



**Materiais Manipuláveis Usados em Sala de Aula  
de Matemática na Aprendizagem dos Conteúdos  
Programáticos do 7º Ano**

RELATÓRIO DE ESTÁGIO DE MESTRADO

**Célia Franco Fernandes Bazenga Marques Freitas**

MESTRADO EM ENSINO DA MATEMÁTICA  
NO 3º CICLO DO ENSINO BÁSICO E SECUNDÁRIO



UNIVERSIDADE da MADEIRA

*A Nossa Universidade*  
www.uma.pt

Setembro | 2011

**Materiais Manipuláveis Usados em Sala de Aula  
de Matemática na Aprendizagem dos Conteúdos  
Programáticos do 7º Ano**

RELATÓRIO DE ESTÁGIO DE MESTRADO

**Célia Franco Fernandes Bazenga Marques Freitas**

MESTRADO EM ENSINO DA MATEMÁTICA

NO 3º CICLO DO ENSINO BÁSICO E SECUNDÁRIO

**ORIENTAÇÃO**

Elsa Maria dos Santos Fernandes

*"Ensinar tudo a todos"*

Comenius (1631)

## RESUMO

Este trabalho foi elaborado com o objectivo reflectir e descrever o meu estágio do curso de Mestrado de Ensino em Matemática do 3.º Ciclo do Ensino Básico e Secundário, no Ano Lectivo 2010/2011.

O tema escolhido foi a utilização dos materiais manipuláveis em sala de aula de Matemática, nas turmas do 7.º 5 e 7.º 6, da Escola Básica do 2.º e 3.º Ciclos de São Roque.

O uso de materiais manipuláveis foi uma ajuda fundamental para reflectir quanto à metodologia feita do tipo qualitativa aos alunos envolvidos ao longo do processo da aprendizagem de alguns conteúdos do novo programa de 7.º Ano, com o cuidado particular de preparar as propostas de trabalho segundo as capacidades transversais publicadas no projecto das Metas de Aprendizagem para o 3.º Ciclo, homologado em 2007 e implementado no ano lectivo 2010/2011, pelo Ministério da Educação.

**Palavras-chave:** Materiais Manipuláveis, Aprendizagem Matemática, Experiência Matemática.

## ABSTRACT

This paper work main goal is to describe and to deliberate my internship of the master degree in teaching Mathematics for the school year of 2010/2011.

The theme chosen to analyse in the classes was the use of manipulative materials in classes of Mathematics of the 7th grade class 5 and the 7th grade class 6 of the Escola Básica do 2.º e 3.º Ciclos de São Roque.

This has been an essential help to think on the qualitative approach to make to the students involved on this whole learning process of some of the contents of the new school programme of the 7th grade while preparing the work proposals with the special care of bearing in mind the transversal capabilities published on the project: Learning goals of the 3rd cycle published in 2007 and widespread throughout the school year of 2010/2011 by the Education Ministry.

**Key words:** Manipulative materials, Learning of Mathematics, Mathematical experience.

Ao Meu Pai Alcino,  
Ao Meu Marido Duarte  
Ao Meu Filho Nuno

## AGRADECIMENTOS

À minha Orientadora,  
Professora Doutora Elsa Fernandes,  
Pelas sugestões e opiniões muito assertivas e necessárias à minha formação e na  
elaboração e complementação desta investigação.

À minha orientadora cooperante,  
Mestre Marlene Silva,  
Por todo o seu apoio e tempo dispensado ao longo e depois do estágio, pois permitiu-me  
assistir algumas aulas em que os alunos trabalharam com materiais manipuláveis, para  
eu poder observar e investigar, como também ajudou-me a elaborar e a reflectir sobre  
este relatório.

Aos meus Alunos,  
Pelo carinho que demonstraram ao longo das aulas, como também por me terem  
emprestado os cadernos para colocar as respostas neste relatório.

A todos os Colegas,  
Pelo apoio e amizade que me deram ao longo do curso.

Aos professores da Escola Básica do 2.º e 3.º Ciclos de São Roque,  
Pelos conselhos, orientações e companheirismo.

À minha Mãe,  
Pelos seus conselhos e apoio que me deu.

Aos meus Sogros, Irmãos e Cunhados,  
Pelo apoio que me deram.

Aos Funcionários da escola,  
Que colocaram à nossa disposição todo o material necessário.

Em especial ao meu Filho,  
Pela compreensão, apoio e carinho.

E ao meu Marido  
Pelo incentivo e apoio ao longo do curso e pela revisão de texto.

## ÍNDICE

Resumo	iv
Abstract	v
Agradecimentos	vii
Índice das Figuras	ix
Introdução	1
Capítulo I – Porquê Agora?	3
1.1 O que me levou a ser professora de Matemática?	3
1.2 Descrição das fases do Curso	5
Capítulo II - Descrição das Unidades Temáticas	7
2.1 Descrição das unidades temáticas do 7.º Ano	9
Capítulo III – Fundamentação Teórica	17
3.1 História	17
3.2 Conceito	20
3.3 A Importância dos Materiais Manipuláveis	21
Capítulo IV – Metodologia	27
4.1 Razões E Objetivo do Estudo	27
4.2 Abordagem metodológica	28
4.3 Participantes	28
4.4 Recolha e registo de dados	28
Capítulo VI – Análise e Interpretação dos Resultados	30
5.1 Quadradinhos: Proposta de trabalho N.º 1 – Tarefa1	30
Conclusão	49
Bibliografia	50
Índice dos Anexos	54

## ÍNDICE DAS FIGURAS

Fig. 1: Logótipo do grupo de estágio “Maface” .....	7
Fig. 2: “Jogo dos Múltiplos e Divisores” .....	9
Fig. 3: “Factor Tree” – NLVM.....	10
Fig. 4: O Jogo “O Elevador” .....	10
Fig. 5: “Ábaco dos Inteiros” .....	11
Fig. 6: “Powers Review” .....	11
Fig. 7: “Álgebra de Pontos” .....	13
Fig. 8: “Bags, Blocks, and Balance” .....	13
Fig. 9: “Algebra Balance Scales – Negatives .....	14
Fig. 10: Equações com parênteses.....	14
Fig. 11: “Solving equations with balance-strategy demo” .....	14
Fig. 12: Slide da classificação de equações.....	15
Fig. 13: Slide sobre referencial cartesiano. ....	15
Fig. 14: Robot RCX2 .....	15
Fig. 15: Software “Estudo de Funções” .....	16
Fig. 16: Respostas dos alunos .....	31
Fig. 17: Resposta do aluno .....	31
Fig. 18: Resposta de um aluno .....	32
Fig. 19: Resposta de um aluno .....	32
Fig. 20: “Ábaco dos Inteiros”, na sala de aula .....	33
Fig. 21: Ábaco.....	33
Fig. 22: Respostas do aluno.....	34
Fig. 23: Resposta do aluno .....	34
Fig. 24: Resposta do aluno .....	35
Fig. 25: Respostas do aluno.....	35
Fig. 26: Respostas do aluno.....	36
Fig. 27: Resposta do aluno .....	37
Fig. 28: Resposta do aluno .....	37
Fig. 29: Respostas do aluno.....	37
Fig. 30: Resposta do aluno .....	38
Fig. 31: Resposta do aluno .....	38
Fig. 32: Respostas dos alunos .....	38
Fig. 33: Resposta do aluno .....	39

Fig. 34: Cubos perfeitos - Raiz Cúbica .....	39
Fig. 35: Resposta do aluno .....	40
Fig. 36: Resposta do aluno .....	40
Fig. 37: Resposta do aluno .....	40
Fig. 38: Resposta do aluno .....	41
Fig. 39: Resposta do aluno .....	41
Fig. 40: Resposta do aluno .....	41
Fig. 41: Resposta do aluno .....	41
Fig. 42: Triângulos construídos pelo aluno .....	42
Fig.43: Construção de triângulos na sala de aula .....	42
Fig. 44: Resposta do Aluno .....	42
Fig. 45: Resposta do Aluno .....	42
Fig. 46: Resposta do Aluno .....	42
Fig. 47: Resposta do Aluno .....	43
Fig. 48: Resposta do Aluno .....	43
Fig. 49: Exploração das propriedades dos Quadriláteros .....	43

## INTRODUÇÃO

Para o meu relatório de estágio, escolhi o tema Materiais Manipuláveis Usados em Sala de Aula de Matemática na Aprendizagem dos Conteúdos Programáticos do 7.º Ano.

Tal escolha deve-se ao facto de achar que os trabalhos de exploração com os materiais manipuláveis permitem ao aluno ter um papel mais activo na construção da sua aprendizagem e facilita a apreensão de novos conceitos por parte do aluno, pois assim favorecem aos alunos uma melhor aquisição, construção, bem como aplicação de conceitos matemáticos, em qualquer nível de ensino (APM, 1998).

O maior problema que os professores enfrentam no seu dia-a-dia laboral é precisamente encontrar estratégias diferentes e, de preferência, inovadoras nas suas salas de aula para que os seus alunos se sintam mais motivados, bem como empenhados na aprendizagem dos conteúdos programáticos que lhes são exigidos, pois nos dias de hoje é extremamente complicado fazer com que os alunos gostem da Matemática e sintam a real necessidade de usá-la em tudo o que os rodeia.

Segundo Vygotsky (1996), o objectivo do uso dos materiais didácticos é oferecer aos alunos a criação de contextos significativos que permitam a simulação de situações reais através da experimentação, em que deste modo os alunos não só adquiram conceitos novos, como também desenvolvam o espírito de investigação, permitindo-lhes um melhor e mais activo processo de aprendizagem.

No Capítulo 1, farei uma exposição de quem eu realmente sou, o que me motivou a querer me tornar professora da disciplina de Matemática só aos 35 anos de idade, bem como a descrição das fases mais importantes por que passei ao longo destes dois anos no Curso de Mestrado de Ensino da Matemática para 3.º Ciclo e Secundário.

No capítulo seguinte, será então feita a descrição do estágio que fiz juntamente com as minhas colegas do novo programa do 7.º Ano do Ensino Básico, na Escola Básica do 2.º e 3.º Ciclos de São Roque, com duas turmas.

No Capítulo 3, irei fazer uma apresentação da fundamentação teórica sobre materiais manipuláveis, sendo que muitos autores defendem a sua utilização em sala de aula de Matemática.

No capítulo da Metodologia, descrevo e relato os objectivos que me levaram a escolher os materiais manipuláveis, a importância deste estudo, assim como o tipo de abordagem metodológica realizada. A descrição dos participantes, dos instrumentos e alguns dos procedimentos na recolha de dados também serão focados.

Por fim, o Capítulo 5 é reservado à análise e interpretação dos resultados, onde apresentarei as propostas de trabalho que os alunos trabalharam com os materiais manipuláveis, implementados na sala de aula; como também observações feitas em algumas aulas que também assisti, da Mestre Marlene Silva, durante o 3.º Período.

## CAPÍTULO I – PORQUÊ AGORA?

### 1.1 O QUE ME LEVOU A SER PROFESSORA DE MATEMÁTICA?

Ser Professora...

A resposta está no meu subconsciente e nem eu própria sei explicar muito bem como me surgiu esta vontade/ambição de ser Professora, neste caso concreto da disciplina de Matemática. Contudo, vou tentar explicar.

Apesar de nunca ter sentido muitas dificuldades de aprendizagem ao longo da minha vida de estudante, quando andava no Ensino Básico o que eu queria mesmo era brincar e ver televisão.

Só quando comecei a frequentar o Ensino Secundário é que comecei realmente a preocupar-me com o que eu queria ser.

Na altura, a área de interesse em relação ao estudo estava voltada para a informática, ou seja, tudo o que estivesse relacionado com computadores, pois tudo o que eu ouvia em cada esquina era que tal empresa estava ou iria instalar equipamentos informáticos. Lembro-me que até o meu pai, na altura com 50 anos de idade, teve que aprender a trabalhar com o computador.

Contudo, foi só depois, isto durante o meu 10.º Ano, que eu comecei a pensar que seria melhor tirar o curso de Matemática, já que tinha boas notas e isso possibilitava-me ter um trabalho idêntico ao do meu pai, que era o que eu ambicionava e que idealizava, e não queria ser Professora como o fora a minha mãe, a minha avó, bem como os meus tios.

Assim, se eu tirasse o Curso de Matemática do Ramo Científico e Tecnológico poderia laborar na área da banca, segundo as saídas profissionais que o curso de então tinha.

Enfim, quando terminei a minha licenciatura, comecei por estagiar numa empresa de compra e venda de maquinaria e afins para construção civil, denominada “DRULOFER, Sociedade de Equipamentos da Madeira, S.A.”, na área de base de dados, num software que a referida empresa ainda hoje usa no seu dia-a-dia, denominado “ArtSoft”.

Ainda hoje laboro para esta empresa, na área da contabilidade. Gosto muito do que faço, pois o espaço físico, colegas e modo de funcionamento levam a isso mesmo.

Apesar de ter conseguido obter estas condições de trabalho e de achar que sou privilegiada, profissionalmente sinto que não é bem isto que eu pretendo fazer, pois quero algo mais, algo que me dê mais e melhor realização pessoal e profissional.

Como diz a minha colega Fátima Santos eu tenho muita paciência para ensinar, pois foi graças a mim que ela aprendeu a trabalhar melhor no computador e no software, coisa que antes de eu entrar para a empresa ela não imaginara vir a fazer, visto que até então só fazia arquivos.

Hoje, ela faz uma série de coisas no computador, pois já não sabe trabalhar sem ele. E é este tipo de coisas que quero fazer passar para os outros, aquilo que eu sei.

Ao enveredar pela carreira de docente, dá-me então a satisfação de saber que irei passar a palavra, a alguém seja nova ou mais velha do que eu, porque no fundo talvez seja essa minha missão que eu sinto nesta minha fase da vida.

Outra razão que me fez despertar para sentir esta vontade de ensinar é a paciência e o gosto de ensinar aos meus sobrinhos, pois se pudesse trazia-os para minha casa todos os dias, a fim de lhes ensinar mais um bocadinho daquilo que sei.

---

## 1.2 DESCRIÇÃO DAS FASES DO CURSO

Quando entrei, em Setembro de 2009, para o Curso de Mestrado de Ensino da Matemática para 3.º Ciclo e Secundário, a primeira coisa que me veio à ideia foi: “Será que é mesmo isto tu ambicionas?”.

Confesso que na altura senti-me um pouco assustada, pois pensando bem mudar de profissão nesta fase da minha vida não iria ser nada fácil. Contudo, como se costuma dizer em bom português, arregacei as mangas e atirei-me de cabeça.

Ao longo do primeiro ano senti muita dificuldade em fazer trabalhos de investigação, pois nunca tinha feito ao longo da minha licenciatura, isto porque não fiz muitas pesquisas antes de começar a fazer este mestrado, onde tive dificuldade em pesquisar tentar colocar as minhas ideias e pesquisas no papel, ou seja, escrever português fluentemente, pois o que mais gosto de fazer é: contas, solucionar problemas e decorar fórmulas. A teoria não era comigo.

Todavia, após alguns meses, do Curso de Mestrado de Ensino da Matemática para 3.º Ciclo e Secundário, já gostava de elaborar trabalhos de investigação e constava que eu aprendia muito mais do que quando tinha matérias para decorar e colocar à prova os meus conhecimentos em frequências e exames, ao longo da licenciatura que terminei em 2004 curso Pré-Bolonha.

Gostava de referir que foi ótima a experiência que tive quando preparei e orientei, juntamente com a minha colega Dina Abreu, três aulas do 10.º Ano do Secundário na Escola Secundária Francisco Franco, em que o Professor Jordão, muito amavelmente nos disponibilizou, pois era uma das componentes de avaliação que a nossa Professora Doutora Elci Alcione nos propôs na cadeira de Iniciação à Profissionalização II do 1.º Ano deste curso.

O facto de assistir a aulas de várias professoras, ao longo do curso, foi deveras importante para a minha formação, visto que tal permitiu-me observar e constatar o quanto é necessário desenvolver métodos inovadores e diferentes para serem trabalhados em sala de aula de Matemática. Como diz Ramiro Marques (1998, 78): “Ninguém ensina ninguém”. Para o autor “o importante não é ensinar mas sim” a forma como é feita a aprendizagem.

Neste último ano, então pude estagiar com duas turmas de 7.º Ano, na Escola Básica do 2.º e 3.º Ciclos de São Roque aqui na Região Autónoma da Madeira.

## CAPÍTULO II - DESCRIÇÃO DAS UNIDADES TEMÁTICAS

Com a alteração do programa de 5.º e 7.º anos do Ensino Básico, implementada pelo Ministério da Educação ao longo do Ano Lectivo 2010/2011, o grupo de professores de Matemática da Escola Básica do 2.º e 3.º Ciclos de São Roque teve que apresentar um percurso alternativo (Anexo 2), aos estabelecidos A e B, visto que alguns temas das unidades temáticas passaram a ser do 5.º Ano, logo tinham de ser incluídos durante dois anos, no 7.º Ano, permitindo assim estabelecer conexões entre os vários conteúdos programados

O meu grupo de estágio é constituído por mim e pelas minhas duas colegas: Fátima Andrade e Marta José, a que chamamos ao nosso grupo de estágio de “Maface”, com o logótipo da figura 1.

A nossa orientadora cooperante foi a Mestre Marlene Silva, em que nos apoiou e auxiliou ao longo do 1.º e 2.º Períodos.



Fig. 1: Logótipo do grupo de estágio “Maface”

Todas as aulas foram assistidas pelas três professoras estagiárias, juntamente com a nossa professora orientadora cooperante.

Só uma professora conduzia a aula desde o seu início até ao fim.

Cada professora estagiária ficou com o mesmo número de bloco de aulas para coordenar e de maneira a que fosse possível dar umas aulas seguidas em cada turma pelo menos durante um mês, sendo que depois íamos alternando.

A Turma 5 é constituída por quinze alunos e a Turma 6 por vinte alunos. As propostas de trabalho que nós preparámos foram sempre as mesmas para ambas as turmas. Geralmente, era pedido para os alunos trabalharem em grupos de dois ou de quatro alunos.

Preparámos aulas diferentes do que os alunos estavam acostumados a ter no ano anterior. Estas foram elaboradas tendo como base o recurso a computadores, com o quadro interactivo, os jogos e também alguns materiais manipuláveis, sendo estes diversificados, de modo a que os alunos se sentissem mais motivados e interessados em progredir na Matemática.

Um dos aspectos importantes que nós, professoras estagiárias, tivemos sempre em conta foi preparar as aulas de forma a trabalhar ao nível das capacidades transversais expressas no Novo Programa de Matemática do Ensino Básico:

- Raciocínio Matemático;
- Resolução de Problemas;
- Comunicação Matemática.

Outro aspecto a ter em conta foi a publicação, no site do Ministério da Educação, do projecto das “Metas de Aprendizagem”, pois ajudou a criar situações de aprendizagem que ajudasse os alunos a atingirem as metas delineadas.

Outra coisa que nos facilitou na formação e implementação dos planos de aula foi a participação no Projecto Construindo o Êxito da Matemática, mais conhecido como Projecto CEM, em que a coordenadora do projecto é a Doutora Elsa Maria dos Santos Fernandes, apoiado pela Secretaria Regional da Educação e pelo Centro de Competências das Ciências Exactas e da Engenharia da Universidade da Madeira.

O objectivo deste projecto é “melhorar as aprendizagens e desenvolver competências Matemáticas nos alunos. Para tal, pretendemos, através do trabalho com os professores:

1. Promover um aprofundamento dos conhecimentos matemático, didáctico e curricular;
2. Favorecer a realização de experiências de desenvolvimento curricular em Matemática que contemplem a planificação e execução de aulas e reflexão sobre as mesmas;

3. Criar dinâmicas de trabalho colaborativo (intra e inter escolas).” (folheto de inscrição no projecto CEM, para professores que iram leccionar o 8.º Ano)

## 2.1 DESCRIÇÃO DAS UNIDADES TEMÁTICAS DO 7.º ANO

Nas nossas aulas foram leccionadas as seguintes unidades temáticas: os números naturais, os números inteiros, as sequências e regularidades, as equações e as funções.

### 2.1.1 UNIDADE DIDÁCTICA 0: OS NÚMEROS NATURAIS

Começámos a primeira aula com as apresentações dos professores e alunos, bem como a apresentação dos critérios de avaliação que os alunos iriam ter ao longo do ano, bem como lembrar as regras em sala de aula, que estão presentes no Projecto Educativo da escola.

Em seguida, mostrámos um vídeo sobre a “História do Número Um”, produzido pela conhecida BBC e apresentado por Terry Jones, com o intuito de despertar aos alunos a história da Matemática, ou seja, a história da evolução dos números.

No bloco seguinte, foi preparada uma proposta de trabalho com três tarefas. A primeira sobre os divisores, onde os alunos tiveram de recorrer ao uso de materiais manipuláveis, quadrados em cartolina, a segunda sobre os Critérios de Divisibilidade ambas adaptadas de uma proposta de trabalho do Projecto Construindo Êxito em Matemática. Por fim, a última tarefa, era o “Crivo de Eratóstenes” adaptada do livro Oliveira, Carlos; Magro, F. Cerqueira; Fidalgo, Fernando; Louçano, Editora Asa. De seguida, a fim de relembrar o conceito dos múltiplos de um



Fig. 2: “Jogo dos Múltiplos e Divisores”

número, recorreu-se a um jogo interativo<sup>1</sup> (Figura 2) no computador, com a finalidade dos alunos explorarem e consolidarem os conceitos de divisor e múltiplo de um número natural.

Nos blocos que preparámos em seguida, que incidiram essencialmente decomposição de um número em factores primos, o máximo divisor comum e o mínimo múltiplo comum, nós elaborámos duas propostas de trabalho, recorrendo ao applet “Factor Tree<sup>2</sup>” (Figura 3). para a concretização das propostas de trabalho os alunos usaram os computadores do Laboratório Móvel da escola, dois a dois.



**Fig. 3:** “Factor Tree” – NLVM

## 2.1.2 UNIDADE DIDÁCTICA 1: OS NÚMEROS INTEIROS

Com esta unidade, começámos a preparar matéria do programa de 7.º Ano novo, visto que a anterior, que está incluída no novo programa do 5.º Ano, só fará parte do 7.º durante dois anos e foi necessário dar porque era um pré-requisito aos novos conteúdos.

Então, elaborámos uma proposta de trabalho juntamente com um jogo, a que chamámos de “O Elevador” (Figura 4), onde tirámos a ideia de um jogo denominado por “Termómetro Maluco” (Smole, Diniz & Milani, 2007, pp.53-57).



**Fig. 4:** O Jogo “O Elevador”

Neste jogo, podemos fazer a introdução da noção de número inteiro e representação na recta numérica, a noção de valor absoluto ou módulo, a noção de número simétrico, como também a comparação e ordenação dos números inteiros, onde

<sup>1</sup> Jogo dos Múltiplos e Divisores. Disponível no URL:[http://www.rpedu.pintoricardo.com/jogos/Mult\\_Div/mult\\_divisores\\_2.html](http://www.rpedu.pintoricardo.com/jogos/Mult_Div/mult_divisores_2.html) (acedido a 23 de Setembro de 2010)

<sup>2</sup> Applet Factor Tree : [http://nlvm.usu.edu/en/nav/frames\\_asid\\_202\\_g\\_3\\_t\\_1.html](http://nlvm.usu.edu/en/nav/frames_asid_202_g_3_t_1.html) (consultado em 2 de Novembro de 2010)

os alunos trabalharam em grupos de quatro elementos e ganhavam os que chegassem ao andar 10 e perdiam os que chegassem ao piso -10.

Posto isto, quando preparámos as aulas relacionadas com as Operações Matemáticas dos Números Inteiros, também preparámos uma proposta de trabalho para cada operação (+; -; x; e:), onde tivemos de construir um “Ábaco dos Inteiros” (Figura 5) para cada aluno poder ter e resolver as propostas juntamente com o colega do lado.



Fig. 5: “Ábaco dos Inteiros”

Ainda na unidade dos números inteiros na matéria das potências de base inteira e expoente natural, utilizámos na aula o applet “Powers Review<sup>3</sup>” (Figura 6), em que os alunos tiveram a oportunidade de explorar o que acontecia ao valor da potência à medida que era modificada a base, o expoente da potência de um número em que o expoente variava entre os números 0 e 5 e a base de -5 a 5. Desta forma os

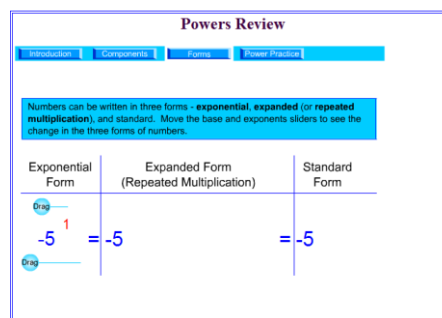


Fig. 6: “Powers Review”

alunos tiveram a oportunidade de descobrir as propriedades das potências de um número, através das discussões que se proporcionaram nos pares de trabalho.

Sempre com o intuito de serem os alunos, em discussão com os colegas, a descobrirem as propriedades das operações, em particular das operações com potências, preparámos uma proposta de trabalho onde os alunos, através da análise das várias situações apresentadas, descobriram as propriedades da multiplicação e divisão de potências com a mesma base e expoente diferente bem como, das mesmas operações com o mesmo expoente e bases diferentes. Por exemplo, pedia-se para escreverem utilizando a definição de potência numa só potência:  $2^3 \times 2^2 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^5$ . Depois, foi-

<sup>3</sup> Powers Review - <http://staff.argyll.epsb.ca/jreed/math7/strand1/1101.htm> (consultado em 3 de Dezembro de 2010)

lhes pedido para verificarem o que podiam concluir e eles diziam que a base mantinha-se e os expoentes somavam, isto quando se multiplicava duas potências com a mesma base.

Por fim, para terminar a unidade temática, propusemos aos nossos alunos duas propostas de trabalho: Uma sobre a raiz quadrada e outra sobre a raiz cúbica; mais uma vez com o auxílio dos materiais didácticos – os quadradinhos em cartão e os cubos em madeira ou plástico (cubos em prestados pela Universidade da Madeira). Estas propostas foram adaptadas o projecto de formação contínua para professores de Matemática do 3.º ciclo (7.º ano) - Projecto CEM.

---

### 2.1.3 - UNIDADE DIDÁCTICA: SEQUÊNCIAS E REGULARIDADES

Nesta unidade didáctica, pedimos aos alunos, e como trabalho de casa, nas férias do Natal, que investigassem sobre a Sequência de Fibonacci<sup>4</sup> tendo como ponto de partida um vídeo visualizado na aula de modo a orientar o trabalho colocámos algumas questões orientadoras na forma de Webquest, tendo esta sido publicada na plataforma do Moodle da disciplina de Matemática, de cada uma turma, da Escola Básica do 2.º e 3.º Ciclo de São Roque.

Onde as perguntas que contavam na Webquest serviam para os alunos pesquisassem sobre quem foi Fibonacci e o que podiam dizer sobre a “Sequência de Fibonacci”, e qual as relações e regularidades que encontravam na sequência, para depois no início do 2.º Período apresentassem aos seus colegas o trabalho do seu grupo.

A fim de recordar o estudo de potências de base e expoente natural, foi elaborada uma tarefa investigativa sobre a “Lenda do Xadrez<sup>5</sup>” em que consistia em analisar o

---

<sup>4</sup> Vídeo sobre a sequência de Fibonacci: <http://www.youtube.com/watch?v=h-vpmlz7Sac> (consultado a 24 de Outubro de 2010)

<sup>5</sup> Adaptado de: Multiplicação e divisão de Potências. Disponível no URL: [http://area.dgicd.minedu.pt/materiais\\_NPMEB/047\\_Sequencia\\_MultiplicacaoDivisaoPotencias\\_TP\\_2c\\_Julho2010.pdf](http://area.dgicd.minedu.pt/materiais_NPMEB/047_Sequencia_MultiplicacaoDivisaoPotencias_TP_2c_Julho2010.pdf) (Acedido em 20 de Novembro)

pedido de Sissa ao rajá indiano Balhait como recompensa por ter inventado o jogo de xadrez, como o objectivo de ligar o estudo das potências com o estudo das seqüências, de maneira a que os alunos consigam descobrir o termo geral da seqüência, ou seja, chegarem a uma expressão que permite calcular o número de grão de trigo da cada quadrado.

Quando foi para introduzir o que é o termo geral de uma seqüência numérica e representação do termo geral de uma seqüência, foi pedido aos alunos para acedermos ao applet “Álgebra em Pontos<sup>6</sup>” (Figura 7), com o

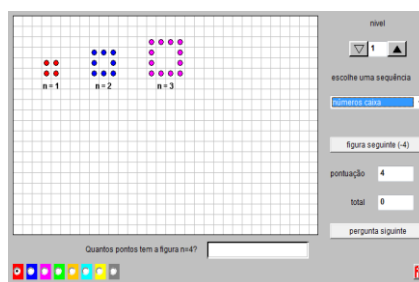


Fig. 7: “Álgebra de Pontos”

objectivo de determinar um termo geral de uma seqüência numérica.

## 2.1.4 UNIDADE DIDÁCTICA: EQUAÇÕES

Com a introdução desta unidade temática que pertence ao estudo da álgebra, preparámos alguns problemas com os alunos de maneira a tentarem encontrar estratégias para chegarem às soluções dos problemas para nuns eles sentirem a necessidade de representar letras numa expressão para chegarem à solução do problema.

Na simplificação de expressões com letras recorreu-se a situações do dia-a-dia para introduzir as fórmulas, expressões com letras e a simplificação de expressões, para que os alunos confrontassem com a importância e utilização das letras nestas mesmas expressões.

A noção de equação e solução de uma equação, trabalhamos com applet “Bags, Blocks and Balance<sup>7</sup>”

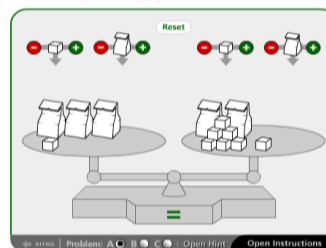


Fig. 8: “Bags, Blocks, and Balance”

(Figura 8), para que os alunos ficassem com a noção de que o que acontece numa equação é como se tiverem que manter uma balança em equilíbrio. Tal como também este applet serviu para dar a noção de equações equivalentes

Já para dar os princípios de equivalência das equações, foi preparada uma proposta de trabalho juntamente com a ajuda do applet “Algebra Balance Scales - Negatives” (Figura 9) em que depois foi pedido aos alunos que fizessem um relatório sobre a proposta de trabalho.

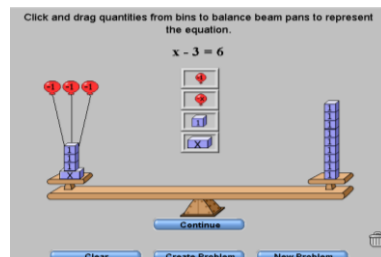


Fig. 9: “Algebra Balance Scales – Negatives

Para trabalharmos as Equações com parênteses elaborámos uma proposta de trabalho com um campo de futebol

(Figura 10) em que lhes era pedido para que escrevessem a medida da linha lateral do meio campo à linha de fundo, através dos dados na Proposta de Trabalho era pedido que escrevessem expressão que representasse as distâncias percorridas pelo árbitro ao longo da linha lateral e levasse ao conceito das propriedades das operações.



Fig. 10: Equações com parênteses

Para os alunos trabalharem a resolução de equações com parênteses utilizámos o applet “Solving Equations”<sup>9</sup> (Figura 11) no quadro interactivo em grande grupo, onde serviu para reforçar aos alunos os princípios de equivalência de uma equação que tinham dado na aula anterior.

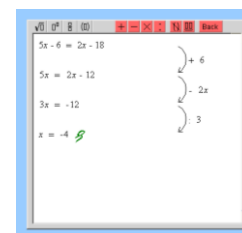


Fig. 11: “Solving equations with balance-strategy demo”

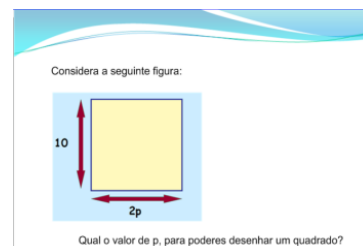
<sup>7</sup> Applet Bags, Blocks and Balance: [http://www.learner.org/courses/learningmath/algebra/session6/part\\_c/index.html](http://www.learner.org/courses/learningmath/algebra/session6/part_c/index.html) (consultado em 3 de Janeiro de 2011)

<sup>8</sup> Applet Algebra BalanceScales - Negatives [http://nlvm.usu.edu/en/nav/frames\\_asid\\_324\\_g\\_3\\_t\\_2.html?open=instructions](http://nlvm.usu.edu/en/nav/frames_asid_324_g_3_t_2.html?open=instructions) (consultado em 21 de Dezembro de 2010)

<sup>9</sup> Applet Solving Equations: [http://www.fi.uu.nl/toepassing/02017/toepassing\\_wisweb.en.html](http://www.fi.uu.nl/toepassing/02017/toepassing_wisweb.en.html) (consultado em 16 de Janeiro de 2011)

Classificação de equações, através da resolução de equações no quadro interactivo, feito também em grande grupo, perguntando aos alunos como, no exemplo na Figura 12, faria para resolver o problema.

Por fim, nesta unidade, voltámos a solicitar que os alunos resolvessem problemas que foram dados com situações onde demos pistas os alunos para tentarem com a ajuda das equações conseguir resolver problemas, mesmo que à partida soubessem resolver o problema através de outra estratégia, onde no fim da aula confrontaram em grande grupo as diferenças de resolução que cada um encontrou.



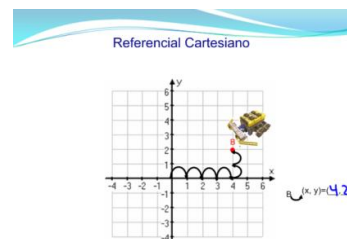
**Fig. 12:** Slide da classificação de equações

### 2.1.5 UNIDADE DIDÁCTICA: FUNÇÕES

Nesta unidade didáctica começamos com o gráfico cartesiano, onde preparamos a aula com a ajuda do quadro interactivo, perguntando aos alunos quais os tipos de gráficos que eles conheciam, com o objectivo era perguntar e discutir em grande grupo a necessidade de existência de um gráfico cartesiano.

Posto isto, e tentando utilizar como motivação o percurso de um robot, pois os alunos iriam trabalhar com este

recurso ao longo das aulas seguintes, pedimos aos alunos que descrevessem o percurso mais curto que o robot deveria efectuar, saindo da origem do referencial cartesiano, até atingir um determinado ponto só com movimentos na horizontal e vertical (Figura 13).



**Fig. 13:** Slide sobre referencial cartesiano.



**Fig. 14:** Robot RCX2

Depois então foram trabalhados os conceitos de função, domínio, contradomínio, conjunto de partida e conjunto de chegada em que preparamos uma proposta de trabalho

adaptada do Professor Doutor Rui Oliveira quando fez a sua tese de mestrado: “A robótica na aprendizagem da Matemática: Um estudo com alunos do 8.º Ano de escolaridade” onde os alunos tinham de tentar descrever e dizer se os dois percursos do robot de cada menino era possível.

No entanto, isto só foi possível trabalhar com os Robots em sala de aula, depois de organizamos uma visita de estudo, com alunos das duas turmas, uma turma em cada dia, primeiro aprenderam a montar um robot “RCX 2” (Figura 14) e depois a programar através do software “ROBOTICS INVENTION SYSTEM 2.0” os percursos que um robot faz.

Com os modos de representação de uma função através de um gráfico, de uma tabela e expressão algébrica, foi preparada uma proposta de trabalho adoptada do Projecto CEM, titulada por “Pintando a Parede”.

Na matéria da proporcionalidade directa como função, voltámos a preparar mais uma aula com os robots “RCX 2”, onde uma vez mais foi feita uma proposta adaptada também do Professor Doutor Rui Oliveira.

Para concluir o capítulo das funções, com a matéria da função , utilizamos o software “Estudo de Funções” (Figura 15) para os alunos concluírem sobre as propriedades e características deste tipo de gráficos.

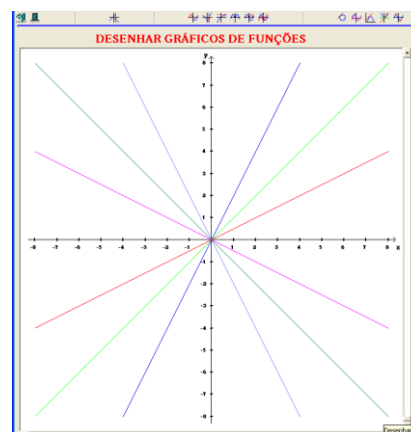


Fig. 15: Software “Estudo de Funções”

## CAPÍTULO III – FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Na aprendizagem da Matemática existem algumas dificuldades tais como: As frustrações, insatisfações e desencantos nos professores; como também nos alunos.

A Matemática é muitas vezes vista como sendo muito trabalhada de forma mecânica em que a aprendizagem é concretizada com repetições e memorizações.

Uma vez que irei leccionar, preocupo-me e anseio encontrar novas alternativas para a aprendizagem Matemática tornando o seu estudo mais dinâmico, significativo e motivador, e acho que os materiais manipuláveis são importantes, no contexto escolar, em algumas temáticas.

Estes aspectos devem ser tidos em linha de conta por todo e qualquer professor, tanto no início ou no decorrer da sua formação, como também ao longo da sua carreira, daí que estes mesmos aspectos sejam focados nas mais variadas formas e feitios.

---

### 3.1 HISTÓRIA

A utilização dos materiais manipuláveis surgiu devido à enorme necessidade que os cientistas sentiram de comprovarem cientificamente as suas teorias, pois sua utilização foi desde muito cedo uma peça fundamental para qualquer ciência, pois se assim não fosse não se conseguiria comprovar que filósofos e/ou cientistas, afinal estavam correctos.

O caso de Galileo Galilei é um excelente exemplo, pois se ele não tivesse escrito na sua obra as suas descobertas nós ainda hoje em dia poderíamos estar sob o domínio da Inquisição, pois para a Igreja o Mundo era o centro de tudo e não do Sol.

Galileo Galilei observou muito a Natureza e fez as suas experiências com a ajuda de alguns materiais, que o ajudaram a concluir a sua teoria, daí que este tenha afirmado

que isto só era possível se conhecêssemos realmente a língua que está no “Grande Livro do Mundo”, ou seja, a Matemática.

Foi devido à conjugação de dois factores fundamentais – o da valorização da experiência e o da Matemática – que Galileo Galilei se tornou no fundador do Método Experimental e com isso revolucionou a ciência.

Desde o século XVI que muitos autores e estudiosos têm vindo a defender que a escola não deve servir apenas para ler e decorar o que os outros já tinham escrito, estudado ou dissertado.

Comenius (1592-1670) foi dos primeiros a utilizar e defender a manipulação de objectos pedagógicos como também propôs um sistema articulado de ensino, reconhecendo o igual direito de todos os homens têm de aprender, na sua grande obra “A Didáctica Magna”, onde descreveu as suas propostas:

- “A educação realista e permanente;
- Método pedagógico rápido, económico e sem fadiga;
- Ensino a partir de experiências quotidianas;
- Conhecimento de todas as ciências e de todas as artes;
- Ensino unificado.” (in site: Wikipédia)

John Locke (1632-1704), filósofo inglês e o principal formulador do empirismo inglês, afirmava que o nosso conhecimento provém dos sentidos através da experiência.

Pestalozzi (1746 - 1827) e de seu seguidor Froebel (1782 - 1852) foram os pioneiros na configuração da "escola activa". Pestalozzi fundou um internato onde o currículo adoptado dava ênfase às actividades dos alunos como canto, desenho, modelagem, jogos, excursões ao ar livre, manipulação de objectos onde ajudava o desenvolvimento do conceito através da experiência directa e das operações sobre as coisas.

Para Rousseau (1712-1778), a educação de uma criança é o processo natural do seu desenvolvimento e que ela deveria ser de fazer experiências directas das coisas.

Vygotski (1896-1934) defende que o aluno não é tão-somente o único sujeito da aprendizagem, mas aquele que aprende junto ao outro, neste caso o professor, e o que o seu grupo social produz. A aprendizagem de uma criança é consoante: o seu ambiente sociocultural; na maneira que ela aplica as suas ferramentas físicas ou psicológicas que cada uma interage com a experiência e com a consciência que cada criança possui.

Ele diz também que a linguagem simbólica desenvolvida pela espécie humana, têm um papel similar ao dos instrumentos trabalho, que estabelecem uma relação de mediação entre o homem e a realidade.

Jean Piaget (1896-1980) é outro estudioso de suma importância para esta nova vertente do ensino da Matemática, em que se tenta dar um novo incentivo, um novo ânimo para que esta seja estudada e leccionada de maneira muito diferente da que era até então. Para este autor o desenvolvimento cognitivo se processa em diferentes estágios do desenvolvimento da criança, por uma sequência invariável e dependente da qualidade das experiências interactivas que ocorrem entre a criança e o meio, permitindo assim para que Piaget também viesse revolucionar a compreensão do desenvolvimento intelectual confrontando professores e escolas a repensarem na construção, estudo do desenvolvimento do currículo.

No fundo, o que estes estudiosos querem dar a entender é que um aluno só aprende aquilo que um professor quer e do modo que este quer ou sabe. Cabe aos professores, bem como aos alunos procurarem novas formas de aprendizagem, de maneira a fugir ao tido como ensino tradicional.

Outra autora, que não poderia deixar de falar e de extrema importância, é Maria Montessori (1870-1952), médica e educadora italiana, inspirada em Pestalozzi, que

desenvolveu uma didáctica activa para a Matemática com ajuda dos materiais manipuláveis, onde após experiências com crianças excepcionais, no início século XX, destinados a aprendizagem da Matemática, acreditava que as crianças só aprendiam através da acção, e Montessori dizia que *“o mais importante não é o ensino, mas os objectos: e, visto que é a criança que os utiliza, a entidade activa não é o professor, mas a criança”*.

---

### 3.2 CONCEITO

*“O material concreto possibilita que o aluno manipule, visualize e construa significados, conduzindo-o ao raciocínio. Através dele, o educando observa, faz estimativas, relaciona informações, busca soluções para os problemas apresentados, compara os resultados, produz novas ideias, para depois chegar à abstracção. Dessa forma, ocorre a construção do conhecimento.”*

*Mottin (2004, p.30)*

Existem muitos materiais manipuláveis a que os professores recorrem cada vez mais nas suas salas de aula, sendo eles: o Ábaco, o Geoplano, o Tangram, os Polidrons, os Sólidos Geométricos, as Barras de Cuisenaire, Blocos Lógicos, etc..

Não foi fácil encontrar uma definição concreta para o conceito de materiais manipuláveis, pois segundo a sua definição, no singular, é um material utilizados em sala de aula, e são defendidos por MATOS e SERRAZINA (1996), em que os materiais podem ser encontrados e aplicados de forma simples e objectiva.

Reys (1971), (apud Matos e Serrazina, 1996, p.193), define materiais manipuláveis como “objectos ou coisas que o aluno é capaz de sentir, tocar, manipular e movimentar. Podem ser objectos reais que têm aplicação no dia-a-dia ou podem ser objectos que são usados para representar uma ideia”, onde os materiais manipuláveis favorecem com a manipulação física dos alunos numa situação de aprendizagem mais interactiva.

Lorenzato (2006, p. 21), quando se refere ao material manipulável, considera que é um “excelente catalisador para os alunos construir o seu saber matemático”, como também que “qualquer instrumento é útil ao processo ensino aprendizagem”.

Ao longo destes anos, tem se vindo a verificar várias concepções do que é um material manipulável. Alguns investigadores/cientistas usaram/usam a expressão “Instrumentos de Aprendizagem”, outros “Objectos de Aprendizagem”, “Artefactos Didácticos” e alguns brasileiros referem muitas vezes como “Materiais Concretos”.

A respeito dessas diferentes significações, Berman (1982) (*apud* Freitas, 2004, p. 46) esclarece, no 34.º Livro do Ano do National Council of Teacher of Mathematic, que os materiais manipulativos são “aqueles objectos concretos que quando manipulados ou operados pelo aluno e pelo professor, forneçam uma oportunidade para atingir certos objectivos.” Onde estes materiais não precisam ser de difícil confecção, podem ser até mesmo uma simples folha, régua e lápis para o aluno resolver uma proposta de trabalho.

---

### 3.3 A IMPORTÂNCIA DOS MATERIAIS MANIPULÁVEIS

*"Nada deve ser dado a criança, no campo da Matemática, sem primeiro apresentar-se a ela uma situação concreta que a leve a agir, a pensar, a experimentar, a descobrir, e daí, a mergulhar na abstracção."*

Edith Azevedo ( 1979, p. 27)

A importância dos materiais é defendida por muitos investigadores, pois, como diz Azevedo (1979) na afirmação acima referida, toda a actividade que uma criança concretiza quando está em contacto com os materiais manipuláveis é importante.

Ao experimentar, descobre e encontra ligações entre os vários conceitos matemáticos, e conseqüentemente mais depressa pode abstrair e poder aplicar em várias situações.

*“Há dois tipos de experiências que são psicologicamente muito diferentes e esta diferença é muito importante do ponto de vista pedagógico”.*

Piaget (1972)

Segundo influência de Piaget (1972), que afirmou que a experiência de objectos do ambiente físico é obviamente um factor básico no desenvolvimento das estruturas cognitivas, pois a criança se sente mais à vontade de realizar as operações aritméticas com a ajuda de materiais: Contas, pedrinhas, sementes etc., permitindo que as crianças passem a realizar cálculos internamente, raciocinando de forma abstracta. Isso não significa que basta colocar na frente de uma criança diversos objectos de contagem para que ela passe a compreender um determinado conteúdo. O entendimento depende de acções e de actividades que auxiliem essa compreensão.

Seymour Papert (1994) defende que o conhecimento só era adquirido quando a criança manipulava um instrumento, e como tento trabalhado durante alguns anos com Jean Piaget, em que este defende a teoria cognitiva no processo de aprendizagem era feita através dos princípios do construtivismo, em que Papert dizia que para Piaget “as crianças não são contêineres<sup>10</sup>, onde deve ser depositado o conhecimento, mas construtoras activas de conhecimento, pequenos cientistas que estão sempre testando suas teorias sobre o mundo.”

*“Os materiais manipulativos por si só não garantirão o desenvolvimento do conceito. Eles são instrumentos muito úteis para auxiliar as crianças a entenderem o sistema de ideias que é a Matemática.”*

Berman (1982).

Turrioni (2004, p. 78) diz que o material utilizado em sala de aula é um grande auxílio e parceiro do professor, em que ajuda o ensino e contribui para que o aluno obtenha uma aprendizagem razoável. Os materiais manipuláveis exercem “um papel importante na aprendizagem. Facilita a observação e a análise, desenvolve o raciocínio

---

<sup>10</sup> Contêineres – Contentores.

lógico, crítico e científico, é fundamental e é excelente para auxiliar ao aluno na construção de seus conhecimentos”.

A vasta diversidade de concepções obriga a que se deva reflectir e a ter em linha de conta o método, bem como a adequada metodologia a implementar em sala de aula todos os aspectos focados anteriormente.

No fundo, aquilo que Fiorentini e Miorim nos quer fazer crer é que na maior parte das situações é através da discussão com o intuito de resolução de um determinado problema que os alunos melhor compreendem e aprendem Matemática.

Há que ter em consideração qual é o principal objectivo de cada aula e da matéria a ser trabalhada e constatada pelo aluno e ter uma real noção de toda a envolvência em que a escola de facto se encontra, para assim o professor poder mostrar, através da exemplificação e aplicação dos tais aspectos, como afinal a Matemática é mais simples do que muitos pensam e que é tudo uma questão de conseguir despertar que o real da vida humana está muitas vezes interligado à Matemática.

As aulas têm que ser muito bem preparadas pelos professores, de maneira a que os alunos se sintam interessados e motivados.

É através da construção ou manipulação dos objectos que os alunos terão uma aprendizagem com mais lógica, logo muito mais interessante, ficando deste modo com uma real percepção de onde é que a matéria leccionada pelos professores pode ser aplicada, ou seja, no fundo o objectivo dos professores é mostrar aos seus alunos que a Matemática não é só contas, regras e definições para decorar.

Em suma, a Matemática é muito mais do isso. A Matemática é uma disciplina que pode ser muito educativa, na medida em que forma as pessoas para a vida e para todos os obstáculos que surgem diariamente.

A Matemática mostra como perceber ou por vezes “fintar” os obstáculos que nos deparam diariamente, isto quando os alunos são direccionados e encaminhados para a elaboração de actividades com factos reais, de modo a que estes se apercebam das coisas que estão em seu redor.

Há que também ter o cuidado de não tornar as coisas fáceis demais e como se fosse uma brincadeira mas sim fazer com que o aluno sinta que está a utilizar o seu raciocínio e que está adquirindo naquele momento de aprendizagem.

Contudo, há que ter em consideração que a utilização de materiais didácticos não deve ser vista como algo de cariz lúdico mas como construtivo e reflexivo, de modo a que o aluno aprenda de maneira construtiva, ou seja, onde este raciocine, questione, compreenda, elabore e reelabore todo o seu conhecimento, ao desenvolver as suas actividades, pois só assim é que o aluno evolui e aprende com as suas experiências.

Para que o professor tenha sucesso na utilização dos materiais didácticos, há que ter também em linha de conta o conteúdo, a linguagem, a metodologia, a motivação, a criatividade, o senso crítico, o incentivo, a estimulação e o custo do material.

Enfim, é necessário um sem-número de itens para que tudo seja planeado e entendido como algo útil e dinâmico, de modo a que todo o conjunto de materiais seja benéfico e de real interesse para que o aluno se sinta interessado e empenhado na descoberta de novos saberes.

A utilização dos materiais manipuláveis é sem sombra de dúvida muito importante para algumas tarefas ou propostas quando um professor pretende implementar numa sala de aula de Matemática porque produz um maior rendimento na aprendizagem dos alunos.

Em “*A Matemática na Educação Básica*” (Abrantes, Serrazina & Oliveira, 1999), é dado a conhecer quais as competências que todos os alunos devem adquirir na escolaridade obrigatória (p. 41):

- “A predisposição e a aptidão para raciocinar matematicamente, isto é, para explorar situações problemáticas, procurar regularidades, fazer e testar conjecturas, formular generalizações, pensar de maneira lógica;
- A compreensão de noções como conjectura, teorema e demonstração, assim como a capacidade de examinar consequências do uso de diferentes definições”.

O matemático Sergio Lorenzato, conhecido por “O Inventor” e um dos fundadores do Centro de Estudos, Memória e Pesquisa em Educação Matemática, também fez uma publicação, com o título “Matemática da Mão para a Cabeça”, na revista Nova Escola, decorria o ano 1995, onde, e isto segundo a sua teoria, contrária à de outros que acham que cabe ao aluno construir e desenvolver, é imprescindível que seja dado a conhecer vários tipos de materiais manipuláveis e que possam ser aplicados nos mais diversos níveis de escolaridade.

Em suma, os investigadores defendem que o ensino da disciplina da Matemática tem que se tornar mais aliciante, de modo a que os alunos se interessem e se sintam mais motivados, daí ser de vital importância o uso dos materiais manipuláveis.

Graças à Matemática, nós conseguimos o desenvolvimento que hoje temos, e são vários os exemplos no nosso quotidiano, como as indústrias aeronáutica, automóvel, a informática, telecomunicações, caso flagrante é o GPS, entre muitas outras ciências que são sobremaneira aliciantes e importantes.

Concluimos que hoje há um grande empenho para que haja ainda mais interesse por esta ciência, e talvez por isso são cada vez mais as vozes que se fazem ouvir para que algo seja feito para mudar o estilo e modo de ensino.

O objectivo é que este deixe ser o denominado tradicional e passe a ser muito mais dinâmico, interactivo, sendo que a utilização de materiais manipuláveis em sala de aula de Matemática é de vital importância na aprendizagem dos conteúdos programáticos.

Sendo assim, terei sempre de andar atenta ao meio envolvente e ir sempre ao encontro de novas teorias que vão surgindo, de novos estudos e/ou teorias, de novos aspectos, métodos, entre outros.

É só como o estudo, dedicação e aplicação, de corpo e alma, de todos estes aspectos é que será possível obter sucesso de forma célere e eficaz.

## CAPÍTULO IV – METODOLOGIA

O estudo que foi feito ao longo do estágio, onde investiguei e reflecti, está descrito neste capítulo, como foi implementado. Primeiro explicarei as razões e o objectivo desta investigação, em seguida apresentarei que tipo de abordagem metodológica foi feita, a descrição dos seus participantes, bem como a descrição dos tipos de actividades que foram feitas com os materiais manipuláveis.

### 4.1 RAZÕES E OBJETIVO DO ESTUDO

A principal razão desta investigação foi verificar se os alunos ao trabalharem com os materiais manipuláveis aprendem mais ao resolver as propostas de trabalho, ou seja, se são capazes de explorar os materiais manipuláveis e conseguem concluir as questões das propostas.

Outro objectivo que me levou a fazer este estudo teve a ver com o facto de os professores precisarem de diversificar cada vez mais as suas aulas, para que os educandos se sintam mais motivados nas aulas de Matemática, pois com a ajuda dos materiais manipuláveis o educando consegue responder as questões das propostas criadas pelo professor; e ao explorarem os materiais fará com que os alunos se sintam exploradores do seu próprio conhecimento, consequentemente melhorando sua confiança de que a Matemática pode ser descoberta por eles próprios e proporcionando o gosto da Matemática.

---

## 4.2 ABORDAGEM METODOLÓGICA

A natureza do meu estudo, nesta minha investigação, é qualitativa, pois os dados terão de ser analisados conforme cada aluno responder às questões envolvidas nesta investigação, utilizando técnicas interactivas, onde tentarei observar de perto as actividades que estes alunos fizeram ao longo do estágio.

Esta investigação leva-me a um estudo de caso, das turmas onde leccionei e assisti às aulas preparadas pelo meu grupo de estágio, onde tentamos sempre implementar propostas de trabalho que sejam necessárias para implementar actividades interessantes aos alunos, tal como opinam alguns autores de investigação, tais como Yin (1994), que acha que se deve ter uma abordagem metodológica de investigação, e que num estudo de caso deve-se fazer uma modalidade de técnicas qualitativas.

---

## 4.3 PARTICIPANTES

A investigação decorreu na Escola do 2.º e 3.º ciclo de São Roque aos alunos das turmas do 7.º 5 e 7.º 6, em que trabalharam ao longo do ano lectivo com materiais manipuláveis, nas aulas preparadas pelo grupo de estágio onde eu estava inserida.

---

## 4.4 RECOLHA E REGISTO DE DADOS

A recolha de dados foi feita ao longo das aulas assistidas por mim e pelas minhas colegas de estágio, onde gravámos algumas aulas com uma câmara de filmar e Mp3, após a devida autorização aos encarregados de educação (Anexo 1), e registámos os aspectos que mais se evidenciaram quando os alunos exploravam os materiais manipuláveis. Outro aspecto que também fiz foi um inquérito com nove questões

(Anexo 9), onde os alunos tinham de responder às questões sem se identificarem; e que respondessem o mais verdadeiro possível, a fim de não influenciar as respostas e que alunos não pedissem auxílio, por isso pedi à Mestre Marlene que desse as últimas aulas.

Os materiais manipuláveis que os alunos utilizaram, juntamente com uma proposta, foram:

- Quadrinhos em cartolina na primeira unidade para a matéria dos divisores, proposta de trabalho n.º 1 (Anexo 3);
- O “Ábaco dos Inteiros” para as operações aritméticas com os números inteiros relativos, proposta de trabalho n.º 4 (Anexo 4).
- Cubos unitários na proposta de trabalho da raiz quadrada, e os cubos na da raiz cúbica, tarefa investigativa n.º 2 (Anexo 5) e n.º 4 (Anexo 6) correspondentemente;
- Construção dos triângulos quando deram a congruência de triângulos, slides do Projecto CEM (Anexo 7);
- Os Quadriláteros cortados para completarem também uma proposta de trabalho, onde foi possível explorarem as propriedades dos quadriláteros. Proposta de trabalho n.º 22 (Anexo 8)

## CAPÍTULO VI – ANÁLISE E INTERPRETAÇÃO DOS RESULTADOS

Neste capítulo, serão analisados e interpretados os resultados da implementação da metodologia apresentada no capítulo anterior, onde em algumas das aulas foram utilizados materiais manipuláveis. O material manipulável foi sempre escolhido de modo a que o aluno pudesse explorar e construir os conceitos matemáticos presentes, tendo sempre a preocupação para que no fim chegasse às conclusões e fizesse discussões finais muito ricas de acordo com a matéria do programa.

### 5.1 QUADRADINHOS: PROPOSTA DE TRABALHO N.º 1 – TAREFA 1

Esta tarefa da proposta de trabalho n.º 1 foi adaptada do projecto CEM, com o objectivo de os alunos ao trabalharem em grupo, fazendo uma revisão sobre os divisores, pudessem assim chegar à noção do conceito de número primo e número composto. O material usado foi quadradinhos iguais em cartolina, em que os alunos tinham de construir rectângulos diferentes com o número de quadradinhos pedidos em cada uma questão, ou seja, se fossem 12 não podiam usar nem a mais, nem a menos.

Antes de começar a distribuir as propostas e os quadradinhos, foi pedido aos alunos para formarem grupos de 4 e depois explicado pela professora que orientava a aula o que era pretendido os alunos fazerem.

Foi notório que os alunos entregaram-se com muito empenho a fim de tentarem resolver as questões, para descobrir quantos rectângulos era possível em cada questão.

**Questão 1.** Com os 12 quadradinhos, constrói todos os rectângulos diferentes que forem possíveis.

**1.1.** Esquematiza-os, numa folha, e indica as suas dimensões.

**1.2.** Os números 1, 2, 3, 4, 6 e 12 são divisores de 12. Explica porquê.

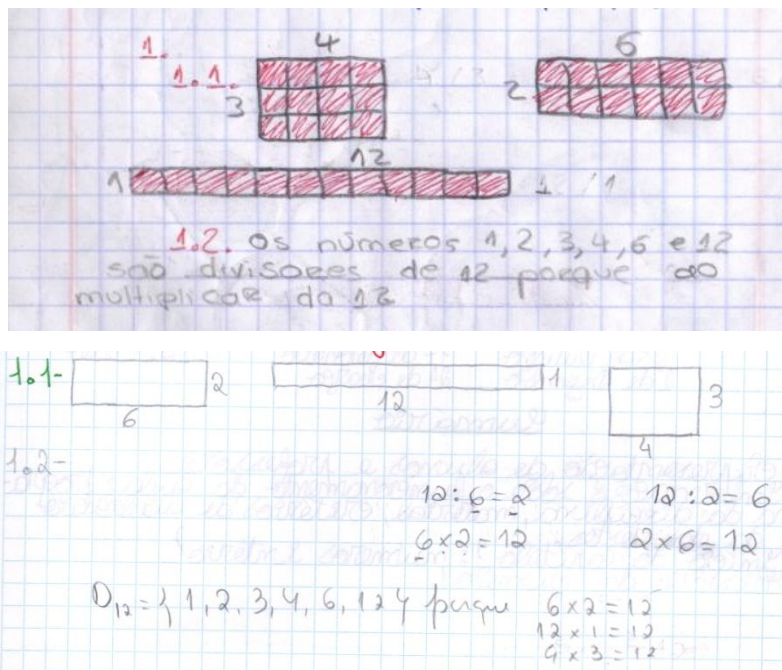


Fig. 16: Respostas dos alunos

De acordo com as respostas que os alunos revelaram nesta questão, ficou bem visível de que estavam bem cientes da matéria dada em anos anteriores, pois sabiam a noção de múltiplo e divisor.

**Questão 2.** Com os 24 quadradinhos, quantos rectângulos diferentes podemos construir?

- 2.1. Esquematiza-os e indica as suas dimensões.
- 2.2. Tenta descobrir quais os divisores de 24. Explica a tua resposta.

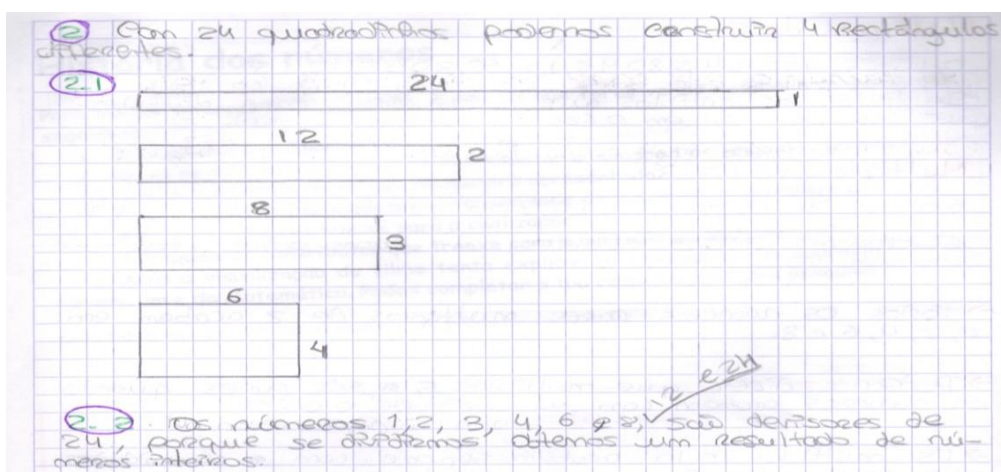


Fig. 17: Resposta do aluno

**Questão 3.** Determina os divisores de 30. Explica o teu raciocínio, utilizando palavras, desenhos ou cálculos.

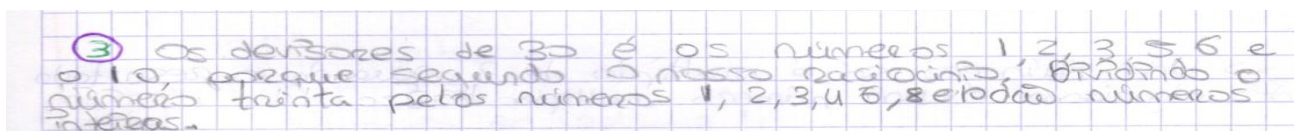


Fig. 18: Resposta de um aluno

Aqui nota-se que nas alíneas 1 e 2 os alunos tiveram a necessidade de verificar e registar com os quadradinhos como se obtinha os divisores de 12 e 24, mas depois, para responder quais os divisores de 30, notou-se que os alunos abstraíam-se do uso do material e justificavam sem dúvidas. Para o resto das questões, os alunos não precisaram de recorrer-se mais à utilização dos quadradinhos, e facilmente, com a ajuda do manual, os alunos chegaram ao conceito de que os números primos só tinham dois divisores.

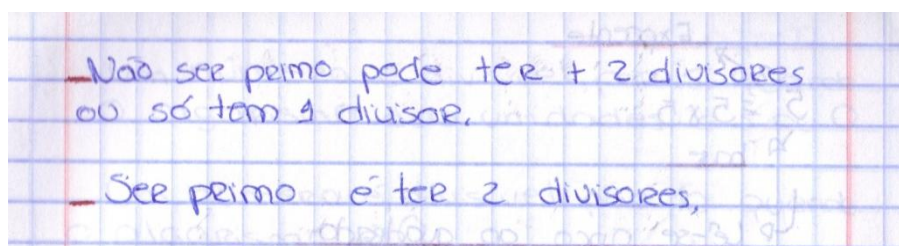


Fig. 19: Resposta de um aluno

## 5.2. ÁBACO DOS INTEIROS: PROPOSTA DE TRABALHO N.º 4 - ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO DE NÚMEROS INTEIROS

Após descobrimos na internet uma dissertação de uma colega – Márcia Paula Fraga Coelho, da Universidade do Minho –, que tinha feito, em 2005, sobre “A Multiplicação de Números Inteiros Relativos no Ábaco dos Inteiros”: uma investigação com alunos do 7.º Ano de Escolaridade”, preparámos e construímos 20 maquetas de “Ábacos dos Inteiros” (Figura 20) para que os alunos conseguissem fazer e concluir as propostas de trabalho em relação às quatro operações Matemáticas (+, -, x e :)

Só irei falar da proposta com a operação adição, pois verificámos que os alunos ao resolverem esta proposta conseguiram perceber bem como se trabalhava com o “Ábaco dos Inteiros” e conseguiram responder as questões pretendidas com facilidade.

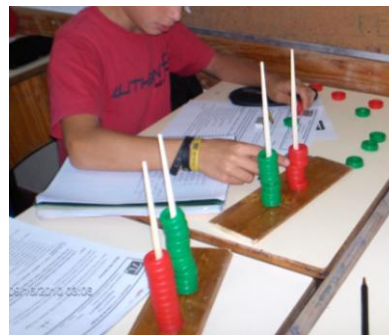


Fig. 20: “Ábaco dos Inteiros”, na sala de aula

O ábaco não foi fácil de fazer, pois tivemos de fazer pelo menos 20, porque queríamos um ábaco para cada aluno. As argolas foram feitas com tampas de plástico, as hastes foram feitas com pauzinhos chineses e a base com uma placa em madeira. A proposta de trabalho foi pedida para que os alunos resolvessem em grupos de dois, e enquanto distribuímos a

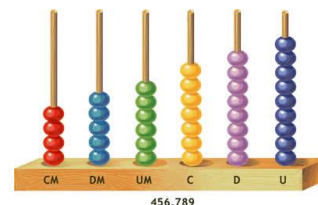


Fig. 21: Ábaco

proposta explicamos como o “Ábaco dos Inteiros” funcionava, visto que os alunos não o conheciam, a não ser o ábaco da figura 21, quando aprenderam as classes dos números no 1.º Ciclo.

No “Ábaco dos Inteiros”, os alunos quando trabalharam tiveram de considerar as argolas **verdes** como sendo números inteiros **positivos** e as argolas **Vermelhas** como sendo números inteiros **negativos**. Cada haste só podia ser de argolas da mesma cor, uma para as verdes e outra para as vermelhas. Também foi dito aos alunos que cada argola representava uma unidade e que uma argola vermelha anula uma argola verde.

Pudemos ver como os alunos conseguiram responder às questões sem muitas dúvidas, e que também conseguiram representar no caderno os números através do desenho no ábaco.

**Questão 1.** Que número estará representado no Ábaco se:

**1.1.** Colocares 2 argolas verdes.

1.2. Colocares 5 argolas verdes e 2 argolas vermelhas.

1.3. Colocares 2 argolas vermelhas.

1.4. Colocares 4 argolas verdes e 8 argolas vermelhas.

1.5. Não colocares qualquer argola.

1.6. Colocares de 7 argolas verdes e 7 argolas vermelhas?

1.6.1. Se for acrescentada, em ambas as hastes, a mesma quantidade de argolas verdes e argolas vermelhas à alínea anterior o resultado final mudaria? Porquê?

1.6.2. Descobre outras formas diferentes de representar o resultado anterior. Regista-as.

Regista-as.

1.6.3. Qual a relação existente entre os números representados em cada haste? O que podes concluir?

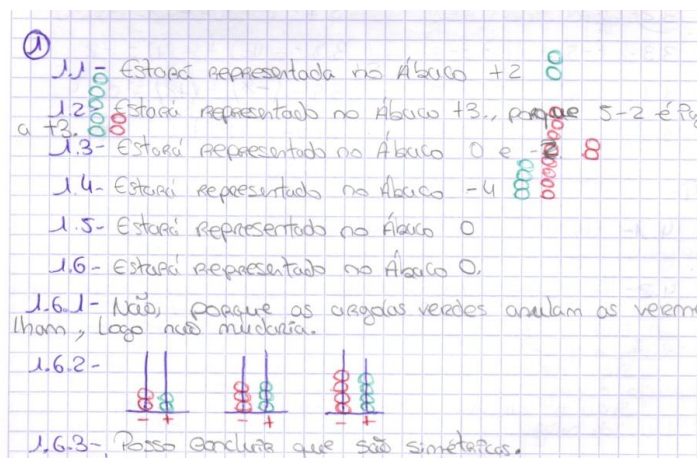


Fig. 22: Respostas do aluno

**Questão 2.** Representa no ábaco os números +2, +5, -3 e -5, de diferentes formas, e regista-as no teu caderno.

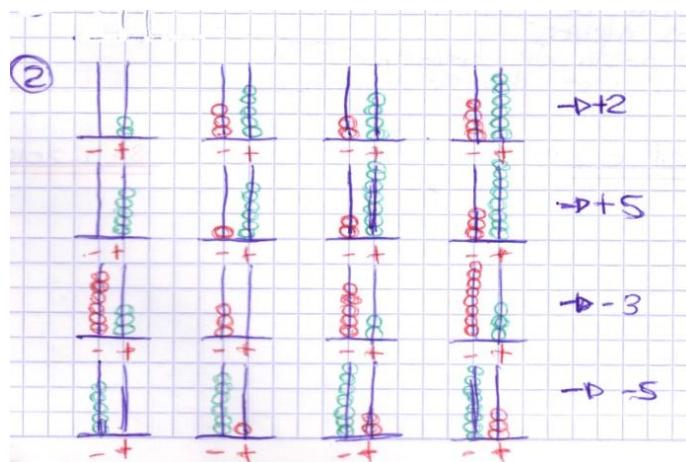


Fig. 23: Resposta do aluno

2.1 Que estratégia utilizaste para descobrir as diferentes representações do mesmo número? Utilizaste a mesma estratégia desde o início?

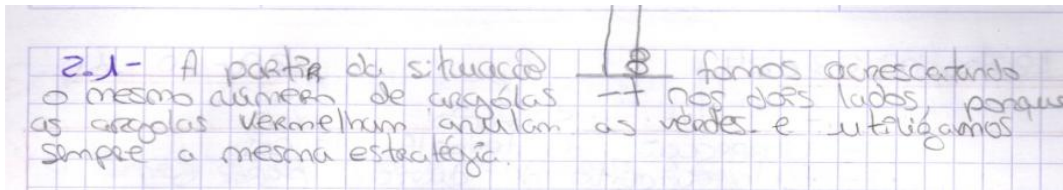


Fig. 24: Resposta do aluno

3. Traduz para linguagem Matemática cada uma das situações que se seguem e averigua o resultado final com a ajuda do “Ábaco dos Inteiros”.

- 3.1. Coloca no ábaco 3 argolas verdes e junto 2 argolas verdes.
- 3.2. Coloca no ábaco 4 argolas verdes e junto 3 argolas vermelhas.
- 3.3. Coloca no ábaco 5 argolas vermelhas e junto 2 argolas verdes.
- 3.4. Coloca no ábaco 2 argolas vermelhas e junto 3 argolas vermelhas.
- 3.5. Coloca no ábaco 6 argolas vermelhas e junto 8 argolas verdes.
- 3.6. Coloca no ábaco 2 argolas verdes e junto 4 argolas vermelha.
- 3.7. Coloca no ábaco 10 argolas vermelhas e junto 4 argolas verdes.
- 3.8. Coloca no ábaco 12 argolas verdes e junto 14 argolas vermelhas.
- 3.9. Coloca no ábaco 8 argolas vermelhas e junto 8 argolas verdes.
- 3.10. Coloca no ábaco 2 argolas verdes e junto 2 argolas vermelhas.

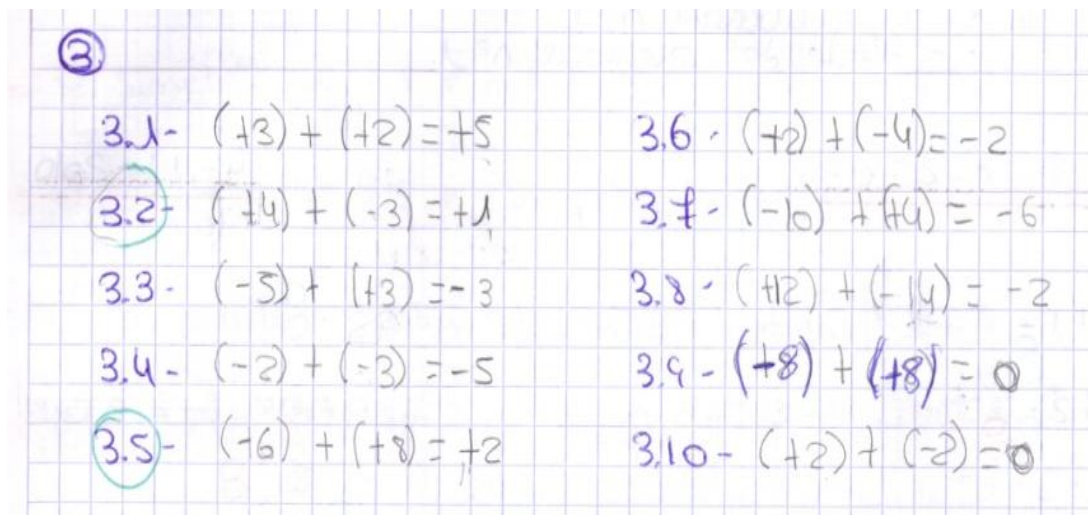


Fig. 25: Respostas do aluno

4. Analisando os resultados obtidos nas questões anteriores, explica:
  - 4.1. O que acontece quando juntamos argolas da mesma cor?
  - 4.2. O que acontece quando juntamos argolas de cores diferentes?

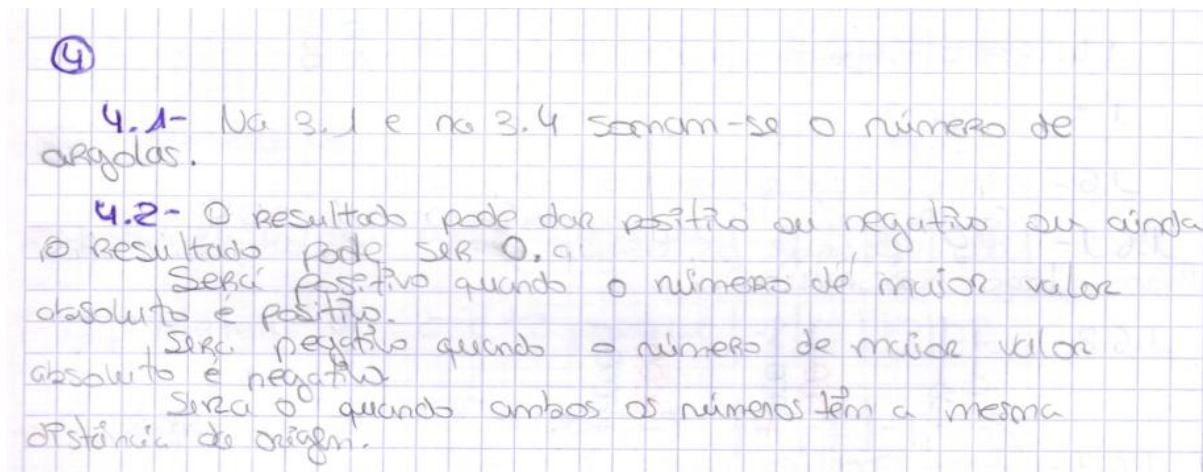


Fig. 26: Respostas do aluno

O resto da resolução da proposta foi mandado como trabalho de casa, visto ela ser um pouco grande para ser feita durante 90 minutos e que nos levou a estruturar uma nova proposta de trabalho para ser feita na outra turma.

Com o ábaco, os alunos, ao longo das propostas de trabalho que fizeram, foram capazes de chegar às conclusões pretendidas sobre as propriedades das operações.

### 5.3 QUADRADINHOS – RAIZ QUADRADA

Para darmos a matéria da raiz quadrada, preparámos uma proposta adoptada do Projecto CEM, onde verificámos que os alunos trabalharam de maneira clara, com entusiasmo e motivação, pois era fácil conseguirem responder às questões pedidas na proposta e responderem tal como pedido, pois já tinham realizado uma do mesmo género, só que desta vez os alunos tinham de construir quadrados e não rectângulos; com as seguintes questões:

Construção de quadrados com 20 quadradinhos

**Questão 1.** Com 20 quadradinhos unitários, quantos quadrados diferentes é possível construir?

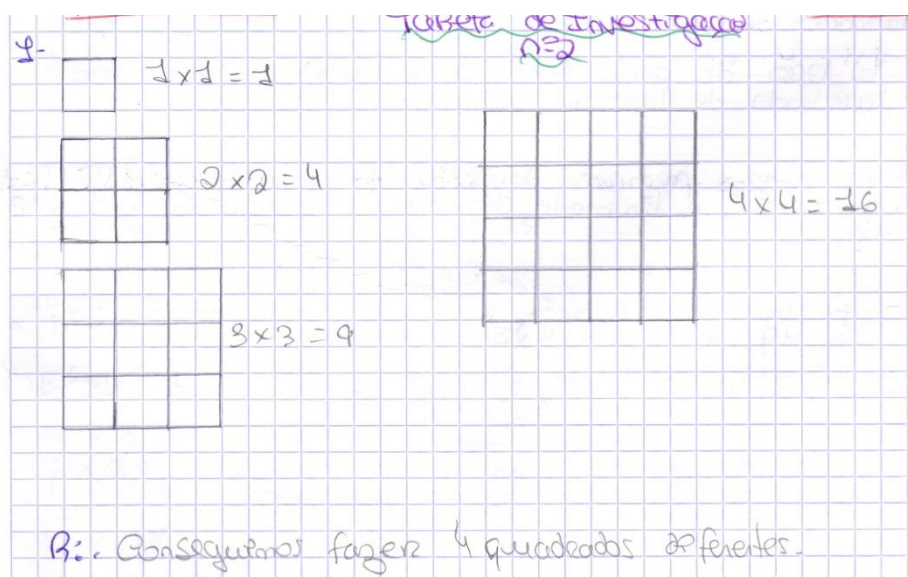


Fig. 27: Resposta do aluno

**Questão 2.** Quantos quadradinhos precisarão para formar o próximo quadrado?

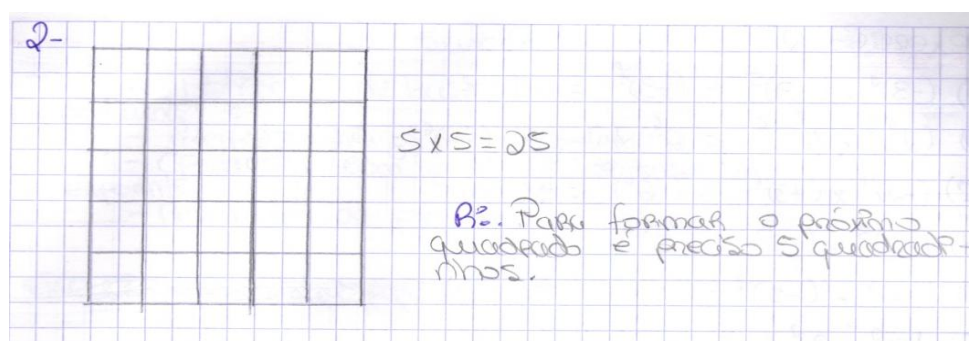


Fig. 28: Resposta do aluno

**Questão 3.** Qual é a área de cada um dos quadrados obtidos?

**Questão 4.** Qual a relação entre a área do quadrado obtido e o seu lado?

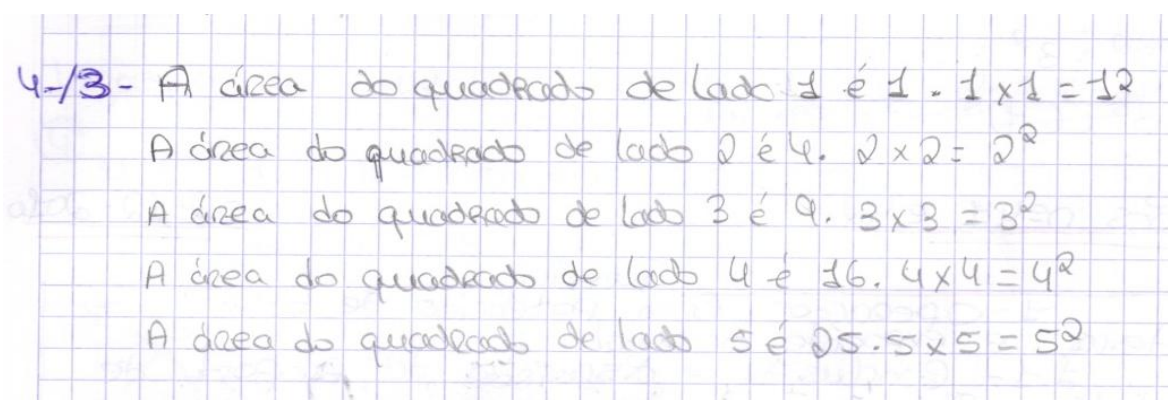


Fig. 29: Respostas do aluno

**Questão 5.** Será que com 40 quadradinhos podemos formar um quadrado e não sobrar quadradinhos?

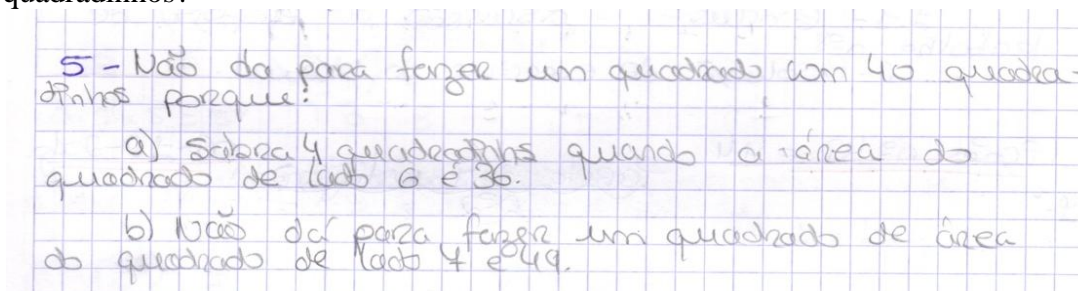


Fig. 30: Resposta do aluno

**Questão 6.** Há algum quadrado de área 169, e cuja medida do lado seja um número natural?

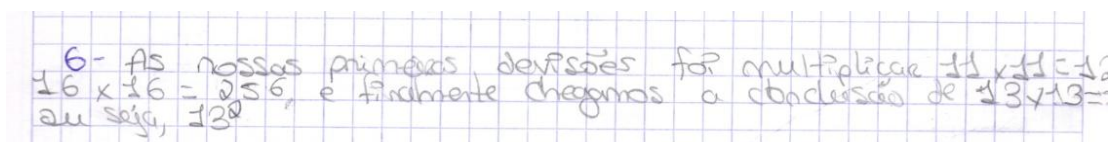


Fig. 31: Resposta do aluno

**Questão 7.** Escreva a sequência dos primeiros números que correspondem às áreas cuja medida do lado do quadrado é um número natural, ou seja, a sequência dos números correspondentes às áreas dos vários quadrados possíveis de serem construídos.

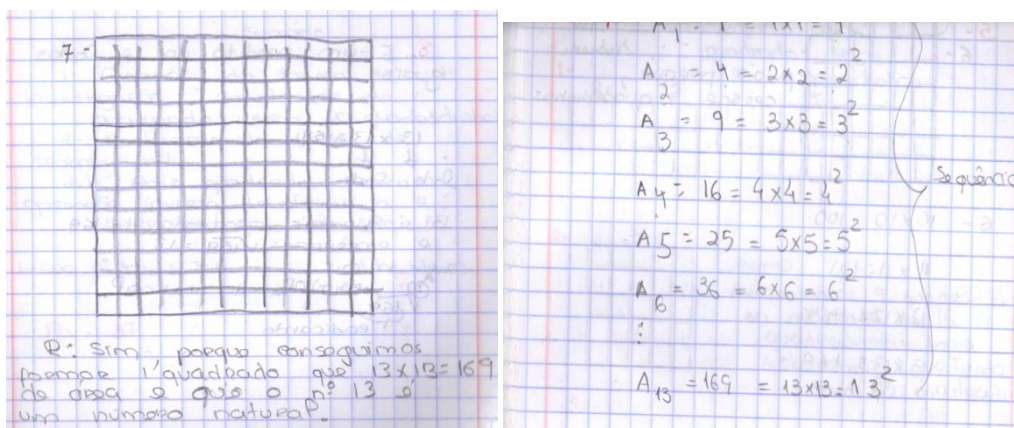
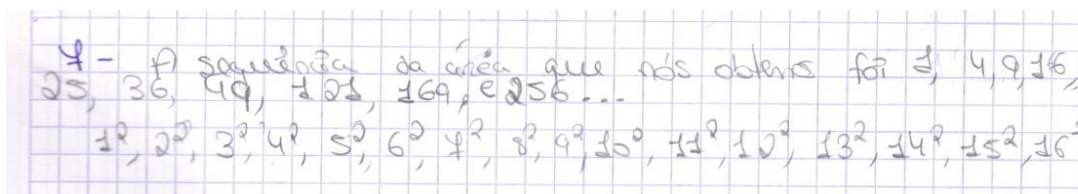


Fig. 32: Respostas dos alunos

Nesta questão, denota-se que alguns alunos têm mais dificuldade para se abstraírem do conceito que estão a trabalhar, no entanto, recorrendo ao lápis e caderno quadriculado, foi possível constatar se era ou não possível construir um quadrado com 169 quadradinhos; para então responder ao pretendido da questão.

**Questão 8.** Os números encontrados no ponto anterior são chamados quadrados perfeitos.

Tenta explicar porquê.

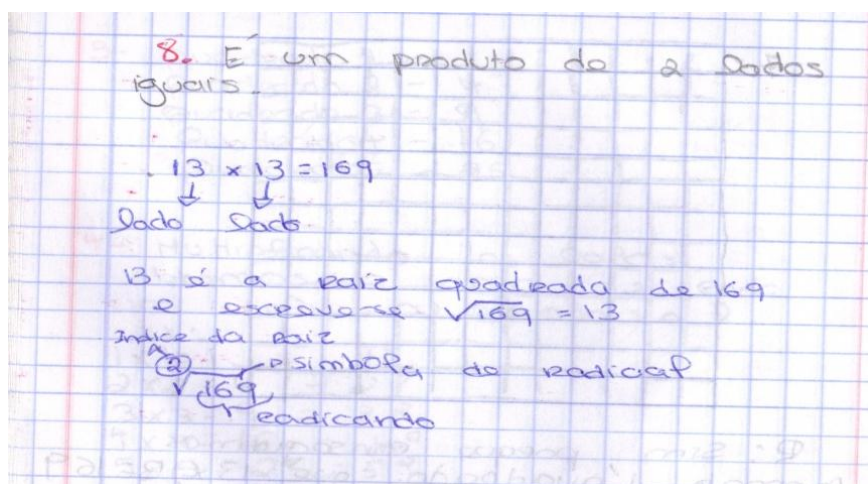


Fig. 33: Resposta do aluno

#### 5.4. CUBOS – RAIZ CÚBICA

Nesta proposta de trabalho, também não notámos nenhuma dificuldade por parte dos alunos enquanto resolviam as questões, pois era muito parecida a sua lógica de resolução à da raiz quadrada. O material foi emprestado pela Universidade da Madeira. Precisámos



Fig. 34: Cubos perfeitos - Raiz Cúbica

pelo menos de 27 cubos unitários para cada grupo de quatro elementos. Uma vez mais, adaptámos esta proposta à do projecto CEM, com as seguintes questões:

**Questão 1.** Com 27 cubos unitários, quantos **cubos diferentes** é possível construir?

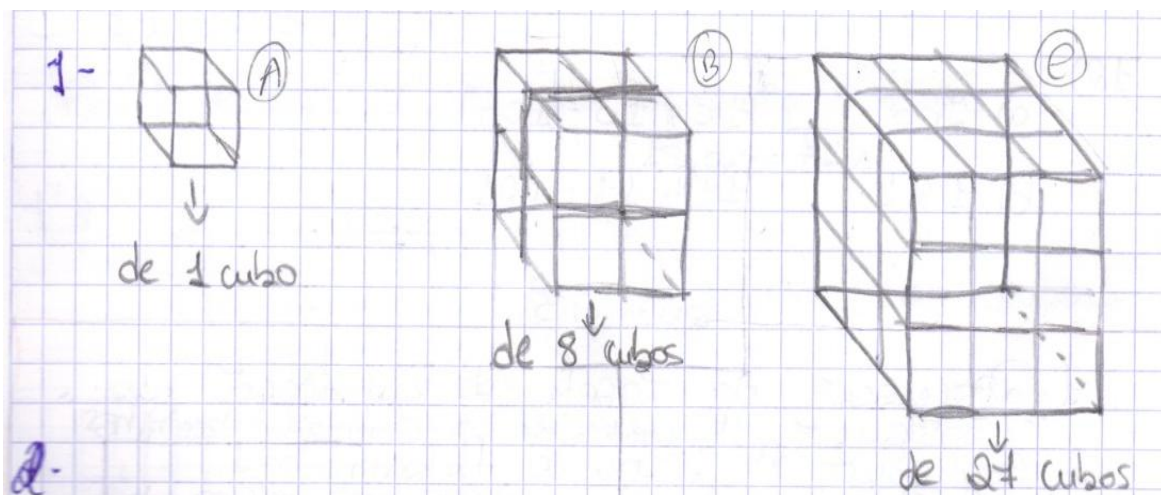


Fig. 35: Resposta do aluno

**Questão 2.** Quantos cubos unitários precisarão para formar o próximo cubo?

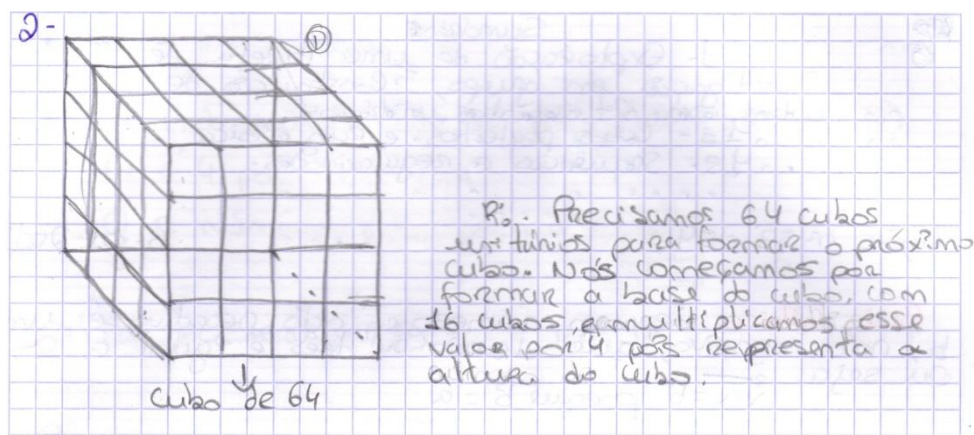


Fig. 36: Resposta do aluno

**Questão 3.** Qual é o volume de cada um dos cubos obtidos nas questões anteriores?



Fig. 37: Resposta do aluno

**Questão 4.** Qual a relação que existe entre o volume e a aresta do um cubo?

4 - Cubo	Aresta	Volume	
A	1	1	
B	2	8	$2^3 = 8$
C	3	27	$3^3 = 27$
D	4	64	$4^3 = 64$ $\rightarrow 4 \times 4 \times 4$

Descobrimos que a aresta elevada a 3 dá o volume.

Fig. 38: Resposta do aluno

**Questão 5.** Será que podemos formar um cubo com 115 cubos unitários?

5- Não é possível formar um cubo com 115 cubinhos porque 5 elevado a 3 dá 125 e 4 elevado a 3 dá 64.

Fig. 39: Resposta do aluno

**Questão 6.** Há algum cubo com 729 cubos unitários, cuja medida da aresta é um número natural?

6- Sim porque 9 (aresta) elevado a 3 dá 729 (volume).

Fig. 40: Resposta do aluno

**Questão 7.** Escreve a sequência dos primeiros números que correspondem aos volumes cuja medida da aresta do cubo é um número natural

7- 1, 8, 27, 64, 125, 216, 343, 512, 729, 1000

Fig. 41: Resposta do aluno

## 5.5. CONGRUÊNCIA DE TRIÂNGULOS – PROJECTO CEM

As duas propostas seguintes não foram preparadas pelo nosso grupo de estágio, mas sim pela Mestre Marlene, Turma 5 do 7.º Ano do Ensino Básico, em que adaptou nas suas aulas duas propostas de trabalho do Projecto CEM, e que para serem realizadas

recorreu-se aos materiais manipuláveis. Tenho a agradecer à Mester Marlene, por me ter convidado a assistir às aulas dela no 3.º Período, pelo facto de o meu tema de estágio ser sobre os materiais.

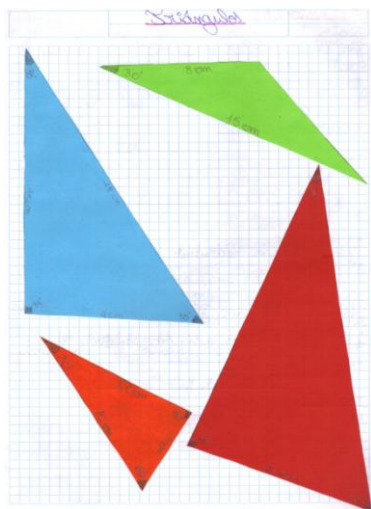


Fig. 42: Triângulos construídos pelo aluno



Fig.43: Construção de triângulos na sala de aula

Depois de os alunos construírem os triângulos, reponderam às seguintes questões, exposta num slide (Anexo 7) durante a aula.

**Questão 1.** Será que dois triângulos com três lados congruentes são sempre congruentes?

1. Sim, porque ao sobrepor os triângulos de igual posição só um.

Fig. 44: Resposta do Aluno

**Questão 2.** Será que dois triângulos com três ângulos congruentes são sempre congruentes?

2. Não, porque também tem de ter os três lados congruentes, chegamos esta conclusão comparando os triângulos vermelhos (1 era maior que o outro).

**Questão 3.** Dois lados de um triângulo e um ângulo formado por eles são congruentes aos elementos correspondentes de outro triângulo. Nestas condições, os triângulos são sempre congruentes?

3. Sim, porque comparando os triângulos verdes eles coincidem ponto por ponto.

Fig. 46: Resposta do Aluno

**Questão 4.** Dois lados de um triângulo e um ângulo não formado por eles são congruentes aos elementos correspondentes de outro triângulo. Nestas condições, os triângulos são sempre congruentes?

4. Não, porque ao sobrepor o triângulo azul ao verde não são iguais

Fig. 47: Resposta do Aluno

**Questão 5.** Dois ângulos de um triângulo que têm um lado comum são congruentes com os elementos correspondentes de outro triângulo. Nestas condições, os triângulos são sempre congruentes?

5. Sim porque se sobrepuermos os triângulos azuis eles coincidem por

Fig. 48: Resposta do Aluno

Nesta aula, os triângulos construídos pelos alunos ajudaram a concluir e a verificar que ao serem dadas algumas instruções para construir um triângulo nem todos os triângulos eram congruentes, como eles próprios contactavam logo se cada cor de um determinado triângulo era congruente ao do construído pelo seu colega, pois assim puderam em grande grupo chegar à conclusão de quais são os critérios de congruência que existem em triângulos.

## 5.6. QUADRILÁTEROS – PROJETO CEM

Uma vez mais, a professora utilizou quadriláteros já cortados, juntamente com uma proposta (Anexo 8), de maneira a que os alunos explorassem as propriedades de cada quadrilátero quanto aos lados paralelos e congruência dos lados, aos eixos, aos ângulos e



Fig. 49: Exploração das propriedades dos Quadriláteros

às diagonais, e o que podiam concluir em relação à soma dos ângulos internos de um quadrilátero. Notou-se que para eles a resolução desta proposta era fácil e que quando os alunos conseguiram preencher a tabela muito rápido eles sobreponham os quadriláteros uns em cima de outros, faziam medições quanto à amplitude dos ângulos e comprimentos dos lados, o que lhes permitia terem o conhecimento de cada quadrilátero que a professora distribuía a cada grupo para poderem concluir quais as propriedades dos quadriláteros que encontravam.

---

### 5.7. ANÁLISE DO INQUÉRITO FEITO AOS ALUNOS

Em relação à investigação feita para saber se os nossos alunos acharam importante terem trabalhado com os materiais acima referidos e terem também trabalhado em grupo, esta foi positiva.

Quanto à análise da do inquérito, calculei algumas percentagens em algumas das respostas onde os alunos não mostraram muitas respostas diferenciadas. No total do inquérito, responderam 31 alunos das duas turmas.

Na primeira questão, só 6,45% dos alunos responderam que não gostam de trabalhar em grupo porque uns trabalham mais do que outros e uns colegas querem é brincar. Os restantes 93,55% disseram positivamente variadíssimas respostas, em que achei mais interessantes as seguintes:

- “Acho muito importante para estudar.”;
- “São as melhores, pois podemos trabalhar e partilhar ideias.”;
- “Foram boas porque podemos discutir.”;
- “Acho bem, porque uma coisa que eu não saiba o outro sabe.”;
- “Foram boas para entender a matéria.”;
- “Muito fixes porque aprendi melhor.”;

- “Acho giro porque se aprende muita coisa.”;
- “Gosto porque pensamos todos e todos damos opiniões.”
- Etc.

Nesta questão dá para verificar que os alunos gostam de trabalhar em grupo porque nas respostas que deram nota-se que os alunos sabem também avaliar aquilo que sabem, o que foi mais notório para aprenderem em conjunto com os colegas em trabalho colaborativo.

À segunda questão, as respostas foram 100% positivas, pois os alunos acharam que os materiais manipuláveis:

- “Ajudaram muito a resolver as propostas.”;
- “Ajudou muito.”;
- “Gostei muito e percebi melhor.”;
- “Sim, ajudou a concluir.”;
- Etc.

Aqui nota-se o quando os alunos se sentiram mais à vontade para concluir e resolver as tarefas propostas pelas professoras, porque assim os alunos podiam experimentar as conclusões obtidas.

Na seguinte questão, a Terceira, as respostas também foram 100% afirmativas. Para os alunos, com os materiais utilizados nas aulas foi mais fácil para resolver as propostas de trabalho:

- “Sim, porque tinha o material para ajudar a perceber os exercícios.”;
- “Sim foram mais simples, porque consegui tirar melhor as conclusões.”
- “Sim, porque percebi melhor.”;
- “Sim, porque ajudaram nas dúvidas que tinham.”;
- “Sim, porque aqueles materiais ajudaram-nos muito e orientaram-nos.”;

- “Sim, porque com os materiais nós percebemos mais as propostas.”;
- “Sim, porque os exercícios ficavam mais simples.”;
- Etc.

Nesta questão, verifica-se que os alunos acharam que sem os materiais não poderiam fazer as propostas.

Na quarta questão, só um aluno respondeu não gostar muito de trabalhar em grupo, logo os restantes 96,77% responderam que sim.

À questão número cinco, os alunos voltaram a responder unanimemente que é importante discutir ideias entre os colegas:

- “Sim, porque assim juntamos as ideias de todos.”;
- “Acho que sim, pois cada um tem ideias diferentes.”;
- “Sim, porque eles podem pensar diferente.”;
- “Sim, porque podemos todos ter boas ideias.”;
- “Sim, porque pode haver mais de uma forma para fazer a resolução.”
- “Sim, porque podemos clarificar as nossas dúvidas.”;
- “Sim, pois há várias opiniões.”;
- “Sim, porque assim podemos aprender com as ideias dos meus colegas.”
- Etc.

Nesta questão é possível verificar que os alunos têm a noção que a discussão e diversidade de opiniões só fazem com que enriqueça a sua sabedoria e que é muito importante trabalhar comparativamente.

Em relação à questão seguinte em que é perguntado se os alunos gostam mais de trabalhar em grupo ou individual os alunos responderam em maioria em grupo e em individualmente dizem aproximadamente 26% dos alunos.

As respostas dadas por estes foram justificadas por dizerem que alguns colegas querem é brincar ou que só quando a matéria é fácil. O que faz com que se aqui notar um pouco do egoísmo, por parte de alguns alunos em resistirem à partilha das suas ideias com os colegas, pois é bem normal entre os jovens mostrarem que sabem mais do que os outros.

Na sétima questão, a percentagem dos alunos que não gostavam de escrever as conclusões para depois discutirem com os colegas no fim das aulas foi de 42% aproximadamente, os restantes 58% responderam algumas das seguintes justificações:

- “Gostei, porque ajudou imenso a estudar.”;
- “Sim, porque se as minhas conclusões estiverem erradas, eles corrigem.”;
- “Sim, mas escrever é bom, mas discutir com os colegas é melhor.”;
- “Sim, para estudar para os testes.”;
- Etc.

Na penúltima questão, os alunos responderam 100% afirmativamente que as discussões no fim de cada proposta de trabalho ajudaram os alunos a perceber melhor a matéria, onde até mesmo um dos alunos disse:

- “Sim, eu também recolhi informações dos outros.”

Aqui foi possível termos uma percepção daquilo que sabem e como aprendem melhor.

Na nona e última questão, era só pedido aos alunos quais os materiais manipuláveis que tinham gostado mais de trabalhar, os alunos responderam que foi com o “Ábaco dos Inteiros” e a “Construção de Triângulos”.

Em conclusão desta minha investigação aos alunos que leccionei ao longo do meu estágio, o que posso afirmar é que se tiver que dar para o ano que vem 7.º Ano do 3.º

Ciclo Básico, tenho a certeza de que irei implementar as mesmas propostas de trabalho com os meus futuros alunos.

Se der aulas a outros anos irei implementar aulas em que os alunos trabalhem cooperativamente explorando materiais manipuláveis de maneira a que os alunos descubram e respondam às questões das propostas que irei preparar, para no fim de cada uma poderem fazer a discussão da matéria, pois não é só o que muitos autores dizem que é muito importante discutir as aulas no fim de cada tarefa, os alunos também na sua maioria responderam que sim.

A resposta que tiro desta investigação é que os alunos, na sua grande maioria, sentem e também aprendem mais quando trabalham em ambientes motivadores, trabalhados com os colegas descobrindo coisas novas com a ajuda dos materiais as matérias tornam-se mais acessíveis.

## CONCLUSÃO

A reflexão que tiro sobre os materiais manipuláveis usados em sala de aula de Matemática é que estes têm uma influência significativa na aprendizagem dos alunos, pois conseguem fazer com que os alunos se interessem mais pela Matemática e o seu estudo seja mais aliciante.

Os materiais manipuláveis fazem com que o aluno fique mais concentrado, atento, empenhado para ele próprio manipular e responder às questões propostas pelo professor, de maneira a que se sinta mais autónomo e confiante.

O professor, além de ter que escolher quais os materiais a implementar na sala de aula, tem que ser perspicaz ao escolher a proposta de trabalho, pois tem que ter o cuidado de ver que tipo de alunos é que irão trabalhar na aula, e a proposta tem que ter os objectivos e critérios bem definidos ao que é pretendido para que o aluno consiga responder às questões sem necessitar muito da ajuda do professor, para que as aulas corram da melhor forma.

Nos dias de hoje, não é fácil ser professor, porque a imagem que os alunos têm de um professor tem mudado muito nos últimos anos, daí que com a ajuda dos materiais manipuláveis nas aulas, é possível que os alunos investigam, respondam e debatem com os colegas e o professor, para que o processo de aprendizagem seja muito mais envolvente e que a Matemática seja mais valorizada e não desprezada pelos alunos.

**BIBLIOGRAFIA****Bibliografia de Sites consultados:**

**Vygotsky, L. S.** *A Formação Social da Mente*. 3.ed. Sao Paulo. Ed. Martins

Fontes. Consultado no site:

<http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/1665-8.pdf>

A 31 de Maio de 2011.

**Silva, K. C. O.** *O Jogo como Estratégia no Processo Ensino-Aprendizagem de Matemática na 6ª Série ou 7º Ano*. Orientador: Ms. Antonio Amilcar Levandoski. Consultado no site:

<http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/1665-6.pdf>

A 31 de Maio de 2011.

**Curi, E.,** *A formação Matemática de professores dos anos iniciais do ensino fundamental face às novas demandas brasileiras*, consultado no site:

<http://www.rioei.org/deloslectores/1117Curi.pdf>

A 9 de Janeiro de 2011

**Brolesi, F.** *O material didático de Matemática para a 5ª série*, consultado no site:

<http://fabio.freesandbox.net/documentos/EL755.pdf>

A 9 de Janeiro de 2011

**Farias, D.T.K.,** *MATERIAL DIDÁTICO EM SALA DE AULA: LIVRO DIDÁTICO E/OU MATERIAIS ALTERNATIVOS* consultado no site:

[http://www.apliepar.com.br/site/anais\\_eple2007/artigos/26\\_DeniseFarias.pdf](http://www.apliepar.com.br/site/anais_eple2007/artigos/26_DeniseFarias.pdf)

A 10 de Janeiro de 2011

**Ministério da educação do Brasil.** (2005), *Materiais Didáticos: escolha e uso*, publicação: Boletim a 14 de Agosto de 2005 consultado no site:

<http://www.tvbrasil.org.br/fotos/salto/series/151007MateriaisDidaticos.pdf>

A10 de Janeiro de 2011

**Fiorentini, D. & Miorim, M. Â.** *Uma reflexão sobre o uso de materiais concretos e jogos no Ensino da Matemática.* Publicado no Boletim SBEM-SP Ano 4 - nº 7.

Consultado no site:

[http://www.matematicahoje.com.br/telas/sala/didaticos/recursos\\_didaticos.asp?aux=C](http://www.matematicahoje.com.br/telas/sala/didaticos/recursos_didaticos.asp?aux=C)

A 10 de Janeiro de 2011

Entrevista concedida a Juliana Ângelo Gonçalves, Jussara Loiola Araújo e Samira Zaidan, *Matemática crítica Ole Skovsmose.* Consultado no site:

<http://www.presencapedagogica.com.br/capa6/artigos/83.pdf>

A 10 de Janeiro de 2011

**Pais, L. C.** (2000). *Uma análise do significado da utilização de recursos didáticos no ensino da geometria.* Consultado no site:

<http://www.anped.org.br/23/textos/19/1919t.pdf>

A 17 de Maio de 2011.

**Gaertner, R. & Stopassoli, M. A. & Oechsler, V.** (2007). *MATERIAIS DIDÁTICOS NAS AULAS DE MATEMÁTICA NO ENSINO MÉDIO.* Consultado no site:

[www.sbem.com.br/files/ix\\_enem/.../MC41807910997T.doc](http://www.sbem.com.br/files/ix_enem/.../MC41807910997T.doc)

A 18 de Maio de 2011.

**Serrazina, L.** (2006). *Comentário.* Consultado no site:

[www.spce.org.pt/sem/9900Serrazina.pdf](http://www.spce.org.pt/sem/9900Serrazina.pdf)

A 24 de Maio de 2011

**Serrazina, L e all.** (2010). *Metas de aprendizagem 3.º Ciclo .-Matemática, Lisboa.*

Consultado no site:

<http://www.metasdeaprendizagem.min-edu.pt/ensino-basico/metas-deaprendizagem/metas/?area=7&level=6>

A 16 de Setembro de 2010.

**Ponte, J., Serrazina, L.** (2007) Programa de Matemática do ensino Básico1. 2.º e 3.º Ciclo, Lisboa. Consultado no site:

<http://area.dgidc.min->

[edu.pt/materiais\\_NPMEB/028\\_ProgramaMatematicaEnsinoBasico.pdf](http://area.dgidc.min-edu.pt/materiais_NPMEB/028_ProgramaMatematicaEnsinoBasico.pdf)

A 16 de Setembro de 2010

**Passos, C.L.B.** (2004). *Recursos Didáticos Na Formação De Professores De Matemática*. Consultado do site:

[www.sbempaulista.org.br/epem/anais/mesas.../mr19-Carmen.doc](http://www.sbempaulista.org.br/epem/anais/mesas.../mr19-Carmen.doc)

A 31 de Maio de 2011

**Fernandes, E., Ribeiro, C., Lopes, C., Belo, F., Pedro, R., Vasconcelos, R., e Martins, S.**, (2007). *Desenvolver Competências Matemáticas e Didáticas em Professores do 1º CEB: O Projecto CEM*. Em Actas do IX Congresso da SPCE. Funchal. Consultado no site:

<http://cee.uma.pt/people/faculty/elsa.fernandes/artigos/IXSPCEElsaFernandesfinal.pdf>

A 30 de Abril de 2011

**Coelho, M.P.F.** (2005). *A Multiplicação De Números Inteiros Relativos No “Ábaco Dos Inteiros”*. Uma Investigação com Alunos Do 7.º Ano de Escolaridade. Braga Universidade do Minho. Consultado no site:

<http://repositorium.sdum.uminho.pt/bitstream/1822/3496/1/Tese.pdf>

A 9 de Outubro de 2011

**Mota, M.** (2007). *Como Elaborar Um Projecto de Investigação*. Consultado no site:

<http://manuelmota.blogspot.com/2007/11/como-elaborar-um-projecto-de-investigao.html>

A 22 de Junho de 2010.

**Berman, B.** (1982). *Como as crianças aprendem Matemática: redescobrimo os materiais manipulativos*. Tradução do artigo: “How children learn math:

manipulatives” publicado na Curriculum Review, volume 21, number 2, de Maio.

**Mottin, E.** (2004). *A utilização de material didático-pedagógico em ateliês de Matemática, para o estudo do teorema de Pitágoras*. Dissertação (Mestrado). Faculdade de Química. PUCRS, Porto Alegre, 116f.

**Bibliografia de obras literárias:**

**Azevedo, Edith D. M.** (1979). *Apresentação do trabalho Montessoriano*. In: Ver. de Educação & Matemática no. 3, p. 26 – 27

**Lorenzato, S.** (2006). *O LABORATÓRIO DE ENSINO DE MATEMÁTICA NA FORMAÇÃO DE PROFESSORES*. Brasil. Autores associados.

**NCTM,** (1989). *Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics*.(NORMAS PARA O CURRÍCULO E A AVALIAÇÃO EM MATEMÁTICA ESCOLAR, tradução APM, 1991).

**APM.** (1988). *Renovação do Currículo de Matemática*

**Piaget, J. A.**(1978). *Formação do Símbolo na Criança*. Rio de Janeiro. Zahar Editores,

**Piaget, J.**( 1988). *Psicologia e Pedagogia*. Rio de Janeiro. Forense Universitária,

**Sousa, A.** (2009). *Investigação em Educação*. Lisboa. Livros Horizonte.

## ÍNDICE DOS ANEXOS

Anexo 1 - Autorização do Encarregado de Educação	55
Anexo 2 - Planificação a Longo Prazo do 7.º Ano	56
Anexo 3 - Proposta de Trabalho N.º 1- Tarefa 1	58
Anexo 4 - Proposta de Trabalho N.º 4 - “Ábaco dos Inteiros”	59
Anexo 5 – Tarefa Investigativa da Raiz Quadrada e Quadrados Perfeitos	61
Anexo 6 – Tarefa Investigativa da Raiz Cúbica e Cubos Perfeitos	62
Anexo 7 - Slides para Execução da Construção de Triângulos Congruentes	63
Anexo 8 - Proposta de Trabalho dos Quadriláteros	67
Anexo 9 - Inquérito Feito aos Alunos do 7.º 5 e 7.º 6	70

## ANEXO 1 - AUTORIZAÇÃO DO ENCARREGADO DE EDUCAÇÃO

**Escola Básica 2.º e 3.º Ciclos de São Roque**

**Funchal, 03 de Novembro de 2010**

Exm.º (a) Sr. (a) Encarregado de Educação



No âmbito do Mestrado em Ensino da Matemática da Universidade da Madeira, estamos a desenvolver um estudo sobre os materiais didáticos, jogos de estratégia e portefólio na aprendizagem da Matemática em salas de aulas. Esta investigação visa encontrar e aprofundar métodos que incentivem a aprendizagem dos alunos.

Para este efeito, precisamos de observar e recolher dados sobre o trabalho desenvolvido pelos alunos nas aulas de Matemática especialmente preparadas neste sentido. A recolha de dados consistirá na observação, fotografias e gravação em vídeo e áudio dos trabalhos desenvolvidos nas aulas das turmas 5 e 6 do 7º ano ao longo do ano lectivo 2010/2011.

Como tal, solicitamos a sua autorização para procedermos à recolha dos dados acima descritos, comprometendo-nos desde já a garantir o anonimato dos alunos e a confidencialidade dos dados obtidos, que apenas serão usados no âmbito da nossa investigação. Agradecendo a colaboração de V. Ex.ª, pedimos que assine a declaração abaixo, devendo depois destacá-la e devolvê-la.

Com os melhores cumprimentos,

As mestrandas

O Presidente do Conselho Executivo

\_\_\_\_\_  
 \_\_\_\_\_  
 \_\_\_\_\_

(Célia Freitas)

(Dr. Nuno Gomes Jardim)

(Fátima Andrade)


(Marta José)

Declaro que autorizo o(a) meu (minha) educando(a) \_\_\_\_\_

Nº \_\_\_\_\_ Turma: \_\_\_\_\_ 7º Ano, a participar na recolha de dados conduzida pelas professoras estagiárias de Matemática, no âmbito da sua dissertação de Mestrado.

Data: \_\_\_\_\_ Assinatura: \_\_\_\_\_

## ANEXO 2 - PLANIFICAÇÃO A LONGO PRAZO DO 7.º ANO

	<b>ESCOLA BÁSICA DOS 2.º E 3.º CICLOS DE SÃO ROQUE</b> <b>ANO LECTIVO 2010/2011</b> <b>Planificação a Longo Prazo</b>
---	---

Disciplina	Matemática	Grupo Disciplinar	500	Ano	7º ano
------------	------------	-------------------	-----	-----	--------

Período	Competências Gerais da disciplina	Conteúdos Programáticos	Tempo Lectivos
1.º	<ul style="list-style-type: none"> <li>A compreensão global dos números e das operações e a sua utilização de maneira flexível para fazer julgamentos matemáticos e desenvolver estratégias úteis de manipulação dos números e das operações;</li> <li>O reconhecimento e a utilização de diferentes formas de representação dos elementos dos conjuntos numéricos, assim como as propriedades das operações nesses conjuntos;</li> <li>A aptidão para efectuar cálculos mentalmente, com os algoritmos de papel e lápis ou usando a calculadora, e decidir qual dos métodos é apropriado à situação;</li> <li>A predisposição para procurar e explorar padrões numéricos em situações matemáticas e não matemáticas e o gosto por investigar relações numéricas, nomeadamente em problemas envolvendo divisores e múltiplos de números ou implicando processos organizados de contagem;</li> <li>A aptidão para operar com potências.</li> </ul>	<b>Números naturais</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>Múltiplos e divisores.</li> <li>Critérios de divisibilidade por 2,3,4,5,9 e 10</li> <li>Números primos e números compostos</li> <li>Decomposição de um número em factores primos</li> <li>Mínimo múltiplo comum e máximo divisor comum de dois números</li> </ul> <b>Números inteiros</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>Noção de número inteiro e representação na recta numérica</li> <li>Valor absoluto ou Módulo</li> <li>Números Simétricos</li> <li>Comparação e ordenação</li> <li>Adição e subtração de números inteiros relativos</li> <li>Multiplicação de números inteiros relativos</li> <li>Propriedades da multiplicação de números inteiros</li> <li>Divisão de números inteiros</li> <li>Potência de base inteira e expoente natural</li> <li>Operações com potências</li> <li>Raiz quadrada</li> <li>Raiz cúbica</li> </ul>	4 blocos
			17 blocos
1.º	Testes de avaliação / actividades de avaliação Correção dos testes de Avaliação Autoavaliação/ Actividades		2 blocos 2 blocos 1 bloco

Ano lectivo 2010/2011

Página 1 de 4

Total de Blocos Previstos	26 blocos
Observações:	

Período	Competências Gerais da disciplina	Conteúdos Programáticos	Tempo Lectivos
2.º	<ul style="list-style-type: none"> <li>A predisposição para procurar padrões e regularidades e para formular generalizações em situações diversas, nomeadamente em contextos numéricos e geométricos;</li> <li>A aptidão para analisar as relações numéricas de uma situação, explicitá-las em linguagem corrente e representá-las através de diferentes processos, incluindo o uso de símbolos.</li> <li>A aptidão para usar equações como meio de representar situações problemáticas e para resolver equações, assim como para realizar procedimentos algébricos simples;</li> <li>A aptidão para concretizar, em casos particulares, relações entre variáveis e fórmulas e para procurar soluções de equações simples.</li> <li>A compreensão do conceito de função e das facetas que pode apresentar, como correspondência entre conjuntos e como relação entre variáveis;</li> <li>A aptidão para representar relações funcionais de vários modos e passar de uns tipos de representação para outros, usando regras verbais, tabelas, gráficos e expressões algébricas e recorrendo, nomeadamente, à tecnologia gráfica;</li> <li>A sensibilidade para entender o uso de funções como</li> </ul>	<b>Sequências e regularidades</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>Sequência numérica</li> <li>Termo geral de uma sequência numérica</li> <li>Representação do termo geral de uma sequência.</li> </ul> <b>Equações</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>Simbologia em álgebra</li> <li>Simplificação de expressões com letras</li> <li>Noção de equação</li> <li>Solução de uma equação</li> <li>Equações equivalentes</li> <li>Resolução de equações</li> <li>Classificação de equações</li> <li>Equações com parênteses</li> <li>Resolução de problemas</li> </ul> <b>Funções</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>Conceito de função</li> <li>Domínio, contradomínio e conjunto de chegada</li> <li>Gráfico Cartesiano</li> <li>Modos de representação de uma função: gráfico, tabela e expressão algébrica</li> <li>Proporcionalidade directa como função</li> <li>Gráfico da função <math>x \rightarrow kx</math></li> </ul>	3 blocos
			9 blocos
			9 blocos

Ano lectivo 2010/2011

Página 2 de 4

	modelos matemáticos de situações do mundo real, em particular nos casos em que traduzem relações de proporcionalidade directa.	
2.º	Testes de avaliação / actividades de avaliação	2 blocos
	Correcção dos testes de Avaliação	2 blocos
	Autoavaliação/ Actividades	1 blocos
	Total de Blocos Previstos	26 blocos
Observações:		

Período	Competências Gerais da disciplina	Conteúdos Programáticos	Tempo Lectivos
3.º	<ul style="list-style-type: none"> <li>• A aptidão para realizar construções geométricas e para reconhecer e analisar propriedades de figuras geométricas, nomeadamente ângulos, triângulos e quadriláteros, recorrendo a materiais manipuláveis e a software geométrico;</li> <li>• A aptidão para utilizar a visualização e o raciocínio espacial na análise de situações e na resolução de problemas;</li> <li>• A aptidão para visualizar e descrever propriedades e relações geométricas, através da análise e comparação de figuras, para fazer conjecturas e justificar os seus raciocínios.</li> <li>• A compreensão do conceito de forma de uma figura geométrica e o reconhecimento das relações entre elementos de figuras semelhantes;</li> <li>• A aptidão para resolver problemas geométricos, através de construções, nomeadamente envolvendo a semelhança de triângulos, assim como para justificar os processos utilizados;</li> <li>• A tendência para procurar invariantes em figuras geométricas e para utilizar modelos geométricos na resolução de problemas reais.</li> </ul>	<b>Ângulos: amplitude e medição</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Ângulos verticalmente opostos</li> <li>• Ângulos complementares e suplementares</li> <li>• Ângulos alternos internos</li> </ul>	1 bloco
		<b>Triângulos e quadriláteros</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Propriedades, classificação e construção de quadriláteros.</li> <li>• Propriedades do paralelogramo. Área do paralelogramo.</li> <li>• Soma dos ângulos internos e externos de um triângulo</li> <li>• Congruência de triângulos</li> </ul>	11 blocos
		<b>Semelhança</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Noção de semelhança</li> <li>• Semelhança de triângulos</li> <li>• Ampliação e redução de um polígono</li> <li>• Polígonos semelhantes</li> <li>• Escalas</li> </ul>	6 blocos

Página 3 de 4

Ano lectivo 2010/2011

3.º	<ul style="list-style-type: none"> <li>• A predisposição para recolher e organizar dados relativos a uma situação para os representar de modos adequados, nomeadamente através de tabelas e gráficos e utilizando as novas tecnologias;</li> <li>• A aptidão para ler e interpretar tabelas e gráficos à luz das situações a que dizem respeito e comunicar os resultados das interpretações feitas;</li> <li>• A compreensão da noção de frequência absoluta e relativa assim como a aptidão para calcular estas frequências em situações simples;</li> <li>• A compreensão das noções de moda, média aritmética e mediana, bem como a aptidão para determiná-las e para interpretar o que significam em situações concretas;</li> <li>• A sensibilidade para decidir quais das medidas de tendência central são mais adequadas para caracterizar uma dada situação;</li> <li>• A aptidão para comparar distribuições com base nas medidas de tendência central e numa análise da dispersão dos dados;</li> <li>• O sentido crítico face à apresentação tendenciosa de informação sob a forma de gráficos enganadores e a afirmações baseadas em amostras não representativas.</li> </ul>	<b>Representação e interpretação de dados</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Distinção da natureza dos dados: qualitativos e quantitativos (discreta e contínua)</li> <li>• Tabelas de frequências absolutas e relativas</li> <li>• Gráfico de linha e Gráfico circular (recordar)</li> <li>• Diagrama de caule-e-folhas.</li> <li>• Extremos e amplitude.</li> </ul>	3 blocos
		<b>Tratamento de dados</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Organização, análise e interpretação de dados – histograma</li> <li>• Medidas de localização: média, mediana, moda e quartis</li> <li>• Medidas de dispersão: amplitude e amplitude interquartis</li> <li>• Discussão de resultados</li> </ul>	7 blocos
		Testes de avaliação / actividades de avaliação Correcção dos testes de Avaliação Autoavaliação/ Actividades Total de Blocos Previstos	2 blocos 2 blocos 1 blocos 33 blocos
Observações:			
<p>Uma vez que a reestruturação introduzida simultaneamente no 5.º e 7.º ano irá implicar leccionar conteúdos que passaram a fazer parte do 2.º ciclo, no 7.º ano de escolaridade, será impossível o cumprimento do programa neste ano lectivo, e possivelmente no próximo. Por esta razão os docentes acham necessário, como forma de minimizar este problema, utilizar algumas aulas de Estudo Acompanhado ao longo do Ano lectivo. Acrescentamos ainda que no terceiro período estão previstos 15 blocos, no entanto para leccionar todos os conteúdos previstos são necessários 33 blocos.</p>			

Página 4 de 4

Ano lectivo 2010/2011

## ANEXO 3 - PROPOSTA DE TRABALHO N.º 1- TAREFA 1



## Escola do 2.º e 3.º Ciclos de São Roque

Matemática 7.º ano

## Proposta de trabalho nº 1

Unidade temática: Os Números Inteiros

Nome: \_\_\_\_\_

**Tarefa 1****Nota:** Responde a todas as questões seguintes numa folha A<sub>4</sub> quadriculada.

3. Com os 12 quadrinhos, constrói todos os rectângulos diferentes que forem possíveis.
  - 3.1. Esquematiza-os, numa folha e indica as suas dimensões.
  - 3.2. Os números 1, 2, 3, 4, 6 e 12 são divisores de 12. Explica porquê.
4. Com os 24 quadrinhos, quantos rectângulos diferentes podemos construir?
  - 4.1. Esquematiza-os e indica as suas dimensões.
  - 4.2. Tenta descobrir quais os divisores de 24. Explica a tua resposta.
5. Determina os divisores de 30. Explica o teu raciocínio, utilizando palavras, desenhos ou cálculos.
6. Se tivesses 13 quadrinhos, quantos rectângulos diferentes é possível construíres? Esquematiza a tua resposta.
  5. Encontra números menores que 13 **que só permitam construir um rectângulo**. Indica-os e esquematiza os respectivos rectângulos.
  6. Alguns dos números, que encontraste na alínea anterior, designam-se por **números primos**.
    - 6.1 Identifica-os e tenta explicar o porquê dessa designação.
    - 6.2 Faz uma pesquisa na internet ou no teu manual para confirmares a tua justificação.
7. Os números 12, 24, e 30, designam-se por **números compostos**.
  - 7.1 Tenta explicar o porquê desta designação.
  - 7.2 Faz uma pesquisa na internet ou no teu manual para confirmares a tua justificação.
8. Tendo em conta os resultados obtidos na questão 1, 2, 3, 4 e 5, verifica se existe alguma semelhança entre os divisores dos diferentes números. Que conclusão podes tirar?

Adaptado do: *Projecto Construindo o Êxito em Matemática* – projecto de formação continua para professores de Matemática 2.

## ANEXO 4 - PROPOSTA DE TRABALHO N.º 4 - “ÁBACO DOS INTEIROS”

## Escola do 2.º e 3.º Ciclos de São Roque

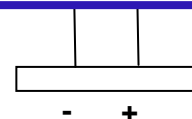
Matemática 7º Ano

Proposta de trabalho n.º 4

Unidade temática: Números inteiros

Nome: \_\_\_\_\_

## Ábaco dos Inteiros



*O esboço do material foi retirado de um artigo de*

*M. Dirks(1984), intitulado “The integer Abacus”,*

*mas não existia nenhum exemplar construído desta sugestão.*

O ábaco (lat. Abacus), foi uma máquina de calcular usada por vários povos da antiguidade. Foi inventado pelos romanos, mas adoptado e desenvolvido por muitos povos depois em que foi a base fundamental da vida comercial e financeira durante milénios.

No ábaco dos inteiros que vais trabalhar considera as argolas **verdes** números inteiros **positivos** e as argolas **Vermelhas** números inteiros **negativos**.

O ábaco é constituído por duas hastes, uma para colocar as argolas verdes e outra haste para colocar as argolas vermelhas.

Com o ábaco, podemos representar vários números diferentes.

Para fazer isso correctamente precisamos prestar atenção a três regras:

- I. **Uma argola na haste positiva representa uma unidade positiva;**
- II. **Uma argola na haste negativa representa uma unidade negativa;**
- III. **Uma argola na haste positiva “anula” uma argola na haste negativa**


**Lê com atenção todas as questões, responde no caderno e faz todas as representações.**

1. Que número estará representado no Ábaco se:

- 1.1. Colocares 2 argolas verdes.
- 1.2. Colocares 5 argolas verdes e 2 argolas vermelhas.
- 1.3. Colocares 2 argolas vermelhas.
- 1.4. Colocares 4 argolas verdes e 8 argolas vermelhas.
- 1.5. Não colocares qualquer argola.
- 1.6. Colocares de 7 argolas verdes e 7 argolas vermelhas?

- 1.6.1.** Se for acrescentada, em ambas as hastes, a mesma quantidade de argolas verdes e argolas vermelhas à alínea anterior o resultado final mudaria? Porquê?
- 1.6.2.** Descobre outras formas diferentes de representar o resultado anterior. Regista-as.
- 1.6.3.** Qual a relação existente entre os números representados em cada haste? O que podes concluir?
5. Representa, no ábaco, os números +2, +5, -3 e -5, de diferentes formas e regista-as no teu caderno.
- 5.1** Que estratégia utilizaste para descobrir as diferentes representações do mesmo números? Utilizaste a mesma estratégia desde o início?
6. Traduz para linguagem Matemática cada uma das situações que se seguem e averigua o resultado final com a ajuda do ábaco dos inteiros.
- 3.1.** Coloca, no ábaco, 3 argolas verdes e junto 2 argolas verdes.  
**3.2.** Coloca, no ábaco, 4 argolas verdes e junto 3 argolas vermelhas.  
**3.3.** Coloca, no ábaco, 5 argolas vermelhas e junto 2 argolas verdes.  
**3.4.** Coloca, no ábaco, 2 argolas vermelhas e junto 3 argolas vermelhas.  
**3.5.** Coloca, no ábaco, 6 argolas vermelhas e junto 8 argolas verdes.  
**3.6.** Coloca, no ábaco, 2 argolas verdes e junto 4 argolas vermelha.  
**3.7.** Coloca, no ábaco, 10 argolas vermelhas e junto 4 argolas verdes.  
**3.8.** Coloca, no ábaco, 12 argolas verdes e junto 14 argolas vermelhas.  
**3.9.** Coloca, no ábaco, 8 argolas vermelhas e junto 8 argolas verdes.  
**3.10.** Coloca, no ábaco, 2 argolas verdes e junto 2 argolas vermelhas.
7. Analisando os resultados obtidos nas questões anteriores, explica:
- 4.1.** o que acontece quando juntamos argolas da mesma cor?  
**4.2.** o que acontece quando juntamos argolas de cores diferentes?
8. Efectua, no ábaco, as seguintes adições:
- 5.1.**  $(+8) + (+4) = \underline{\quad}$  **5.2.**  $(-3) + (-7) = \underline{\quad}$  **5.3.**  $(+3) + (-7) = \underline{\quad}$   
**5.4.**  $(+6) + (+2) = \underline{\quad}$  **5.5.**  $(-8) + (-5) = \underline{\quad}$  **5.6.**  $(+9) + (-6) = \underline{\quad}$   
**5.7.**  $(+9) + (+3) = \underline{\quad}$  **5.8.**  $(-6) + (-4) = \underline{\quad}$  **5.9.**  $(+6) + (-8) = \underline{\quad}$   
**5.10.**  $(+17) + (+11) = \underline{\quad}$  **5.11.**  $(-13) + (-8) = \underline{\quad}$  **5.12.**  $(+10) + (-6) = \underline{\quad}$
9. Descobre o quadrado em branco com números inteiros relativos. Se tiveres dificuldade, usa o ábaco.
- 6.1.**  $(+4) + \square = -5$  **6.2.**  $(-6) + \square = -2$  **6.3.**  $\square + (+1) = +8$   
**6.4.**  $(-12) + \square = -14$  **6.5.**  $(-7) - \square = -3$  **6.6.**  $(+11) + \square = 0$
10. Efectua, no ábaco, as adições sucessivas:
- 7.1.**  $(+2) + (+3) + (+1) = \underline{\quad}$  **7.2.**  $(-2) + (+2) + (-5) = \underline{\quad}$   
**7.3.**  $(+2) + (-3) + (+4) + (-1) = \underline{\quad}$  **7.4.**  $(-6) + (+2) + (-1) = \underline{\quad}$   
**7.5.**  $(+7) + (-3) + (-2) = \underline{\quad}$  **7.6.**  $(+5) + (-9) + (-5) + (+7) = \underline{\quad}$
- Explica as estratégias que utilizaste nas alíneas anteriores.

## ANEXO 5 – TAREFA INVESTIGATIVA DA RAIZ QUADRADA E QUADRADOS PERFEITOS

<p><b>Escola do 2.º e 3.º Ciclos de São Roque</b> Tarefa de investigação nº 2</p> <p><b>Unidade temática:</b> Números inteiros    <b>Nome:</b> _____</p> <p><b>Conteúdo:</b> Quadrados perfeitos    <b>Turma:</b> ___    <b>Data:</b> __/__/__</p> <p>Raiz quadrada Sequências e regularidades</p>	
--	---

Construção de quadrados com 20 quadradinhos


1. Com 20 quadradinhos unitários, quantos quadrados diferentes é possível construir?
2. Quantos quadradinhos precisarão para formar o próximo quadrado?
3. Qual é a área de cada um dos quadrados obtidos?
4. Qual a relação entre a área do quadrado obtido e o seu lado?
5. Será que com 40 quadradinhos podemos formar um quadrado e não sobrar quadradinhos?
6. Há algum quadrado de área 169, e cuja medida do lado seja um número natural?
7. Escreve a sequência dos primeiros números que correspondem às áreas cuja medida do lado do quadrado é um número natural, ou seja, a sequência dos números correspondentes às áreas dos vários quadrados possíveis de serem construídos.
8. Os números encontrados no ponto anterior são chamados quadrados perfeitos.

Tenta explicar porquê.

**Adaptado da situação 1 da tarefa elaborada pelo projecto CEM**



## ANEXO 6 – TAREFA INVESTIGATIVA DA RAIZ CÚBICA E CUBOS PERFEITOS

<p><b>Escola do 2.º e 3.º Ciclos de São Roque</b> Tarefa de investigação nº 4</p> <p><b>Unidade temática:</b> Números inteiros    <b>Nome:</b> _____</p> <p><b>Conteúdo:</b> Cubos perfeitos    <b>Turma:</b> ____    <b>Data:</b> __/__/__</p> <p>Raiz cúbica Sequências e regularidades</p>	
---	---


1. Com 27 cubos unitários, quantos **cubos diferentes** é possível construir?
2. Quantos cubos unitários precisarão para formar o próximo cubo?
3. Qual é o volume de cada um dos cubos obtidos nas questões anteriores?
4. Qual a relação que existe entre o volume e a aresta do um cubo?
5. Será que podemos formar um cubo com 115 cubos unitários?
6. Há algum cubo com 729 cubos unitários, cuja medida da aresta é um número natural?
7. Escreve a sequência dos primeiros números que correspondem aos volumes cuja medida da aresta do cubo é um número natural.
8. Fazendo um paralelo com o que aprendeste relacionado com os quadrados perfeitos e raiz quadrada de um número, consegues fazer uma analogia para os números encontrados na sequência anterior? Como se designam esses números?

**Adaptado da situação 2 – Construção de cubos com cubos unitários, da tarefa elaborada pelo Projecto CEM**



## ANEXO 7 - SLIDES PARA EXECUÇÃO DA CONSTRUÇÃO DE TRIÂNGULOS CONGRUENTES

### Slides do Projecto CEM



Slide 1: Title slide for 'CRITÉRIOS DE CONGRUÊNCIA DE TRIÂNGULOS'. The slide features a vertical decorative bar on the left with blue circles of varying sizes, one of which contains the number '1'. The title is centered in a large, blue, serif font. In the top right corner, there is a circular logo with the text 'construindo o êxito em matemática' and 'CEM' in the center.

# CRITÉRIOS DE CONGRUÊNCIA DE TRIÂNGULOS

### **Triângulo Azul:**

**Na folha de cartolina azul constrói e recorta um triângulo a partir do comprimento de três segmentos de recta. Utiliza para o comprimento dos lados do triângulo segmentos de recta cujas medidas são 9 cm, 15 cm e 18 cm.**



### **Triângulo Vermelho:**

Na folha de cartolina vermelha constrói e recorta um triângulo a partir da amplitude dos seus três ângulos. Considera para a tua construção os ângulos:  $\hat{A} = 90^\circ$ ;  $\hat{B} = 60^\circ$ ;  $\hat{C} = 30^\circ$ .

3



### **Triângulo Verde:**

Na folha de cartolina verde constrói e recorta um triângulo a partir do comprimento de dois segmentos de recta e da amplitude do ângulo por eles formado. Utiliza para comprimento dos lados do triângulo segmentos de recta cujas medidas são 8 cm e 15 cm. O ângulo formado por esses lados tem de amplitude  $30^\circ$ .

4



### Triângulo Amarelo:

Na folha de cartolina amarela constrói e recorta um triângulo a partir do comprimento de um segmento de recta de 10 cm e da amplitude de dois ângulos, um de  $30^\circ$  e outro de  $60^\circ$ , que têm esse segmento como lado comum.

5



Quando é que dois triângulos  
são congruentes?

6



- 1. Será que dois triângulos com os três lados congruentes são sempre congruentes?**
- 2. Será que dois triângulos com os três ângulos congruentes são sempre congruentes?**
- 3. Dois lados de um triângulo e um ângulo formado por eles são congruentes aos elementos correspondentes de outro triângulo. Nestas condições os triângulos são sempre congruentes?**

7



- 4. Dois lados de um triângulo e um ângulo não formado por eles são congruentes aos elementos correspondentes de outro triângulo. Nestas condições os triângulos são sempre congruentes?**
- 5. Dois ângulos de um triângulo que têm um lado comum são congruentes com os elementos correspondentes de outro triângulo. Nestas condições os triângulos são sempre congruentes?**

8

## ANEXO 8 - PROPOSTA DE TRABALHO DOS QUADRILÁTEROS



### Escola do 2º e 3º Ciclos de São Roque

Ano Lectivo 2010/2011

Matemática 7º ano Turma: 5

### Proposta de trabalho n.º 22

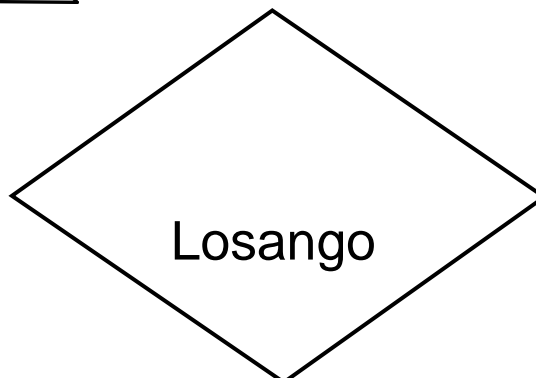
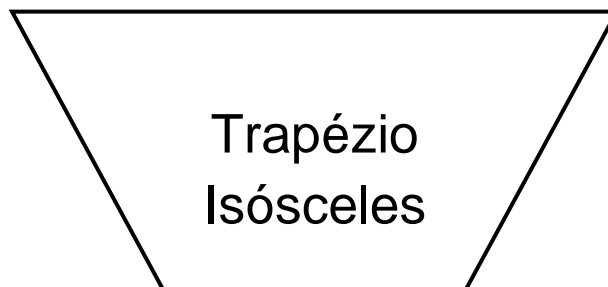
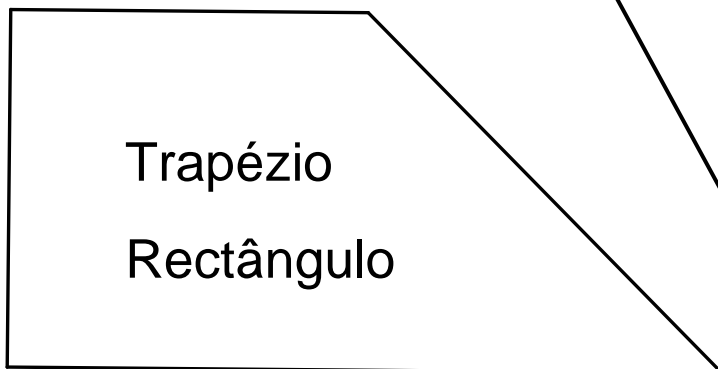
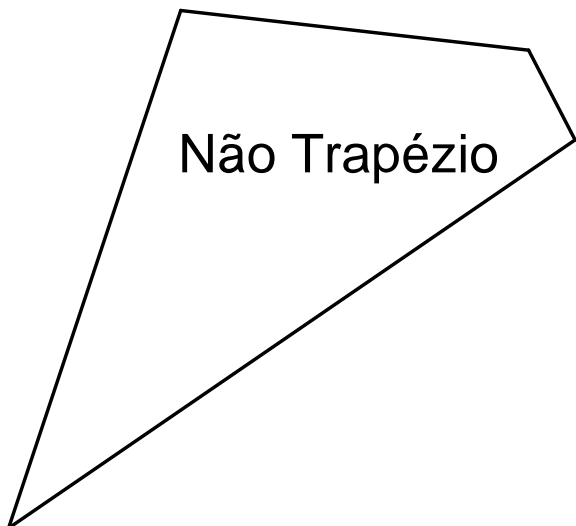
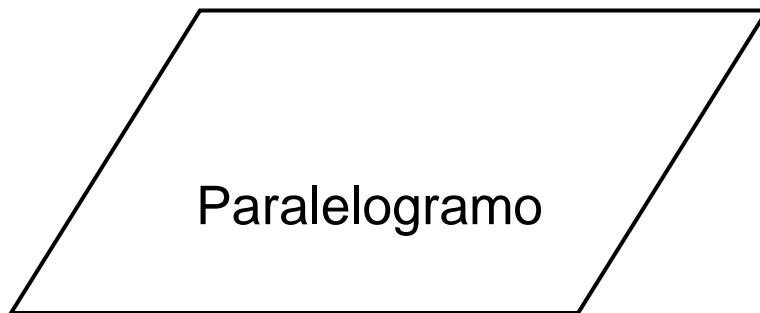
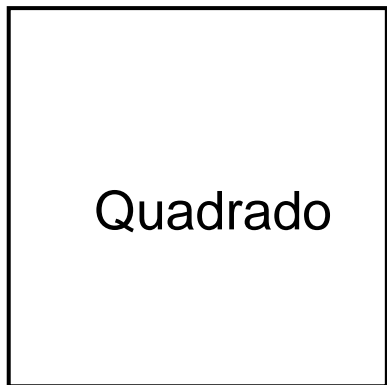
*A professora da Mariana pediu à turma que observasse figuras geométricas que lhes entregou em cartolina e sugeriu que as agrupassem tendo em atenção determinadas propriedades. Ajuda a Mariana.*

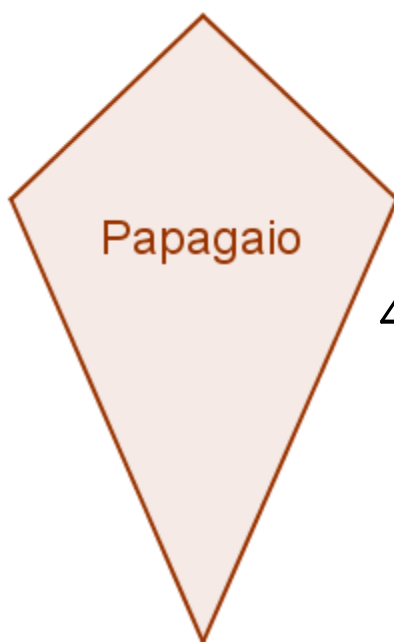
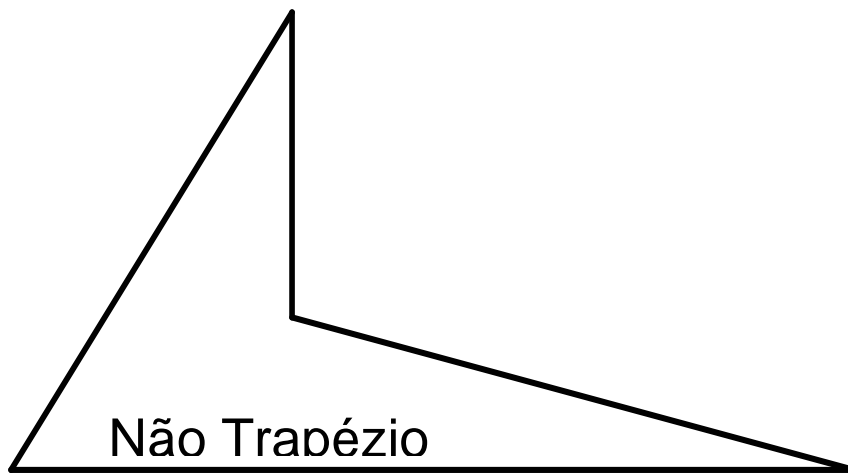
1. Observa os polígonos que te foram entregues e indica uma característica comum a todos eles. Como podemos denominá-los?
2. Analisa cada figura e preenche a tabela abaixo?

Quadriláteros	Paralelismo entre os lados	Congruência entre os lados	Ângulos	Eixos de Simetria
Paralelogramo				
Rectângulo				
Losango				
Quadrado				
Papagaio				
Não Trapézio				
Trapézio escaleno				
Trapézio rectângulo				
Trapézio isósceles				

3. Agrupa os quadriláteros tendo em atenção as características comuns. Justifica a tua escolha.
4. Tenta elaborar um esquema de modo a organizares os quadriláteros de acordo com as suas características.
5. Indica a posição relativa (Oblíquas ou perpendiculares) e compara o comprimento (igual ou diferente) das diagonais dos diferentes quadriláteros que conheces.
6. Escolhe um dos quadriláteros. Determina a soma das amplitudes dos seus ângulos internos. Qual o valor que obtiveste?
  - 6.1. Escolhe outro quadrilátero e verifica se a conjectura obtida anteriormente se verifica.
  - 6.2. O que podes dizer acerca das somas das amplitudes dos ângulos internos de um quadrilátero?
7. Tenta demonstrar a conjectura que escreveste na alínea anterior. (sugestão: Traça uma das diagonais do quadrilátero).

Adaptado de: Projecto Construindo o Êxito em Matemática - Projecto de formação continua para professores de Matemática 3.º ciclo - 2010/2011. *Propostas Quadriláteros e Ângulos* (Situação 3: ângulos internos de um triângulo). Pereira, P. P. & Pimenta, P. (2010). *XIS Matemática - 7.º ano. Geometria*. Texto Editores, Lda. Lisboa.





## ANEXO 9 - INQUÉRITO FEITO AOS ALUNOS DO 7.º 5 E 7.º 6



## Escola do 2.º e 3.º Ciclos de São Roque

Matemática 7.º Ano

### Inquérito

Ao longo do ano lectivo nas aulas de Matemática tu realizaste tarefas com ajuda de alguns materiais manipuláveis, tais como:

- Quadrinhos em cartolina na primeira unidade para a matéria dos divisores;
- O “Ábaco dos Inteiros” para darem as operações aritméticas com os números inteiros relativos;
- Quadrinhos em cartolina na proposta de trabalho da raiz quadrada, e os cubos na da raiz cúbica;
- Construção dos triângulos quando deram a congruência de triângulos;
- Os Quadriláteros cortados para completarem também uma proposta de trabalho, onde foi possível explorarem as propriedades dos quadriláteros.

Responde às seguintes questões o mais verdadeiro possível e não precisas de te identificar.

1. Que achaste das aulas em que trabalhaste em grupo?  
\_\_\_\_\_
2. Achas que os materiais manipuláveis te ajudaram atirar conclusões ao longo da resolução da proposta de trabalho feitas pelas professoras?  
\_\_\_\_\_
3. As propostas de trabalho em que utilizaste os materiais acima referidos foram mais fáceis de fazer? Justifica.  
\_\_\_\_\_
4. Gostas de trabalhar em grupo?  
\_\_\_\_\_
5. Achas importante discutir ideias com os teus colegas?  
\_\_\_\_\_
6. Gostas de trabalhar em grupo ou individualmente? Justifica.  
\_\_\_\_\_
7. Gostaste de escrever as conclusões para depois discutir com os colegas no fim da aula?  
\_\_\_\_\_
8. As discussões no fim de cada proposta de trabalho ajudaram-te a perceber melhor a matéria?  
\_\_\_\_\_
9. Diz quais dos materiais manipuláveis acima referidos é que gostaste mais de trabalhar? (podes por mais de 1)  
\_\_\_\_\_