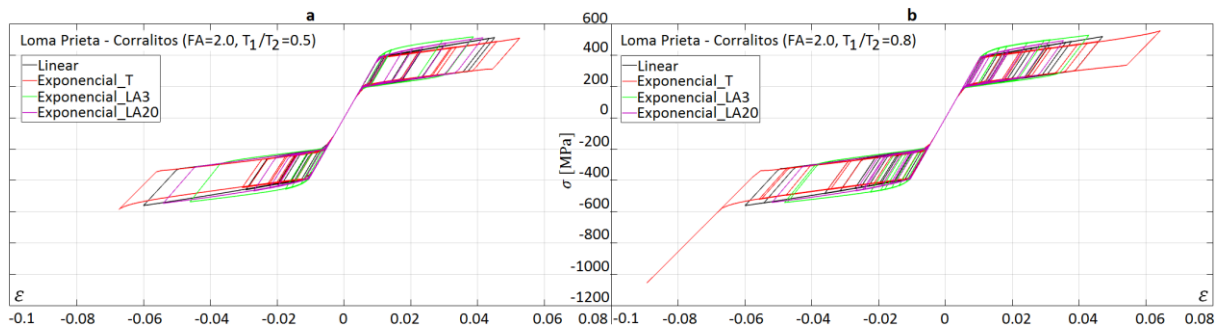


Figura 5.14 – Curvas histeréticas obtidas para o registo Corralitos (FA = 2.0): (a) $T_1/T_2 = 0.5$; (b) $T_1/T_2 = 0.8$

Na Figura 5.14, observa-se que o DRAJD é sensível à lei cinética adotada. Em particular, é notado que todas as leis cinéticas desenvolvem uma força semelhante na fase de descarga, durante $M \rightarrow A$, pelo que as diferenças se encontram principalmente na força desenvolvida na fase de carga, durante $A \rightarrow M$. Assim, a capacidade de dissipação de energia do SMA, é mais afetada pela relação cinética ξ^{AM} .

Reanalizando a Figura 5.13 (a), observa-se que a lei Exponencial_LA3 foi a mais eficiente, em todas as análises, no controlo do DRAJD. Como revela a Figura 5.14 (a) e (b), isto deve-se ao facto de esta ser a lei que desenvolve maiores forças durante $A \rightarrow M$, permitindo ao SMA dissipar mais energia. Por ser a mais fraca nesse aspeto, a lei Exponencial_T revelou-se a menos eficiente (o SMA dissipa menos energia com esta lei). A Figura 5.14 (b), revela que a diferença de 49% reportada com esta lei para FA=2.0 e $T_1/T_2 = 0.8$, deve-se ao facto do SMA ter entrado na fase martensítica, onde não dissipa energia. Note-se que foi atingido um valor $\varepsilon_{m\acute{a}x} = 8.9\%$, que poderia levar à rotura do material. Apesar de terem sido reportadas diferenças relativas significativas, a Exponencial_LA20 revelou-se a mais aproximada da Linear, o que era expectável, devido ao aumento dos valores β_M e β_A (ver Figura 2.32).

Para generalizar as conclusões, apresentam-se os resultados obtidos para os registos Gilroy Array #3 e Nishi-Akashi (Figura 5.15), Pacoima Dam e Canonga Park (Figura 5.16), e Colfiorito (Figura 5.17).

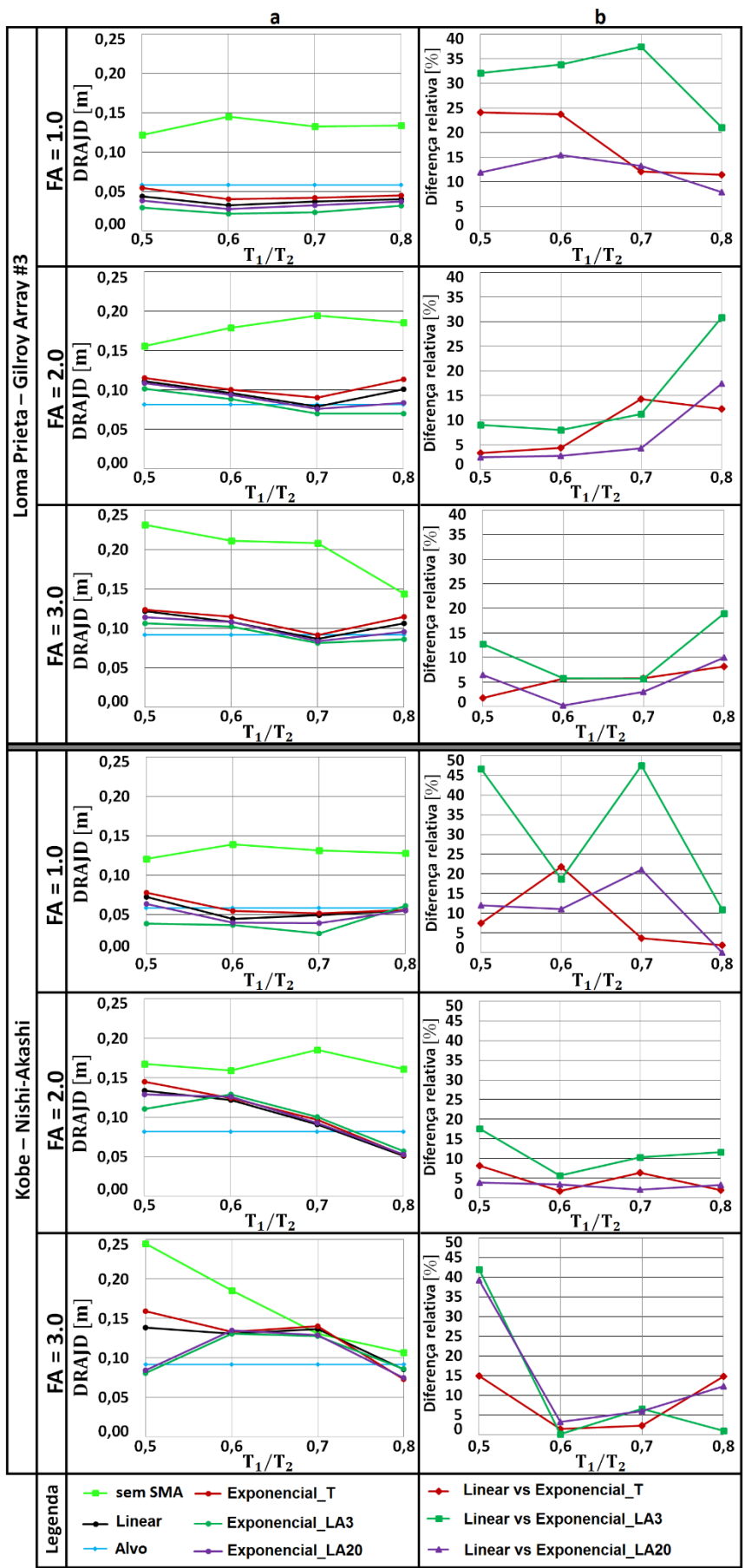


Figura 5.15 – DRAJD e comparações entre leis cinéticas para os registos Gilroy Array #3 e Nishi-Akashi

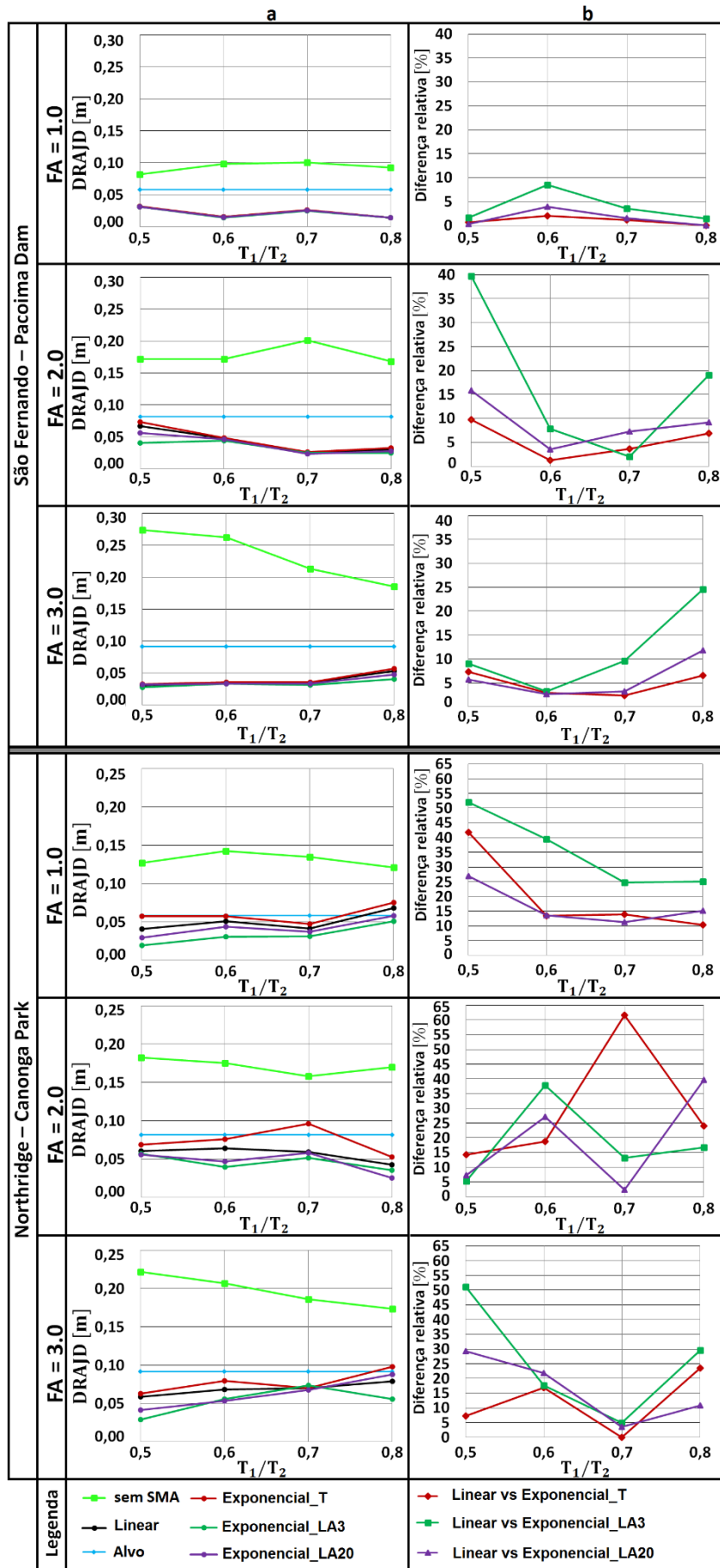


Figura 5.16 – DRAJD e comparações entre leis cinéticas para os registos Pacoima Dam e Canonga Park

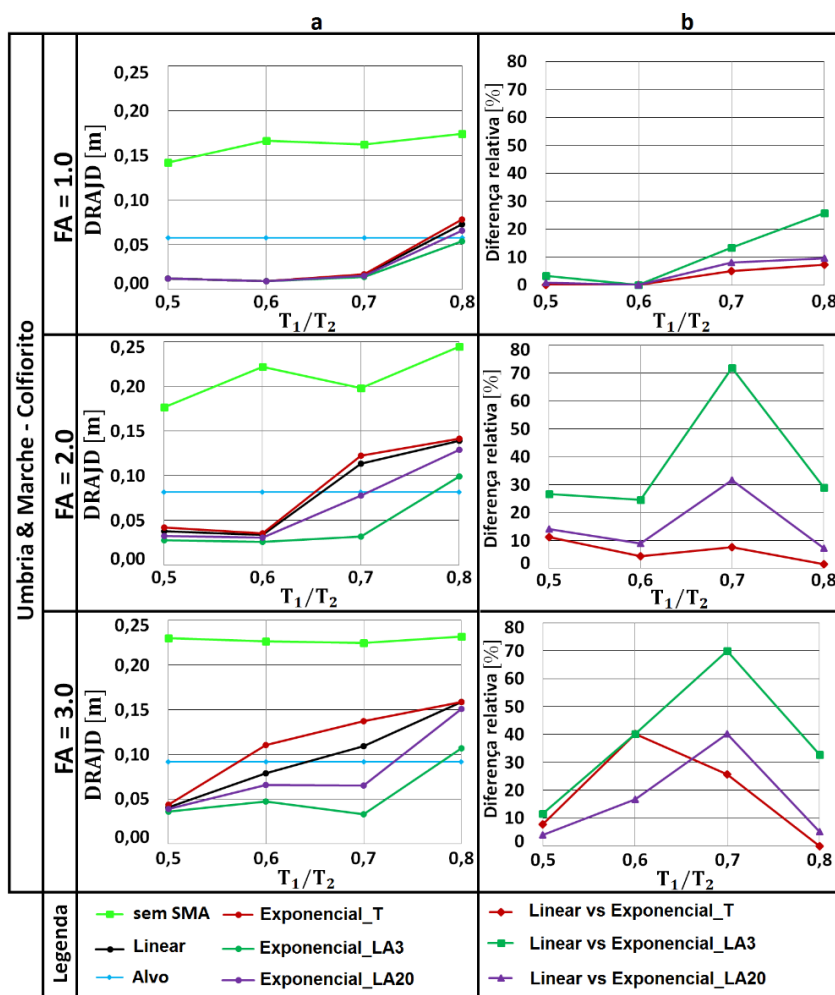


Figura 5.17 – DRAJD e comparações entre leis cinéticas para o registo Colfiorito

Os resultados das análises apresentadas na Figura 5.13, revelaram que os valores de Δ_{alvo} e ϵ_{lim} , podem ser significativamente afetados pela alteração da lei cinética. Como revelam as análises das Figuras 5.15 – 5.17, quando se desconhecem as características sísmicas, os resultados podem ser, em função da lei cinética adotada e dos valores de T_1/T_2 e de $A_{g,SMA}$, ainda mais imprevisíveis. Como o valor de DRAJD é mais sensível à lei cinética adotada do que os valores de $u_{1,abs}$ e $u_{2,abs}$, procedeu-se a uma análise particular da eficiência de cada lei. A análise consistiu em comparar os valores de DRAJD obtidos para cada valor de T_1/T_2 , com cada lei cinética, com os valores de Δ_{alvo} fixados para cada FA. Os resultados, apresentados na Tabela 5.8, revelam que as leis cinéticas podem ser ordenadas, da mais otimista para a menos conservadora, do seguinte modo: Exponencial_LA3; Exponencial_LA20; Linear; Exponencial_T. Salvo casos pontuais, reportados para os registos Nishi-Akashi e Northridge, observa-se a mesma conclusão da Tabela 5.8, por via da comparação dos valores de DRAJD obtidos com cada lei.

Tabela 5.8 - Eficiência de cada lei cinética no controlo dos valores de DRAJD

Lei cinética	Exponencial_LA3	Exponencial_LA20	Linear	Exponencial_T
nº de casos em que $DRAJD > \Delta_{alvo}$	12 de 72	15 de 72	19 de 60 **	35 de 72
% de excedência	16.67	20.83	31.67	48.61
** Não se consideraram os 12 casos de Corralitos, pois o SMA foi dimensionado com a lei Linear e para esse registo				

Verifica-se ainda que, para o registo Gilroy Array #3, foi obtido $\varepsilon_{m\acute{a}x} = 8.5\%$, no caso da lei Exponencial_T, para FA=2.0 e $T_1/T_2 = 0.5$. Para a lei Exponencial_LA3, esse valor foi 7.5%. Apesar do endurecimento da martensite permitir controlar grandes deslocamentos, neste caso seria adequado aumentar o valor $A_{g,SMA}$ (ou até adotar outro SMA) para limitar Δ_{alvo} e $\varepsilon_{m\acute{a}x}$. Esta medida seria mesmo necessária no caso do registo Nishi-Akashi, para FA=2.0 e $T_1/T_2 = 0.5$. Neste caso, foi registado $\varepsilon_{m\acute{a}x} = 10.7\%$, no caso da lei Exponencial_T. No caso da lei Exponencial_LA3, esse valor foi de 8.1%. Para $T_1/T_2 = 0.6$, a resposta revelou-se pouco sensível à lei cinética adotada, pois os valores de $\varepsilon_{m\acute{a}x}$ variaram entre 8.5 e 9.5% para todas as leis. Verificou-se o mesmo para FA=3.0 e $T_1/T_2 = 0.6$. Em oposição, os valores de DRAJD obtidos para FA=3.0 e $T_1/T_2 = 0.5$, revelaram muita sensibilidade à lei cinética adotada. O mesmo foi verificado para o registo Colfiorito, para FA=2.0 e FA=3.0 e valores de T_1/T_2 de 0.7 e 0.8. Para os registos Pacoima Dam e Canonga Park, os valores de DRAJD obtidos com todas as leis cinéticas foram, salvo casos pontuais pouco expressivos, inferiores aos valores de Δ_{alvo} .

Na Tabela 5.9, apresentam-se as diferenças relativas máximas nos valores de DRAJD, reportadas para cada registo sísmico. Os resultados revelam que a alteração da lei cinética pode originar, em função das características sísmicas e do valor de T_1/T_2 , diferenças relativas muito significativas nos valores de DRAJD. Como essas diferenças foram calculadas com referência à lei Linear, significa que para as leis Exponencial_LA3 e Exponencial_LA20, as diferenças obtidas se traduzem numa redução do DRAJD. Para lei Exponencial_T, as diferenças obtidas traduzem-se num aumento do mesmo parâmetro.

Tabela 5.9 – Diferenças relativas máximas no DRAJD reportadas para cada registo sísmico

Registo sísmico	FA	T_1/T_2	Lei cinética	Diferença relativa máxima no DRAJD [%]
Loma Prieta - Corralitos	2.0	0.8	Exponencial_T	48.8
Loma Prieta – Gilroy Array #3	1.0	0.7	Exponencial_LA3	37.5
Kobe – Nishi-Akashi	1.0	0.7	Exponencial_LA3	47.5
São Fernando – Pacoima Dam	2.0	0.5	Exponencial_LA3	39.8
Northridge – Canonga Park	2.0	0.7	Exponencial_T	61.7
Umbria & Marche - Colfiorito	2.0	0.7	Exponencial_LA3	71.8

À semelhança do que foi reportado para os valores de $u_{1,abs}$ e de $u_{2,abs}$, constatou-se que o aumento da exploração da ductilidade dos pórticos (valores de μ_{c1} e μ_{c2}) não revelou nenhuma relação clara com o aumento das diferenças relativas nos valores de DRAJD. Essa conclusão é perceptível na Tabela 5.9, notando que nenhuma das diferenças relativas máximas foi reportada para o caso FA=3.0.

Em suma, os resultados apresentados revelaram que o uso de uma lei cinética com características pouco consistentes com as características do SMA adotado, pode resultar numa previsão significativamente errada do DRAJD. Esta perda de precisão pode colocar em causa, em função dos fatores de segurança adotados, das características da ação, e dos valores de T_1/T_2 , a integridade da estrutura. Para avaliar os riscos dessa perda, apresentam-se os comportamentos obtidos, com cada lei cinética, para três análises. Na Figura 5.18, é apresentada uma análise para o registo Gilroy Array #3, para FA=3.0 e $T_1/T_2 = 0.5$. Na Figura 5.19, é apresentada uma análise para o registo Northridge, com

FA=2.0 e $T_1/T_2 = 0.7$. Na Figura 5.20, é apresentada uma análise para o registo Colfiorito, com FA=2.0 e $T_1/T_2 = 0.7$. As análises mostram as diferenças obtidas com cada lei cinética.

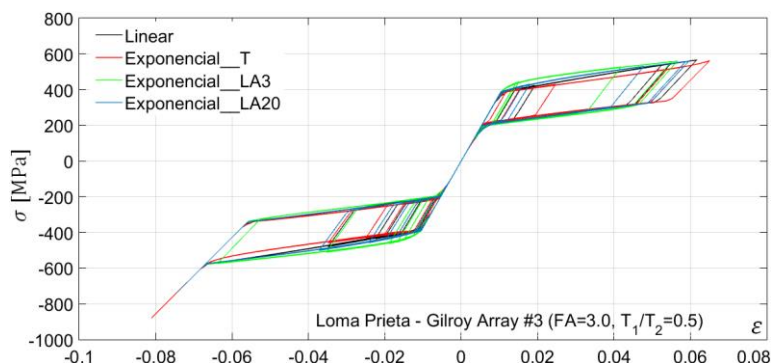


Figura 5.18 - Curvas histeréticas obtidas para o registo Gilroy Array #3 (FA = 3.0 e $T_1/T_2 = 0.5$)

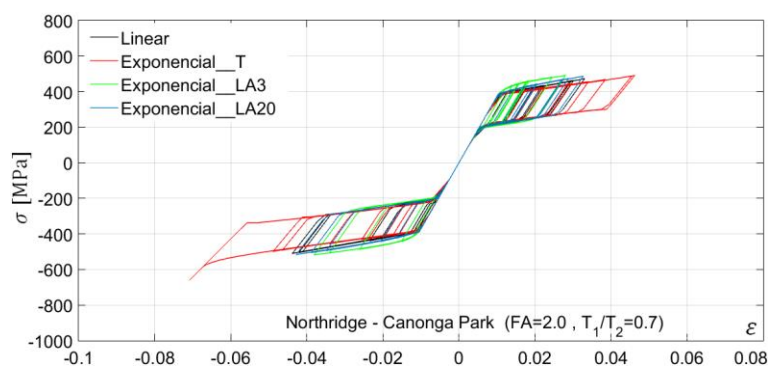


Figura 5.19 - Curvas histeréticas obtidas para o registo Canonga Park (FA = 2.0 e $T_1/T_2 = 0.7$)

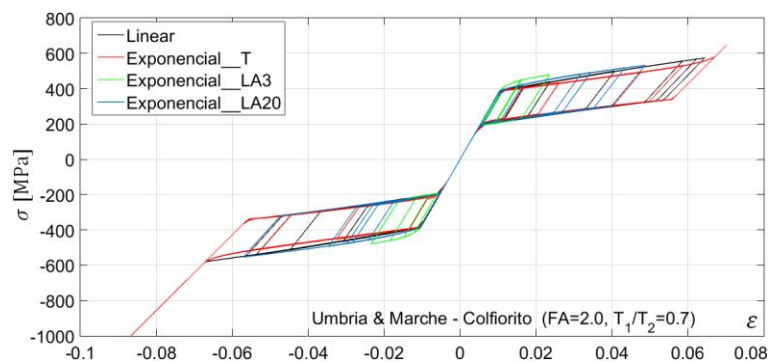


Figura 5.20 - Curvas histeréticas obtidas para o registo Colfiorito (FA = 2.0 e $T_1/T_2 = 0.7$)

Os resultados revelam que a má escolha da lei cinética pode, num contexto de projeto, conduzir a erros graves na previsão do comportamento do material durante as transformações de fase. Esta é uma questão central porque é expectável, durante um sismo, que o material seja submetido a deformações elevadas. Uma má previsão desse comportamento, pode por em causa a integridade de uma estrutura. Assim, a lei cinética deve ser adotada com critério. A influência estrutural de outros parâmetros de comportamento dos SMA (ex: valores de E_A e E_M , assimetrias para tração e compressão, etc), deve também ser analisada no futuro. Só assim é que se conhecerá a importância da qualidade da calibração do modelo numérico adotado em relação às evidências experimentais reportadas para o SMA adotado.

Por fim, será analisada a influência da lei cinética nos deslocamentos residuais $u_{1,res}$, $u_{2,res}$, e $\Delta_{u,res}$. Quanto maior o nível de deslocamentos plásticos a que uma estrutura é sujeita, maior é a probabilidade de a mesma apresentar deslocamentos residuais significativos. Deste modo, só serão apresentados os resultados obtidos para registos sísmicos amplificados (FA = 2.0 e FA = 3.0), pois foi nestes casos que se obteve, como antes discutido, uma maior exploração da ductilidade dos pórticos.

Começa-se por analisar os resultados obtidos para o sismo de referência. Na Figura 5.21 (a), são apresentados os valores de $u_{1,res}$, $u_{2,res}$, e $\Delta_{u,res}$, obtidos sem SMA e com a lei Linear. De salientar que os resultados não se encontram em valor absoluto. Na Figura 5.21 (b), são apresentadas as diferenças relativas nos valores de $u_{1,res}$, $u_{2,res}$, e $\Delta_{u,res}$, obtidas com recurso a leis distintas da Linear.

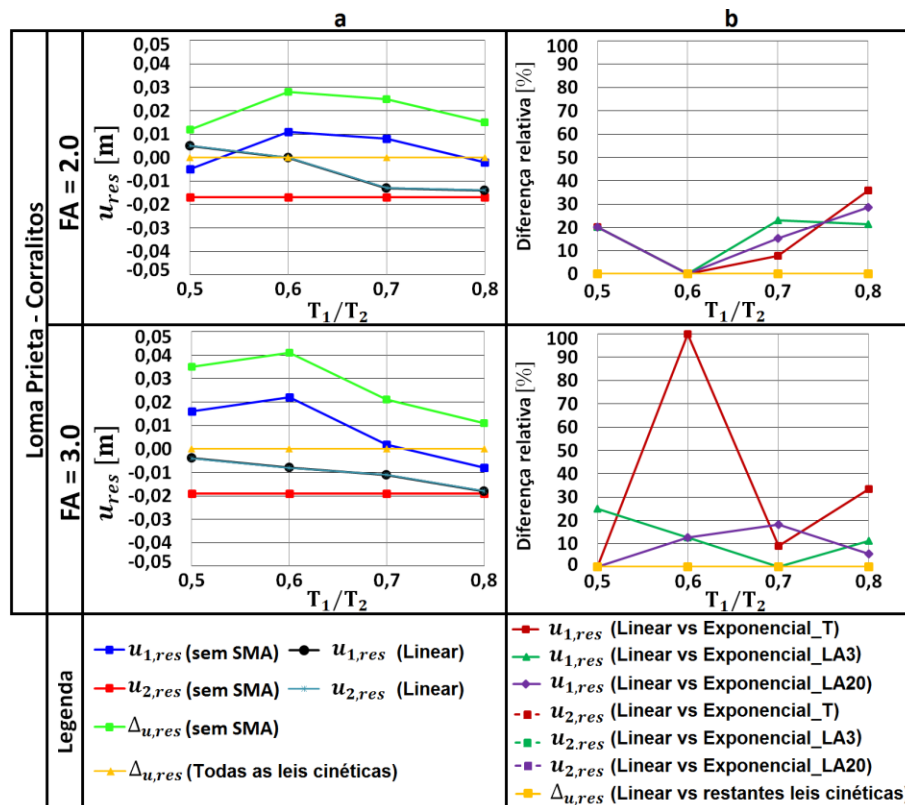


Figura 5.21 - Deslocamentos residuais e comparações entre leis cinéticas (registo Corralitos)

Como se constata na Figura 5.21 (a), o aumento dos valores de FA levou ao aumento valores de $u_{1,res}$ (sem SMA), $u_{2,res}$ (sem SMA) (são constantes para cada FA porque o pórtico 2 possui características fixas), e de $\Delta_{u,res}$ (sem SMA). A introdução de SMA, apesar de não ter permitido controlar a posição original dos pórticos, permitiu mantê-los acoplados após o fim do sismo. Este efeito resultante da capacidade de recentramento do material, traduz-se numa sobreposição dos valores de $u_{1,res}$ (Linear) e $u_{2,res}$ (Linear), a qual se traduz num valor praticamente nulo de $\Delta_{u,res}$ (Linear). Como é notado, todas as leis cinéticas apresentaram uma capacidade de recentramento idêntica. Este facto reflete-se nas diferenças relativas nulas para o parâmetro $\Delta_{u,res}$ apresentadas na Figura 5.21 (b). Em oposição, obtiveram-se grandes diferenças relativas para os valores de $u_{1,res}$ e $u_{2,res}$. Estas devem-se

ao facto de se terem obtido valores na ordem dos 0.1 a 2 cm para esses parâmetros, que note-se, são valores pequenos no caso da ponte em análise. Neste contexto, a Equação (5.12) é sensível às pequenas variações de milímetros que ocorreram de uma lei cinética para outra. Por exemplo, a diferença relativa de 100% reportada para a lei Exponencial_T para FA=3.0 e $T_1/T_2 = 0.6$, deve-se ao facto de ter sido obtido um valor de $u_{1,res} = u_{2,res} = 0.016$ m, duas vezes superior ao obtido para a lei Linear.

Para estender as conclusões, apresentam-se os resultados obtidos para os registos Gilroy Array #3 e Nishi-Akashi (Figura 5.22), Pacoima Dam e Canonga Park (Figura 5.23), e Colfiorito (Figura 5.24).

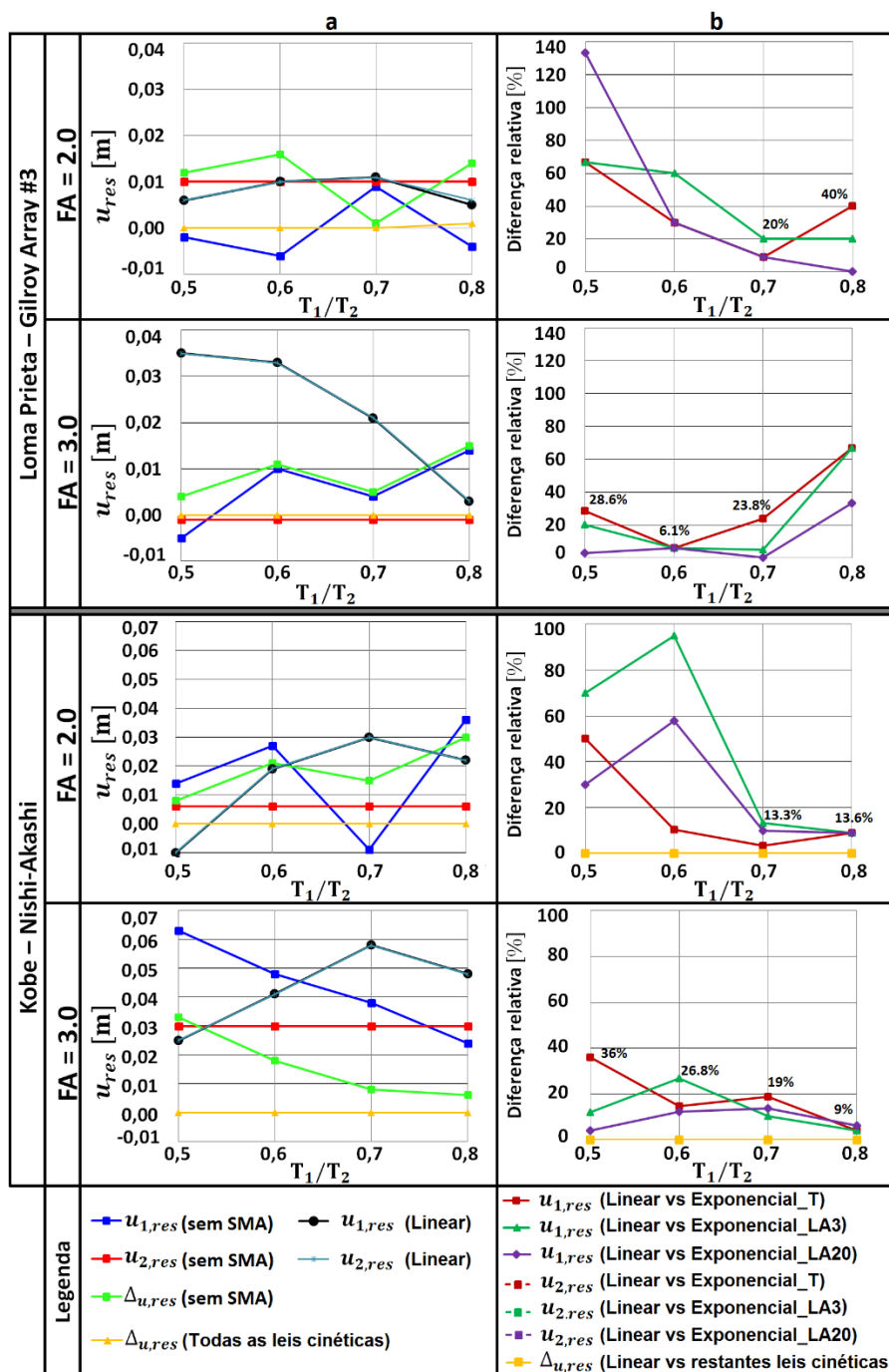


Figura 5.22 - Deslocamentos residuais e comparações entre leis cinéticas (registos Gilroy Array #3 e Nishi-Akashi)

Na Figura 5.22, é notado que as leis cinéticas revelaram uma elevada capacidade de recentramento em todas as análises. Apesar da eficiência, os SMA podem modificar consideravelmente, como mostram as análises executadas para o registo Gilroy Array #3, para FA=3.0 e valores de T_1/T_2 entre 0.5 e 0.7, a posição final dos pórticos. O fenómeno é justificável com as respostas não lineares do betão armado (ver Figura 5.10) e dos SMA (ver Figura 5.15) para o sismo e para o valor de T_1/T_2 em questão.

É também possível constatar que as diferenças relativas nos valores de $u_{1,res}$ e $u_{2,res}$, aparentam diminuir à medida que esses valores aumentam. Em ambos os registos sísmicos, para FA=3.0 e valores de deslocamento residual superiores a 0.03 m, as diferenças relativas foram inferiores a 29%. Esta diferença relativa máxima foi reportada para o registo Gilroy Array #3, para $T_1/T_2 = 0.5$.

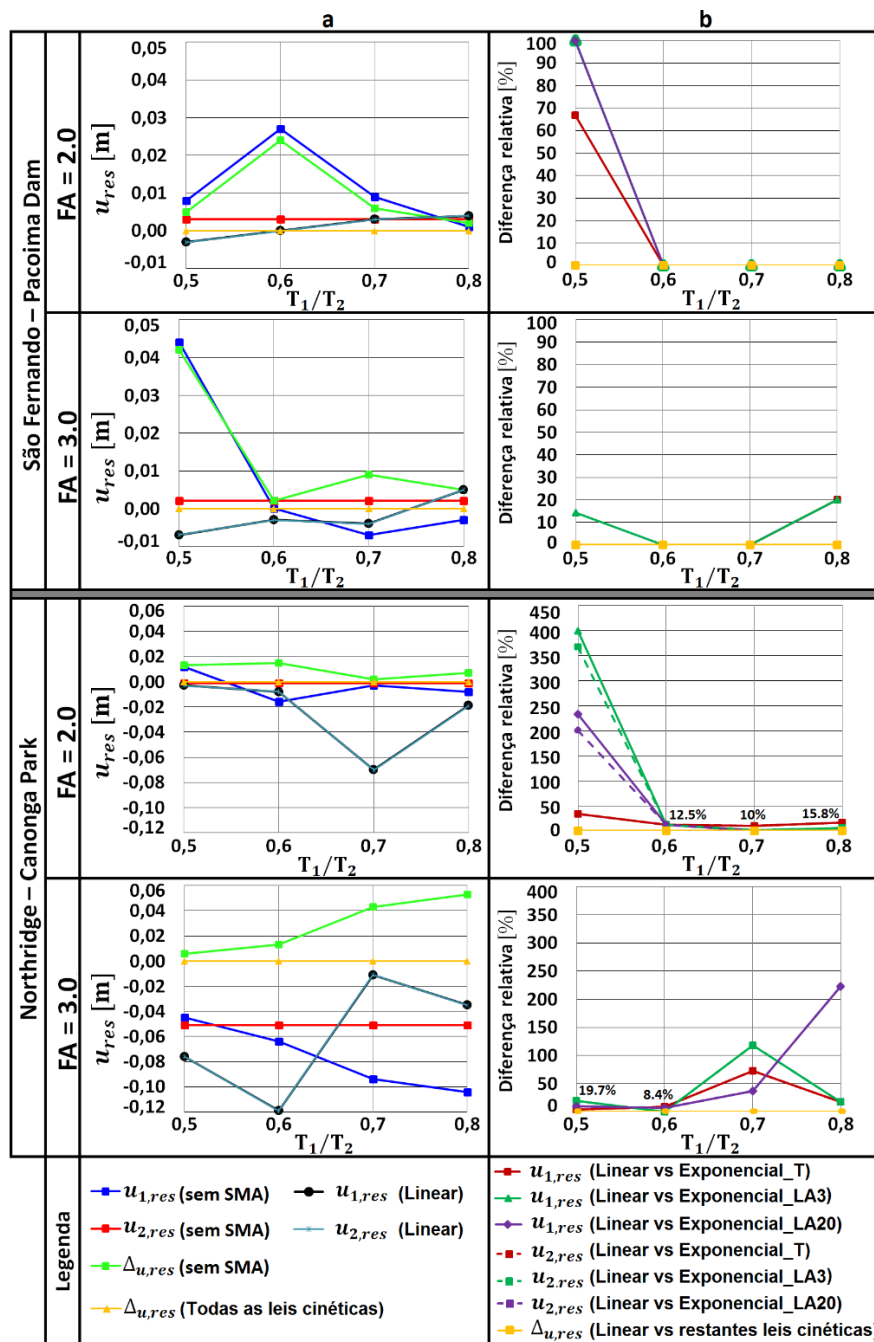


Figura 5.23 - Deslocamentos residuais e comparações entre leis cinéticas (registos Pacoima Dam e Canonga Park)

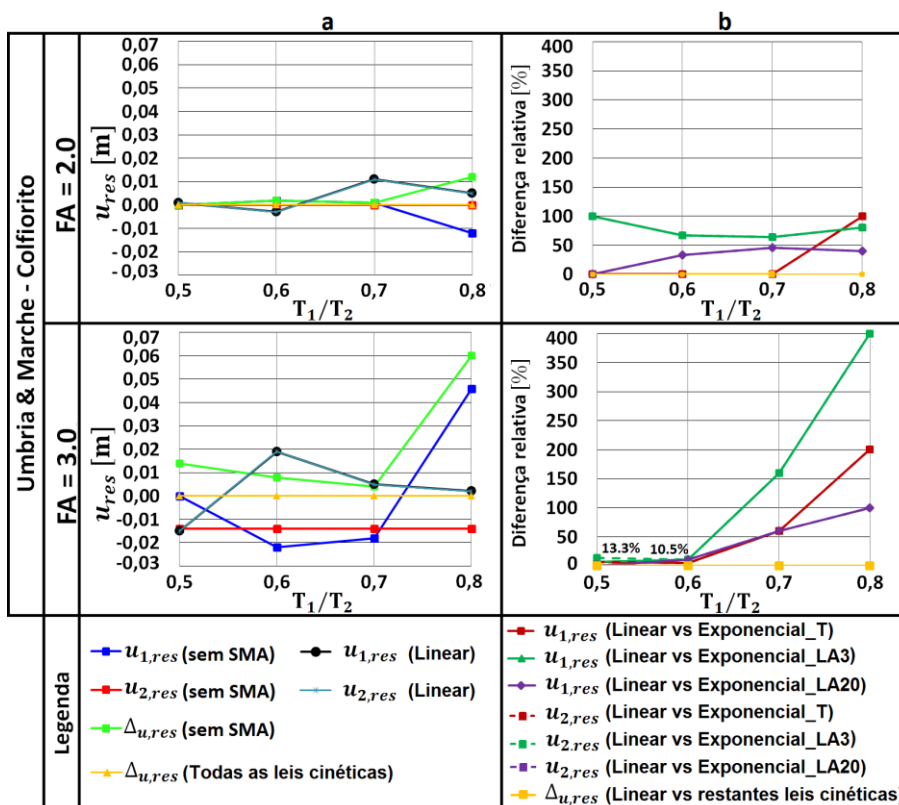


Figura 5.24 - Deslocamentos residuais e comparações entre leis cinéticas (registo Colfiorito)

Nas análises da Figura 5.23 e Figura 5.24, à semelhança de outras análises, constata-se que os SMA mantiveram acoplados os pórticos. Para as diferenças relativas nos valores de $u_{1,res}$ e $u_{2,res}$, obteve-se, no caso do registo Canonga Park, um mínimo de 8.4%, registado para $u_{1,res} = u_{1,res} = 0.12$ m. Relativamente aos valores de $\Delta u_{,res}$, foram obtidas diferenças relativas nulas. Esta conclusão mostra que as leis cinéticas possuem capacidades de recentramento idênticas.

Efetuada uma análise global, aferiu-se que as diferenças relativas nos valores de $u_{1,res}$ e $u_{2,res}$, tendem a diminuir à medida que esses valores aumentam. Este fenómeno ocorreu porque nos casos analisados, as diferenças nos valores de $u_{1,res}$ e $u_{2,res}$, obtidas com cada lei cinética, regra geral, não são superiores a 1 cm. Quando esses valores são baixos, variações de milímetros são suficientes para provocar grandes diferenças relativas. Estas diferenças não são relevantes no contexto da ponte analisada, devido às dimensões da mesma. Quando $u_{1,res}$ e $u_{2,res}$ assumiram valores mais altos, na ordem dos 6 cm, a alteração da lei cinética tendeu a provocar diferenças relativas inferiores a 20 %.

A capacidade de recentramento das leis cinéticas deve ser tratada com cautela, dado que neste estudo não se colocou a hipótese dos SMA entrarem em rotura. Na prática, este critério deve ser utilizado conhecendo a lei cinética adotada, pois nestas condições o material pode experimentar qualquer valor de ϵ , especialmente relevante notando que o DRAJD é sensível às características das leis cinéticas adotadas. Por exemplo, na análise da Figura 5.14 (b) foi reportado, no caso da lei Exponencial_T, um valor de $\epsilon_{m\acute{a}x}$ de 9%, precisamente o valor para o qual Fugazza (2005) reportou a rotura de barras de NiTi superelástico. Para analisar a influência da rotura do material na resposta da estrutura, repetiu-se

essa análise, considerando a lei Exponencial_T e uma deformação de rotura de 8%. Os resultados são apresentados na Figura 5.25 (b). Na Figura 5.25 (a) e na Figura 5.25 (c) apresentam-se, respetivamente, a resposta da estrutura sem SMA e a resposta da estrutura com SMA, sem consideração do critério de rotura do material.

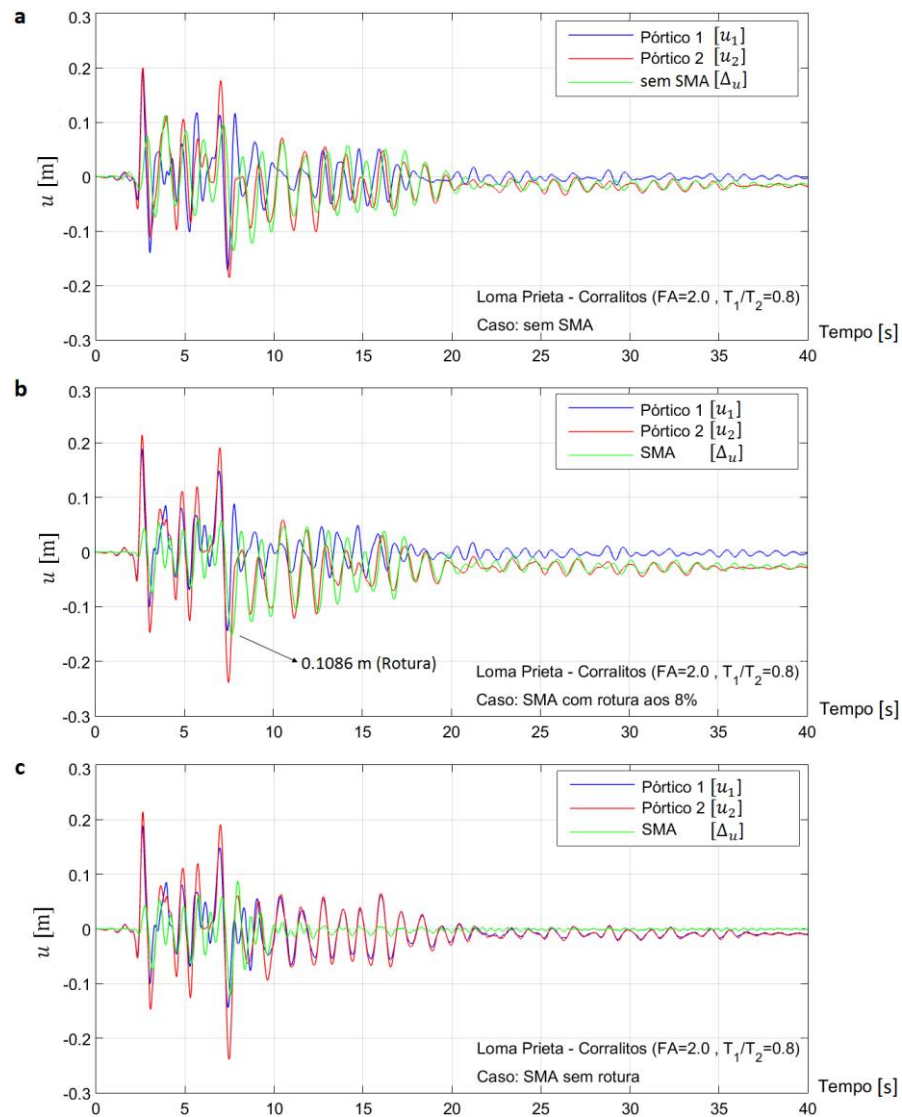


Figura 5.25 – Análise para o registo Corralitos (FA=2.0 e $T_1/T_2 = 0.8$). Resultados obtidos para: (a) estrutura sem SMA; (b) estrutura com SMA com deformação de rotura de 8%; (c) estrutura com SMA sem deformação de rotura

O comportamento dos SMA para a análise da Figura 5.25 (b), é apresentado na Figura 5.26 (a). Como se observa na primeira, a rotura do material ocorreu aos 7.5 s. Como é notado, a perda da capacidade de recentramento levou ao desacoplamento dos pórticos e, conseqüentemente, à acumulação de um valor de $\Delta_{u,res}$ de cerca de 2 cm. Comparando a Figura 5.25 (b) com a Figura 5.25 (a), afere-se que a estrutura desenvolveu, após a rotura do SMA, uma resposta semelhante à da estrutura sem SMA. Em oposição, a não consideração do critério de rotura traduziu-se, como mostra a Figura 5.26 (c), na exibição de uma plena capacidade de recentramento por parte dos SMA. Essa capacidade permitiu, como mostra a Figura 5.25 (c), manter os pórticos acoplados no fim do evento sísmico.

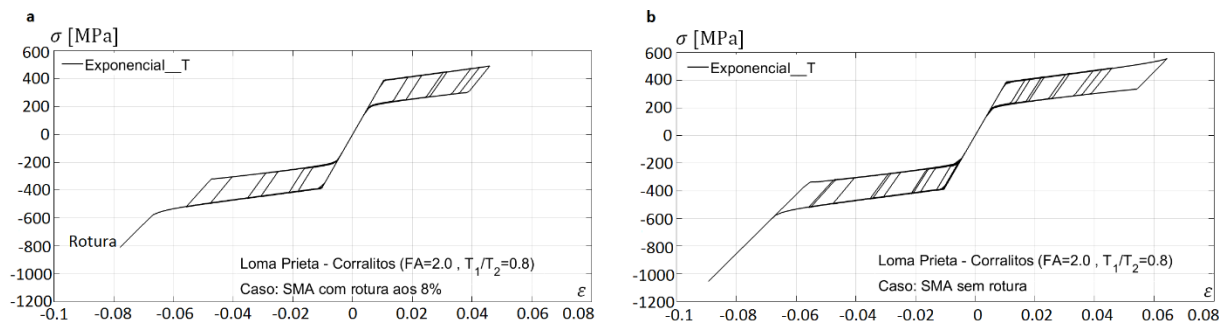


Figura 5.26 – Resposta dos SMA: (a) com deformação de rotura fixada nos 8%; (b) sem deformação de rotura

A resposta das colunas de betão armado de cada pórtico para as análises da Figura 5.25 (a), (b), e (c), é apresentada na Figura 5.27 (a), (b), e (c), respetivamente. Constata-se que a introdução de SMA levou, neste caso, a um aumento do valor $u_{2,abs}$, e à diminuição do valor $u_{1,abs}$. Como é notado, a rotura do SMA não provocou alterações significativas no comportamento das colunas do pórtico 1. Por outro lado, o comportamento das colunas do pórtico 2 sofreu uma ligeira modificação, notada quando no ponto em que $u \approx -0.1$ m. Como ficou patente, o desacoplamento dos pórticos devido à rotura do SMA pode levar a valores significativos de Δu_{res} .

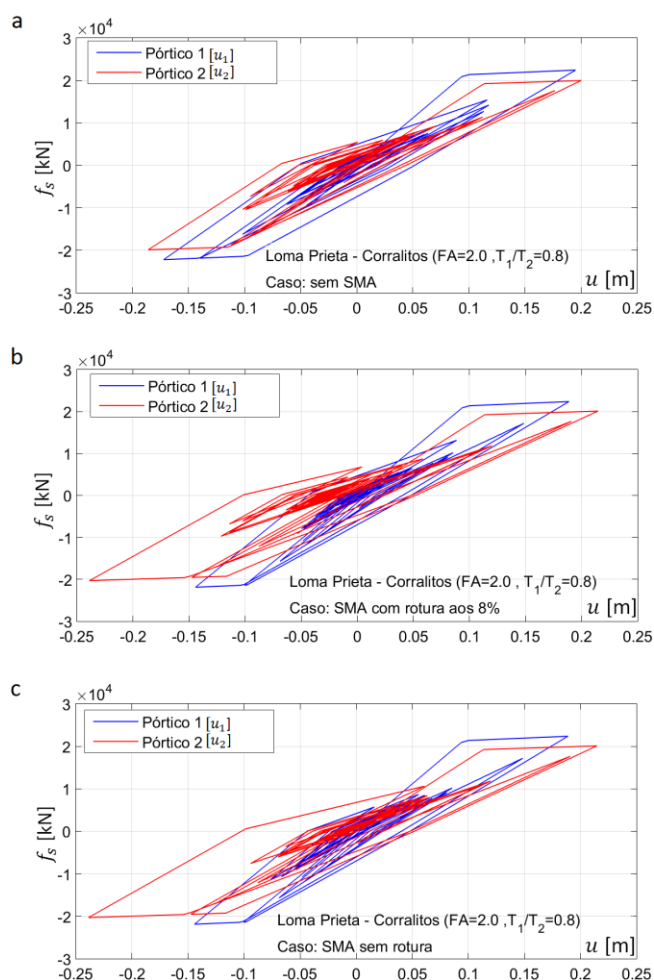


Figura 5.27 - Resposta das colunas de betão armado de cada pórtico para: (a) estrutura sem SMA; (b) estrutura com SMA com deformação de rotura de 8%; (c) estrutura com SMA sem deformação de rotura

5.4.2. EFEITO DO SOBREDIMENSIONAMENTO DOS SMA NA RESPOSTA DA ESTRUTURA

Neste tópico, analisou-se, considerando a lei Linear, a sensibilidade dos valores de $u_{1,abs}$, $u_{2,abs}$, DRAJD, $u_{1,res}$, e $u_{2,res}$, ao aumento dos valores de $A_{g,SMA}$. As análises foram executadas para $FA=3.0$ e $T_1/T_2 = 0.6$. Neste caso, foi utilizado um valor de $A_{g,SMA}$ de 222.5 cm^2 (ver Figura 5.8) e um valor de L_{SMA} de 1.526 m (ver Tabela 5.6). Foram considerados aumentos de 50 cm^2 até aos 450 cm^2 .

Na Figura 5.28 (a), (b), (c), e (d), apresentam-se, respetivamente, os resultados obtidos para os parâmetros $u_{1,abs}$, $u_{2,abs}$, DRAJD, e u_{res} para todos os registos sísmicos.

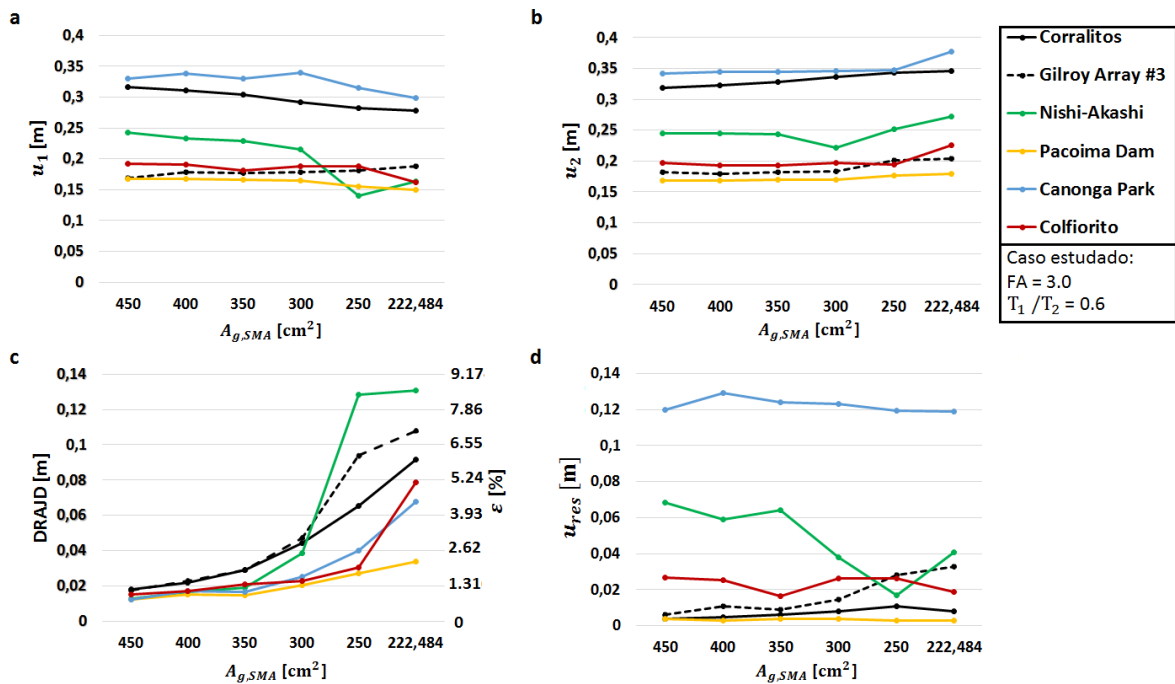


Figura 5.28 – Influencia do valor de $A_{g,SMA}$ nos valores de: (a) $u_{1,abs}$; (b) $u_{2,abs}$; (c) DRAJD; (d) u_{res}

Como se verifica pela análise das Figura 5.28 (a), e (b), o aumento dos valores de $A_{g,SMA}$ produziu, regra geral, ligeiras diminuições nos valores de $u_{1,abs}$, e ligeiros aumentos nos valores de $u_{2,abs}$. Dado que as variações nesses valores são ligeiras face aos grandes aumentos nos valores de $A_{g,SMA}$, constata-se que o sobredimensionamento dos SMA não é uma medida efetiva para controlar esses parâmetros. Nesta ordem de ideias, a exploração da ductilidade das colunas também não será afetada, visto que esta depende da relação dos valores de $u_{1,abs}$ e $u_{2,abs}$, com os respetivos valores u_{y1} e u_{y2} (ver Tabela 5.4). Uma conclusão semelhante à anterior é observada na Figura 5.28 (d), para os valores de u_{res} (foi usada esta designação pois obtiveram-se valores quase nulos para $\Delta_{u,res}$).

Os resultados da Figura 5.28 (c), revelam dois efeitos. O primeiro, que já foi discutido antes, remete para o facto do valor $A_{g,SMA}$ de 222.5 cm^2 , definido para o registo Corralitos, não ter permitido controlar o valor de $\Delta_{alvo} = 0.0915 \text{ m}$ no caso dos restantes registos sísmicos. O segundo é que o aumento dos valores de $A_{g,SMA}$ permitiu reduzir, de forma significativa, os valores de DRAJD em todas as análises. Conclui-se que o DRAJD é o parâmetro é o mais sensível a variações nos valores de $A_{g,SMA}$.

5.4.3. EFEITO DA VARIAÇÃO DA TEMPERATURA AMBIENTE NA RESPOSTA DA ESTRUTURA

Como é conhecido, os SMA são sensíveis a variações de temperatura. Avaliar até que ponto é que essa sensibilidade pode afetar os deslocamentos que uma estrutura experimenta durante um sismo, foi a motivação das análises que aqui se apresentam. As análises foram levadas a cabo com base na lei Linear, para valores de T_0 de 0, 10, 20, 30, 40, e de 50 °C, para os registos Corralitos e Canonga Park.

Começa-se por apresentar, na Figura 5.29, os resultados obtidos para o registo de Corralitos. Em cada linha da figura, apresentam-se os valores de $u_{1,abs}$, $u_{2,abs}$, DRAJD, e u_{res} , obtidos para cada FA.

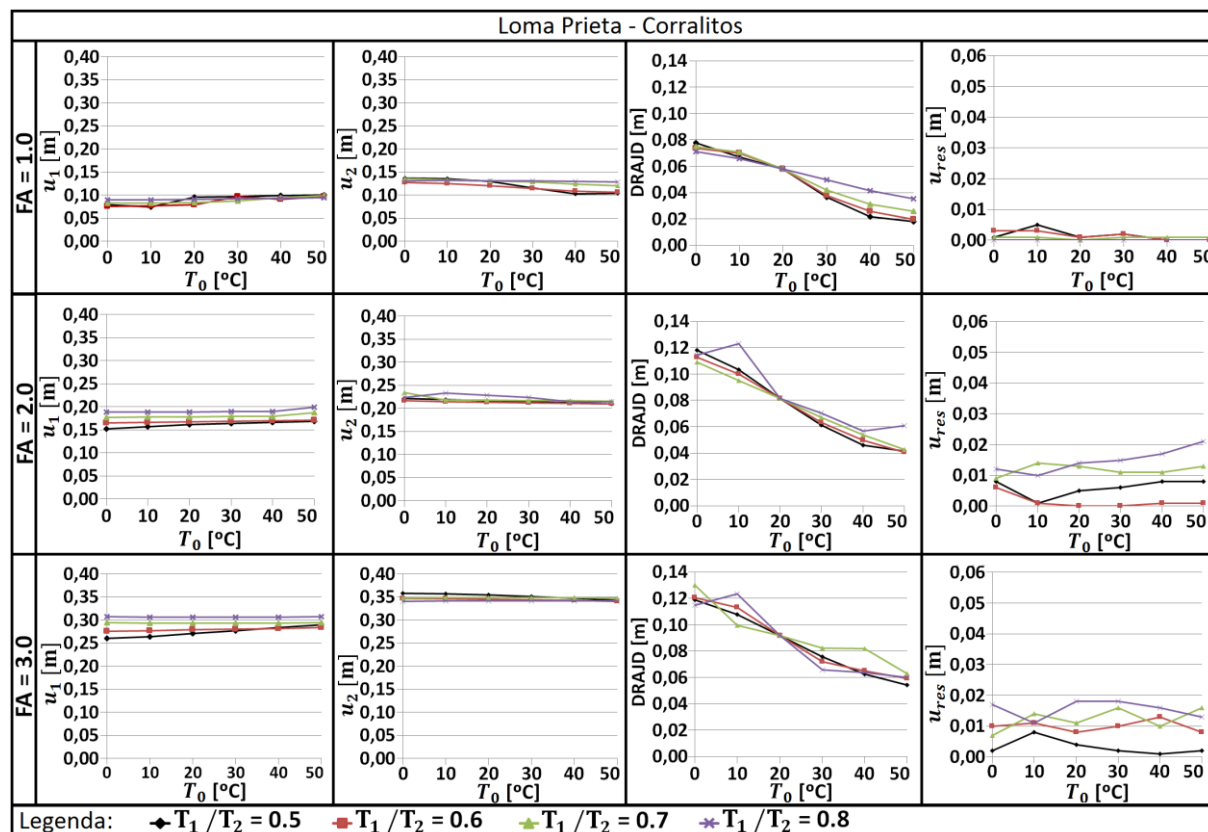


Figura 5.29 – Análise sísmica para o registo Corralitos: influência da sensibilidade térmica dos SMA nos valores de $u_{1,abs}$, de $u_{1,abs}$, $u_{2,abs}$, DRAJD e u_{res}

Como era expectável, o aumento do valor de FA provocou maiores deslocamentos residuais, embora estes tenham sido inferiores a 2 cm em todas as análises. Nessas análises, os SMA evidenciaram uma capacidade de recentramento elevada ($\Delta_{u,res} \cong 0$), pelo que o valor u_{res} representa a posição final da estrutura ($u_{1,res} \cong u_{2,res}$). Observando os valores de u_{res} , constata-se que não existe uma tendência clara no aumento ou diminuição dos mesmos em função do aumento dos valores de T_0 .

Os valores de $u_{1,abs}$ e $u_{2,abs}$, não apresentaram uma sensibilidade significativa ao aumento dos valores de T_0 . O caso mais relevante, reportado para FA = 1.0 e $T_1/T_2 = 0.5$, foi uma redução dos 13.6 para os 10.4 cm, registada à medida que o valor de T_0 aumentou dos 0 para os 50 °C.

Como revelam os resultados, o DRAJD é o parâmetro mais sensível a variações nos valores de T_0 . Nos resultados obtidos para cada FA, é notado que os valores de DRAJD se encontram otimizados para $T_0 = 20\text{ °C}$, a temperatura considerada no dimensionamento dos SMA. A partir desse ponto de referência, constata-se que os valores de DRAJD obtidos para cada valor de T_1/T_2 , tenderam a diminuir nos casos em $T_0 > 20\text{ °C}$. Fazendo um paralelismo com a análise da Figura 5.28 (c), constata-se que um aumento dos 20 para os 50 °C, permitiu reduzir o valor do DRAJD dos 9.2 para os 6 cm ($\approx 0.67\text{ cm}$ a cada 10 °C), aproximadamente a mesma redução que foi obtida quando se aumentou $A_{g,SMA}$ dos 222.5 para os 250 cm^2 . Este efeito positivo deixou de se verificar quando $T_0 < 20\text{ °C}$. Como se constata, o material perde eficiência no controlo dos valores de DRAJD, à medida que os valores de T_0 se aproximam do valor de A_f . Para observar a influência dos valores de T_0 no comportamento do material, focou-se o caso $FA = 1.0$ e $T_1/T_2 = 0.6$. Os resultados, apresentados na Figura 5.30, mostram que um aumento do valor de T_0 dos 0 para os 50 °C, levou à redução do valor de $\varepsilon_{m\acute{a}x}$ dos 7.9 para os 3.9%. Conclui-se assim que as variações na temperatura ambiente de um determinado local podem afetar consideravelmente a resposta, e consequentemente, a eficiência dos SMA durante um sismo.

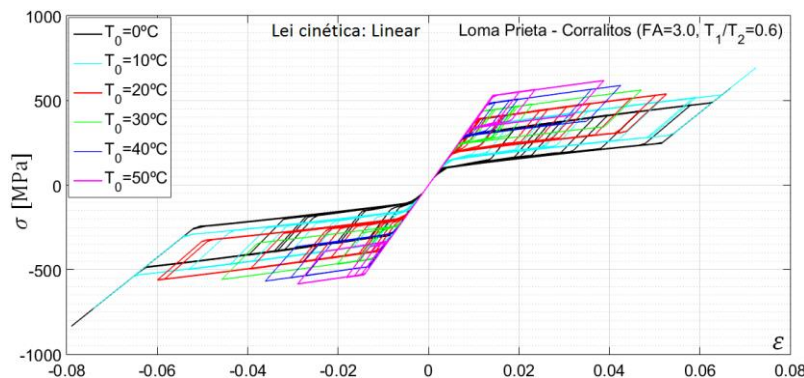


Figura 5.30 – Influência dos valores de T_0 no comportamento do material (Corralitos, $FA = 3.0$, $T_1/T_2 = 0.6$)

Na Figura 5.31, são apresentados os resultados obtidos para o registo Canonga Park. Como seria de esperar, os resultados revelaram uma maior aleatoriedade, notando que os SMA não foram dimensionados para este registo. Como já havia sido observado nas análises da Figura 5.11, para os casos ($FA=2.0$ e $T_1/T_2 = 0.7$) e ($FA=3.0$ e $T_1/T_2 = 0.6$), foram obtidos valores de $u_{1,abs}$ e $u_{2,abs}$, significativamente superiores aos obtidos para outros valores de T_1/T_2 . Para estas análises, o valor de $u_{1,abs}$ revelou-se sensível à variação dos valores de T_0 . No primeiro caso, uma variação de 50 °C provocou um aumento do valor de $u_{1,abs}$ dos 15.6 para os 22.1 cm. No segundo caso, a mesma variação provocou um aumento dos 21.8 para os 32.6 cm. Como se afere, este é um caso particular, pois esses aumentos não se encontram associados a nenhuma perda brusca de controlo do DRAJD. Estas análises mostram que uma variação dos valores de T_0 pode, em certos casos, resultantes da combinação de determinadas características sísmicas com um certo valor de T_1/T_2 , afetar os deslocamentos de pico.

À semelhança das análises da Figura 5.29, constatou-se que os valores de DRAJD tendem a aumentar à medida que o valor T_0 diminui e se aproxima do valor A_f . Os casos $FA=3.0$ e $T_1/T_2 = 0.7$,

e $FA=3.0$ e $T_1/T_2 = 0.8$, refletem bem que para determinados casos, variações bruscas nos valores de T_0 podem levar a valores de DRAJD inesperados. Nesses dois casos, esses valores levariam, na prática, à rotura do material, e ao conseqüente desacoplamento dos pórticos. No contexto dos deslocamentos residuais, o valor u_{res} revelou-se pouco sensível aos valores de T_0 , exceto nestes dois casos, onde o material perdeu eficiência de forma brusca, e para o caso $FA=3.0$ e $T_1/T_2 = 0.6$, no qual os valores de $u_{1,abs}$ se revelaram mais sensíveis aos valores de T_0 .

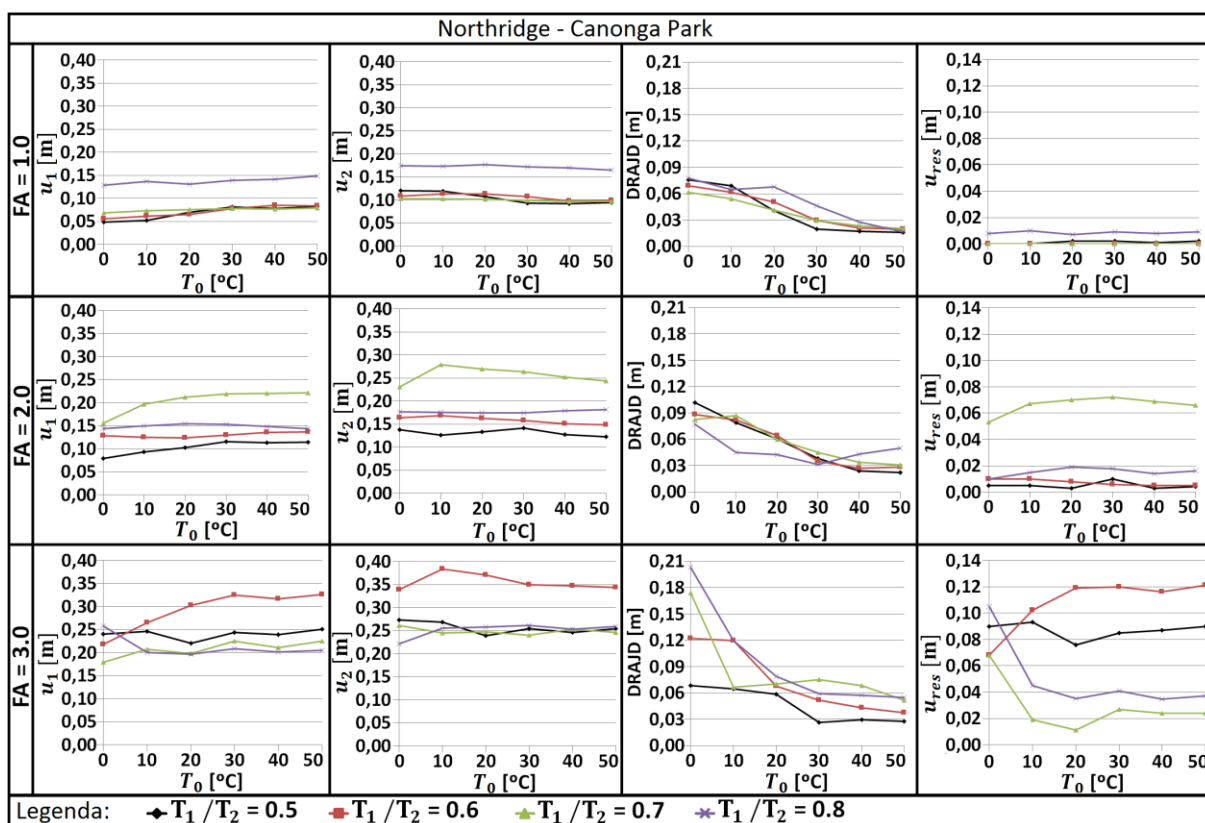


Figura 5.31 - Análise sísmica para o registo Canonga Park: influência da sensibilidade térmica dos SMA nos valores de $u_{1,abs}$, de $u_{1,abs}$, $u_{2,abs}$, DRAJD e u_{res}

Efetuada uma análise global aos resultados das análises apresentadas neste tópico, conclui-se que a sensibilidade dos SMA a variações de temperatura afeta a resposta dinâmica das estruturas durante um sismo. Num contexto particular, o DRAJD foi o parâmetro que revelou maior sensibilidade às variações do valor de T_0 . Este parâmetro tendeu a aumentar à medida que o valor de T_0 diminuiu e se aproximou do valor de A_f . Neste sentido, as análises realizadas parecem indicar que, para controlar indiretamente deslocamentos em ambientes com climas variáveis, é recomendável dimensionar os SMA para valores mais próximos do valor de A_f . Contudo, num contexto prático, a medida mais eficiente consistirá em preparar os dispositivos de recentramento baseados em SMA, com sistemas que permitam manter o material sempre à mesma temperatura, isolando-o do contacto com meio ambiente. O não isolamento térmico do material irá provocar sempre, como constatado nas análises apresentadas, alterações significativas no comportamento esperado, que poderão comprometer a sua eficiência durante um sismo.

6. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste capítulo, apresentam-se as principais conclusões que foram sendo referidas ao longo da presente dissertação, além de sugestões de temas que podem ser desenvolvidos no futuro.

6.1. CONCLUSÕES

As ligas de NiTi superelástico apresentam, tanto nas formas de fios como de barras, capacidade de recentramento para deformações axiais elevadas, na ordem dos 8%. Apesar reunirem boas características para aplicações em dispositivos de recentramento, existem dois fatores que influenciam o seu comportamento e que podem, conseqüentemente, influenciar a resposta dinâmica das estruturas onde sejam incorporadas, a sua temperatura, T , e a frequência da ação que as deforma (influencia o valor de T). Além do comportamento dependente da temperatura, existem características de comportamento que podem variar significativamente de liga de NiTi para liga de NiTi, em função das opções tomadas durante o processo de fabrico. Por exemplo, pequenas variações na composição química ou a aplicação de tratamentos termomecânicos distintos, são suficientes para modificar significativamente o comportamento superelástico do material. Assim, de SMA para SMA, é possível observar:

- diferentes comportamentos não elásticos durante as transformações de fase;
- diferentes valores de E_A e E_M (comportamento elástico do material);
- diferentes valores de σ_s^{AM} , σ_f^{AM} , σ_s^{MA} , e σ_f^{MA} (a alteração destes valores modifica a área histerética, afetando a capacidade de dissipação de energia do material);
- diferenças nos comportamentos para ações de tração e de compressão.

Uma das condicionantes atuais à aplicação de SMA em estruturas, incide na falta de conhecimento acerca da influência, na resposta dinâmica das estruturas, da variabilidade das características de comportamento antes referidas. Por outras palavras, é questionável até que ponto é que a resposta de uma estrutura pode variar em função das características de comportamento do SMA adotado.

Na literatura, são encontrados vários modelos numéricos de SMA que permitem analisar a questão anterior. Para realizar este estudo, adotaram-se os modelos uniaxiais macroscópicos da família de modelos de Tanaka. Estes modelos simulam, em condições não isotérmicas, o comportamento axial de fios e de barras de SMA. Outra das vantagens destes modelos, é que permitem diferenciar todas as características de comportamento atrás referidas. Deste modo, podem comparar-se, ao nível da resposta dinâmica de uma estrutura, vários modelos com características de comportamento diferenciadas (i.e., a influencia de SMA com diferentes características de comportamento na resposta de uma estrutura).

A lei cinética é a componente numericamente mais relevante da família de modelos de Tanaka. Esta lei, para a qual existem diversas alternativas na literatura, simula o comportamento não elástico do material durante as transformações de fase. Nos estudos existentes, os autores adotaram uma lei cinética sem critério. Assim, o objetivo deste estudo foi avaliar se as características de diferentes leis cinéticas,

podem afetar significativamente os deslocamentos que uma estrutura experimenta durante a ocorrência de um sismo. Para análise, consideraram-se três leis cinéticas, a linear (Linear), a exponencial de Tanaka et al. (1986) (Exponencial_T), e a exponencial de Lubliner & Auricchio (1996). Para esta última lei, consideraram-se $\beta_M = \beta_M = 3$ MPa (Exponencial_LA3) e $\beta_M = \beta_M = 20$ MPa (Exponencial_LA20).

Como objeto experimental, considerou-se uma ponte de betão armado com dois pórticos, separados por uma junta de dilatação. Para simular, de forma simplificada, a resposta dinâmica da ponte para vários rácios de períodos naturais de vibração, adotou-se um o2gdl, cuja resposta foi integrada, ao longo do tempo, com o método- β de Newmark. O comportamento das colunas de betão armado, foi simulado com o modelo de plasticidade concentrada de Mahin & Bertero (1972). Para limitar os erros no período natural de vibração dos pórticos, consideraram-se os efeitos da perda de rigidez que as colunas de betão armado sofrem quando o betão fendilha. Para desenvolver o estudo, consideraram-se seis registos sísmicos cuja intensidade se aumentou por via de fatores de amplificação, FA, de 2.0 e 3.0, e valores de T_1/T_2 entre 0.1 e 1.0, com incrementos de 0.1. Para o registo que provocou, no geral, maiores valores de DRAJD, determinou-se, com base na lei Linear e num valor de T_0 de 20 °C, o valor de $A_{g,SMA}$ para limitar o valor do DRAJD dentro de um valor de Δ_{alvo} fixado. Foram reportadas as seguintes conclusões:

- os valores de $A_{g,SMA}$, requeridos para limitar os valores de DRAJD, aumentam: 1) com a diminuição do valor de Δ_{alvo} fixado; 2) com os aumentos dos valores de FA e de T_1/T_2 ;
- são requeridos valores muito elevados de $A_{g,SMA}$ para controlar os valores de DRAJD para os casos em que $T_1/T_2 < 0.5$. Nestes casos, os pórticos apresentam diferenças de rigidez superiores a 70% e vibram muito desfasados. Por outro lado, para os casos em que $T_1/T_2 > 0.9$, são requeridos valores de $A_{g,SMA}$ baixos, o que se justifica com o facto dos pórticos apresentarem uma deformabilidade mais aproximada e de vibrarem quase em fase.

Com base nas conclusões anteriores, limitaram-se as análises a valores de T_1/T_2 de 0.5, 0.6, 0.7, e 0.8. A partir deste ponto, começaram-se a registar as conclusões do estudo realizado. Relativamente aos deslocamentos de pico, registaram-se as seguintes conclusões:

- para $u_{1,abs}$, a diferença relativa máxima foi de 33%, enquanto que para $u_{2,abs}$, essa diferença foi de 15%. Contudo, em 69.4% dos casos, a alteração da lei cinética não provocou diferenças relativas superiores a 10% nos valores de $u_{1,abs}$ e $u_{2,abs}$. Apesar de poderem haver exceções, 10% pode ser encarado como um valor de referência para as diferenças relativas expectáveis;
- o aumento da exploração da ductilidade dos pórticos, resultante do aumento da intensidade sísmica, não relevou nenhuma relação clara com o aumento das diferenças relativas reportadas nos valores $u_{1,abs}$ e $u_{2,abs}$.

Relativamente ao DRAJD, foram reportadas as seguintes conclusões:

- o DRAJD é o parâmetro mais sensível às características de cada lei cinética. A diferença relativa máxima reportada para este parâmetro, foi de 71.8%. Diferenças desta ordem, mostram que o uso de uma lei cinética pouco consistente com o comportamento do SMA adotado durante as transformações de fase, pode colocar em causa a integridade de uma estrutura durante um sismo;
- o controlo do valor Δ_{alvo} , é perdido quando é utilizada outra lei cinética que não a de referência;
- a lei Exponencial_LA3 é a que produz maiores forças na fase de carga, durante $A \rightarrow M$, permitindo ao SMA dissipar mais energia. Constatou-se que a junção destas duas características, faz desta a lei cinética mais otimista para limitação dos valores de DRAJD (com base na investigação realizada, esta aparenta ser a lei cinética mais indicada para casos em que não se conhece o comportamento do SMA adotado durante as transformações de fase). A lei Exponencial_T, por motivos opostos, revelou-se a menos otimista;
- ao nível do controlo do DRAJD, as diferenças relativas entre duas leis cinéticas dependem do comportamento do SMA quando submetido a certas condições dinâmicas;
- não existe uma ligação sólida entre o valor de DRAJD e os valores $u_{1,abs}$ e $u_{2,abs}$. O aumento das diferenças relativas nos valores de $u_{1,abs}$ e $u_{2,abs}$, também não apresenta uma ligação clara com o aumento das diferenças relativas nos valores de DRAJD;

Relativamente aos deslocamentos residuais, foram reportadas as seguintes conclusões:

- no geral, os valores de $u_{1,res}$ e $u_{2,res}$ obtidos não variaram em mais de 1 cm, quando alternada a lei cinética (neste caso, pequenas variações levam a diferenças relativas grandes). Quando $u_{1,res}$ e $u_{2,res}$ assumiram valores mais altos, na ordem dos 6 cm, a alteração da lei cinética tendeu a provocar diferenças relativas inferiores a 20%;
- as leis cinéticas revelaram todas uma capacidade de recentramento semelhante. Neste sentido, as diferenças relativas reportadas no parâmetro Δ_{res} foram sempre inferiores a 1%.

Efetuiu-se ainda uma série de análises onde se aumentaram os valores de $A_{g,SMA}$. Os resultados dessas análises revelaram que:

- o DRAJD é o parâmetro mais sensível à variação dos valores de $A_{g,SMA}$. Aumentos no valor de $A_{g,SMA}$ são uma medida efetiva para reduzir os valores de DRAJD;
- os deslocamentos de pico e residuais revelaram pouca sensibilidade aos valores de $A_{g,SMA}$. Neste caso, não se registou uma tendência clara como a reportada para os valores do DRAJD.

Para aferir, ao nível da resposta dinâmica da estrutura, a influência da sensibilidade dos SMA a variações de temperatura, efetuou-se uma série de análises nas quais se submeteu o material a diversas temperaturas ambiente. A partir da análise dos resultados, obtiveram-se as seguintes conclusões:

- o DRAJD é o parâmetro mais afetado pela sensibilidade térmica dos SMA. O referido parâmetro tende a aumentar à medida que o valor de T_0 diminui e se aproxima do valor de A_f . Em oposição, para valores de T_0 superiores à temperatura para a qual os SMA foram dimensionados, o efeito é favorável, dado que os valores do DRAJD tendem a diminuir com o aumento do valor de T_0 ;
- com base no ponto anterior, conclui-se que o aumento dos valores iniciais de σ_s^{AM} , σ_f^{AM} , σ_s^{MA} , e σ_f^{MA} , torna o material mais eficiente no controlo dos valores do DRAJD;
- o efeito do aumento dos valores de T_0 acima do valor da temperatura de dimensionamento, é semelhante ao efeito verificado com o aumento dos valores de $A_{g,SMA}$;
- por serem sensíveis a variações de temperatura, os SMA superelásticos incorporados em dispositivos de recentramento, devem ficar isolados do contacto com o meio ambiente exterior.

6.2. SUGESTÕES PARA DESENVOLVIMENTOS FUTUROS

Continuação do estudo apresentado

O estudo apresentado, baseou-se na alteração da lei cinética adotada, a componente numericamente mais relevante da família de modelos de Tanaka. Contudo, estes modelos possibilitam a variação de outras características de comportamento dos SMA. Deste modo, sugere-se repetir este estudo fixando a lei cinética e: 1) variando os valores de E_A e E_M ; 2) variando os valores iniciais de σ_s^{AM} , σ_f^{AM} , σ_s^{MA} , e σ_f^{MA} ; 3) admitindo que o material se comporta de forma distinta quando comprimido e quando tracionado. Deste modo, será obtida mais informação acerca da influência, ao nível da resposta dinâmica de uma estrutura, não só da lei cinética (comportamento do SMA durante as transformações de fase), como das restantes características de comportamento dos SMA superelásticos. Esta informação permitirá aferir quais as características de comportamento mais relevantes.

Para analisar a influência das características da estrutura, o estudo apresentado poderia ser repetido para pontes com outras características.

A comparação entre uma análise em condições isotérmicas com uma análise em condições não isotérmicas, como a efetuada neste estudo, é outro dos estudos que pode ser efetuado. Esta questão tem interesse, notando que na maioria dos estudos existentes, é desprezada, sem justificação aparente, os efeitos que o aumento da frequência da ação axial provoca na temperatura do material.

Os estudos a efetuar podem também considerar a encurvadura das barras de SMA, a fricção na junta, a colisão dos pórticos, os efeitos P- Δ , e os efeitos da interação entre a estrutura e o terreno.

Os resultados obtidos neste estudo poderiam ser comparados com um modelo à escala reduzida.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Alam M.S, Youseff M.A e Nehdi M. 2007. «Utilizing shape memory alloys to enhance the performance and safety of civil infrastructure: a review», *Canadian Journal of Civil Engineering*, vol nº 34, pp. 1075 - 1086.
- Andrawes B e DesRoches R. 2005. «Unseating prevention for multiple frame bridges using superelastic devices», *Smart Materials and Structures*, vol nº 14, pp. S60 - S67.
- Andrawes B e DesRoches R. 2007a. «Comparison Between Shape Memory Alloy Seismic Restrainers and Other Bridge Retrofit Devices», *Journal of Bridge Engineering*, vol nº12, nº6, pp. 1 - 10.
- Andrawes B e DesRoches R. 2007b. «Effect of hysteretic properties of superelastic shape memory alloys on the seismic performance of structures», *Structural Control and Health Monitoring*, vol nº14, pp. 301 - 320.
- Andrawes B e DesRoches R. 2007c. «Effect of ambient temperature on the hinge opening in bridges with shape memory alloy seismic restrainers», *Engineering Structures*, vol nº 29, pp. 2294 - 2301.
- Andrawes B e DesRoches R. 2008. «Sensitivity of Seismic Applications to Different Shape Memory Alloy Models», *Journal of Engineering Mechanics*, vol nº134, nº2, pp. 1 - 11.
- Arghavani J, Auricchio F, Naghdabadi R, Reali A e Sohrabpour S. 2010. «A 3D finite strain phenomenological constitutive model for shape memory alloys considering martensite reorientation», *Continuum Mechanics and Thermodynamics*.
- Auricchio F e Lubliner J. 1997. «A uniaxial model for shape-memory alloys», *International Journal of Solids and Structures*, vol nº 34, pp. 3601 - 3618.
- Auricchio F e Sacco E. 1997. «A one-dimensional model for shape-memory alloys with different elastic properties between austenite and martensite», *International Journal of Non-Linear Mechanics*, vol nº 32, pp. 1101-1114.
- Auricchio F e Taylor R.L. 1997. «Shape-memory alloys: modelling and numerical simulations of the finite-strain superelastic behavior», *Computer Methods Applied to Mechanical Engineering*, vol nº 143, pp. 175 - 194.
- Auricchio F, Taylor R.L, e J. Lubliner. 1997. «Shape-memory alloys: macromodelling and numerical simulations of the superelastic behavior», *Computer Methods Applied to Mechanical Engineering*, vol nº146, pp. 281 - 312.

- Auricchio F e Sacco E. 1999. «A temperature-dependent beam for shape-memory alloys: constitutive modelling, finite-element implementation and numerical simulations», *Computer Methods Applied to Mechanical Engineering*, vol n°174, pp. 171 - 190.
- Auricchio F. 2001. «A robust integration-algorithm for a finite-strain shape-memory-alloy superelastic model», *International Journal of Plasticity*, vol n° 17, pp. 971 - 990.
- Auricchio F e Sacco E. 2001. «Thermo-mechanical modelling of a superelastic shape-memory wire under cyclic stretching-bending loadings», *International Journal of Solids and Structures*, vol n° 38, pp. 6123 - 6145.
- Auricchio F e Petrini L. 2002. «Improvements and algorithmical considerations on a recent three-dimensional model describing stress-induced solid phase transformations», *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, vol n°55, pp. 1255 - 1284.
- Auricchio F, Fugazza D e DesRoches R. 2006. «Numerical and Experimental Evaluation of the Damping Properties of Shape-Memory Alloys», *Journal of Engineering Materials and Technology*, vol n° 128, pp. 312 - 319.
- Auricchio F, Fugazza D e DesRoches R. 2006b. «Earthquake performance of steel frames with NITINOL braces», *Journal of Earthquake Engineering*, vol n° 10, pp. 1 - 22.
- Auricchio F, Fugazza D e DesRoches R. 2007. «A 1D rate-dependent viscous constitutive model for superelastic shape-memory alloys: formulation and comparison with experimental data», *Smart Materials and Structures*, vol n°16, pp. S39 - S50.
- Auricchio F, Fugazza D e DesRoches R. 2008. «Rate-dependent Thermo-Mechanical Modelling of Superelastic Shape-memory Alloys for Seismic Applications», *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, vol n°19, pp. 47-61.
- Auricchio F e Bonetti E. 2013. «A new "flexible" 3D macroscopic model for shape memory alloys», *Discrete and Continuous Dynamical Systems Series S*, vol n°6, n°2, pp. 277 – 291.
- Auricchio F, Bonetti E, Scalet G e Ubertini F. 2014. «Theoretical and numerical modeling of shape memory alloys accounting for multiple phase transformations and martensite reorientation», *International Journal of Plasticity*, vol n° 59, pp. 30 - 54.
- Brinson L.C. 1993. «One-Dimensional Constitutive Behavior of Shape Memory Alloys: Thermomechanical Derivation with Non-Constant Material Functions and Refined Martensite Internal Variable», *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, vol n°4, pp. 229 - 242.
- Brinson L.C, Bekker A, e Hwang S. 1996. «Deformation of Shape Memory Alloys Due to Thermo-Induced Transformation», *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, vol n° 7, pp. 97 - 107.

- Brinson L.C e Huang M.S. 1996. «Simplifications and Comparisons of Shape Memory Alloy Constitutive Models», *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, vol nº 7, pp. 108 - 114.
- Bruno S e Valente C. 2002. «Comparative response analysis of conventional and innovative seismic protection strategies», *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, vol nº31, pp. 1067-1092.
- Buehler W.J e Wiley R.C. 1961. The properties of TiNi and associated phases, U.S Naval Ordnance Laboratory, pp. 1 - 89.
- California department of transportation (Caltrans). 2010. Methodology for Developing Design Response Spectrum for Use in Seismic Design Recommendations.
- Chapra S.C. 2012. Applied Numerical Methods with MATLAB for Engineers and Scientists, McGraw Hill.
- Chopra A.K. 2007. Dynamics of Structures, Pearson Prentice Hall, pp. 1 - 865.
- Christian J.W. 1982. «Deformation by moving interfaces», *Metallurgical Transactions*, vol nº 13A, pp. 509 - 538.
- Cismaşiu C e Santos F.P.A. 2008. «Numerical simulation of superelastic shape memory alloys subjected to dynamic loads», *Smart Materials and Structures*, vol nº 17, pp. 1 - 12.
- Cismaşiu C e Santos F.P.A. 2010. Numerical simulation of a semi-active vibration control device based on superelastic shape memory alloy wires, INTECH Open Science.
- Clough R.W e Johnston S.B. 1966. “Effect of Stiffness Degradation on Earthquake Ductility Requirements”, *Proceedings, Second Japan National Conference on Earthquake Engineering*, pp. 227 – 232.
- Clough R.W. e Penzien J. 1995. Dynamics of Structures, Computers & Structures, pp. 1 - 731.
- Coleman, B.D e Gurtin M.E. 1966. Thermodynamics with internal state variables, Office of Naval Research (Report 67-15), pp. 1 - 72.
- Delaey L, Krishnan R.V, Tas H e Warlimont H. 1974. «Thermoelasticity, pseudoelasticity and the memory effects associated with martensitic transformations, Part 1: Structural and microstructural changes associated with transformations», *Journal of Materials Science*, vol nº9, pp. 1521 - 1535.
- DesRoches R e Fenves G.L. 2000. «Design of seismic cable hinge restrainers for bridges», *Journal of Structural Engineering*, vol nº126, nº4, pp. 500 - 509.
- DesRoches R e Fenves G.L. 2001. «Simplified Restrainer Design Procedure for Multiple-Frame Bridges», *Earthquake Spectra*, vol nº17, pp. 551 - 567.
- DesRoches R e Delemont M. 2002. «Seismic retrofit of simply supported bridges using shape memory alloys», *Engineering Structures*, vol nº 24, pp. 325 - 332.

- DesRoches R e Smith B. 2003. «Shape memory alloys in seismic resistant design and retrofit: a critical review of their potential and limitations», *Journal of Earthquake Engineering*, vol n°7: pp. 1 - 15.
- DesRoches R, McCormick J e Delemont M. 2004. «Cyclic Properties of Superelastic Shape Memory Alloy Wires and Bars», *Journal of Structural Engineering*, vol n°130, n°1, pp. 38 - 46.
- Dolce M, Cardone D e Marnetto R. 2000. «Implementation and testing of passive control devices based on shape memory alloys», *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, vol n° 29, pp. 945 - 968.
- Dolce M e Cardone D. 2001a. «Mechanical behaviour of shape memory alloys for seismic applications: Martensite and austenite NiTi bars subjected to torsion», *International Journal of Mechanical Sciences*, vol n°43, pp. 2631 - 2656.
- Dolce M e Cardone D. 2001b. «Mechanical behaviour of shape memory alloys for seismic applications: Austenite NiTi wires subjected to tension», *International Journal of Mechanical Sciences*, vol n° 43, pp. 2657 - 2677.
- Du X.W, Sun G e Sun S.S. 2005. «Piecewise linear constitutive relation for pseudo-elasticity of shape memory alloy (SMA)», *Materials Science and Engineering*, vol n° A 393, pp. 332 - 337.
- Evangelista V. 2008. *Finite Strain Shape Memory Alloys Modeling*, Tese de Doutorado, Universidade de Cassino.
- Falvo A, Furguele F.M e Malleta C. 2008. «Functional behaviour of a NiTi-welded joint: Two-way shape memory effect», *Materials Science and Engineering*, vol A, pp. 647 - 650.
- Fugazza D. 2003. *Shape-Memory Alloy Devices in Earthquake Engineering: Mechanical Properties, Constitutive Modelling and Numerical Simulations*, Dissertação de Mestrado, Universidade de Pavia.
- Fugazza D. 2005. *Use of Shape-Memory Alloy Devices in Earthquake Engineering: Mechanical Properties, Advanced Constitutive Modelling and Structural Applications*, Tese de Doutorado, Universidade de Pavia.
- Gavin H.P. 2014. *Bilinear Hysteresis*, Department of Civil and Environmental Engineering, Universidade de Duke, pp. 1 - 5.
- Graesser E.J e Cozzarelli F.A. 1989. *Multidimensional models of hysteretic material behavior for vibration analysis of shape memory energy absorbing devices*, Department of Civil Engineering, State University of New York at Buffalo, Technical Report NCEER-89-0018.
- Huang M, Gao X e Brinson L.C. 2000. «A multivariant micromechanical model for SMAs. Part 2: Polycrystal model», *International Journal of Plasticity*, vol n°16, pp. 1371 - 1390.

- Humbeeck J.V. 2003. «Damping capacity of thermoelastic martensite in shape memory alloys», *Journal of Alloys and Compounds*, vol n° 355, pp. 58 - 64.
- Ivshin Y e Pence T.J. 1994. «A Thermomechanical Model for a One Variant Shape Memory Material», *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, vol n°5, p. 455 - 473.
- Janke L, Czaderski C, Motavalli M e Ruth J. 2005. «Applications of shape memory alloys in civil engineering structures - Overview, limits and new ideas», *Materials and Structures*, vol n°28: pp. 578 - 592.
- Johnson R, Padgett J.E, Maragakis M.E, DesRoches R e Saiidi M.S. 2008. «Large scale testing of nitinol shape memory alloy devices for retrofitting of bridges», *Smart Materials and Structures*, vol n°17, pp. 1 - 10.
- Koistinen D.P e Marburger R.E. 1959. «A General Equation Prescribing the Extent of the Austenite-Martensite Transformation in Pure Iron-Carbon Alloys and Plain Carbon Steels», *Acta Metallurgica*, vol n°7, pp. 59.
- La Cava C.A.P.L, Savi M.A e Pacheco P.M.C.L. 2004. «A nonlinear finite element method applied to shape memory bars», *Smart Materials and Structures*, vol n°13, pp. 1118 – 1130.
- Lagoudas D.C, Bo Z, e Qidwai M.A. 1996. *A Unified Thermodynamic Constitutive Model for SMA and Finite Element Analysis of Active Metal Matrix Composites*, Center for Mechanics of Composites, Aerospace Engineering Department of Texas, A&M University, pp. 1 - 43.
- Lagoudas D.C. 2008. *Shape Memory Alloys: Modeling and Engineering Applications*, Springer Science.
- Lecce L e Concilio A. 2015. *Shape Memory Alloy Engineering for Aerospace, Structural and Biomedical Applications*, Elsevier.
- Liang C e Rogers C.A. 1990. «One-Dimensional Thermomechanical Constitutive Relations for Shape Memory Materials», *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, vol n° 1(2), pp. 207 - 234.
- Lignos D. 2008. *Sidesway collapse of deteriorating structural systems under seismic excitations*, Dissertação de Doutorado, Universidade de Stanford.
- Lim T e McDowell D. 1999. «Mechanical behavior of an Ni-Ti alloy under axial-torsional proportional and non-proportional loading», *Journal of Engineering Materials and Technology*, vol.121, pp.9-18
- Lobo P.S. 2015. *Seismic Motion Control of Reinforced Concrete Structures Using Shape Memory Alloys*, Tese de Doutorado, Instituto Superior Técnico, Universidade Técnica de Lisboa, pp. 107 - 113.

- Lobo P.S, Almeida J e Guerreiro L. 2015. «Shape memory alloys behaviour: A review», *Procedia Engineering*, vol nº114, pp. 776 - 783.
- Lubliner J e Auricchio F. 1996. «Generalized Plasticity and Shape-Memory Alloys», *International Journal of Solids and Structures*, vol nº 7, pp. 991 - 1003.
- Mahin S.A e Bertero V.V. 1972. "Rate of Loading Effect on Uncracked and Repaired Reinforced Concrete Members", EERC No. 73-6, Earthquake Engineering Research Center, University of California, Berkeley, 1972.
- Maletta C e Furguele F. 2012. 1D Phenomenological Modeling of Shape Memory and Pseudoelasticity in NiTi Alloys, INTECH Open Science.
- Marfia S e Rizzoni R. 2013. «One-dimensional constitutive SMA model with two martensite variants: analytical and numerical solutions», *European Journal of Mechanics*, vol nº40, pp. 166 - 185.
- McCormick J, DesRoches R, Fugazza D e Auricchio F. 2006. «Seismic Vibration Control Using Superelastic Shape Memory Alloys», *Journal of Engineering Materials and Technology*, vol nº 128, pp. 294 - 301.
- McCormick J, Tyber J, DesRoches R, Gall K e Maier H.J. 2007. «Structural Engineering with NiTi. Part II: Mechanical Behavior and Scaling», *Journal of Engineering Mechanics*, vol nº133, nº9, pp. 1 - 11.
- Mehr M e Zaghi A.E. 2016. «Seismic response of multi-frame bridges», *Bull Earthquake Engineering*, vol nº 14, pp. 1219 - 1243.
- METRO. 2016. <http://metro.co.uk/2016/08/24/many-dead-after-earthquake-hits-central-italy-destroying-entire-towns-6086877/>
- Muthukumar S e DesRoches R. 2005. «Effect of Frame-Restoring Force Characteristics on the Pounding Response of Multiple-Frame Bridges», *Earthquake Spectra*, vol nº 21, pp. 1113 - 1135.
- Nemat-Nasser S e Guo W-G. 2006. «Superelastic and cyclic response of NiTi SMA at various strain rates and temperatures», *Mechanics of Materials*, vol nº 38, pp. 463- 474.
- NISEE. 2017. <https://nisee.berkeley.edu/elibrary/>
- Novelli V.I. 2008. The Unloading Stiffness of Reinforced Concrete Members, Dissertação de Mestrado, Universidade de Pavia.
- NP EN 1992-1-1: 2010, Projecto de estruturas de betão - Parte 1-1: Regras gerais e regras para edifícios, LNEC.
- NP EN 1998-1: 2010, Projecto de estruturas para resistência aos sismos – Parte 1: Regras gerais, acções sísmicas e regras para edifícios, LNEC.

- Otani S. 2002. Nonlinear Earthquake Response Analysis of Reinforced Concrete Buildings (Chapter 11: Member Hysteresis Models), Graduate School of Engineering, University of Tokyo, pp. 1 - 71.
- Otsuka K e Ren X. 1999. «Recent developments in the research of shape memory alloys», *Intermetallics*, vol nº7, pp. 511 - 528.
- Otsuka K e Ren X. 2004. «Mechanism of martensite aging effect», *Scripta Materialia*, vol nº 50, pp. 207 - 212.
- Otsuka K e Ren X. 2005. «Physical metallurgy of Ti–Ni-based shape memory alloys», *Progress in Materials Science*, vol nº 50, pp. 511 - 678.
- Paiva A e Savi M.A. 2005. «An overview of constitutive models for shape memory alloys», *Mathematical Problems in Engineering*, vol nº 2006, pp. 1 - 30.
- PEER. 2017. <http://ngawest2.berkeley.edu/site>
- Pereira L.M.O. 2011. Ligas com memória de forma: características e aplicações em engenharia civil, Dissertação de Mestrado, Universidade Nova de Lisboa.
- Priestley M.J.N, Calvi G.M e Kowalsky M.J. 2007. *Displacement-Based Seismic Design of Structures*, IUSS Press, pp. 1 - 721.
- Público. 2017. <http://www.publico.pt>
- Qidway M.A e Lagoudas D.C. 2000. «Numerical implementation of a shape memory alloy thermomechanical constitutive model using return mapping algorithms», *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, vol nº 47, pp. 1123 - 1168.
- Sakamoto H. 2002. «Distinction between thermal and stress-induced martensitic transformations and inhomogeneity in internal stress», *Materials Transactions*3 (9), pp.2249–2255.
- SAPO. 2016. <http://sol.sapo.pt/artigo/521435/tecnicos-fazem-alerta-dramatico-sobre-sismos>.
- Sheikh M.N, Tsang H.H e Lam N.T.K. 2010. «Yield curvature for seismic design of circular reinforced concrete columns», *Magazine of Concrete Research*, vol nº 62, pp. 741 - 748.
- Song G, Ma N e Li H-N. 2006. «Applications of shape memory alloys in civil structures», *Engineering Structures*, vol nº 28, pp. 1277 - 1274.
- Tanaka K, Kobayashi S, e Sato Y. 1986. «Thermomechanics of transformation pseudoelasticity and shape memory effect in alloys», *International Journal of Plasticity*, vol nº 2, pp. 59 - 72.
- Tarawneh A.N, Majdalaweyh S.A e Mahasneh B.Z. 2016. «The Effect of Using Hysteresis Models (Bilinear and Modified Clough on Seismic Demands of Single Degree of Freedom Systems», *American Journal of Applied Sciences*, pp. 913 - 923.

- Torra V, Auguet C, Isalgue A, Carreras G, Terriault P, Lovery F.C. 2013a. «Built in dampers for stayed cables in bridges via SMA. The SMARTeR-ESF project: A mesoscopic and macroscopic experimental analysis with numerical simulations », *Engineering Structures*, pp. 43-57
- Torra V, Isalgue A, Auguet C, Carreras G, Lovey F.C e Terriault P. 2013b. «Damping in civil engineering using SMA Part 2 – particular properties of NiTi for damping of stayed cables in bridges», *Canadian Metallurgical Quarterly*, vol n°52, n°1, pp. 81 – 89.
- Tyber J, McCormick J, Gall K, DesRoches R, Maier H.J e Maksoud A.E.A. 2007. «Structural Engineering with NiTi. I: Basic Materials Characterization», *Journal of Engineering Mechanics*, vol n°133, n° 9, pp. 1 - 10.
- Umbria. 2016. <http://www.alucinados.pt/14-fotografias-do-sismo-italia-fotografias-partir-coracao-mostram-destruicao>
- Vitiello A, Giorleo G e Morace R.E. 2005. «Analysis of thermomechanical behaviour of Nitinol wires with high strain rates», *Smart Materials and Structures*, vol n° 14, pp. 215 - 221.
- Vivet A, Orgeas L, Lexcellent C, Favier D e Bernardini J. 2001. «Shear and tensile pseudoelastic behaviours of CuZnAl single crystals», *Scripta Materialia*, vol n°45, pp.33-40.
- Warlimont H, Delaey L, Krishnan R.V e Tas H. 1974. «Thermoelasticity, pseudoelasticity and the memory effects associated with martensitic transformations. Part 3: Thermodynamics and kinetics», *Journal of Materials Science*, vol n°9, pp. 1545 -1555.
- Wikipédia. 2017. https://en.wikipedia.org/wiki/Lists_of_earthquakes.
- Wikipédia2. 2017. https://en.wikipedia.org/wiki/List_of_21st-century_earthquakes
- Ziolkowski A. 2015. *Pseudoelasticity of shape memory alloys*, Elsevier.

A. MÉTODO DE NEWTON-RAPHSON (MODELOS UNIAXIAIS DE SMA DA FAMÍLIA DE MODELOS DE TANAKA): MÓDULO DE ELASTICIDADE TANGENTE

A lei constitutiva explícita para descrição da resposta dos SMA para forças axiais é dada por:

$$\varepsilon = \frac{\sigma - \theta(T - T_0)}{E(\xi)} + \varepsilon_L \times \xi \quad (\text{A. 1})$$

A expressão do método de Newton-Raphson aplicada à lei constitutiva (C.1) pode ser escrita como:

$$\sigma_n^{i+1} = \sigma_n^i - \frac{\varepsilon(\sigma_n^i)}{\left[\frac{\partial \varepsilon(\sigma_n^i)}{\partial \sigma} \right]} \quad (\text{A. 2})$$

A derivada presente na equação (A.2) representa o inverso do módulo de elasticidade tangente. Esta derivada incorpora duas componentes. A primeira é o modelo de homogeneização. Assim, com base na alteração deste modelo podem ser obtidas três leis constitutivas distintas:

Lei constitutiva explícita + modelo de homogeneização de Voigt:

$$\varepsilon = \frac{\sigma - \theta(T - T_0)}{E_A + (E_M - E_A) \times \xi} + \varepsilon_L \times \xi \quad (\text{A. 3})$$

Lei constitutiva explícita + modelo de homogeneização de Reuss:

$$\varepsilon = \frac{\sigma - \theta(T - T_0)}{\frac{E_A E_M}{E_M + (E_A - E_M) \times \xi}} + \varepsilon_L \times \xi \quad (\text{A. 4})$$

A segunda componente é a lei cinética. Deste modo, essa derivada será calculada para a relação cinética, ξ^{AM} , caso esteja em curso a transformação direta, e para a relação cinética ξ^{MA} , caso esteja em curso a transformação inversa. Em seguida, apresentam-se as derivadas para cada lei cinética, no caso dos modelos de Reuss e de Voigt (para o modelo de Mori-Tanaka o procedimento é igual).

Lei cinética linear

Modelo de Voigt

Transformação direta (ξ^{AM}):

$$\varepsilon = \frac{\sigma - \theta(T - T_0)}{E_A + \left[(1 - \xi_0) \left(\frac{\sigma - \sigma_s^{AM}}{\sigma_f^{AM} - \sigma_s^{AM}} \right) + \xi_0 \right] \times (E_M - E_A)} + \varepsilon_L \left[(1 - \xi_0) \left(\frac{\sigma - \sigma_s^{AM}}{\sigma_f^{AM} - \sigma_s^{AM}} \right) + \xi_0 \right] \rightarrow \frac{\partial \varepsilon}{\partial \sigma} = ..$$

Transformação inversa (ξ^{MA}):

$$\varepsilon = \frac{\sigma - \theta(T - T_0)}{E_A + \left[\xi_0 \frac{\sigma - \sigma_f^{MA}}{\sigma_s^{MA} - \sigma_f^{MA}} \right] \times (E_M - E_A)} + \varepsilon_L \left[\xi_0 \frac{\sigma - \sigma_f^{MA}}{\sigma_s^{MA} - \sigma_f^{MA}} \right] \rightarrow \frac{\partial \varepsilon}{\partial \sigma} = ..$$

Modelo de Reuss

Transformação direta (ξ^{AM}):

$$\varepsilon = \frac{\sigma - \theta(T - T_0)}{\frac{E_A E_M}{E_M + (E_A - E_M) \left[(1 - \xi_0) \frac{\sigma - \sigma_s^{AM}}{\sigma_f^{AM} - \sigma_s^{AM}} + \xi_0 \right]}} + \varepsilon_L \left[(1 - \xi_0) \frac{\sigma - \sigma_s^{AM}}{\sigma_f^{AM} - \sigma_s^{AM}} + \xi_0 \right] \rightarrow \frac{\partial \varepsilon}{\partial \sigma} = ..$$

Transformação inversa (ξ^{MA}):

$$\varepsilon = \frac{\sigma - \theta(T - T_0)}{\frac{E_A E_M}{E_M + (E_A - E_M) \left[\xi_0 \frac{\sigma - \sigma_f^{MA}}{\sigma_s^{MA} - \sigma_f^{MA}} \right]}} + \varepsilon_L \left[\xi_0 \frac{\sigma - \sigma_f^{MA}}{\sigma_s^{MA} - \sigma_f^{MA}} \right] \rightarrow \frac{\partial \varepsilon}{\partial \sigma} = ..$$

Lei cinética exponencial de Tanaka et al (1986)**Modelo de Voigt****Transformação direta (ξ^{AM}):**

$$\varepsilon = \frac{\sigma - \theta(T - T_0)}{E_A + \left((\xi_0 - 1)e^{[a_M(M_S - T) + b_M \sigma]} \right) (E_M - E_A)} + \varepsilon_L \left((\xi_0 - 1)e^{[a_M(M_S - T) + b_M \sigma]} \right) \rightarrow \frac{\partial \varepsilon}{\partial \sigma} = ..$$

Transformação inversa (ξ^{MA}):

$$\varepsilon = \frac{\sigma - \theta(T - T_0)}{E_A + (\xi_0 e^{[a_A(A_S - T) + b_A \sigma]})(E_M - E_A)} + \varepsilon_L (\xi_0 e^{[a_A(A_S - T) + b_A \sigma]}) \rightarrow \frac{\partial \varepsilon}{\partial \sigma} = ..$$

Modelo de Reuss**Transformação direta (ξ^{AM}):**

$$\varepsilon = \frac{\sigma - \theta(T - T_0)}{\frac{E_A E_M}{E_M + (E_A - E_M)[(\xi_0 - 1)e^{[a_M(M_S - T) + b_M \sigma]}]}} + \varepsilon_L [(\xi_0 - 1)e^{[a_M(M_S - T) + b_M \sigma]}] \rightarrow \frac{\partial \varepsilon}{\partial \sigma} = ..$$

Transformação inversa (ξ^{MA}):

$$\varepsilon = \frac{\sigma - \theta(T - T_0)}{\frac{E_A E_M}{E_M + (E_A - E_M)[\xi_0 e^{[a_A(A_S - T) + b_A \sigma]}]}} + \varepsilon_L [\xi_0 e^{[a_A(A_S - T) + b_A \sigma]}] \rightarrow \frac{\partial \varepsilon}{\partial \sigma} = ..$$

Lei cinética de cossenos de Liang & Rogers (1990)

Modelo de Voigt

Transformação direta (ξ^{AM}):

$$\varepsilon = \frac{\sigma - \theta(T - T_0)}{E_A + \left[\frac{1 - \xi_0}{2} \cos \left[a_M \left(T - M_f - \frac{\sigma}{C_M} \right) \right] + \frac{1 - \xi_0}{2} \right] (E_M - E_A)}$$

$$+ \varepsilon_L \times \left[\frac{1 - \xi_0}{2} \cos \left[a_M \left(T - M_f - \frac{\sigma}{C_M} \right) \right] + \frac{1 - \xi_0}{2} \right] \rightarrow \frac{\partial \varepsilon}{\partial \sigma} = ..$$

Transformação inversa (ξ^{MA}):

$$\varepsilon = \frac{\sigma - \theta(T - T_0)}{E_A + \left[\frac{\xi_0}{2} \left\{ \cos \left[a_A \left(T - A_s - \frac{\sigma}{C_A} \right) \right] + 1 \right\} \right]}$$

$$+ \varepsilon_L \times \left[\frac{\xi_0}{2} \left\{ \cos \left[a_A \left(T - A_s - \frac{\sigma}{C_A} \right) \right] + 1 \right\} \right] \rightarrow \frac{\partial \varepsilon}{\partial \sigma} = ..$$

Modelo de Reuss

Transformação direta (ξ^{AM}):

$$\varepsilon = \frac{\sigma - \theta(T - T_0)}{\frac{E_A E_M}{E_M + (E_A - E_M) \left[\frac{1 - \xi_0}{2} \cos \left[a_M \left(T - M_f - \frac{\sigma}{C_M} \right) \right] + \frac{1 - \xi_0}{2} \right]}}$$

$$+ \varepsilon_L \times \left[\frac{1 - \xi_0}{2} \cos \left[a_M \left(T - M_f - \frac{\sigma}{C_M} \right) \right] + \frac{1 - \xi_0}{2} \right] \rightarrow \frac{\partial \varepsilon}{\partial \sigma} = ..$$

Transformação inversa (ξ^{MA}):

$$\varepsilon = \frac{\sigma - \theta(T - T_0)}{\frac{E_A E_M}{E_M + (E_A - E_M) \left[\frac{\xi_0}{2} \times \left\{ \cos \left[a_A \left(T - A_s - \frac{\sigma}{C_A} \right) \right] + 1 \right\} \right]}}$$

$$+ \varepsilon_L \times \left[\frac{\xi_0}{2} \left\{ \cos \left[a_A \left(T - A_s - \frac{\sigma}{C_A} \right) \right] + 1 \right\} \right] \rightarrow \frac{\partial \varepsilon}{\partial \sigma} = ..$$

Lei cinética exponencial de Lubliner & Auricchio (1996)**Modelo de Voigt****Transformação direta (ξ^{AM}):**

$$\varepsilon = \frac{\sigma - \theta(T - T_0)}{E_A + \left[(1 - \xi_0) \left[1 - e^{\left[-\beta_M \times \left(\frac{1}{C_M(T-M_f) - \sigma} - \frac{1}{C_M(M_s - M_f)} \right) \right]} \right] + \xi_0 \right] * (E_M - E_A)} +$$

$$+ \varepsilon_L \left[(1 - \xi_0) \left[1 - e^{\left[-\beta_M \times \left(\frac{1}{C_M(T-M_f) - \sigma} - \frac{1}{C_M(M_s - M_f)} \right) \right]} \right] + \xi_0 \right] \rightarrow \frac{\partial \varepsilon}{\partial \sigma} = ..$$

Transformação inversa (ξ^{MA}):

$$\varepsilon = \frac{\sigma - \theta(T - T_0)}{E_A + \left[\xi_0 \cdot e^{\left[-\beta_A \times \left(\frac{1}{\sigma - C_A(T - A_f)} - \frac{1}{C_A(A_f - A_s)} \right) \right]} \right] * (E_M - E_A)} +$$

$$+ \varepsilon_L \left[\xi_0 \cdot e^{\left[-\beta_A \times \left(\frac{1}{\sigma - C_A(T - A_f)} - \frac{1}{C_A(A_f - A_s)} \right) \right]} \right] \rightarrow \frac{\partial \varepsilon}{\partial \sigma} = ..$$

Modelo de Reuss**Transformação direta (ξ^{AM}):**

$$\varepsilon = \frac{\sigma - \theta(T - T_0)}{\frac{E_A E_M}{E_M + (E_A - E_M) \left[(1 - \xi_0) \left[1 - e^{\left[-\beta_M \times \left(\frac{1}{C_M(T-M_f) - \sigma} - \frac{1}{C_M(M_s - M_f)} \right) \right]} \right] + \xi_0 \right]}} +$$

$$+ \varepsilon_L \left[(1 - \xi_0) \left[1 - e^{\left[-\beta_M \times \left(\frac{1}{C_M(T-M_f) - \sigma} - \frac{1}{C_M(M_s - M_f)} \right) \right]} \right] + \xi_0 \right] \rightarrow \frac{\partial \varepsilon}{\partial \sigma} = ..$$

Transformação inversa (ξ^{MA}):

$$\varepsilon = \frac{\sigma - \theta(T - T_0)}{\frac{E_A E_M}{E_M + (E_A - E_M) \left[\xi_0 \cdot e^{\left[-\beta_A \times \left(\frac{1}{\sigma - C_A(T - A_f)} - \frac{1}{C_A(A_f - A_s)} \right) \right]} \right]}} +$$

$$+ \varepsilon_L \left[\xi_0 \cdot e^{\left[-\beta_A \times \left(\frac{1}{\sigma - C_A(T - A_f)} - \frac{1}{C_A(A_f - A_s)} \right) \right]} \right] \rightarrow \frac{\partial \varepsilon}{\partial \sigma} = ..$$