

Materiais Manipuláveis no Processo Ensino/Aprendizagem da Matemática

Aprender explorando e construindo

RELATÓRIO DE ESTÁGIO DE MESTRADO

Mariana Sofia Fernandes Pereira Camacho

MESTRADO EM ENSINO DA MATEMÁTICA

NO 3º CICLO DO ENSINO BÁSICO SECUNDÁRIO

**Materiais Manipuláveis no Processo
Ensino/Aprendizagem da Matemática**
Aprender explorando e construindo

RELATÓRIO DE ESTÁGIO DE MESTRADO

Mariana Sofia Fernandes Pereira Camacho

MESTRADO EM ENSINO DA MATEMÁTICA
NO 3º CICLO DO ENSINO BÁSICO E SECUNDÁRIO

ORIENTAÇÃO
Elsa Maria dos Santos Fernandes

Resumo

O presente relatório surgiu no âmbito do Mestrado em Ensino de Matemática do 3º Ciclo do Ensino Básico e Secundário da Universidade da Madeira no ano letivo de 2011/ 2012 e tem como principal objetivo relatar, de forma clara e sucinta, o trabalho desenvolvido ao longo do estágio pedagógico, bem como analisar e compreender de que forma os materiais manipuláveis poderão contribuir para a aprendizagem da Matemática.

Cada vez mais, verifica-se um enorme esforço e preocupação, por parte dos docentes e da comunidade escolar, em encontrar meios para incentivar os alunos a aprender. E, devido às exigências da sociedade atual, nasce a necessidade de construir novos contextos de aprendizagem, de acordo com as novas modalidades, para desta forma se alcançar um ensino/ aprendizagem de qualidade. Como tal, muitos são os desafios colocados ao professor, cujo dever consiste em encontrar resposta para as seguintes questões: Como devemos ensinar Matemática? Quais são as melhores estratégias para motivar o aluno? Como ensiná-lo a pensar e a ser autónomo?

Contudo, desde os primeiros anos de escolaridade, existe uma preocupação crescente em associar os conteúdos aprendidos na escola com os objetos do dia-a-dia dos alunos, para que desta forma estes sintam uma maior proximidade com os conteúdos, associando-os a algo que lhes é familiar.

Deste modo, no ensino/ aprendizagem da Matemática é importante a utilização de materiais manipuláveis, na procura e na construção de conceitos, uma vez que, a partir destes, o aluno cria uma maior ligação entre o concreto e o abstrato, compreendendo mais facilmente os conteúdos matemáticos trabalhados.

Palavras-chave: Materiais manipuláveis, Aprendizagem, Matemática.

Abstract

This report appeared in the Masters in Teaching Mathematics in the 3rd Cycle of Elementary and Secondary Education at the University of Madeira in the academic year 2011/2012 and its main purpose to describe, clearly and succinctly, the work throughout the teaching practice, as well as analyze and understand how the manipulatives may contribute to the learning of mathematical content.

Increasingly, there is a lot of effort and concern on the part of teachers and the school community, to find ways to encourage students to learn. And due to the demands of modern society comes the need to build new learning environments, according to new rules, to thereby achieve a teaching / learning quality. As such, there are many challenges to the teacher, whose duty it is to find answers to the following questions: How should we teach mathematics? What are the best strategies to motivate students? How to teach you how to think and to be autonomous?

However, since the early years of schooling, there is a growing concern to associate the contents learned in school with the objects of the day to day students, so this way they feel a closeness with the content, associating them with something familiar to them.

Thus, in the teaching / learning of mathematics is important to use manipulatives, demand and construction of concepts, since, from these, the student creates a greater bond between concrete and abstract, comprising the contents more easily mathematicians worked.

Keywords: Materials manipulatives, Learning, Mathematics.

Agradecimentos

Estas páginas são dedicadas a todos aqueles que marcaram a minha vida e que, de um certo modo, contribuíram para a concretização deste relatório.

As primeiras palavras são atribuídas à Professora Doutora Elsa Fernandes. Quero, por este meio, fazer-lhe um agradecimento especial pela sua dedicação e contribuição na elaboração deste relatório. Gostaria, também, de lhe agradecer por nos ter dado a oportunidade de testemunhar uma metodologia de ensino completamente diferente daquela que conhecíamos. A sua experiência e profissionalismo serão sempre um exemplo para todos nós.

Um especial destaque à Professora Sónia Abreu, pela paciência que teve em nos mostrar a melhor forma de atuar perante uma turma e por nos ter proporcionado as grandes experiências e as diversas aprendizagens que nos foram oferecidas ao longo do estágio. A sua orientação foi imprescindível para a minha formação, uma vez que as suas críticas e sugestões ajudaram-me a crescer e a ser uma pessoa diferente. Muito daquilo que aprendi devo unicamente a si e à sua imensa experiência.

Aos meus amigos e companheiros de estágio, Sara Côrte e Luís Sousa, um muito obrigada, por me terem apoiado em todos os momentos e por termos criado um laço de amizade e companheirismo que, para sempre, será lembrado com muito carinho e emoção. A vossa amizade e compreensão sempre foram "ingredientes" fundamentais para um excelente grupo de trabalho.

Quero dar especial atenção aos alunos da turma 6, do sétimo ano e das turmas 1 e 2, do oitavo ano. Obrigada a todos, por nos terem proporcionado uma experiência muito enriquecedora na sala de aula. A partir de uma convivência diária e da constante partilha e troca de ideias, foi possível obter um vasto leque de conhecimentos que servirão de base para todo o meu percurso profissional.

Aos meus queridos pais, que são a grande razão da minha existência, quero dar-lhes um especial e enorme agradecimento. Graças ao vosso empenho e dedicação foi possível concretizar este sonho. Sempre me disponibilizaram os meios essenciais para obter uma excelente formação e graças às suas crenças e valores, sempre fizeram de tudo para que as suas três filhas, no futuro, fossem bem sucedidas. Obrigada pelo vosso amor e dedicação!

Mil agradecimentos, à minha melhor amiga e irmã Natércia Camacho. Em ti sempre encontrei e força e a determinação para seguir em frente e realizar todos os meus sonhos. Sempre foste o meu “ombro amigo”, onde posso desabafar todas as minhas angústias e frustrações. Obrigada pela tua paciência incansável e pelo teu carinho e compreensão!

Não poderei deixar de agradecer à Marta Rodrigues, Leonarda Jorge e Frederico Antunes, pelos grandes momentos de diversão e de desabafos. A junção dos dois grupos de estágio, na mesma escola e, em particular, na mesma sala de trabalho, transformaram estes longos meses em momentos de boa disposição.

As próximas palavras serão dedicadas às minhas amigas Raquel Camacho, Liliana Vieira e Marta José. Apesar de neste ano terem estado um pouco ausentes, sempre vos serei grata pela amizade e pelos bons conselhos que me transmitiram.

Termino estas palavras, agradecendo mais uma vez a todos os meus amigos e familiares. Obrigada por fazerem parte da minha vida e por tornarem tudo isto possível!

Mariana Camacho

Índice

1. Introdução	1
1.1. Motivação Para o Estudo	2
1.2. Organização do Relatório	3
2. Estágio Pedagógico – Visão Global.....	5
2.1. Descrição do Estágio Pedagógico.....	5
2.2. Descrição das Unidades Temáticas Trabalhadas no 7º Ano.....	8
2.3. Descrição das Unidades Temáticas Trabalhadas no 8º Ano.....	15
3. Fundamentação Teórica.....	23
3.1. Materiais Manipuláveis – Sua Origem e Definição.....	23
3.2. Motivação Para a Aprendizagem – Aprender Explorando e Construindo.....	26
3.3. O Papel do Docente	29
4. Metodologia.....	32
4.1. Natureza do Estudo.....	32
4.2. Procedimentos Adotados e Técnicas de Recolha e Registo de Dados	33
4.3. Os Intervenientes no Estudo	35
4.4. Materiais de Investigação Utilizados.....	37
4.4.1. Trabalhos aplicados ao 7º ano.....	38
4.4.1.1. <i>Funções - Referencial Cartesiano e Conceito de Par Ordenado</i>	38
4.4.1.2. <i>Triângulos e Quadriláteros - Congruência de Triângulos</i>	39
4.4.2. Trabalhos aplicados ao 8º ano.....	40
4.4.2.1. <i>Polinómios e Equações do 2º Grau - Multiplicação de Polinómios</i>	40
5. Análise e Interpretação dos Dados.....	42
5.1. Estudos Aplicados ao 7º Ano.....	42
5.1.1. Funções - Referencial cartesiano e conceito de par ordenado.	42

5.1.2. Triângulos e quadriláteros - Congruência de triângulos.....	46
5.2. Estudos Aplicados ao 8º Ano.....	57
5.2.1. Polinômios e equações do 2º grau – Multiplicação de polinômios.....	57
6. Considerações Finais	70
7. Referências Bibliográficas.....	74
8. Anexos.....	77
8.1. Anexo I	78
8.2. Anexo II.....	80
8.3. Anexo III.....	82
8.4. Anexo IV.....	84
8.5. Anexo V	86
8.6. Anexo VI.....	88
8.7. Anexo VII	90

Índice de Figuras

Figura 1: Geoplano	38
Figura 2: Triângulos em cartolina	39
Figura 3: Quadrados e retângulos em papel E.V.A.	40
Figura 4: Tarefa com o geoplano.....	42
Figura 5: Resposta do aluno A	45
Figura 6: Resposta do aluno B.....	45
Figura 7: Resposta do aluno C.....	45
Figura 8: Construção do triângulo azul	48
Figura 9: Construção do triângulo vermelho	49
Figura 10: Construção do triângulo verde	49
Figura 11: Construção do triângulo amarelo	49
Figura 12: Resposta do Grupo C	50
Figura 13: Resposta do Grupo D	50
Figura 14: Resposta do Grupo E.....	51
Figura 15: Resposta do Grupo F.....	52
Figura 16: Resposta do Grupo G	53
Figura 17: Resposta do aluno D	55
Figura 18: Resposta do aluno E.....	55
Figura 19: Resposta do aluno F.....	55
Figura 20: Resposta do aluno G	55
Figura 21: Resposta do aluno H	56
Figura 22: Resposta do aluno J.....	56
Figura 23: Resposta do aluno K	56
Figura 24: Resposta do Grupo L.....	60

Figura 25: Esboço dos retângulos da situação I	61
Figura 26: Esboço dos retângulos da situação II	61
Figura 27: Esboço dos retângulos da situação III.....	61
Figura 28: Resposta do Grupo M	62
Figura 29: Resposta do Grupo N	62
Figura 30: Resposta do Grupo O	62
Figura 31: Resposta do Grupo P.....	63
Figura 32: Resposta do Grupo Q	64
Figura 33: Resposta 1 do aluno L.....	65
Figura 34: Resposta 1 do aluno M.....	65
Figura 35: Resposta 1 do aluno N	65
Figura 36: Resposta 2 do aluno L.....	65
Figura 37: Resposta 2 do aluno M.....	65
Figura 38: Resposta 2 do aluno N	65
Figura 39: Resposta do aluno O	66
Figura 40: Resposta do aluno P	66
Figura 41: Resposta do aluno Q	66
Figura 42: Resposta do aluno R.....	66
Figura 43: Resposta do aluno S	66
Figura 44: Resposta do aluno T.....	67
Figura 45: Resposta do aluno U	67
Figura 46: Resposta 1 do aluno V	67
Figura 47: Resposta 1 do aluno W	68
Figura 48: Resposta 1 do aluno X	68
Figura 49: Resposta 1 do aluno Y	68
Figura 50: Resposta 2 do aluno V	68

Figura 51: Resposta 2 do aluno W 68

Figura 52: Resposta 2 do aluno X 68

1. Introdução

Sempre se verificou uma enorme barreira entre o conhecimento adquirido na escola e o conhecimento adquirido fora dela e, como tal, a educação matemática continua a ser alvo de grandes inquietações.

Os alunos continuam a questionar-se acerca da importância da matemática escolar e, como consequência, tem-se vindo a verificar uma enorme necessidade em implementar novas estratégias e metodologias, de forma a mudar a visão e o comportamento da sociedade, em relação a esta disciplina.

Atualmente, a sociedade exige que a escola proporcione aos seus intervenientes experiências significativas em contextos múltiplos e variados, sendo os materiais manipuláveis fortes recursos para a aprendizagem da Matemática, uma vez que se intitulam como ferramentas lúdico-educativas, que possibilitam que o aluno aprenda explorando e construindo.

De acordo com as Orientações Curriculares do atual Programa de Matemática do Ensino Básico, é importante que, desde cedo, os alunos participem em diversas experiências que lhes possibilitem adquirir o gosto pela atividade matemática, de modo a que a aprendizagem seja realizada pela descoberta e compreensão de conceitos.

Como tal, a utilização dos materiais manipuláveis, nos diferentes níveis de escolaridade, possibilita uma maior articulação e conexão entre as aprendizagens, servindo de base para a estruturação do pensamento lógico-matemático. Estes materiais permitem, entre outros aspetos, que os alunos aprendam através da combinação e associação de conceitos, do confronto com novas situações e por tentativa e erro. Ao manusear o objeto, o aluno, em primeiro lugar, começa por fazer previsões e coloca questões, relacionando o objeto em estudo com as suas vivências. Em seguida, passa à

ação, comparando os resultados com as previsões e, por fim, tira conclusões e aceita sugestões, formulando estratégias cada vez mais sofisticadas, recorrendo a várias representações.

Sendo assim, este tipo de materiais facilita a compreensão e a estruturação dos conceitos e das ideias matemáticas, pelo facto de envolver o aluno ativamente na aprendizagem, auxiliar todo o trabalho desenvolvido por ele e pelo docente, favorecer o ritmo da aprendizagem e aumentar a motivação e o interesse do aluno.

Dada a grande importância destes instrumentos, no presente trabalho pretendemos analisar e compreender de que forma a sua utilização, na sala de aula, poderá contribuir para a aprendizagem da Matemática.

1.1. Motivação Para o Estudo

Nos primeiros anos de escolaridade é frequente a manipulação de objetos para auxiliar o ensino/ aprendizagem da Matemática e ajudar o aluno a construir, autonomamente, as primeiras noções de quantidade, comparação e ordenação.

Muitos são os educadores e matemáticos, como é o caso de Fiorentini (1995) e de Lorenzato (2006), que defendem o prolongamento da sua utilização, por acreditarem que esta metodologia facilita a compreensão dos conceitos matemáticos, uma vez que para além de despertar a motivação e incentivar a aprendizagem, desperta a curiosidade, a concentração e a criatividade.

Este tipo de materiais, quando manuseadas pelo próprio aluno, funciona como instrumentos de investigação, exploração e descoberta. São, portanto, o suporte para uma aprendizagem matemática sólida, uma vez que, a partir do contato direto com o

material, o aluno envolve-se em diversas experiências de crescente dificuldade, onde aprende a agir, a comunicar, a raciocinar e a resolver problemas.

Perante tal apreciação e por considerarmos a manipulação de materiais um verdadeiro contributo para a motivação dos alunos e, naturalmente, para a construção de um conhecimento matemático rico e diversificado, escolhemos o tema Materiais Manipuláveis no Processo Ensino/ Aprendizagem da Matemática, por sermos apologistas de uma aprendizagem construtivista, onde é o aluno que possui o papel principal, na construção e exploração do seu próprio conhecimento, mediante a orientação adequada do professor.

Sendo assim, com este relatório, pretendemos aprender mais sobre a importante inclusão destes materiais no processo de ensino/ aprendizagem da Matemática, analisando a sua influência na exploração e construção do conhecimento matemático.

1.2.Organização do Relatório

O presente relatório está organizado em seis capítulos. No capítulo da introdução, é realizada uma pequena abordagem sobre a educação matemática, onde são referidos os objetivos do estudo, bem como a razão pela qual escolhemos este tema. Procuramos também descrever a organização deste relatório.

O segundo capítulo caracteriza-se pela visão global do estágio, onde é feita uma breve descrição sobre o estágio pedagógico, salientando todas as aprendizagens, bem como as estratégias utilizadas nas unidades temáticas lecionados no sétimo e no oitavo anos, onde também descrevemos cada unidade temática.

No terceiro capítulo encontra-se a fundamentação teórica, onde são analisadas algumas ideias e definições de determinados autores sobre o tema abordado. Como tal,

descrevemos o que são materiais manipuláveis e como surgiram, mostrando que, desde tempos longínquos, este tipo de materiais sempre estiveram presentes na vida quotidiana das pessoas e, conseqüentemente, na educação, passando a serem instrumentos fundamentais para a compreensão e estruturação de diversos padrões, regras e conceitos. Procuramos também analisar de que forma a sua utilização, na sala de aula, poderá motivar a aprendizagem dos alunos. Sendo assim, será relevante destacar a importância de uma aprendizagem autónoma, como um verdadeiro estímulo, onde estes, a partir de um envolvimento ativo, exploram, constroem, modificam, estruturam e integram ideias, relacionando o objeto em estudo com as suas vivências. Para finalizar este capítulo, estudamos o papel do docente perante a utilização destes materiais. Como tal, é fundamental destacar que este deverá ter a capacidade de construir novas metodologias de trabalho, onde, através da sua prática letiva, deverá desenvolver as potencialidades de cada aluno, contribuindo para que estes sejam capazes de estruturar um conhecimento matemático rico, diversificado e significativo.

No capítulo da metodologia, apresentamos a natureza do nosso estudo e caracterizamos os seus intervenientes. Também descrevemos os materiais utilizados na nossa investigação, bem como os procedimentos adotados e todo o processo da recolha e registo de dados.

O capítulo seguinte é a análise e interpretação de dados, que como o próprio nome indica, analisamos e interpretamos os dados recolhidos ao longo das aulas, descrevendo os aspetos relevantes ao nosso estudo.

Nas considerações finais, expomos algumas conclusões sobre do trabalho apresentado.

2. Estágio Pedagógico – Visão Global

2.1. Descrição do Estágio Pedagógico

O estágio pedagógico iniciou-se no mês de setembro, no ano letivo 2011/ 2012, e teve lugar na Escola Básica dos 2º e 3º Ciclos Dr. Eduardo Brazão de Castro.

O núcleo de estágio foi composto por 3 elementos, por mim e pelos meus dois colegas Luís Sousa e Sara Côrte, sob a orientação pedagógica da Dra. Sónia Abreu e a orientação científica da Professora Doutora Elsa Fernandes da Universidade da Madeira.

Ao longo de 7 meses, foi-nos oferecida a oportunidade de lecionar as três turmas da nossa orientadora pedagógica, a turma 6 do 7º ano e as turmas 1 e 2 do 8º ano, onde cada estagiário, ao longo do primeiro e do segundo períodos, lecionou nas três turmas.

Na distribuição dos blocos e das turmas, que coube a cada estagiário, a nossa orientadora pedagógica teve sempre o cuidado de distribuir os blocos de igual modo e, a ordem pela qual os estagiários lecionaram cada uma das turmas foi realizada aleatoriamente. No primeiro período cada estagiário lecionou 27 blocos e no segundo período cada um lecionou 31 blocos.

Para ser possível conquistarmos a amizade e a confiança dos alunos e para que nos adaptássemos a cada turma e à metodologia utilizada, no início de cada período as aulas foram lecionadas pela nossa orientadora. Durante essas semanas os estagiários circulavam pela sala de aula, de forma a orientar e a apoiar os grupos de trabalho.

A preparação das aulas foi sempre realizada em conjunto, onde aproveitávamos cada momento para discutir sobre as atividades que pretendíamos aplicar, bem como as estratégias que pretendíamos adotar em cada turma e, em particular, em cada aula.

No processo de planificação, tínhamos sempre o apoio incondicional do grupo e a orientação da Dra. Sónia Abreu, o que nos permitiu uma maior partilha e troca de ideias e opiniões e, como tal, uma maior riqueza de aprendizagens.

Ao longo de todo o estágio foram elaboradas planificações de aulas e inúmeras atividades. Ao planificarmos cada aula tínhamos sempre o cuidado de consultar o Novo Programa de Matemática do Ensino Básico, as propostas sugeridas pelo Ministério da Educação, como também as planificações a longo prazo e a médio prazo, elaboradas pelo grupo de Matemática da escola. Desta forma, tornou-se mais fácil compreender os objetivos e as estratégias que deveriam ser adotadas em cada unidade temática e as capacidades que deveriam ser desenvolvidas nos nossos alunos.

Para cada aula, elaboramos atividades que relacionavam os conteúdos que pretendíamos trabalhar e, conforme cada conteúdo, eram construídos e adotados diversos materiais didáticos, manipuláveis e tecnológicos, de forma a orientar a compreensão dos alunos para os conteúdos matemáticos trabalhados.

É de salientar que algumas das propostas utilizadas foram adaptadas dos *Núcleos de Estágio 0/11 da EBSR, do Projeto Construindo o Êxito em Matemática – 7ºano e 8ºano* e de algumas sugestões de tarefas fornecidas pelo *Ministério da Educação (Materiais de apoio ao professor com tarefas para o 3ºciclo)*.

Para que os alunos sentissem uma maior proximidade com os conteúdos, ao elaborarmos as propostas tínhamos sempre o cuidado de relacionar as aprendizagens anteriormente aprendidas com as novas aprendizagens, fazendo sempre conexões entre os vários conhecimentos e entre a vida quotidiana dos alunos.

Por se acreditar que o trabalho em grupo é benéfico para a aprendizagem, nas aulas sempre se incentivou os alunos a trabalhar em grupo. Esta metodologia permite, entre outros aspetos, uma maior troca e partilha de ideias e opiniões entre os alunos,

uma vez que, ao mesmo tempo que estudam aprendem a refletir, a avaliar, a argumentar, a comunicar, a decidir, a ouvir e a respeitar a diferença de opiniões e, como tal, aprendem a conviver uns com os outros e a trabalhar em equipa.

Em todas as aulas, antes de os alunos iniciarem as tarefas sugeridas, o professor que lecionava a turma transmitia sempre as indicações e as orientações necessárias a cada proposta e, no decorrer destas, todos os professores apoiavam e orientavam os grupos de trabalho, de maneira a esclarecerem todas as dúvidas que poderiam surgir.

Após os alunos concluírem a resolução das propostas e refletirem sobre as conclusões a que chegaram, abríamos espaço para a discussão das mesmas. Esta era realizada em grande grupo, onde sempre se procurou cativar a atenção dos alunos e incentivar a participação voluntária dos mesmos. No debate, procurávamos colocar questões relacionadas com cada atividade, de modo a que os alunos construíssem, em conjunto, os conceitos matemáticos trabalhados na aula, beneficiando assim a criação de novos saberes.

Em todas as aulas existiam vários momentos e instrumentos de avaliação, entre os quais se destacam as grelhas de observação (grelha de direitos e deveres), os resumos semanais, os testes de avaliação sumativa, as questões aula e os trabalhos propostos para cada período, como é o caso dos relatórios, das composições e dos portefólios.

A implementação do resumo semanal foi pensada em grupo, quando discutíamos a forma de incentivarmos os alunos a assimilarem os conteúdos aprendidos nas aulas e a comunicarem as suas ideias matematicamente. Este era realizado no início de cada semana, onde se pretendia que o aluno nomeado apresentasse oralmente o resumo da matéria lecionada na semana anterior. A forma de apresentação do resumo era posta ao critério do aluno. Este poderia utilizar um jogo, um vídeo, um problema, um exercício

ou até mesmo fazer um resumo da matéria, pelo que a criatividade e o dinamismo eram tidos em conta.

Após todas as aulas, havia sempre uma reunião de grupo, onde aproveitávamos para discutir e refletir sobre as aulas lecionadas. Este momento foi imprescindível para a nossa formação, porque permitiu que tivéssemos consciência do nosso desempenho, para assim melhorarmos alguns aspetos que deveriam ser melhorados.

Segue-se uma breve descrição das unidades temáticas trabalhadas no sétimo e oitavo anos, onde procuramos descrever, de forma clara e objetiva, todos os métodos e estratégias utilizadas. Aproveitaremos também para referir todos os recursos e materiais adotados.

É importante salientar que todo o trabalho desenvolvido pelo grupo de estágio está disponível no CD interativo, que se encontra em anexo.

2.2. Descrição das Unidades Temáticas Trabalhadas no 7º Ano

No 7º ano começamos por lecionar a unidade temática 0, correspondente aos “Números primos e compostos”. Devido à mudança para o Novo Programa de Matemática do Ensino Básico, esta unidade visa, entre muitos outros aspetos, lecionar conteúdos que não foram lecionados no ciclo anterior.

Como tal, para recordar os conceitos de múltiplo e de divisor, utilizamos diversos recursos e aplicações, como é o caso de jogos da internet e do quadro interativo, onde se destaca o “Jogo dos múltiplos e divisores”¹ e um vídeo do *youtube*².

Numa fase posterior, utilizou-se uma proposta de trabalho adaptada do *Projeto*

¹ Jogo dos Múltiplos e Divisores. Disponível no URL:

http://www.rpedu.pintoricardo.com/jogos/Mult_Div/mult_divisores_2.html (Acedido a 21 de setembro de 2011)

² Múltiplos e Divisores. Disponível no URL: <http://www.youtube.com/watch?v=rAKKum8ILSw&feature=related> (Acedido a 26 de setembro de 2011)

Construindo o Êxito em Matemática 2, com auxílio ao material manipulável

“quadrinhos em cartão”. Este material consistia na análise e exploração das dimensões de diversos retângulos que, através da sua manipulação, foi possível explorar e construir os conceitos de número primo e de número composto.

Após os alunos interiorizarem os conceitos anteriores, utilizou-se o *applet* “*Factor Tree*”³. Através da decomposição de um número em fatores primos, este *applet* facilitou a construção e a compreensão das noções de mínimo múltiplo comum e de máximo divisor comum.

A seguinte unidade a ser trabalhada foi a unidade temática 1, correspondente aos “Números inteiros”. Para introduzir esta unidade, utilizou-se vários recursos e estratégias, entre os quais a análise a diversas situações do quotidiano onde são utilizados os números inteiros relativos e duas propostas de trabalho, em que a primeira encontra-se associada ao jogo “O termómetro maluco” e a segunda consiste na aplicação dos conhecimentos adquiridos através do jogo. Esta metodologia tinha como principal objetivo, levar os alunos a familiarizarem-se com os números inteiros negativos, a construir a definição de simétrico de um número e de valor absoluto, bem como a trabalhar com a potência de um número e a representar números inteiros relativos na reta numérica.

Para introduzir as operações com números inteiros relativos, nomeadamente a adição, subtração, multiplicação e divisão, elaborou-se 4 propostas de trabalho que incidiam sobre cada uma das operações. Cada proposta consistia na utilização do material manipulável “O ábaco dos inteiros”. Para a sua introdução, foi apresentada uma breve história acerca da sua origem e da sua utilidade, onde também foram abordadas as suas regras. Este é um material feito em madeira, composto por duas hastes com

³ Factor Tree. Disponível no URL:

http://nlvm.usu.edu/en/nav/frames_asid_202_g_3_t_1.html?from=category_g_3_t_1.html (Acedido a 3 de outubro de 2011)

significados distintos. A haste das argolas vermelhas corresponde aos números negativos e a haste das argolas verdes diz respeito aos números positivos. A “ideia chave” é que quando se coloca o mesmo número de argolas verdes e vermelhas, nas hastes correspondentes, o resultado da operação é zero porque uma argola vermelha anula uma argola verde. Para a realização de cada uma das operações, eram tidas em conta algumas regras, que se encontram descritas no início de cada proposta.

É de salientar que, neste subcapítulo, para além do ábaco e das propostas de trabalho, foram também utilizados diversos recursos interativos, como é o caso de exercícios⁴, vídeos⁵ e o “Jogo das operações”⁶, que se encontram disponíveis na plataforma digital do manual.

Com o objetivo de recordar o conceito de potência de base inteira e expoente natural, aprendido no ciclo anterior, adaptou-se uma proposta de trabalho que abordava a “Lenda do Xadrez”. Nesta proposta pretendíamos que os alunos, através do auxílio de um tabuleiro de xadrez e feijões, explorassem e criassem regularidades, de forma a construírem, autonomamente, a noção de potência.

Nas aulas seguintes, para que os alunos ampliassem o conceito aprendido, foi elaborada uma proposta de trabalho e utilizada uma tarefa do manual. Nesta última, pretendíamos que os alunos, através do auxílio da calculadora científica, escrevessem e calculassem as potências de um número, determinando os seus produtos e quocientes.

O próximo subcapítulo desta unidade corresponde à raiz quadrada e à raiz cúbica. Para trabalharmos os dois conceitos, utilizou-se algumas atividades adaptadas do *Projeto Construindo o Êxito em Matemática – 7º ano*, entre as quais se destacam o

⁴ Multiplicação e Divisão Simples. Disponíveis no URL:

http://brip.profareal.pt/page.php/resources/view_all?id=7mat09_101_08 (Acedido a 16 de novembro de 2011)

⁵ Vídeo. Disponível no URL: http://brip.profareal.pt/page.php/resources/view_all?id=7mat09_101_06 (Acedido a 16 de novembro de 2011)

⁶ Jogo das Operações. Disponível no URL:

http://brip.profareal.pt/page.php/resources/view_all?id=7mat09_101_11 (Acedido a 16 de novembro de 2011)

jogo “as cartas e os quadrados perfeitos” e as atividades que tiveram como auxílio os materiais manipuláveis “quadrinhos de cartolina” e os “cubos unitários”. Através dos recursos disponibilizados e do cálculo de áreas de quadrados e volumes de cubos, pretendíamos que os alunos construíssem autonomamente os conceitos de quadrado perfeito, raiz quadrada, cubo perfeito e raiz cúbica.

É de salientar que, neste subcapítulo, foi sugerido que os alunos realizassem um relatório sobre a atividade dos quadrados perfeitos e da raiz quadrada. Para o efeito, foi pedido que estes registassem todas as descobertas e conclusões a que chegaram e que tivessem em atenção o guião disponibilizado.

Como seguimento à unidade anterior vem a unidade temática 2, nomeadamente as “Sequências e regularidades”. Nesta unidade, pretendíamos que os alunos investigassem e determinassem regularidades em sequências numéricas e de figuras, descobrindo o seu termo geral e adquirindo habilidades na determinação de outros termos da mesma sequência, compreendendo assim as suas leis de formação. Para atingir tais objetivos, foram utilizados vários recursos e aplicações interativas, entre os quais calculadora científica, exercícios/ tarefas do manual, propostas de trabalho e três vídeos, em que dois deles se encontram disponíveis na plataforma digital do manual (“natureza em números”⁷, “termo geral de uma sequência”⁸ e “Sequência Fibonacci”).

Como atividade complementar e, para que os alunos tomassem conhecimento de algumas sequências existentes, nesta unidade abordou-se a “Sequência de Fibonacci”. Esta foi descoberta por volta 1202, pelo Matemático Leonardo Pisa, também conhecido por Fibonacci e, tem como principal objetivo, investigar e descobrir regularidades em fenómenos naturais, como é o caso do problema da procriação dos coelhos. Para tal,

⁷ Natureza em números. Disponível no URL:

<http://brip.profareal.pt/index.php/search/results/Funções,1,0,76;242;261,0,30,1,tn,2.html> (Acedido a 12 de janeiro de 2012)

⁸ Termo geral de uma sequência. Disponível no URL:

http://brip.profareal.pt/index.php/resources/7mat09_414_03.html (Acedido a 12 de janeiro de 2012)

elaborou-se uma proposta de trabalho, em que o seu principal objetivo era descobrir o número de pares de coelhos que iriam existir ao fim de um ano. Para a sua realização, foi utilizada como auxílio uma aplicação interativa⁹, que se encontra disponível na internet e que demonstra o crescimento dos casais de coelhos ao fim de cada mês. Nesta aplicação são usadas duas figuras representativas dos casais de coelhos jovens e adultos, em que o coelho menor representa o coelho jovem e o coelho maior representa o coelho adulto.

Na unidade temática 3, mais precisamente as “Equações”, utilizamos como principal recurso duas balanças interativas, que se encontram disponíveis na internet. A primeira balança a ser utilizada foi a de dois pratos (“Bags, Blocks and Balance”¹⁰), que, através de igualdades e desigualdades entre os objetos, tinha como principal objetivo, auxiliar os alunos na compreensão e estruturação dos conceitos de equação e de equivalência. A segunda balança a ser utilizada foi a balança algébrica (“Algebra Balance Scales - Negatives”¹¹), que tinha como principal objetivo introduzir as equações com letras, a solução de uma equação e, através do manuseio do equilíbrio da balança, auxiliar os alunos a conjecturarem os princípios de equivalência da adição e da multiplicação de equações.

Com o intuito de introduzir o estudo das equações com parênteses, optou-se por elaborar uma proposta de trabalho que abordava uma situação realista do futebol. Nesta proposta pretendeu-se, essencialmente, chamar a atenção dos alunos para a necessidade de se utilizar parênteses na representação da expressão do percurso de ida e volta

⁹ Problema dos coelhos. Disponível no URL:

http://www.cienciamao.usp.br/tudo/exibir.php?midia=tex&cod=_fibonacciproblemadoscoelhos (Acedido a 18 de janeiro de 2012)

¹⁰ Bags, Blocks and Balance. Disponível no URL:

http://www.learner.org/courses/learningmath/algebra/session6/part_c/index.html (Acedido a 23 de Janeiro de 2012)

¹¹ Algebra Balance Scales – Negatives. Disponível no URL:

http://nlvm.usu.edu/en/nav/frames_asid_324_g_3_t_2.html?open=instructions (Acedido a 25 de janeiro de 2012)

realizado pelo auxiliar de linha, uma vez que o percurso observado corresponde ao dobro da soma das partes representadas na figura.

Para a classificação e resolução de equações, foram utilizadas propostas de trabalho, que consistiam na resolução de vários exercícios e problemas, onde os alunos eram questionados em relação à solução da equação e, conforme a situação contextualizada, pretendia-se que estes conjecturassem e interpretassem o seu significado.

É importante salientar, que ao longo das aulas também foram utilizados outros recursos complementares, como é o caso de exercícios do manual e do dominó das equações, que tinham como principal objetivo por em prática os conceitos aprendidos ao longo desta temática, aprofundando e reforçando os conhecimentos adquiridos pelos próprios alunos.

Por fim, segue-se a unidade temática 4, correspondente às “Funções”. Nesta unidade começamos por estudar o referencial cartesiano. Para a sua introdução, utilizaram-se dois recursos, o jogo da “batalha naval” e o “geoplano”. A proposta que os incluía era composta por duas partes, em que a “batalha naval” consistia na localização de pontos no plano e o “geoplano” consistia na introdução da noção de par ordenado. A utilização deste material manipulável baseava-se na procura de um tesouro, que se encontrava escondido na sala de aula (debaixo da mesa do professor), e que, através da planta da sala, das coordenadas de pontos e das instruções fornecidos aos alunos, era possível descobrir a sua localização. Para que esta descoberta fosse realizada de forma lúdica e dinâmica, o grupo que descobrisse em primeiro lugar a localização do tesouro tinha como recompensa o prémio escondido.

É de salientar que, através da manipulação do “geoplano”, a compreensão dos conceitos de referencial cartesiano e de par ordenado foi realizada de forma exploratória

e divertida e, como tal, foi uma mais-valia para a aprendizagem do conteúdo programado, uma vez que os alunos descobriram autonomamente o seu verdadeiro significado.

Para se introduzir a noção de função e de proporcionalidade direta, foram utilizados os *robots* da Lego (Roverobot) “todo-o-terreno” e “tanque”, fornecidos pela Universidade da Madeira. Para a sua utilização foi essencial o auxílio a atividades investigativas, a uma fita métrica e ao *Software ROBOTICS INVENTION SYSTEM 2.0*, para programar os *robots* e as tarefas que os mesmos iriam desempenhar.

De modo a incentivar e a avaliar a comunicação e o raciocínio matemático dos alunos, foi pedido que estes realizassem uma composição matemática, onde teriam que descrever as conclusões a que chegaram com a realização da primeira atividade, destacando o conceito de função, construído a partir no manuseio do *robot* “todo-o-terreno”.

A análise e interpretação gráfica de funções como também a comparação de gráficos, em contexto real, foram realizadas a partir dos diversos trajetos executados pelos *robots* e a partir de alguns exercícios/ tarefas fornecidos pelo manual.

Nas aulas seguintes, como consolidação de conhecimentos e para que os alunos colocassem em prática os conceitos aprendidos nesta unidade, foram utilizados diversos exercícios do manual e uma proposta de trabalho.

Podemos assim afirmar que para todas as unidades foram utilizados diversos recursos que, de uma certa forma, auxiliaram os alunos na procura, na exploração e na construção do seu próprio conhecimento, de forma autónoma e diferenciada, tornando a resolução das tarefas propostas num processo mais fácil, intuitivo, dinâmico e divertido.

2.3. Descrição das Unidades Temáticas Trabalhadas no 8º Ano

Apesar das turmas 1 e 2 do 8º ano serem demasiado heterogéneas, a metodologia adotada em ambas as turmas foi a mesma, uma vez que acreditamos que o trabalho em grupo é benéfico para a aprendizagem e que, através da utilização de diversos recursos, aplicações e materiais manipuláveis, é possível motivar e atrair os alunos para a aprendizagem dos vários conteúdos matemáticos.

As aulas do 8º ano foram iniciadas com a unidade temática 1, correspondente aos “Números racionais”. Nesta unidade começamos por estudar a representação e comparação de números racionais. Como tal, utilizamos uma proposta de trabalho que consistia no manuseio do material manipulável “barras *cuisenaire*”. Este material foi feito em cartolina, pelo grupo de estágio, e é composto por 10 barras de tamanhos e cores diferentes, em que cada uma delas representa os números naturais de 1 até 10. Através da ordenação e da comparação do tamanho das diferentes barras, este material permitiu explorar o conceito de número racional positivo e conhecer os seus diferentes significados e representações.

Dada a temática deste relatório, é importante destacar que, a partir do manuseio deste material, foi possível testemunhar um grande interesse e motivação, nos alunos, em relação ao conteúdo explorado, na medida em que estes, durante a realização da tarefa proposta, conjecturavam uma diversidade de estratégias para chegar às devidas conclusões e como tal, realizaram a tarefa de uma maneira dinâmica, lúdica e intuitiva.

Quanto à ordenação e representação destes números na reta numérica, optamos por utilizar apenas uma proposta de trabalho que consistia na comparação entre os saltos em comprimento de diversos atletas olímpicos. É de salientar que, nesta proposta, os alunos trabalharam com os números racionais na forma decimal e fracionária.

Para o estudo das dízimas finitas e infinitas periódicas, utilizamos o *applet* “*Fraction Models*”¹² e a proposta de trabalho “Investigando dízimas”, onde se pretendia que os alunos explorassem e procurassem regularidades nos denominadores de várias frações e que, através da formulação de conjecturas, compreendessem como se representa e diferencia uma dízima finita de uma dízima infinita periódica.

Quanto às frações equivalentes, optamos por utilizar o “dominó das frações equivalentes”, onde se pretendia que os alunos realizassem combinações entre frações redutíveis e irredutíveis que representavam o mesmo valor.

O próximo conceito a ser trabalhado foi as operações com números racionais. Para iniciarmos o seu estudo, optamos por utilizar dois materiais manipuláveis, o “muro das frações” e os “setores circulares”, ambos construídos em cartolina. O “muro das frações” é um material que tem como finalidade auxiliar os alunos a explorar e a encontrar frações equivalentes, que lhes permitam operar números racionais na forma de fração, para assim construir os conceitos, as propriedades e as regras da adição, subtração e multiplicação. Os “setores circulares” são materiais previamente divididos em diversas partes, que tem como objetivo auxiliar os alunos a compreender e a construir o algoritmo para dividir frações, ajudando-os a se familiarizar com os seus diferentes significados.

Posteriormente, para o estudo das potências de base racional, não nula, e expoente natural, optamos por utilizar uma tarefa do manual que consistia na averiguação do método que permite calcular o valor de potências de base natural e expoente inteiro negativo. Esta tarefa permitiu que os alunos, através do raciocínio indutivo, alargassem o conhecimento das regras operatórias das potências, aprendido no ano anterior, às potências de base racional e expoente inteiro.

¹² Fraction Models. Disponível no URL: <http://illuminations.nctm.org/ActivityDetail.aspx?ID=11> (Acedido a 3 de outubro de 2011)

Após o estudo das potências e das suas respectivas regras e propriedades, os alunos já se encontravam aptos para o estudo dos números em notação científica. Neste subcapítulo pretendíamos que estes operassem com números muito grandes e muito pequenos, de forma a descobrirem as vantagens da utilidade das potências de base 10, bem como a representarem e a compararem números racionais positivos escritos em notação científica. Para atingir tais objetivos, utilizamos diversos recursos, entre os quais a calculadora científica, uma tarefa do manual e duas propostas de trabalho, em que todas elas descrevem um contexto científico, com o objetivo de realçar as situações onde são aplicados os grandes e os pequenos números.

É de salientar que nesta unidade, para além dos recursos utilizados foram também utilizados outros recursos, como é o caso de vídeos do *youtube* e da plataforma digital do manual¹³, bem como diversos jogos, que se encontram disponíveis na internet.

A segunda unidade a ser trabalhada foi as “Isometrias”. Para introduzirmos o seu estudo, utilizamos uma atividade adaptada do *Projeto Construindo o Êxito em Matemática - 8º ano*, onde os alunos, através de blocos lógicos geométricos, de material de desenho (régua, transferidor, lápis e folha branca A3) e do mira, tiveram a oportunidade de trabalhar e construir os conceitos e as propriedades da translação, rotação, reflexão e reflexão deslizante.

Numa fase posterior, de forma a desenvolver a comunicação matemática nos alunos e, para que estes compreendessem mais facilmente os conceitos aprendidos, foi-lhes sugerido que realizassem uma composição, onde teriam que descrever as propriedades das várias isometrias, os seus processos de transformação, como também construir autonomamente uma definição válida para isometria.

¹³ Notação científica. Disponível no URL: <http://www.20.e-leya.com/aula/showProd.php> (Acedido a 10 de novembro de 2011)

Em seguida, passamos para o estudo dos vetores. Para tal, utilizamos uma proposta com auxílio ao *Software* de geometria dinâmica *Geogebra*, onde se pretendia que os alunos, através da construção de um quadrilátero, de um vetor e de uma translação desse quadrilátero associada a esse vetor, aprendessem a adicionar geometricamente dois vetores, a efetuar translações associadas a dois vetores e a relacionar a composição de translações com a adição de vetores.

Nas aulas seguintes, foram realizados diversos exercícios de aplicação, entre os quais se destacam o estudo a pavimentações e frisos, onde se pretendia que os alunos, através da exploração a diversos padrões geométricos, identificassem as várias isometrias de frisos e rosáceas.

A unidade temática 3 corresponde às “Equações do 1º grau”. Para iniciarmos esta unidade, realizamos uma pequena introdução histórica sobre alguns procedimentos algébricos, utilizados pelos egípcios para resolver alguns problemas geométricos e aritméticos, como é o caso do método da falsa posição. Para tal, utilizamos como exemplo alguns dos 87 problemas do papiro de Rhind e, através de um paralelo entre o método da falsa posição e do método atual para resolver equações, relembramos o conceito de equação.

Em relação às equações com denominadores e com parênteses, achamos oportuno fornecer aos alunos alguns problemas do cotidiano, onde estes teriam que aplicar os conhecimentos sobre as equações, adquiridos no ano anterior. Estes exercícios tinham como objetivo, auxiliar os alunos a descobrir, autonomamente, as etapas, os princípios e as regras fundamentais para resolver equações deste tipo. Como tal, foi fundamental que estes interpretassem o enunciado dos problemas e que soubessem retirar deles a informação necessária para equacionar os mesmos.

Segue-se as equações literais. Para a sua introdução, realizamos uma proposta de trabalho que consistia em dar a conhecer a fórmula que nos permite calcular o índice de massa corporal. Com esta proposta, pretendíamos chamar a atenção dos alunos para dois aspetos: o primeiro foi para que estes se familiarizassem com os vários tipos de equações literais e o outro foi para chamar a atenção dos alunos para a questão da magreza excessiva, ajudando-os a tomar consciência dos vários conceitos de beleza impostos pela sociedade.

Como atividade complementar, foi sugerido que os alunos resolvessem diversas equações literais, em ordem a uma das variáveis, e alguns problemas do manual.

Para iniciarmos o estudo dos sistemas de duas equações a duas incógnitas, achamos oportuno fornecer aos alunos alguns problemas, que envolviam situações realistas do quotidiano, onde se pretendia que estes, numa primeira fase, utilizassem o método da tentativa e erro. Numa segunda fase, foi pedido que os alunos resolvessem outros problemas, para assim se depararem com uma outra forma de resolver sistemas de equações. Estes problemas foram resolvidos por meio da calculadora gráfica, onde se pretendia que os alunos, através da representação gráfica de cada sistema, interpretassem os resultados obtidos, quer analiticamente, quer graficamente, introduzindo-se assim a classificação de sistemas.

Em seguida, passamos para a resolução de sistemas pelo método da substituição. Para introduzirmos este conceito, realizamos uma proposta que continha uma balança de dois pratos, com peras e maçãs e, conforme a comparação e a substituição do peso de uma pera por uma maçã e um peso de 100g, foi possível obter-se o peso de cada uma das frutas. Desta forma, foram introduzidos os passos essenciais para resolver um sistema pelo método da substituição.

Para que os alunos praticassem o conceito aprendido, foram resolvidos alguns problemas, onde se pretendia que estes, depois de equacionarem cada problema por meio de um sistema, encontrassem as respectivas soluções e classificassem os sistemas.

Dando continuidade ao estudo dos sistemas de equações, foi introduzida a resolução de sistemas pelo método gráfico, onde se pretendia que os alunos, a partir dos problemas anteriores, resolvessem os sistemas equacionados utilizando o método gráfico. Para tal procedimento, foram dadas algumas sugestões que ajudaram os alunos a obterem os respectivos gráficos. Ainda foi pedido que estes interpretassem o resultado obtido, indicando as respectivas soluções de cada problema.

Após os alunos refletirem sobre os dois métodos e, para incentivá-los a comunicar matematicamente, foi sugerido que realizassem um pequeno texto, onde teriam que comparar as soluções obtidas pelo método gráfico com as soluções obtidas pelo método de substituição.

É importante destacar que, durante as aulas procurou-se sempre relacionar o contexto do problema com as soluções obtidas, para que desta forma os alunos compreendessem que nem sempre a solução obtida é a solução do problema.

Como consolidação de conhecimentos, foi exibida uma animação¹⁴ da plataforma digital do manual que abordava, resumidamente, os sistemas de equações e as suas duas formas de resolução.

Segue-se a unidade temática 4, correspondente às “Funções”. Para iniciarmos o seu estudo, começamos por relembrar o conceito de variável e de função, onde se pretendia que os alunos, através da representação gráfica, analisassem e interpretassem a sua variação, indicando os intervalos onde a função é crescente, decrescente ou constante. Para tal, utilizou-se uma proposta de trabalho, adaptada do *Projeto*

¹⁴ Sistemas de duas equações do 1º grau com duas incógnitas. Disponível no URL: <http://www.20.eleya.com/aula/showProd.php> (Acedido a 23 de fevereiro de 2012)

Construindo o Êxito em Matemática – 8º ano, que abordava os vários consumos de gasóleo de um automóvel, ao longo de um passeio pela Madeira, onde se pretendia que os alunos interpretassem as transformações ocorridas no gráfico, nos diferentes momentos do passeio.

Quanto ao conceito de função linear, procurou-se estudar uma situação realista dos horários do funchal que visava comparar os preços dos bilhetes comprados a bordo, com os preços dos bilhetes comprados no posto de vendas. Através desta situação foi possível representar graficamente e algebricamente uma função linear, como também relacionar a função linear com a função de proporcionalidade direta.

Posteriormente, para reforçar o conceito de função linear e introduzir os conceitos de função constante e função afim, utilizou-se uma proposta onde se pretendia que os alunos, através da manipulação do *Software* de geometria dinâmica *Geogebra*, explorassem a influência da variação dos parâmetros a e b , nos gráficos das funções linear, constante e afim.

As aulas seguintes foram dedicadas à interpretação gráfica das expressões analíticas das funções linear, constante e afim. Para tal, utilizamos o jogo “a grande corrida das funções”¹⁵, que se encontra disponível na plataforma digital do manual.

Como atividade complementar, foi realizada uma proposta de trabalho onde se pretendia que os alunos efetuassem uma análise crítica a dois tarifários diferentes da mesma operadora. Esta proposta tinha como principal objetivo, alertar os alunos para as diversas situações com que se deparam no seu dia-a-dia, ajudando-os a analisar e a avaliar as vantagens e desvantagens dos produtos que lhes são oferecidos. Para que os alunos conseguissem visualizar, mais facilmente, as transformações obtidas nos custos

¹⁵ A grande corrida das funções. Disponível no URL: <http://www.20.e-leya.com/aula/showProd.php>. (Acedido a 23 de Março de 2012)

de cada tarifário em função do tempo de conversação, foi necessário o auxílio ao programa *Microsoft Office Excel*.

É de salientar, que para além dos recursos utilizados foram também realizados vários exercícios/ problemas do manual.

Por fim, temos a unidade temática 5, mais precisamente o “Planeamento estatístico”. Para iniciarmos esta unidade foi essencial abordar alguns conceitos que não foram lecionados no ano anterior. Como tal, decidimos realizar um debate onde questionamos os alunos sobre o conceito de estatística, promovendo-se assim uma espécie de “*brainstorming*” acerca dos vários assuntos que se relacionam com a mesma, como é o caso dos conceitos de população, amostra, censo, sondagem, variáveis, moda, mediana e média.

Na aula seguinte, foi realizada uma análise crítica a dois anúncios publicitários, onde se pretendia que os alunos identificassem e interpretassem a informação contida neles, relacionando essa informação com os conceitos de estatística aprendidos anteriormente.

Pelo facto de a turma 2, do 8ºano, se apresentar menos autónoma na resolução das tarefas propostas e, como tal, necessitar de mais tempo para refletir sobre os conhecimentos adquiridos, esta última unidade temática foi iniciada apenas na turma 1.

3. Fundamentação Teórica

Dada a importância da disciplina de Matemática no processo de ensino/aprendizagem, cada vez mais sente-se a necessidade de repensar nos métodos e nos instrumentos que deverão ser utilizados na sala de aula, de maneira a incentivar os alunos a aprender.

Como tal, os materiais manipuláveis são objetos didáticos intuitivos e dinâmicos que visam a compreensão de diversos conceitos, tendo como finalidade, motivar e auxiliar o aluno na concretização das tarefas propostas, em qualquer fase de desenvolvimento, onde, através do contato direto com o objeto, o aluno entrega-se intuitivamente ao processo de descoberta, adquirindo destrezas na interiorização, estruturação e compreensão de conceitos.

Este tipo de materiais estimulam o desenvolvimento do raciocínio lógico-matemático, pois através da sua manipulação, exploração e investigação o aluno aprende a comunicar, a raciocinar e a resolver problemas de forma natural e clara.

No entanto, como na aprendizagem dos conteúdos matemáticos a criança é fortemente influenciada pelo meio envolvente, é importante que, no objeto selecionado ela encontre o suporte físico para um envolvimento ativo que influenciará significativamente, a construção do seu próprio conhecimento.

3.1. Materiais Manipuláveis – Sua Origem e Definição

Nas civilizações mais antigas, o homem sempre sentiu a necessidade de contar e de medir. Como tal, utilizava diversos objetos de forma a facilitar e a organizar a suas rotinas diárias.

Acredita-se que os nossos antepassados, para contar o número de ovelhas que tinham nos seus rebanhos, começaram por escavar marcas em ossos, nas paredes e em pedaços de madeira. Mais tarde utilizaram as pedras e, seguidamente adotaram os nós em cordas.

Ao longo de milhares de anos, o sistema de contagem foi-se aperfeiçoando e, anos mais tarde, com os Árabes, foi inventado o sistema de numeração e, como tal, surgiram diversos objetos/ materiais com o fim de explorar e investigar diversos conceitos de aritmética.

Segundo Moraes (1959), "o homem primitivo deve ter usado os objectos que estavam a seu redor para registar informação e representar (sinalizar) os dados importantes. Seixos, varas, dedos das mãos e dos pés foram, provavelmente, os primeiros materiais manipuláveis utilizados" (Berman, 2004, p. 46).

Como tal, foi através da contagem e da manipulação de objetos, que se começou a criar regras, padrões e teorias, ampliando o conceito dos números e surgindo diversos materiais que auxiliam todo o estudo subjacente à Matemática.

Desde então, muitos materiais são desenvolvidos em torno desta ciência e, como tal, na educação são considerados recursos fundamentais para a compreensão e construção do conhecimento matemático.

Os materiais manipuláveis são um exemplo de materiais que, ao longo dos anos, têm vindo a ser utilizados na construção e na procura de conceitos. São, portanto, objetos que têm vindo a assumir diversos significados e muitos são os pedagogos, psicólogos e médicos que descrevem os seus atributos, defendendo piamente a sua utilização.

Segundo Reys (1996), os materiais manipuláveis são "objetos ou coisas que o aluno é capaz de sentir, tocar, manipular e movimentar. Podem ser objetos reais que têm

aplicação no dia-a-dia ou podem ser objetos que são usados para representar uma idéia” (Passos, 2004, p.5).

Passos (2004) salvaguarda ainda que “os Materiais Manipuláveis são caracterizados pelo envolvimento físico dos alunos numa situação de aprendizagem ativa” (p.5).

Outros pedagogos classificam os materiais manipuláveis por materiais “estruturados”, sendo estes quaisquer objetos/ instrumentos reais que, através dos sentidos e da sua manipulação, incorporam uma ideia matemática, relacionando as partes com o todo.

Sendo assim, os materiais manipuláveis são objetos lúdicos, dinâmicos e intuitivos, com aplicação no nosso dia-a-dia, que têm como finalidade auxiliar a construção e a classificação de determinados conceitos que, conforme o seu nível de abstração, necessitam de um apoio físico para orientar a compreensão, formalização e estruturação dos mesmos.

Mediante vários pontos de vista, o Programa de Matemática do Ensino Básico, sustenta que a utilização de materiais manipuláveis é um recurso fundamental para a aprendizagem da Matemática, uma vez que estes são materiais didáticos que ajudam o aluno a desenvolver o espírito de iniciativa e autonomia, bem como o espírito crítico e criativo, permitindo-lhes alcançar uma maior sensibilidade, na procura e na construção de conceitos, verificando-se uma melhoria significativa na compreensão dos conteúdos matemáticos.

Deste modo, é de salientar que este tipo de materiais são considerados recursos “físicos” que funcionam como base para a compreensão dos conteúdos matemáticos, uma vez que, a partir da sua utilização, verifica-se uma maior partilha e a troca de ideias

entre os alunos, contemplando-se um desenvolvimento crescente a nível da criatividade, da experimentação e da comunicação entre os mesmos.

Segundo o Currículo Nacional do Ensino Básico (2001):

Materiais manipuláveis de diversos tipos são, ao longo de toda a escolaridade, um recurso privilegiado como ponto de partida ou suporte de muitas tarefas escolares, em particular das que visam promover actividades de investigação e a comunicação matemática entre os alunos. (p.71).

Desta forma, acredita-se que quanto maior for a atividade desenvolvida pelos próprios alunos, maior será o conhecimento atingido pelos mesmos, uma vez que estes procurarão continuamente novas estratégias para desenvolver as suas próprias capacidades e, conseqüentemente, através da experiência direta, construirão os conceitos de acordo com o objeto explorado e observado.

Sendo assim, é importante destacar que a utilização destes materiais permitirá um maior envolvimento do aluno na sua própria aprendizagem, fomentando o desenvolvimento de diversas capacidades e atitudes, bem como a compreensão dos conceitos e das ideias matemáticas.

3.2. Motivação Para a Aprendizagem – Aprender Explorando e Construindo

Conforme o atual contexto escolar em que vivemos, muitos são os esforços desenvolvidos, pelos docentes, para despertar o interesse e a motivação dos alunos em aprender qualquer disciplina escolar e, como tal, a disciplina de Matemática não foge à regra.

Com vista a alterar este cenário, torna-se indispensável envolver os alunos na sua própria aprendizagem, de maneira a que estes se sintam encorajados a explorar, a investigar, a testar, a comunicar e a aplicar ideias e conhecimentos.

Neste sentido e após inúmeras leituras acerca do assunto, pudemos compreender que existem diversas visões acerca dos materiais manipuláveis e, conforme afirma a autora Mansutti (1993), subsistem diversas incógnitas em torno da sua utilização, na sala de aula, mas esta assegura com toda a convicção que estes “tornam as aulas interessantes”, “os alunos gostam”, “quebram a rotina da sala de aula” (p.7).

Já os educadores Jesus e Fino (2005), afirmam que: "esses recursos poderão atuar como catalisadores do processo natural de aprendizagem, aumentando a motivação e estimulando o aluno, de modo a aumentar a quantidade e a qualidade de seus estudos" (Januário et al., s.d., p.7).

Após refletirmos acerca das concepções de diversos autores, podemos confirmar que os materiais manipuláveis são materiais lúdicos, pedagogicamente estruturados para a aprendizagem dos diversos conteúdos matemáticos, uma vez que, através da sua utilização, estes propiciam uma melhor interação e socialização entre os alunos, contribuindo para uma maior troca e partilha de ideias entre os mesmos.

Verifica-se também que existe uma maior segurança na concretização das tarefas, uma vez que os alunos criam e formulam novas estratégias e conjeturas na resolução de problemas, de forma autónoma e diferenciada, de acordo com as suas experiências diárias. Naturalmente, estes partem à busca de novos e verdadeiros saberes, adquirindo um maior conhecimento de si próprio, a nível da criatividade e da autonomia, na procura e na construção de conceitos, alcançando uma maior confiança nas suas capacidades intelectuais e cognitivas.

Como tal, a partir da utilização adequado deste tipo de materiais, verifica-se uma maior motivação nos alunos para aprender, uma vez que estes, perante as dificuldades e o material disponibilizado, solucionam novos caminhos para atingir os objetivos delineados. A partir da observação, da procura, da reflexão, da comunicação e de um envolvimento ativo, estes alcançam o sentido de conquista e o prazer de fazer e de construir, organizando o seu pensamento e estruturando os seus próprios conceitos.

Desta forma, na perspectiva de Rêgo (2006), este tipo de materiais é de grande importância para a educação, pois a partir da sua manipulação "os alunos ampliam sua concepção sobre o que é, como e para quê aprender matemática, vencendo os mitos e preconceitos negativos, favorecendo a aprendizagem pela formação de ideias e modelos" (p.5).

Desta forma, evidencia-se uma melhoria significativa a nível do raciocínio matemático, pois este tipo de materiais permitem, entre muitos outros aspetos, desenvolver o entendimento cognitivo e psicomotor do aluno, transformando o estudo da Matemática numa prática dinâmica, intuitiva e desafiante.

Uma frase que descreve sucintamente a importância da utilização destes materiais é referida pelo autor Figueiredo (s.d.), que afirma credulamente que:

o manuseamento de materiais proporcionam aos alunos experiências diversificadas em contextos ricos e variados, contribuindo para o desenvolvimento de capacidades e hábitos de natureza cognitiva, afetiva e social, designadamente estimulando a curiosidade, o sentido crítico, o gosto de comunicar, de enfrentar e resolver problemas (p.285).

3.3. O Papel do Docente

Como no processo de aprendizagem da Matemática, a utilização de materiais manipuláveis contribui para o desenvolvimento de inúmeras competências, torna-se fundamental que o docente proporcione contextos de aprendizagem favoráveis à compreensão e estruturação de conceito, desempenhando um papel determinante na criação de ambientes propícios.

Subentende-se que, na Matemática, a escolha do material didático mais apropriado depende, em grande parte, do conteúdo a ser trabalhado e da facilidade que existe em explorar e associar o material escolhido com o conceito analisado, cabendo ao docente a função de decidir como, quando e porquê deverá utilizar determinado material.

A par desta decisão, Lorenzato (2006) ainda refere que os materiais manipuláveis, quando implementados em contexto de sala de aula, poderão desempenhar diversas funções. Segundo ele, antes da sua utilização, é importante que o docente reflita sobre a razão da sua escolha. Serão eles utilizados "Para apresentar um assunto, para motivar os alunos, para auxiliar a memorização de resultados, para facilitar a redescoberta dos alunos?"(p.38).

Contudo, de acordo com Serrazina (1991), não existe um material individualizado para trabalhar um dado conceito, pelo que o mesmo conceito pode ser trabalhado por meio de diversos materiais. Sendo assim, a maioria dos materiais são utilizados para estudar diversos conceitos, como é o caso de na Geometria ser possível utilizar o geoplano, o tangram, a régua, o esquadro, entre outros materiais, para estudar as suas propriedades. Por outro lado, por exemplo, por meio de geoplano também é

possível trabalhar diversos conceitos, como é o caso dos conceitos de número e de medida.

No entanto, qualquer material deve ser utilizado de forma moderada e prudente, sendo o docente o maior responsável pela escolha e utilização adequada desse material. Na adaptação do material ao conteúdo que deseja explorar, será necessário um grande empenho e dedicação, por parte do mesmo, uma vez que este deverá conhecer todas as suas funções e potencialidades, de forma a criar atividades aliciantes, dinâmicas e motivadoras, onde os alunos possam construir relações entre os objetos e as ações, estabelecendo classificações e curiosidades com o meio envolvente.

Na perspectiva de Reys (1974) os materiais manipuláveis:

convenientemente selecionados e utilizados permitem, entre outros aspectos: (a) diversificar as actividades de ensino; (b) realizar experiências em torno de situações problemáticas; (c) representar concretamente as ideias abstractas; (d) dar oportunidade aos alunos de descobrir relações e formular generalizações; e (e) envolver os alunos activamente na aprendizagem (p.35).

Desta forma, o docente deverá promover e criar contextos de aprendizagem, onde os alunos possam interagir entre si, de maneira a comunicarem e a partilharem ideias, de forma rica e diversificada, proporcionando experiências significativas na sala de aula e estimulando os mesmos a expressar e a desenvolver os seus pensamentos.

Na tentativa de adequar o material utilizado ao conteúdo a ser explorado, de forma a propor novos desafios, nasce a necessidade de o docente ter que inovar pedagogicamente.

Porém, segundo Cardoso (1992), para se inovar pedagogicamente, será necessário adotar novas metodologias/ modalidades de trabalho, onde o foco principal é

o aluno e não o professor, contribuindo para que cada educando desempenhe um papel mais ativo na sua própria aprendizagem.

Fiorentini (1995, citado em Januário, 2008, p.26), ainda refere que "é nessa tendência pedagógica que há uma preocupação e diferenciação entre o que ensinar e de que forma ensinar, desviando as atenções centradas no professor e voltando o olhar para o aluno"

Sendo assim, através da educação informal, é importante que o docente seja apenas um orientador, capaz de propor novos desafios de maneira a estimular o aluno a evoluir e a desenvolver as suas próprias capacidades, de forma autónoma e diferenciada.

Contudo, o pedagogo Araújo (2004) afirma fortemente que "o professor deve ter cuidado ao utilizar um material didático, pois deve observar que o objetivo não está no material em si, mas nas ações que são desenvolvidas através deles, ou seja, no modo que ele será explorado" (p.2).

Passos (2006), ainda reforça que "os materiais didáticos servem como mediadores para facilitar a relação professor/ aluno/ conhecimento no momento em que um saber está sendo construído" (p.2).

No entanto, para se introduzir novas modalidades de trabalho, é necessário que o docente esteja preparado para enfrentar algumas mudanças, como é o caso de ter que disponibilizar um maior tempo para a resolução das tarefas, facultar uma maior interação entre os alunos e dar tempo suficiente para que os mesmos explorem e conheçam o material disponibilizado, até que este se torne transparente. Esta nova metodologia requer um trabalho de equipa por parte dos alunos e do docente, onde o papel deste resume-se a intervir e a orientar os grupos de trabalho, de maneira a conduzir os alunos para os objetivos delineados.

4. Metodologia

Este capítulo baseia-se na descrição da natureza do estudo que foi desenvolvido, aquando da realização deste relatório, como também na caracterização do ambiente e dos “indivíduos” que foram alvo da nossa investigação.

Desta forma, torna-se fundamental referir os materiais que funcionaram como instrumentos de observação e que auxiliaram todo o estudo subjacente a esta temática.

Iremos também salientar as estratégias pedagógicas e os procedimentos adotados, bem como as técnicas de recolha e registo de dados utilizadas.

4.1. Natureza do Estudo

Este estudo tem como principal objetivo analisar e investigar o modo pelo qual a utilização dos materiais manipuláveis poderá contribuir para o processo de ensino/aprendizagem da Matemática, a fim de melhorar e aprimorar a aprendizagem e o conhecimento adquiridos pelos próprios alunos.

No âmbito dos objetivos delineados, para que fosse possível analisar, interpretar e tirar conclusões, optou-se por adotar uma metodologia de natureza qualitativa de carácter interpretativo e descritivo.

Segundo Bogdan e Biklen (1994), uma abordagem deste tipo é composta por 5 particularidades:

- (1) a fonte directa dos dados é o ambiente natural e o investigador é o principal agente na recolha desses mesmos dados;
- (2) os dados que o investigador recolhe são essencialmente de carácter descritivo;
- (3) os investigadores que utilizam metodologias qualitativas interessam-se mais pelo processo em si do que propriamente pelos resultados;
- (4) a análise dos dados é feita de forma indutiva;

e (5) o investigador interessa-se, acima de tudo, por tentar compreender o significado que os participantes atribuem às suas experiências (p.2).

Na mesma linha de pensamento, Bogdan e Taylor (1986) afirmam que “nos métodos qualitativos o investigador deve estar completamente envolvido no campo de acção dos investigados, uma vez que, na sua essência, este método de investigação baseia-se principalmente em conversar, ouvir e permitir a expressão livre dos participantes” (p.3).

Contudo, um estudo desta natureza implica a procura de respostas e uma análise aprofundada a cerca das atitudes, das motivações e do comportamento dos alunos perante a utilização dos materiais manipuláveis, em contexto de sala de aula.

Sendo assim, é importante salientar que iremos ter em consideração a realidade e as vivências dos educandos, dando particular importância aos processos de exploração e descoberta realizados pelos mesmos.

Como tal, para se obter resultados fiáveis e conclusivos, foi essencial participarmos ativamente na recolha e registo de dados e ter sempre em consideração as características dos intervenientes como, também, o meio em que estes se encontram envolvidos, pois segundo Merriam (1998), “nas metodologias qualitativas os intervenientes da investigação não são reduzidos a variáveis isoladas mas vistos como parte de um todo no seu contexto natural” (p.68).

4.2. Procedimentos Adotados e Técnicas de Recolha e Registo de Dados

Esta investigação consistiu num estudo de natureza qualitativa, que se desenvolveu em contexto de sala de aula, onde foram utilizados diversos procedimentos e técnicas de recolha e registo de dados.

Numa primeira fase, foram elaboradas declarações (ver em anexo I) para a turma 6 do 7º ano e para as turmas 1 e 2 do 8º ano com a finalidade dos alunos e os respetivos encarregados de educação autorizarem a recolha e registo de dados, desenvolvida na sala de aula. Essa declaração tinha como objetivo, informar os participantes da finalidade do nosso estudo, esclarecendo-se assim o que iria acontecer no momento em que estes fossem observados.

Antes de entregarmos a declaração aos alunos, esta foi deferida pelo conselho executivo da escola.

Para uma melhor interação com o “objeto” em estudo, adotou-se vários procedimentos e técnicas de recolha e registo de dados, entre os quais a observação direta e participante das aulas, a elaboração de questionários, o registo de vídeo-gravações e de fotografias, assim como a recolha e análise dos trabalhos dos alunos. Estes procedimentos permitiram que recolhêssemos informações importantíssimas e que contrapússemos os dados obtidos, de maneira a selecionarmos os resultados e as conclusões relevantes à nossa investigação.

Os questionários foram elaborados tendo em conta as tarefas sugeridas, estando todos eles relacionados com as atividades e com os materiais manipuláveis utilizados como, também, com a metodologia adotada na sala de aula.

É de referir que estes foram entregues apenas no final das tarefas propostas, de modo a que os alunos tivessem tempo suficiente para discutir e refletir sobre os conceitos aprendidos, as estratégias aplicadas e a finalidade dos mesmos. Todos estes procedimentos foram realizados no decorrer das aulas, o que facilitou a observação, o registo, a recolha e a análise dos dados.

4.3.Os Intervenientes no Estudo

O presente estudo foi desenvolvido na Escola Básica dos 2º e 3º Ciclos Dr. Eduardo Brazão de Castro, no ano letivo 2011/ 2012, no concelho do Funchal.

Esta é uma escola que se localiza na freguesia de São Roque e, por essa razão, é frequentada por alunos provindos dos bairros sociais que a rodeiam e das zonas altas mais próximas. É portanto, uma escola possuidora de alunos com carências afetivas, culturais, monetárias e comportamentais, pelo que muitos deles beneficiam de apoio social.

Nesta investigação, torna-se imprescindível caracterizar as turmas que foram algo do nosso estudo, como é o caso da turma 6 do 7º ano e das turmas 1 e 2 do 8º ano.

Quanto à primeira turma, esta é composta por 15 alunos, 7 rapazes e 8 raparigas, e caracteriza-se por ser uma turma problemática, pelo facto dos alunos que a frequentam se demonstrarem pouco incentivados para aprender, o que se traduz num desempenho escolar bastante baixo. É, portanto, uma turma demasiado heterogénea, onde se pode encontrar todo o tipo de alunos, uns com um raciocínio muito desenvolvido, mas que não aprofundam os seus conhecimentos por falta de interesse e motivação e outros com imensas dificuldades e que necessitam do apoio constante do docente para realizar as tarefas propostas.

A turma 1 do 8º ano é constituída por 23 alunos, entre os quais, 10 rapazes e 13 raparigas. Apesar de ser uma turma composta por muitos alunos, o seu índice de aproveitamento é bastante bom. Na sua maioria, os alunos são trabalhadores e interessados e uma grande parte deles, revela autonomia na resolução das tarefas propostas. Mas, como em todas as turmas, também existem alunos com algumas dificuldades.

Nesta turma é notório a capacidade de entreaajuda que existe. Muitos dos alunos revelam uma preocupação enorme em ajudar aqueles que necessitam de apoio e, como tal, é uma turma bastante unida.

Por fim, temos a turma 2 do 8º ano. No início esta turma era composta por 22 alunos mas, devido ao seu comportamento, foi sugerido que o elemento mais perturbador mudasse de turma, ficando esta com um total de 21 alunos, 6 rapazes e 15 raparigas.

Esta é uma turma demasiado desinteressada e barulhenta, revelando-se pouco autónoma na realização das tarefas propostas. Na sua maioria, os alunos apresentam muitas dificuldades e pouca motivação para aprender e, como tal, necessitam da orientação constante do docente para avançar.

Nesta instituição de ensino, são poucos os alunos que pretendem concluir o décimo segundo ano de escolaridade e seguir um curso superior. A maior parte pretende apenas completar o nono ano e ingressar rapidamente no mundo do trabalho ou, então, tirar um curso profissional.

O desinteresse revelado pela maioria dos alunos, provém do contexto social e familiar em que se encontram envolvidos e, como tal, o comportamento que apresentam acaba por influenciar o seu desempenho escolar, quer dentro e fora da sala de aula.

São poucos os encarregados de educação e familiares que participam na educação dos mesmos, o que conduz a um sentimento de revolta e, como consequência, a seguirem caminhos desviantes e a não terem planos para um futuro melhor.

Numa altura em que a maior parte da sociedade considera que a escola não é capaz de preparar os jovens para a vida futura, a forma de ensinar terá obrigatoriamente de sofrer alterações, facultando aos alunos novas metodologias de trabalho, de maneira a que estes possam crescer e evoluir.

4.4. Materiais de Investigação Utilizados

As dificuldades que os alunos sentem na compreensão e assimilação dos conceitos matemáticos são muito conhecidas e faladas.

Educadores, filósofos e psicólogos defendem que a aprendizagem da Matemática seria mais significativa se partisse da atividade das próprias crianças, dado que, através da *percepção visual e tátil*, estas desenvolvem experiências concretas, que as conduzem a uma abstração cada vez maior, ganhando assim a independência, a coordenação, a concentração e a confiança em si mesmas para ultrapassar os obstáculos.

Em qualquer área do conhecimento, em particular na Matemática, os alunos são fortemente influenciados pelo meio em que se encontram envolvidos e, como tal, a manipulação de objetos representa um dos principais meios para auxiliar todo o processo de ensino/ aprendizagem. Se, por um lado os materiais manipuláveis são instrumentos que transmitem uma ideia matemática, por outro lado estimulam o crescimento pessoal, emocional e social do próprio aluno.

No presente estudo, foram utilizadas três propostas de trabalho, em que duas delas foram aplicadas aos alunos da turma 6 do 7º ano e a outra aos alunos da turma 1 do 8º ano. Estas tinham como finalidade, desenvolver a motivação, bem como as capacidades e as aptidões essenciais à compreensão e estruturação dos conceitos de referencial cartesiano e de par ordenado, de congruência de triângulos e de multiplicação de polinómios, respetivamente. Para o efeito, foram utilizados os materiais manipuláveis: geoplano, triângulos em cartolina e quadrados e retângulos construídos em papel E.V.A..

De modo a se desenvolver nos alunos a curiosidade, a criatividade, o espírito de iniciativa e de descoberta, foi importante que, antes da realização de cada proposta, os

alunos manuseassem livremente o material. Este tipo de procedimento, para além de desenvolver a capacidade do aluno expressar livremente as suas ideias, favorece o conhecimento do próprio material e, como tal, transforma a resolução de cada proposta num momento lúdico, intuitivo, dinâmico, exploratório e significativo.

4.4.1. Trabalhos aplicados ao 7º ano.

4.4.1.1. Funções - Referencial Cartesiano e Conceito de Par Ordenado

Depois de refletirmos sobre os trabalhos que deveríamos desenvolver com os nossos alunos, chegamos ao consenso de, no tema da álgebra, aplicar um estudo ao referencial cartesiano, mais precisamente ao conceito de par ordenado, já que este seria o próximo conteúdo a ser lecionado. Para o efeito, realizou-se uma proposta de trabalho (ver em anexo II), onde os alunos tiveram que utilizar o material manipulável geoplano.

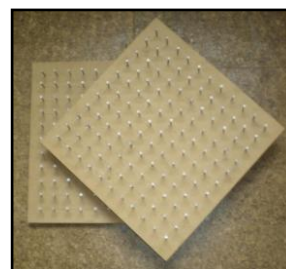


Figura 1: Geoplano

Este é um material concebido para trabalhar diversos conceitos, que se encontram incluídos nos temas da álgebra, da geometria e dos números e operações, cuja manipulação permite calcular e fazer previsões, de forma a otimizar todo o processo de exploração e descoberta, realizados pelo próprio aluno. Foi criado pelo matemático inglês Caleb Gattegno e é constituído por um tabuleiro com pregos, dispostos em quadrado, formando uma espécie de quadriculado.

Conforme a proposta sugerida, através deste material, os alunos tiveram que traçar, por meio de elásticos coloridos, o referencial cartesiano e, consoante as coordenadas indicadas na proposta, tiveram que construir a planta da sala de aula.

Depois de construída a planta, foram distribuídas argolas e, segundo as indicações fornecidas, os alunos tiveram que colocar cada argola nos pontos sugeridos, para assim descobrirem a localização do tesouro, que se encontrava escondido debaixo da mesa do professor. Para que estes descobrissem a sua localização, teriam que somar todas as abcissas dos pontos encontrados e todas as ordenadas, onde cada resultado obtido seria, respetivamente, a abcissa e a ordenada do ponto onde se localizava o tesouro.

4.4.1.2. *Triângulos e Quadriláteros - Congruência de Triângulos*

O próximo estudo enquadra-se no tema da geometria. A proposta aplicada a este tema foi adaptado do *Projeto Construindo o Êxito em Matemática – 7ºano* e tem como principal objetivo, introduzir o conceito de congruência de triângulos, bem como os seus critérios (ver em anexo IV).

Para o efeito, pretendeu-se que os alunos, através dos conhecimentos adquiridos em anos anteriores, construíssem triângulos, dados os comprimentos e as amplitudes dos ângulos, por eles formados. Sendo assim, utilizando instrumentos de medida (material de desenho), como é o caso

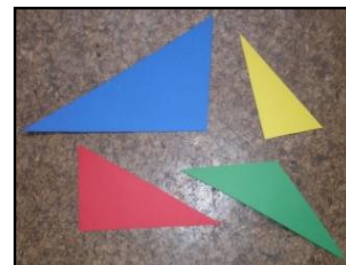


Figura 2: Triângulos em cartolina

do transferidor, do compasso e da régua, os alunos tiveram que construir, por meio de cartolinas coloridas, quatro triângulos de tamanhos e cores diferentes e, através do seu manuseio e da comparação entre os diferentes triângulos, foi sugerido que investigassem e conjecturassem os três critérios de congruência de triângulos (LLL, LAL, ALA), de forma a compreenderem a noção de congruência de triângulos, bem

como, o número mínimo de lados e ângulos iguais necessários para se verificar uma congruência entre dois triângulos.

É de salientar que, no decorrer da proposta, procurou-se incentivar os alunos a explicar e a justificar todos os procedimentos e raciocínios utilizados, para que desta forma, fosse desenvolvida a capacidade de pensar e de comunicar.

4.4.2. Trabalhos aplicados ao 8º ano.

4.4.2.1. Polinômios e Equações do 2º Grau - Multiplicação de Polinômios

Este último estudo pertence ao tema da álgebra e tem como principal objetivo, introduzir a noção de multiplicação de polinômios.

Sendo este um novo conceito para os alunos e, para que o seu estudo não se resumisse apenas à memorização de regras e procedimentos, achou-se necessário estabelecer uma conexão entre a geometria e os números e operações. Para o efeito, utilizou-se uma proposta de trabalho, adaptada do *Projeto Construindo o Êxito em Matemática – 8º ano* (ver em anexo VI), onde se pretendia que os alunos, fazendo uso da propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição, explorassem e compreendessem, tanto algebricamente como geometricamente, as regras operatórias entre polinômios.

Para a sua realização, foi essencial o auxílio a três tipos de peças: quadrados unitários e não unitários e retângulos, construídos em papel E.V.A..

Esta proposta é composta por 3 situações, onde em cada uma delas se evidencia um crescente grau de dificuldade. A ideia base, consiste na



Figura 3: Quadrados e retângulos em papel E.V.A.

manipulação das três peças, onde se pretendia que os alunos construíssem retângulos e, a partir do cálculo das suas áreas, interpretassem as expressões algébricas correspondentes. Como tal, pretendíamos que concluíssem que aplicar a propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição é o mesmo que calcular a área do retângulo pela decomposição de figuras, porque os resultados obtidos nos dois processos são iguais. Para chegar a essa conclusão, os alunos poderiam seguir dois caminhos: calcular a área do retângulo construído, multiplicando o lado pelo comprimento ou decompor a figura e calcular a área de cada uma das peças e depois somar os resultados.

Durante a realização desta, foi essencial que os alunos registassem, no caderno, o esboço dos retângulos construídos, salientando as peças utilizadas, para assim compreenderem mais facilmente os procedimentos realizados.

5. Análise e Interpretação dos Dados

Neste capítulo, será realizada uma análise e reflexão sobre dos dados recolhidos ao longo das aulas, com vista a obter informações acerca da utilização dos materiais manipuláveis, em contexto de sala de aula. Como tal, iremos analisar e interpretar os trabalhos realizados pelos alunos da turma 6 do 7º ano e da turma 1 do 8º ano, relevando a importância destes materiais na aprendizagem da Matemática.

5.1. Estudos Aplicados ao 7º Ano

5.1.1. Funções - Referencial cartesiano e conceito de par ordenado.

Este trabalho foi sugerido com o objetivo de se observar e avaliar a reação e o comportamento dos alunos perante a utilização do geoplano, na construção e exploração do conceito de par ordenado, no referencial cartesiano.

Para a realização desta proposta (ver em anexo II), numa primeira fase, foi distribuído o geoplano e os elásticos coloridos, para que os alunos manuseassem livremente o material de maneira a se familiarizarem com o mesmo.

Após o primeiro contacto com o geoplano, onde os alunos desenvolveram a imaginação e a criatividade, foi distribuída a proposta.

Segue-se algumas fotografias representativas do trabalho desenvolvido pelos alunos, durante a realização da mesma:

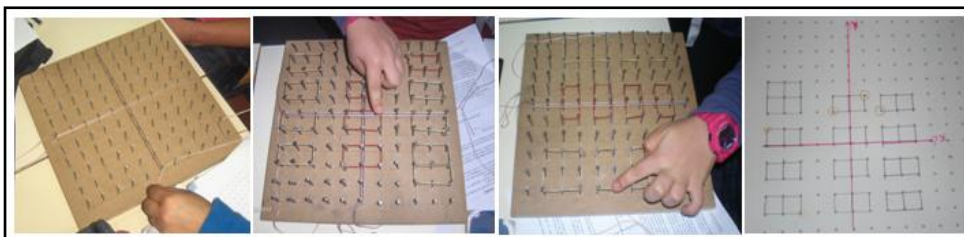


Figura 4: Tarefa com o geoplano

É importante salientar que, ao longo da realização da proposta, foram gerados momentos de questionamento e de interiorização, onde os conceitos estudados foram explorados e postos em causa. Este tipo de procedimento foi fundamental para a realização da mesma, uma vez que o aluno aprende a ser crítico e a raciocinar de forma clara e consciente, transformando a sua aprendizagem num processo mais claro, dinâmico e significativo.

Vejamos então a discussão gerada em torno desta proposta, aquando da sua realização:

Professora: Qual foi o primeiro procedimento que efetuaram para a realização desta tarefa?

Aluno A: Tivemos que representar o referencial cartesiano no geoplano.

Professora: Então o que é um referencial cartesiano?

Aluno A: Um referencial cartesiano é representado por duas retas orientadas e perpendiculares entre si.

Professora: E como se designam as retas orientadas?

Aluno B: Eixos.

Professora: Qual o nome que se atribui ao ponto de intersecção das duas retas?

Aluno B: Origem do referencial.

Professora: Tendo em conta a definição anterior, que nome se atribui ao eixo horizontal e ao eixo vertical?

Aluno B: Ao eixo horizontal damos o nome de abcissa ou eixo dos xx e ao eixo vertical chamamos ordenada ou eixo dos yy .

Após a discussão do conceito de referencial cartesiano e depois dos alunos refletirem sobre o significado de cada um dos eixos, achou-se oportuno continuar com a discussão, de maneira a conduzi-los para a compreensão do conceito de par ordenado:

Professora: Depois da representação do referencial cartesiano e da construção da planta da sala de aula, que procedimento efetuaram para descobrir a localização do tesouro?

Aluno B: Com as argolas representamos na planta da sala os pontos indicados na tarefa.

Professora: E que nome se dá a esses pontos?

Aluno B: Pares ordenados.

Professora: Porquê par ordenado? Qual é o seu significado?

Aluno C: Porque precisamos de dois valores, o de x e o de y .

Professora: Muito bem! Chama-se par ordenado porque são necessárias duas coordenadas (x , y) para representar um ponto. Mas, o que representa o x e o y ?

Aluno C: O x representa o número de quadrículas que deslocamos para a direita ou para a esquerda. O y representa o número de quadrículas que deslocamos para cima ou para baixo.

Professora: Então, em que ponto se localiza o tesouro? Qual foi o procedimento que efetuaram para o descobrir?

Aluno C: Bastou somar as abcissas e as ordenadas dos pontos marcados e descobrimos que o tesouro estava debaixo da secretária da professora.

Professora: E qual é esse ponto?

Aluno C: É o ponto $(-4, 4)$.

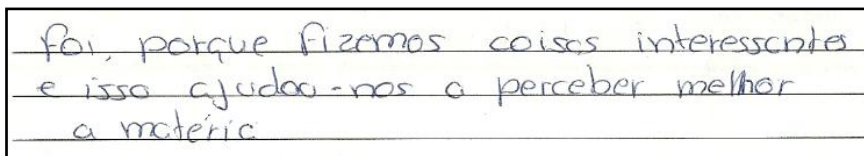
Através dos diálogos anteriores, podemos constatar que os alunos realizaram a proposta com grande entusiasmo e dedicação e, como tal, a resolução da mesma transformou-se num momento estimulante, divertido e motivador.

Desta forma, foi notório que o auxílio a materiais manipuláveis, para introduzir qualquer conteúdo matemático, torna o processo de aprendizagem num momento único, mais claro e intuitivo e isso verifica-se no comportamento do próprios alunos.

Após o debate da proposta e depois destes refletirem sobre as conclusões obtidas, foi distribuído um questionário (ver em anexo III), onde se pretendia que os alunos manifestassem a sua opinião em relação à proposta, ao material disponibilizado e à maneira como aprenderam os conteúdos explorados.

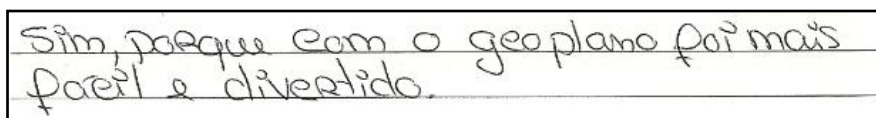
A maior parte das respostas obtidas foram unânimes. Quase todos os alunos responderam que, através do auxílio do geoplano, a proposta foi mais fácil e divertida, o que lhes facilitou a compreensão dos conceitos de par ordenado e de referencial cartesiano.

Os excertos abaixo provam esta última afirmação e revelam as respostas obtidas, por dois alunos, numa das perguntas realizadas no questionário:



fui, porque fizemos coisas interessantes e isso ajudou-nos a perceber melhor a matéria

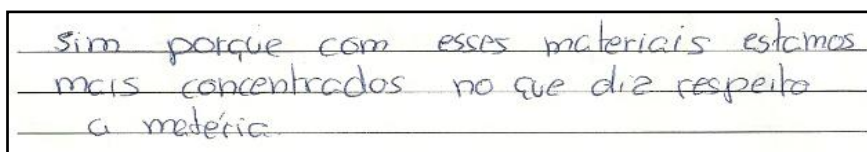
Figura 5: Resposta do aluno A



Sim, porque com o geoplano foi mais fácil e divertido.

Figura 6: Resposta do aluno B

Outros alunos ainda referiram que este tipo de objetos estimula o seu desempenho e concentração durante a realização da tarefa, sendo esta executada de forma mais clara, consciente e responsável:



sim porque com esses materiais estamos mais concentrados no que diz respeito a matéria.

Figura 7: Resposta do aluno C

Em suma, para caracterizar a sua utilização, no decorrer da aula vários alunos empregaram frases do tipo “a partir deles somos capazes de imaginar e de fazer”.

Tendo em conta a análise realizada, podemos referir que os resultados deste estudo foram animadores, na medida em que a maior parte dos alunos consideram que os materiais manipuláveis são objetos que estimulam não só a motivação, como também a concentração, a independência e a responsabilidade. São, portanto, instrumentos que auxiliam todo o processo de exploração, descoberta e construção, fundamentais à aprendizagem da Matemática.

5.1.2. Triângulos e quadriláteros - Congruência de triângulos.

Através desta proposta (ver anexo IV) pretendeu-se que os alunos se familiarizassem com o conceito de congruência de triângulos, de modo a construírem, autonomamente, os três critérios de congruência. Como tal, o objetivo central foi auxiliar os alunos a responderem à seguinte questão: Quando é que dois triângulos são congruentes?

Para o efeito, numa primeira fase, através do material de desenho: régua, compasso e transferidor, os alunos tiveram que construir, nas cartolinas coloridas, quatro triângulos de tamanhos e cores diferentes, conforme os comprimentos dos segmentos de reta e as amplitudes dos ângulos por eles formados. Como tal, foi um procedimento que gerou algum debate entre os grupos de trabalho e a professora:

Professora: Se queremos construir um triângulo e sabemos o comprimento dos três lados, quais são os instrumentos de medida que devemos utilizar?

Grupo A: O compasso e a régua.

Professora: Correto! Então como começamos a construir o triângulo azul?

Grupo A: Começamos por traçar o segmento de reta com 18 cm de comprimento?

Professora: Podemos começar por esse segmento. E depois?

Grupo A: Com o compasso, medimos os outros comprimentos.

Professora: E como se mede esses comprimentos?

Grupo A: Pegamos na régua e abre-se o compasso até, por exemplo, 15 cm.

Professora: Depois colocamos o compasso numa das extremidades do segmento de reta e marcamos esse comprimento. Fazemos o mesmo com o restante comprimento, mas na outra extremidade do segmento de reta.

Após os alunos marcarem, com o compasso, o comprimento de cada um dos segmentos de reta, traçaram cada segmento e rapidamente obtiveram o triângulo azul.

Posteriormente construíram o triângulo vermelho. Como para a sua construção foram dadas apenas as amplitudes de três ângulos, foi de notar, nos alunos, um pequeno desconforto, mas com a devida orientação da professora, estes rapidamente construíram o triângulo:

Professora: Quando queremos construir um triângulo e são dadas apenas as amplitudes de três ângulos, quais são os instrumentos de medida que devemos utilizar?

Grupo B: É a régua e o transferidor.

Professora: Então como se constrói o triângulo?

Grupo B: Podemos começar por traçar um segmento de reta?

Professora: É a melhor hipótese! E como só sabemos a amplitude dos ângulos, esse segmento de reta poderá tomar qualquer valor como comprimento. E qual é o passo seguinte?

Grupo B: Numa das extremidades do segmento de reta, marcamos um dos ângulos. Pode ser o ângulo de 90° ?

Professora: Sim! E na outra extremidade, qual é o ângulo que devemos marcar?

Grupo B: O de 30° .

Professora: Correto! Depois de marcarmos os dois ângulos, traçamos os segmentos de reta correspondentes e prolongamos os mesmos, até que estes se encontrem.

Durante a construção do triângulo, os alunos acharam estranho não marcar o ângulo de 60° , mas depois de refletirem sobre a situação, facilmente compreenderam que marcando os restantes ângulos e traçando os segmentos de reta correspondentes, o ângulo formado por esses segmentos tinha a amplitude de 60° .

Em seguida, com base nos procedimentos anteriores, construíram os restantes triângulos, o verde e o amarelo.

De um modo geral, durante as várias construções, foi de notar, nos alunos, uma grande euforia e dedicação. Estes comunicavam uns com os outros e partilhavam ideias e estratégias, de forma rica e diferenciada, de acordo com as suas vivências e conhecimentos. Como tal, foi uma tarefa que gerou grande motivação e entusiasmo, na maioria dos alunos.

Seguem-se algumas fotografias que demonstram o trabalho realizado pelos mesmos, durante a construção dos quatro triângulos:

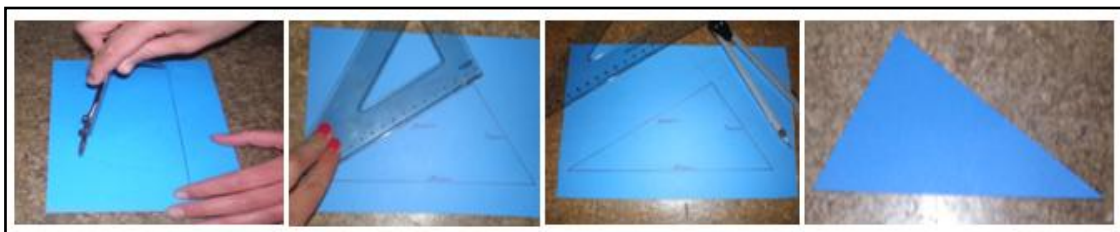


Figura 8: Construção do triângulo azul



Figura 9: Construção do triângulo vermelho

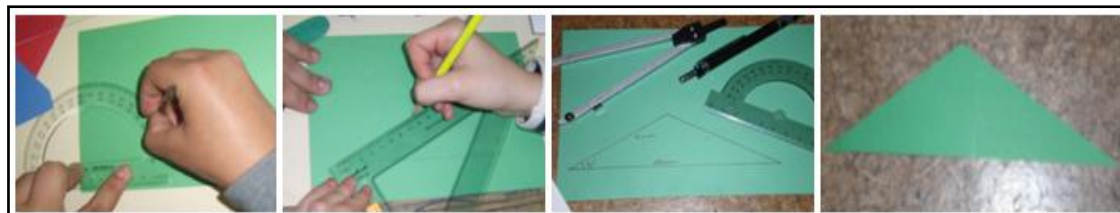


Figura 10: Construção do triângulo verde



Figura 11: Construção do triângulo amarelo

É de salientar que, após a construção de cada triângulo, foi sugerido que os alunos recortassem os triângulos e que os manipulassem livremente, de modo a explorarem e a investigarem as suas propriedades. Nesse momento, foi fundamental a intervenção da professora, na medida em que esta comparou os triângulos azuis obtidos pelos vários grupos e, através da sobreposição destes, os alunos construíram o conceito de congruência de triângulos.

Em seguida, foi solicitado que os alunos respondessem às questões da atividade, onde se pretendia que estes, a partir dos triângulos obtidos, descobrissem quantos lados e ângulos iguais são necessários para formar uma congruência entre dois triângulos.

Após todos os grupos concluírem a resolução da mesma, abriu-se espaço para discussão, em grande grupo, onde a professora questionou os alunos em relação às conclusões obtidas e, a partir do estabelecimento de hipóteses e de conjeturas, auxiliou-os a deduzirem os três critérios de congruência de triângulos.

Numa primeira fase, foi fundamental que os alunos averiguassem se AAA era ou não um critério de congruência. Abaixo, encontra-se uma transcrição que ilustra o diálogo gerado em torno desta situação:

Professora: Tendo em conta a noção de congruência de triângulos. Será que dois triângulos com os três ângulos congruentes são sempre congruentes?

Grupo C: Não!

Professora: Qual foi o triângulo que utilizaram para provar a vossa conclusão? Isto é, qual foi o triângulo que construíram conhecendo apenas os ângulos?

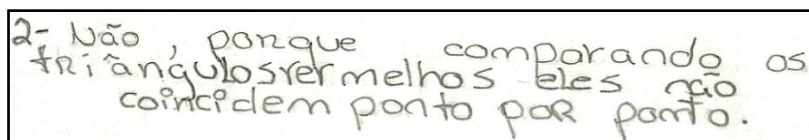
Grupo C: O triângulo vermelho. E verificamos que, sobrepondo todos os triângulos vermelhos, eles não coincidem ponto por ponto.

Entretanto, outro grupo ainda acrescentou:

Grupo D: Porque só sabendo os três ângulos não podemos concluir que os triângulos são congruentes.

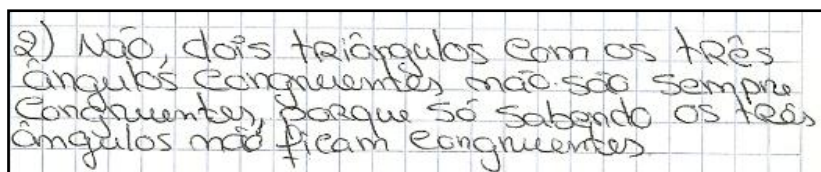
Professora: Então, apesar dos ângulos serem congruentes, o comprimento dos lados dos triângulos não são congruentes. Logo, só podemos concluir que dois triângulos são congruentes, quando os pares de lados correspondentes e os pares de ângulos correspondentes forem congruentes.

Os excertos abaixo mostram as respostas obtidas nesta questão, pelos dois grupos:



2- Não, porque comparando os triângulos vermelhos eles não coincidem ponto por ponto.

Figura 12: Resposta do Grupo C



2) Não, dois triângulos com os três ângulos congruentes não são sempre congruentes, porque só sabendo os três ângulos não ficam congruentes.

Figura 13: Resposta do Grupo D

Através das respostas anteriores, podemos observar que estes alunos, a partir da noção de congruência de triângulos e da comparação entre os vários triângulos vermelhos, verificaram que para garantir uma congruência entre dois triângulos, não é suficiente conhecer apenas as amplitudes dos ângulos.

Após os alunos refletirem sobre as conclusões obtidas e partilharem as suas ideias e contraexemplos com toda a turma, a professora deu continuidade à discussão e propôs que estes investigassem se LLA era ou não um dos três critérios de congruência:

Professora: Dois lados de um triângulo e um ângulo não formado por eles são congruentes aos elementos correspondentes doutro triângulo?

Grupo E: Não são!

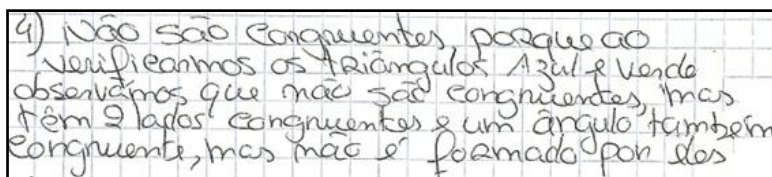
Professora: Quais foram os triângulos que utilizaram para provar a vossa afirmação?

Grupo E: Foram os triângulos azuis e verdes.

Professora: Porquê esses triângulos?

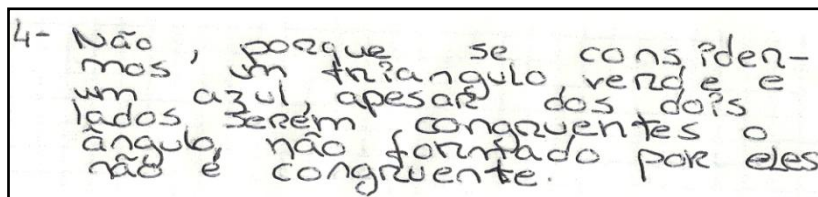
Grupo E: Porque são os únicos triângulos em que conhecemos dois lados com os mesmos comprimentos, o de 15 cm e o de 9 cm. E ao sobrepor os dois triângulos, verificamos que apesar de terem os dois lados congruentes e um ângulo congruente, como o ângulo não é formado por eles então os dois triângulos não são congruentes.

Segue-se as respostas obtidas por dois grupos, após a resolução desta questão:



9) Não são congruentes, porque ao verificarmos os triângulos Azul e Verde observamos que não são congruentes, mas têm 2 lados congruentes e um ângulo também congruente, mas não é formado por eles.

Figura 14: Resposta do Grupo E



4- Não, porque se considermos um triângulo verde e um azul, apesar dos dois lados serem congruentes o ângulo não formado por eles não é congruente.

Figura 15: Resposta do Grupo F

Analisando as duas respostas podemos constatar que, a partir da manipulação dos vários triângulos, estes alunos adquiriram a habilidade de explorar e de formular conjecturas, de forma clara e intuitiva, ganhando a confiança e a capacidade de provar a validade das suas conclusões. Desta forma, observaram que para garantir uma congruência entre dois triângulos, também não é suficiente conhecer dois lados e um ângulo não formado por eles.

Em seguida, após concluírem que LLA e AAA não são critérios válidos para garantir uma congruência entre dois triângulos, foi o momento oportuno para introduzir os três critérios de congruência. Vejamos o diálogo que ilustra o debate desta situação:

Professora: Será que dois triângulos com três lados congruentes são sempre congruentes?

Grupo F: Sim. Se sobrepusermos todos os triângulos azuis, verificamos que estes coincidem ponto por ponto, logo são congruentes.

Professora: Então se os três lados são congruentes, provavelmente os ângulos também são congruentes, senão os triângulos não coincidem ponto por ponto.

Em seguida, foi introduzida uma outra questão:

Professora: E dois triângulos com dois lados e um ângulo formado por eles congruentes, são sempre congruentes?

Grupo G: São!

Professora: Quais foram os triângulos que compararam para provar a vossa afirmação? Isto é, qual dos triângulos foi construído conhecendo dois lados e um ângulo formado por eles?

Grupo G: O triângulo verde. E comparando os vários triângulos verdes, verificamos que quando sobrepostos coincidem ponto por ponto.

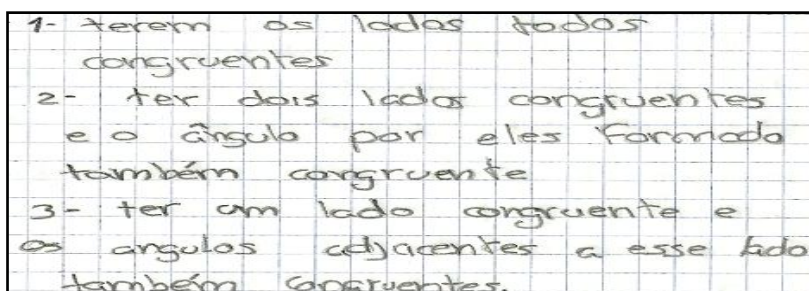
Professora: Agora vamos considerar dois triângulos com um lado congruente e dois ângulos adjacentes e esse lado também congruentes. Nestas condições os triângulos são sempre congruentes?

Grupo H: Se sobrepusermos os vários triângulos amarelos, verificamos que coincidem ponto por ponto, logo são congruentes.

Professora: Então quer dizer que tanto os triângulos azuis, como os verdes e os amarelos são congruentes, isto é, têm os lados correspondentes congruentes e os ângulos correspondentes congruentes.

Grupo H: Sim, são geometricamente iguais.

Através deste diálogo, podemos observar que os alunos descobriram as condições necessárias para se obter uma congruência entre dois triângulos. O excerto abaixo prova esta última afirmação e mostra a resposta obtida por um dos grupos, perante a construção dos três critérios de congruência de triângulos LLL, LAL e ALA, respetivamente:



1- terem os lados todos congruentes
2- ter dois lados congruentes e o ângulo por eles formado também congruente
3- ter um lado congruente e os ângulos adjacentes a esse lado também congruentes.

Figura 16: Resposta do Grupo G

Perante a análise aos diálogos apresentados e aos vários excertos dos alunos, pode-se constatar que esta proposta foi uma mais-valia para a aprendizagem do conteúdo explorado, na medida em que, através da sobreposição dos vários triângulos e das suas comparações, os alunos tiveram a oportunidade de investigar e de explorar propriedades e relações entre triângulos. Como tal, a partir da construção dos triângulos, da sua manipulação e do raciocínio dedutivo, aprenderam a construir, autonomamente, os três critérios de congruência.

De uma forma geral, podemos concluir que os alunos realizaram a atividade com grande empenho, satisfação e dedicação, uma vez que, à medida que descobriam cada critério, foi de notar que aplicavam estratégias cada vez mais estruturadas, até atingirem os resultados que desejavam.

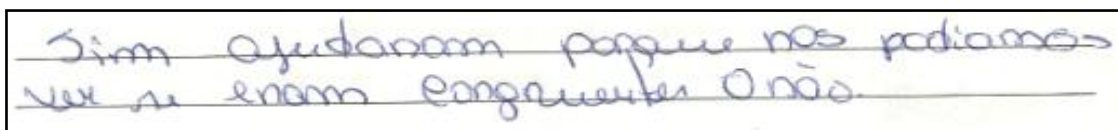
É importante destacar que os vários momentos de diálogo, entre os professores e os grupos de trabalho, foram decisivos para a aprendizagem dos alunos, na medida em que, através deste tipo de propostas, estes sentem-se mais envolvidos na aprendizagem, o que facilita a formulação de estratégias e de conjeturas.

Deste modo, atrevo-me a afirmar que a proposta foi realizada de forma própria, consciente e afetiva, visto que quando o aluno constroi o material que servirá de apoio para a sua aprendizagem, a construção do seu próprio saber se transforma num processo mais aliciante e, como tal, sentem-se mais motivados e confortáveis para atribuir significados aos conceitos explorados, na medida em que vão reconhecendo algumas características inerentes ao próprio material. Desta forma, adquirem a capacidade de aprender por si próprios e de raciocinar claramente, o que beneficia o seu desenvolvimento intelectual e cognitivo.

Após a discussão da atividade e depois dos alunos refletirem sobre as conclusões a que chegaram, foi distribuído um questionário (ver em anexo V), onde se pretendia

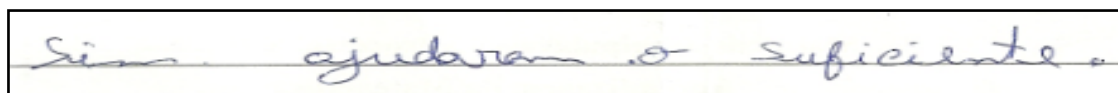
que estes descrevessem a experiência que viveram na sala de aula, destacando a importância dos materiais manipuláveis na sua aprendizagem.

Segundo a opinião da maioria dos alunos, os triângulos em cartolina foram fundamentais para a compreensão do conceito de congruência de triângulos, bem como dos seus critérios. Vejamos os excertos abaixo, que mostram as respostas obtidas por dois alunos:



Sim ajudaram porque nos podíamos ver se eram congruentes ou não.

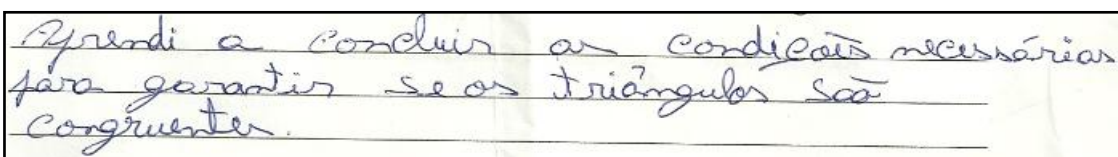
Figura 17: Resposta do aluno D



Sim ajudaram o suficiente.

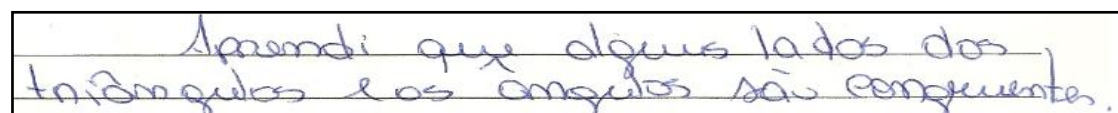
Figura 18: Resposta do aluno E

As duas respostas, apesar de possuírem alguns erros ortográficos e serem rápidas e curtas, revelam que o material disponibilizado foi importante para a aprendizagem do conteúdo explorado, pois como apresentamos abaixo, os alunos referiram que, a partir da comparação entre os vários triângulos foi fácil de construir e estruturar um pensamento mais claro em relação ao conceito de congruência entre triângulos, de forma a descobrirem as noções básicas para se verificar essa congruência:



Aprendi a concluir as condições necessárias para garantir se os triângulos são congruentes.

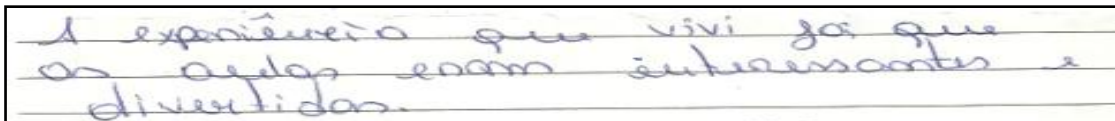
Figura 19: Resposta do aluno F



Aprendi que alguns lados dos triângulos e os ângulos são congruentes.

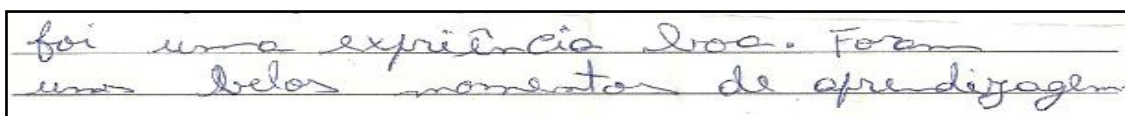
Figura 20: Resposta do aluno G

Quanto à experiência que viveram na sala de aula, os alunos descreveram-na como um momento único, divertido, dinâmico e interessante e ainda referiram que em todas as aulas deveriam utilizar materiais deste tipo, como mostram os excertos abaixo:



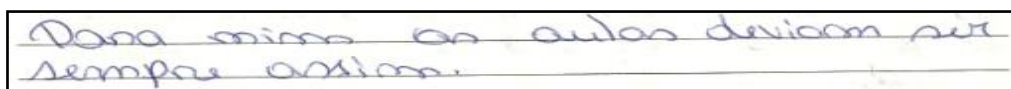
A experiência que vivi já que os aulas eram interessantes e divertidas.

Figura 21: Resposta do aluno H



foi uma experiência boa. Foram uns belos momentos de aprendizagem.

Figura 22: Resposta do aluno J



Dona minha as aulas deveriam ser sempre assim.

Figura 23: Resposta do aluno K

Apesar das dificuldades que estes alunos revelam, foi de notar que, perante atividades com materiais manipuláveis, as aulas de matemática tornam-se mais interessantes e motivadoras. Isto deve-se ao facto destes alunos necessitarem de algo que lhes estimule a confiança, a concentração, a criatividade e a independência, tornando-se fundamental criar atividades em que estes possam aplicar os seus conhecimentos e, a partir das suas vivências, construir e reconstruir novos saberes.

Mediante as análises efetuadas, podemos afirmar, com toda a certeza, que ambientes onde se faça uso de materiais manipuláveis beneficia a aprendizagem e a construção e estruturação dos conceitos matemáticos, criando uma atitude positiva em relação à disciplina de Matemática.

5.2. Estudos Aplicados ao 8º Ano

5.2.1. Polinómios e equações do 2º grau – Multiplicação de polinómios.

O principal objetivo deste estudo foi observar, analisar e interpretar a motivação e o empenho dos alunos, perante a construção de um novo conceito, a multiplicação de polinómios. Como tal, pretendíamos que estes, através da manipulação de quadrados (unitários e não unitários) e de retângulos, estabelecessem conexões entre os conhecimentos aritméticos e geométricos e, a partir do cálculo das áreas de retângulos e da interpretação de expressões algébricas, investigassem e construíssem as regras operatórias entre polinómios.

Para a realização desta proposta (ver em anexo VI), de modo a que houvesse uma maior interação e partilha de conhecimentos, ideias e estratégias, entre os alunos, foi sugerido que estes se reunissem em grupos.

É de salientar que, antes da sua realização foi distribuído o material e, numa primeira fase, foi importante que os alunos o manipulassem livremente, de modo a estabelecerem relações entre as várias figuras. Como tal, foi um procedimento que despertou a curiosidade e a criatividade na maioria dos alunos. Alguns começaram por sobrepor os quadrados amarelos nos retângulos laranja, mas depois de verificarem que os quadrados não perfaziam totalmente a área dos retângulos, começaram por explorar outras relações.

Através do manuseio dos três tipos de peças, verificaram que os quadrados amarelos e azuis tinham características em comum com os retângulos laranja.

Apresentamos abaixo uma transcrição do debate, em grande grupo, entre a

professora e os grupos de trabalho, aquando da exploração das características de cada uma das figuras:

Professora: Comparando os três tipos de peças, facilmente identificamos características em comum. Podem identificar-me essas características?

Enquanto os alunos manipulavam as peças e exploravam as características de cada uma delas, um dos grupos concluiu:

Grupo I: Como o quadrado amarelo representa a unidade, comparando o quadrado amarelo com o retângulo laranja, observamos que o lado menor do retângulo laranja coincide com a unidade.

Outros grupos ainda acrescentaram:

Grupo J: Mas não sabemos como determinar o comprimento do lado maior do retângulo!

Grupo K: Sim! Como já foi visto se sobrepusermos as peças, os quadrados amarelos não cobrem totalmente o retângulo laranja.

Perante esta situação, os alunos tentaram descobrir que valor teria esse comprimento, mas como não era possível determiná-lo, a professora perguntou:

Professora: Então se esse valor é desconhecido, como se costuma representar algo que não conhecemos?

Gerou-se um momento de silêncio e, enquanto os grupos pensavam numa forma de representar o valor desconhecido, um dos grupos interveio:

Grupo J: Representa-se pela letra x .

Grupo K: Então é como se fosse uma incógnita!

Professora: Isso mesmo. Utiliza-se uma letra qualquer, por exemplo a letra x , para representar a nossa incógnita, uma vez que não conhecemos o seu valor.

Grupo K: Então quer dizer que o comprimento do lado menor do retângulo laranja mede 1 e o comprimento do lado maior mede x .

Professora: Exato! Essas são as características do retângulos laranja. E o que se pode concluir acerca do quadrado azul?

Após um momento de reflexão, um dos grupos respondeu:

Grupo K: Se compararmos o quadrado azul com o retângulo laranja, reparamos que o lado maior do retângulo coincide com o comprimento dos lados do quadrado azul.

Professora: Isso mesmo! Então o que podemos concluir?

Grupo J: Como não sabemos o valor desse lado, então o comprimento dos lados do quadrado azul é igual a x .

Pelo diálogo anterior, constatamos que perante o material disponibilizado e, através da sobreposição e da manipulação das peças, os alunos tentaram arranjar estratégias e explorar novos caminhos até descobrirem as características de cada uma das figuras. Isto evidencia que, a manipulação de materiais funciona como um estímulo que auxilia a exploração e a descoberta de relações entre conceitos, permitindo aos alunos testar, explorar e associar ideias.

Em seguida, após as descobertas anteriores, foi sugerido que os alunos determinassem as dimensões de cada uma das figuras e, posteriormente, calculassem as suas áreas. Analisemos o excerto abaixo, que mostra a resposta obtida por um dos grupos, após a determinação das dimensões e das áreas das três figuras:

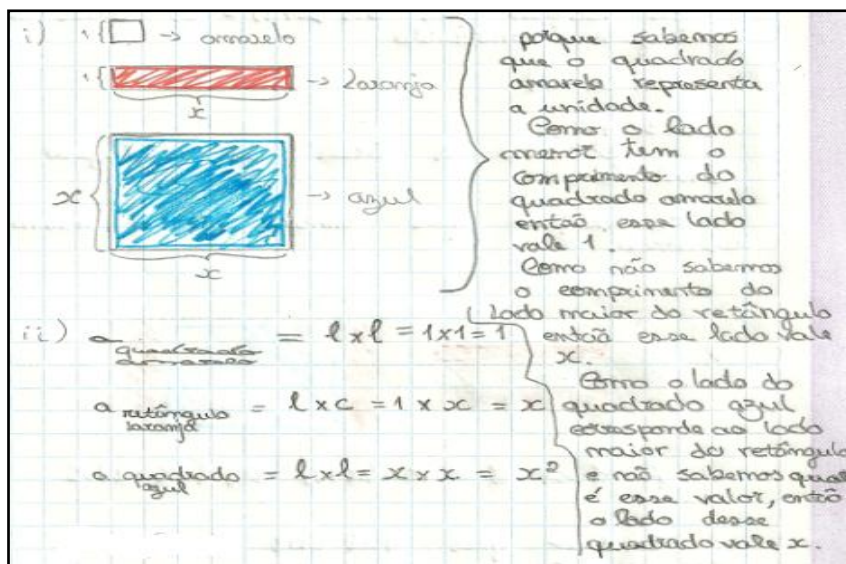


Figura 24: Resposta do Grupo L

Através da resolução deste grupo, verificamos que estes alunos, a partir da comparação entre as diferentes peças e do diálogo ilustrado anteriormente, facilmente determinaram as dimensões de cada uma das figuras. Quanto ao cálculo das áreas, pode-se constatar que estes, de forma intuitiva e partindo de conhecimentos anteriores, aplicaram uma das regras operatórias da multiplicação de potências, o que podemos concluir que o procedimento anterior, para além de fazer com que os alunos se recordassem do cálculo das áreas de retângulos e de quadrados, permitiu-lhes também lembrar as propriedades e as regras operatórias da multiplicação de potências, como tal, foi um procedimento que lhes possibilitou desvendar conexões entre os conhecimentos aritméticos e geométricos.

Em seguida, foi sugerido que efetuassem a resolução das três situações apresentadas, onde se pretendia que os alunos, a partir das dimensões 3 por $x+2$ e das expressões $x \times (x+2)$ e $(x+1) \times (x+3)$ construíssem retângulos e, segundo o contexto de cada situação, averiguassem as regras operatórias envolvidas.

Vejamos os esboços das construções dos retângulos obtidos por alguns grupos, nas situações I, II e III da propostas, respetivamente:

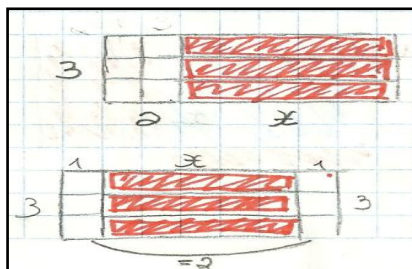


Figura 25: Esboço dos retângulos da situação I

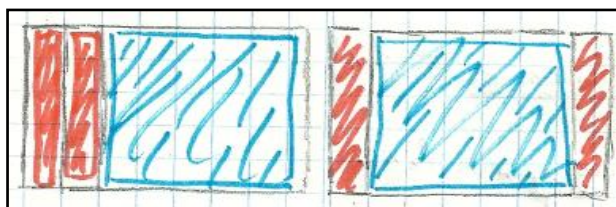


Figura 26: Esboço dos retângulos da situação II

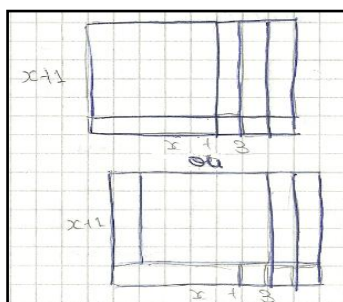


Figura 27: Esboço dos retângulos da situação III

A partir da análise dos três esboços podemos verificar que, através do material disponibilizado e das dimensões de cada uma das figuras, estes alunos souberam construir os retângulos pretendidos. Como podemos observar, utilizaram diversas estratégias para representar os diferentes retângulos, o que evidencia que os vários grupos testaram e procuraram novas formas de representar as suas construções, utilizando a imaginação e a criatividade, de forma própria e autónoma.

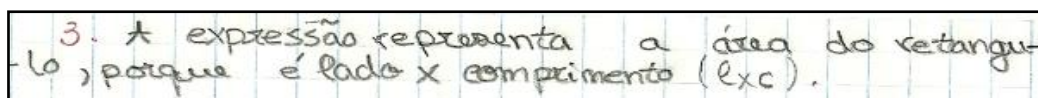
Desta forma, podemos observar que o material disponibilizado despertou, nos alunos, a curiosidade, a criatividade, a independência e o gosto pela exploração e pela descoberta, na medida em que estes, perante os retângulos construídos e as respetivas expressões algébricas, aplicavam diversos conhecimentos e exploravam novos caminhos até atingirem os resultados que desejavam. Como tal, este material

auxiliando-os na representação dos vários raciocínios, tornando significativa toda a situação de aprendizagem, por eles construída.

É de salientar que, no decorrer das aulas, é importante incentivar os alunos a pensar de diversas maneiras, já que este tipo de procedimento contribui para o desenvolvimento do raciocínio lógico-matemático, auxiliando-os na aquisição de habilidades, perante a construção e estruturação de conceitos.

Dando seguimento à proposta e como as situações I, II e III abordam o mesmo tipo de questões, apenas com um maior grau de dificuldade, neste estudo iremos somente dar ênfase à situação I.

Desta forma, segundo o contexto da primeira situação, foi sugerido que os alunos interpretassem o significado das dimensões da sua construção. Como tal, partindo dos raciocínios anteriores, a maioria dos grupos constatou que $3 \times (x + 2)$ representava a área do retângulo construído. Abaixo encontra-se um excerto da resposta obtida por um dos grupos, aquando da resolução desta questão:

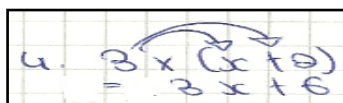


3. A expressão representa a área do retângulo, porque é lado \times comprimento (lxc).

Figura 28: Resposta do Grupo M

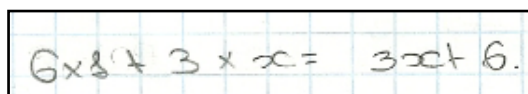
Em seguida, foi pedido que os alunos determinassem a área do retângulo.

Seguem-se as respostas obtidas por dois grupos:



4. $3 \times (x + 2) = 3x + 6$

Figura 29: Resposta do Grupo N

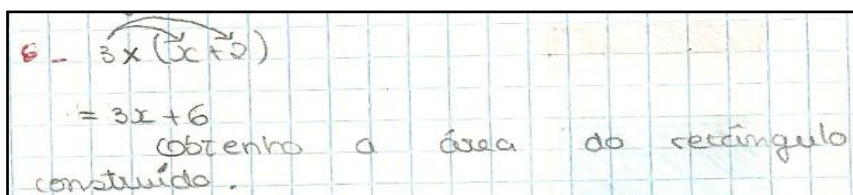


$6 \times 8 + 3 \times x = 3x + 6.$

Figura 30: Resposta do Grupo O

Através destes excertos, verificamos que os dois grupos determinaram a área do retângulo utilizando dois processos distintos. O Grupo N multiplicou o lado pelo comprimento e o Grupo O decompôs o retângulo e calculou a área de cada uma das figuras. Assim, pode-se constatar que apesar dos alunos já possuírem conhecimentos geométricos, perante a utilização de um material, estes utilizam os raciocínios que lhes parecem mais familiares e, como tal, resolvem a tarefa de forma própria, de acordo com a sua experiência e intuição.

De modo a reforçar as conclusões anteriores, foi sugerido que os alunos aplicassem a propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição na expressão $3 \times (x + 2)$ e que interpretassem o seu resultado. Vejamos o que foi escrito por um dos grupos, acerca desta questão:

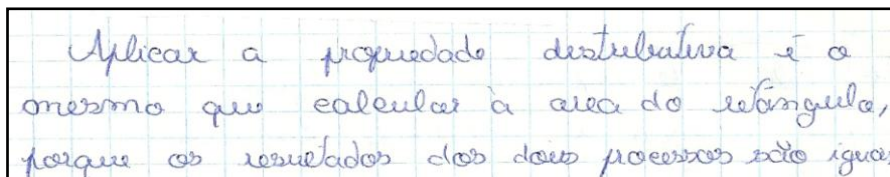


The image shows a student's handwritten work on a grid background. At the top, the expression $3 \times (x + 2)$ is written in red ink. A red arrow points from the number 3 to the x term, and another red arrow points from the 3 to the 2 term. Below this, the result $= 3x + 6$ is written. Underneath the result, the text "Obtenho a área do retângulo constituído." is written in blue ink.

Figura 31: Resposta do Grupo P

Através desta resposta, evidencia-se que este grupo concluiu que os resultados obtidos pela expressão $3 \times (x + 2)$ e pela área do retângulo, são iguais, logo aplicar a propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição é o mesmo que aplicar a fórmula da área do retângulo ($l \times c$). Perante esta situação, verificamos que estes alunos já se eram capazes de conjecturar as regras operatórias entre polinómios.

Abaixo encontra-se a resposta obtida por um dos grupos que ilustra a conclusão conjecturada pelos mesmos:



Aplicar a propriedade distributiva é o mesmo que calcular a área do retângulo, porque os resultados dos dois processos são iguais.

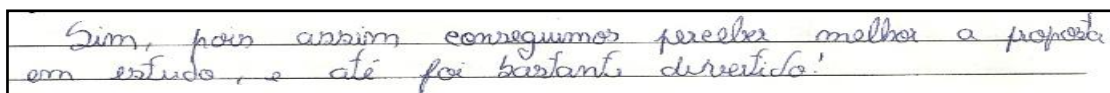
Figura 32: Resposta do Grupo Q

Conforme a resposta deste grupo, ficamos com a ideia de que estes alunos descobriram a regra operatória envolvida. É claro, que quando falam da área do retângulo, estão a referir-se ao cálculo da área pela decomposição de figuras e, quando referem a propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição, mencionam a fórmula da área do retângulo, multiplicando o lado pelo comprimento. Logo, calcular a área do retângulo pela decomposição de figuras é o mesmo que aplicar a propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição.

De um modo geral, apesar de alguns grupos necessitarem de mais apoio que outros, a atividade foi desenvolvida com alguma facilidade, evidenciando-se um grande empenho, por parte dos mesmos, na procura e na descoberta de estratégias, de soluções e de conclusões.

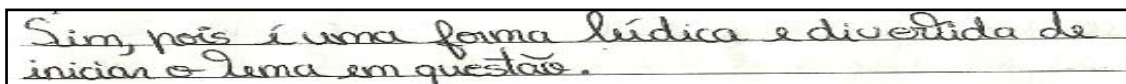
Em seguida, foi distribuído um questionário (ver em anexo VII), com o fim de se obter informações sobre a opinião dos alunos em relação ao material disponibilizado, bem como, à utilização dos materiais manipuláveis na sala de aula.

Conforme a análise às respostas obtidas, podemos afirmar que os resultados foram animadores. A maior parte dos alunos referiu que o material utilizado, foi fundamental porque desenvolveu a motivação e estimulou a compreensão do conteúdo explorado. Outro aluno ainda referiu que através dele foi fácil compreender o que era pedido, uma vez que este material permitiu decompor as figuras construídas. Os excertos abaixo provam estas afirmações e mostram as respostas obtidas por alguns alunos:



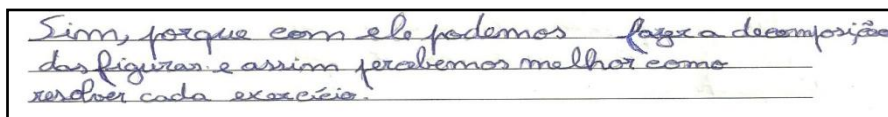
Sim, pois assim conseguimos perceber melhor a proposta em estudo, e até foi bastante divertida.

Figura 33: Resposta 1 do aluno L



Sim, pois é uma forma lúdica e divertida de iniciar o tema em questão.

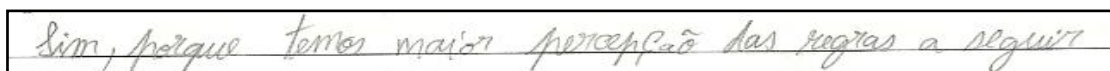
Figura 34: Resposta 1 do aluno M



Sim, porque com ele podemos fazer a decomposição das figuras e assim percebermos melhor como resolver cada exercício.

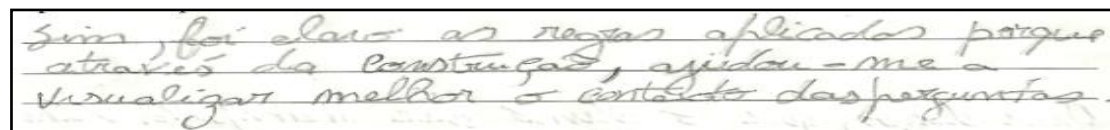
Figura 35: Resposta 1 do aluno N

Estes alunos ainda confirmaram que, através das construções dos vários retângulos e da sua decomposição, foi mais fácil de visualizar as regras operatórias utilizadas:



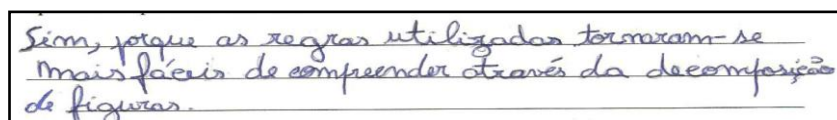
Sim, porque temos maior percepção das regras a seguir.

Figura 36: Resposta 2 do aluno L



Sim, foi claro as regras aplicadas porque através da construção, ajudou-me a visualizar melhor o conteúdo das perguntas.

Figura 37: Resposta 2 do aluno M



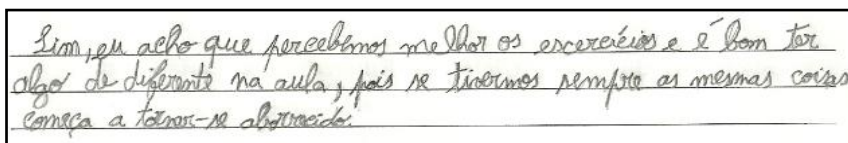
Sim, porque as regras utilizadas tornaram-se mais fáceis de compreender através da decomposição de figuras.

Figura 38: Resposta 2 do aluno N

Deste modo, podemos afirmar que através da manipulação dos quadrados e dos retângulos, os alunos descobriram como se efetua o produto entre monómios e binómios e, como tal, aprenderam a visualizar e a conjecturar as regras operatórias da multiplicação de polinómios.

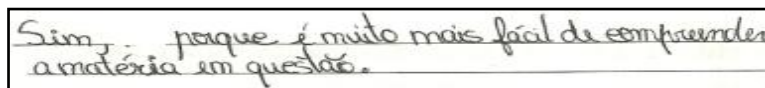
Sendo assim, acredita-se que os materiais manipuláveis são instrumentos que estimulam a motivação e que auxiliam a compreensão dos vários conteúdos

matemáticos. Vejamos os excertos abaixo, que ilustram as respostas obtidas por alguns alunos, no que diz respeito a esta questão:



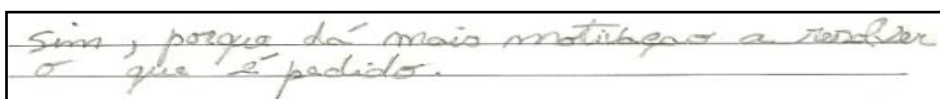
Sim, eu acho que percebemos melhor os exercícios e é bom ter algo de diferente na aula, pois se tivermos sempre as mesmas coisas começa a tornar-se aborrecido.

Figura 39: Resposta do aluno O



Sim, porque é muito mais fácil de compreender a matéria em questão.

Figura 40: Resposta do aluno P

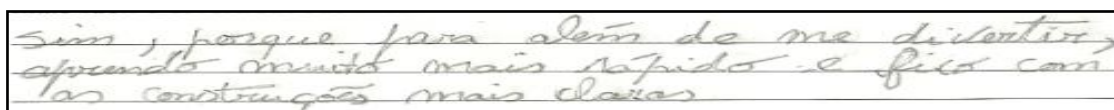


Sim, porque dá mais motivação a resolver o que é pedido.

Figura 41: Resposta do aluno Q

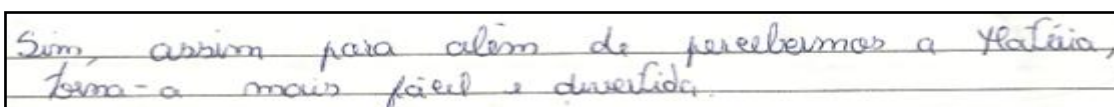
Analisando estes excertos podemos afirmar, com toda a convicção, que a partir dos materiais manipuláveis estes alunos adquirem a confiança em si próprios para ultrapassar as dificuldades e, como consequência, envolvem-se na aprendizagem de uma forma natural e mais ativa, adquirindo a liberdade de construir o seu próprio saber, de maneira independente, consciente e afetiva.

Como tal, através deste tipo de materiais as aulas de matemática tornam-se mais fáceis, interessantes e divertidas, como revelam as respostas obtidas por alguns alunos:



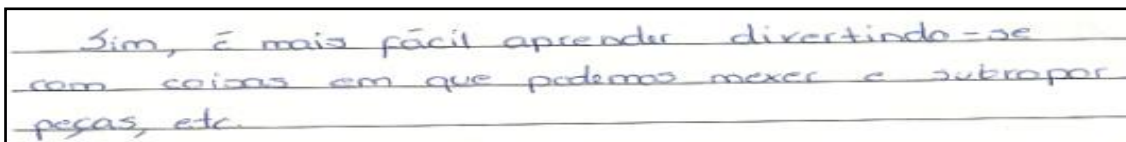
Sim, porque para além de me divertir, aprendo muito mais rápido e fico com as construções mais claras.

Figura 42: Resposta do aluno R



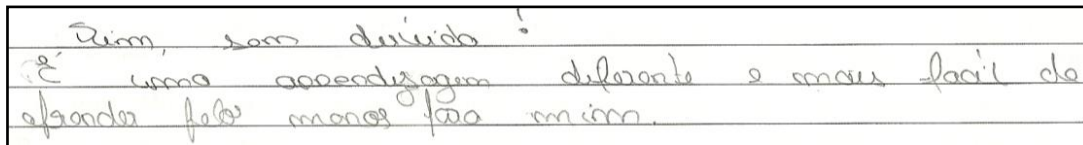
Sim, assim para além de percebermos a Matemática, torna-a mais fácil e divertida.

Figura 43: Resposta do aluno S



Sim, é mais fácil aprender divertindo-se com coisas em que podemos mexer e subtrair peças, etc.

Figura 44: Resposta do aluno T



Sim, sou divertido!
É uma aprendizagem diferente e mais fácil de aprender, pois é menos fácil mesmo.

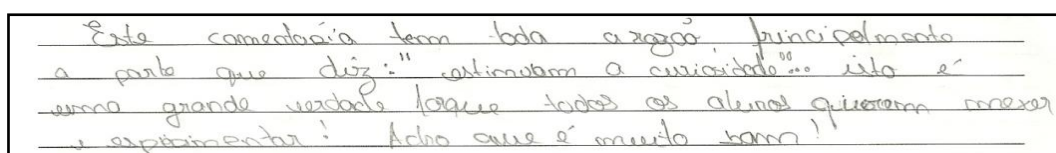
Figura 45: Resposta do aluno U

Como podemos constatar, segundo a opinião destes alunos, é mais fácil aprender "brincando" e manuseando qualquer tipo de material, pois para além dos conceitos se tornarem mais claros, a aprendizagem se transforma num processo mais agradável, natural e dinâmico, quebrando a rotina da sala de aula.

Quanto à última questão, pretendíamos que os alunos repensassem em tudo o que tinham observado, comentando de forma clara e precisa duas citações. Como tal, foi-lhes oferecida a oportunidade de serem críticos e de manifestarem e fundamentarem a sua opinião, em relação à influência dos materiais manipuláveis na exploração e construção do conhecimento matemático.

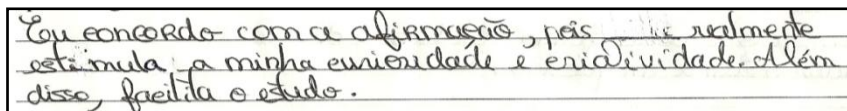
A primeira citação foi uma frase da minha autoria, baseada nas ideias do autor Figueiredo (s.d.), onde foi sugerido que os alunos comentassem a seguinte afirmação: "Os materiais manipuláveis são instrumentos que estimulam a curiosidade, a imaginação e a criatividade sendo, por isso, instrumentos fundamentais para a aprendizagem da Matemática".

Vejamos os comentários obtidos por alguns alunos, no que respeita a esta citação:



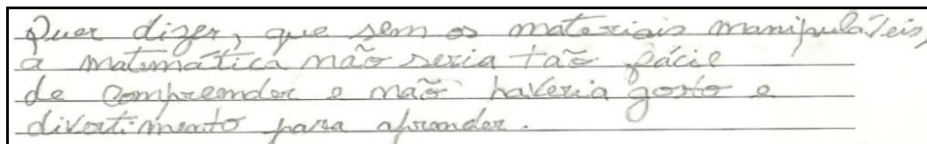
Este comentário tem toda a razão, principalmente a parte que diz: "estimulam a curiosidade". Isto é uma grande verdade porque todos os alunos querem conhecer e experimentar! Acho que é muito bom!

Figura 46: Resposta 1 do aluno V



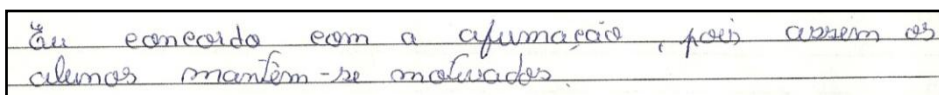
Eu concordo com a afirmação, pois realmente estimula a minha existência e criatividade. Além disso, facilita o estudo.

Figura 47: Resposta 1 do aluno W



Quer dizer, que sem os materiais manipuláveis, a matemática não seria tão fácil de compreender e não teria gosto e divertimento para aprender.

Figura 48: Resposta 1 do aluno X

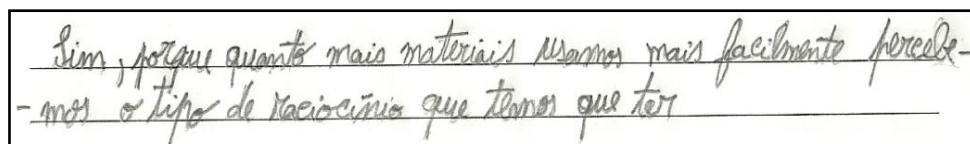


Eu concordo com a afirmação, pois alguns alunos mantêm-se motivados.

Figura 49: Resposta 1 do aluno Y

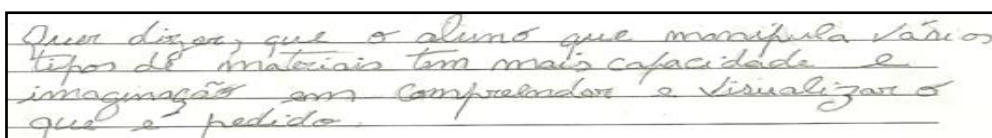
Quanto à última citação, pretendíamos que os alunos, segundo a perspectiva de Botas (2008), justificassem a seguinte frase: “O aluno que manipula vários tipos de materiais tem imagens mentais mais claras e pode construir pensamentos abstratos mais sólidos do que aquele que é sujeito a experiências com poucos materiais” (p.37).

Em relação a esta última citação, os comentários obtidos pelos alunos foram os seguintes:



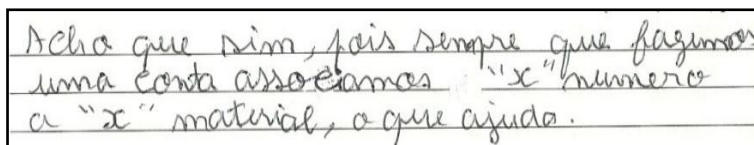
Sim, porque quanto mais materiais usamos mais facilmente percebemos o tipo de raciocínio que temos que ter.

Figura 50: Resposta 2 do aluno V



Quer dizer, que o aluno que manipula vários tipos de materiais tem mais capacidade e imaginação em compreender e visualizar o que é pedido.

Figura 51: Resposta 2 do aluno W



Acho que sim, pois sempre que fazemos uma conta associamos a "x" numérica a "x" material, o que ajuda.

Figura 52: Resposta 2 do aluno X

Analisando os vários comentários, podemos observar que cada aluno tem a sua forma própria de compreender uma dada situação, bem como de pensar e de transmitir as suas ideias e opiniões. No entanto, segundo a perspectiva destes alunos, a utilização dos materiais manipuláveis, na sala de aula, beneficia todo o processo de ensino/aprendizagem da Matemática, pois para além de desafiar o aluno a pensar, a comunicar, a refletir e a encontrar justificações para as suas conjeturas e conclusões, promove o aumento da motivação e da predisposição dos mesmos para aprender.

Desta forma, é inegável afirmar que quanto mais objetos o aluno manipula, mais facilmente encontra o caminho para a abstração, dado que, através das suas experiências, aprende a associar e a combinar situações e conhecimentos que lhe permitirá construir e classificar novas noções.

Neste sentido e de acordo com os comentários dos alunos, podemos concluir que, na sua maioria, estes aprovam a utilização deste tipo de materiais, uma vez que são objetos que auxiliam não só a compreensão dos conteúdos matemáticos, como também contribuem para o aumento da autoestima dos alunos, bem como, do incentivo dos mesmos para aprender.

Contudo, como a Matemática é um conhecimento em permanente construção, torna-se imprescindível criar condições para que os alunos possam aplicar ideias e aprofundar conhecimentos, desafiando-os a pensar, a refletir, a justificar, a comunicar e a estabelecer raciocínios lógicos e eficazes.

Sendo assim, podemos concluir que os materiais manipuláveis são objetos físicos e concretos, que apelam ao sentido de oportunidade dos alunos, onde estes têm a possibilidade de investigar, descobrir e construir conhecimentos que ficarão para sempre nas suas memórias.

6. Considerações Finais

Ao longo de todo o estágio, foram imensos os momentos que passamos. Foram 7 meses de longo trabalho e de grandes desafios que, de uma certa forma, me ajudaram a evoluir e a aprofundar os meus conhecimentos.

O facto de termos lecionado três turmas completamente diferentes, foi uma mais-valia para todos nós, pois permitiu-nos adquirir um conhecimento enorme que ficará para sempre nas nossas memórias.

A nível pessoal, foi uma experiência muito enriquecedora, pois todas as aprendizagens que adquirimos e os grandes momentos que passamos servirão de base para todo o nosso percurso profissional.

Mediante o insucesso escolar que se vivencia, o nosso dever, enquanto futuros docentes, é arranjar meios para superar o baixo índice de aproveitamento dos alunos, no que concerne aos conteúdos matemáticos aprendidos na escola.

Quando se procura soluções para este problema, surgem diversas teorias de vários educadores, entre os quais, Serrazina (1991), Figueiredo (s.d), Turrioni (2004) e Lorenzato (2006), que nos mostram algumas ideias e estratégias para superar tal preocupação.

É neste sentido que aparecem os materiais manipuláveis, como mediadores e facilitadores do processo de ensino/ aprendizagem da Matemática, uma vez que na perspectiva de Figueiredo (s.d.), através da "acção a criança irá completar, ampliar, e até iniciar a sistematização dos seus conhecimentos. Será também pela acção, pela concretização, pela manipulação, pela verificação que ela avançará para novas aquisições" (p.265).

Desta forma, contemplam-se inúmeras vantagens que justificam a sua utilização, como é o caso de proporcionar aulas de Matemática interativas e dinâmicas, que despertam e estimulam, nos alunos, a curiosidade, a espontaneidade, a concentração, a procura e o interesse, por meio de experiências visuais, táteis e imaginárias. Consoante este tipo de experiências, os alunos criam imagens de algo que lhes é familiar no seu quotidiano e, portanto, ampliam a capacidade de representar mentalmente objetos e vivências, criando uma maior ligação com os conteúdos matemáticos, que à partida parecem complexos.

De acordo com as análises efetuadas foi possível verificar que os alunos que utilizam este tipo de materiais apresentam melhores resultados, porque a partir da manipulação e da exploração do objeto, o aluno ultrapassa as dificuldades da abstração matemática, compreendendo de forma clara e sucinta regras, propriedades e teorias. Este facto é corroborado por Botas (2008).

Também foi possível testemunhar uma maior interação entre os alunos, evidenciando-se uma melhoria na comunicação matemática entre os mesmos, bem como uma maior partilha e troca de ideias.

Podemos assim afirmar que uma aprendizagem com materiais manipuláveis é uma aprendizagem que apela ao sentido crítico e criativo dos alunos, onde estes aprendem a comunicar, a raciocinar, a resolver problemas e a aprofundar ideias e conhecimentos.

Contudo, perante a utilização de qualquer material, é importante a ação do docente. Este deverá conceber tarefas aliciantes, desafiadoras e estimulantes, diversificando o contexto e os recursos que utiliza, fazendo com que todos os alunos se sintam envolvidos na aprendizagem, por meio de experiências ativas e concretas.

Para o efeito, deverá ter sempre o cuidado de ir ao encontro das necessidades individuais de cada aluno para, desta forma, proporcionar o autoconhecimento dos mesmos, auxiliando-os na concretização e na construção do seu próprio saber.

Pois como refere Turrioni (2004, citado em Januário, 2008, p.38), o material manipulável é um forte recurso para auxiliar o trabalho do docente, pois "exerce um papel importante na aprendizagem. Facilita a observação e a análise, desenvolve o raciocínio lógico, crítico e científico, é fundamental e é excelente para auxiliar o aluno na construção dos seus conhecimentos".

De um modo geral, as propostas utilizadas neste estudo, ajudaram-nos a visualizar a importância da utilização dos materiais manipuláveis. Foi possível verificar que estes estimulam o gosto pela aprendizagem, apelando à autonomia, à criatividade, à cooperação no trabalho realizado e à confiança dos alunos nas suas próprias capacidades, fazendo com que estes se sintam capazes de vencer as dificuldades, melhorando o entendimento cognitivo e intelectual dos conteúdos matemáticos.

Também foi possível observar que perante a utilização de qualquer material, os alunos devem explorar, mexer, visualizar e experimentar para então depois realizar qualquer atividade dirigida. Desta forma, irão relacionar mais facilmente os conteúdos e estabelecer relações entre os vários conhecimentos, estimulando o entusiasmo e o empenho dos mesmos durante a realização das tarefas propostas, uma vez que, segundo Chaves (1960, citado em Januário, 2008, p.37), "ninguém aprende sem interesse, e este, quando despertado habilmente pelo professor constitui uma das melhores técnicas da didática moderna".

Neste sentido, podemos afirmar que os materiais manipuláveis são objetos que auxiliam a concretização dos diferentes saberes matemáticos, pelo facto de, ao mesmo tempo que representam uma ideia, fomentam o desenvolvimento do pensamento prático

e abstrato, tornam significativo todo o processo de investigação e exploração, realizados pelo próprio aluno.

Em suma, as atividades com o auxílio a materiais manipuláveis procuram desenvolver, nos alunos, o gosto pela descoberta, pela experimentação e pela construção e reconstrução de conceitos, possibilitando um vasto leque de atividades pedagógicas, dentro e fora da sala de aula.

Desta forma, acredita-se que a utilização de materiais manipuláveis no processo ensino/ aprendizagem da Matemática contribui, verdadeiramente, para uma aprendizagem repleta de experiências lúdicas, dinâmicas, enriquecedoras, significativas e diversificadas, onde os alunos têm a oportunidade de aprender explorando e construindo.

7. Referências Bibliográficas

Alvarenga, D., Fão, A., Freire, f., Pimentel, T. & Vale, I. (2010) . Matemática Nos Primeiros anos – Tarefas e Desafios Para a Sala de Aula. Texto.

Caeiro, J. & Delgado, P. (2005). INDISCIPLINA EM CONTEXTO ESCOLAR. Instituto PIAGET.

Copello, G., Laurino, D., Luz V., Novello T. & Silveira D. (2009). MATERIAL CONCRETO - UMA ESTRATÉGIA PEDAGÓGICA PARA TRABALHAR CONCEITOS MATEMÁTICOS. In Novello (Orgs.). *IX Congresso Nacional de Educação - EDUDERE* (pp.1-10). Brasil, São Paulo: Autêntica.

Damas, E., Nunes, R., Oliveira V. & Silva, L. (2010). Alicerces Da Matemática – Guia Prático Para Professores e Educadores. Areal Editores.

Figueiredo, M. (s.d.). Bola de Neve - Apoio Global Aos Novos Programas, 1º Ano de Escolaridade. Coleção CIP.

Januário G. (2008). MATERIAIS MANIPULÁVEIS - MEDIADORES DA (RE)CONSTRUÇÃO DE SIGNIFICADOS MATEMÁTICOS (tese de mestrado). Universidade de Garulhos. São Paulo.

Resende, J. (2008). A Sociedade contra a Escola? A Socialização Política Escolar num Contexto de Incerteza. Instituto Piaget.

Serrazina, M.L. (1991). Aprendizagem da Matemática - A importância da utilização de materiais (Monografia). Escola Superior de Educação de Lisboa, ISLA Campus Lisboa.

Sítios da internet

Botas, D. (2008). A utilização dos materiais didáticos nas aulas de Matemática: Um estudo no 1º ciclo. Consultado a 22/12/2011 em:

<http://repositorioaberto.uab.pt/bitstream/10400.2/1235/1/Disserta%C3%A7%C3%A3o%20materiaisdid%C3%A1cticos.pdf>.

Breda, A., Guimarães, F., Guimarães, H., Martins, M., Menezes, L., Oliveira, P., Ponte, J., Serrazina, L. & Sousa, H. (2011). Novo Programa de Matemática do Ensino Básico. Consultado a 21/12/2011 em:

http://www.ebspovoacao.com/upload/ficheiros/npmeb/programa_percursos/ProgramaMatematica.pdf

Gaspari, C. & Gerônimo, J. (s.d.). O uso de materiais manipuláveis no ensino da trigonometria. Consultado a 22/12/2011 em:

<http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/2188-8.pdf>.

Godoi, A. & Guirado, J. (s.d.). Grandezas e medidas do cotidiano no contexto escolar – Uso de materiais manipuláveis. Consultado e 23/12/2012 em:

<http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/2170-8.pdf>.

Januário, G. (s.d.). Materiais manipuláveis - Uma experiência com alunos da educação de jovens e adultos. Consultado a 23/12/2012 em:

http://educadores.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/2010/artigos_teses/MATEMATIC/A/Artigo_Gilberto_01.pdf.

Martins, C. & Santos, L. (s.d.). Utilização de materiais manipuláveis - A descoberta de novas potencialidades num contexto de formação contínua. Consultado a 23/12/2012 em:

http://bibliotecadigital.ipb.pt/bitstream/10198/4856/1/ProfMat2010_Martins%26Santos.pdf.

Martins, V. & Oliveira, L. (s.d.). Aprender a Teoria Musical com o Software Finale: Um Estudo de Caso no 1º Ciclo do Ensino Básico. Consultado a 12/04/2012 em:

http://repositorium.sdum.uminho.pt/bitstream/1822/7149/1/finale_challenges_07.pdf.

Ministério da Educação, Departamento da Educação Básica (2001). Currículo nacional do Ensino Básico – Competências Essenciais. Consultado a 27/11/2011 em:

<http://esna.ccbi.com.pt/file.php/1/LivroCompetenciasEssenciais.pdf>

Miyasaki, M. (2003). Materiais Didáticos Despertam Interesse dos Alunos na Aula de Matemática? Consultado a 27/12/2011 em:

http://www.dm.ufscar.br/~darezzo/tb2003/melissa_militie.pdf.

Scolaro, M. (2008). O uso dos Materiais Didáticos Manipuláveis como recurso pedagógico nas aulas de Matemática. Consultado a 29/12/2012 em:

<http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/1666-8.pdf>

8. Anexos

8.1. Anexo I

Escola Básica dos 2º e 3º Ciclos Dr. Eduardo Brazão de Castro

Núcleo De Estágio



Matemática
2011/2012

Funchal, 15 de Dezembro de 2011

Exmo.(a) Sr.(a) Encarregado de Educação

No âmbito do Mestrado em Ensino da Matemática no 3º Ciclo do Ensino Básico e Secundário da Universidade da Madeira, estamos a desenvolver um estudo para realização dos Relatórios finais de Mestrado.

Esta investigação visa encontrar, criar, melhorar e aprofundar métodos que incentivem a aprendizagem dos alunos relativamente à disciplina de Matemática.

Para tal, é importante observar e recolher dados sobre os trabalhos desenvolvidos pelos alunos nas aulas de Matemática.

A recolha de dados será feita ao longo de todo o ano letivo 2011/2012. Para o efeito, pretende-se utilizar diversos materiais de recolha de informação, entre os quais se encontram a câmara fotográfica para tirar fotografias das aulas observadas e a câmara de filmar para obtermos registos de vídeo-gravação dos trabalhos desenvolvidos na sala de aula da turma ___ do ___ ano.

Deste modo, solicitamos a sua autorização para que possamos proceder à recolha dos dados acima referidos.

Desde já garantimos que os dados serão apenas usados no âmbito da nossa investigação, visto que se pretende manter o respetivo anonimato dos alunos e a confidencialidade dos dados obtidos.

Agradecendo a colaboração de V. Ex.^a pedimos que assine a declaração abaixo, devendo depois destacá-la e devolvê-la.

Com os melhores cumprimentos,

Os mestrandos

O Presidente do Conselho Executivo

(Dr. Nuno Gomes Jardim)

(Luís Sousa)

(Mariana Camacho)

(Sara Côrte)

(Sónia Abreu)

Declaro que autorizo o(a) meu (minha) educando(a)

Nº _____ Turma: _____ ° Ano, a participar na recolha de dados conduzida pelas professoras estagiárias de Matemática, no âmbito do seu Relatório Final de Mestrado em Ensino da Matemática.


Data: _____

Assinatura: _____

8.2. Anexo II

Escola Básica do 2.º e 3.º Ciclos Dr. Eduardo Brazão de Castro

Núcleo De Estágio Matemática 7º ano, Turma ____



Proposta de Trabalho: Referencial cartesiano

Tema: Álgebra

Matemática Nome: _____ N: ____ Data: _____
2011/2012

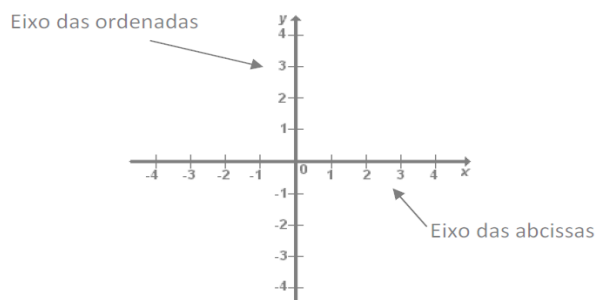
Nesta tarefa terás a oportunidade de descobrir um tesouro escondido na sala de aula. Para tal, deverás seguir as seguintes orientações:

1º: Para te orientares melhor, deverás representar no geoplano um referencial cartesiano, utilizando os elásticos.

Nota: Um referencial cartesiano é formado por duas retas orientadas e perpendiculares entre si e o ponto de interseção das duas é designado por origem do referencial. O eixo horizontal é o eixo das abcissas ou eixo dos xx e o eixo vertical é o eixo das ordenadas ou eixo dos yy .

2º: Utilizando os elásticos disponíveis, representa a planta da sala no geoplano. Começa por representar as duas mesas centrais a partir da origem do referencial, ou seja, considera a origem do referencial, o ponto que une as duas mesas e que está mais perto da porta da sala.

Nota: representa apenas as mesas, onde cada prego (ponto) do geoplano é um vértice de uma mesa. Considera a distância de um prego a outro de uma unidade.



3º: Insete uma argolinha em cada prego do geoplano que encontrases segundo as seguintes orientações. Partindo da origem do referencial, desloca-te:


- uma unidade para a direita e três unidades para cima;
- quatro unidades para a direita e duas para cima;
- cinco unidades para a esquerda e uma unidade para cima;
- três unidades para a esquerda e quatro unidades para baixo;
- uma unidade para a esquerda e duas unidades para cima.

4º: Cada ponto do geoplano pode ser representado por um par ordenado (x,y) , onde o x representa o número de unidades que te deslocaste no eixo dos xx e y representa o número de unidades que te deslocaste no eixo dos yy . Quando te deslocas para a esquerda do zero, o x é negativo e para baixo do zero, o y também é negativo. Por exemplo, o vértice da mesa junto à parede e mais perto da porta representa-se pelo ponto de coordenadas $(5,-4)$.

Representa, através de um par ordenado, os pontos onde colocaste as argolinhas.

5º: O tesouro encontra-se no ponto de coordenadas em que a abcissa é o resultado da soma de todas as abcissas dos pontos anteriores e a ordenada é o resultado da soma de todas as ordenadas dos pontos anteriores. Parabéns, encontraste o tesouro!

8.3. Anexo III

Escola Básica do 2.º e 3.º Ciclos Dr. Eduardo Brazão de Castro	
Núcleo De Estágio	Matemática 7º ano, Turma ____
	Materiais Manipuláveis no Processo Ensino/ Aprendizagem da Matemática: Aprender explorando e construindo
Matemática 2011/2012	Nome: _____ N.º: ____ Data: _____

O questionário que se segue visa recolher dados para um estudo que pretendemos realizar na Universidade da Madeira sobre a utilização de materiais manipuláveis no processo ensino/aprendizagem da Matemática. Como tal, pretendemos analisar, estudar e obter informações relativas à tua opinião sobre a influência da utilização destes materiais na tua aprendizagem.

Desde já agradecemos a tua colaboração e sinceridade nas respostas dadas, visto que pretende-se manter o respetivo anonimato.

Relativamente à Proposta de Trabalho sobre o tema “Funções: Referencial cartesiano”, indica:

1. O que gostaste mais?

2. Sentiste alguma dificuldade na resolução da Tarefa 2? Justifica a tua resposta. Se sim, indica qual.

3. O que é que aprendeste através do estudo efetuado?

4. Achas que o material disponibilizado, o Geoplano, foi fundamental para aprenderes a marcar os pontos no referencial cartesiano? Justifica a tua resposta.

5. Apresenta algumas sugestões que no teu entender poderiam ser mais significativas para a aprendizagem do conteúdo trabalhado?


6. Existe algum material que terias curiosidade em trabalhar? Se sim, indica qual.

7. Na tua opinião, os materiais manipuláveis (como o ábaco, os cubinhos unitários, o geoplano e entre outros) são instrumentos que te ajudam a compreender, com maior facilidade, os conceitos matemáticos? Justifica a tua resposta.

(Adaptado da Tese de Mestrado de Raquel Camacho, realizada em 2011, na Universidade da Madeira)

Docentes: Luís Sousa, Mariana Camacho, Sara Côrte, Sónia Abreu

8.4. Anexo IV

Escola Básica do 2.º e 3.º Ciclos Dr. Eduardo Brazão de Castro	
Núcleo De Estágio	Matemática 7º ano, Turma ____
	Proposta de Trabalho: Critérios de congruência de triângulos
Matemática 2011/2012	Tema: Geometria
Nome: _____ N: ____ Data: _____	

Utilizando as cartolinas coloridas constrói 4 triângulos tendo em conta as indicações que se seguem:

- **Triângulo Azul:**

Na folha de cartolina azul constrói e recorta um triângulo a partir do comprimento de três segmentos de reta. Utiliza para o comprimento dos lados do triângulo segmentos de reta cujas medidas são 9 cm, 15 cm e 18 cm.

- **Triângulo Vermelho:**

Na folha de cartolina vermelha constrói e recorta um triângulo a partir da amplitude dos seus três ângulos. Considera para a tua construção os ângulos:

$$\hat{A} = 90^\circ; \hat{B} = 60^\circ; \hat{C} = 30^\circ$$

- **Triângulo Verde:**

Na folha de cartolina verde constrói e recorta um triângulo a partir do comprimento de dois segmentos de reta e da amplitude do ângulo por eles formado. Utiliza para comprimento dos lados do triângulo segmentos de reta cujas medidas são 8 cm e 15 cm. O ângulo formado por esses lados tem de amplitude 30°.


- **Triângulo Amarelo:**

Na folha de cartolina amarela constrói e recorta um triângulo a partir do comprimento de um segmento de reta de 10 cm e da amplitude de dois ângulos, um de 30° e outro de 60°, que têm esse segmento como lado comum.

Tendo em conta os dois conjuntos de triângulos elaborados pelos elementos do teu grupo responde às questões:

1. Será que dois triângulos com os três lados congruentes são sempre congruentes?
2. Será que dois triângulos com os três ângulos congruentes são sempre congruentes?
3. Dois lados de um triângulo e um ângulo formado por eles são congruentes aos elementos correspondentes de outro triângulo. Nestas condições os triângulos são sempre congruentes?
4. Dois lados de um triângulo e um ângulo não formado por eles são congruentes aos elementos correspondentes de outro triângulo. Nestas condições os triângulos são sempre congruentes?
5. Dois ângulos de um triângulo que têm um lado comum são congruentes com os elementos correspondentes de outro triângulo. Nestas condições os triângulos são sempre congruentes?
6. De acordo com as questões anteriores quais são as condições necessárias para podermos garantir que dois triângulos são congruentes?

8.5. Anexo V

Escola Básica do 2.º e 3.º Ciclos Dr. Eduardo Brazão de Castro	
Núcleo De Estágio	Matemática 7º ano, Turma ____
	Materiais Manipuláveis no Processo Ensino/ Aprendizagem da Matemática: Aprender explorando e construindo
Matemática 2011/2012	Nome: _____ N.º: ____ Data: _____

O questionário que se segue visa recolher dados para um estudo que pretendemos realizar na Universidade da Madeira sobre a utilização de materiais manipuláveis no processo ensino/aprendizagem da Matemática. Como tal, pretendemos analisar, estudar e obter informações relativas à tua opinião sobre a influência da utilização destes materiais na tua aprendizagem.

Desde já agradecemos a tua colaboração e sinceridade nas respostas dadas, visto que pretende-se manter o respetivo anonimato.

Relativamente à Proposta de Trabalho sobre os “Critérios de congruência de triângulos”, indica:

1. O que gostaste mais. Porquê?

2. Sentiste alguma dificuldade na construção dos triângulos? Se sim, indica qual.

3. O que é que aprendeste através da comparação entre os vários triângulos?

4. Na tua opinião, achas que os triângulos em cartolina ajudaram-te a compreender o conceito de congruência de triângulos, bem como os seus critérios? Justifica a tua resposta.

5. Em que parte da proposta sentiste mais dificuldade?

6. Na tua opinião, através da utilização deste tipo de materiais, achas que as aulas de Matemática tornam-se mais interessantes e motivadoras?

7. Descreve, por tuas palavras a experiência que viveste na sala de aula.

8. Para ti, como deveriam ser dadas as aulas de Matemática?

(Adaptado da Tese de Mestrado de Raquel Camacho, realizada em 2011, na Universidade da Madeira)

Docentes: Luís Sousa, Mariana Camacho, Sara Côrte, Sónia Abreu

8.6. Anexo VI


Escola Básica do 2.º e 3.º Ciclos Dr. Eduardo Brazão de Castro

Núcleo De Estágio Matemática 8º ano, Turma ____

Proposta de Trabalho: Multiplicação de polinómios

Tema: Álgebra

Nome: _____ N: ____ Data: _____



Matemática
2011/2012

Nota: Apresenta o teu raciocínio de forma clara e sucinta, indicando todos os procedimentos efetuados e justificando todas as respostas.

Considera as peças que te foram disponibilizadas:

Quadrados amarelos representam a unidade 

Retângulos laranjas 

Quadrados azuis 

- i) Descobre as dimensões do retângulo laranja e do quadrado azul.
- ii) Calcula as áreas de cada uma das peças.

Situação I

1. Utilizando as peças que te foram entregues, constrói um retângulo de dimensões 3 por $x + 2$.
2. Regista no teu caderno um esboço da construção que efetuaste, salientando quais foram as peças utilizadas.

3. No contexto da situação, o que representa a expressão $3 \times (x + 2)$?
4. Determina a área do retângulo construído.
5. Das duas questões anteriores o que conclus acerca de $3 \times (x + 2)$?
6. O que obténs quando aplicas a Propriedade Distributiva da Multiplicação em relação à Adição na expressão $3 \times (x + 2)$?
7. O que conclus acerca do valor de $3 \times (x + 2)$ quando determinas a área do retângulo e quando aplicas a Propriedade Distributiva da Multiplicação em relação à Adição?


Situação II

1. Com as peças que te foram entregues, constrói um retângulo cuja área seja dada pela expressão $x \times (x + 2)$.
2. Regista no teu caderno um esboço da construção que efetuaste, salientando as peças utilizadas.
3. Determina a área do retângulo construído, utilizando as duas formas anteriormente exploradas, ou seja, por análise da forma como o construístes e por aplicação da Propriedade Distributiva da Multiplicação em relação à Adição.
4. Que conclus?

Situação III

1. Utilizando as tuas peças, elabora uma construção que te permita determinar $(x + 1) \times (x + 3)$.
2. Regista no teu caderno um esboço da construção que efetuaste, salientando as peças que utilizaste.
3. Fundamenta porque é que a tua construção permite determinar $(x + 1) \times (x + 3)$.
4. Analisando a construção, determina a área do retângulo construído com as peças.
5. Procura utilizar a Propriedade Distributiva da Multiplicação em relação à Adição para determinar o valor da expressão $(x + 1) \times (x + 3)$.
6. Que conclus?

8.7. Anexo VII

Escola Básica do 2.º e 3.º Ciclos Dr. Eduardo Brazão de Castro	
Núcleo De Estágio	Matemática 8º ano, Turma ____
	Materiais Manipuláveis no Processo Ensino/ Aprendizagem da Matemática: Aprender explorando e construindo
Matemática 2011/2012	Nome: _____ N.º: ____ Data: _____

O questionário que se segue visa recolher dados para um estudo que será realizado na Universidade da Madeira sobre a utilização dos materiais manipuláveis no processo ensino/aprendizagem da Matemática. Para o efeito, pretendemos analisar e estudar a influência destes materiais na exploração e construção do teu próprio conhecimento.

Desde já agradecemos a tua colaboração e sinceridade, visto que se pretende manter o respetivo anonimato.

1. Tendo em conta a Proposta de Trabalho que realizaste, sobre a “Multiplicação de polinómios”, achas que o material disponibilizado foi fundamental para a aprendizagem do conteúdo explorado? Justifica.

2. Através da construção dos vários retângulos foi fácil de compreenderes as regras operatórias aplicadas? Justifica.

3. Na tua opinião, os materiais manipuláveis são instrumentos que estimulam a motivação e auxiliam a compreensão dos conteúdos matemáticos? Justifica.

4. Achas que através deste tipo de materiais, a aprendizagem da Matemática tornam-se mais fácil e divertida? Justifica.

5. Existe algum material que terias curiosidade em trabalhar? Se sim, indica qual.

6. Comenta as seguintes afirmações:

“Os materiais manipuláveis são instrumentos que estimulam a curiosidade, a imaginação e a criatividade sendo, por isso, instrumentos fundamentais para a aprendizagem da Matemática”.

(Camacho, 2012)

“O aluno que manipula vários tipos de materiais tem imagens mentais mais claras e pode construir pensamentos abstratos mais sólidos do que aquele que é sujeito a experiências com poucos materiais”.

(Botas, 2008, p.37)
