



**Automatização do Dimensionamento de
Elementos Estruturais em Betão Armado
com GFRP**

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

Roberto Nuno de Freitas José
MESTRADO EM ENGENHARIA CIVIL



UNIVERSIDADE da MADEIRA

A Nossa Universidade

www.uma.pt

setembro | 2013

UMa

Aut

T/M UHA
624
JOS AUT
Ex.1

72776

Automatização do Dimensionamento de Elementos Estruturais em Betão Armado com GFRP

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

Roberto Nuno de Freitas José

MESTRADO EM ENGENHARIA CIVIL

UNIVERSIDADE DA MADEIRA
SECTOR DE DOCUMENTAÇÃO
E ARQUIVO

ORIENTADOR

Paulo Miguel de Macedo França

CO-ORIENTADOR

Patrícia Carlota Costa Escórcio

Our imagination is the only limit to what we can hope to have in the future.

Charles Kettering

AGRADECIMENTOS

Ao Professor Paulo França e à Professora Patrícia Escórcio pela orientação desta dissertação, tempo despendido e conhecimentos transmitidos.

Ao Engenheiro Lino Borges e à Engenheira Patrícia Borges pelo apoio, disponibilidade e, sobretudo, pelo constante incentivo ao longo de todo este percurso acadêmico.

Aos meus amigos pelo apoio e companheirismo.

Aos meus pais e ao meu irmão por tudo, desde sempre.

RESUMO

A presente dissertação teve como objetivo o desenvolvimento de uma aplicação informática para automatização do dimensionamento de elementos de betão armado com GFRP, através da utilização de guias e normas existentes.

O documento elaborado apresenta uma breve síntese da situação atual do estado do conhecimento (estado da arte) nesta temática, uma abordagem aos conceitos de dimensionamento, de elementos estruturais baseados em documentos normativos, e alguns conceitos sobre a programação efetuada, quer através da descrição das metodologias quer por esquematização em figuras. Neste documento é, também, descrito o funcionamento geral do programa, exemplos de aplicação prática e breves considerações sobre o trabalho desenvolvido.

A aplicação efetua o cálculo de vigas e lajes de acordo com o guia do *Committee 440* do *American Concrete Institute*, ACI 440.1R-06 – “Guide for the Design and Construction of Structural Concrete Reinforced with FRP Bars”, bem como através de uma análise não linear, como descrito na norma NP EN 1992: Eurocódigo 2 – “Projecto de estruturas de betão”. Foram ainda realizados cálculos para determinação de diagramas de interação de flexão composta, com pares de esforços axiais e de flexão, utilizados para o dimensionamento de colunas.

No final do desenvolvimento da aplicação o programa foi testado com exemplos de dimensionamento, para que fosse possível realizar uma análise crítica aos resultados obtidos e ao próprio modo de funcionamento da aplicação.

PALAVRAS-CHAVE

ACI 440.R-06

análise não linear

flexão composta

polímero reforçado com fibras de vidro

ABSTRACT

The present dissertation was elaborated to describe the development of a desktop application that would automate the design of reinforced concrete elements with GFRP through the use of existing guides and norms.

This document gives a brief overview on the current state within this theme, makes an approach to the concepts of structural design as well as program development. This document also describes the overall functioning of the program, a showcase with examples of practical applications and brief considerations on the developed work.

This application performs the design of beams and slabs according to the guide reported by American Concrete Institute Committee 440, the ACI 440.1R-06 - "Guide for the Design and Construction of Structural Concrete Reinforced with FRP Bars", also estimates a non-linear analysis on the referred structural elements, as the described in the standard NP EN 1992: Eurocode 2 - "Projecto de estruturas de betão". It also determines pairs of bending and axial forces needed to create interaction diagrams, used for sizing columns.

This application was tested with practical examples, so that quantitative results could be obtained and a critical analysis of the data could be performed as well as a critical analysis of the application.

KEYWORDS

ACI 440.R-06

bending and axial force

glass fiber-reinforced polymer

nonlinear analysis

ÍNDICE

<u>CAPÍTULO 1 - INTRODUÇÃO</u>	1
1.1. ENQUADRAMENTO GERAL.....	2
1.2. OBJETIVOS.....	4
1.3. ORGANIZAÇÃO.....	5
<u>CAPÍTULO 2 - ESTADO DA ARTE</u>	7
<u>CAPÍTULO 3 - DIMENSIONAMENTO</u>	27
3.1. ASPETOS GERAIS.....	28
3.2. PROPRIEDADES DOS MATERIAIS.....	29
3.2.1. BETÃO.....	29
3.2.2. VARÕES DE GFRP.....	30
3.3. AÇII 440.1R-06.....	35
3.3.1. PROPRIEDADES DE DIMENSIONAMENTO.....	35
3.3.2. FLEXÃO.....	36
3.3.3. CORTE.....	39
3.3.4. COMPRIMENTO DE AMARRAÇÃO.....	41
3.3.5. DEFORMAÇÃO.....	42
3.3.6. TENSÕES.....	44
3.3.7. FENDILHAÇÃO.....	44
3.4. FLEXÃO COMPOSTA.....	44
3.5. ANÁLISE ESTRUTURAL NÃO LINEAR.....	48
3.6. CONSIDERAÇÕES.....	50
<u>CAPÍTULO 4 - DESENVOLVIMENTO DA APLICAÇÃO</u>	53

4.1.	ASPETOS GERAIS	54
4.2.	DESCRIÇÃO DO PROGRAMA	56
4.3.	CONSIDERAÇÕES	60
<u>CAPÍTULO 5 - APLICAÇÃO PRÁTICA</u>		63
5.1.	COMPARAÇÃO DE RESULTADOS.....	64
5.1.1.	EXEMPLO VIGA RETANGULAR (ACI 440.1R-06 [2])	64
5.1.2.	EXEMPLO LAJE FUNGIFORME (CAMACHO [10])	67
5.2.	CASOS PARTICULARES.....	70
5.2.1.	ANÁLISE PARAMÉTRICA	70
5.2.2.	FLEXÃO COMPOSTA.....	74
<u>CAPÍTULO 6 - CONSIDERAÇÕES FINAIS</u>		79
6.1.	CONCLUSÕES.....	80
6.2.	DESENVOLVIMENTOS FUTUROS	82
<u>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS</u>		83
<u>ANEXOS</u>		89
ANEXO A – DIAGRAMAS DE INTERAÇÃO DE FLEXÃO COMPOSTA.....		90
ANEXO B – GUIA DE UTILIZAÇÃO.....		93
ANEXO B.1 – GUIA GENÉRICO		93
ANEXO B.2 – APLICAÇÃO A CASO PRÁTICO		101
ANEXO C – COMPARAÇÃO DE RESULTADOS		107
ANEXO C.1 – EXEMPLO VIGA RETANGULAR (ACI 440.1R-06 [2])		107
ANEXO C.2 – EXEMPLO LAJE FUNGIFORME (CAMACHO [10]) ...		114

ÍNDICE DE FIGURAS

FIGURA 2.1: Varões de GFRP comercializados (retirado de ACI [2])	9
FIGURA 2.2: Diagrama Tensão vs. Extensão de distintos tipos de fibras, do aço convencional (A500) e de cordões de aço de pré-esforço (retirado de Barros [9])	9
FIGURA 2.3: Técnica de entaçamento (retirado de Gonilho-Pereira, Fangueiro e Jalali [21])	10
FIGURA 2.4: Produtos FRP para construções em betão armado: a) varões; b) armaduras de flexão e corte; c) laminados; e d) “gaiolas” (retirado de Rizkalla, Hassan e Hassan [43])	16
FIGURA 2.5: Exemplo de dimensionamento com varões de GFRP (retirado de Feeser e Brown [18])	18
FIGURA 2.6: Modelo ensaído (retirado de He, Ou e Wang [22])	19
FIGURA 2.7: Sika CarboDur® software (retirado de [48])	25
FIGURA 3.1: Rotura por esmagamento do betão (retirado de ACI 440.1R-06 [2]). ...	37
FIGURA 3.2: Rotura da armadura (retirado de ACI 440.1R-06 [2])	38
FIGURA 3.3: Gráfico de interação Esforço de Compressão-Esforço de Flexão.	45
FIGURA 3.4: Esquemática da flexão composta.	46
FIGURA 3.5: Diagrama parábola-retângulo para o betão comprimido (retirado do EC2 [39]).	47
FIGURA 3.6: Esquemática do Método do Diagrama Retangular Simplificado. ...	47
FIGURA 3.7: Representação esquemática da relação tensões-extensões para a análise estrutural (retirado do EC2 [39])	48
FIGURA 3.8: Esquemática da flexão simples em análises não lineares.	49
FIGURA 4.1: Fluxograma descritivo do funcionamento geral do programa.	56
FIGURA 4.2: Sequência de seleção de armadura de um novo elemento.	57
FIGURA 4.3: Sequência de elaboração de diagramas de interação.	57

FIGURA 4.4: Fluxograma descritivo da análise não linear.	58
FIGURA 5.1: Modelo de cálculo do exemplo do ACI [2].....	64
FIGURA 5.2: Resultados da análise não linear do exemplo viga retangular (ACI 440.1R-06 [2]).....	66
FIGURA 5.3: Planta estrutural da laje fungiforme (retirado de Camacho [10]).	67
FIGURA 5.4: Modelo de cálculo das vigas utilizadas na análise paramétrica	70
FIGURA 5.5: Comparativo entre os esforços positivos obtidos pelo programa e método do ACI.....	73
FIGURA 5.6: Comparativo entre os esforços negativos obtidos pelo programa e método do ACI.....	73
FIGURA 5.7: Seção do pilar verificado.....	75
FIGURA 5.8: Diagrama de flexão composta para pilar com armadura longitudinal em aço.....	76
FIGURA 5.9: Diagrama de flexão composta para pilar com armadura longitudinal em GFRP.....	77
FIGURA A.1: Flexão composta - compressão pura.	90
FIGURA A. 2: Flexão composta – secção em compressão.	90
FIGURA A.3: Flexão composta – secção com compressão e tração de reduzida excentricidade.....	91
FIGURA A.4: Flexão composta – secção com compressão e tração de média excentricidade.....	91
FIGURA A.5: Flexão composta – flexão pura	91
FIGURA B.1: Display genérico do programa.....	93
FIGURA B.2: Menu “Ficheiro”.	94
FIGURA B.3: Representação do ecrã de escolha do tipo de análise.....	94

FIGURA B.4: Ecrã de escolha do tipo de elemento estrutural.	95
FIGURA B.5: Ecrã de escolha do tipo de secção do elemento estrutural: a) viga; b) laje; c) pilar.	95
FIGURA B.6: Ecrã de definição de secções em novos elementos estruturais: a) viga; b) laje; c) pilar.	95
FIGURA B.7: Ecrã de definição de secções em elementos estruturais existentes: a) viga; b) laje; c) pilar.	96
FIGURA B.8: Representação da introdução de valores.	96
FIGURA B.9: Ecrã de introdução de propriedades de betão.	97
FIGURA B.10: Ecrã de introdução de propriedades de armadura.	97
FIGURA B.11: Ecrã de definição de aspetos construtivos: a) novo elemento; b) elemento existente.	98
FIGURA B.12: Ecrã de introdução de esforços atuantes no dimensionamento de novo elemento.	99
FIGURA B.13: Ecrã de definição armadura em elemento viga: a) flexão; b) corte; c) esquema.	99
FIGURA B.14: Ecrã de definição armadura em elemento laje: a) visualização; b) esquema.	99
FIGURA B.15: Ecrã de definição armadura em elemento pilar: a) visualização; b) esquema.	100
FIGURA B.16: Ecrã de introdução de esforços atuantes no dimensionamento de uma nova viga.	100
FIGURA B.17: Passo 1 – Definir o tipo de análise a realizar.	101
FIGURA B.18: Passo 2 – Escolher o tipo de elemento estrutural.	101
FIGURA B.19: Passo 3 – Escolher o tipo de secção.	102
FIGURA B.20: Passo 4 – Definir as propriedades geométricas do elemento.	102
FIGURA B.21: Passo 5 – Definir as características do betão.	103
FIGURA B.22: Passo 6 – Definir as características da armadura.	103

FIGURA B.23: Passo 7 – Definir aspetos construtivos de acordo com o ACI.....	104
FIGURA B.24: Passo 8 – Indicar armadura de flexão existente.....	104
FIGURA B.25: Passo 9 – Indicar armadura de corte existente	105
FIGURA B.26: Passo 10 – Indicar esforços de serviço.....	105
FIGURA B.27: Passo 11 – Display de resultados da análise	106

ÍNDICE DE TABELAS

TABELA 3.1: Características de resistência e de deformação do betão (adaptado do EC2 [39]).	30
TABELA 3.2: Propriedades típicas do aço e dos FRP existentes (adaptado de Barros [9]).	31
TABELA 3.3: Características físicas dos varões de GFRP da Schöck Combar® [46].	32
TABELA 3.4: Características físicas dos varões de GFRP da V-Rod® [41].	32
TABELA 3.5: Características físicas dos varões de GFRP da Aslan™ 100 [25].	32
TABELA 3.6: Propriedades mecânicas dos varões de GFRP da Schöck Combar® [46].	33
TABELA 3.7: Propriedades mecânicas dos varões de GFRP da V-Rod® [41].	33
TABELA 3.8: Propriedades mecânicas dos varões de GFRP da Aslan™ 100 serie [25].	33
TABELA 3.9: Vantagens e desvantagens dos varões de GFRP (adaptado de ACI [2]).	34
TABELA 3.10: Características físicas típicas de varões de GFRP (adaptado de ACI [2]).	35
TABELA 3.11: Fator de redução ambiental e condições de exposição (C_E) (adaptado de ACI [2]).	36
TABELA 5.1: Propriedades dos varões de GFRP para um dado fabricante (retirado de ACI [2]).	64
TABELA 5.2: Resultados (síntese) do exemplo viga retangular (ACI 440.1R-06 [2]).	65
TABELA 5.3: Resultados (síntese) do exemplo laje fungiforme – Esforços positivos (Camacho [10]).	Error! Bookmark not defined.

TABELA 5.4: Resultados (síntese) do exemplo laje fungiforme – Esforços negativos (Camacho [10]).	69
TABELA 5.5: Propriedades geométricas das vigas utilizadas na análise paramétrica.	70
TABELA 5.6: Conjunto de varões por secção utilizados na análise paramétrica.	71
TABELA 5.7: Percentagens de armadura consideradas na análise paramétrica.	71
TABELA 5.8: Momentos nominais utilizados na análise paramétrica.	72
TABELA 5.9: Comparação dos resultados obtidos na análise paramétrica.	74
TABELA 5.10: Resultados da aplicação de flexão composta a pilar com armadura longitudinal em aço.	75
TABELA 5.11: Resultados da aplicação de flexão composta a pilar com armadura longitudinal em aço.	76
TABELA B.1: Valor de cálculo para armadura da Schöck Combar®.	97
TABELA C.1: Resultados do exemplo viga retangular – Propriedades do elemento.	107
TABELA C.2: Resultados do exemplo viga retangular – Resultados da Análise...	108
TABELA C.3: Resultados do exemplo viga retangular – Análise Não Linear.	111
TABELA C.4: Resultados do exemplo viga retangular – Análise Não Linear (resultados).	113
TABELA C.5: Resultados do exemplo laje fungiforme – Propriedades do elemento.	114
TABELA C.6: Resultados do exemplo laje fungiforme – Resultados da Análise...	115

ÍNDICE DE EQUAÇÕES

EQUAÇÃO 3.1: Tensão de rotura de dimensionamento (ACI 440.1R 7-1).....	36
EQUAÇÃO 3.2: Extensão de rotura de dimensionamento (ACI 440.1R 7-2).....	36
EQUAÇÃO 3.3: Percentagem equilibrada de armadura (ACI 440.1R 8-3)	37
EQUAÇÃO 3.4: Percentagem de armadura (ACI 440.1R 8-2).....	37
EQUAÇÃO 3.5: Momento nominal por esmagamento do betão (ACI 440.1R 8-4a) .	38
EQUAÇÃO 3.6: Tensão instalada nos varões de FRP (ACI 440.1R 8-4d)	38
EQUAÇÃO 3.7: Momento nominal por rotura do FRP (ACI 440.1R 8-6b)	38
EQUAÇÃO 3.8: Distância da fibra comprimida mais afastada à L.N. (ACI 440.1R 8-6c)	38
EQUAÇÃO 3.9: Fator de redução do momento nominal (ACI 440.1R 8-1)	39
EQUAÇÃO 3.10: Momento resistente (ACI 440.1R 8-1).....	39
EQUAÇÃO 3.11: Armadura mínima (ACI 440.1R 8-8 adaptado de fib 40 [19])	39
EQUAÇÃO 3.12: Resistência à tração em zonas dobradas (ACI 440.1R 7-3)	40
EQUAÇÃO 3.13: Capacidade resistente ao corte pelo betão (ACI 440.1R 9-1).....	40
EQUAÇÃO 3.14: Posição da Linha Neutra.....	40
EQUAÇÃO 3.15: Relação profundidade da linha neutra e altura útil da armadura...	40
EQUAÇÃO 3.16: Capacidade resistente ao corte pelo FRP (ACI 440.1R 9-5).....	40
EQUAÇÃO 3.17: Resistência de cálculo em zonas dobradas (ACI 440.1R 9-3)	40
EQUAÇÃO 3.18: Armadura de corte mínima (ACI 440.1R 9-7).....	41
EQUAÇÃO 3.19: Capacidade resistente ao punçoamento pelo betão (ACI 440.1R 9-8)	41
EQUAÇÃO 3.20: Capacidade resistente ao corte.....	41
EQUAÇÃO 3.21: Esforço de Corte resistente.....	41

EQUAÇÃO 3.22: Comprimento de amarração máximo (AC440.1R-06 11-7)	41
EQUAÇÃO 3.23: Comprimento de amarração (ACI 440.1R 11-6)	41
EQUAÇÃO 3.24: Tensão no varão.....	42
EQUAÇÃO 3.25: Tensão desenvolvida no varão (ACI 440.1R 11-3).....	42
EQUAÇÃO 3.26: Comprimento de amarração máximo (AC440.1R-06 11-7)	42
EQUAÇÃO 3.27: Inércia da secção fendilhada (AC440.1R-06 8-11).....	42
EQUAÇÃO 3.28: Momento de fendilhação	43
EQUAÇÃO 3.29: Resistência característica do betão à tração.....	43
EQUAÇÃO 3.30: Inércia efetiva (AC440.1R-06 8-13a)	43
EQUAÇÃO 3.31: Coeficiente de redução (AC440.1R-06 11-13b).....	43
EQUAÇÃO 3.32: Deformação a longo prazo (AC440.1R-06 8-15)	43
EQUAÇÃO 3.33: Deformação instantânea.....	43
EQUAÇÃO 3.34: Tensão em serviço (AC440.1R-06 8-16)	44
EQUAÇÃO 3.35: Distância entre fendas (AC440.1R-06 8-9).....	44
EQUAÇÃO 3.36: Tensão instalada em serviço	44
EQUAÇÃO 3.37: Capacidade resistente da secção a esforços de compressão	46
EQUAÇÃO 3.38: Capacidade resistente da secção a esforços de flexão.....	46
EQUAÇÃO 3.39: Tensão no FRP	46
EQUAÇÃO 3.40: Força no FRP	46
EQUAÇÃO 3.41: Tensão de compressão no betão	47
EQUAÇÃO 3.42: Força de compressão do betão	47
EQUAÇÃO 3.43: Tensão de compressão no betão (análise não linear)	48
EQUAÇÃO 3.44: Valor médio da tensão de rotura do betão à compressão	48
EQUAÇÃO 3.45: Fator k (análise não linear)	48
EQUAÇÃO 3.46: Fator η (análise não linear).....	48
EQUAÇÃO 3.47: Extensão do betão (análise não linear)	49

EQUAÇÃO 3.48: Força de compressão do betão (análise não linear)	49
EQUAÇÃO 3.49: Equilíbrio axial.....	49
EQUAÇÃO 3.50: Equilíbrio de momentos	50
EQUAÇÃO 3.51: Força de compressão do betão (análise não linear)	50
EQUAÇÃO 3.52: Posição do centro de gravidade do centróide (análise não linear)	50

NOMENCLATURA

ACI: American Concrete Institute.

A_f: área de armadura [mm²]. ; área de betão sujeita à compressão [mm²].

A_{f,v}: armadura de flexão [mm²].

A_{f,v,min}: armadura mínima de flexão [mm²].

A_{f,v,min}: armadura de corte mínima [mm²].

A_{f,v/s}: armadura transversal [mm²].

b: largura da secção [mm].

b.a.: betão armado.

b₀: perímetro crítico [mm].

b_w: largura da alma da secção [mm].

c: posição da linha neutra [mm].

C: dimensão do recobrimento [mm].

c_b: distância da fibra comprimida mais afastada à linha neutra [mm].

C_E: fator de redução ambiental.

d: altura útil da secção [mm].

d_b: diâmetro do varão de FRP [mm].

d_c: espessura de recobrimento [mm].

E_c: módulo de elasticidade do betão [GPa].

EC2: Eurocódigo 2 - Projeto de estruturas de betão.

E_{cm}: módulo de elasticidade secante do betão [GPa].

E_f: módulo de elasticidade do FRP [GPa].

F_c: força de compressão no betão [kN].

f_{ck}: resistência de compressão característica do betão [MPa].

f_{cm}: valor médio da tensão de rotura do betão à compressão [MPa].

f_f: tensão instalada nos varões de FRP [MPa].

F_f: força no FRP [kN].

f_{f,s}: tensão em serviço [MPa].

f_{fb}: resistência à tração em zonas dobradas [MPa].

f_{fe}: tensão desenvolvida no varão [MPa].

f_{fr}: tensão no varão [MPa].

f_{fu}: tensão de rotura de cálculo [MPa].

f_{fv}: resistência de cálculo em zonas dobradas [MPa].

F_n: capacidade resistente da secção a esforços de compressão [kN].

f_r: resistência característica do betão à tração [MPa].

FRP: polímeros reforçados com fibras.

GFRP: Glass Fiber Reinforced Polymer.

h: altura da secção [mm].

I_{cr}: inércia da secção fendilhada [mm⁴].

I_e: inércia efetiva da secção [mm⁴].

I_g: inércia da secção [mm⁴].

k: *relação entre a profundidade da linha neutra e altura útil da armadura.*

k_b : coeficiente de aderência Betão-FRP.

l : comprimento do vão [mm].

L.N.: Linha Neutra.

l_{bd} : comprimento de amarração [mm].

l_e : comprimento do varão embebido [mm].

M_{cr} : momento de fendilhação [kNm].

MDRS: Método do Diagrama Retangular Simplificado.

M_n : capacidade resistente da secção a esforços de flexão [kNm]. ; momento nominal [kNm].

M_s : momento atuante [kNm].

M_{ser} : momento aplicado [kNm].

M_u : momento de cálculo [kNm].

MVC: Model View Controller.

POO: programação orientada a objetos.

r_b : raio do varão de FRP [mm].

s : espaçamento armadura transversal FRP [mm].

V_c : resistência ao corte do betão [kN].

V_f : resistência ao corte pelo FRP [kN].

V_n : capacidade resistente ao corte [kN].

V_u : esforço de corte de cálculo [kN].

w : provável abertura de fendas [mm].

y_{LN} : posição da L.N. [mm].

α : fator de modificação.

β relação entre a distância à fibra extrema traccionada e ao centro de gravidade das armaduras.

β_1 : fator de redução da resistência do betão.

β_d : coeficiente de redução.

Δ_i : deformação instantânea [mm].

Δ_{LT} : deformação a longo prazo [mm].

ϵ_c : extensão do betão correspondente à tensão máxima f_c [‰].

ϵ_{c1} : extensão do betão correspondente à tensão máxima f_c [‰].

ϵ_{cu} : extensão última do betão [‰].

ϵ_f : extensão FRP [‰].

ϵ_{fu} : extensão de rotura de cálculo [‰].

η_f : relação entre o módulo de elasticidade dos varões de FRP com o do betão.

ξ : fator de tempo.

ρ_f : razão de armadura.

ρ_{fb} : razão equilibrado de armadura.

σ_c : tensão de compressão no betão [MPa].

σ_f : tensão FRP [MPa].

Φ : fator de redução de esforços nominais.

CAPÍTULO 1 - INTRODUÇÃO

1.1. ENQUADRAMENTO GERAL

A construção de estruturas em betão armado) é realizada, pela engenharia civil, desde meados do século XIX [19]. A existência, a nível global, de inúmeros organismos e regulamentos especializados em estruturas de betão armado demonstra, *per si*, a grande importância que é dada a este tipo de solução no campo da engenharia de estruturas.

No entanto e, apesar de a combinação dos materiais betão e aço possuírem boas propriedades para a utilização como solução estrutural, aspetos relacionados com a durabilidade constituem uma das suas principais lacunas, que levam, por vezes, à necessidade de intervenções posteriores de modo a salvaguardar condições de serviço e segurança das estruturas [12].

Como tal, as intervenções efetuadas para efeitos de reabilitação, reforço e manutenção de estruturas em betão com armaduras de aço - as designadas estruturas de betão armado convencionais - representam um encargo económico significativo. Originando a necessidade de desenvolvimento e utilização de novas soluções que garantam condições de durabilidade, sustentabilidade e segurança necessárias, para que as estruturas projetadas sejam viáveis a todos os níveis, minimizando o número de intervenções significativas durante a vida útil das mesmas [19].

Apesar de existirem diversos aspetos, como a definição de alturas mínimas de recobrimento ou a utilização de betões de elevada resistência, que podem ser considerados, tanto em fase de projeto como na de construção de estruturas, para garantir durabilidade e funcionalidade das mesmas, a constante utilização do material aço nas estruturas de betão armado acaba por constituir um dos maiores entraves à plena realização desses objetivos [10].

O desenvolvimento de novos materiais compósitos, em especial os polímeros reforçados com fibras, do inglês *Fiber-Reinforced Polymers* ou *Fiber-Reinforced Plastic* (FRP), surge como uma das alternativas possíveis, quer para soluções de reforço estrutural, quer para a construção de novos elementos estruturais.

Atualmente são comercializados três tipos de FRP, fibra de aramida, fibra de carbono e fibra de vidro, que possuem características como elevada resistência química, transparência eletromagnética, bom isolamento térmico, acústico e elétrico e o facto de estarem menos sujeitos aos fenómenos de corrosão tradicionais [38].

Os fatores descritos em conjunto com elevada resistência à tração e à fadiga, reduzido peso próprio e preço inferior, comparado aos restantes polímeros, fazem do GFRP (*Glass Fiber Reinforced Polymers*) um material com propriedades suficientemente interessantes para constituir uma solução alternativa a nível de material estrutural, na engenharia civil.

O artigo de pesquisa, Nanni [37], sobre o estado da arte acerca da utilização de compósitos de FRP em estruturas de betão, publicado em 2003, refere que apesar de existirem alguns aspetos a resolver (ligação betão-varão, a falta de normas para reforço sísmico ou o desenvolvimento de métodos de teste para garantias de qualidade), os varões de GFRP seriam os que mais hipóteses teriam de dominar o mercado dos FRP em elementos estruturais.

O desenvolvimento de *guidelines* para o dimensionamento e de especificações técnicas de materiais FRP por entidades como o *American Concrete Institute* (ACI) [2], *American Association of State Highway and Transportation Officials* (AASHTO) [1], *Canadian Standards Association* (CSA) [11], *Fédération Internationale du Béton* (*fib*) [19], *Intelligent Sensing for Innovative Structures* (ISIS) [27], *Japan Society of Civil Engineers* (JSCE) [28] e o *Italian National Research Council* (CNR) [13], demonstra o esforço que tem sido despendido para a utilização destes materiais em elementos estruturais.

Apesar de os primeiros relatórios desenvolvidos, pelas entidades referidas, serem na sua maioria direcionados para situações de reforço de estruturas, através da colocação de elementos de FRP por ligações externas e internas, regista-se o surgimento de documentos disponibilizando informações para dimensionamento de elementos estruturais de betão armado com FRP.

Mas a utilização destes materiais, na engenharia civil, é algo recente e, como tal, existem sempre reticências na sua escolha, em detrimento dos materiais

convencionais, quer seja pelo desconhecimento das propriedades, quer seja pela falta de conhecimentos para dimensionamento de elementos estruturais utilizando estes materiais.

Estes aspetos, juntamente com a escassez de recursos que facilitem o trabalho de projeto, como são os regulamentos normativos específicos e as ferramentas automatizadas para cálculo, fazem com que a utilização destes materiais como solução estrutural encontre dificuldades para se estabelecerem como soluções correntes na engenharia de estruturas. Para os projetistas, as estruturas com FRP são um desafio pelas inúmeras variáveis existentes, sendo um processo de dimensionamento iterativo, em que a utilização de ferramentas automatizadas pode permitir não só um processo mais rápido como também mais eficiente.

1.2. OBJETIVOS

A elaboração desta dissertação teve como objetivo o desenvolvimento de um programa de cálculo automático para o dimensionamento de elementos estruturais em betão armado com varões de GFRP de acordo com a documentação existente para o efeito.

O desenvolvimento de uma ferramenta que permita dimensionar elementos estruturais que utilizem FRP de forma expedita, económica e segura, poderá ser uma forma de vencer alguns dos entraves existentes na difusão destes materiais na engenharia civil.

Os documentos disponíveis para efeitos de dimensionamento, e que são indicados no capítulo seguinte deste trabalho, encontram-se elaborados de forma a poderem ser aplicados a qualquer um dos três polímeros disponíveis no mercado, bem como a outros que possam, eventualmente, surgir.

A metodologia de cálculo utilizada na aplicação é baseada nos documentos do *American Concrete Institute*, o ACI 440.1R-06 [2] e em conceitos, de betão armado, descritos no Eurocódigo 2 (EC2) [39].

A aplicação desenvolvida tem por objetivo ser intuitiva, através de um *interface* simples e de rápida utilização, para que com os devidos conhecimentos de dimensionamento de estruturas, possam ser realizados os cálculos de dimensionamento de elementos de estruturas de betão armado com varões de GFRP.

A ligação a programas externos, como folhas de cálculo (*Microsoft Excel*), foi outro fator tido em conta, no desenvolvimento da aplicação, de modo a permitir a exportação dos resultados obtidos e, eventual, manipulação de dados pelo utilizador.

Posteriormente, serão apresentados resultados da utilização do *software* em exemplos de dimensionamento, de modo a que seja demonstrado o funcionamento global do programa, bem como as suas diversas funcionalidades e o seu modo de utilização.

De forma resumida, os principais objetivos deste trabalho são:

- Elaboração de um programa informático que possibilite o dimensionamento de elementos de betão armado com varões de GFRP;
- Aplicação prática a diferentes exemplos.

1.3. ORGANIZAÇÃO

A presente dissertação encontra-se estruturada em diversos capítulos, e subcapítulos, da forma abaixo discriminada:

- **INTRODUÇÃO**

Enquadramento geral do tema desta dissertação, descrição dos objetivos preconizados para a realização deste trabalho e organização definida para o presente documento.

- **ESTADO DA ARTE**

Descrição do estado do conhecimento de betão armado com varões de GFRP, introdução aos materiais FRP, indicação cronológica da documentação para

dimensionamento existente, síntese de alguns estudos científicos realizados e conclusões obtidas. Breve sumarização dos estudos realizados em Portugal, a nível académico, e enumeração de programas de cálculo, para elementos de FRP, disponíveis.

- DIMENSIONAMENTO

Indicação de aspetos gerais de dimensionamento, descrição dos materiais utilizados nas estruturas de betão armado com varões de GFRP e descrição das expressões utilizadas para o desenvolvimento do *software*.

- DESENVOLVIMENTO DA APLICAÇÃO

Descrição da aplicação desenvolvida no âmbito desta dissertação, indicando-se as considerações e metodologias adotadas, apresentando-se, também, os diferentes componentes gráficos do programa.

- APLICAÇÃO PRÁTICA

Aplicação do *software* desenvolvido a diferentes exemplos de elementos de betão armado com varões de GFRP, bem como a realização de uma análise paramétrica para demonstração das vantagens da utilização do programa.

- CONSIDERAÇÕES FINAIS

Apresentação das conclusões gerais desta dissertação e sugestões de possíveis desenvolvimentos futuros a aplicar ao *software* desenvolvido.

CAPÍTULO 2 - ESTADO DA ARTE

As características da combinação dos materiais betão e aço, tais como a elevada resistência à compressão e à tração, a facilidade de execução numa enorme variedade de elementos ou, ainda, a relativa facilidade de obtenção dos referidos materiais, tornaram este conjunto numa solução utilizada a nível global.

Desde que o betão armado convencional começou a ser utilizado, inúmeros organismos foram criados como o *Canadian Society for Civil Engineering* (CSCE) em 1887 no Canadá, o ACI em 1904 nos Estados Unidos da América ou o *Comité Euro-Internationale du Béton* (CEB) em 1953 [19].

Estes, e outros organismos, publicaram várias normas para o dimensionamento de elementos em betão armado, como o “Building Code” e o “ACI 318 – Building code requirements for structural concrete” pelo ACI, em 1910 e 1941, respetivamente, ou as recomendações do CEB em 1964 [19].

As estruturas de betão armado convencionais, constituídas pelos materiais betão e aço, apresentam de início, capacidade de proteção contra a corrosão, geralmente, através de camadas de recobrimento de betão, o que permite a realização de estruturas com condições, aparentes, de durabilidade e funcionamento em serviço. No entanto, a degradação das camadas de proteção das armaduras originam fenómenos de corrosão que conduzem à degradação do aço e que, em casos extremos, poderão levar à perda das condições de segurança das estruturas [2].

Deste modo, nem a utilização de betão de elevada qualidade garante resistência em ambientes agressivos, que proporcionam elevada fendilhação, nem evita o desaparecimento da película passiva que envolve os varões de aço, e que conduz à corrosão das armaduras [29].

O desenvolvimento de materiais compósitos, envoltos em resinas poliméricas e reforçados com fibras, designados por FRP, cujas propriedades como o não serem corrosíveis, não possuírem condutividade magnética, possuírem elevada resistência à tração e à fadiga e reduzido peso próprio, fazem com que a aplicação deste tipo de materiais se torne atrativo para a engenharia civil. Na figura seguinte apresenta-se um exemplo de varões de GFRP comercializados.

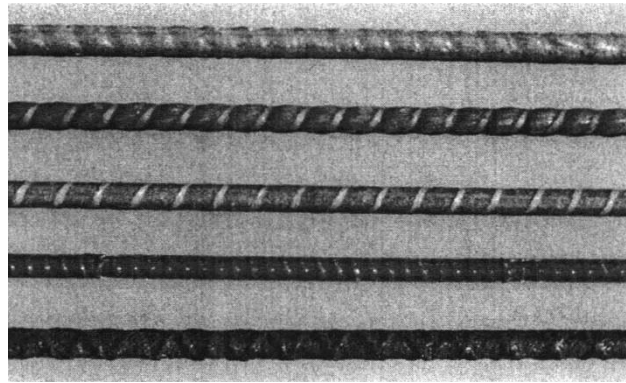


FIGURA 2.1: Varões de GFRP comercializados (retirado de ACI [2])

Mas, como qualquer outro material, os FRP, possuem características que acabam por condicionar a sua aplicação como o facto de serem materiais anisotrópicos, em que a elevada capacidade resistente é dada apenas na direção longitudinal. Apresentam ainda um comportamento elástico até à rotura, i.e., os FRP possuem uma extensão que aumenta com o incremento da tensão mas não possuem um patamar em que para uma mesma tensão exista extensão, o designado comportamento dúctil característico do aço, este facto é visível na FIGURA 2.2¹.

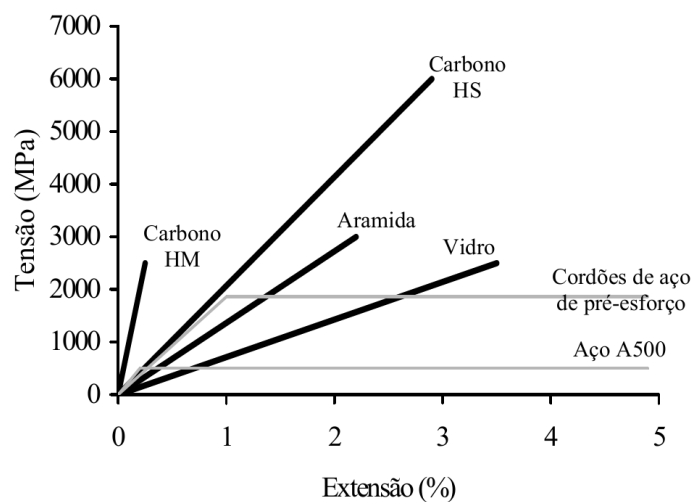


FIGURA 2.2: Diagrama Tensão vs. Extensão de distintos tipos de fibras, do aço convencional (A500) e de cordões de aço de pré-esforço (retirado de Barros [9])

Pode ser analisado, na figura anterior, a já referida elevada capacidade de resistência que os materiais FRP possuem quando comparados ao aço convencional, e mesmo aos cordões de pré-esforço.

¹ HS significa elevada resistência e HM elevado módulo

O facto de estes materiais possuírem um comportamento frágil, entrando em colapso sem apresentarem evidência de rotura, é um dos aspetos que mais condiciona a sua escolha como material estrutural por parte dos projetistas.

O fabrico de materiais compósitos de polímeros reforçados com fibras pode ser realizado através de processos manuais como a tecelagem, que envolve a construção de camadas de vidro cortadas ou esteiras de tecido de vidro tecido impregnado com resina em torno de um molde adequado, por compressão. Este processo consiste na aplicação de uma carga no molde, que é depois fechado e mantido a pressão elevada e, seguidamente, aquecido para iniciar a cura [31].

Aguiar e Camões [3], em 2010, constataram, através da análise dos efeitos de temperatura e de carga, atuando simultaneamente, em estruturas reforçadas com FRP, que as resinas epóxi tendem a perder as suas características quando sujeitas a temperaturas mais elevadas, devendo este ser um fator relevante na escolha do material a utilizar.

Outros modos de fabrico possível são o entrançamento (FIGURA 2.3), processo em que filamentos contínuos de fibra, - chamadas mechas - estão saturadas com resina e são enrolados helicoidalmente em torno de um mandril, e o fabrico por pultrusão, processo de produção automatizado, que impregna, de forma contínua, resina de fibra de reforço, através de um molde aquecido, dando forma à secção transversal desejada, sem que existam limitações de comprimento das peças fabricadas [31].

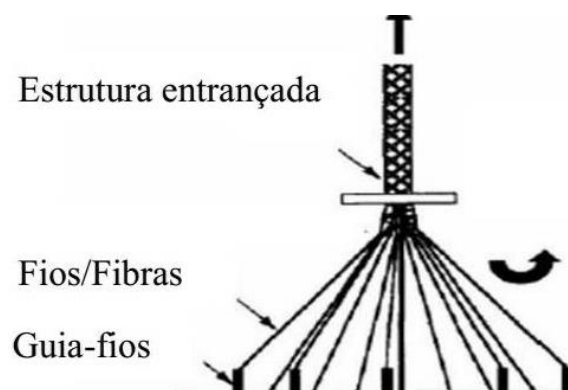


FIGURA 2.3: Técnica de entrançamento (retirado de Gonilho-Pereira, Fangueiro e Jalali [21])

Outros processos possíveis incluem a moldagem por transferência de resina e a moldagem por injeção, sendo que a escolha do processo de fabrico é condicionada pela aplicação que é pretendida para o elemento em FRP [31], [36].

Sobre o processo de fabrico de varões de FRP, Gonilho-Pereira, Fangueiro e Jalali [21], no ano de 2012, analisaram a utilização de varões de polímeros reforçados com fibras como forma de substituir o aço nas estruturas de betão armado e concluíram que o tipo de fibra utilizado é mais condicionante do que o processo de fabrico em si, em termos de relação tensão-extensão.

Sá *et al.* [45], em 2011, concluíram, através de testes em escala real, que para a utilização de elementos estruturais de GFRP, fabricados por pultrusão, devem ser evitados níveis de carga superiores aos definidos a nível regulamentar e que apesar de após 1600h de ensaio de deformação, devido a fluência, aumentar até um máximo de 15% após a deformação inicial, a recuperação foi significativa, cerca de 86% da deformação precedente.

Através de uma revisão bibliográfica, Nkurunziza *et al.* [38] concluíram que a qualidade dos varões de GFRP produzidos tem melhorado e que os coeficientes de redução utilizados nos documentos de dimensionamento devem ser revistos, pois resultam de análises experimentais realizadas a varões produzidos numa primeira fase, que não ofereciam as condições dos materiais atuais a nível de durabilidade e de capacidade resistente à corrosão.

Sobre o aspeto da sustentabilidade dos FRP como material estrutural, Hota e Liang [24], em 2011, referem que um conjunto de estruturas, construídas utilizando compósitos de FRP, têm sido monitorizadas e as análises efetuadas, a nível estrutural e de durabilidade, revelam um ótimo desempenho e demonstram vantagens pela redução de custos associados à manutenção.

Irwin e Rahman [26], em 2002, publicaram o resultado do estudo sobre a utilização de FRP para reforço estrutural e procederam à análise do caso específico de uma ponte na Nova Zelândia.

Das conclusões obtidas com o estudo, consideram possível assumir que a tensão de cedência a adotar em projeto pode, em diversos casos, ser considerada superior às usualmente indicadas e que a utilização destes materiais para novas estruturas terá de ser cada vez mais tida em conta. Pois os crescentes aumentos de requisitos a nível de capacidade de carga e resistência ao sismo assim o obrigam e, sobretudo, pelas vantagens económicas advindas da utilização de varões de FRP.

Pinto *et al.* [40] utilizaram modelos à escala real, em 2001, para verificar a adequabilidade de FRP (fibras de carbono) como solução estrutural em regiões sísmicas, tanto para efeito de reforço como para utilização em novos projetos. Conseguindo demonstrar que a utilização de FRP nas estruturas permite melhorar de forma significativa o comportamento das mesmas em análises sísmicas. Assim a aplicação de FRP permite melhorar a capacidade de dissipação de energia e aumentar a ductilidade das estruturas.

A nível histórico, a utilização de FRP começou após a 2ª Guerra Mundial, através da indústria aeronáutica, que reconheceu as potencialidades da elevada resistência e reduzido peso próprio dos materiais. A necessidade de utilizar materiais sem condutividade elétrica e que não interferissem com equipamentos de ressonância magnética e a deterioração de estruturas por efeitos de corrosão levou à expansão dos possíveis mercados de aplicação destes materiais.

As áreas de aplicação de FRP, na engenharia civil, incluí a utilização de varões para a construção de novas estruturas em betão armado, cordões para pré-esforço, perfis estruturais, cofragens para reforço de elementos de betão e reforço estrutural [7].

As crescentes preocupações com a deterioração de pontes expostas a ambientes corrosão mais agressivos, nos anos 70, e a posterior pesquisa efetuada nos anos 80 marcaram o início da utilização destes materiais nos Estados Unidos da América. O Japão, por sua vez, possuía em meados dos anos 90 mais de 100 demonstrações e aplicações comerciais de reforço com FRP.

A construção da ponte de uma autoestrada utilizando FRP pré-esforçado, em 1986 na Alemanha, marcou o começo da aplicação europeia, tendo o Canadá iniciado, no

mesmo ano, a provisão para reforço com FRP. Já a China tornou-se, no século XXI, o grande utilizador destes materiais em novas construções [2].

Apresenta-se, de seguida, de forma cronológica os aspetos mais importantes no desenvolvimento oficial sobre documentação para dimensionamento e reforço utilizando FRP, de acordo com a *Fédération Internationale du Béton* [19] e com a informação recolhida no sítio *web* da *Concrete Protection Products* [14].

Na década de 70 do século XX, começou a utilização de FRP em elementos de betão, sendo que no ano de 1987 a JSCE estabeleceu um comité específico para o estudo de materiais reforçados com fibras tendo sido estabelecido (nesse mesmo ano) no Canadá, através da CSCE, um comité técnico para FRP.

Em 1991, a CSCE publicou um relatório sobre FRP e o ACI fundou o *Committee 440*, para estudo do reforço interno e externo de betão com polímeros reforçados com fibras.

No ano de 1992, a JSCE publicou um relatório do estado da arte sobre materiais reforçados com fibras. Sendo fundado no ano seguinte o projeto europeu *EUROCRETE*, com o objetivo de investigar a utilização de varões de FRP em estruturas de betão armado e desenvolver potenciais áreas de interesse para aplicação dos mesmos.

Em 1996 foi publicado um conjunto de recomendações de dimensionamento para betão armado com FRP pela JSCE, designado “*Recommendation for Design and Construction of Concrete Structures Using Continuous Fiber Reinforced Materials*”, e outro pela *EUROCRETE*. Nesse mesmo ano foi fundado o *Task Group 9.3*, pela *fib*, responsável pelo estudo de estruturas de betão armado com FRP na Europa. Sendo que em 1998 a CSCE publicou um conjunto de recomendações de dimensionamento para estruturas de betão armado com FRP em pontes.

O *Institution of Structural Engineers*, do Reino Unido, publicou em 1999, um conjunto de recomendações para dimensionamento de estruturas de betão armado com FRP e, nesse mesmo ano, foi publicado na Suécia o Código Nacional para estruturas de betão armado com FRP.

No ano seguinte, a *Concrete Society* publicou um relatório técnico, o TR55, para reforço externo com ligações de FRP, e a *fib* publicou o “bulletin 10”, em que um dos capítulos descrevia reforço com ligação de elementos de FRP.

Em 2001, a *fib* publicou o “bulletin 14” para reforço externo ligado por FRP, já a ISIS publicou uma série de manuais sobre a utilização de FRP intitulados “Reinforcing Concrete Structures with Fiber Reinforced Polymers” para reforço interno, externo e pré-esforçado e o ACI publicou, através do *Committee 440*, a primeira versão das suas recomendações de dimensionamento para reforço interno com FRP, o ACI-440.1R.

No ano de 2002, o mesmo comité da ACI publicou a primeira versão de recomendações para reforço externo com FRP, o ACI-440.2R, e foi publicado pela *CUR Building & Infrastructure*, na Holanda, um conjunto de recomendações para betão armado com FRP.

No ano de 2003, o ACI publicou a segunda versão do 440.1R e, no ano seguinte, o “Guide to test methods for Fiber Reinforced Polymers (FRP) for Reinforcing and Strengthening Concrete Structures,”, designado ACI-440.3R, e o “Presstressing Concrete Structures with FRP tendons”, ACI-440.4R. Também em 2004, foi publicado, em Itália, o CNR-DT 200/2004, com recomendações para reforço através de FRP ligado externamente.

Já em 2006, o CNR publicou o CNR-DT 203/2006, com recomendações para reforço interno com FRP, com o título “Guide for the Design and Construction of Concrete Structures Reinforced with Fiber-Reinforced Polymer Bars”, e o ACI procedeu à publicação da terceira revisão das recomendações para reforço interno com FRP, o 440.1R.

Nesse mesmo ano o ACI imprimiu a primeira versão do guia para dimensionamento e construção de betão armado com barras de FRP, o 440.1R-06 designado “Guide for the Design and Construction of Structural Concrete Reinforced with FRP Bars” e a CSA emitiu a norma CAN/CSA-S6-06, de título “Canadian Highway Bridge Design Code”, contemplando a possibilidade de utilização de FRP em pontes.

No ano de 2007, a *fib* publicou o “bulletin 40”, relatório técnico para dimensionamento e utilização de polímeros reforçados com fibras em estruturas de betão armado, preparado pela *Task Group* 9.3, e designado “FRP reinforcement in RC structures”. Ainda nesse ano a CSA publicou a CAN/CSA-S0806-02 para dimensionamento e construção de elementos de edifícios com FRP, intitulado “Design and Construction of Building Components with Fibre-Reinforced Polymers” e o ACI publicou o ACI-440R-07, intitulado “Report on Fiber-Reinforced Polymer (FRP) Reinforcement for Concrete Structures”.

O ACI publicou, em 2008, especificações para construção com varões de polímeros reforçados com fibras, o ACI-440.5-08 de título “Specification for Carbon and Glass Fiber-Reinforced Polymer Bar Materials for Concrete Reinforcement”, com recomendações para reforço de betão para CFRP e GFRP. Tendo publicado igualmente o ACI-440.2R-08, designado “Guide for the Design and Construction of Externally Bonded FRP Systems for Strengthening Concrete Structures”, que corresponde a uma segunda revisão do guia para dimensionamento e construção de sistemas reforçados externamente.

A AASHTO publicou o documento “LRFD Bridge Design Guide Specifications for GFRP-Reinforced Concrete Bridge Decks and Traffic Railings”, guia para o dimensionamento de pontes e *rails* de estradas utilizando GFRP.

Finalmente, em 2010 foi publicado, pela CSA a CAN/CSA-S0807-10, de título “Specification for Fibre-Reinforced Polymers”, com especificações para a utilização de FRP, e o ACI publicou o ACI-440.7R-10 “Guide for the Design and Construction of Externally Bonded FRP Systems for Strengthening Unreinforced Masonry

A nível teórico e experimental tem sido realizadas diversas investigações na temática dos FRP, desde análises de durabilidade e sustentabilidade na utilização destes materiais compósitos na construção, estudo dos efeitos da temperatura no comportamento de estruturas com FRP, verificações para considerações de dimensionamento, análise de características de ductilidade, entre muitos outros, para efeitos de reforço estrutural e para novas construções.

Pelo elevado número de documentos existentes a nível teórico e experimental, e por não ser esse o objetivo do presente documento, apenas se descreve de forma sucinta alguns dos artigos científicos que abordam aspetos relacionados com o dimensionamento de estruturas de betão armado com varões de FRP, e as conclusões relevantes obtidas nesses mesmos artigos.

Đuranović, Piakoutas, e Waldron [17], em 1997, apresentaram e discutiram resultados do projecto EUROCRETE. Com essa análise demonstraram a aplicabilidade de métodos de análise de secções para projectos de estruturas de betão armado com varões de FRP.

Os autores concluíram que pode ser considerado que a secção plana mantém-se plana após a deformação, tal como é considerado nas estruturas de betão armado convencionais. Outro aspeto verificado foi o de que a ligação entre betão e os varões é adequada, garantindo compatibilidade de tensões ao longo do varão.

A validade destas premissas foi adotada no documento da *fib* [19], para dimensionamento de estruturas de betão armado com varões de FRP, e permite a aplicação das técnicas convencionais de análise de secções para determinar as características de flexão nas estruturas em que são utilizados varões de FRP.

Rizkalla, Hassan e Hassan [43], em 2003, sumarizaram o estado da utilização de FRP em estruturas de betão armado e as potencialidades das técnicas de reforço com estes materiais, com os materiais que se apresentam na figura seguinte.

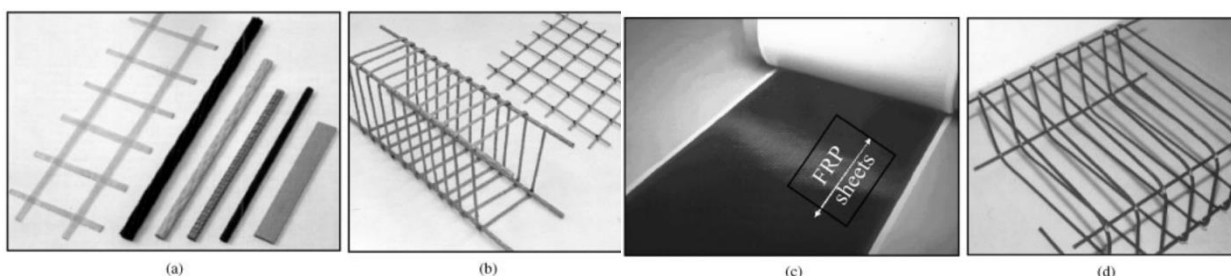


FIGURA 2.4: Produtos FRP para construções em betão armado: a) varões; b) armaduras de flexão e corte; c) laminados; e d) “gaiolas” (retirado de Rizkalla, Hassan e Hassan [43])

Nesse documento discutiram as características dos materiais, de modo a escolher os mais adequados, apontando vantagens e desvantagens dos mesmos, e enumeraram alguns fundamentos para dimensionamento, a nível de flexão, corte e ligação de elementos, pelos documentos do ACI [2].

Os autores concluíram que as potencialidades dos materiais FRP são inúmeras (como já descrito anteriormente) e que o seu fabrico oferece a possibilidade de serem concebidas formas de elementos que seriam difíceis de obter com aço convencional. No entanto, para uma aplicação generalizada continuam a faltar as garantias de durabilidade e valores de resistência de cálculo durante a vida das estruturas, que deverá ser averiguado através da realização de um maior número de ensaios nesta temática.

Outro fator discutido é o de que sob certas condições ambientais, como temperatura, humidade, ciclos de molhagem-secagem, ciclos de gelo-degelo e exposição a raios ultravioletas, poderão surgir efeitos adversos em sistemas de reforço.

A grande conclusão acaba por ser a de que, para que os documentos de dimensionamento sejam universalmente aceites é imperativo padronizar os métodos de ensaio para avaliação das propriedades mecânicas dos materiais FRP, sendo que a normalização desempenha o papel fundamental para especificações de projeto e definição de códigos normativos.

Feeser e Brown [18], no âmbito do 7º Simpósio Internacional sobre Betão Armado com FRP, publicaram um documento cujo objetivo foi o de fornecer uma ideia sobre a conceção de estruturas de betão armado com varões de FRP, de acordo com o documento do ACI [2], tendo elaborado para a análise à flexão, uma folha de cálculo auxiliar.

O documento fornece exemplos de dimensionamento, como o apresentado na figura seguinte e tenta abordar dificuldades decorrentes da utilização de FRP devido às diferenças existentes para a conceção de estruturas com aço. Os exemplos de projeto e análise de projeto destinaram-se a tentar abranger os casos típicos de construção com betão armado.

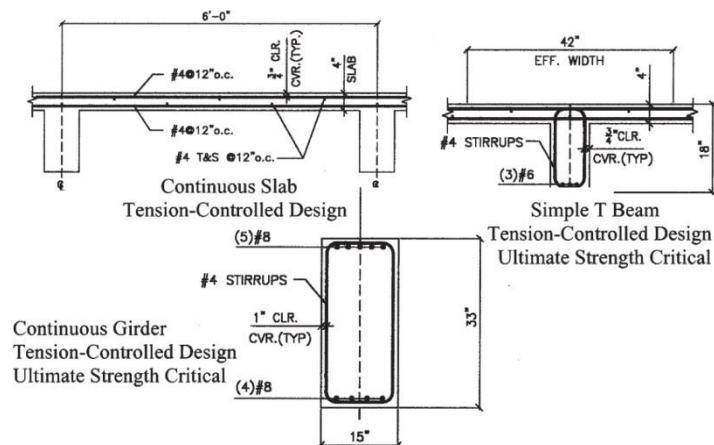


FIGURA 2.5: Exemplo de dimensionamento com varões de GFRP (retirado de Feeser e Brown [18])

Com os exemplos desenvolvidos, os autores concluíram que uma das diferenças da norma utilizada, face ao dimensionamento de estruturas de betão armado convencionais, é a definição da rotura pelo betão e não pela armadura de FRP.

Outro aspeto focado no documento é o de que deve ser utilizado betão de maior resistência para que a capacidade resistente à tração dos varões de FRP possa ser eficazmente utilizado.

Note-se que, a utilização de apenas uma camada de varões de GFRP contradiz este facto, pois a força de tensão do GFRP não é suficiente para aproveitar as vantagens da capacidade resistente à compressão do betão, devendo ser projetadas para tensões controladas, i.e., com a equação recomendada pelo ACI a tensão última limita a definição da secção e não as condições de serviço, como a abertura de fendas.

Como para a utilização de apenas uma camada de varões a secção possui o mesmo momento último que se for utilizado um betão de menor resistência, a utilização de várias camadas de varões de GFRP pode ser mais vantajoso, devendo esse facto ser explorado, pois a utilização de várias camadas permite aproveitar a resistência à compressão do betão.

He, Ou e Wang [22] publicaram, em 2005, os resultados de um trabalho experimental que realizaram para analisar a relação momento-curvatura em vigas de betão armado reforçado com diferentes percentagens de armadura de varões de

FRP. Para tal, testaram 5 vigas, reforçadas com varões de GFRP, simplesmente apoiadas, cujo modelo de ensaio é representado na figura seguinte, com uma carga aplicada na parte central da viga de modo a medir a deformada a meio vão por flexão pura.

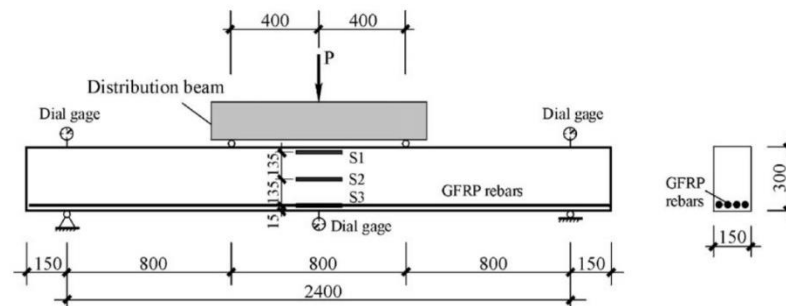


FIGURA 2.6: Modelo ensaio (retirado de He, Ou e Wang [22])

Os resultados dos testes demonstraram que o reduzido módulo de elasticidade dos varões de GFRP podem conduzir a aumentos significativos de curvatura que não devem ser ignorados, registando também que após a fendilhação as vigas mantiveram um comportamento quase linear até à rotura.

Lawrence Bank [8], no *Concrete Construction Engineering Handbook*, aborda o dimensionamento de estruturas de betão armado utilizando FRP seguindo a metodologia de cálculo preconizada pelo ACI [2].

O autor sumariza que é necessário ter atenção às atualizações que são sujeitos os documentos pois estes são materiais de utilização recente na engenharia civil, e em constante evolução, com inúmeras pesquisas a decorrer. Apesar de tudo, os conceitos fundamentais continuarão a se manter, mesmo que as equações sejam alteradas.

Outro aspeto descrito é o de que as propriedades dos materiais de FRP definidas nas equações do documento utilizado são obtidas em informações disponibilizadas pelos fabricantes, devendo este ser um dos principais pontos a que os organismos terão de dar ênfase para que se utilizem valores padrão e não variando consoante o fabricante do material.

Bakis *et al.* [5] consideram que, para maior aceitação de elementos estruturais com varões produzidos através do processo de pultrusão (o de maior utilização na engenharia estrutural) existem três aspectos cruciais que devem ser desenvolvidos.

O primeiro é o desenvolvimento de especificações para os materiais, internacionalmente aceites para que os projetistas disponham de informações racionais e não baseada numa confiança nos produtores de varões. O segundo é o desenvolvimento de códigos de projeto para estruturas de forma consensual, que sirvam como referência. E, finalmente, consideram que é necessário reduzir o custo associado aos elementos fabricados por pultrusão, para que sejam competitivos face aos materiais tradicionais.

Sobre as taxas de armadura, Shin, Sco e Han [47], em 2009, analisaram vigas de betão armado, com diferentes quantidades de varões de GFRP e com betões de diferentes resistências, sujeitas a cargas estáticas até à rotura dos elementos. Os autores concluíram que devido ao módulo de elasticidade inferior é necessário um maior número de varões de GFRP, na direção longitudinal, para reduzir as tensões e as deformações. Concluindo ainda que os valores obtidos nas experiências realizadas são muito aproximados aos valores determinados através da aplicação das fórmulas do ACI 440.1R-06.

He e Qiu [23] analisaram, em 2011, o dimensionamento à flexão de vigas de betão armado com varões de GFRP utilizando as recomendações do ACI [2]. A análise revela que as disposições de projeto indicadas no documento são conservativas, nomeadamente o fator de redução da resistência que poderia ser aumentado para 0.81, ao invés dos 0.55 mínimos definidos no documento pois, de entre os fatores aleatórios com influência na resistência, a relação altura-largura acaba por ser o que tem maior influência nos critérios de rotura, não sendo a capacidade resistente dos varões ou do betão tão relevantes.

Kara e Ashour [30], em 2012, publicaram um estudo sobre o desenvolvimento de uma técnica numérica para prever a relação momento-curvatura de vigas de betão armado com FRP, comparando os valores com os calculados através do documento do ACI 440.1R-06 [2].

Para tal recorreram aos resultados experimentais de 107 vigas de betão armado com FRP, de 21 estudos diferentes, em que a rotura ocorreu devido a flexão. Os dados recolhidos serviram para validar o modelo proposto e estabelecer uma relação com os resultados obtidos por aplicação das fórmulas do ACI [2].

A comparação dos resultados obtidos com o expectável pela aplicação da equação do ACI, demonstra que o documento de dimensionamento fornece previsões razoáveis para vigas simplesmente apoiadas, mas subestima os valores da flecha para vigas de vãos contínuos.

Matos *et al.* [33] apresentaram um artigo com estudos experimentais e numéricos sobre o comportamento à flexão de vigas contínuas de betão armado com varões de GFRP para tentar compreender a possibilidade do aumento de ductilidade de estruturas por confinamento de betão em determinadas zonas críticas.

Os testes experimentais revelaram que o aumento do confinamento do betão, nessas zonas, aumenta tanto a resistência como a ductilidade de estruturas com varões de GFRP, sendo que o melhor resultado surgiu pela redução do espaçamento entre estribos para resistência ao corte na vizinhança de secções críticas, aumentando a resistência e a capacidade de deformação.

O processo experimental também mostrou as vantagens de se colocar maior quantidade de armadura no apoio central, de vigas contínuas, sendo que em serviço permite reduzir a largura e dimensão das fendas, além de provocar um aumento de rigidez devido à redistribuição de forças no apoio central, pela elevada fissuração que ocorre neste.

Masmoudi, Ouezdou e Bouaziz [32] investigaram o comportamento à flexão de três vigas de betão armado com varões de GFRP e outras três com varões de aço, de forma a tentar aumentar os conhecimentos de projeto e construção de estruturas com materiais FRP.

As vigas foram submetidas a duas cargas pontuais constantes, durante 400 dias, de modo a comparar o comportamento de ambos os tipos de viga a flexão pura, permitindo separar o efeito da flexão do de corte.

Com os resultados obtidos, os autores, concluíram que, devido ao menor módulo de elasticidade, os varões de GFRP tem maior deformação para vãos idênticos e sob as mesmas condições de carga, facto também comprovado por Tavares e Giongo [50] através de 6 vigas simplesmente apoiadas submetidas a ensaios de carregamento. Sendo que para valores de carregamento reduzidos a deformação é proporcional à força aplicada.

Ainda de acordo com os autores, a utilização de quantidades de GFRP superiores a 2% da secção não leva ao aumento de tensões, não sendo útil o aumento dos valores de armadura, e as vigas com GFRP sofrerem menor deformação por efeitos de fluência e, sob ação de carga constante, a deformação é menos acentuada do que utilizando varões de aço.

Ashour [4] realizou ensaios semelhantes, em 12 vigas, tendo observado que o cálculo através do documento do ACI [2] fornece valores conservadores para estimativa da capacidade resistente ao corte, utilizando varões de GFRP.

Miàs et al. [34] analisaram, em 2013, a influência a longo prazo na deformação, de vigas de betão armado com varões de GFRP, com betões de diferentes resistências e com várias quantidades de armadura. Um conjunto de 20 vigas foi submetido a vários níveis de carregamento, por curtos períodos de tempo e, posteriormente, sujeitos a longos períodos. As medições do valor da deformação foram comparadas com as teoricamente expectáveis, de acordo com a metodologia preconizada pelo documento da *fib* [19], do ACI [2] e da CSA [11].

Da experiência realizada, os autores, observaram que, quanto maior a quantidade de varões de GFRP utilizados, maior é a taxa de deformação instantânea, existindo influência nos valores de deformação a longo prazo. Nas vigas cujo betão era de menor resistência, estes valores foram superiores, mostrando que a deformação das vigas depende da quantidade de armadura colocada e das propriedades do betão utilizado.

No que diz respeito às previsões analíticas, a abordagem do documento do ACI, 440.1R-06 [2], está em concordância com os valores experimentais para vigas com

betão de menor resistência. No entanto, neste método o valor da deformação é sobreavaliado para betões de maior resistência.

O método aplicado pela CSA determina valores superiores aos verificados em todas as vigas, independentemente da capacidade resistente do betão. Por outro lado, a metodologia da *fib* permite obter valores relativamente precisos para a deformação de todas as vigas ensaiadas. Assim, apesar destas organizações terem em conta a influência das condições ambientais e das propriedades mecânicas envolvidas na deformação a longo prazo de elementos de betão armado com varões de FRP os valores encontrados foram diferentes entre si.

Mirmiran *et al.* [36] publicaram, em 2003, um estudo em que divulgaram os dados de pesquisa sobre a oferta de disciplinas lecionadas, nos departamentos de Engenharia Civil das universidades, cuja temática fosse vocacionada para a utilização de FRP, em dimensionamento ou construção.

O estudo consistiu na aplicação de um formulário, enviado a instituições de ensino em todo o mundo, questionando sobre a existência de disciplinas específicas sobre FRP nos vários graus de formação (por exemplo mestrados, pós-graduações ou formações complementares), quantidade de investigadores e número de teses atribuídas em mestrado e doutoramento dedicados a este tema.

Desse estudo resultou a conclusão que as universidades europeias estão mais avançadas na incorporação de especializações sobre esta temática e possuem maior oferta de disciplinas cujo âmbito seja FRP sendo, no entanto, mais vocacionado para o ensino laboratorial.

Apesar de nenhuma universidade portuguesa ter sido referida nesse estudo, foram publicados vários documentos sobre esta temática em Portugal. Descrevem-se, em seguida, alguns dos tipos de documentos disponíveis, agrupados pelas universidades em que foram publicados.

A Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto disponibiliza publicações na área de construção e reforço estrutural utilizando materiais compósitos de FRP, e

documentos sobre estudos experimentais do comportamento da fluência e sistemas de pré-esforço para estruturas de betão armado utilizando varões de GFRP.

O Instituto Superior Técnico disponibiliza diversos documentos nas áreas de análise e dimensionamento, comportamento ao fogo e estrutural, durabilidade, manuais de controlo de qualidade e de sustentabilidade, para utilização de GFRP em estruturas.

A Universidade de Aveiro apenas refere documentos para o reforço de estruturas com FRP, enquanto a Universidade do Minho tem acessíveis documentos no âmbito de reforço e viabilidade estrutural e de comportamento pela utilização de polímeros reforçados com fibras em estruturas.

Na Universidade da Madeira foram realizadas dissertações sobre avaliação experimental, modelação e estudo paramétrico do comportamento de vigas, comparação de dimensionamento com o betão armado convencional.

Como o principal motivo desta dissertação é o desenvolvimento de uma aplicação para automatização do dimensionamento de elementos estruturais em betão armado com varões de GFRP, de acordo com a documentação existente para o efeito, é conveniente referir o *software* encontrado através de pesquisa.

Importa referir que, o número de aplicações informáticas relacionadas com FRP é reduzido, e muito direcionado para efeitos de reforço estrutural e não tanto para dimensionamento de novos elementos.

O *Sika Group* [48] possui o “FRP-Analysis: Design Software for Sika CarboDur Systems”, cujo objetivo é auxiliar o utilizador a calcular as dimensões de FRP necessárias para reforço de elementos estruturais ao corte, à flexão e para confinamento dos elementos. As equações utilizadas neste programa são as do *fib-bulletin14* e o *software* foi desenvolvido para o projeto *Sika CarboDur*, sendo disponibilizado de forma gratuita. Na FIGURA 2.7 apresenta-se o ecrã de *input* do *software*.

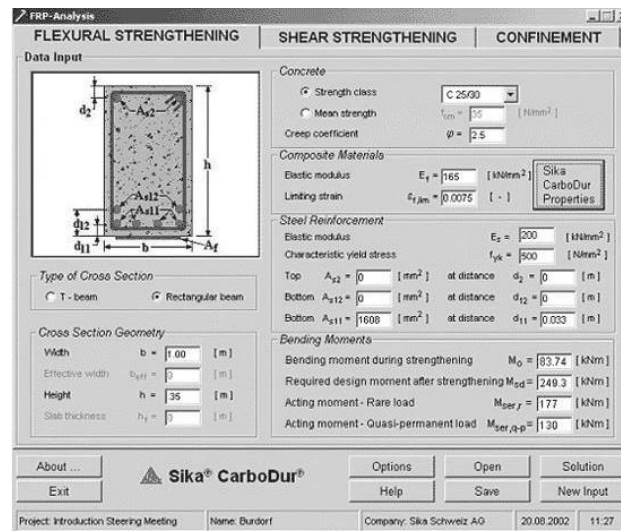


FIGURA 2.7: Sika CarboDur® software (retirado de [48])

A S&P Clever Reinforcement Company AG [44] dispõe de software proprietário para aplicações de dimensionamento, o “FRP Lamella” e o “FRP Colonna”.

O software “FRP Lamella” é um programa de dimensionamento, que utiliza diferentes normas e diretrizes para reforço de estruturas de betão armado, à flexão e ao corte, utilizando polímeros da própria marca. O programa pode ser utilizado para efeitos de dimensionamento ou reforço.

O “FRP Colonna” é um programa de dimensionamento para reforço de colunas de betão armado carregadas axialmente, i.e., pilares com cargas verticais. O reforço a efetuar é calculado para a colocação de laminados, de AFRP, CFRP E GFRP. O reforço é baseado na redução da expansão transversal da coluna através de confinamento do elemento e pode ser utilizado para a conceção de medidas de pré-dimensionamento, em ações de reforço ou para os cálculos completos no âmbito de uma análise estrutural.

Existe, ainda, o software *FRPDesigner* [20] que é uma ferramenta para projeto de reforço de elementos estruturais utilizando polímeros reforçados com fibras (FRP). O programa é disponibilizado livremente, mediante requisição, e tem como principais funcionalidades incorporadas, de acordo com a informação disponível, como a capacidade de efetuar desenho e calcular resultados em tempo real, possuindo uma única janela para *inputs* e *outputs*, além de teoria e exemplos de apoio e elementos auxiliares para o utilizador.

A aplicação realiza análises para reforço à flexão, ao corte e confinamento para peças de betão armado aplicando o disposto no documento *fib*-bulletin 14, tal como o *Sika CarboDur*.

Em resumo, é possível verificar a atenção que a utilização de materiais compósitos, nomeadamente FRP, começa a ter a vários níveis, quer pelo desenvolvimento de documentos por entidades oficiais, quer através de estudos experimentais ou publicações académicas.

A existência de comités próprios para materiais FRP e o *upgrade* que é realizado às suas normas, através de revisões periódicas ou estudos patrocinados, mostram que organismos oficiais veem a utilização destes materiais como uma solução de futuro na engenharia de estruturas.

Os diversos estudos experimentais, realizados globalmente, demonstram o interesse que estes materiais suscitam e que algumas das considerações mais conservativas que ainda são aplicadas poderão, no futuro, ser minoradas para tornar estes materiais mais competitivos.

Salienta-se, também, a falta de comparativos experimentais com os documentos de dimensionamento da *fib* [19], por oposição aos do ACI [2] que são utilizados para comparar a grande maioria dos estudos analisados, a nível teórico e experimental.

Em Portugal, nota-se o reduzido número de publicações existentes, que traduzem a pouca adesão que estes materiais têm tido e revelam a necessidade de uma aposta nesta área para permitir uma utilização mais corrente de FRP.

O *software* disponível, na temática de FRP, é reduzido pelo que o desenvolvimento de aplicações que automatizem o cálculo poderá contribuir para a maior utilização de FRP em elementos estruturais.

CAPÍTULO 3 - DIMENSIONAMIENTO

3.1. ASPETOS GERAIS

O dimensionamento de elementos estruturais é realizado, regra geral, de acordo com normas específicas para o efeito. Essas normas têm em consideração os materiais utilizados, as suas propriedades e procedimentos de cálculo que garantam a elaboração de estruturas respeitando condições de serviço e segurança adequadas.

Como o âmbito desta dissertação é o desenvolvimento de uma aplicação para possibilitar o dimensionamento de elementos de betão armado com varões de GFRP neste capítulo realiza-se a descrição dos materiais constituintes, designadamente o betão e os varões de fibra de vidro, e as equações utilizadas no dimensionamento dos elementos estruturais calculados com o programa desenvolvido.

No caso do material betão apenas se apresentam aspetos genéricos (as suas propriedades são amplamente conhecidas na área de engenharia civil), já para os varões de GFRP tenta-se descrever de uma forma mais detalhada as suas características assim como benefícios deste material relativamente a outros.

O dimensionamento de elementos estruturais, da aplicação desenvolvida, foi baseado no documento ACI 440.1R-06 – “Guide for the Design and Construction of Structural Concrete Reinforced with FRP Bars” [2], para elementos horizontais, nomeadamente lajes e vigas, utilizando-se as expressões para flexão, corte e comprimento de amarração, com base em critérios de não rotura, os chamados Estados Limites Últimos (E.L.U.).

Ainda com base no mesmo documento utilizaram-se as expressões para o cálculo da deformação a longo prazo, tensão instalada nos varões e abertura de fendas, baseado nos critérios de condições de serviço, designados Estados Limites de Serviço (E.L.S.).

Foram também utilizadas as expressões definidas no EC2 [39] para análise não linear de elementos sujeitos à flexão simples e o “Método do Diagrama Rectangular Simplificado” para o cálculo de elementos sujeitos a flexão composta, nomeadamente pilares de secção retangular.

3.2. PROPRIEDADES DOS MATERIAIS

3.2.1. BETÃO

O material betão é constituído pela mistura de cimento, agregados – finos e grosso, e água, podendo ainda conter adjuvantes e aditivos. Para que seja considerado betão é necessário que seja colocado e compactado, devendo respeitar vários parâmetros para que possa ser utilizado em elementos de betão armado [15].

Uma das formas para caraterizar o betão, e talvez a mais adequada para efeitos de dimensionamento, é através das suas caraterísticas de resistência à compressão.

A capacidade resistente do betão à compressão é a caraterística mecânica mais importante considerada em projeto pois o material é utilizado, essencialmente, para resistir às tensões de compressão.

A resistência à compressão do betão é determinada através de ensaios em provetes, cúbicos e cilíndricos, que consistem num carregamento axial. No entanto, devido à heterogeneidade do material os resultados obtidos para a tensão de rotura variam, sendo utilizado o valor da resistência caraterística, cuja probabilidade de ser excedido é de 95% [15].

O betão é um material que possui um comportamento frágil, e apesar de a resistência à tração do betão não ser nula essa propriedade é considerada como função das armaduras de elementos de betão armado.

De forma simplificada, transcreve-se, na TABELA 3.1 os valores descritos no EC2 [39] para projetos de estruturas de betão. Sendo notório a variação dos valores caraterísticos de acordo com as diferentes classes de resistência do betão.

Note-se que os valores transcritos são os utilizados na aplicação, não sendo nem os únicos disponíveis no documento nem sendo os únicos valores possíveis de utilizar em aplicações reais.

TABELA 3.1: Características de resistência e de deformação do betão (adaptado do EC2 [39]).

Classes de resistência e de deformação do betão							
f_{ck} [Mpa]	20	25	30	35	40	45	50
$f_{ck, cubo}$ [Mpa]	25	30	37	45	50	55	60
f_{cm} [Mpa]	28	33	38	43	48	53	58
f_{ctm} [Mpa]	2.2	2.6	2.9	3.2	3.5	3.8	4.1
$f_{ctk,0.05}$ [Mpa]	1.5	1.8	2.0	2.2	2.5	2.7	2.9
$f_{ctk,0.95}$ [Mpa]	2.9	3.3	3.8	4.2	4.6	4.9	5.3
E_{cm} [Gpa]	30	31	33	34	35	36	37
ϵ_{c2} [‰]				2.0			
ϵ_{cu2} [‰]				3.5			

Onde:

- f_{ck} Valor característico da tensão de rotura à compressão aos 28 dias;
- f_{cm} Valor médio da tensão de rotura do betão à compressão;
- f_{ctm} Valor médio da tensão de rotura do betão à tração simples;
- $f_{ctk,0.05}$ Valor característico da tensão de rotura do betão à tração simples do percentil de 5%;
- $f_{ctk,0.95}$ Valor característico da tensão de rotura do betão à tração simples do percentil de 95%;
- E_{cm} Módulo de elasticidade secante do betão;
- ϵ_c Extensão do betão à compressão correspondente à tensão máxima;
- ϵ_{cu} Extensão última do betão à compressão;

3.2.2. VARÕES DE GFRP

Uma vez que a utilização de varões de GFRP apresenta-se como alternativa ao material aço nas estruturas de betão armado, importa fazer a apresentação das suas características para que se justifique esta opção e, em simultâneo, se descreva o material utilizado no dimensionamento.

Em geral, os varões de FRP, utilizados em elementos estruturais, são materiais compósitos fabricados por pultrusão, cujas fibras são a estrutura principal do varão, e apresentam um comportamento anisotrópico, de elevada rigidez na direção longitudinal das fibras e frágeis na direção transversal [29].

A utilização específica de varões de GFRP, em detrimento de varões de aço convencionais, implica que se comparem as suas propriedades, bem como com os restantes elementos de FRP disponíveis no mercado. A escolha preferencial dos

varões de GFRP, em prejuízo dos restantes FRP, deve-se, sobretudo, ao custo inicial associado, pois são mais baratos.

De acordo com Balaguru, Nanni e Giancaspro [6] as fibras utilizadas nos varões de GFRP podem ser de tipo elétrico (E-Glass), estrutural (S-Glass), vidro químico (C-Glass) ou vidro alcalinoresistente (AR-Glass), sendo que a solução mais económica, e mais utilizada, é a E-Glass.

Se forem comparadas, de forma direta, as propriedades típicas dos materiais, aço e polímeros, como apresentado na TABELA 3.2 com os valores máximos, é possível verificar desde logo o reduzido módulo de elasticidade que os varões de GFRP possuem perante qualquer um dos outros materiais.

TABELA 3.2: Propriedades típicas do aço e dos FRP existentes (adaptado de Barros [9]).

Material	Módulo de elasticidade [GPa]	Resistência à tração [MPa]	Densidade [Kg/m ³]
Aço	210	690	7850
AFRP	190	4000	1470
GFRP	70	3000	2550
CFRP	200	6000	1950

Por análise dos dados indicados, na TABELA 3.2, a comparação entre os três tipos de FRP mostra que os varões de GFRP apresentam menor capacidade resistente à tração e maior peso e densidade, enquanto a comparação com o aço demonstra que a escolha de GFRP permite obter uma resistência à tração, cerca de quatro vezes superior para um peso próprio na ordem dos 30%.

A comparação de densidade e, conseqüentemente, do peso é importante pois um dos fatores condicionantes na utilização de FRP é o elevado custo final de construção, mas se for avaliado o peso de uma mesma quantidade de armadura em aço e em GFRP, o último será inferior permitindo um certo equilíbrio financeiro [29].

Outras vantagens, na utilização de varões de GFRP face ao aço, advêm das suas propriedades físicas como a durabilidade, elevada resistência à corrosão, resistência química e neutralidade eletromagnética.

Como já referido anteriormente as características físicas dos varões de GFRP variam por fabricante, tal pode ser verificado nas tabelas 3.3, 3.4 e 3.5.

TABELA 3.3: Características físicas dos varões de GFRP da Schöck Combar® [46].

Diâmetro do varão	Área	Densidade	Coeficiente de dilatação térmica	
			Longitudinal	Transversal
Φ [mm]	Ω [cm ²]	γ [g/cm ³]	α_L [$\times 10^{-6}/^{\circ}\text{C}$]	α_T [$\times 10^{-6}/^{\circ}\text{C}$]
8	0.5			
12	1.13			
16	2.01	2.2	6	22
25	4.91			
32	8.04			

TABELA 3.4: Características físicas dos varões de GFRP da V-Rod® [41].

Diâmetro do varão	Área	Densidade	Coeficiente de dilatação térmica	
			Longitudinal	Transversal
Φ [mm]	Ω [cm ²]	γ [g/cm ³]	α_L [$\times 10^{-6}/^{\circ}\text{C}$]	α_T [$\times 10^{-6}/^{\circ}\text{C}$]
6	0.32	2.6		
9	0.71	2.5		
13	1.27	2.3		
16	1.99	2.2	6.2	23.8
19	2.84	2.2		
22	3.87	2.2		
25	5.07	2.1		

TABELA 3.5: Características físicas dos varões de GFRP da Aslan™ 100 [25].

Diâmetro do varão	Área	Densidade	Coeficiente de dilatação térmica	
			Longitudinal	Transversal
Φ [mm]	Ω [cm ²]	γ [g/cm ³]	α_L [$\times 10^{-6}/^{\circ}\text{C}$]	α_T [$\times 10^{-6}/^{\circ}\text{C}$]
6	0.32	2.4		
10	0.71	2.2		
13	1.27	2.2		
16	1.98	2.2		
19	2.85	2.1		
22	3.88	2.1		
25	5.07	2.1		
29	6.41	2.2		
32	7.92	2.2		

O aspeto mais relevante a salientar deste comparativo é, claramente, a não conformidade de valores, i.e., os fabricantes produzem varões de diferentes diâmetros, ou com o mesmo diâmetro mas considerando diferentes áreas nominais.

² O fabricante considera que o coeficiente de dilatação térmica é uma característica inerente aos próprios varões e não uma consideração importante em projeto, assumindo que a camada de recobrimento definida é conveniente [23].

Destacando-se ligeiras diferenças nos coeficientes de dilatação térmica, sendo observado que na direção transversal o valor é superior ao utilizado, regra geral, para o material betão de valor $10^{-5}/^{\circ}\text{C}$.

Outro aspeto considerado em dimensionamento são as características mecânicas dos varões de GFRP. Estas propriedades variam, também, mediante o fabricante, sendo visível nas tabelas 3.6, 3.7 e 3.8 os valores característicos.

TABELA 3.6: Propriedades mecânicas dos varões de GFRP da Schöck Combar® [46].

Diâmetro do varão	Resistência à tração a curto prazo	Módulo de Elasticidade	Extensão última
Φ [mm]	f_{tu} [MPa]	E_f [GPa]	ϵ_f [%]
8	1500		
12	1350		
16	1200	> 60	> 7.25
25	> 1100		
32	> 1000		

TABELA 3.7: Propriedades mecânicas dos varões de GFRP da V-Rod® [41].

Diâmetro do varão	Resistência à tração a curto prazo	Módulo de Elasticidade	Extensão última
Φ [mm]	f_{tu} [MPa]	E_f [GPa]	ϵ_f [%]
6	784	46.1	17.01
9	765	45.4	16.85
13	708	46.3	15.29
16	683	48.2	14.17
19	656	47.6	13.78
22	625	46.4	13.47
25	597	51.4	11.61

TABELA 3.8: Propriedades mecânicas dos varões de GFRP da Aslan™ 100 serie [25].

Diâmetro do varão	Resistência à tração a curto prazo	Módulo de Elasticidade	Extensão última
Φ [mm]	f_{tu} [MPa]	E_f [GPa]	ϵ_f [%]
6	896		19.48
10	827		17.98
13	758		16.48
16	724		15.74
19	690	46	15,00
22	655		14.24
25	620		13.48
29	586		12.74
32	551		11.98

A análise das tabelas anteriores permite verificar, novamente, uma não conformidade de valores para dimensionamento, existindo mesmo disparidade considerável de valores por fabricante.

Observando os valores descritos é visível uma diferença acentuada entre os valores de resistência à tração, f_{tu} , para um mesmo diâmetro, e.g., um varão $\Phi 25$ possui valores a variar entre 625 MPa e os 1100 MPa, consoante o fabricante. No entanto, um aspeto comum a todos os fabricantes é o de que com o aumento do diâmetro o valor de f_{tu} e o valor da extensão última vão diminuindo.

Outra comparação, por exame das tabelas, é a variação do módulo de elasticidade com diferenças entre fabricantes, e no caso da V-Rod [41] a diferença ocorre até por diâmetro de varão de GFRP.

Até esta fase, foram indicados aspetos que podem determinar a utilização de varões de GFRP em elementos estruturais de betão armado. Como forma de sintetizar esse conhecimento, apresenta-se na TABELA 3.9 alguns fatores, distinguindo-se os aspetos positivos e os negativos mais relevantes.

TABELA 3.9: Vantagens e desvantagens dos varões de GFRP (adaptado de ACI [2])

Vantagens	Desvantagens
Elevada resistência na direção longitudinal dos varões	Reduzida resistência na direção transversal dos varões
Resistência à corrosão (independente do revestimento)	Rotura frágil
Não magnético	Reduzido módulo de elasticidade
Elevada resistência à fadiga	Baixa durabilidade de algumas fibras em ambientes húmidos
Reduzido peso próprio (20 a 30% da densidade do aço)	Baixa durabilidade de algumas fibras em ambientes alcalinos
Baixa condutividade térmica e elétrica	Elevado coeficiente de expansão térmica perpendicular às fibras, em relação ao betão
Elevada resistência química	Suscetibilidade ao fogo (depende do tipo de matriz e da camada de recobrimento)
Facilidade de moldagem dos varões (face a AFRP e CFRP)	Suscetibilidade de danos das resinas poliméricas e fibras sob exposição a radiação ultravioleta
Menor custo (face a AFRP e CFRP)	Maior custo de aquisição (face ao aço)

Não é garantido que os pontos indicados nas desvantagens, indicados na tabela anterior, ocorram em todas as situações, nem que sejam exclusivos de um só tipo de varões. Mas, considera-se importante referir os aspetos positivos e, também, os negativos do material numa ótica de dimensionamento, pois é necessário o conhecimento dos mesmos para que seja realizada uma seleção adequada.

3.3. ACII 440.1R-06

O documento desenvolvido pelo ACI é um guia que se encontra dividido em 14 partes, decompondo-se em 13 capítulos e um apêndice. Sendo realizado uma introdução e um resumo histórico nos primeiros dois capítulos, descrição das características dos materiais, aspetos de durabilidade, requisitos dos materiais e práticas de construção nos quatro capítulos seguintes. E nos últimos cinco capítulos são descritas as considerações de dimensionamento e, finalmente, são apresentadas as referências bibliográficas, um exemplo de dimensionamento de uma viga e considerações para aplicação em lajes.

3.3.1. PROPRIEDADES DE DIMENSIONAMENTO

A primeira fase de dimensionamento descrita no documento é sobre as características físicas dos materiais FRP. O organismo apresenta os valores que considera aceitáveis para efeitos de cálculo, apresentando-se na TABELA 3.10 os valores apenas para varões de GFRP.

TABELA 3.10: Características físicas típicas de varões de GFRP (adaptado de ACI [2]).

Densidade	Coeficiente de dilatação		Resistência à tração	Módulo de Elasticidade	Extensão de rotura
	Longitudinal	Transversal			
γ [g/cm ³]	α_L [$\times 10^{-6}/^{\circ}\text{C}$]	α_T [$\times 10^{-6}/^{\circ}\text{C}$]	f_{tu} [MPa]	E_f [GPa]	ϵ_f [%]
1.25 a 2.10	6.0 a 10.0	21.0 a 23.0	483 a 1600	35 a 51	1.2 a 3.1

Sobre as considerações gerais de dimensionamento é assumido que as informações disponibilizadas pelos fabricantes não incluem os efeitos de exposição a condições

ambientais de longo prazo. Como tal, o documento define que as propriedades de dimensionamento dos materiais devem ser afetadas de um fator de redução ambiental, C_E , considerando esse aspeto, apresentando-se os valores na TABELA 3.11.

TABELA 3.11: Fator de redução ambiental e condições de exposição (C_E) (adaptado de ACI [2]).

Tipo de Fibra	Condições de Exposição	
	Betão não exposto a água e solo (Protegido)	Betão exposto a água e solo (Não Protegido)
Carbono	1.0	0.9
Vidro	0.8	0.7
Aramida	0.9	0.8

A partir do fator C_E podem ser determinadas as características de cálculo dos varões de FRP, nomeadamente, a tensão de rotura para efeitos de dimensionamento

$$f_{fu} = C_E \times f_{fu}^* \quad (3.1)$$

Onde:

- f_{fu} tensão de rotura de cálculo, [MPa];
- f_{fu}^* tensão de rotura característica, [MPa].

e a extensão de rotura de cálculo

$$\varepsilon_{fu} = C_E \times \varepsilon_{fu}^* \quad (3.2)$$

Onde:

- ε_{fu} extensão de rotura de cálculo, [%];
- ε_{fu}^* extensão de rotura característica, [%].

3.3.2. FLEXÃO

O dimensionamento de elementos sujeitos a esforços de flexão, de acordo com a norma indicada, é realizado tendo por base os princípios de que a extensão máxima do betão encontra-se limitada a um valor de 3.0‰ e que a capacidade resistente a esforços de tração, deste material, é desprezável.

É, também, assumido que a extensão no betão e no FRP é proporcional à distância à linha neutra, que o comportamento da armadura é elástico linear até à rotura e considerando, ainda, que existe uma ligação perfeita entre os materiais, tal como descreve a hipótese de Bernoulli.

Para o dimensionamento à flexão, o documento começa por determinar o modo de rotura que ocorrerá no elemento, através do cálculo da percentagem equilibrada de armadura

$$\rho_{fb} = 0.85\beta_1 \frac{f_{ck}}{f_{fu}} \frac{E_f \varepsilon_{cu}}{E_f \varepsilon_{cu} + f_{fu}} \quad (3.3)$$

Onde:

- ρ_{fb} razão equilibrada de armadura, [-];
- β_1 fator de redução da resistência do betão, [-]³;
- E_f módulo de elasticidade do FRP, [GPa];
- ε_{cu} extensão última do betão, [‰].

e a percentagem efetiva de armadura

$$\rho_f = \frac{A_{f,v}}{bd} \quad (3.4)$$

Onde:

- ρ_f razão de armadura, [-];
- $A_{f,v}$ área de armadura utilizada na secção, [mm²];
- b largura da secção, [mm];
- d altura útil da secção, [mm].

A comparação das percentagens de armadura, ρ_f e ρ_{fb} , permite determinar o modo através do qual ocorre a rotura no elemento e, conseqüentemente, as expressões que permitirão efetuar o cálculo da resistência de uma secção sujeito a esforços de flexão.

A rotura do elemento pode ocorrer por esmagamento do betão, em que $\rho_f > \rho_{fb}$:

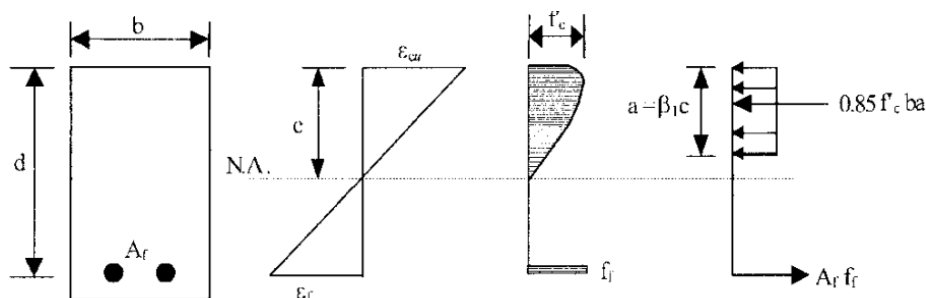


FIGURA 3.1: Rotura por esmagamento do betão (retirado de ACI 440.1R-06 [2]).

³ Fator considerado com o valor de 0.85 para classes de resistência de betão até 28 MPa, decrescendo linearmente a uma taxa de 0.05 por cada incremento de 7 MPa de capacidade resistente do betão, até a um limite de 0.65 [2].

Ou através da rotura da armadura, quando $\rho_f < \rho_{fb}$:

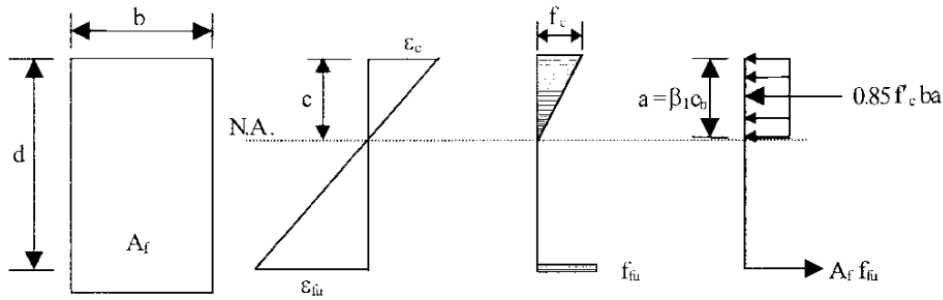


FIGURA 3.2: Rotura da armadura (retirado de ACI 440.1R-06 [2]).

Caso a rotura ocorra por esmagamento do betão o momento nominal é fornecido através de

$$M_n = A_f f_f \left(d - \frac{a}{2} \right) \quad (3.5)$$

Onde:

- M_n momento nominal, [kNm];
- f_f tensão instalada nos varões de FRP, [MPa].

Com:

$$f_f = \left(\sqrt{\frac{(E_f \varepsilon_{cu})^2}{4} + \frac{0.85 \beta_1 f_{ck}}{\rho_f} E_f \varepsilon_{cu} - 0.5 E_f \varepsilon_{cu}} \right) \leq f_{fu} \quad (3.6)$$

e:

$$a = \frac{A_f f_f}{0.85 f_{ck} d}$$

E, caso o mecanismo de rotura seja realizado através da armadura uma forma, simplificada e conservadora, para que seja obtido o momento nominal

$$M_n = A_{f,v} f_{fu} \left(d - \frac{\beta_1 c_b}{2} \right) \quad (3.7)$$

Onde:

- c_b distância da fibra comprimida mais afastada à L.N., [mm].

Com:

$$c_b = \left(\frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{cu} + \varepsilon_{fu}} \right) d \quad (3.8)$$

A referida comparação das percentagens de armadura, permite, ainda, definir o fator de redução do momento nominal, através de (3.9), que tem em consideração a

possibilidade da rotura ocorrer de forma não prevista, i.e., o dimensionamento ser realizado para ocorrer o esmagamento do betão, mas ao ser executado a classe de resistência é superior ao considerado em projeto o que leva à rotura, não prevista, pelos varões de FRP, permitindo assim uma reserva de resistência que compensa a não ductilidade.

$$\phi = \begin{cases} 0.55 & \text{para } \rho_f \leq \rho_{fb} \\ 0.3 + 0.25 \frac{\rho_f}{\rho_{fb}} & \text{para } \rho_{fb} < \rho_f < 1.4\rho_{fb} \\ 0.65 & \text{para } \rho_f \geq 1.4\rho_{fb} \end{cases} \quad (3.9)$$

Onde:

ϕ fator de redução da capacidade resistente do momento nominal, [-].

Por fim, pode ser comparado o momento nominal com o momento de cálculo, de modo a se verificar que a secção possui capacidade resistente adequada,

$$\phi M_n \geq M_u \quad (3.10)$$

Onde:

M_u momento atuante, [kNm].

Nos casos em que a rotura do elemento possa ocorrer, não por esmagamento do betão mas sim, por rotura da armadura, deve ser calculado o valor mínimo de armadura a utilizar através de

$$A_{f,min} = \frac{0.41\sqrt{f_{ck}}}{f_{fu}} b_w d \geq \frac{2.30}{f_{fu}} b_w d \quad (3.11)$$

Onde:

$A_{f,v,min}$ área de armadura mínima, [mm²];

b_w largura da alma da secção, [mm].

19

3.3.3. CORTE

O dimensionamento ao corte, de elementos de betão armado com varões de FRP, é realizado de forma semelhante ao método utilizado para os elementos tradicionais, no entanto as características mecânicas da armadura é um aspeto que deve ser tido em conta.

O documento ACI 440.1R-06 considera que os varões de FRP possuem reduzido módulo de elasticidade e fraca resistência transversal ao corte, mas elevada

capacidade resistente, sem patamar de cedência, em zonas de dobragem de varões e deve ser considerado o menor desses valores, logo mais condicionante.

O valor da capacidade resistente em zonas dobradas dos varões de FRP é fornecido através de

$$f_{fb} = \left(0.05 \cdot \frac{r_b}{d_b} + 0.3\right) f_{fu} \leq f_{fu} \quad (3.12)$$

Onde:

- f_{fb} resistência à tração em zonas dobradas, [MPa];
- r_b raio do varão de FRP utilizado, [mm];
- d_b diâmetro do varão de FRP, [mm].

A capacidade resistente ao corte, pelo betão, pode ser obtida pela expressão,

$$V_c = \frac{2}{5} \sqrt{f_{ck}} b_w c \quad (3.13)$$

Onde:

- V_c capacidade resistente ao corte do betão, [kN];
- c posição da linha neutra, [mm].

Com:

$$c = kd \quad (3.14)$$

sendo:

- k relação entre a profundidade da linha neutra e altura útil da armadura, [-].

onde:

$$k = \sqrt{2\rho_f n_f + (\rho_f n_f)^2} - \rho_f n_f \quad (3.15)$$

- η_f relação entre o módulo de elasticidade dos varões de FRP com o do betão, [-].

Enquanto, a capacidade resistente ao corte pelo FRP

$$V_f = \frac{A_{f,v/s} f_{fv} d}{s} (\sin \alpha + \cos \alpha) \quad (3.16)$$

Onde:

- V_f capacidade resistente ao corte pelo FRP, [kN];
- $A_{f,v/s}$ armadura transversal, [mm²];
- f_{fv} resistência de cálculo em zonas dobradas, [MPa];
- s espaçamento entre varões transversais de FRP, [mm].

e:

$$f_{fv} = 0.004 E_f \leq f_{fb} \quad (3.17)$$

De modo a que exista uma reserva de resistência ao corte, bem como evitar que ocorra uma rotura frágil, para este tipo de esforços, deve ser verificado a utilização de armadura mínima, através de

$$A_{f,v/s,min} = 0.35 \frac{b_w s}{f_{fv}} \quad (3.18)$$

Onde:

$A_{f,v/s,min}$ armadura de corte mínima, [mm²].

Ainda no que concerne ao Corte, a norma prevê a análise da capacidade resistente ao punçoamento, apenas através do betão, em lajes fungiformes, aplicando

$$V_c = \frac{4}{5} \sqrt{f_{ck}} b_0 c \quad (3.19)$$

Onde:

b_0 perímetro crítico, [mm].

E o valor da capacidade resistente total de uma secção

$$V_n = V_c + V_f \quad (3.20)$$

Onde:

V_n capacidade resistente ao corte, [kN].

Finalmente, deve ser comparada a capacidade resistente da secção com o esforço de cálculo, para verificar a capacidade resistente ao esforço atuante, através da equação

$$\phi V_n \geq V_u \quad (3.21)$$

Onde:

V_u esforço de corte de cálculo, [kN].

3.3.4. COMPRIMENTO DE AMARRAÇÃO

O comprimento de amarração para varões de FRP, pelo documento do ACI,

$$l_{bd} = \frac{\alpha \frac{f_{fr}}{0.083 \sqrt{f_{ck}}} - 340}{13.6 + \frac{C}{d_b}} d_b \quad (3.22)$$

Onde:

l_{bd} comprimento de amarração, [mm];

- α fator de modificação, [-]⁴;
- f_{fr} tensão no varão, [MPa];
- C dimensão do recobrimento, [mm].

Com:

$$f_{fr} = \min\{f_{fe}; f_{fu}\} \quad (3.23)$$

sendo:

$$f_{fe} = \frac{0.083\sqrt{f'_c}}{\alpha} \left(13.6 \frac{l_e}{d_b} + \frac{C}{d_b} \frac{l_e}{d_b} + 340 \right) \quad (3.24)$$

e:

- f_{fe} tensão desenvolvida no varão, [MPa];
- l_e comprimento do varão embebido, [mm].

O valor do comprimento de amarração de cálculo deve ser comparado com o máximo definido, na norma, através de

$$l_{bd} \leq 1.3 \frac{\Phi M_n}{V_u} \quad (3.25)$$

3.3.5. DEFORMAÇÃO

As deformações que ocorrem numa secção podem, de acordo com a norma ACI 440.1R-06 [2], ser determinadas de forma indireta, controlando a relação de esbelteza do elemento, ou de forma direta, através de expressões de cálculo para verificação de cumprimento limite.

Assim, é relevante apresentar as expressões utilizadas para o cálculo, do valor da deformação que ocorrerá numa secção, de forma direta, utilizando-se (3.26) para o cálculo da inércia que a secção possuirá após ocorrer fendilhação.

$$I_{cr} = \frac{bd^3}{3}k^3 + n_f A_{f,v} d^2 (1 - k)^2 \quad (3.26)$$

Onde:

- I_{cr} Inércia da secção fendilhada, [mm⁴].

O valor do momento que provoca a ocorrência de fendilhação no elemento é calculado através da expressão

⁴ Considera a posição do varão de FRP no elemento. Por defeito é válido o valor de 1.0 mas, para varões com recobrimento inferior com mais de 300 mm deve ser considerado 1.5.

$$M_{cr} = \frac{2f_r I_g}{h} \quad (3.27)$$

Onde:

- M_{cr} momento de fendilhação, [kNm];
 f_r resistência característica do betão à tração, [MPa];
 I_g inércia da secção, [mm⁴];
 h altura da secção, [mm].

Com:

$$f_r = 0.62\sqrt{f_{ck}} \quad (3.28)$$

A inércia efetiva, i.e., a inércia efetiva que a secção deverá possuir após a fendilhação e que descreve a variação ao longo do tempo, é determinada através de

$$I_e = \left(\frac{M_{cr}}{M_{ser}}\right)^3 \beta_d I_g + \left[1 - \left(\frac{M_{cr}}{M_{ser}}\right)^3\right] I_{cr} \leq I_g \quad (3.29)$$

Onde:

- I_e inércia efetiva da secção, [mm⁴];
 M_{ser} momento aplicado, [kNm];
 β_d coeficiente de redução, [-].

Com:

$$\beta_d = \frac{1}{5} \left(\frac{\rho_f}{\rho_{fb}}\right) \leq 1.0 \quad (3.30)$$

Por fim, o valor da deformada a longo prazo pode ser estimado através de

$$\Delta_{LT} = 0.6\xi\Delta_i \quad (3.31)$$

Onde:

- Δ_{LT} deformação a longo prazo [mm];
 ξ fator de tempo [-];
 Δ_i deformação instantânea [mm].

Com:

$$\Delta_i = \frac{5M_{ser}l^2}{48E_c I_e} \quad (3.32)$$

sendo:

- l comprimento do vão, [mm];
 E_c módulo de elasticidade do betão, [GPa].

3.3.6. TENSÕES

Para o cálculo do valor da tensão instalada nos varões, em condições de serviço

$$f_{f,s} = M_s \frac{n_f d (1 - k)}{I_{cr}} \quad (3.33)$$

Onde:

$f_{f,s}$ tensão em serviço, [MPa];
 M_s momento atuante, [kNm].

Sendo que a norma indica que, o valor calculado deve ser inferior a 20% de f_{fu} , no caso dos elementos de betão armado com varões de GFRP.

3.3.7. FENDILHAÇÃO

De modo a estimar o valor da distância entre fendas é utilizado a expressão

$$w = 2 \frac{f_f}{E_f} \beta k_b \sqrt{d_c^2 + \left(\frac{S}{2}\right)^2} \quad (3.34)$$

Onde:

w provável abertura de fendas, [mm];
 β relação entre a distância à fibra extrema tracionada e ao centro de gravidade das armaduras, [-];
 k_b coeficiente de aderência Betão-FRP, [-]⁵.
 d_c espessura de recobrimento, [mm].

com:

$$f_f = \frac{M_s}{A_f d \left(1 - \frac{k}{3}\right)} \quad (3.35)$$

3.4. FLEXÃO COMPOSTA

A norma ACI 440.1R-06 [2] indica, no subcapítulo 8.2.5.3, que não é recomendado a utilização de armaduras longitudinais de FRP em elementos sujeitos a esforços de compressão, que geralmente ocorrem em pilares.

No entanto, a utilização de pilares, em estruturas, é uma necessidade e, assim, opta-se por abordar a possibilidade de dimensionamento, deste tipo de elemento

⁵ Valores, do fator k_b , variam entre 0.60 e 1.72 sendo, geralmente, considerado como 1.4.

estrutural, através da análise da interação de esforços axiais com esforços de flexão, a designada flexão composta. Pois como a maioria dos elementos sujeitos a esforços de compressão estão também sujeitos a esforços de flexão, pelo que em termos de dimensionamento deve ser considerado a presença de ambos os esforços.

A análise da flexão composta pode ser feita através de gráficos de interação de esforços axiais com esforços de flexão, como representado na FIGURA 3.3, em que existe uma infinidade de combinações capazes de provocar a rotura da secção. A partir dos diagramas elaborados é possível verificar se a secção concebida possui capacidade resistente adequada aos esforços que atuarão no elemento.

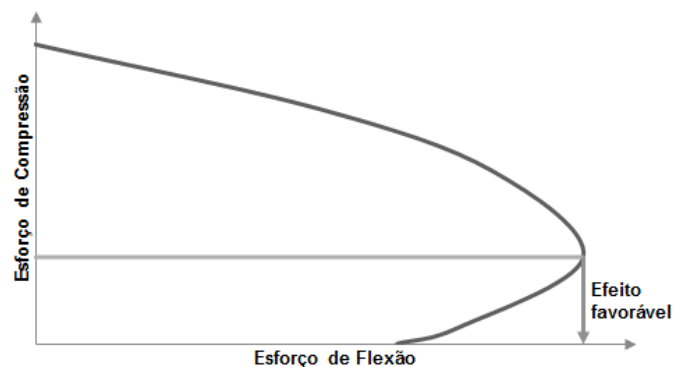


FIGURA 3.3: Gráfico de interação Esforço de Compressão-Esforço de Flexão.

De forma genérica, considera-se que os valores na parte interior do gráfico representam os pares de esforços a que a secção possui capacidade resistente, notando-se que entre o eixo das abcissas e o valor máximo do conjunto existe um efeito favorável, em que para esforços de compressão reduzidos existe um alívio das tensões na armadura levando ao incremento da capacidade resistente à flexão.

A elaboração deste tipo de diagramas compreende a determinação da posição da Linha Neutra (L.N.) e o cálculo do valor da deformação em cada fibra, limitando-se a extensão máxima, em compressão, a ϵ_{cu} .

A partir do valor da deformação são calculadas as forças atuantes, tanto na armadura como no betão, que permitem obter os valores dos esforços de compressão e tração atuantes e através da distância ao eixo neutro da secção é efetuado o cálculo dos esforços de flexão, esquematizado na FIGURA 3.4.

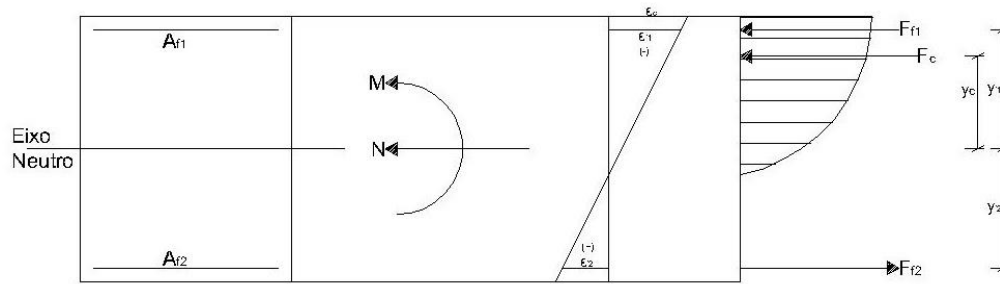


FIGURA 3.4: Esquemática da flexão composta.

O cálculo da capacidade resistente da secção a esforços de compressão, é realizado pelo somatório da resultante de todas as forças atuante na secção, com o respetivo sinal consoante sejam forças de tração ou de compressão, através de

$$F_n = \sum_i F_i \quad (3.36)$$

Onde:

F_n capacidade resistente da secção a esforços de compressão, [kN].

E a determinação dos momentos resistentes é efetuada por

$$M_n = F_c y_c + \sum_i F_{fi} y_{fi} \quad (3.37)$$

Onde:

M_n capacidade resistente da secção a esforços de flexão, [kNm].

Como a relação tensão-deformação do FRP é de tipo elástico linear, como já descrito anteriormente, a tensão atuante na armadura

$$\sigma_f = E_f \varepsilon_f \quad (3.38)$$

Onde:

σ_f tensão FRP, [MPa].

ε_f extensão FRP, [‰].

Para determinação das forças, de compressão ou tração, atuantes na armadura pode ser utilizado,

$$F_f = \sigma_f A_f \quad (3.39)$$

Onde:

F_f força no FRP, [kN].

A_f área de armadura, [mm²].

No caso do betão, a relação tensão-extensão é de forma não linear, mas por simplificação podem ser aproximadas a um diagrama parábola-retângulo, como representado na FIGURA 3.5.

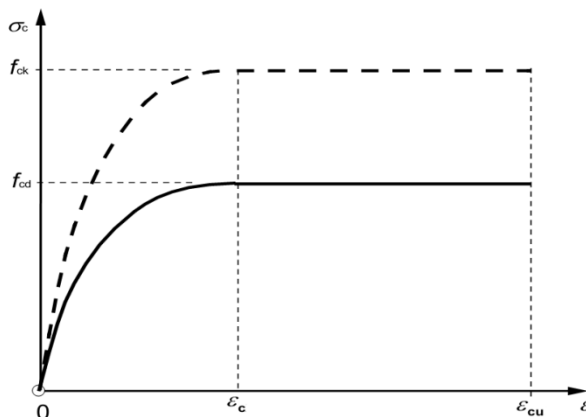


FIGURA 3.5: Diagrama parábola-retângulo para o betão comprimido (retirado do EC2 [39]).

Para efeitos de dimensionamento, utilizando esta simplificação, é recorrente a utilização do chamado “Método do Diagrama Rectangular Simplificado”, vulgo MDRS, em que se considera a situação representada na FIGURA 3.6.

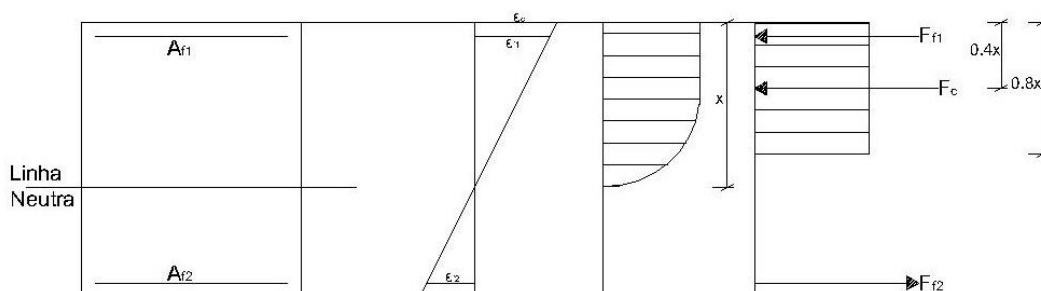


FIGURA 3.6: Esquematização do Método do Diagrama Rectangular Simplificado.

Sendo a tensão de compressão do betão dada por,

$$\sigma_c = 0.85 f_{cd} \tag{3.40}$$

Onde:

σ_c tensão de compressão no betão, [MPa].

Que permite calcular a força de compressão atuante,

$$F_c = \sigma_c A_c \tag{3.41}$$

Onde:

F_c força de compressão no betão, [kN].

A_c área de betão sujeita à compressão, [mm²].

3.5. ANÁLISE ESTRUTURAL NÃO LINEAR

Outra possibilidade para determinar a força de compressão do betão, que atua numa dada secção, pode ser realizada através da análise estrutural não linear da relação tensão-deformação, que se encontra representada na FIGURA 3.7.

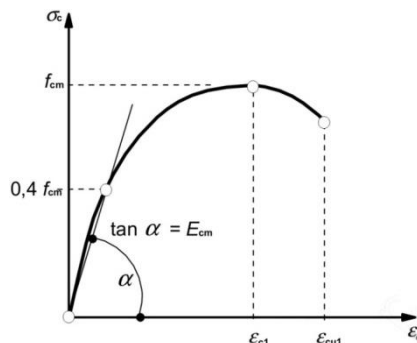


FIGURA 3.7: Representação esquemática da relação tensões-extensões para a análise estrutural (retirado do EC2 [39]).

O dimensionamento através desta hipótese permite obter valores, de capacidade resistente a esforços de flexão superiores, e mais aproximados da realidade, quando comparados aos determinados através das expressões anteriormente descritas para vigas e lajes, indicadas no ACI 440.1R-06 [2].

A tensão de compressão do betão, neste tipo de análise, é determinada através de

$$\sigma_c = f_{cm} \frac{k\eta - \eta^2}{1 + (k - 2)\eta} \quad (3.42)$$

Onde:

f_{cm} valor médio da tensão de rotura do betão à compressão, [MPa].

Com:

$$f_{cm} = f_{ck} + 8 \quad (3.43)$$

e:

$$k = 1.05 E_{cm} \frac{|\epsilon_{c1}|}{f_{cm}} \quad (3.44)$$

e:

$$\eta = \frac{\epsilon_c}{\epsilon_{c1}} \quad (3.45)$$

sendo:

E_{cm} módulo de elasticidade secante do betão, [GPa];

ε_{c1} extensão do betão correspondente à tensão máxima f_c , [‰];
 ε_c extensão do betão compressão, [‰].

onde:

$$\varepsilon_{c1} = 0.7 f_{cm}^{0.31} < 2.8 \quad (3.46)$$

Em termos de dimensionamento, a representação esquemática dos esforços atuantes numa secção retangular sujeita a flexão simples, numa análise não linear, é conforme representado na FIGURA 3.8.

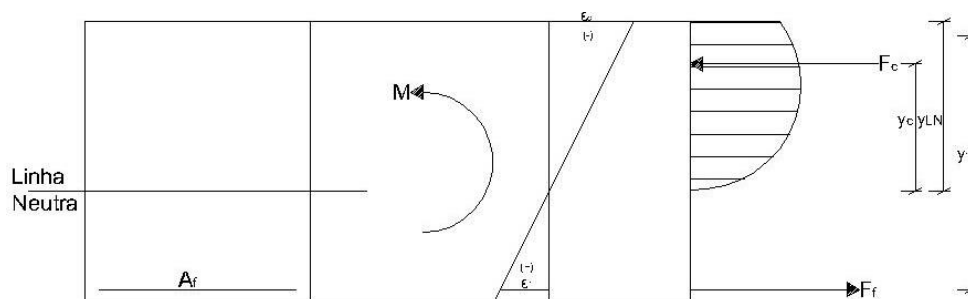


FIGURA 3.8: Esquemática da flexão simples em análises não lineares.

A força de compressão corresponde à multiplicação da área de betão comprimida pelo valor das tensões instaladas. Para tal,

$$F_c = A_c \int_0^{y_{LN}} \sigma_c dx \quad (3.47)$$

Onde:

y_{LN} posição da L.N., [mm].

Sendo notório que a determinação da L.N. efetiva é uma obrigatoriedade para o cálculo de F_c . No entanto, tradicionalmente, nas análises realizadas, é assumido que a posição da L.N. corresponde ao ponto ideal, i.e., a posição correspondente à máxima utilização das capacidades dos materiais.

Como tal, para se determinar a posição real em que a L.N. se encontra, é realizado a verificação se esta se encontra numa posição acima, ou abaixo, da posição ideal e consequentemente, alterados os valores de ε_c ou ε_f , iterativamente, até que ocorra o equilíbrio axial,

$$F_c = F_f \quad (3.48)$$

E o equilíbrio de momentos,

$$\sum M = F_f y_f + F_c (h - y_{LN} + y_c) \quad (3.49)$$

Aplicando os conceitos descritos por Rama Rao, Pownuk e Skalna [42] e por Dulinskas e Zabulionis [16] é possível determinar a força de compressão pelo betão numa secção, através de uma análise não linear, integrando em ordem a uma só variável a área da secção comprimida e do diagrama de tensões-extensões do material betão,

$$F_c = \int_0^{y_{LN}} b \times \sigma_c dx \quad (3.50)$$

Com:

$$\int_0^{y_{LN}} b \times \sigma_c dx = b f_{cm} \int_0^{y_{LN}} \frac{k \left(\frac{x \varepsilon_c}{y_{LN} \varepsilon_{c1}} \right) - \left(\frac{x \varepsilon_c}{y_{LN} \varepsilon_{c1}} \right)^2}{1 + (k - 2) \left(\frac{x \varepsilon_c}{y_{LN} \varepsilon_{c1}} \right)} dx$$

Para o cálculo do braço dos momentos, é calculado o centro de gravidade do centróide,

$$y_c = \frac{\text{total dos momentos}}{\text{área total}} = \frac{1}{F_c} \int_0^{y_{LN}} F_c \times y_{LN} dx \quad (3.51)$$

3.6. CONSIDERAÇÕES

Em resumo, no dimensionamento de betão armado tradicional é considerado que a capacidade resistente a esforços de tração deve ser uma propriedade da armadura, em que o betão, só por si, apenas deve possuir capacidade resistente a esforços de compressão. Não significa, porém, que na realidade estes conceitos se apliquem à letra, i.e., o betão possui capacidade de resistir a esforços de tração, no entanto por questões de segurança deve ser considerado como nulo esse valor em projeto, não contribuindo para efeitos de cálculo.

Os varões de GFRP apresentam vantagens que são fundamentais para aspetos de durabilidade das estruturas, como a resistência à corrosão, à fadiga, a efeitos

químicos, a baixa condutividade térmica e elétrica e ao facto de não serem magnéticos. Outras vantagens são a facilidade de moldagem e o custo inferior, face a AFRP e CFRP, ou o reduzido peso próprio e elevada resistência, face ao aço.

No entanto, há que salientar que estes materiais possuem desvantagens que devem ser, sempre, consideradas aquando da sua escolha, destacando-se, claramente, o reduzido módulo de elasticidade, a rotura frágil e o custo de aquisição, se comparado ao aço, que serão fatores influenciáveis na escolha por parte dos projetistas.

Destaque-se, ainda, a desconformidade de características por fabricante, pois cada empresa comercializa um produto com propriedades próprias, i.e., diferentes conjuntos de diâmetros, áreas nominais, densidades, coeficientes de dilatação térmica, resistência à tração, módulo de elasticidade ou extensão última. É, também, possível verificar que algumas das variações de características ocorrem num mesmo fabricante para varões de diferentes diâmetros.

A uniformização das características dos varões será certamente uma mais-valia para a generalização deste material, devendo este aspeto ser um dos pontos a regulamentar por parte dos organismos competentes.

A norma desenvolvida pelo *American Concrete Institute* para o projeto de elementos de betão armado com FRP, o ACI 440.1R-06 [2], encontra-se bem estruturada e, apesar de não ser um documento extenso, consegue abordar de forma simples os aspetos que são necessários considerar no dimensionamento de vigas e lajes, os dois tipos de elementos estruturais que são abordados na norma.

O exemplo prático apresentado, no capítulo final da norma, é, claramente, um ponto positivo pois permite adquirir uma noção de como realizar uma primeira abordagem no dimensionamento de elementos que utilizem estes materiais.

A recomendação de não utilização de FRP como armadura longitudinal em elementos sujeitos à compressão resulta, em grande parte, da falta de estudos experimentais nesta área, o que deve ser considerado como possível área de investigação, no âmbito da utilização deste material em elementos estruturais.

A utilização de conceitos aplicados a estruturas de betão armado tradicionais no cálculo de capacidade resistente a esforços combinados, axiais com flexão, deve ser realizada de forma prudente, daí a opção de utilização de uma forma simplificada, logo mais conservativa, da relação constitutiva do betão para tensões-deformações, na determinação do diagrama de interação de esforços axiais com flexão.

O cálculo da capacidade resistente de uma secção através de uma análise não linear é uma vantagem pois permite obter valores superiores, e mais realísticos. No entanto a determinação exata, da posição da L.N. e do valor de F_c , implica a necessidade da utilização de ferramentas de cálculo automatizadas, sob o risco de se tornar um processo demasiado moroso, cujos resultados finais poderão não se justificar para determinados níveis de esforços atuantes, numa ótica de mercado concorrencial.

A falta de documentos que auxiliem a utilização de análises não lineares, mesmo para elementos tradicionais de betão armado é um aspeto que poderá ser aproveitado para, no futuro, servir de possível objeto de estudo. Este facto é, ainda mais relevante em estruturas que utilizem FRP, pois permite obter capacidades resistentes menos conservativas, o que, atendendo às dificuldades encontradas para incorporar estes materiais de uma forma mais corrente em projeto, poderá ser uma forma de demonstrar as potencialidades existentes.

CAPÍTULO 4 - DESENVOLVIMENTO DA APLICAÇÃO

4.1. ASPETOS GERAIS

O objetivo desta dissertação foi o desenvolvimento de uma aplicação informática que automatizasse o cálculo de elementos de betão armado com varões de GFRP, recorrendo a normas existentes para o efeito. A perspetiva de desenvolver tal *software* levou à necessidade de que fossem definidos alguns objetivos a atingir pela aplicação.

O principal objetivo era o de que o programa executasse os cálculos de forma correta e precisa, aliado à capacidade de elaborar parâmetros que permitissem auxiliar em aspetos menos comuns, e.g., elaboração de diagramas de interação de esforço axial com flexão, para dimensionamento de pilares, e resolução de problemas numéricos em análises lineares, para otimização dos elementos dimensionados.

Sob o ponto de vista de utilização considerou-se a necessidade da aplicação ser o mais simples e intuitiva possível, assim sendo, foi garantida consistência nos elementos gráficos da aplicação e fornecidas dicas de ajuda, tudo criado numa interface agradável e minimalista.

Acrescentando-se a capacidade de ligação a programas externos, de modo a que fosse possível a manipulação de dados da forma mais conveniente ao utilizador.

A aplicação desenvolvida foi criada sobre a plataforma *dotNET Framework*, desenvolvida pela *Microsoft Corporation*, que permite o desenvolvimento de aplicações informáticas, em diversas linguagens de programação.

A utilização desta plataforma possui como vantagens, entre muitas outras, a capacidade de utilização de programação orientada a objetos (POO), execução segura de código minimizando conflitos de versões, a adaptação a outras linguagens e a existência de auxiliares para desenvolvimento gráfico.

Das várias linguagens suportadas pelo *dotNet Framework*, a opção de utilizar *C Sharp*[®] (C#) justifica-se com o facto de ser uma das linguagens mais utilizadas correntemente, no desenvolvimento de *software* para ambiente *Windows*[®], e por ser

uma linguagem desenvolvida para incorporar as vantagens de outras, como C/C++, minimizando as desvantagens que estas possuíam [51].

A utilização desta linguagem permite o acesso a uma grande base de suporte por parte da comunidade de utilizadores, existindo vários elementos disponíveis *online*, e.g., fóruns de suporte da *Microsoft Corporation* [35] ou o *website* de perguntas e respostas, “Stack Overflow” [49].

A aplicação desenvolvida utiliza os conceitos de *Model View Controller* (MVC), encontrando-se parte da informação encapsulada no processamento e isolada da manipulação, sendo que a parte gráfica é criada de forma independente a estes, i.e., a diversa informação presente no código encontra-se separada entre si mas unificada no programa final.

A utilização deste conceito permite a utilização de várias vistas pois o *core* do programa não é afetado pelas restantes partes do programa, existindo fluxo da informação introduzida para modelação, i.e., podem estar diversas janelas, da aplicação, a funcionar em simultâneo sendo a informação obtida através desse *display* gráfico (“View”), enquanto o controlador (“Controller”) movimenta a informação para o modelo (“Model”) que executa os cálculos da respetiva aplicação.

Com esta estrutura de programação a aplicação desenvolvida é altamente adaptável e extensível a novas mudanças.

Os componentes que constituem o programa são, fundamentalmente:

- *Tabs* – separador contendo a informação necessária para definição de um determinado elemento ou com os resultados da análise realizada;
- *Textboxes* - caixa na interface do programa que permite a introdução de dígitos;
- *Radio buttons* - botão que permite escolher entre uma das opções;
- *Check box* - caixa de controlo que permite ativar, ou desativar, uma determinada opção ou situação;
- *Datagridviews* – conjunto de linhas e colunas.

A aplicação possui, ainda, a capacidade de exportar a informação, com os diversos cálculos realizados, para uma folha de cálculo externo, em *Excel*, para que o utilizador possa realizar a manipulação de dados que lhe seja mais conveniente.

4.2. DESCRIÇÃO DO PROGRAMA

O *software* desenvolvido é a aplicação direta das fórmulas descritas no Capítulo 3, aliado aos conceitos referidos. Como tal, neste subcapítulo apenas é esquematizado o método de funcionamento do programa não sendo apresentada listagem específica do código desenvolvido, pois a compreensão dos diagramas é mais funcional e permite adaptação futura a outras linguagens de programação.

O funcionamento geral do programa pode ser esquematizado através da FIGURA 4.1, em que são apresentadas as sequências possíveis de executar no programa.

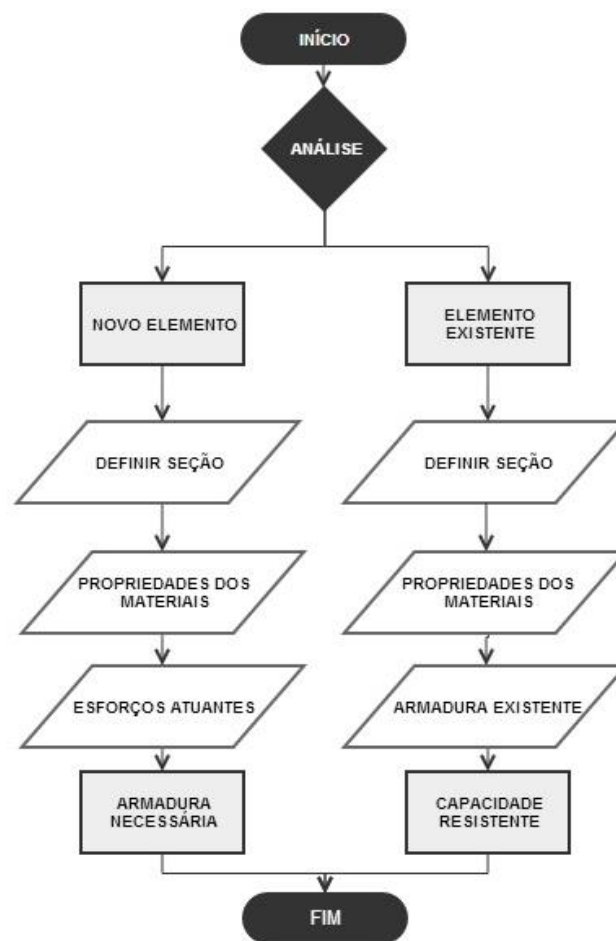


FIGURA 4.1: Fluxograma descritivo do funcionamento geral do programa.

No início do programa é definido o tipo de análise a executar e que condiciona as restantes etapas, i.e., se for um elemento existente será calculada a sua capacidade resistente e se for um novo elemento far-se-á a determinação da armadura necessária para resistir aos esforços atuantes. O passo seguinte é o de definir as propriedades geométricas da secção e as propriedades dos materiais utilizados para o dimensionamento.

Seguidamente, ou é indicada a armadura existente, para calcular a capacidade resistente da secção de um elemento existente, ou são discriminados os esforços atuantes, para determinação da armadura necessária num novo elemento.

Caso a opção escolhida, pelo utilizador, seja a de dimensionar um novo elemento, a seleção da armadura a adotar no elemento é executado, a sequência de código esquematizada pela FIGURA 4.2.



FIGURA 4.2: Sequência de seleção de armadura de um novo elemento.

Assim, após determinada a quantidade de armadura necessária é executado um ciclo que incrementa o número de varões, com base no catálogo da Schöck Combar[®], até que a área definida seja superior à determinada.

Para o dimensionamento, ou análise, de pilares o programa segue a sequência já descrita mas, para determinação de valores de esforço axial e de flexão, que a secção conseguirá suportar recorre-se à sequência indicada na FIGURA 4.3.

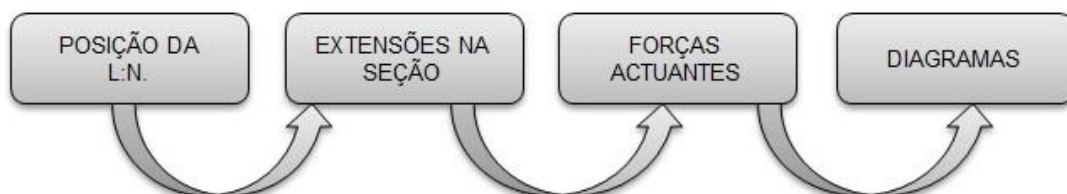


FIGURA 4.3: Sequência de elaboração de diagramas de interação.

Para a elaboração dos diagramas de flexão composta utiliza-se o processo descrito no ANEXO A – DIAGRAMAS DE INTERAÇÃO DE FLEXÃO COMPOSTA, para determinação dos pontos necessários à elaboração dos diagramas, pares de esforços axiais e de flexão.

A utilização da análise não linear compreende o procedimento representado na FIGURA 4.4, em que são utilizados os conceitos de elementos de betão armado tradicionais recorrendo-se às equações de equilíbrio axial e de momentos.

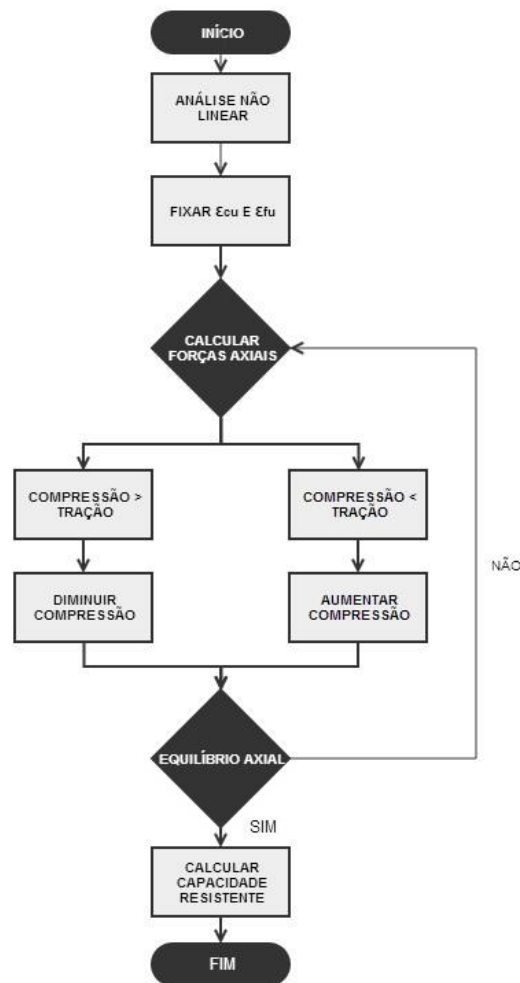


FIGURA 4.4: Fluxograma descritivo da análise não linear.

Inicialmente é determinado se a rotura da secção ocorrerá através de esmagamento do betão ou rotura da armadura, calculando-se a posição da L.N. na situação ideal, em que as potencialidades de ambos os materiais são aproveitadas.

A capacidade resistente é, depois, determinada através da localização da posição da L.N. efetiva, de modo a que seja calculada a força de compressão atuante na secção, utilizando-se um processo iterativo até atingir o objetivo pretendido.

A parte iterativa deste procedimento é executada com base no conceito do algoritmo do ponto médio, em que é reduzido o número de iterações realizadas, através de variáveis auxiliares, fixando-se os limites inferiores e superiores da posição da L.N., consoante as forças de compressão sejam maiores, ou menores, que as de tração.

Após definição dos limites, é calculado o valor intermédio, entre ambos, e calculado o momento resistente para essa posição, sendo depois realizada uma comparação com o momento atuante. Caso a razão entre os momentos seja superior a 1 o limite inferior assume o valor intermédio, senão é o limite superior que é alterado para esse mesmo valor, repetindo-se o processo até que a razão dos momentos seja igual a 1.

As variáveis utilizadas, na linguagem escolhida, possuem uma ordem de grandeza entre $[\pm 5.0 \times 10^{-324}; \pm 1.7 \times 10^{308}]$ [35], o que leva a que o programa possa executar um número elevado de iterações para determinar a posição da L.N., em que ocorre o equilíbrio.

Como forma de reduzir os tempos de processamento considerou-se aceitável a aproximação a um valor próximo da unidade, caso seja necessário, assim o programa executa a iteração até que, pelo menos, seja encontrado um valor aproximado, a 9 casas decimais, i.e., o programa considera que se o valor se encontrar no intervalo entre $[0.999999999; 1.000000001]$ a aproximação é aceitável e termina aí o cálculo do momento resistente.

O programa foi elaborado, graficamente, de modo a tentar ser o mais simples e intuitivo possível, para que o utilizador entendesse sem dificuldades os objetivos de cada campo, mas como complemento são descritos no ANEXO B – GUIA DE UTILIZAÇÃO alguns dos elementos constituintes da *interface* gráfica, de forma aproximada a um guia de utilização.

4.3. CONSIDERAÇÕES

Em resumo, o desenvolvimento de um *software* pode auxiliar o projetista nos procedimentos de cálculo, no entanto deve ser sempre tido em consideração que o programa é uma mera ferramenta que ajuda na obtenção de uma solução mais otimizada e, como tal, os resultados dependem dos valores introduzidos e dos critérios definidos.

Deve-se, igualmente, ter em consideração que a solução obtida não pode substituir os conhecimentos do projetista, sendo necessário entender os conceitos utilizados para a elaboração do programa, quer de suposições teóricas quer de aspetos de comportamento dos materiais utilizados, para que exista uma análise crítica dos resultados obtidos e permitir que sejam realizadas sugestões para mudanças, eventualmente, necessárias.

A utilização de plataformas de programação, como o *dotNet Framework*, permite contornar alguns aspetos como a necessidade de o utilizador ser possuidor de aplicações específicas, apesar de a plataforma utilizada exigir a instalação do *framework* respetivo mas que é fornecido gratuitamente.

A linguagem de programação utilizada é, basicamente, uma escolha do programador sendo que existe sempre a possibilidade, através da utilização da referida plataforma, de converter o código utilizado para outra linguagem que, possa ser mais conveniente.

Ressalve-se, no entanto, que a linguagem e a plataforma escolhidas possuem, claramente, a vantagem do suporte existente, em elementos *online*, e da grande comunidade de utilizadores que não só disponibilizam soluções pontuais de programação como fazem, também, assistência a eventuais dúvidas que possam existir.

Apesar da programação realizada ser, de forma genérica, a aplicação direta de expressões, a metodologia de projeto MVC apresenta como grande vantagem a de realizar uma separação dos elementos constituintes do programa o que permite

efetuar alterações, em partes específicas, sem que seja necessário alterar a totalidade da aplicação.

A esquematização da descrição do programa permite uma mais fácil compreensão e auxilia, em eventuais, alterações futuras, que possam ser efetuadas no código, quer por falhas do programa quer por atualizações normativas, mas cuja forma de resolução se mantém inalterada.

O guia de utilização pretende apenas ser um complemento à ferramenta e não uma descrição exaustiva da mesma, pois a separação quase total da definição de parâmetros a introduzir tornam mais intuitiva a experiência de utilização sendo mais relevante a formulação descrita no capítulo anterior.

CAPÍTULO 5 - APLICAÇÃO PRÁTICA

5.1. COMPARAÇÃO DE RESULTADOS

Como forma de se demonstrar a correta realização dos cálculos no programa desenvolvido, apresentam-se alguns exemplos comparativos, com valores de cálculo de Estados Limites Últimos, Estados Limites de Serviço e Análise Não Linear dos elementos.

Apresenta-se uma breve descrição do problema original e tabela síntese com o comparativo entre resultados obtidos pelo programa e os obtidos pelos autores, enunciando-se e explicando-se, sumariamente, diferenças entre resultados. Nos anexos indicados encontram-se presentes os resultados obtidos de forma mais detalhada, que são acessíveis ao utilizador através da utilização da funcionalidade de exportação de resultados para *Excel* presente no programa.

5.1.1. EXEMPLO VIGA RETANGULAR (ACI 440.1R-06 [2])

O exemplo presente no documento do ACI [2], realiza os cálculos para dimensionamento de uma viga simplesmente apoiada, necessária numa unidade de ressonância magnética, cujo modelo de cálculo se apresenta na figura seguinte.

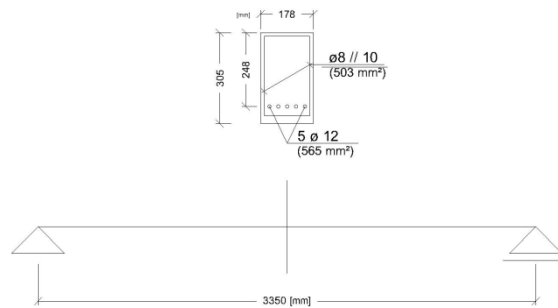


FIGURA 5.1: Modelo de cálculo do exemplo do ACI [2]

As propriedades de cálculo da armadura utilizada, de acordo com o referido documento, são as seguintes:

TABELA 5.1: Propriedades dos varões de GFRP para um dado fabricante (retirado de ACI [2]).

Resistência à tração	Módulo de Elasticidade	Extensão última
f_{fu} [MPa]	E_f [GPa]	ϵ_{fu} [‰]
620.6	44.8	14.0

Após a execução da aplicação obtém-se os resultados apresentados na TABELA 5.2, em que as colunas “VERIFICAÇÕES” e “PROGRAMA” são as que surgem no interface da aplicação. A coluna indicada como “DOCUMENTO ACI” refere os valores de cálculo indicados no documento.

TABELA 5.2: Resultados (síntese) do exemplo viga retangular (ACI 440.1R-06 [2]).

VERIFICAÇÕES			PROGRAMA		DOCUMENTO ACI [2]	
Estados Limites Últimos						
Flexão						
Armadura adotada	(A_s)	[cm ²]	5.65	5Φ12	5.65	2Φ19
Percentagem equilibrada de armadura	(ρ_{fb})	[-]	0.008557		0.00857	
Percentagem de armadura	(ρ_f)	[-]	0.01281		0.0128	
Modo de Rotura			Esmagamento do betão		Esmagamento do betão	
Momento Resistente	(M_{Rd})	[kNm]	32.13		32.1	
Corte						
Resistência ao Corte pelo betão	(V_c)	[kN]	17.88		17.9	
Armadura adotada	$(A_{fv/s})$	[cm ² /m]	5.03	Φ8//10	6.54	Φ10//12
Resistência ao Corte pela armadura	(V_f)	[kN]	22.34			
Resistência ao Corte	(V_{Rd})	[kN]	34.63			
Estados Limites de Serviço						
Limitação das tensões						
Tensão em serviço	$(f_{f,s})$	[MPa]	58.37		58.2	
Tensão admissível	$(0.20 f_{fu})$	[MPa]	99.3		99.2	
Deformação						
Deformada a longo prazo	(Δ_{lt})	[mm]	12.06		12.2	
Deformada admissível	$(\Delta_{máx})$	[mm]	13.96		14.0	
Abertura de Fendas						
Distância entre fendas	(w)	[mm]	0.54		0.57	
Distância regulamentar	$(w_{máx})$	[mm]	0.7		0.7	
Comprimento de Amarração						
Comprimento de Amarração	(l_{bd})	[mm]	583.15		700.0	
Comprimento de Amarração Admissível	$(l_{bd,máx})$	[mm]	1206.18		2025.0	

Os resultados são satisfatórios, sendo que as discrepâncias de valores advém, essencialmente, dos diâmetros de varões utilizados, i.e., como o programa tem a

limitação de utilização dos valores disponíveis no catálogo da Schöck Combar® [46] e o documento utiliza valores de um outro fabricante, a simulação foi feita por áreas semelhantes de varões e não pelo diâmetro em si.

No caso da capacidade resistente ao Corte, o documento original refere uma armadura possível para resistir aos esforços atuantes mas apenas verifica a capacidade resistente da seção pelo betão sendo que na aplicação optou-se por utilizar uma armadura de comum utilização.

No caso de ser realizada uma análise não linear o *display* dos resultados é o que se apresenta na FIGURA 5.2.

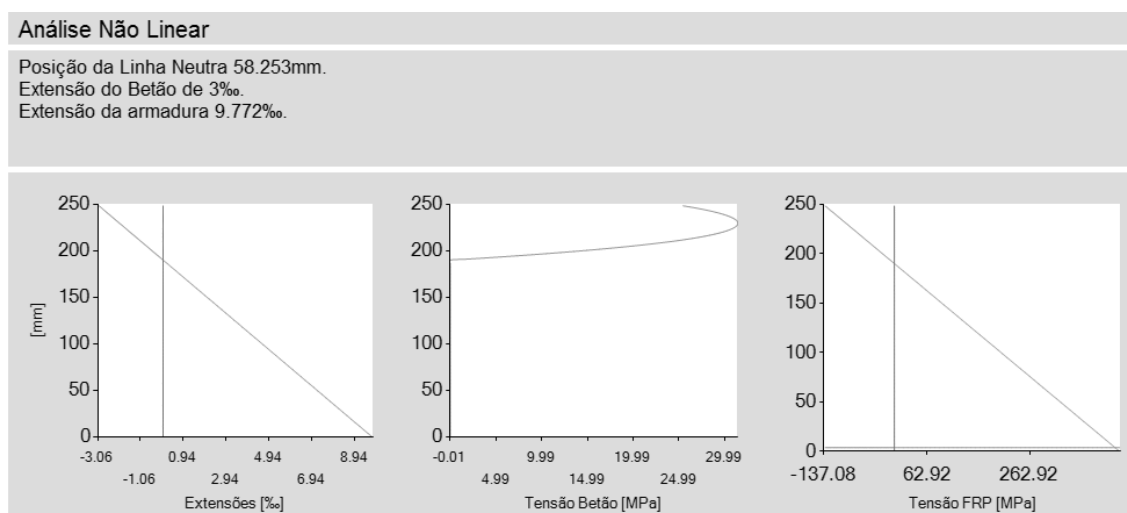


FIGURA 5.2: Resultados da análise não linear do exemplo viga retangular (ACI 440.1R-06 [2]).

Em que é possível verificar a posição da L.N. na secção bem como os valores aproximados de tensões e extensões, que ocorrem no elemento. Assim, verifica-se que a extensão do betão está no limite definido pelo ACI [2] e que confirma a ocorrência da rotura da seção pelo betão e não pelo FRP.

O momento nominal resistente obtido pelo programa foi de 55.41 kNm, superior ao valor de 49.43 kNm do documento. Este facto comprova a maior capacidade resistente através de uma análise não linear, que permite o maior aproveitamento dos materiais utilizados, levando a que no limite fosse possível reduzir a quantidade de armadura utilizada para dimensionamento da viga referida.

A demonstração de utilização da aplicação para este caso prático pode ser visualizada no ANEXO B.2 – APLICAÇÃO A CASO PRÁTICO.

A exportação de dados para *Excel* permite uma verificação mais detalhada dos valores descritos, como apresentado no ANEXO C.1 – EXEMPLO VIGA RETANGULAR (ACI 440.1R-06).

5.1.2. EXEMPLO LAJE FUNGIFORME (CAMACHO [10])

Como os conceitos de funcionamento do programa são semelhantes para os diversos tipos de viga, bem como lajes, considera-se útil a apresentação de um exemplo de comparação de resultados com uma laje fungiforme, pois tem a particularidade de realizar a verificação ao punçoamento.

Assim, no documento elaborado por Camacho [10], é apresentado um caso de estudo realizado a uma laje fungiforme, sob a forma de pavimento de estacionamento público de automóveis ligeiros, conforme FIGURA 5.3.

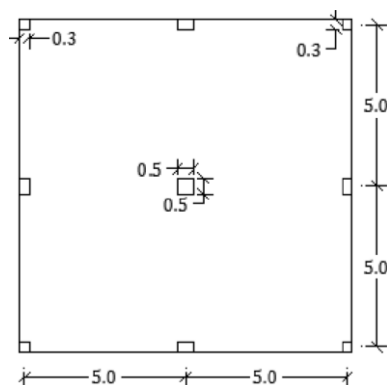


FIGURA 5.3: Planta estrutural da laje fungiforme (retirado de Camacho [10]).

As verificações efetuadas pelo documento do ACI compreendem os ELU, para determinar a capacidade resistente do elemento a esforços de Flexão e de Corte, bem como os ELS, para verificar as condições de utilização corrente da laje. Salientando-se a verificação ao punçoamento, necessária neste tipo de elemento. O resumo do resultado dos cálculos efetuados para esforços de flexão positivos é apresentado na TABELA 5.3..

TABELA 5.3: Resultados (síntese) do exemplo laje fungiforme – Esforços positivos (Camacho [10]).

VERIFICAÇÕES			PROGRAMA		CAMACHO [10]	
Estados Limites Últimos						
Flexão			Positivo			
Armadura adotada	(A_s)	[cm ²]	11.31	12//10	11.31	12//10
Percentagem equilibrada de armadura	(ρ_{fb})	[-]	0.002389			
Percentagem de armadura	(ρ_f)	[-]	0.004189		0.0051	
Modo de Rotura			Esmagamento do betão			
Momento Resistente	(M_{Rd})	[kNm]	145.53		65.7	
Corte						
Resistência ao Punçamento	($V_{Rd,c}$)	[kN]	319.97		246.1	
Estados Limites de Serviço						
Limitação das tensões						
Tensão em serviço	($f_{f,s}$)	[MPa]	99.7		104	
Tensão admissível	($0.20 f_{fu}$)	[MPa]	216		216	
Deformação						
Deformada a longo prazo	(Δ_{lt})	[mm]	4.96		21	
Deformada admissível	($\Delta_{,máx}$)	[mm]	20.83		21	
Abertura de Fendas						
Distância entre fendas	(w)	[mm]	0.29		0.6	
Distância regulamentar	($w_{,máx}$)	[mm]	0.7		0.7	

Em que é visível uma certa discrepância entre os valores obtidos com a aplicação e aqueles que foram obtidos pelo autor. Os motivos destas diferenças justificam-se pela falta de atualização dos cálculos existentes no documento, i.e., numa primeira verificação o autor concluí que é necessário aumentar a espessura da laje para verificar o E.L.U. de Punçamento, mas ao refazer os cálculos não atualiza as verificações iniciais.

Este facto, em conjunto com a falta de cálculos mais detalhados, no documento, leva a que surjam algumas dificuldades em estabelecer uma comparação mais razoável.

Na tabela seguinte apresentam-se os resultados para esforços de flexão negativos).

TABELA 5.4: Resultados (síntese) do exemplo laje fungiforme – Esforços negativos (Camacho [10]).

VERIFICAÇÕES			PROGRAMA		CAMACHO [10]	
Estados Limites Últimos						
Flexão			Negativo			
Armadura adotada	(A_s)	[cm ²]	31.42	16//10 + 12//10	31.42	16//10 + 12//10
Percentagem equilibrada de armadura	(ρ_{fb})	[-]	0.002971			
Percentagem de armadura	(ρ_f)	[-]	0.011636		0.0185	
Modo de Rotura			Esmagamento do betão			
Momento Resistente	(M_{Rd})	[kNm]	215.96		100.3	
Corte						
Resistência ao Punçoamento	($V_{Rd,c}$)	[kN]	714.67		477.5	
Estados Limites de Serviço						
Limitação das tensões						
Tensão em serviço	($f_{f,s}$)	[MPa]	89.07		94	
Tensão admissível	($0.20 f_{tu}$)	[MPa]	192		192	
Deformação						
Deformada a longo prazo	(Δ_{lt})	[mm]	23.18		15	
Deformada admissível	($\Delta_{,m\acute{a}x}$)	[mm]	20.83		21	
Abertura de Fendas						
Distância entre fendas	(w)	[mm]	0.26		0.5	
Distância regulamentar	($w_{,m\acute{a}x}$)	[mm]	0.7		0.7	

Para os esforços de flexão negativos mantém-se a mesma discrepância de valores, pelos motivos já referidos, provocando alguma dificuldade de análise dos resultados apresentados. No entanto, destaca-se a utilidade que uma aplicação deste género possui pois a alteração de um parâmetro leva a que os restantes cálculos sejam realizados de acordo com as novas condições, evitando a redução de lapsos como o referido.

No ANEXO C.2 – EXEMPLO LAJE FUNGIFORME (CAMACHO) apresentam-se os resultados detalhados da análise obtida através da execução do programa.

5.2. CASOS PARTICULARES

5.2.1. ANÁLISE PARAMÉTRICA

Para se mostrar a utilidade da capacidade do programa em executar análises não lineares a secções retangulares, apresenta-se neste subcapítulo uma breve análise paramétrica, em que variando a esbelteza e as percentagens de armadura nas vigas se comparam os resultados da capacidade resistente à flexão através da análise não linear e os da aplicação das equações do documento do ACI [2].

Para efeitos de análise considerou-se seis vigas, com as seguintes propriedades geométricas:

TABELA 5.5: Propriedades geométricas das vigas utilizadas na análise paramétrica.

	LARGURA b [mm]	ALTURA h [mm]	ALTURA ÚTIL d [mm]
SECÇÃO 1	300	400	350
SECÇÃO 2	300	450	400
SECÇÃO 3	300	500	450
SECÇÃO 4	300	550	500
SECÇÃO 5	300	600	550
SECÇÃO 6	300	700	650

Cujo modelo de dimensionamento é o apresentado na figura seguinte.

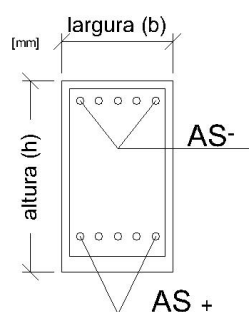


FIGURA 5.4: Modelo de cálculo das vigas utilizadas na análise paramétrica

Cada secção foi definida com três conjuntos de armaduras, para esforços de flexão positivos e negativos, tentando manter um certo equilíbrio de percentagem de armadura e para permitir também comparar os resultados pela variação de esbelteza e de armadura existente, como se apresenta na TABELA 5.6.

TABELA 5.6: Conjunto de varões por secção utilizados na análise paramétrica.

SECÇÕES			A_f^-	A_f^+
SECÇÃO 1	SECÇÃO 2	A_{f1}	3 ϕ 8+3 ϕ 12	2 ϕ 8+3 ϕ 12
		A_{f2}	2 ϕ 12+4 ϕ 16	4 ϕ 16
		A_{f3}	3 ϕ 16+3 ϕ 25	4 ϕ 25
SECÇÃO 3	SECÇÃO 4	A_{f4}	4 ϕ 16	5 ϕ 12
		A_{f5}	3 ϕ 25	1 ϕ 16+2 ϕ 25
		A_{f6}	3 ϕ 16+3 ϕ 25	5 ϕ 25
SECÇÃO 6	SECÇÃO 5	A_{f7}	4 ϕ 16	4 ϕ 16
		A_{f8}	2 ϕ 16+3 ϕ 25	1 ϕ 16+3 ϕ 25
		A_{f9}	2 ϕ 25+4 ϕ 32	2 ϕ 25+3 ϕ 32

Estas combinações foram definidas de modo a que ocorre-se sempre a rotura do elemento por esmagamento do betão, de acordo com o método do ACI, ou seja, em que $\rho_f > \rho_{fb}$. Este facto é descrito através da TABELA 5.7, em que são apresentadas as percentagens de armadura para os esforços positivos e negativos, bem como o da percentagem equilibrada de armadura, tendo todos estes valores sido retirados da aplicação.

TABELA 5.7: Percentagens de armadura consideradas na análise paramétrica.

			Momento Positivo		Momento Negativo		ρ_{fb} [%]
			A_f^+ [mm ²]	ρ_f [%]	A_f^- [mm ²]	ρ_f [%]	
SECÇÃO 1	A_{f1}	v1	439.82	0.004189	490.09	0.004668	0.003229
	A_{f2}	v2	804.25	0.007660	1030.44	0.009814	0.004005
	A_{f3}	v3	1963.50	0.018700	2075.81	0.019770	0.004690
SECÇÃO 2	A_{f1}	v4	439.82	0.003665	490.09	0.004084	0.003229
	A_{f2}	v5	804.25	0.006702	1030.44	0.008587	0.004005
	A_{f3}	v6	1963.50	0.016362	2075.81	0.017298	0.004690
SECÇÃO 3	A_{f4}	v7	565.49	0.004189	804.25	0.005957	0.004005
	A_{f5}	v8	1182.81	0.008762	1472.62	0.010908	0.004690
	A_{f6}	v9	2454.37	0.018181	2566.68	0.019012	0.004690
SECÇÃO 4	A_{f4}	v10	565.49	0.003770	804.25	0.005362	0.004005
	A_{f5}	v11	1182.81	0.007885	1472.62	0.009817	0.004690
	A_{f6}	v12	2454.37	0.016362	2566.68	0.017111	0.004690
SECÇÃO 5	A_{f7}	v13	804.25	0.004874	804.25	0.004874	0.004005
	A_{f8}	v14	1673.68	0.010144	1874.75	0.011362	0.004690
	A_{f9}	v15	3394.49	0.020573	4198.74	0.025447	0.004690
SECÇÃO 6	A_{f7}	v16	804.25	0.004124	804.25	0.004124	0.004005
	A_{f8}	v17	1673.68	0.008583	1874.75	0.009614	0.004690
	A_{f9}	v18	3394.49	0.017408	4198.74	0.021532	0.004690

A condição de rotura por esmagamento do betão ocorre na maioria das análises realizadas, a única exceção, verificada na TABELA 5.7, ocorre na viga v10, mas deve-se ao facto de o valor de ρ_{fb} ser 0.003229, valor que também ocorre na viga v7.

Após a definição das condições geométricas das vigas e das armaduras para cada caso estabelecido, procedeu-se à execução da aplicação para obtenção dos momentos nominais, positivos e negativos, através da realização da análise não linear e das fórmulas do ACI.

Os resultados obtidos:

TABELA 5.8: Momentos nominais utilizados na análise paramétrica.

	Momento Nominal Positivo		Momento Nominal Negativo	
	Programa [kNm]	ACI [kNm]	Programa [kNm]	ACI [kNm]
v1	147.42	133.08	153.07	139.12
v2	201.57	169.28	214.95	185.87
v3	307.77	232.90	309.65	237.17
v4	179.14	164.46	188.44	172.02
v5	247.80	209.96	264.90	230.94
v6	378.04	290.98	380.72	296.46
v7	230.88	220.00	281.26	253.69
v8	359.82	294.51	377.73	319.41
v9	506.63	381.45	508.80	387.10
v10	257.77	260.00	331.40	300.30
v11	422.88	349.34	444.97	379.37
v12	595.12	454.65	598.11	461.54
v13	394.55	349.65	394.55	349.65
v14	573.94	464.61	586.68	484.25
v15	848.99	593.22	854.80	634.03
v16	473.82	456.08	473.82	456.08
v17	740.81	609.71	758.98	636.18
v18	1089.90	784.48	1104.56	840.70

Em que, é possível verificar que a aplicação da análise não linear permite obter esforços de flexão nominais, i.e., sem aplicação dos fatores de redução descritos no documento do ACI [2], superiores àqueles que são obtidos através da aplicação direta das fórmulas do guia de dimensionamento.

Graficamente, a diferença de valores obtidos, pelo método descrito pelo ACI [2] e por uma análise estrutural não linear, pode ser verificada, para os esforços de flexão positivos, através:

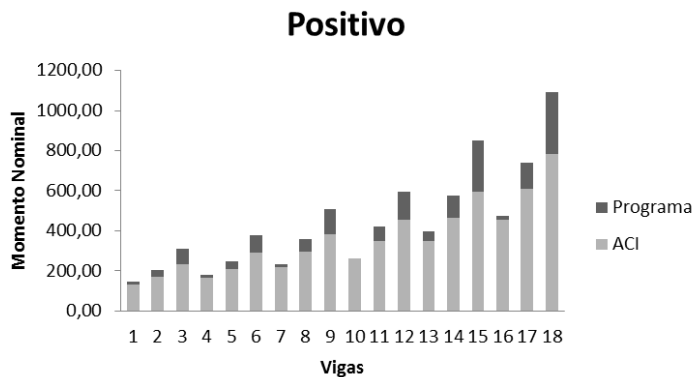


FIGURA 5.5: Comparativo entre os esforços positivos obtidos pelo programa e método do ACI.

No caso dos esforços nominais de flexão negativos:

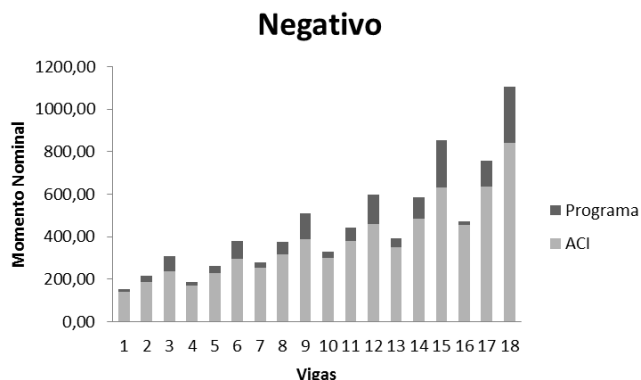


FIGURA 5.6: Comparativo entre os esforços negativos obtidos pelo programa e método do ACI.

Em que pode-se comprovar a capacidade do método de análise não linear em determinar momentos resistentes superiores aos do método do documento referido, que utiliza hipóteses mais conservadoras como descrito anteriormente.

Os resultados obtidos podem ser comparados através das diferenças percentuais entre ambos, como se apresenta na TABELA 5.9, e que permite ter uma noção mais concreta das estimativas de capacidade resistente à flexão de vigas com os critérios de variação de esbelteza e de armadura definidas.

TABELA 5.9: Comparação dos resultados obtidos na análise paramétrica.

	Momento Positivo	Momento Negativo
v1	10.77%	10.03%
v2	19.07%	15.65%
v3	32.15%	30.56%
v4	8.93%	9.55%
v5	18.02%	14.71%
v6	29.92%	28.42%
v7	4.95%	10.87%
v8	22.18%	18.26%
v9	32.82%	31.44%
v10	-0.86%	10.36%
v11	21.05%	17.29%
v12	30.90%	29.59%
v13	12.84%	12.84%
v14	23.53%	21.15%
v15	43.12%	34.82%
v16	3.89%	3.89%
v17	21.50%	19.30%
v18	38.93%	31.39%

Destacando-se, desde logo, a maior capacidade resistente através da utilização da potencialidade da aplicação desenvolvido, designadamente na análise estrutural não linear.

Em geral, os incrementos da percentagens mecânicas de armadura e de esbelteza permitem obter um incremento na capacidade resistente a variar entre 10% e 40%. A disparidade de valores obtidos advém, essencialmente, do método muito conservador que é utilizado pelo método da norma americana, facto contrário ao das análises estruturais não lineares que realizarem um cálculo que é mais realista e não inclui simplificações de cálculo, traduzidas geralmente na diminuição da capacidade resistente dos materiais.

5.2.2. FLEXÃO COMPOSTA

Como forma de se mostrar a utilidade da aplicação a casos de dimensionamento de elementos sujeitos a esforços axiais e de flexão, a chamada Flexão Composta, aplica-se a ferramenta desenvolvida a um exemplo de análise de capacidade resistente de um pilar.

Para tal, considerou-se um pilar existente com as propriedades geométricas e armadura indicados na figura seguinte, tendo-se aplicado este processo a verificações de Estado Limite Último, ou seja, para efeitos de rotura do elemento, utilizando armadura longitudinal de aço e de GFRP.

Considerando um pilar com a geometria e armadura indicados na figura.

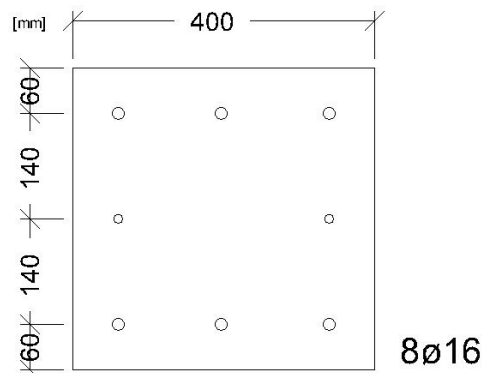


FIGURA 5.7: Seção do pilar verificado.

A utilização do *software* considerando que a armadura era de aço permitiu obter os resultados, de pares de esforços resistentes a compressão (NRd) e flexão (MRd), que se apresentam na tabela seguinte.

TABELA 5.10: Resultados da aplicação de flexão composta a pilar com armadura longitudinal em aço.

Esforço Axial	Esforço de Flexão
NRd	MRd
[kN]	[kNm]
2486.425	0
1808.945	115.433
1545.268	120.200
1304.255	135.595
1034.758	148.923
791.599	151.847
640.051	146.678
480.517	139.517
333.281	130.173
179.660	111.496
0	87.024

E cujo resultado gráfico permite obter o diagrama de flexão composta que se apresenta na figura seguinte.

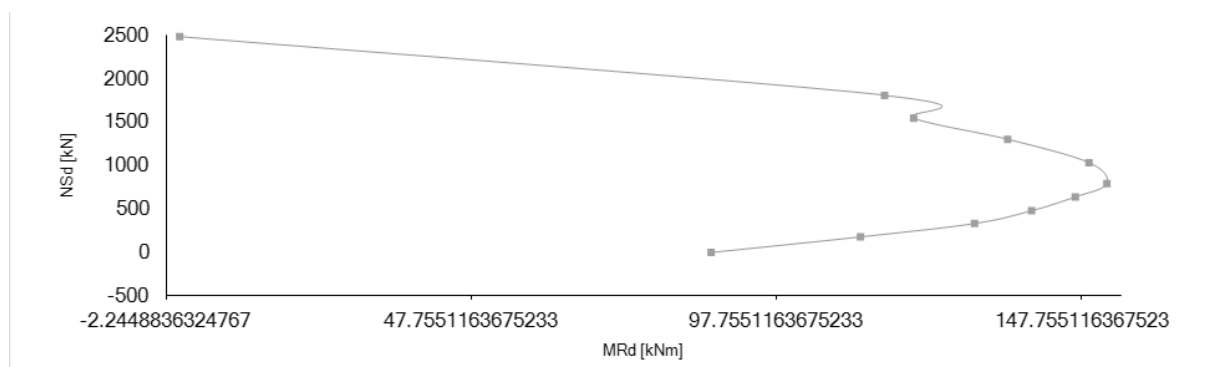


FIGURA 5.8: Diagrama de flexão composta para pilar com armadura longitudinal em aço.

Sendo visível o formato comum neste tipo de diagramas, verificando-se também o conceito que para determinado conjunto de esforços atuantes a existência conjunta de ambos permite obter um incremento na capacidade resistente do elemento.

A aplicação à secção utilizando varões longitudinais de GFRP permitiu obter os resultados que se apresentam na tabela seguinte.

TABELA 5.11: Resultados da aplicação de flexão composta a pilar com armadura longitudinal em aço.

Esforço Axial	Esforço de Flexão
NRd	MRd
[kN]	[kNm]
2119.687	0
1567.330	94.036
1377.756	103.218
1194.255	112.0356
1001.125	116.628
792.703	117.412
648.609	116.287
500.083	114.469
330.897	112.451
137.561	109.819
0	97.394

Em que o resultado gráfico foi o da figura seguinte.

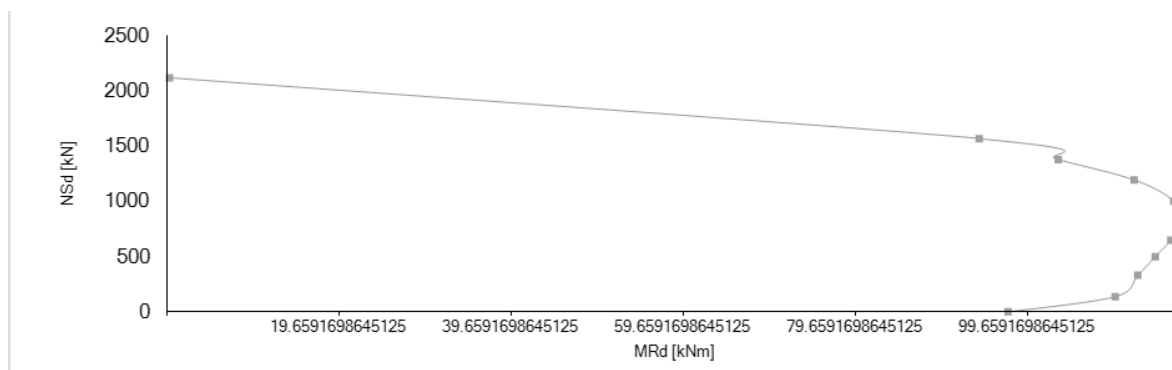


FIGURA 5.9: Diagrama de flexão composta para pilar com armadura longitudinal em GFRP.

Em que se torna a verificar novamente o formato do diagrama, semelhante ao obtido para o aço.

No entanto, os valores obtidos considerando que a armadura existente no pilar era constituída por aço permitem obter valores superiores àqueles que seriam esperados recorrendo a varões longitudinais de GFRP. Este facto é provocado por a aplicação desenvolvida considerar o módulo de elasticidade dos materiais no cálculo dos valores de capacidade resistente dos elementos.

Por esse facto, o módulo de elasticidade do GFRP é cerca de três vezes inferior ao usualmente considerado para o aço, os valores resultantes apresentam as diferenças indicadas mas este facto, bem como a possível utilização de varões de GFRP em elementos sujeitos a esforços de compressão necessita de verificações técnicas e estudos que permitam comprovar quer a possibilidade de utilização dos métodos considerados para o betão armado e aplicados nesta aplicação.

Como os diagramas são de formas semelhantes e os valores obtidos não são completamente díspares, encontrando-se na mesma ordem de grandeza e com o mesmo andamento, i.e., da flexão pura à compressão pura os valores diminuem e aumentam (caso seja esforço de flexão ou compressão considerado) de forma semelhante, faz com que pelo menos para auxílio de cálculo esta aplicação possa ser considerada válida e útil.

CAPÍTULO 6 - CONSIDERAÇÕES FINAIS

No presente capítulo realiza-se uma breve síntese das conclusões deduzidas ao longo do desenvolvimento desta dissertação e enunciam-se alguns, possíveis, desenvolvimentos futuros que poderão ser equacionados para que a aplicação desenvolvida possa ser aperfeiçoada.

6.1. CONCLUSÕES

Neste subcapítulo pretende-se sumarizar as principais conclusões que foram deduzidas ao longo do desenvolvimento deste trabalho, tendo as conclusões particulares de cada capítulo sido descritas nos mesmos de forma mais extensiva.

Da análise realizada ao estado atual do conhecimento pode-se descrever como elevado o interesse da comunidade científica e de entidades oficiais nos materiais FRP. Da comunidade científica e académica tem surgido cada vez mais estudos demonstrando todas as potencialidades, e vantagens, da utilização de materiais compósitos na engenharia civil.

Os organismos oficiais tendem a considerar estes materiais como soluções para o futuro e já fornecem guias para dimensionamento, no entanto, a falta de uma uniformização de critérios de análise dos materiais e a não existência de normas concretas para dimensionamento são das principais lacunas a colmatar para a difusão de FRP para soluções estruturais.

A falta de estudos relacionados com a utilização de FRP como armadura longitudinal em elementos sujeitos à compressão, deve ser considerado como possível área de interesse, no âmbito da utilização deste material em elementos estruturais.

A utilização de análises não lineares, para determinar a capacidade resistente de secções, é uma lacuna, que também ocorre nas estruturas tradicionais de betão armado, mas que poderá ser um aspeto a considerar, para facilitar uma utilização mais corrente deste tipo de materiais, nos elementos estruturais em que, evidentemente, sejam mais adequados.

O recurso a uma aplicação informática, como a que foi desenvolvida no âmbito desta dissertação, será sempre uma vantagem, com imensa utilidade para quem tenha a

necessidade de realizar cálculos nesta área no entanto, há que ressaltar, que o programa funciona de acordo com a informação que lhe é fornecida, não se dispensando a necessidade de conhecimentos sobre estruturas de betão armado de modo a entender os resultados obtidos.

Os resultados obtidos através da utilização da aplicação permitiu são satisfatórios, sendo muito aproximados aos esperados, nos exemplos aplicados. A utilização das potencialidades do programa, nomeadamente, no recurso a uma análise não linear mostra que os valores obtidos através dos métodos normativos são conservativos, face àqueles que poderiam ser utilizados pela referida análise.

A utilização da aplicação em qualquer um dos exemplos, presente nesta dissertação, revela que a automatização de cálculo permite uma atualização constante dos dados, i.e., ao ser utilizada a aplicação e ocorrendo a necessidade de alterar um determinado parâmetro os valores são todos atualizados.

A aplicação da análise estrutural não linear a um estudo paramétrico revela que a análise não linear é vantajosa na grande maioria das simulações efetuadas, em que a rotura do elemento dá-se pelo betão. Mas demonstra, fundamentalmente, que uma aplicação informática, como a desenvolvida, permite simular um maior número de situações com muito maior facilidade.

Considerando a capacidade de realizar diagramas de flexão composta, pelo programa, como um parâmetro que terá de obter maior validação experimental, salienta-se que os resultados obtidos, a nível de valores e de formato de diagrama, são semelhantes para a utilização com aço e com GFRP, podendo este ser um ponto de partida para a utilização do software.

6.2. DESENVOLVIMENTOS FUTUROS

Como o âmbito desta dissertação foi o de elaborar um *software*, que permitisse a automatização de cálculos para dimensionamento de estruturas de betão armado com varões de GFRP, as considerações aqui descritas restringem-se ao programa desenvolvido.

Seria de interesse que se tentasse numa fase posterior realizar adições ao programa, nomeadamente:

- Aplicação em dimensionamento das normas não utilizadas (e.g., *fib*-bulletin 40 [19], CAN/CSA-S806-02 [11], CNR-DT 203/2006 [13], ISIS - Design Manual No. 3 [27] e JSCE - Concrete Engineering Series 23 [28]);
- Métodos comparativos entre as diversas normas;
- Estimativa de custos dos elementos dimensionados;
- Desenvolvimento de ábacos adimensionais para dimensionamento de elementos sujeitos a esforços de compressão e flexão;
- Aplicação de análise não linear secções genéricas, i.e., a qualquer tipo de secção, independentemente da sua geometria;
- Comparação de resultados com estruturas em betão armado tradicionais.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] AASHTO, "LRFD Bridge Design Guide Specifications for GFRP-Reinforced Concrete Bridge Decks and Traffic Railings," American Association of State Highway and Transportation Officials, Washington D.C., 2009.
- [2] ACI 440.1R-06, "Guide for the Design and Construction of Structural Concrete Reinforced with FRP Bars," American Concrete Institute, Farmington Hills, Michigan, ACI Committee 440 2006.
- [3] Aguiar, José B. e Camões, Aires F., "Service Life of Concrete structures rehabilitated with polymers," in *13th International Congress on Polymers in Concrete*, Funchal, Madeira, 2010.
- [4] Ashour, A. F. , "Flexural and shear capacities of concrete beams reinforced with GFRP bars," *Construction and Building Materials*, vol. 20, no. 10, pp. 1005-1015, Dezembro 2006.
- [5] Bakis, Charles E. et al., "Fiber-Reinforced Polymer Composites for Construction - State-of-the-Art Review," *Journal of Composites for Construction*, vol. 6, no. 2, pp. 73-87, Maio 2002.
- [6] Balaguru, Perumalsamy , Nanni, Antonio , e Giancaspro, James , *FRP Composites for Reinforced and Prestressed Concrete Structures - A guide to fundamentals and design for repair and retrofit*, 1st ed. Nova Iorque, Estados Unidos da América: Taylor & Francis Group, 2009.
- [7] Bank, Lawrence C., *Composites for Construction: Structural Design with FRP Materials*. Hoboken, Nova Jersey, Estados Unidos da América: John Wiley & Sons, Inc., 2006.
- [8] Bank, Lawrence C., "Design of Reinforced and Strengthened Concrete," in *Concrete Construction Engineering Handbook*, Nawy, Edward G., Ed. Boca Raton, Florida, Estados Unidos da América: Taylor & Francis Group, 2008, ch. 25, pp. 25.1-25.21.
- [9] Barros, Joaquim António Oliveira de. (2007) *Materiais Compósitos no Reforço*

- de Estruturas de Betão - Parte I: Propriedades e Técnicas. Artigo. [Online]. <http://hdl.handle.net/1822/8749>
- [10] Camacho, Lisandra de Fátima Cró, "A Utilização de Varões de GFRP nas Estruturas de Betão Armado," Universidade da Madeira, Funchal, Dissertação de Mestrado 2012.
- [11] CAN/CSA-S806-02, "Design and Construction of Building Components with Fibre-Reinforced Polymers," Canadian Standards Association, Toronto, Ontario, Canada, 2007.
- [12] Chajes, Michael J., Thomson, Jr., Theodore A., e Farschman, Cory A., "Durability of concrete beams externally reinforced with composite fabrics," *Construction and Building Materials*, vol. 9, no. 3, pp. 141-148, Junho 1995.
- [13] CNR-DT 203/2006, "Guide for the Design and Construction of Concrete Structures Reinforced with Fiber-Reinforced Polymer Bars," Italian National Research Council, Roma, Itália, 2007.
- [14] Concrete Protection Products, Inc. (2011, Julho) Designing with Composite Rebar. Página web. [Online]. <http://www.fiberglassrebar.com>
- [15] Costa, António e Appleton, Júlio , *Estruturas de Betão I: Parte II - Materiais (Apontamentos de apoio à disciplina)*, Pré-Esforçado, Grupo de Estruturas de Betão Armado e, Ed. Lisboa, Portugal: Departamento de Engenharia Civil do Instituto Superior Técnico, 2002.
- [16] Dulinskas, E. e Zabulionis, D. , "Analysis of equivalent substitution of rectangular stress block for nonlinear stress diagram," Vilnius Gediminas Technical University, Vilnius, Paper ISSN 1392 - 1207, 2007.
- [17] Đuranović, Nebojša , Piakoutas, Kypros , e Waldron, Peter , "FRP Reinforcement for Concrete Structures: Design Considerations," in *Proceedings of Third International Symposium of Non-metallic (FRP) Reinforcement for Concrete Structures*, Sapporo, Japão, 1997, pp. 527-534.
- [18] Feeser, W.K. e Brown, V.L. , "Guide Examples for Design of Concrete Reinforced with FRP Bars," in *7th International Symposium on Fiber-Reinforced (FRP) Polymer Reinforcement for Concrete Structures*, Kansas, Estados Unidos da América, 2005, pp. 935-954.

- [19] Fib-Bulletin 40, "FRP reinforcement in RC structures," Fédération Internationale du Béton, Task Group 9.3 2007.
- [20] FRPDESIGNER. FRPDESIGNER Software. [Online].
<http://www.frpdesigner.com>
- [21] Gonilho-Pereira, Cristiana , Fangueiro, Raul , e Jalali, Said , "A sustentabilidade dos materiais: O caso das armaduras para betão armado," in *2ª Conferência Construção e Reabilitação Sustentável de Edifícios no Espaço Lusófono*, Caparica, Portugal, 2012.
- [22] He, Zheng , Ou, Jinping , e Wang, Bo , "The trilinear moment vs curvature relationship of concrete beams reinforced with fiber reinforced polymer (FRP) rebars," *Composite Structures*, vol. 77, no. 1, pp. 30-35, Janeiro 2007.
- [23] He, Zheng e Qiu, Feng , "Probabilistic assessment on flexural capacity of GFRP-reinforced concrete beams designed by guideline ACI 440.1R-06," *Construction and Building Materials*, vol. 25, no. 4, pp. 1663-1670, Abril 2011.
- [24] Hota, Gangarao e Liang, Ruifeng , "Advanced Fiber Reinforced Polymer Composites for Sustainable Civil Infrastructures," in *International Symposium on Innovation & Sustainability of Structures in Civil Engineering*, Beijing, China, 2011.
- [25] Hughes Brothers, Inc, "Glass Fiber Reinforced Polymer (GFRP) Rebar - Aslan 100 Series," Hughes Brothers, Inc, Seward, Nebraska, Ficha de produto 2011.
- [26] Irwin, Rob e Rahman, Amar , "FRP Strengthening of Concrete Structures - Design Constraints and Practical Effects on Construction Detailing," in *NZ Concrete Society Conference*, Wairakei, Nova Zelândia, 2002.
- [27] ISIS - Design Manual No. 3, "Reinforcing Concrete Structures with Fiber Reinforced Polymers," Intelligent Sensing for Innovative Structures Canada Corporation, Winnipeg, Manitoba, Canada, 2001.
- [28] JSCE - Concrete Engineering Series 23, "Recommendation for Design and Construction of Concrete Structures Using Continuous Fiber Reinforced Materials," Japan Society of Civil Engineers, Tokyo, Japão, 1997.
- [29] Juvandes, Luís Filipe Pereira e Reis, Vítor Leonel Freitas, "Construção de Estruturas de Betão Armado com Varões de FRP," *Revista da Associação*

Portuguesa de Análise Experimental de Tensões, vol. 20, pp. 13-24, 2012.

- [30] Kara, Ilker Fatih e Ashour, Ashraf F., "Flexural performance of FRP reinforced concrete beams," *Composite Structures*, vol. 94, no. 5, pp. 1616-1625, Abril 2012.
- [31] Liang, Ray F. e GangaRao, Hota , "Development, Manufacturing and Applications of Fiber Reinforced Polymer (FRP) Composite Materials," West Virginia University, Morgantown, Virgínia Ocidental, Estados Unidos da América, Pesquisa Geral 2002.
- [32] Masmoudi, Abdelmonem , Ouezdou, Mongi Ben, e Bouaziz, Jamel , "New parameter design of GFRP RC beams," *Construction and Building Materials*, vol. 29, pp. 627-632, Abril 2012.
- [33] Matos, Bruno et al., "Structural response of hyperstatic concrete beams reinforced with GFRP bars: Effect of increasing concrete confinement," *Composite Structures*, vol. 94, no. 3, pp. 1200-1210, Fevereiro 2012.
- [34] Miàs, C. et al., "Effect of material properties on long-term deflections of GFRP reinforced concrete beams," *Construction and Building Materials*, vol. 41, no. 1, pp. 99-108, Abril 2013.
- [35] Microsoft Corporation. (2013) MSDN Library. [Online]. <http://msdn.microsoft.com/>
- [36] Mirmiran, Amir et al., "World Survey of Civil Engineering Programs on Fiber Reinforced Polymer Composites for Construction," *Journal of Professional Issues in Engineering Education and Practice*, vol. 129, no. 3, pp. 155-160, Julho 2003.
- [37] Nanni, Antonio , "North American design guidelines for concrete reinforcement and strengthening using FRP: principles, applications and unresolved issues," *Construction and Building Materials*, vol. 17, no. 6-7, pp. 439-446, Setembro-Outubro 2003.
- [38] Nkurunziza, Gilbert et al., "Durability of GFRP bars: A critical review of the literature," *Progress in Structural Engineering and Materials*, vol. 7, no. 4, pp. 194-209, Outubro 2005.
- [39] NP EN 1992-1-1, "Eurocódigo 2 - Projecto de estruturas de betão - Parte 1-1: Regras gerais e regras para edifícios," Comité Europeu de Normalização (CEN)

- Instituto Português de Qualidade (IPQ), Caparica, Portugal, 2010.
- [40] Pinto, A. et al., "The use of FRPs in seismic repair and retrofit: Experimental verification," in *Proceedings of the International Conference on Composites in Construction*, Porto, Portugal, 2001.
- [41] Pultrall Inc., "V•ROD Product Guide Specification - Fiber Reinforced Polymer (FRP) Bars for Concrete Reinforcement," Pultrall Inc., Quebec, Canadá, Especificação de produto 2010.
- [42] Rama Rao, M. V. , Pownuk, A. , e Skalna, I. , "Stress Analysis of a Singly Reinforced Concrete Beam with Uncertain Structural Parameters," Vasavi College of Engineering, Hyderabad, Paper 2008.
- [43] Rizkalla, Sami , Hassan, Terek , e Hassan, Nahala , "Design recommendations for the use of FRP for reinforcement and strengthening of concrete structures," *Progress in Structural Engineering and Materials*, vol. 5, no. 1, pp. 16-28, Janeiro 2003.
- [44] S&P Clever Reinforcement Company AG. (2013) S&P Clever Reinforcement Company AG. [Online]. <http://www.reinforcement.ch>
- [45] Sá, Mário F. et al., "Creep behavior of pultruded GFRP elements – Part 1: Literature review and experimental study," *Composites Structures*, vol. 93, no. 10, pp. 2450-2459, Setembro 2011.
- [46] Schöck Combar, "Reinforcement made of Glasse Fibre Reinforced Polymer," Schöck Combar - Design and consulting service, Baden, Alemanha, Technical Information 2007.
- [47] Shin, Sungwoo , Sco, Daewon , e Han, Byumscok , "Performance of Concrete Beams Reinforced with GFRP bars," *Journal of Asian Architecture and Building Engineering*, vol. 8, pp. 197-204, Maio 2009.
- [48] Sika Services AG, Corporate Construction. (2013) FRP-Analysis: Design Software for Sika CarboDur Systems. [Online]. <http://www.sika.com>
- [49] Stack Exchange inc. (2013, Julho) Stack Overflow. [Online]. <http://stackoverflow.com/>
- [50] Tavares, Danusa Haick e Giongo, José Samuel, "Análise teórica e experimental de vigas de concreto armadas com barras não metálicas de GFRP," *Cadernos*

de Engenharia de Estruturas, vol. 11, no. 52, pp. 143-156, 2009.

[51] Watson, Karli et al., *Beginning Visual C#*. Indianapolis, Indiana, Estados Unidos da América: Wiley Publishing, Inc, 2010.

ANEXOS

ANEXO A – DIAGRAMAS DE INTERAÇÃO DE FLEXÃO COMPOSTA

A elaboração do diagrama de interação de esforços axiais com esforços de flexão, compreende o cálculo de vários pontos, para que sejam obtidos os diversos pares de esforços. Não sendo a ordem definida, para determinação dos pontos, uma norma mas sim uma escolha.

O primeiro ponto é o de compressão pura, i.e., o elemento apenas está sujeito a esforços axiais de compressão. Nesta situação, considera-se que todas as fibras da secção possuem uma extensão de 2‰, como se apresenta na figura seguinte, em que como a L.N. tende para infinito F_c não possui influência no cálculo dos momentos resistentes.

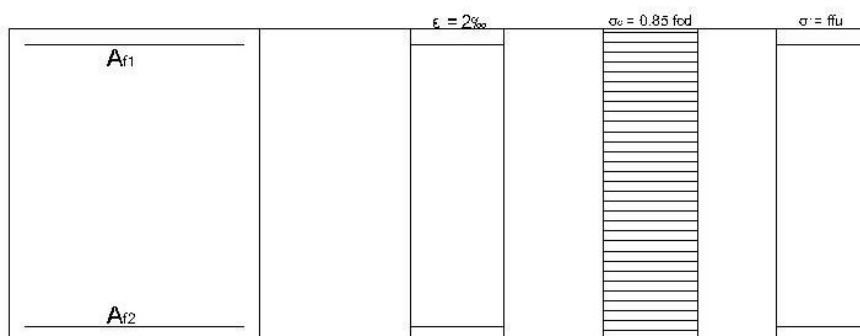


FIGURA A.1: Flexão composta - compressão pura.

O segundo ponto relevante para determinar o diagrama ocorre quando a L.N. se encontra na face inferior da secção, como representado na figura abaixo.

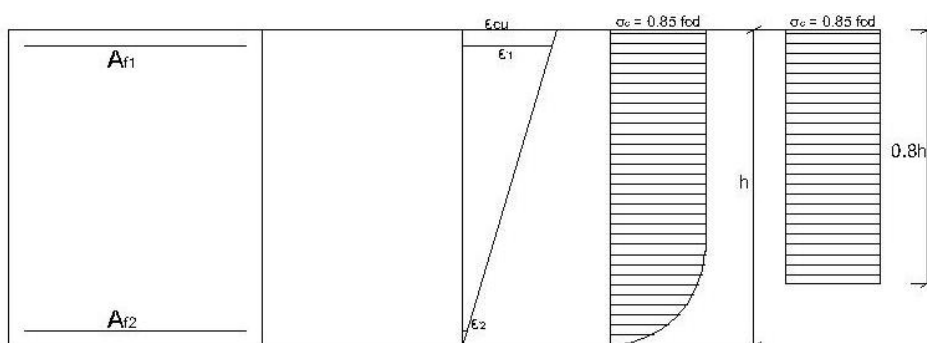


FIGURA A. 2: Flexão composta – secção em compressão.

O terceiro ponto calculado é definido para a L.N. abaixo do eixo neutro, existindo compressão e tração na secção, sendo:

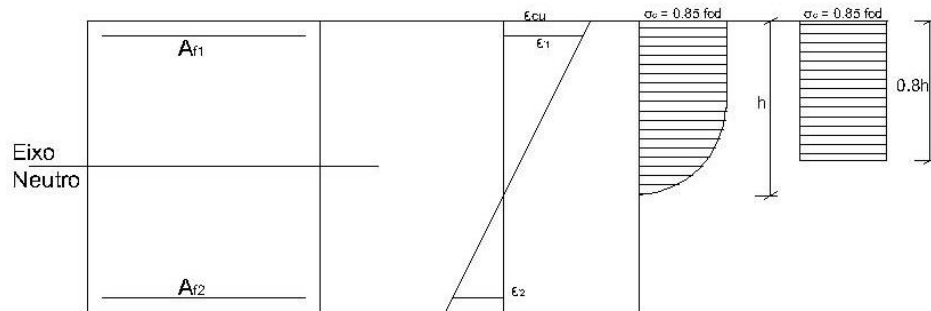


FIGURA A.3: Flexão composta – secção com compressão e tração de reduzida excentricidade.

O quarto ponto é definido quando a L.N. coincide com o eixo neutro, representando-se:

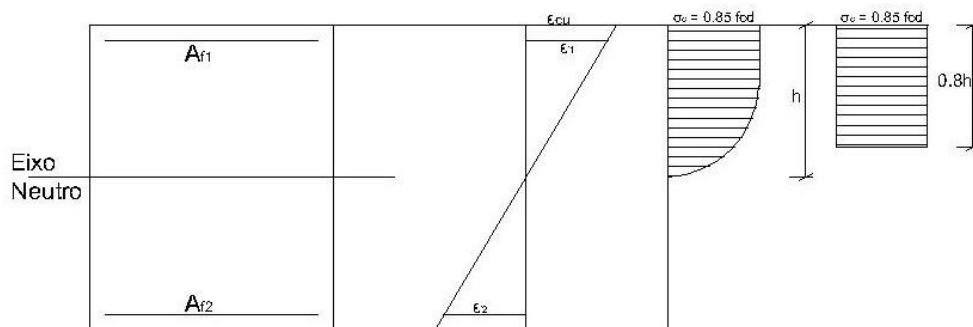


FIGURA A.4: Flexão composta – secção com compressão e tração de média excentricidade.

O quinto, e último, ponto corresponde à posição da L.N. em que apenas ocorre flexão pura na secção, i.e., em que o somatório das forças de compressão é nulo, como representado na seguinte figura.

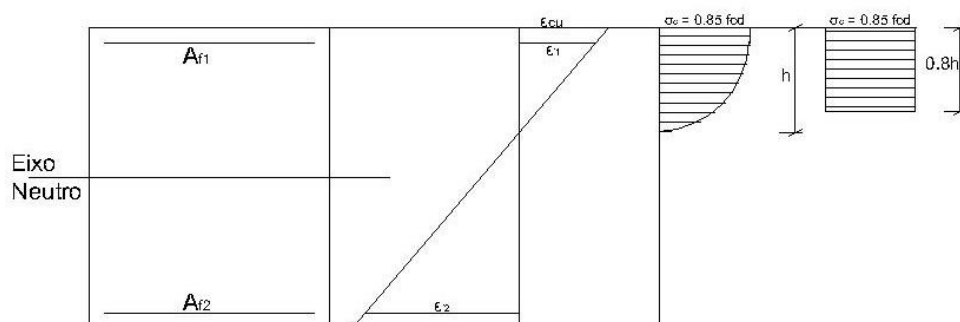


FIGURA A.5: Flexão composta – flexão pura

Utilizando os 5 pontos acima definidos como intervalos fixos, a aplicação determina um maior número de pontos, compreendidos entre as diferentes situações, para que

se defina de forma mais precisa, e com maior número de pares de capacidade resistente, o diagrama de interação.

ANEXO B – GUIA DE UTILIZAÇÃO

ANEXO B.1 – GUIA GENÉRICO

De forma genérica, a aplicação possui o *display* apresentado na figura seguinte, em que se observam os diversos elementos que compõem os *tabs* da aplicação, realçando-se o nome do separador, que fornece informações acerca dos dados manipulados nessa parte. Depois, existem os painéis contendo a discriminação do passo em que o utilizador se encontra, das informações que introduziu até ao momento e a descrição dos dados a introduzir no respetivo passo.



FIGURA B.1: Display genérico do programa

O programa possui um menu, conforme apresentado na figura seguinte, em que é possível executar algumas instruções básicas de utilização.



FIGURA B.2: Menu “Ficheiro”.

Assim, utilizando as opções indicadas no menu é possível realizar uma das seguintes opções, em que a combinação “Ctrl + letra” serve como atalho à execução da opção escolhida:

- Novo – provoca o encerramento da janela atual e inicia novamente a aplicação;
- Abrir – permite utilizar um ficheiro guardado, com a extensão .FRP, contendo informação acerca de um elemento previamente calculado;
- Salvar – permite guardar as informações introduzidas até ao momento, numa dada análise;
- Sair – abandona a aplicação.

No menu exportar é possível, após a realização de uma análise, efetuar o envio da informação calculada para um programa externo, *Microsoft Excel*, neste caso.

A utilização da aplicação é feita de forma sequencial, sempre dependente do tipo de análise a realizar, e, como tal, é mais perceptível a descrição das opções que o utilizador necessita indicar e as condicionantes que existem na introdução de dados, nas diversas etapas que marcam a evolução da utilização.

Assim, o primeiro *display* que o programa fornece é o de seleção do tipo de análise que o utilizador pretende realizar:

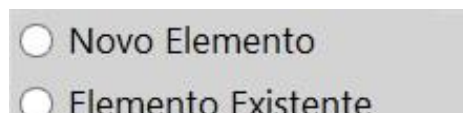


FIGURA B.3: Representação do ecrã de escolha do tipo de análise.

Em que, apenas pode ser definida 1 das opções disponíveis, onde:

- NOVO ELEMENTO - dimensionamento de um novo elemento estrutural;
- ELEMENTO EXISTENTE – Verificar a capacidade resistente de elemento pré-definido.

De seguida, deve ser seleccionado o tipo de elemento estrutural em que será realizado o tipo de análise escolhido:

FIGURA B.4: Ecrã de escolha do tipo de elemento estrutural.

A definição destes parâmetros condiciona a sequência de passos seguintes, pois os tipos de secção disponíveis variam consoante o tipo de elemento estrutural escolhido:

FIGURA B.5: Ecrã de escolha do tipo de secção do elemento estrutural: a) viga; b) laje; c) pilar.

Após a escolha do tipo de análise, do tipo e secção do elemento, devem ser definidas as características geométricas dos mesmo, em que na situação de dimensionamento de novos elementos estruturais:

FIGURA B.6: Ecrã de definição de secções em novos elementos estruturais: a) viga; b) laje; c) pilar.

Ao ser selecionada a *checkbox*, designada “Estimar secção”, a definição geométrica da secção é realizada pela aplicação. Para tal, é utilizado o comprimento (L) do(s) vão(s), no caso do elemento viga e laje, e do valor esforço axial (N_{sd}) na situação de elemento pilar, para definir valores para as diversas partes da secção, através dos conceitos de pré-dimensionamento de estruturas de betão armado tradicionais.

No caso de elementos existentes, em que o utilizador pretende realizar uma análise de capacidade resistente:

Panel	Parameter	Symbol	Unit
a) viga	Largura	(b)	[mm]
	Altura	(h)	[mm]
	Banzo	(hf)	[mm]
	Alma	(bw)	[mm]
	Comprimento	(L)	[m]
	Altura útil	(d)	[mm]
b) laje	Largura	(b)	[mm]
	Espessura	(e)	[mm]
	Comprimento	(Lx)	[m]
	Comprimento	(Ly)	[m]
	Altura útil	(d)	[mm]
c) pilar	Largura	(b)	[mm]
	Altura	(h)	[mm]
	Distância	(d1)	[mm]
		(d2)	
		(d3)	

FIGURA B.7: Ecrã de definição de secções em elementos estruturais existentes: a) viga; b) laje; c) pilar.

Independentemente das escolhas realizadas, a exposição da informação é genérica, ou seja, assume a forma:

Parâmetro	(Símbolo)	[Unidades]	<input type="text"/>
-----------	-----------	------------	----------------------

FIGURA B.8: Representação da introdução de valores.

Em que é indicado o parâmetro cujo valor é necessário introduzir, o símbolo correspondente e as unidades com que a aplicação funciona. Como forma de evitar alguns possíveis erros de introdução de dados, as *textboxes* encontram-se definidas para somente aceitar caracteres numéricos e, em determinados casos, com restrições acrescidas, e.g., apenas é possível introduzir números inteiros, sem casas decimais, quando a unidade do parâmetro é o milímetro ou para indicar o número de varrões utilizados, em que neste caso existe, também, uma limitação dos valores à centena.

Os três passos seguintes a realizar pelo utilizador, independentemente das opções indicadas anteriormente, são a definição das propriedades do betão a adotar,

propriedades da armadura a utilizar, e, ainda, dos aspetos construtivos do elemento, i.e., estes valores devem ser preenchidos qualquer para procedimento escolhido.

Para a definição das características do betão utilizado nos cálculos:

FIGURA B.9: Ecrã de introdução de propriedades de betão.

Em que, os valores de cada parâmetro podem ser introduzidos manualmente pelo utilizador ou, então, escolhidos de um determinado tipo de betão pré-definido, através das opções disponíveis na *comboBox*, sendo que os valores utilizados são os descritos no EC2 [39] para as classes de resistência indicadas.

Para a definição das propriedades mecânicas da armadura a utilizar:

FIGURA B.10: Ecrã de introdução de propriedades de armadura.

Onde a escolha da *checkbox* “Schöck Combar®” faz com que o programa utilize os valores definidos no catálogo da referida marca, nomeadamente:

TABELA B.0.1: Valor de cálculo para armadura da Schöck Combar®.

Φ	f_{fk}	E_f	ϵ_f
[mm]	[MPa]	[GPa]	[‰]
8	1500		25
12	1350		22.5
16	1200	60	20
25	1100		18.33
32	1000		16.67

De seguida é realizada a definição das propriedades construtivas, cujos valores a introduzir variam consoante seja o dimensionamento de um novo elemento, em que apenas são considerados E.L.U., ou a análise da capacidade resistente de um elemento existente, em que são realizadas ainda verificações em E.L.S., como se apresenta:

a) b)

FIGURA B.11: Ecrã de definição de aspetos construtivos: a) novo elemento; b) elemento existente.

O fator de redução ambiental, CE , assume o valor de 0.8 para a escolha de “Betão Protegido” e de 0.7 para “Betão Não Protegido”, enquanto os restantes valores podem ser manualmente introduzidos pelo utilizador.

Notando que, para o fator de redução do betão, β_1 , o valor deve variar entre [0.65; 0.85], iniciando-se no majorante e reduzindo 0.05 por cada incremento de 7MPa, acima dos 28MPa, de capacidade resistente do betão. Caso o utilizador selecione a opção da *checkbox* “Método ACI” a aplicação calcula o valor correspondente, do fator de redução, para a capacidade resistente definida no ecrã de introdução de propriedades de betão.

O coeficiente de aderência, k_b , está limitado ao intervalo de [0.60; 1.72], sendo o valor do “Método ACI” igual a 1.4, e o valor do fator de tempo, ξ , deve ser definido entre [0; 2], correspondendo o valor máximo ao assumido por defeito, e que corresponde a elementos projetados para um tempo de vida útil superior a 5 anos.

E, no caso de elemento pilar:

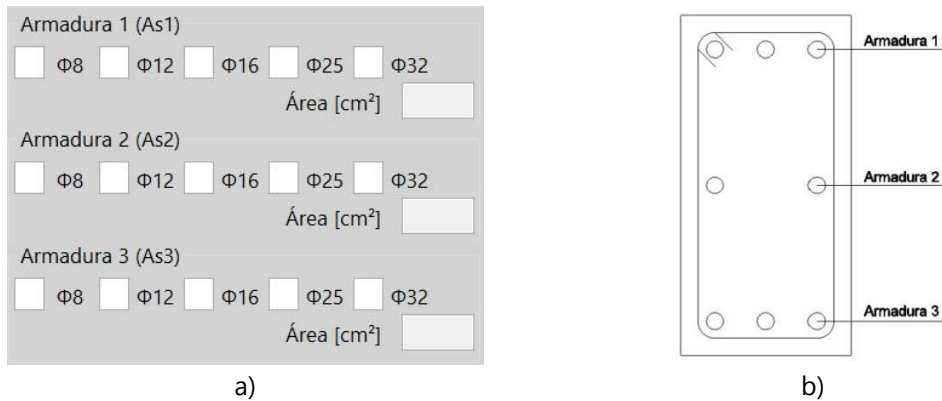


FIGURA B.15: Ecrã de definição armadura em elemento pilar: a) visualização; b) esquema.

Em que, ao ser introduzido o número de varões utilizados é atualizado o valor total de área considerada. E, de seguida, o utilizador pode preencher os valores referentes aos esforços que atuam no elemento em condições de serviço:

Momento Flector			
Negativo	(MEd)	[kNm]	<input type="text"/>
Positivo			<input type="text"/>
Esforço Transverso (VEd) [kN] <input type="text"/>			

FIGURA B.16: Ecrã de introdução de esforços atuantes no dimensionamento de uma nova viga.

A introdução dos valores de esforços em serviço faz com o programa execute o cálculo de deformação, abertura de fendas e tensões, de acordo com o ACI 440.1R-06 [2].

Após, qualquer um destes cenários, i.e., seja dimensionamento de um novo elemento ou análise da capacidade resistente são apresentados os resultados dos cálculos realizados, numa forma resumida. A exportação dos resultados para *Microsoft Excel*, permite ao utilizador obter um maior detalhe desses dados.

ANEXO B.2 – APLICAÇÃO A CASO PRÁTICO

A utilização da aplicação, para a resolução do caso prático da viga retangular presente no documento do ACI [2], compreende a sequência de passos que se apresentam nas figuras seguintes.



FIGURA B.17: Passo 1 – Definir o tipo de análise a realizar



FIGURA B.18: Passo 2 – Escolher o tipo de elemento estrutural



FIGURA B.19: Passo 3 – Escolher o tipo de seção

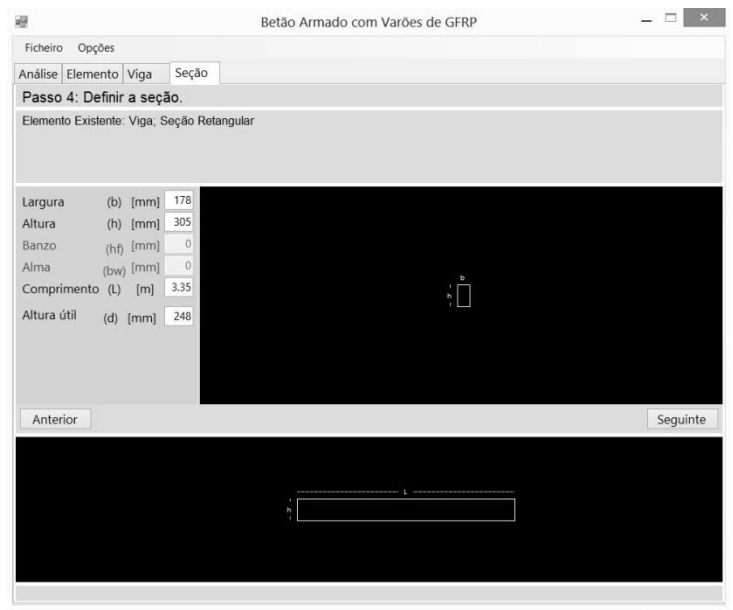


FIGURA B.20: Passo 4 – Definir as propriedades geométricas do elemento

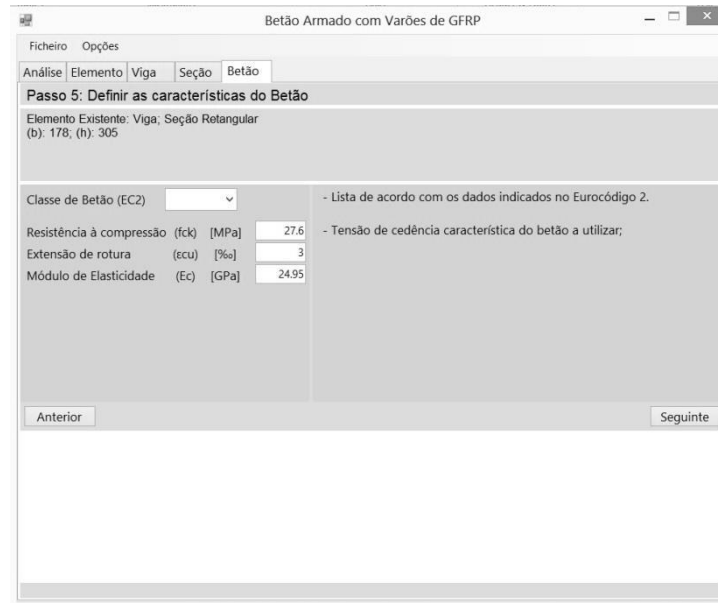


FIGURA B.21: Passo 5 – Definir as caraterísticas do betão

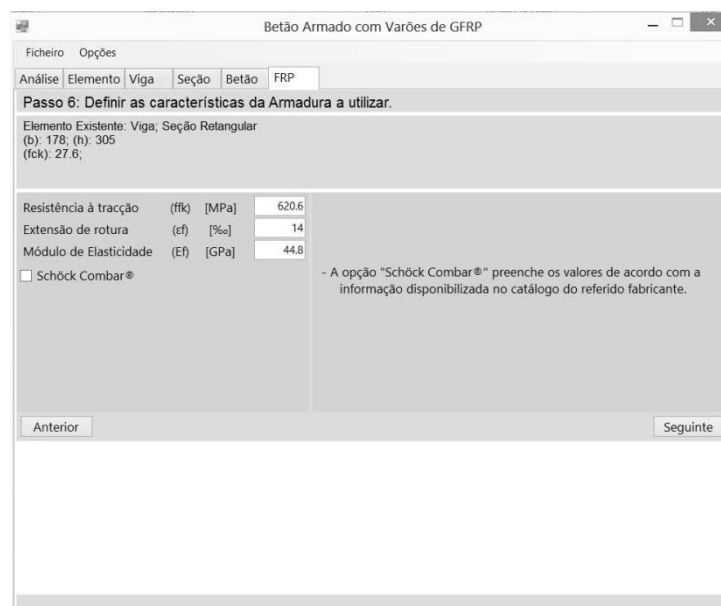


FIGURA B.22: Passo 6 – Definir as caraterísticas da armadura

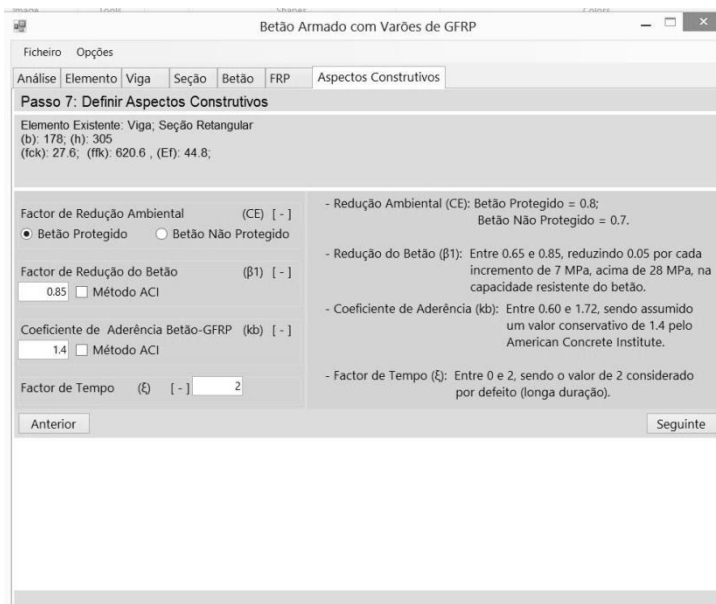


FIGURA B.23: Passo 7 – Definir aspetos construtivos de acordo com o ACI

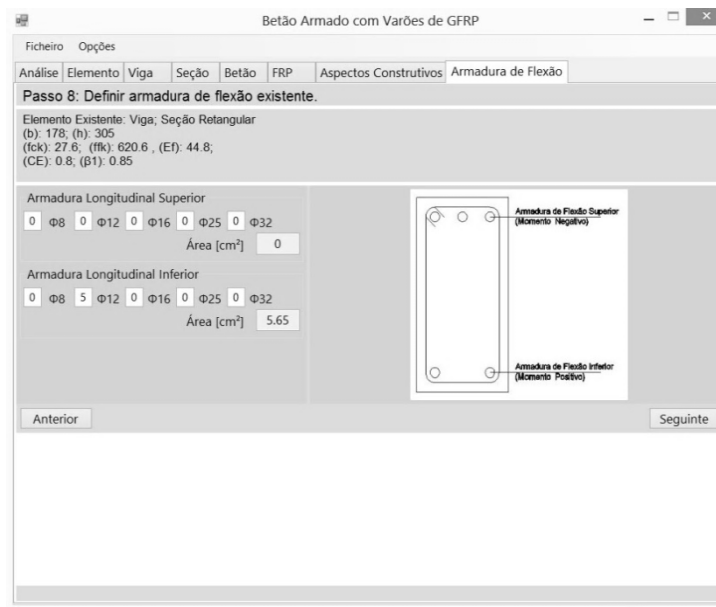


FIGURA B.24: Passo 8 – Indicar armadura de flexão existente

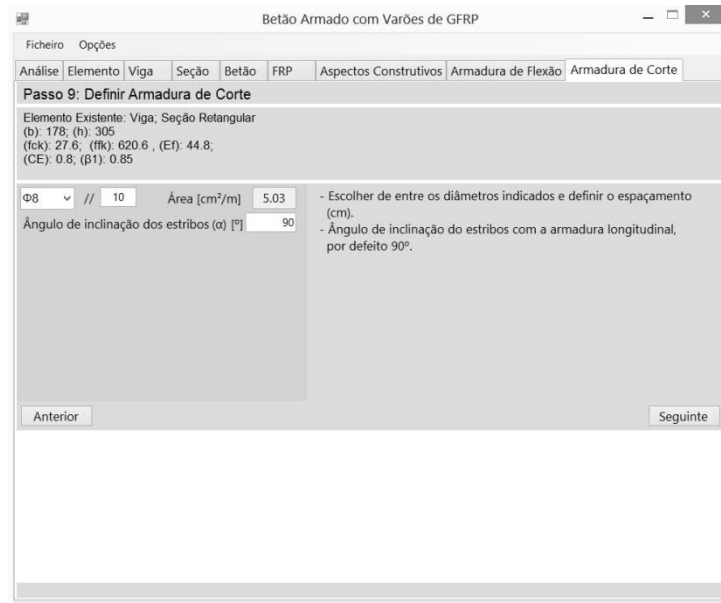


FIGURA B.25: Passo 9 – Indicar armadura de corte existente

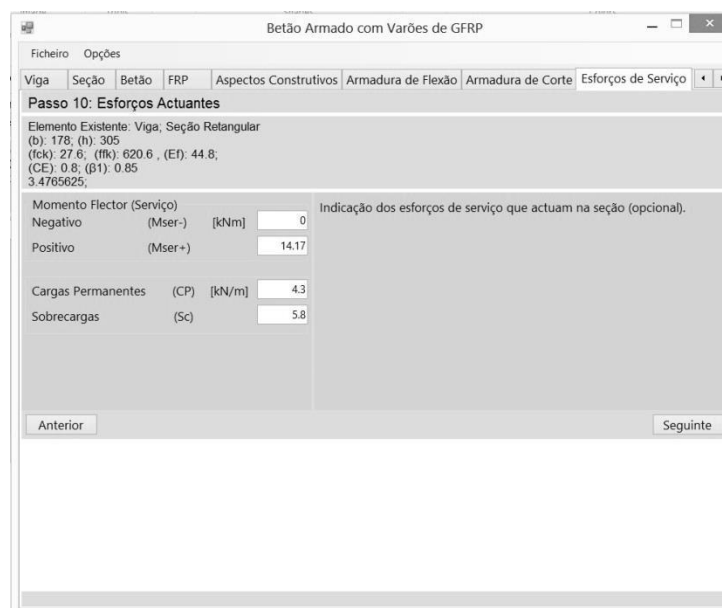


FIGURA B.26: Passo 10 – Indicar esforços de serviço

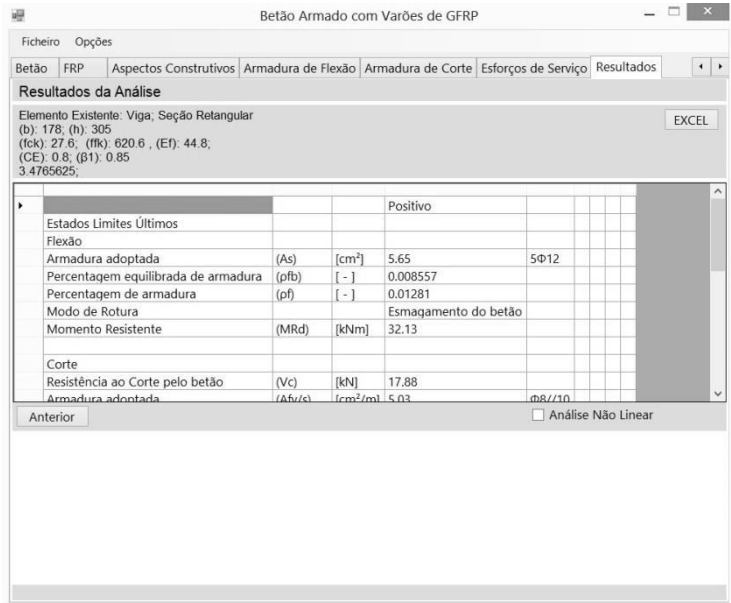


FIGURA B.27: Passo 11 – Display de resultados da análise

ANEXO C – COMPARAÇÃO DE RESULTADOS

ANEXO C.1 – EXEMPLO VIGA RETANGULAR (ACI 440.1R-06 [2])

TABELA C.1: Resultados do exemplo viga retangular – Propriedades do elemento.

Tipo de Análise a Realizar	Análise da Capacidade Resistente do Elemento		
Tipo de Elemento	Viga seção Retangular		
Propriedades Mecânicas do Betão			
Resistência à compressão	(fck)	[MPa]	27.6
Extensão de rotura	(ϵ_{cu})	[%]	3
Módulo de Elasticidade	(Ec)	[GPa]	24.95
Propriedades Mecânicas da Armadura			
Resistência à tração	(ffk)	[MPa]	620.6
Extensão de rotura	(ϵ_f)	[%]	14
Módulo de Elasticidade	(Ef)	[GPa]	44.8
Propriedades geométricas do elemento			
Largura	(b)	[mm]	178
Altura	(h)	[mm]	305
Comprimento	(L)	[m]	3.35
Altura útil	(d)	[mm]	248

TABELA C.2: Resultados do exemplo viga retangular – Resultados da Análise.

Propriedades de Cálculo				Capítulo 7.2
Fator de redução ambiental	(CE)	[-]	0.8	Tabela 7-3
Fator de redução do betão	(β_1)	[-]	0.85	
Resistência de cálculo à tração	(f_{fu})	[MPa]	496.48	Equação (7-1)
Extensão de cálculo	(ϵ_{fu})	[‰]	0.0112	Equação (7-1)
Coefficiente de Aderência Betão-GFRP	(k_b)	[-]	1.4	
Fator de tempo	(ξ)	[-]	2	
Estados Limites Últimos			Positivo	
Flexão				Capítulo 8.2
			0.008556530135	Equação (8-3)
Percentagem equilibrada de armadura	(ρ_{fb})	[-]	4812	
			0.012810046159	Equação (8-2)
Percentagem de armadura	(ρ_f)	[-]	074	
			395.1117295701	Equação (8-4d)
Tensão instalada nos varões	(f_f)	[MPa]	77	Equação (8-7)
Fator de redução do momento	(Φ)	[-]	0.65	
			49.43342275784	Equação (8-4a)
Momento Nominal	(M_n)	[kNm]	06	
			293.4160489848	Equação (8-8)
Armadura mínima	($A_{fv,min}$)	[mm ²]	53	
			565.4866776461	
Armadura adotada	(A_{fv})	[mm ²]	63	5 Φ 12
			32.13172479259	Equação (8-1)
Momento Resistente	(ΦM_n)	[kNm]	64	
Modo de Rotura			Esmagamento do betão	
Corte				Capítulo 9.2
			1.795591182364	
Rácio modular	(n_f)	[-]	73	
			0.192711828360	
Fator de resistência dos varões	(k)	[-]	989	
Posição da Linha Neutra da seção fendilhada	(c)	[mm]	47.79253343352	
			52	
Resistência ao Corte pelo betão	(V_c)	[kN]	17.87699782510	Equação (9-1a)
			37	Equação (7-3)
Resistência em zonas dobradas	(f_{fv})	[MPa]	179.2	Equação (9-5)
Espaçamento entre estribos	(s)	[mm]	650.63	
Espaçamento máximo entre estribos	($d/2$)	[mm]	124	Capítulo 9-3
	(24 in.)	[mm]	609.6	
Espaçamento indicado	(s)	[mm]	124	
Ângulo de inclinação dos estribos	(α)	[.º]	90	

Resistência ao Corte pela armadura	(Vf)	[kN]	50.26226546655	Equação (9-5)
Armadura mínima	(Afv/s,min)	[mm ² /m]	94	Equação (9-7)
Armadura adotada	(Afv/s)	[mm ² /m]	3.4765625	Φ12//10
Resistência ao Corte	(ΦVn)	[kN]	1130.973355292	Capítulo 9.1
Estados Limites de Serviço			33	
Limitação das tensões			55.57369692502	Capítulo 8.4
Momento devido às cargas atuantes	(Ms)	[kNm]	7.660217821782	Capítulo 8.16
Tensão em serviço	(ff,s)	[MPa]	18	Capítulo 8.16
Tensão admissível	(0.20 ffu)	[MPa]	58.37156259899	Tabela 8-3
Deformação			9	
Inércia da seção	(I _g)	[mm ⁴]	99.296	
Coeficiente de redução da deformação	(β _d)	[-]	420860604.1666	Equação (8-13b)
Resistência característica do betão à tração	(f _r)	[MPa]	67	
Momento de fendilhação	(M _{cr})	[kNm]	0.299421516812	Capítulo 8.4.2
Inércia da seção fendilhada	(I _{cr})	[mm ⁴]	167	Equação (8-11)
Inércia efetiva	(I _e)	[mm ⁴]	3.257213533067	Equação (8-13a)
Deformada instantânea	(Δ _i)	[mm]	8	
Deformada devido às cargas permanentes	(Δ _i) _{cp}	[mm]	8.989067904437	
Deformada devido às sobrecargas	(Δ _i) _{sc}	[mm]	74	
Multiplicador adicional para deformadas a longo prazo	(λ)	[-]	47176697.28616	Equação (8-14b)
Deformada a longo prazo	(Δ _{lt})	[mm]	83	Equação (8-15)
Deformada admissível	(Δ, máx)	[mm]	67303285.39115	
Abertura de Fendas			24	Capítulo 8.3
Tensão em Serviço	(ff)	[MPa]	9.864643994839	Capítulo 8.16
Razão da Linha Neutra à fibra extrema	(β)	[-]	48	
Espessura de recobrimento	(dc)	[mm]	1.2	Capítulo 8.3.1
Espaçamento entre varões	(s)	[mm]	12.06416659646	

ANEXOS

Distância entre fendas	(w)	[mm]	0.539626386738 663	Equação (8-9)
Distância regulamentar	(w,máx)	[mm]	0.7	Equação (8-9)
Comprimento de Amarração				
Recobrimento de cálculo	(C)	[mm]	38	
			1168.755563516	
Tensão de cálculo	(ffe)	[MPa]	23	
Tensão de máxima de cálculo	(ffe,máx)	[MPa]	496.48	Equação (11-3)
			571.5587689652	Equação (11-6)
Comprimento de amarração de cálculo	(lbd)	[mm]	31	Equação (11-7)
Comprimento de amarração admissível	(lbd,máx)	[mm]	751.6369171324 09	

TABELA C.3: Resultados do exemplo viga retangular – Análise Não Linear.

Posição na seção (h) [mm]	Distância à Linha Neutra (y) [mm]	Extensão na seção (ϵ) [‰]	Tensão no Betão (σ_c) [MPa]	Tensão na Armadura (σ_f) [MPa]
248	58.25342357	-3	25.45513907	-134.4
246.8349315	57.0883551	-2.94	26.16659327	-131.712
245.6698631	55.92328662	-2.88	26.83500559	-129.024
244.5047946	54.75821815	-2.82	27.46000907	-126.336
243.3397261	53.59314968	-2.76	28.04123254	-123.648
242.1746576	52.42808121	-2.7	28.5783006	-120.96
241.0095892	51.26301274	-2.64	29.07083356	-118.272
239.8445207	50.09794427	-2.58	29.51844733	-115.584
238.6794522	48.9328758	-2.52	29.92075343	-112.896
237.5143838	47.76780733	-2.46	30.27735885	-110.208
236.3493153	46.60273885	-2.4	30.58786604	-107.52
235.1842468	45.43767038	-2.34	30.85187283	-104.832
234.0191783	44.27260191	-2.28	31.06897235	-102.144
232.8541099	43.10753344	-2.22	31.23875297	-99.456
231.6890414	41.94246497	-2.16	31.36079823	-96.768
230.5239729	40.7773965	-2.1	31.43468678	-94.08
229.3589045	39.61232803	-2.04	31.45999227	-91.392
228.193836	38.44725955	-1.98	31.43628333	-88.704
227.0287675	37.28219108	-1.92	31.36312345	-86.016
225.863699	36.11712261	-1.86	31.24007093	-83.328
224.6986306	34.95205414	-1.8	31.0666788	-80.64
223.5335621	33.78698567	-1.74	30.84249471	-77.952
222.3684936	32.6219172	-1.68	30.5670609	-75.264
221.2034252	31.45684873	-1.62	30.23991408	-72.576
220.0383567	30.29178026	-1.56	29.86058537	-69.888
218.8732882	29.12671178	-1.5	29.42860019	-67.2
217.7082197	27.96164331	-1.44	28.94347819	-64.512
216.5431513	26.79657484	-1.38	28.40473317	-61.824
215.3780828	25.63150637	-1.32	27.81187298	-59.136
214.2130143	24.4664379	-1.26	27.16439941	-56.448
213.0479459	23.30136943	-1.2	26.46180814	-53.76
211.8828774	22.13630096	-1.14	25.7035886	-51.072
210.7178089	20.97123248	-1.08	24.88922391	-48.384
209.5527404	19.80616401	-1.02	24.01819076	-45.696
208.387672	18.64109554	-0.96	23.08995931	-43.008
207.2226035	17.47602707	-0.9	22.10399312	-40.32
206.057535	16.3109586	-0.84	21.05974898	-37.632
204.8924666	15.14589013	-0.78	19.95667688	-34.944
203.7273981	13.98082166	-0.72	18.79421985	-32.256
202.5623296	12.81575318	-0.66	17.57181387	-29.568
201.3972611	11.65068471	-0.6	16.28888776	-26.88
200.2321927	10.48561624	-0.54	14.94486304	-24.192

199.0671242	9.320547771	-0.48	13.53915387	-21.504
197.9020557	8.155479299	-0.42	12.07116686	-18.816
196.7369873	6.990410828	-0.36	10.540301	-16.128
195.5719188	5.825342357	-0.3	8.945947531	-13.44
194.4068503	4.660273885	-0.24	7.287489797	-10.752
193.2417818	3.495205414	-0.18	5.564303135	-8.064
192.0767134	2.330136943	-0.12	3.775754738	-5.376
190.9116449	1.165068471	-0.06	1.921203524	-2.688
189.7465764	0	0	0	0
185.9516449	-3.794931529	0.195435631	0	8.755516263
182.1567134	-7.589863057	0.390871262	0	17.51103253
178.3617818	-11.38479459	0.586306893	0	26.26654879
174.5668503	-15.17972611	0.781742524	0	35.02206505
170.7719188	-18.97465764	0.977178154	0	43.77758132
166.9769873	-22.76958917	1.172613785	0	52.53309758
163.1820557	-26.5645207	1.368049416	0	61.28861384
159.3871242	-30.35945223	1.563485047	0	70.04413011
155.5921927	-34.15438376	1.758920678	0	78.79964637
151.7972611	-37.94931529	1.954356309	0	87.55516263
148.0023296	-41.74424682	2.14979194	0	96.3106789
144.2073981	-45.53917834	2.345227571	0	105.0661952
140.4124666	-49.33410987	2.540663201	0	113.8217114
136.617535	-53.1290414	2.736098832	0	122.5772277
132.8226035	-56.92397293	2.931534463	0	131.332744
129.027672	-60.71890446	3.126970094	0	140.0882602
125.2327404	-64.51383599	3.322405725	0	148.8437765
121.4378089	-68.30876752	3.517841356	0	157.5992927
117.6428774	-72.10369904	3.713276987	0	166.354809
113.8479459	-75.89863057	3.908712618	0	175.1103253
110.0530143	-79.6935621	4.104148249	0	183.8658415
106.2580828	-83.48849363	4.299583879	0	192.6213578
102.4631513	-87.28342516	4.49501951	0	201.3768741
98.66821974	-91.07835669	4.690455141	0	210.1323903
94.87328822	-94.87328822	4.885890772	0	218.8879066
91.07835669	-98.66821974	5.081326403	0	227.6434229
87.28342516	-102.4631513	5.276762034	0	236.3989391
83.48849363	-106.2580828	5.472197665	0	245.1544554
79.6935621	-110.0530143	5.667633296	0	253.9099716
75.89863057	-113.8479459	5.863068926	0	262.6654879
72.10369904	-117.6428774	6.058504557	0	271.4210042
68.30876752	-121.4378089	6.253940188	0	280.1765204
64.51383599	-125.2327404	6.449375819	0	288.9320367
60.71890446	-129.027672	6.64481145	0	297.687553
56.92397293	-132.8226035	6.840247081	0	306.4430692
53.1290414	-136.617535	7.035682712	0	315.1985855
49.33410987	-140.4124666	7.231118343	0	323.9541017
45.53917834	-144.2073981	7.426553973	0	332.709618

41.74424682	-148.0023296	7.621989604	0	341.4651343
37.94931529	-151.7972611	7.817425235	0	350.2206505
34.15438376	-155.5921927	8.012860866	0	358.9761668
30.35945223	-159.3871242	8.208296497	0	367.7316831
26.5645207	-163.1820557	8.403732128	0	376.4871993
22.76958917	-166.9769873	8.599167759	0	385.2427156
18.97465764	-170.7719188	8.79460339	0	393.9982319
15.17972611	-174.5668503	8.990039021	0	402.7537481
11.38479459	-178.3617818	9.185474651	0	411.5092644
7.589863057	-182.1567134	9.380910282	0	420.2647806
3.794931529	-185.9516449	9.576345913	0	429.0202969
0	-189.7465764	9.771781544	0	437.7758132

TABELA C.4: Resultados do exemplo viga retangular – Análise Não Linear (resultados).

fc _m	[MPa]	31.46
ε _{c1}	[‰]	2.038934351
E _{cm}	[GPa]	31.02775091
k	[-]	2.111466132
Linha Neutra inicial	[mm]	52.3943662
Linha Neutra Efetiva	[mm]	58.25342357
η	[-]	1.471356838
η ²	[-]	2.164890946
ε _c	[‰]	3
ε _f	[‰]	9.771781544
Força Tração	[N]	247556.3901
Força Compressão	[N]	247556.3901
Centróide da Parábola	[mm]	34.09617524
Braço dos Momentos	[mm]	223.8427517
Momento Resistente (nominal)	[kNm]	55.41370357

ANEXO C.2 – EXEMPLO LAJE FUNGIFORME (CAMACHO [10])**TABELA C.5:** Resultados do exemplo laje fungiforme – Propriedades do elemento.

Tipo de Análise a Realizar	Análise da Capacidade Resistente do Elemento		
Tipo de Elemento	Laje Fungiforme		
Propriedades Mecânicas do Betão			
Resistência à compressão	(fck)	[MPa]	25
Extensão de rotura	(ϵ_{cu})	[‰]	3
Módulo de Elasticidade	(Ec)	[GPa]	23.75
Propriedades Mecânicas da Armadura			
Schöck Combar®			
Resistência à tração	(ffk)	[MPa]	950
Extensão de rotura	(ϵ_f)	[‰]	7.25
Módulo de Elasticidade	(Ef)	[GPa]	60
Propriedades geométricas do elemento			
Largura	(b)	[mm]	1000
Espessura	(e)	[mm]	200
Comprimento	(Lx)	[m]	5
Comprimento	(Ly)	[m]	5
Altura útil	(d)	[mm]	170

TABELA C.6: Resultados do exemplo laje fungiforme – Resultados da Análise.

Propriedades de Cálculo					Capítulo 7.2
Fator de redução ambiental	(CE)	[-]	0.8	0.8	Tabela 7-3
Fator de redução do betão	(β1)	[-]	0.85	0.85	
Resistência de cálculo à tração	(ffu)	[MPa]	1080	960	Equação (7-1)
Extensão de cálculo	(εfu)	[‰]	0.018	0.016	Equação (7-1)
Coefficiente de Aderência Betão-GFRP	(kb)	[-]	1.4	1.4	
Fator de tempo	(ξ)	[-]	2	2	
Estados Limites Últimos					
			Positivo	Negativo	Capítulo 8.2
Flexão					
Percentagem equilibrada de armadura	(ρfb)	[-]	0.002389219	0.002970805	Equação (8-3)
Percentagem de armadura	(ρf)	[-]	0.006652784	0.018479956	Equação (8-2)
Tensão instalada nos varões	(ff)	[MPa]	614.8440587	338.9916700	Equação (8-4d)
Fator de redução do momento	(Φ)	[-]	0.65	0.65	Equação (8-7)
Momento Nominal	(Mn)	[kNm/m]	106.8358100	154.3592048	Equação (8-4a)
Armadura mínima	(Afv,min)	[mm ² /m]	44444	584.375	Equação (8-8)
Armadura adotada	(Afv)	[mm ² /m]	1130.973355	3141.592653	12//10 + 12//10
Momento Resistente	(ΦMn)	[kNm/m]	29233	58979	Equação (8-1)
Modo de Rotura			69.44327656	100.3334831	
			14749	47972	
			Esmagamento do betão	Esmagamento do betão	
Punçoamento					Capítulo 9.4
Rácio modular	(nf)	[-]	2.526315789	2.526315789	
Fator de resistência dos varões	(k)	[-]	47368	47368	
Posição da Linha Neutra da seção fendilhada	(c)	[mm]	0.167303109	0.262428683	
Resistência ao Punçoamento	(VRd,c)	[kN]	740496	224967	Equação (9-8)
			28.44152865	44.61287614	
			58843	82443	
			325.3710878	510.3713031	
			23316	35915	

Estados Limites de Serviço			0	0	
Limitação das tensões					Capítulo 8.4
Momento devido às cargas atuantes	(Ms)	[kNm]	29.07142857 14286 160.1349865	70.14285714 28572 143.9264027	Capítulo 8.16
Tensão em serviço	(ff,s)	[MPa]	49381	48054	Capítulo 8.16
Tensão admissível	(0.20 ffu)	[MPa]	216	192	Tabela 8-3
Deformação					
Inércia da seção	(I _g)	[mm ⁴]	666666666.6 66667	666666666.6 66667	
Coefficiente de redução da deformação	(β _d)	[-]	0.556900211 911906	1	Equação (8-13b)
Resistência característica do betão à tração	(f _r)	[MPa]	3.1	3.1	
Momento de fendilhação	(M _{cr})	[kNm]	20.66666666 66667	20.66666666 66667	Capítulo 8.4.2
Inércia da seção fendilhada	(I _{cr})	[mm ⁴]	64923757.43 27457 105032228.7	154377341.6 58137 159152548.0	Equação (8-11)
Inércia efetiva deformada	(I _e)	[mm ⁴]	13667	49852	Equação (8-13a)
Deformada instantânea	(Δ _i)	[mm]	42.48904696 11153	67.65549148 65475	
Deformada devido às cargas permanentes	(Δ _i) _{cp}	[mm]	27.31438733 21456	43.49281595 56377	
Deformada devido às sobrecargas	(Δ _i) _{sc}	[mm]	15.17465962 89698	24.16267553 09098	
Multiplicador adicional para deformadas a longo prazo	(λ)	[-]	1.2	1.2	Equação (8-14b)
Deformada a longo prazo	(Δ _{lt})	[mm]	51.59384273 84972	82.15309680 50934	Equação (8-15)
Deformada admissível	(Δ _{máx})	[mm]	20.83	20.83	
Abertura de Fendas					Capítulo 8.3
Tensão em Serviço	(ff)	[MPa]	224.1889811 69133	201.4969638 47275	Capítulo 8.16
Razão da Linha Neutra à fibra extrema	(β)	[-]	1.211926560 91258	1.239259017 0221	
Espessura de recobrimento	(d _c)	[mm]	30	30	Capítulo 8.3.1
Espaçamento entre varões	(s)	[mm]	50	50	

Distância entre fendas	(w)	[mm]	0.495144853 992172	0.455063808 27365	Equação (8-9)
Distância regulamentar	(w,máx)	[mm]	0.7	0.7	Equação (8-9)
Comprimento de Amarração					
Recobrimento de cálculo	(C)	[mm]	5 1352.957638	5 1043.238671	
Tensão de cálculo	(ffe)	[MPa]	88889	875	
Tensão de máxima de cálculo	(ffe,máx)	[MPa]	1080	960	Equação (11-3)
Comprimento de amarração de cálculo	(lbd)	[mm]	1936.902425 39719	2269.329609 54329	Equação (11-6)
Comprimento de amarração admissível	(lbd,máx)	[mm]	277.4563042 27435	255.5659522 60503	Equação (11-7)