

Atividades Investigativas

Abordagem investigativa na aprendizagem da Matemática

RELATÓRIO DE ESTÁGIO DE MESTRADO

Sara Raquel Perestrelo Côrte

Mestrado em Ensino de Matemática
No 3º Ciclo do Ensino Básico Secundário

Atividades Investigativas
Abordagem investigativa na aprendizagem
da Matemática

RELATÓRIO DE ESTÁGIO DE MESTRADO

Sara Raquel Perestrelo Côrte

MESTRADO EM ENSINO DA MATEMÁTICA
NO 3º CICLO DO ENSINO BÁSICO E SECUNDÁRIO

ORIENTAÇÃO
Elsa Maria dos Santos Fernandes

Resumo

Este trabalho surge no âmbito do Mestrado no Ensino da Matemática no 3º Ciclo do Ensino Básico e Secundário, lecionado na Universidade da Madeira no ano letivo de 2011/2012 e tem como objetivo, estudar a prática das atividades investigativas em contexto de sala de aula e assim compreender de que forma estas contribuem para a aprendizagem da matemática. Uma vez que o ensino baseado na mecanização de conceitos pode inibir o desenvolvimento do pensamento dos alunos, como contribuir para uma atitude negativa em relação a esta disciplina, consideramos pertinente a realização deste estudo, onde as atividades de investigação constituem uma ferramenta matemática fundamental para a aquisição e desenvolvimento do espírito crítico, tão necessário na sociedade em que estão inseridos. Faremos em primeiro lugar, uma abordagem teórica, onde se identifica o conceito e os objetivos deste tipo de atividades, passando então para o estudo particular da aplicação destas atividades nas turmas lecionadas no referido ano letivo. Centramo-nos sobretudo no aluno, como agente ativo da sua própria aprendizagem e no professor, como um agente de inovação curricular, onde o seu trabalho se baseia numa abordagem metodológica inovadora do ensino-aprendizagem.

Palavras-chave: atividades investigativas, ensino, aprendizagem, professor, aluno.

Abstract

This report is prepared within the scope of the Masters in Teaching Mathematics in the 3rd Cycle of Basic and Secondary Education, taught at the University of Madeira in the academic year 2011/2012, and aims to study the practice of investigative activities in a classroom context and well understand how they contribute to the learning of mathematics. Since the teaching of concepts based on mechanization can inhibit the development of the thinking of students, as contributing to a negative attitude to this subject, we consider this as relevant to the study. A study where the research activities constitute a fundamental mathematical tool to the acquisition and development of critical thinking – a must in society to which they belong. At first, we will make a theoretical approach, where the concept and objectives of such activities are identified, followed by a specific study of the implementation of these activities in classes taught in that school year. Our focus was primarily on the student as an active participant of their own learning, and on the teacher as a participant of curricular innovation, where his work is based on an innovative methodological approach of teaching and learning.

Keywords: research activities, teaching, learning, teacher, student.

Agradecimentos

À Professora Doutora Elsa Fernandes, diretora do mestrado e orientadora científica do estágio, pelo seu elevado profissionalismo, dedicação e pela forma justa e humana como sempre nos tratou, sem nunca deixar de lado a parte pessoal e afetiva. Pelas bases que me foram proporcionadas no primeiro ano deste mestrado através da sua ideologia pedagógica e que me mostraram uma nova e aliciante forma de ver o ensino-aprendizagem da matemática.

À Dra. Sónia Abreu, orientadora cooperante, pela sua dedicação e força de vontade para com os alunos, colocando-os sempre em primeiro lugar. Pela sua paciência e disponibilidade no esclarecimento das nossas dúvidas, pela sua frontalidade na forma como nos chamava a atenção, pela sua compreensão nas questões pessoais e acima de tudo pelos seus ensinamentos de forma crítica e perspicaz e que alterou completamente a minha visão sobre esta disciplina.

Aos alunos da turma seis do 7º ano, da turma um do 8º ano e da turma dois do 8º ano, pois foram a fonte da minha inspiração e a razão pela qual tive vontade de melhorar o meu trabalho. Pelos momentos em que partilhamos conhecimentos, sorrisos, pelos seus comentários carinhosos e motivadores. Pela manifestação de descontentamento por não os acompanharmos no terceiro período.

Aos meus estimados colegas de estágio e amigos, Luís e Mariana, pelo espírito de união e equipa que caracterizava o nosso grupo e que me fizeram ultrapassar as várias etapas deste mestrado. Pelas longas tardes de trabalho na nossa “salinha de estágio” onde partilhamos conhecimentos, experiências, alegrias e também algumas tristezas. Sem esquecer também o outro grupo, Marta, Frederico e Leonarda, com quem partilhamos a “salinha de estágio” e muitos bons momentos.

À minha família e amigos que de uma forma ou outra me proporcionaram a força, o carinho e a vontade de seguir em frente numa fase tão importante da minha vida profissional.

Por fim, à minha querida mãe que me faz tanta falta, embora não estando presente continua a ser a pessoa mais importante da minha vida, pois sem ela não chegaria onde cheguei e por ela termino este mestrado e a ela dedico este trabalho.

Sara Côrte

Sumário

1. Introdução	11
2. Visão global da prática de ensino supervisionada	13
2.1. Descrição das unidades temáticas e estratégias adotadas no 7.º ano	15
2.2. Descrição das unidades temáticas e estratégias adotadas no 8.º ano	19
3. Fundamentação Teórica	25
3.1. A investigação na escola	25
3.2. O que é uma atividade investigativa?.....	26
3.3. As atividades investigativas na aprendizagem da matemática	29
3.4. A preparação das aulas de investigação e o papel do professor	30
4. Metodologia	33
4.1. Objeto e natureza do estudo	33
4.2. Atividades realizadas.....	34
4.2.1. Critérios de Congruência de Triângulos.....	35
4.2.2. Organização e Tratamento de Dados – Matemática e Cidadania	36
4.2.3. Multiplicação de polinómios	37
4.3. Recolha e registo dos dados	39
5. Análise dos Dados	41
5.1. Critérios de Congruência de Triângulos.....	41
5.2. Organização e Tratamento de Dados – Matemática e Cidadania.....	49
5.3. Multiplicação de Polinómios.....	55

5.4. Análise das “entrevistas informais”	62
6. Considerações Finais	66
8. Anexos	71
8.1. Anexo I.....	72
8.2. Anexo II	74
8.3. Anexo III	76
8.4. Anexo IV	79

Índice de Figuras

Figura 1: Construção dos triângulos	43
Figura 2: Resposta do grupo A	45
Figura 3: Resposta do grupo B	45
Figura 4: Resposta do grupo C	45
Figura 5: Resposta do grupo A	46
Figura 6: Resposta do grupo B	46
Figura 7: Resposta do grupo C	46
Figura 8: Resposta do grupo A	47
Figura 9: Resposta do grupo B	47
Figura 10: Resposta do grupo C	48
Figura 11: Pesquisa sobre os temas	50
Figura 12: Exploração do material	56
Figura 13: Resposta do grupo A	58
Figura 14: Resposta do grupo B	59
Figura 15: Resposta do grupo C	60

Figura 16: Resposta do grupo C	61
Figura 17: Resposta do aluno JA.....	63
Figura 18: Resposta do aluno JP	63
Figura 19: Resposta do aluno D	63
Figura 20: Resposta do aluno V	63
Figura 21: Resposta do aluno JC	64
Figura 22: Resposta do aluno JA.....	64
Figura 23: Resposta do aluno V	65
Figura 24: Resposta do aluno JC	65

1. Introdução

A curiosidade é uma característica da personalidade de qualquer criança e, antes da idade escolar, estas adquirem os seus conhecimentos através da exploração e investigação do mundo que as rodeia. É um facto que a escola é essencial para o seu desenvolvimento pessoal e mental, contudo, não deixa de ser verdade que com o passar do tempo esse espírito investigativo tende a desaparecer e, a criança em vez de aprender fazendo, aprende ouvindo e observando, o que implica uma atitude passiva, fazendo com que duvidem pouco do que lhes é dito.

Ora, no mundo em que vivemos é essencial o espírito crítico e inovador. É importante manter e desenvolver estas atitudes para que integrem e sejam parte integrante da sociedade.

Na tentativa de uma mudança da metodologia tradicional de ensino, as atividades de investigação em contexto de sala de aula constituem uma ferramenta importante para manter vivo o espírito criativo da criança. As aulas deixam de ser centradas no professor e ao aluno é dada a possibilidade de descobrir, refletir, debater e justificar os conteúdos.

Começaremos então por fazer uma reflexão sobre a prática de ensino supervisionada, onde se mostra todo o percurso e trabalho realizado, bem como as estratégias e metodologias mais importantes adotadas pelo grupo de estágio.

Segue-se uma análise teórica ao tema deste estudo, onde se dará a conhecer, em primeiro lugar, a vertente investigativa nas escolas, em seguida, o que se entende por atividade investigativa, de que forma a investigação pode contribuir para a aprendizagem e por último, como se devem preparar as aulas de investigação e qual o papel do professor.

Após a análise generalista do que representa a investigação na escola, passaremos para a análise do alvo principal deste trabalho, ou seja, as investigações em contexto de sala de aula e como ferramenta de aprendizagem. Como tal, faremos uma breve revisão de literatura onde se apresentam algumas definições de atividade investigativa, passando para o estudo dos resultados que este tipo de atividades possa ter na aprendizagem do aluno.

E para complementar e concluir esta análise teórica, abordaremos finalmente o papel do professor no decorrer destas atividades bem como a preparação das aulas que dará origem a estas.

Em seguida daremos início à abordagem prática deste trabalho, onde se descreve a metodologia adotada, revelando o objeto e a natureza do estudo, as atividades que facultaram esta investigação e a forma pela qual se recolheu e registou os dados.

Finalmente será feita a análise dos dados que evidenciará aspetos relevantes para a compreensão de como é que as atividades investigativas ajudam os alunos a aprender matemática.

Porém, podemos adiantar que não existe a forma ideal de ensinar e aprender matemática assim como também não se pretende substituir inteiramente o método tradicional de ensino, contudo, considera-se muito importante dar a conhecer diversas possibilidades de trabalho com os alunos, em prol destes e do professor.

2. Visão global da prática de ensino supervisionada

O estágio pedagógico incluído no Mestrado em Ensino da Matemática no 3.º Ciclo do Ensino Básico e do Secundário, lecionado na Universidade da Madeira, e do qual fiz parte, juntamente com os meus colegas de grupo, Luís Sousa e Mariana Camacho, teve lugar neste ano letivo de 2011/2012, na Escola Básica dos 2.º e 3.º Ciclos Dr. Eduardo Brazão de Castro, sob a orientação científica da Professora Doutora Elsa Fernandes e orientação pedagógica da Dra. Sónia Abreu.

Na semana que antecedeu o início do referido ano letivo, reunimos várias vezes com a orientadora cooperante, onde pudemos, em primeiro lugar, conhecer as instalações e toda a comunidade escolar que iria fazer parte da nossa experiência enquanto professores estagiários. De seguida, foram-nos apresentadas as planificações a longo e médio prazo, bem como o horário e as turmas com as quais iríamos trabalhar.

Começamos a lecionar cerca de duas semanas após o início do ano letivo, servindo este como período de adaptação, em que tivemos a oportunidade de conhecer melhor as turmas, os respetivos alunos e a metodologia de trabalho da orientadora cooperante.

Durante e após este período, ficámos também encarregues de elaborar a planificação das aulas, que incluía o plano de aula, a sua apresentação em ficheiro do *SMART Notebook 10* e eventuais propostas de trabalho a desenvolver nas aulas e respetivas propostas de resolução. Estes três últimos documentos foram também inseridos na plataforma *moodle* da respetiva escola para que os alunos pudessem consultar sempre que necessário.

Os conteúdos trabalhados nas aulas do primeiro e segundo período foram sempre discutidos antecipadamente de forma a ser possível uma planificação mais cuidada e uma maior preparação por parte dos estagiários.

Para o efeito, eu e os meus colegas decidimos adotar um cabeçalho de referência a toda a documentação criada por nós durante este estágio. De salientar que, uma vez que utilizamos o logótipo da escola, tivemos que alterar o cabeçalho na data em que esta mudou o seu nome de Escola Básica do 2º e 3º Ciclos de São Roque para Escola Básica do 2º e 3º Ciclos Dr. Eduardo Brazão de Castro, em novembro de 2011.

As turmas eram três, nomeadamente, a turma seis do 7.º ano, a turma um e a turma dois do 8.º ano, das quais faremos a descrição no capítulo quatro deste relatório. Sendo assim, havia uma turma para cada elemento do grupo de estágio e que foram distribuídas de forma aleatória. De acordo com o calendário escolar, cada um de nós teve a oportunidade de lecionar cerca de 18 blocos em todas as turmas.

Todas as aulas foram planificadas tendo em consideração os objetivos a atingir, os pré-requisitos e as capacidades transversais a desenvolver e, principalmente, com o objetivo de proporcionar aos alunos diversas experiências matemáticas, tais como, o desenvolvimento de atividades de investigação, a resolução de problemas, a resolução de exercícios, a elaboração de relatórios, de composições matemáticas e de portefólios.

O estabelecimento de conexões com outras áreas do conhecimento foi também tido em conta na exploração de alguns conteúdos bem como a utilização de materiais manipuláveis e outros recursos, nomeadamente, material geométrico, jogos, calculadoras, computadores e manuais escolares.

O trabalho efetuado pelos alunos no decorrer das aulas aconteceu de diversas formas. Quer fosse o trabalho individual, o trabalho a pares ou em grupo, as formas de

trabalho na sala de aula foram decididas tendo em consideração a forma mais proveitosa e adequada para cada turma.

Um outro aspeto importante de salientar é a discussão e partilha de ideias em grande grupo. Fez-se questão que acontecesse durante ou no final de qualquer atividade e verificou-se em quase todas as aulas, no sentido de desenvolver a comunicação matemática oral, o espírito crítico e criativo dos alunos.

Quanto à avaliação dos alunos é de referir as várias formas e instrumentos adotados. A avaliação formal foi feita essencialmente através de testes, de questões aula, elaboração de relatórios, de composições matemáticas e de portefólios. Na avaliação informal foram observados diariamente nas aulas aspetos como o comportamento, a socialização, a compreensão e assimilação de conteúdos, a participação oral, individual ou coletiva.

Em seguida faremos a descrição dos temas, tópicos e algumas estratégias adotadas na exploração dos conteúdos.

2.1. Descrição das unidades temáticas e estratégias adotadas no 7.º ano

De acordo com o Programa de Matemática Para o Ensino Básico e conforme a planificação a médio e longo prazo para o 7º ano desta escola, foi prevista uma primeira abordagem ao grande tema dos Números e Operações, em seguida a Álgebra, a Geometria e finalmente a Organização e Tratamento de Dados.

No tema Números e Operações, foi trabalhado o tópico Números Inteiros, mais concretamente, a multiplicação, divisão, suas propriedades, potências, raiz quadrada e raiz cúbica.

Neste tema é de salientar a estratégia adotada para a exploração da adição, subtração, multiplicação e divisão de números inteiros relativos, na qual foi utilizada uma proposta de trabalho utilizando o material manipulável Ábaco dos Inteiros.

Este material é constituído por duas hastes, onde uma delas representa os números negativos (donde se retiram ou introduzem argolas vermelhas) e a outra representa os números positivos (donde se retiram ou introduzem argolas verdes). Quando colocamos o mesmo número de argolas verdes e vermelhas o resultado é zero, já que uma argola vermelha anula uma verde.

Considerou-se deveras importante a utilização deste material. Primeiro porque permitia que os alunos concluíssem por si próprios as regras operatórias e segundo porque seria significativo para estes, ou seja, no caso de esquecimento das regras, em qualquer ocasião poderão sempre recorrer à técnica utilizada no ábaco para resolver alguma situação que envolva operações com números inteiros.

Ainda dentro deste tema, é de referir a estratégia utilizada para a exploração dos quadrados perfeitos e raiz quadrada e dos cubos perfeitos e raiz cúbica. Foram elaboradas duas propostas de trabalho, uma vez mais, utilizando material manipulável, quadrados e cubos unitários, onde se pretendia que os alunos a partir da manipulação dos quadradinhos de cartolina e dos cubos disponibilizados, compreendessem e construíssem autonomamente os conceitos.

Na primeira atividade pretendia-se que os alunos, com vinte quadradinhos unitários, averiguassem quantos quadrados era possível construir, chegando à conclusão que só podiam formar quadrados com um, quatro, nove ou dezasseis quadradinhos unitários e que a área de cada quadrado podia ser obtida elevando a dois a medida do lado desse quadrado.

Através destas conjecturas e algumas questões orientadoras, o objetivo era chegar à definição de quadrado perfeito e de raiz quadrada.

Na atividade de exploração dos cubos perfeitos e raiz cúbica, foram distribuídos vinte e sete cubos unitários por cada grupo de trabalho e, analogamente à atividade dos quadrados perfeitos e raiz quadrada, os alunos deveriam averiguar quantos cubos era possível construir, chegando à conclusão que poderiam formar três cubos diferentes, com um, oito ou vinte e sete cubinhos unitários e que o volume de cada um destes cubos poderia ser obtido elevando a três a medida da aresta do respectivo cubo. Em seguida e à semelhança das noções construídas na atividade anterior, os alunos poderiam construir as definições de cubo perfeito e raiz cúbica.

De referir ainda que, de acordo com o Programa de Matemática Para o Ensino Básico, a avaliação deve ser um processo contínuo, dinâmico, formal e informal, onde as formas e instrumentos de avaliação deverão ser o mais diversificadas possíveis, para fazer face aos diversos objetivos curriculares a avaliar. Deste modo, a planificação a médio prazo adotada pela escola contempla a responsabilidade, a intervenção, a sociabilidade, a autonomia, questões aula, participação nas tarefas da aula, trabalhos de casa, trabalhos de pesquisa, composições, relatórios, testes de avaliação e portefólios.

Assim, foi solicitada aos alunos a elaboração de um relatório sobre a exploração dos conceitos de quadrados perfeitos e raiz quadrada, com o objetivo de desenvolver nestes a comunicação escrita como também o espírito crítico e criativo. Sabendo que era a primeira vez que estes alunos iriam elaborar um relatório, disponibilizou-se um guião pormenorizado, uma grelha de descritores de avaliação e a possibilidade de trabalhar nas aulas.

No grande tema da Álgebra estão inseridos os tópicos, Sequências e Regularidades, Equações e Funções. Em Sequências e Regularidades trabalhou-se o termo geral de uma sequência numérica, representação do termo geral de uma sequência numérica e expressões algébricas. Nas Equações trabalhou-se as equações do 1º grau a uma incógnita e nas Funções, o conceito de função, gráfico de uma função e proporcionalidade direta como função.

Aqui, é de referir o método da balança em equilíbrio utilizado para a compreensão da noção de equação, solução de uma equação, equações equivalentes e resolução de equações. Estes conteúdos foram explorados através de uma série de propostas de trabalho em que se utilizava uma balança virtual com o intuito de se estabelecer um paralelismo entre a noção de equação e a situação de balança em equilíbrio. Para tal, os alunos exploraram diferentes situações de forma a descobrirem estratégias para determinarem o peso de um determinado elemento de um dos pratos da balança. Através destas atividades os alunos também trabalharam, indiretamente, com os princípios de equivalência da adição e da multiplicação para a resolução de equações.

Uma outra estratégia que se considerou relevante e significativa para os alunos, já dentro do tema das Funções, foi a utilização de robots para a exploração do conceito de função e de proporcionalidade direta como função.

O conceito de função foi trabalhado através do *software ROBOTICS INVENTION SYSTEM 2.0* disponibilizado pela Universidade da Madeira, utilizando o robot de nome *Roverbot*, onde se pretendia que os alunos descrevessem duas viagens distintas que este poderia efetuar. Através da análise do gráfico e com a ajuda do *software* utilizado para programar o robot, os alunos chegariam à conclusão que o primeiro gráfico descreve uma viagem possível de ser efetuada, enquanto no segundo gráfico isso não se verifica porque

acontecem duas situações impossíveis, uma em que o robot anda para trás no tempo e outra em que este se encontra em dois lugares distintos ao mesmo tempo.

Para a compreensão da proporcionalidade direta como função, os alunos desenvolveram uma outra atividade utilizando o mesmo *software* e o *Roverbot*, onde deveriam programar o robot para se deslocar determinados números de segundos, donde concluiriam que à medida que o tempo aumenta a distância percorrida pelo robot também aumenta, sendo estas, duas grandezas diretamente proporcionais e, complementando com a representação gráfica da situação trabalhada, verificariam que esta pode ser escrita como uma função.

2.2. Descrição das unidades temáticas e estratégias adotadas no 8.º ano

Para o 8º ano de escolaridade a escola planeou uma primeira abordagem ao grande tema dos Números e Operações, seguindo-se a Geometria, a Álgebra, a Organização e Tratamento de Dados e novamente a Álgebra.

Nos Números e Operações o tópico a ser explorado diz respeito aos números racionais, nomeadamente, a representação, comparação, ordenação, operações, propriedades e regras operatórias. Como forma de introdução ao referido tema, pretendia-se abordar o conceito de número racional positivo, o que implicou trabalhar os diversos significados destes números com ênfase nas suas diferentes representações. Para tal, foi desenvolvida uma proposta de trabalho com três situações. As duas primeiras a serem exploradas utilizando o material manipulável *Cuisenaire* e uma terceira que contém um problema histórico.

O material manipulável em questão é originalmente constituído por uma série de prismas quadrangulares feitos de madeira, com tamanhos que variam de uma até dez unidades e cada um correspondendo a uma determinada cor. Por falta deste tipo de recursos educativos na escola, o grupo de estágio construiu o seu próprio *Cuisenaire* através de folhas de cartolina coloridas.

Na situação três da proposta, pretendia-se que os alunos resolvessem um problema. Tal como indica o Programa de Matemática Para o Ensino Básico, os alunos devem resolver problemas em contextos diversos para desenvolver o sentido de número, bem como compreender os números.

Trata-se de um problema histórico onde a sua resolução permite ajudar os alunos a compreender a relação entre alguns factos da história da Matemática e alguns problemas que o Homem tem procurado resolver. Permite também, relacionar a disciplina de Matemática com a disciplina de História e Geografia, pois os alunos são questionados sobre o significado de pagar impostos no séc. XVI, de modo a levá-los a perceber a ligação entre o imposto designado por quarto e vintena e o conceito de fração. Assim, o objetivo principal seria que os alunos concluíssem que este imposto representa uma determinada parte de um todo, isto é, um quarto e um vinte avos do peso de um determinado produto, respetivamente.

Nesta proposta os alunos são então confrontados com diversas situações que lhes possibilitam interpretar e representar frações como parte de um todo, comparando e desenvolvendo a linguagem relacionada com as mesmas.

Posteriormente, seguiu-se a exploração das operações com números racionais através de uma série de propostas de trabalho, utilizando, uma vez mais, material manipulável, desta vez, o Muro das Frações.

O Muro das Frações pode ser disponibilizado aos alunos em formato de papel, contudo, pela importância atribuída à exploração de uma tarefa com material manipulável, o grupo de estágio decidiu construir este material utilizando novamente cartolina. Este é constituído por tijolos de diferentes tamanhos, onde cada um representa uma fração e tem como objetivo ajudar os alunos a descobrir os algoritmos para adicionar, subtrair e multiplicar frações.

Para a divisão de frações usaram-se os setores circulares, que também foram construídos pelo grupo de estágio utilizando círculos de cartolina, uns sem divisões e outros divididos em duas, três, quatro, seis e doze partes iguais, cada parte correspondendo respetivamente a um meio, um terço, um quarto, um sexto e um doze avos do respetivo setor circular. O objetivo era que os alunos explorassem uma série de questões juntamente com a manipulação do material e assim tentassem descobrir um algoritmo para dividir frações.

Passando para o grande tema da Geometria, é de salientar a estratégia adotada para a exploração do tópico Isometrias onde se trabalhou a noção e propriedades da translação, da rotação e da reflexão, ou seja, das transformações geométricas no plano. Esta estratégia consistiu na exploração de uma proposta de trabalho em que os alunos utilizaram réguas, transferidores, miras, folhas brancas e blocos lógicos geométricos de forma a construírem as imagens pretendidas e suas transformadas.

Com a primeira situação da proposta pretendia-se relembrar os conceitos de segmento de reta orientado, vetor e ângulo orientado e, introduzir o conceito de translação e de rotação para que os alunos conjecturassem as suas propriedades. Na segunda situação o

objetivo era introduzir os conceitos de reflexão e de reflexão deslizante e conjecturar as suas propriedades.

Na terceira e última situação aproveitou-se para solicitar aos alunos que elaborassem uma composição matemática com o intuito de se obter mais um instrumento para a avaliação dos alunos e de forma a desenvolver a sua comunicação e raciocínio matemático. Começamos então por disponibilizar um guião explicando o que era uma composição matemática e o que esta deveria conter relativamente aos conteúdos trabalhados. Pretendia-se que explicassem como efetuaram a translação, a rotação, a reflexão e a reflexão deslizante, referindo o que as define e quais as suas principais propriedades e, finalmente, que relacionassem todas as transformações geométricas referidas na proposta de trabalho e definissem o que são isometrias.

A Álgebra foi o tema que se seguiu, onde se abordaram as equações do 1º grau a uma incógnita com denominadores, as equações do 1º grau a uma incógnita com denominadores e parênteses, as equações literais, os sistemas de duas equações do 1º grau a duas incógnitas e a resolução de sistemas de equações do 1º grau a duas incógnitas pelo método de substituição.

Neste tema é de referir a estratégia utilizada para a exploração das equações literais. Considerou-se que este era um tópico pertinente para motivar os alunos para a matemática e sensibilizá-los para a questão tão polémica entre os jovens sobre os atuais padrões de beleza, no que diz respeito à magreza extrema e como manter um estilo de vida saudável. Desta forma e não esquecendo os objetivos específicos a atingir, como a compreensão dos diferentes papéis dos símbolos em álgebra e a escrita de equações literais em ordem a uma das variáveis, foi criada uma proposta de trabalho com uma série de

questões onde os alunos tinham que manipular as equações literais correspondentes ao índice de massa corporal e às necessidades energéticas diárias de cada indivíduo.

Também é de salientar a metodologia de trabalho adotada para a resolução de sistemas de equações do 1º grau a duas incógnitas pelo método de substituição, onde se utilizou, de forma análoga ao tópico das equações no 7º ano, o método da balança em equilíbrio. No entanto, em vez de se utilizar apenas uma balança, utilizou-se duas balanças referentes a cada uma das equações do sistema. O objetivo consistia, em primeiro lugar, que os alunos escrevessem como um sistema de equações, as duas situações representadas nas balanças para obter o peso desconhecido de dois elementos, ou seja, substituindo um deles na outra balança, obteriam uma equação apenas com uma incógnita possibilitando a sua resolução e assim determinar os valores das incógnitas.

Ainda dentro do tema da Álgebra, foi trabalhado o tópico Funções, mais especificamente a função linear e afim. Para tal, foi desenvolvida uma atividade de caráter exploratório e investigativo com o objetivo dos alunos estudarem a influência da variação dos parâmetros a e b no gráfico de funções do tipo $y = ax + b$, recorrendo ao programa de geometria dinâmica *Geogebra* e reconhecerem que as funções lineares e constantes são casos particulares da função afim. Este *software*, já conhecido dos alunos, permite que estes consigam visualizar, de forma dinâmica e apelativa, os efeitos da mudança dos parâmetros a e b em funções com expressões algébricas do tipo $y = ax$ e $y = ax + b$, sendo a o declive da reta e b a ordenada na origem.

A proposta de trabalho está dividida em três tarefas. Uma primeira onde se pretende que os alunos compreendam que a representação gráfica de uma função linear é uma reta que passa pela origem do referencial e que o valor do parâmetro a irá influenciar o declive da reta, uma segunda onde se pretende estudar a variação dos parâmetros a e b

nos gráficos de funções afim, identificar o valor do parâmetro b como sendo o que corresponde à ordenada na origem e que, tal como numa função linear, o valor do parâmetro a irá influenciar o declive da reta. Na terceira e última tarefa, apresenta-se um caso particular de uma representação gráfica de uma função afim e, a partir de um problema, o objetivo é desafiar os alunos para que estes identifiquem a expressão algébrica da função que será apresentada graficamente e em seguida, expliquem o seu raciocínio.

Na continuação do estudo das funções afim e afim lineares, os alunos desenvolveram uma outra atividade, desta vez com grau de dificuldade mais elevado das que já tinham feito até então, pois era de caráter aberto, ou seja, pretendia-se que os alunos fizessem um estudo acerca do tarifário móvel mais vantajoso para a sua situação em particular. Tratou-se de uma análise de uma situação real, onde os alunos deveriam começar por efetuar uma pesquisa de modo a analisarem diferentes tarifários existentes no mercado e, durante essa pesquisa deviam tirar apontamentos e escolher pelo menos dois tarifários, da mesma operadora ou não.

Para facilitar a análise, foi sugerido aos alunos que recorressem a uma folha de cálculo para calcular o custo das chamadas em função do tempo de conversação e, que poderiam também representar esses dados por meio de um gráfico e desta forma comparar melhor os resultados obtidos.

3. Fundamentação Teórica

3.1. A investigação na escola

“Investigar” é uma palavra de origem grega e significa entrar nos vestígios ou seguir os vestígios de algo. Numa investigação criminal, o objetivo é descobrir o autor do crime, ou seja, descobrir a verdade. Numa investigação científica, “investigar” pressupõe a descoberta de novos conhecimentos. Qualquer que seja a investigação, ela tem sempre como objetivo a descoberta de algo que não se sabe.

Toda a investigação que se tem feito nas diversas áreas do conhecimento surge da vontade que o homem tem de satisfazer as suas necessidades, sendo toda ela em prol do bem-estar físico, emocional, social e económico.

A educação, como um dos principais motores da sociedade, também tem sido alvo de investigação, e como tal, tem sofrido alterações ao longo do tempo, em prol do combate ao insucesso escolar e pela influência das mudanças da sociedade e evolução tecnológica.

Na perspetiva do ensino tradicional, em primeiro lugar está o investigador, que descobre o conhecimento para ser transmitido ao professor, que por sua vez ensina ao aluno. Trata-se de um processo onde o professor e o aluno assumem o papel de transmissor e recetor, respetivamente.

Já numa perspetiva mais inovadora, a educação não é apenas alvo da investigação, mas também utiliza a investigação como um instrumento para a aprendizagem dos alunos e como instrumento para a preparação das aulas pelo professor. Segundo Ponte (s.d.):

“investigar” não é mais do que procurar conhecer, procurar compreender, procurar encontrar soluções para os problemas com que nos deparamos. Trata-se de uma

capacidade de primeira importância para todos os cidadãos e que deveria permear todo o trabalho da escola, tanto dos professores como dos alunos (p.2).

Portanto, investigar deixou de ser função apenas destinada ao investigador profissional e passou a ser o trabalho do professor e do aluno.

Nos dias que decorrem e com base numa nova ideologia educativa, a investigação é um dos principais meios para o processo de ensino-aprendizagem. Ao professor cabe a tarefa de investigar para a elaboração das suas aulas, enquanto ao aluno é dada a oportunidade de fazer matemática, ou seja, de descobrir a matemática por si próprio.

De notar que, este tipo de pedagogia não tem sido fácil de implementar nas escolas e apesar do programa da disciplina promover o ensino através da resolução de problemas e atividades investigativas relacionadas com o quotidiano do aluno, sabe-se que a maioria dos professores baseia a sua prática na atribuição de exercícios rotineiros. Esta conceção tradicional do papel do professor e do aluno, poderá dever-se ao facto de existir o receio de se perder o poder sobre os alunos bem como o controlo do que se passa na sala de aula. Porém, é necessário uma mudança na forma como os alunos encaram a matemática e, certamente, isto não acontecerá enquanto se mantiver esta barreira entre o professor e o aluno. Há que desmistificar, envolvendo mais o aluno na sua aprendizagem fazendo com que ele próprio se sinta um matemático.

3.2. O que é uma atividade investigativa?

O ensino-aprendizagem da matemática é determinado essencialmente pelas atividades realizadas pelos alunos que, por sua vez, dependem das tarefas apresentadas pelo professor. Entre essas tarefas destacam-se, o exercício, o problema e a investigação.

Resolver um exercício é a tarefa mais conhecida de todas e consiste na aplicação de um algoritmo conhecido, onde a sua prática conduz muitas vezes à memorização e não à compreensão e assimilação dos conteúdos, reduzindo assim o valor formativo da matemática.

O problema, segundo Ponte (1984), “é uma questão em que o estudante não dispõe de nenhum processo rotineiro conhecido para a resolver” (p.3), este deve despertar a curiosidade e o desejo de o solucionar, tornando-se um verdadeiro desafio para o aluno, promovendo assim o seu raciocínio e criatividade.

De salientar que, não existe apenas uma definição para cada uma destas tarefas pois, tal como afirma Ponte (2003), “uma mesma questão pode ser para uma pessoa um problema e para outra um exercício” (p.4), portanto, tudo depende do nível de conhecimentos de quem vai resolver a tarefa.

Existe também uma forte ligação entre o conceito de problema e o conceito de investigação, uma vez que a tarefa de investigação não é mais do que resolver uma determinada situação problemática. Contudo, Ernest (1991, p.286), distingue, “descoberta guiada”, de “resolução de problemas” de “abordagem investigativa”. A primeira, define como sendo um método de ensino onde o professor escolhe a situação para formular o problema, conduzindo o aluno para a solução. A segunda, como sendo um método de ensino onde o professor formula o problema, deixando o método de solução a cargo do aluno. E a terceira, descreve como sendo um método de ensino em que, tanto o professor como o aluno poderão escolher a situação de partida, deixando as questões, os objetivos e o caminho a percorrer por conta do aluno.

Outros autores também fazem distinção entre “problema”, “descoberta guiada”, e “abordagem investigativa” mas, utilizando nomenclaturas diferentes. Por exemplo, Ponte

(s.d, p.4), refere-se à “abordagem investigativa” como sendo uma tarefa de investigação e refere-se à “descoberta guiada” como sendo uma tarefa de exploração. Mais precisamente, define tarefa de investigação como sendo:

um tipo de atividades que dá ênfase a processos matemáticos tais como procurar regularidades, formular, testar, justificar e provar conjecturas, refletir e generalizar. São atividades de cunho muito aberto, referentes a contextos variados...que podem ter como ponto de partida uma questão ou uma situação proposta quer pelo professor, quer pelos alunos (1998, p.15).

O autor caracteriza as investigações como tarefas difíceis e de cunho muito aberto. Quanto às tarefas de exploração, também considera-as de cunho aberto mas com menor grau de dificuldade. Já os problemas, são referenciados como tarefas fechadas mas com elevado grau de dificuldade.

Para além destas duas dimensões, o autor faz também referência ao tempo e ao contexto referencial da tarefa, ou seja, quanto tempo poderá durar a tarefa até que surjam resultados e se a tarefa é contextualizada numa situação real ou se é puramente matemática.

Contudo, quando o aluno faz uma exploração ou uma descoberta guiada, nunca deixa de ter que investigar. Terá, de qualquer forma, que procurar conhecer o que desconhece, tendo orientações ou não. É por isto que, neste estudo, partimos do princípio que as investigações e as explorações são dois tipos de atividades investigativas que apenas se diferenciam quanto ao grau de dificuldade e ao nível de abertura.

Assim, na aula de matemática, um atividade de investigação poderá assumir essencialmente duas vertentes. Uma atividade investigativa de caráter aberto e fácil, em que o professor formula o problema, tendo o seu objetivo em mente e guia o aluno para a

solução. Ou uma atividade investigativa de caráter aberto e difícil, em que o professor ou o aluno sugere uma situação problemática de partida e este tenta resolvê-la pelos seus próprios meios, onde os resultados poderão ser diferentes de aluno para aluno.

Por exemplo, quando se pede ao aluno para, através de uma pesquisa na internet, encontrar o tarifário móvel mais vantajoso para a sua situação, estamos perante uma investigação de caráter aberto e com grau de dificuldade elevado. Aqui o aluno depende de si próprio para escolher a opção mais apropriada, ou seja, não existe uma resposta certa mas sim a que melhor se adapta à sua realidade. A conclusão poderá ser diferente para cada aluno que efetua a pesquisa e o conceito matemático trabalhado não está explícito na situação problemática de partida.

Já quando se pretende que o aluno, utilizando por exemplo, um programa de geometria dinâmica e seguindo uma série de orientações dadas pelo professor, descubra que o parâmetro k da equação $y=kx+b$, define a inclinação da reta, estamos perante uma investigação de caráter aberto, mas com grau de dificuldade menor, em que se pretende trabalhar um conceito matemático específico e todos os alunos deverão obter as mesmas conclusões.

3.3. As atividades investigativas na aprendizagem da matemática

Neste capítulo pretende-se analisar de que forma as atividades investigativas na sala de aula contribuem para a aprendizagem e que vantagens podem trazer para o aluno.

Não há dúvidas que tudo aquilo que é significativo nas nossas vidas, aquilo que não esquecemos e que somos capazes de defender afincadamente, foi algo que um dia nós próprios fizemos parte, testemunhamos ou descobrimos, ora, assim se objetiva as

atividades investigativas na sala de aula, numa forma que seja significativa para os alunos, onde eles próprios construam o seu conhecimento e onde tudo faz sentido. É um desvendar da matemática onde o aluno aprende fazendo.

Nesta perspetiva inovadora, o aluno é envolvido na descoberta dos conceitos matemáticos e, conseqüentemente torna-se num dos principais agentes da sua aprendizagem, assumindo um papel ativo, capaz de reconhecer os seus próprios problemas e de revelar, testar e defender as suas ideias. Esta vertente investigativa na matemática torna-se assim, uma ferramenta importantíssima para a aprendizagem desta disciplina, uma vez que o aluno percebe o que é a matemática e qual a sua verdadeira função na vida real. Tal como afirma Ponte (2002):

Aprender Matemática sem forte intervenção da sua faceta investigativa é como tentar aprender a andar de bicicleta vendo os outros andar e recebendo informação sobre como o conseguem. Isso não chega. Para verdadeiramente aprender é preciso montar a bicicleta e andar, fazendo erros e aprendendo com eles (p.5).

A matemática deixa de ser a disciplina em que os alunos interrogam a sua utilidade e passa a ser uma grande ferramenta para analisar, descrever e compreender o mundo possibilitando assim a sua intervenção no mundo.

3.4. A preparação das aulas de investigação e o papel do professor

Os conteúdos do currículo e os programas em vigor são o suporte da atividade docente, contudo, cabe ao professor adaptar e trabalhar estes conteúdos da forma mais adequada às suas turmas e alunos.

A planificação da aula e as atividades propostas aos alunos são da inteira responsabilidade do professor, sendo que estas deverão ocorrer tendo em conta os objetivos a atingir, a faixa etária e o nível de desenvolvimento dos alunos.

Assim, as atividades investigativas deverão ser trabalhadas de acordo com os fatores considerados anteriormente e principalmente com o grau de familiaridade que os alunos têm com este tipo de tarefas.

Segundo Ollerton (1994, p.64), a seleção e criação de tarefas de cunho investigativo deve ter em conta que estas sejam um incentivo para todos os alunos, tendo, sempre que possível, um começo prático baseado em experiências concretas onde possa ser utilizada informação de revistas ou jornais, que possibilitem vários desenvolvimentos onde estes possam trabalhar uma variedade de competências de conteúdo criando a oportunidade dos alunos explorarem ideias e colocarem questões, fazendo com que o aluno tenha grande parte da responsabilidade do seu desenvolvimento e que possibilitem uma grande variedade de resultados, alguns dos quais, inesperados. Quanto ao papel do professor, estas deverão permitir diferentes tipos de intervenções, tais como, questionar, explicar e expor.

Outro aspeto muito importante no papel do professor, é a forma como este conduz a resolução da atividade. É importante estar atento à evolução dos alunos, recolher informação e manter o diálogo para estimular o interesse e o progresso do trabalho.

Durante a realização da investigação, o professor deverá proporcionar momentos de reflexão, através de perguntas de cunho aberto e de sugestões, para que os alunos consigam relacionar os conteúdos que estão a explorar com outros já trabalhados e assim, encaminhá-los para a descoberta de novos conhecimentos. Igualmente importante é a

apresentação de contraexemplos no momento em que o aluno apresenta alguma conjectura menos correta, no sentido de levá-los a pensar melhor.

Após a resolução da atividade surge o momento mais importante e mais difícil da aula, a discussão. Esta deverá ser feita em grande grupo, onde o professor promove o início à discussão entre os alunos, para que estes possam apresentar, partilhar e justificar as suas conclusões.

4. Metodologia

Este estudo foi realizado ao longo do ano letivo, junto de duas turmas da orientadora cooperante, a turma seis do 7º ano e a turma um do 8º ano, da Escola Básica do 2º e 3º Ciclos Dr. Eduardo Brazão de Castro.

4.1. Objeto e natureza do estudo

Como se sabe, o objeto de estudo é o alvo da pesquisa, ou seja, o que será estudado. Neste caso considera-se que o objeto de estudo é a atividade matemática realizada pelos alunos das referidas turmas, tendo como objetivo, compreender de que forma as atividades investigativas contribuem para a aprendizagem da matemática.

Neste estágio tivemos a oportunidade de trabalhar com três turmas completamente diferentes e, como tal, surgiu a necessidade de adaptar o estudo realizado a cada uma destas turmas. Assim, considera-se pertinente dar a conhecer cada turma em traços gerais.

A turma seis do 7º ano, constituída por dezasseis alunos entre os treze e os dezasseis anos, quase todos repetentes, revelou-se uma turma difícil de trabalhar pela falta de motivação, interesse e a constante distração por parte dos alunos. Tais características levaram-nos a criar e a adaptar, sempre que possível, tarefas baseadas em temas do interesse destes alunos de forma a captar a sua atenção.

A turma um do 8º ano representa uma realidade completamente diferente da turma anterior no que respeita à faixa etária dos alunos, bem como ao interesse e motivação. Contudo, não deixou de exigir muito de nós, por ser uma turma maior, constituída por 23 alunos e por solicitarem muita atenção e apoio do professor.

A turma dois do 8º ano, é um misto de características dos alunos das duas turmas mencionadas anteriormente. Apesar de ser muito idêntica a esta última no que respeita à dimensão e faixa etária dos alunos, grande parte começa a revelar falta de interesse e motivação. Controlar e motivar estes alunos foi o nosso maior desafio.

Quanto ao tipo de estudo, é de referir a sua natureza qualitativa e interpretativa pois permite analisar e compreender o que este tipo de atividades representa para os alunos, entende-los enquanto realizam uma experiência deste tipo e assim perceber de que forma as investigações contribuem para a sua aprendizagem.

4.2. Atividades realizadas

As atividades desenvolvidas na sala de aula, e que constituíram o suporte deste estudo, foram selecionadas e adaptadas das propostas de trabalho do Projeto CEM – Programa de Formação Contínua em Matemática para Professores do 3.º Ciclo do Ensino Básico da Região Autónoma da Madeira, em conjunto com os elementos do grupo de estágio e com a orientadora pedagógica, tendo essencialmente em conta o tema matemático e o tipo de turma a que se dirigia.

Faremos então uma descrição de cada atividade desenvolvida neste estudo conforme a metodologia e procedimentos projetados pelo Projeto CEM.

4.2.1. Critérios de Congruência de Triângulos

A congruência de triângulos e seus critérios, segundo o Programa de Matemática do Ensino Básico, é um dos tópicos presentes no grande tema da Geometria e tem como objetivo específico para o 3º ciclo, compreender os critérios de congruência de triângulos e usá-los na construção de triângulos e na resolução de problemas.

Uma vez que uma das metas intermédias de aprendizagem até ao 7º ano é que o aluno compreenda e use as relações de congruência de triângulos para resolver problemas em contextos diversos, optamos por utilizar uma proposta de trabalho (em anexo) criada pelo Projeto CEM como introdução a este conteúdo, pois permite a compreensão da noção de congruência de triângulos, a identificação do número mínimo de lados e ângulos de um triângulo que é necessário serem iguais para que dois triângulos sejam congruentes e a dedução dos critérios LLL, LAL e ALA de congruência de triângulos.

Numa primeira fase, o professor deverá fazer uma breve revisão sobre a construção de triângulos, nomeadamente, quando se conhece os comprimentos dos três lados, ou os comprimentos de dois lados e a amplitude do ângulo por eles formado, ou as amplitudes de dois ângulos e o comprimento do lado comum a esses ângulos. Além disso, deverá também rever a medição, em graus, da amplitude de um ângulo e a construção de um ângulo dada a sua amplitude.

Numa segunda fase e após a distribuição das propostas de trabalho, os alunos deverão construir quatro triângulos com cartolinas de cores diferentes segundo as instruções dadas, utilizando a régua, o compasso e o transferidor. A construção poderá ser feita na aula ou como trabalho para casa. O professor deverá ponderar, dependendo da turma, se deverá ou não incluir esta fase na aula.

Numa terceira fase, é importante que se realize uma discussão em grande grupo, onde os alunos deverão comparar os diversos triângulos para que surjam algumas conjeturas. Aqui o professor poderá introduzir o conceito de congruência de triângulos, referindo que dois triângulos são congruentes quando os pares de lados e os pares de ângulos correspondentes dos dois triângulos forem congruentes.

Numa quarta fase, pretende-se que os alunos respondam a uma série de questões, recorrendo às conjeturas anteriores e utilizando os triângulos construídos para investigar as relações entre estes, para assim concluir os critérios propriamente ditos.

Finalmente surge a discussão em grande grupo com o objetivo dos alunos partilharem com toda a turma, as ideias, procedimentos e conclusões obtidas, nomeadamente, dois triângulos são congruentes quando possuem os três lados respetivamente congruentes, quando possuem dois lados e o ângulo entre eles respetivamente congruentes ou quando possuem dois ângulos e o lado entre eles respetivamente congruentes.

4.2.2. Organização e Tratamento de Dados – Matemática e Cidadania

De acordo com o Programa de Matemática do Ensino Básico e conforme os objetivos gerais de aprendizagem deste tema, os alunos devem “ser capazes de planejar e realizar estudos que envolvam procedimentos estatísticos, interpretar os resultados obtidos e formular conjeturas a partir deles, usando linguagem estatística” (Ponte, J., 2007, p. 59), portanto, foi selecionada uma proposta de trabalho (em anexo), também criada pelo Projeto CEM, que consiste numa investigação estatística.

Este tipo de atividade é muito mais complexa e prolongada que as que temos vindo a explorar pois trata-se de um estudo constituído por várias fases e, como tal, deverá ser desenvolvido em grupo, numa sequência de aulas, dentro e fora da escola.

A primeira fase consiste na escolha do tema e na formulação de questões a serem estudadas. O tema poderá ser proposto tanto pelo professor como pelos próprios alunos. Contudo é importante averiguar se as questões propostas pelos alunos poderão ser alvo de um estudo estatístico.

A segunda fase baseia-se na recolha dos dados, onde é necessário definir um plano e as técnicas a utilizar nessa recolha, tendo em conta a natureza do estudo, o objeto do estudo e os recursos disponíveis.

A terceira fase diz respeito à análise dos dados através do cálculo de medidas de localização e/ou dispersão para descrever e analisar aspetos importantes que permitirão tirar conclusões.

A quarta fase consiste na interpretação dos resultados obtidos, com o objetivo de dar resposta às questões inicialmente formuladas, bem como fazer generalizações e até mesmo criar novas questões que possibilitarão novos estudos.

Finalmente, os grupos deverão apresentar os seus trabalhos ao professor e à turma para que sejam analisados e discutidos por todos, possibilitando que estes sejam expostos na escola ou a um público mais alargado.

4.2.3. Multiplicação de polinómios

A multiplicação de polinómios é um dos objetivos específicos do grande tema da Álgebra para o 3.º ciclo, começando por ser introduzido no 8.º ano de escolaridade e, tal como o Programa do Ensino Básico propõe, deve ser explorado fazendo a conexão com os temas da Geometria e Números e Operações, de forma a evitar que os alunos encarem a Álgebra como um conjunto de procedimentos a memorizar.

Desta forma, a proposta de trabalho (ema nexa) utilizada para a exploração deste conteúdo consiste numa atividade de investigação trabalhada em grupo ou a pares, onde os alunos deverão utilizar material manipulável, para assim responderem a uma série de questões que estarão agrupadas em 3 situações.

O material a utilizar apresenta-se na forma de figuras geométricas, nomeadamente, quadrados amarelos, quadrados azuis e retângulos laranja, onde o quadrado amarelo representa a unidade, ou seja, o comprimento do lado é uma unidade, a largura do retângulo laranja também é uma unidade, desconhecendo-se o comprimento deste último mas que é igual ao comprimento do lado do quadrado azul.

Inicialmente são distribuídas várias peças pelos grupos de trabalho para que os alunos explorem e comecem a verificar algumas relações entre elas.

Em seguida é distribuída a proposta de trabalho onde se apresenta o quadrado amarelo como sendo a unidade e, com base nas relações concluídas anteriormente, é sugerido aos alunos que descubram as dimensões das restantes figuras e as respetivas áreas, em que os comprimentos desconhecidos deverão ser representados por uma incógnita, por exemplo, x .

Posteriormente segue-se a fase de resposta às questões apresentadas nas três situações. Em cada situação, pretende-se que os alunos construam, com o material adquirido, um retângulo com as dimensões dadas, para depois calcularem a sua área

através da composição da figura e através da propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição, ou seja, simplificar a expressão que expressa a dimensão de cada retângulo através destes dois processos. Deverão concluir que a expressão obtida, quer num ou noutro processo, é a mesma.

Finalmente surge a discussão em grande grupo, onde os alunos deverão concluir que a multiplicação de polinómios é dada pela simplificação de expressões algébricas que representam a áreas de retângulos.

4.3. Recolha e registo dos dados

A recolha dos dados foi feita através da observação e interação com os alunos, ficando esta registada em formato de papel, fotografia e vídeo. Para tal, foi elaborada uma carta (em anexo) dirigida aos encarregados de educação e seus educandos para que autorizassem este tipo de registo na sala de aula.

Num primeiro momento começamos por efetuar à turma seis do 7º ano, em conjunto com a orientadora pedagógica, uma atividade investigativa que consistia numa descoberta guiada sobre a congruência de triângulos e seus critérios.

Começamos por tirar fotografias aos alunos no momento da construção dos triângulos, em seguida procedeu-se ao registo, em papel, de alguns diálogos entre a professora e os alunos, no momento da discussão sobre a exploração do material e a formulação de conjeturas e, finalmente gravamos em vídeo a discussão em grande grupo entre a professora e os alunos. Solicitamos aos alunos que escrevessem as respostas numa folha à parte para, no final, entregar aos professores e distribuimos um questionário a cada aluno onde estes deveriam responder, por escrito e individualmente, a algumas questões de

cunho aberto e justificar as suas respostas. Pretendia-se averiguar o que os alunos entendiam por uma atividade investigativa, se gostavam de realizá-las e se estas tinham sido significativas para a sua aprendizagem.

Em seguida, foi aplicada, à turma um do 8º ano, a proposta de trabalho referente ao tema Organização e Tratamento de Dados, onde os alunos deveriam elaborar uma investigação científica. Uma vez que se trata de um projeto constituído por várias etapas, onde grande parte do trabalho é efetuado fora das aulas, o registo dos dados foi feito nas aulas agendadas para o efeito, onde registamos em fotografia a fase da pesquisa sobre os temas e fizemos entrevistas aos alunos na fase final do projeto.

De salientar que tentamos gravar as entrevistas feitas aos alunos, contudo, estes sentiam-se intimidados e não eram capazes de responder às questões sabendo que a sua voz estava a ser gravada, pelo que optamos por registar as suas respostas por escrito.

Entretanto, foi desenvolvida uma outra proposta de trabalho, dentro do tema da Álgebra, sobre a multiplicação de polinómios. A recolha e registo dos dados foram feitos de forma semelhante à do 7º ano.

5. Análise dos Dados

Após a recolha dos dados, segue-se a sua organização, seleção e análise, com vista à sua compreensão e apresentação. Esta análise consiste na descrição e interpretação de todo o material recolhido, como entrevistas, diálogos com os alunos, apontamentos, fotos e vídeos.

Assim, passa-se a descrever as atividades desenvolvidas com os alunos na sala de aula, sobre os conteúdos já apresentados no capítulo 4, bem como, interpretar as discussões efetuadas em grande grupo, as entrevistas feitas aos alunos e algumas respostas às questões apresentadas nas propostas de trabalho.

Faremos também uma análise geral sobre o ponto de vista dos alunos relativamente a este tipo de atividades, onde vamos tentar compreender se estas são realmente uma mais-valia para a sua aprendizagem.

5.1. Critérios de Congruência de Triângulos

Tal como já foi referido, é importante que sejam os alunos a conjeturar e a descobrir os conceitos matemáticos. Assim, para a exploração do tópico Critérios de Congruência de Triângulos no 7º ano de escolaridade, decidiu-se aplicar uma atividade investigativa.

Por se tratar da turma seis do 7º ano, caracterizada no capítulo 4, achamos que esta proposta se adequava à turma pois consiste numa descoberta guiada, logo, com grau de dificuldade menor. Além disso, requer a utilização de materiais manipuláveis, o que ajuda na construção do conhecimento.

Deu o toque e dirigimo-nos para a sala, começando assim uma aula típica desta turma. Ao atravessar o corredor já podemos ver a aluna que está sempre à porta da sala à nossa espera. Abrimos a porta e logo começaram a chegar os outros alunos. Alguns sentam-se nos seus lugares mas outros continuam com as suas brincadeiras e conversas até que a professora pediu para se sentarem.

A professora deu boa tarde aos alunos e estes retribuem mas alguns ainda mantiveram as suas conversas e brincadeiras. Foram dados uns minutos para que os alunos acalmassem e terminassem os seus diálogos, até que a professora pediu para fazerem silêncio porque a aula ia começar.

Em seguida, foi projetado o sumário para que os alunos o transcrevessem para o caderno. A professora começou então por iniciar um diálogo com os alunos para relembrar a construção de triângulos, donde se verificou muito esquecimento mas aos poucos as ideias foram surgindo.

Após esta fase, a professora pediu para os alunos se juntarem em grupos. Distribui as propostas e começou por propor a construção de quatro triângulos conforme as instruções da mesma. Perguntou se estes tinham trazido o material solicitado na aula anterior, onde apenas alguns apresentaram a régua. Como já era habitual a falta de material, distribuímos o nosso próprio material pelos grupos.

Sentiu-se logo o entusiasmo e a curiosidade para com o material distribuído, onde alguns até discutiram para que fossem eles os primeiros a construir. Começamos então por delegar tarefas entre os alunos, onde uns faziam as medições necessárias, outros recortavam e outros apontavam os dados.



Figura 1: Construção dos triângulos

Após a construção dos triângulos a professora iniciou uma discussão com toda a turma no sentido de os alunos levantarem algumas conjeturas. Para introduzir o conceito de congruência, pediu aos grupos os triângulos azuis e sobrepôs estes, donde se iniciou o seguinte diálogo:

Professora: O que se pode dizer acerca dos triângulos azuis?

Alunos: São iguais ... têm os lados iguais!

Professora: Têm o comprimento dos lados iguais. E o que acontece quando sobrepomos todos os triângulos azuis?

Alunos: Ficam iguais!

Professora: Sim! Ou seja, quando sobrepostos, coincidem ponto por ponto. Em linguagem matemática, quando isto acontece, diz-se que as figuras são congruentes.

Entretanto, uma aluna fez o seguinte reparo:

J: Professora mas há triângulos aí que são um bocadinho diferentes?

Professora: Exatamente! Porque será?

J: Porque têm medidas diferentes.

Professora: Pois! Isso significa que as construções não foram feitas com muito rigor. Há diferenças de milímetros.

É de salientar a atitude crítica desta aluna. Não ficou satisfeita com a afirmação da professora, pois o que observava não coincidia com o que esta dizia.

De seguida, com o intuito dos alunos concluírem que isto não acontecia com todos os triângulos, a professora recolheu os triângulos vermelhos e sobrepô-los, donde surgiu o seguinte diálogo:

Professora: O que observam quando se sobrepõe os triângulos vermelhos?

Alunos: Esses já não são iguais!

Professora: Iguais?

Alunos: Congruentes!

Professora: Correto! Não são congruentes! Porquê?

Alunos: Porque não coincidem ponto por ponto!

Professora: Muito bem! E que mais têm a dizer dos triângulos vermelhos?

Como os construíram?

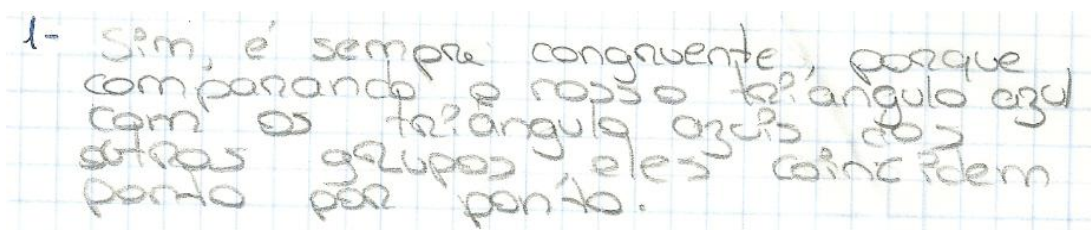
Alunos: Sabemos que os ângulos são iguais.

Professora: Ou seja, os ângulos correspondentes dos triângulos vermelhos têm a mesma amplitude, logo são congruentes.

Em seguida, os alunos começaram a responder às questões da proposta.

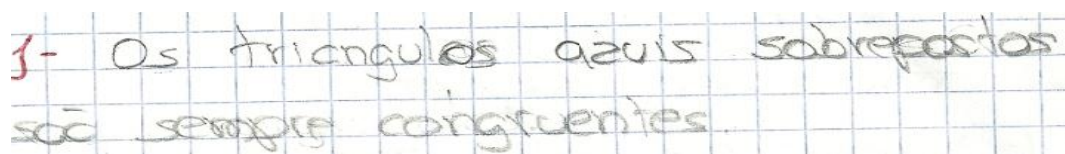
Vejam algumas respostas dadas por alguns grupos:

1. Será que dois triângulos com os três lados congruentes são sempre congruentes?



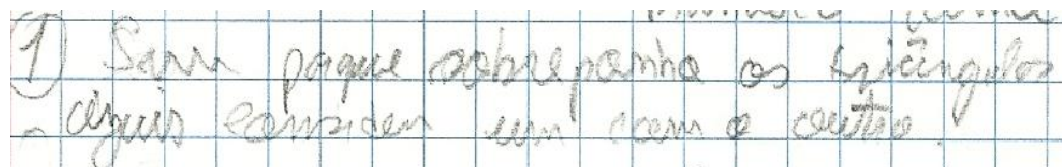
1- Sim, é sempre congruente, porque comparando o rosa o triângulo azul com os triângulos azuis dos outros grupos eles coincidem ponto por ponto.

Figura 2: Resposta do grupo A



1- Os triângulos azuis sobrepostos são sempre congruentes.

Figura 3: Resposta do grupo B



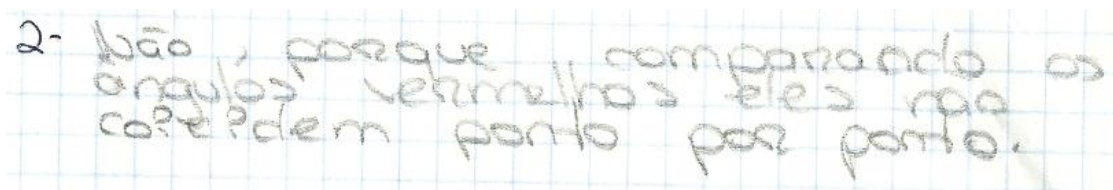
1) Sim porque sobrepostos os triângulos azuis coincidem um com o outro.

Figura 4: Resposta do grupo C

Observa-se claramente que os alunos destes grupos utilizaram facilmente as conclusões tiradas na discussão anterior, ou seja, como já tinham visto que os triângulos azuis tinham os três lados correspondentes congruentes, concluíram logo que dois triângulos com os três lados congruentes são sempre congruentes.

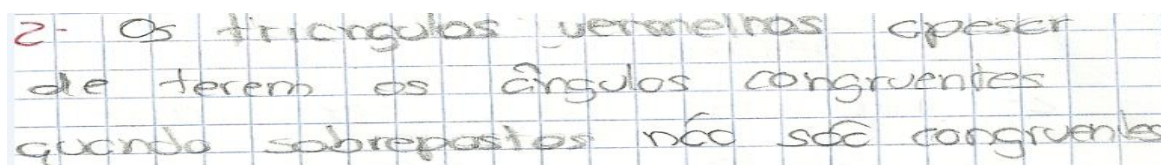
O mesmo se observou nas respostas à questão dois, vejamos:

2. Será que dois triângulos com os três ângulos congruentes são sempre congruentes?



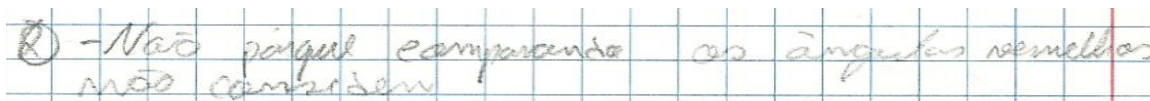
2- Não, porque comparando os ângulos vermelhos eles não coincidem ponto por ponto.

Figura 5: Resposta do grupo A



2- Os triângulos vermelhos apesar de terem os ângulos congruentes quando sobrepostos não são congruentes.

Figura 6: Resposta do grupo B



2 - Não porque comparando os ângulos vermelhos não coincidem.

Figura 7: Resposta do grupo C

Ora, como os alunos já tinham discutido que os triângulos vermelhos têm os três ângulos correspondentes congruentes, sobrepuseram-nos para confirmar se eram congruentes, mas concluíram que não, pois não coincidiam ponto por ponto.

Quanto às questões três, quatro e cinco, respectivamente, “3 - Dois lados de um triângulo e um ângulo não formado por eles são congruentes aos elementos correspondentes de outro triângulo. Nestas condições os triângulos são sempre congruentes?”, “4 - Dois lados de um triângulo e um ângulo não formado por eles são congruentes aos elementos correspondentes de outro triângulo. Nestas condições os triângulos são sempre congruentes?” e “5 - Dois ângulos de um triângulo que têm um lado comum são congruentes com os elementos correspondentes de outro triângulo. Nestas condições os triângulos são sempre congruentes?”, os alunos sentiram mais dificuldade na

interpretação do enunciado o que implicou uma maior orientação por parte dos professores, até porque na discussão inicial não se tinha falado dos triângulos nestas condições.

Na última questão, questão seis, pretendia-se que os alunos, após esta exploração, definissem quais são as condições necessárias para que dois triângulos sejam congruentes, da qual obtivemos as seguintes respostas:

6- Para que dois triângulos sejam congruentes, temos que verificar as seguintes condições:

- Se os 3 lados forem congruentes
 - axioma III
- Se 2 lados forem congruentes e o ângulo por eles formado congruente:
 - LAL
- 1 lado congruente e 2 ângulos adjacentes a ele também adjacentes:
 - ALA

Figura 8: Resposta do grupo A

6- 1. Terem os lados todos congruentes

2. ter dois lados congruentes e o ângulo por eles formado também congruente

3. ter um lado congruente e os ângulos adjacentes a esse lado também congruentes.

Figura 9: Resposta do grupo B

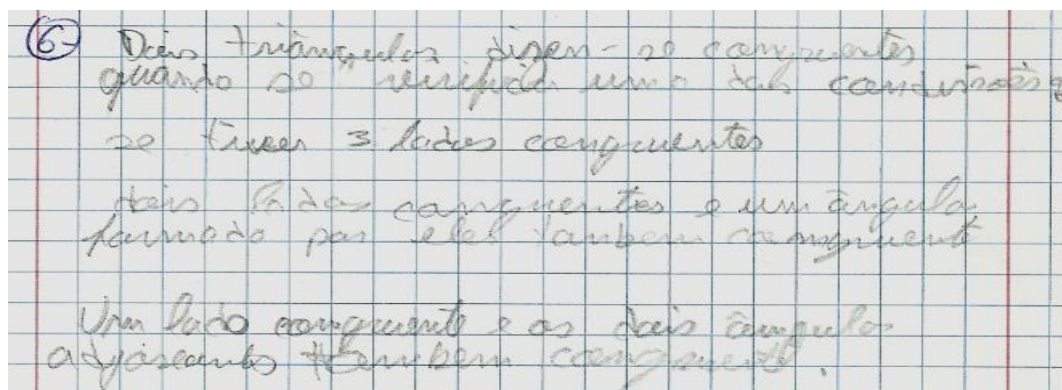


Figura 10: Resposta do grupo C

Percebe-se que os alunos retiveram a informação mais importante. Através da exploração do material, juntamente com as questões orientadoras, estes definiram os critérios de congruência de triângulos.

Deu o toque de saída e os alunos, sem hesitar, arrumaram o material e levantaram-se. A professora teve que chamá-los à atenção para que entregassem o material dos professores, arrumassem as mesas e cadeiras e então depois disso poderiam sair com calma.

Sendo assim, a discussão em grande grupo sobre a atividade realizada teve que ficar para a aula seguinte, onde os alunos partilharam e discutiram as suas ideias, juntamente com o professor.

Ora, tendo em conta as características dos alunos desta turma, esta foi, sem dúvida, a melhor forma de se trabalhar os critérios de congruência de triângulos. Seria completamente despropositado ser o professor a debitar a matéria ao longo de uma aula de noventa minutos, por um lado, porque não iríamos conseguir captar a atenção destes

alunos e por outro, porque no final teríamos uma aula mal aproveitada. Estes alunos precisam de um estímulo, uma motivação, e isso verificou-se pelo desafio da construção e da utilização do material manipulável para a descoberta dos critérios.

A nível da aprendizagem, com a realização desta atividade, os alunos tiveram a oportunidade de relembrar a construção de triângulos, a utilização correta dos instrumentos de desenho e de compreender a noção de congruência.

5.2. Organização e Tratamento de Dados – Matemática e Cidadania

A proposta de trabalho utilizada para explorar e por em prática os conteúdos estatísticos trabalhados na aula, corresponde a uma investigação estatística de cunho aberto e prolongado.

Considera-se que o desenvolvimento deste tipo de atividade tem um grau de dificuldade mais elevado pois requer que os alunos, para além de definir um tema possível de ser tratado estatisticamente, encontrem uma metodologia de trabalho, tenham um sentido elevado de organização e de superação de dificuldades, pois nem sempre é possível a ajuda do professor, uma vez que parte do trabalho é efetuado em contexto fora de aula.

Deste modo, optamos por pôr em prática esta atividade na turma um do 8º ano, tomando em consideração o grau mais elevado das capacidades de aprendizagem, de organização e de autonomia destes alunos em comparação com os alunos das outras turmas.

É importante salientar que estas escolhas não se trataram, de forma alguma, de atos de discriminação. A realidade é que todos os alunos são diferentes logo todas as turmas também são diferentes, por isso, procuramos sempre realizar atividades mais adequadas

para uma determinada turma tendo em consideração as características dos alunos. No fundo, é uma forma dos alunos tirarem mais proveito da realização destas atividades.

Ora, durante algumas aulas, foram revistos alguns conteúdos trabalhados nos anos anteriores, tais como, população, amostra, censo, sondagem, variáveis qualitativas, quantitativas (contínuas e discretas), moda, mediana e média.

Em seguida, informamos os alunos que iriam efetuar uma investigação estatística e como era a primeira vez que estes desenvolviam um projeto desta natureza, foi necessário explicar em que consiste e quais as etapas envolvidas.

Solicitamos então que os alunos formassem grupos e distribuámos a referida proposta de trabalho.

Ainda nesta aula, os alunos começaram a escolher o tema que iriam trabalhar. Já começaram a utilizar os computadores do laboratório móvel para pesquisar sobre os temas e discutiram com a professora sobre a forma de recolha de dados que deveriam utilizar.

Seguiu-se a etapa da recolha de dados, a análise dos dados, interpretação dos resultados e finalmente a apresentação dos trabalhos à turma. Todo este processo teve a duração de cerca de um mês.



Figura 11: Pesquisa sobre os temas

Na fase anterior à apresentação dos projetos, foi feita uma entrevista a alguns alunos, no sentido de se perceber, em primeiro lugar, qual a ideia que estes tinham da estatística. De salientar que todos eles nunca tinham elaborado um projeto deste tipo.

Professora: O que é para ti a estatística?

I: A estatística é uma contagem de alguma coisa ... recolhe-se dados, investiga-se e descobre-se algumas coisas.

F: É uma medição. Conta a população... faz contagens para obter informação.

A: É um estudo feito para obter informação acerca de um determinado assunto.

C: É um estudo em que a gente consegue tirar conclusões.

D: Para mim a estatística é toda a opinião e dados que conseguimos recolher de alguma coisa ou até mesmo da população.

M: A gente faz questionários às outras pessoas e a opinião deles vai estar no final de um estudo estatístico.

Ora, é perfeitamente visível que, para os alunos, a estatística é algo onde se recolhe dados para tirar conclusões. A maioria dos alunos relaciona a estatística com variáveis quantitativas e pode-se constatar esse facto quando mencionam as palavras contagem e medição. De salientar também que estes relacionaram a estatística com alguns procedimentos que eles próprios aplicaram nos seus projetos, tais como, recolha de dados, questionários, contagem, investigação e conclusões.

Professora: Achas que a estatística é útil?

I: É útil. Serve, por exemplo, para ver quantos alunos da turma gostam de uma determinada coisa. Se não fosse a estatística não sabíamos muita coisa.

F: Sim...serve para informar as pessoas.

A: Sim, para obter informação. Por exemplo, para saber em que condições vive a população.

C: Acho. Porque em caso de dúvida, podemos saber a resposta.

D: Serve para, por exemplo... os censos é uma das maneiras de fazer estatística. Também podemos fazer um estudo sobre as vendas de uma determinada loja comercial para depois podermos comparar os valores, ou seja, se teve maior ou menos lucro que a semana anterior.

P: É útil, por exemplo, para saber informação sobre o desporto.

J: Acho que sim. Porque podemos perceber o quê que a população faz.

M: Sim. Para termos uma ideia da opinião dos outros para termos uma opinião geral.

V: Sim. Para saber as percentagens de várias coisas, por exemplo, de quem gosta de desporto.

Sem dúvida que os alunos consideram que a estatística é útil. Continuam a relacionar a estatística com um estudo em que se recolhe informação para informar as pessoas. Verifica-se ainda que recorrem aos seus próprios temas para dar exemplos de situações onde se poderia utilizar a estatística, como o desporto.

Professora: Aplicaram algum conteúdo dado nas aulas para a elaboração deste estudo? Qual ou quais?

I: Sim. Usamos tabelas e construímos gráficos.

F: Sim. Era preciso determinar a população, a amostra... fizemos um questionário. Depois reunimos a informação e construímos uma tabela e um gráfico.

A: Aplicamos a tabela de frequências e o histograma.

C: Sim. Perguntamos aos colegas da turma sem identificar o nome e depois tentamos fazer gráficos.

D: Sim. A tabela de frequências que engloba a frequência absoluta e as percentagens, os gráficos que é para podermos comparar.

P: Sim. Os gráficos circulares e os de barras e tabelas de frequência.

J: Sim. O gráfico circular e tabela de frequências.

M: Sim. Usamos questionários e também fizemos a tabela de frequências e depois o gráfico circular e o histograma.

L: Sim. A frequência absoluta para por na tabela, a população, a amostra, a média, o gráfico circular e o de barras.

V: Sim. Fizemos um questionário, calculamos as médias e usamos o excel para fazer o tratamento dos dados. Fizemos os gráficos circulares e de barras.

Verifica-se que a etapa mais significativa para os alunos foi a do tratamento dos dados, pois, quase todos relacionaram os conteúdos estatísticos com tabelas de frequências, gráficos circulares e gráficos de barras.

Professora: Ao aplicar esses conteúdos compreenderam melhor a sua função?

I: Sim, porque na aula não estava a compreender muito bem e depois comecei a compreender. Com os exemplos é sempre mais fácil.

F: Sim, porque fomos nós a descobrir. Dá mais entusiasmo.

A: Mais ou menos, porque não sei introduzir os dados na tabela.

D: Sim, percebi melhor porque construí no *excel* e através da tabela dá-nos bastante informação.

J: Sim. Por fazer bastantes vezes percebi melhor. Para cada pergunta fizemos um quadro.

M: Sim, porque desenvolveu o meu conhecimento acerca disso.

L: Sim, porque é melhor na prática do que só ouvir o professor falar.

V: Sim, ao fazer praticamos os conceitos.

É evidente nas respostas dos alunos, a importância de por em prática os conteúdos para uma melhor compreensão. Um dos alunos refere que percebeu melhor a matéria de tanto repeti-la. De facto, para alguns alunos, a repetição poderá levar à compreensão.

Porém, está implícito na maioria das respostas o facto de serem eles próprios a explorar os conteúdos em vez de ser o professor a debitar a matéria.

Ao longo da elaboração deste projeto, os alunos tiveram a oportunidade de rever, praticar e experienciar um conjunto de situações variadas. A aplicação dos conceitos estatísticos trabalhados na aula, a necessidade de interação com os elementos da amostra, a utilização de ferramentas informáticas para o tratamento de dados e a apresentação final dos trabalhos, fez com que este fosse um processo contínuo de aprendizagem, onde o percurso em si era o objetivo.

Esta proposta de trabalho proporcionou que estes alunos criassem e dessem a conhecer informação sobre os mais diversos temas, fazendo com que estes se tornassem mais conscientes do que se passa à sua volta e mais capazes de participar na sociedade.

5.3. Multiplicação de Polinómios

Como já foi referido no capítulo quatro, as operações com polinómios, nomeadamente a multiplicação, foi explorada através de uma proposta de trabalho de natureza investigativa em paralelo com a manipulação de material. A sua aplicação tinha também o propósito de se fazer a conexão entre os temas da Álgebra, da Geometria e dos Números e Operações de forma que os alunos percebessem a origem e a razão de ser destes conceitos, bem como evitar que este primeiro tema seja encarado como um conjunto de mecanismos a decorar.

Considerou-se que esta proposta era adequada às duas turmas do 8º ano, pois trata-se de uma descoberta guiada por um conjunto de questões orientadoras e pela exploração de material. Porém foi estudada apenas na turma um do 8º ano.

Ao toque de entrada, dirigimo-nos para a sala, onde no corredor já se encontravam grande parte dos alunos da turma. Começaram a cumprimentar-nos com grande entusiasmo e a perguntar o que iriam fazer naquela aula. Alguns alunos conversavam, faziam questões e contavam histórias à professora enquanto a acompanhavam até a secretária.

A agitação continuou até que a professora pediu para os alunos acalmarem-se e sentarem-se nos seus lugares para passarem o sumário para o caderno.

A professora informou os alunos que iriam desenvolver uma atividade em grupo e para isso teriam que formar grupos, voltando assim a habitual confusão de alunos de um lado para outro e barulho de cadeiras e mesas.

Após os grupos estarem formados, a professora fez uma introdução à atividade e em seguida distribuímos o material pelos grupos.

Os alunos iniciaram logo as suas explorações, construindo figuras engraçadas tal como podemos ver na figura abaixo:

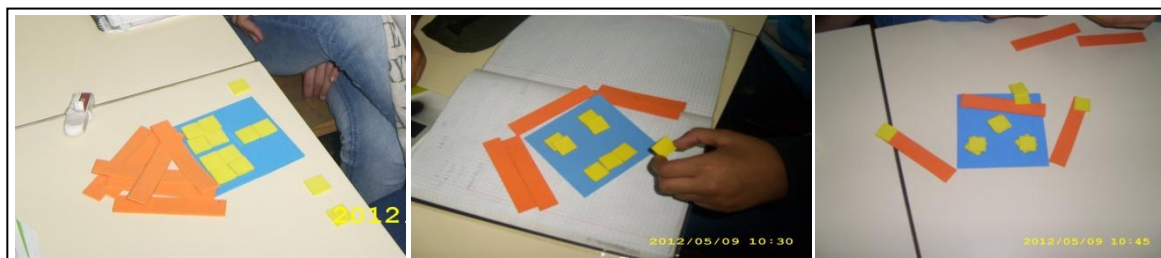


Figura 12: Exploração do material

Após a exploração do material e a discussão sobre a forma geométrica de cada figura, a professora solicitou que os alunos procurassem relações entre estas. Donde surgiu a seguinte discussão:

Professora: Que relação existe entre o quadrado azul e o retângulo laranja?

Alunos: O lado do quadrado azul é igual ao comprimento do retângulo laranja!

Professora: Sim! E que mais?

Alunos: O quadrado azul é cinco vezes o retângulo laranja!

Professora: Então quer dizer que consegue-se preencher o quadrado azul com cinco retângulos laranja?

Alunos: Sim professora, mas fica um bocadinho!

Professora: Exatamente! Isso é importante. E quanto ao quadrado amarelo? Que verificam em relação às outras figuras?

Alunos: A largura do retângulo laranja é igual ao lado do quadrado amarelo.

Professora: Exatamente! E que mais?

Alunos: Também não se consegue preencher o retângulo laranja com cinco quadrados amarelos.

Professora: Correto!

Após esta discussão os alunos começaram a responder às questões. Em primeiro lugar, pretendia-se que escrevessem as dimensões do retângulo laranja e do quadrado amarelo, donde se destaca a seguinte resposta:

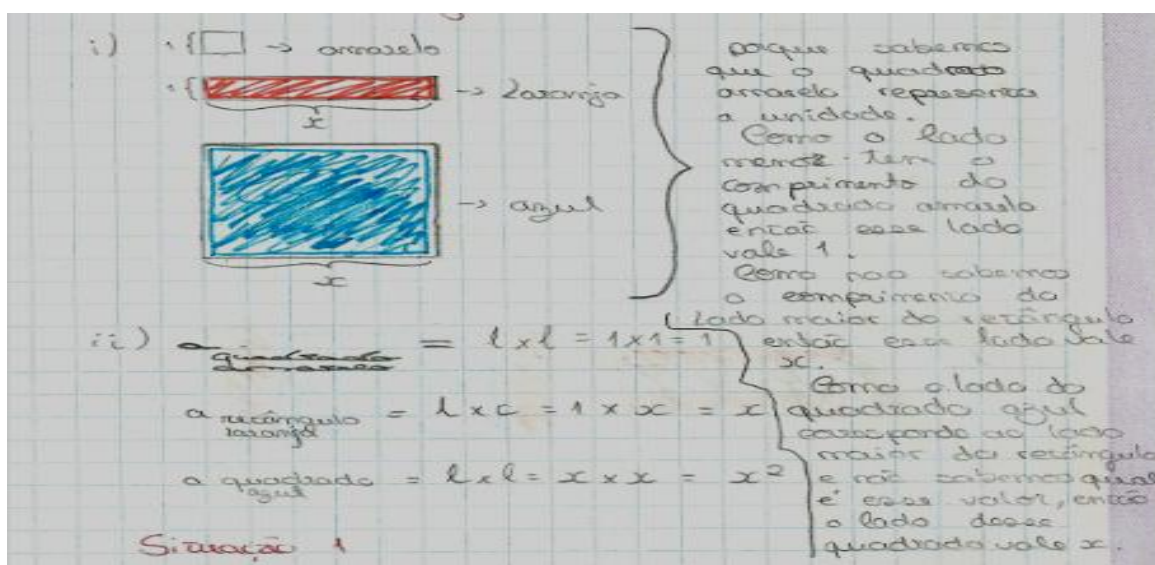


Figura 13: Resposta do grupo A

Com a discussão anterior, estes alunos facilmente escreveram as dimensões pedidas como também calcularam as áreas das respectivas figuras, justificando as suas respostas.

Na situação um pretendia-se que os alunos construíssem um retângulo de dimensões 3 por $x + 2$, dizendo que figuras tinham utilizado. Para além disso, teriam que dizer o que representava a expressão $3 \times (x + 2)$, em seguida, teriam que determinar a sua área, verificar o que obtinham quando aplicassem a propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição nessa expressão e finalmente o que observavam acerca do valor de $3 \times (x + 2)$ quando determinada a área do retângulo e quando aplicada a propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição.

Vejamos as seguintes respostas:

Situação 1

2.

3.

Barra laranja

Barra laranja

barra laranja

x + 2

Quadrado amarelo

3. A expressão $3 \times (x+2)$ é a área do retângulo

$(x+2)$ comprimento

3 largura

4. $6 \times 2 + 3 \times x = 3x + 6$

5. É a área do retângulo que construímos.

6. $3 \times (x+2) = 3 \times x + 3 \times 2 = 3x + 6 =$

f. Concluímos que é a mesma coisa.

Figura 14: Resposta do grupo B

Através das questões orientadoras, os alunos chegaram à conclusão que, calcular a área da figura pela sua composição, ou seja, sabendo que é formada por 3 retângulos laranja e por 6 quadrados amarelos, é a mesma coisa que aplicar a propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição na expressão $3 \times (x+2)$.

Na situação II, os alunos deveriam concluir que a expressão obtida pelo cálculo da área através da decomposição da figura ou pela aplicação da propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição era a mesma. Para tal, deveriam construir um retângulo cuja área fosse dada pela expressão $x \times (x+2)$, fazer o esboço da mesma e indicar as figuras que foram utilizadas. Em seguida, pedia-se que determinassem a área do retângulo

construído, utilizando as duas formas anteriormente exploradas, ou seja, por análise da forma como o construíram e por aplicação da propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição.

Apresenta-se, em seguida, a sequência de respostas dadas por um dos grupos:

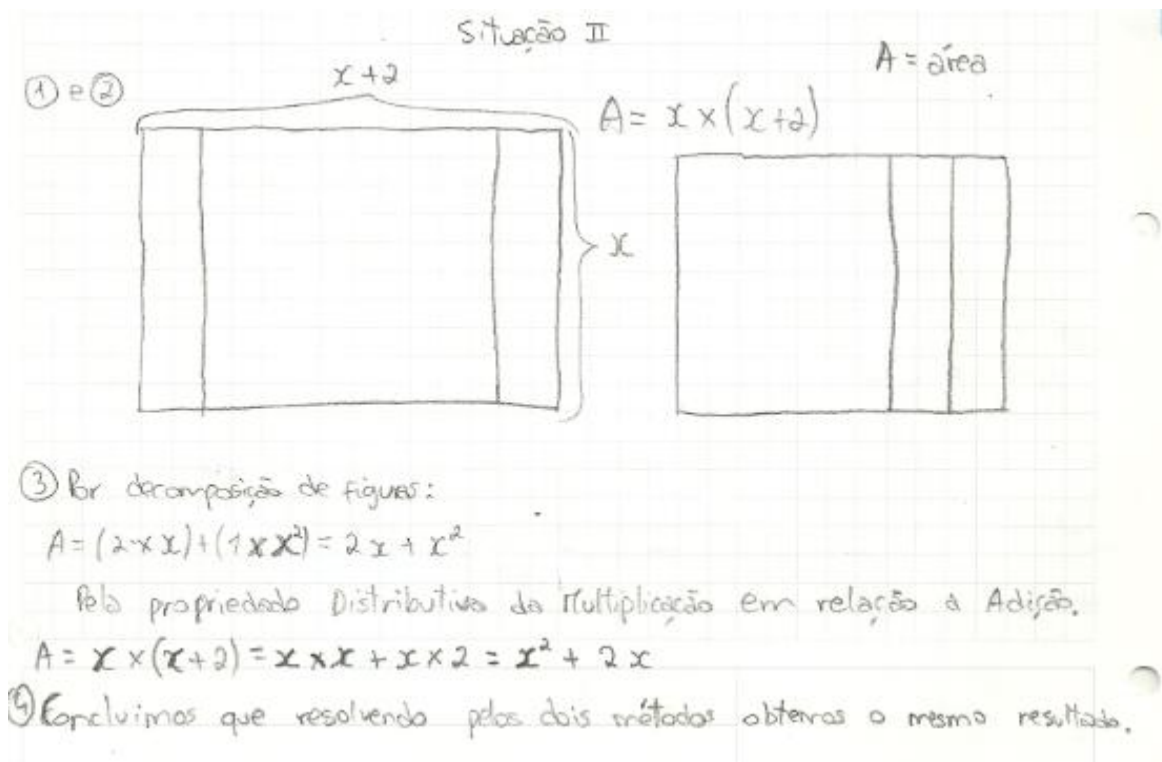


Figura 15: Resposta do grupo C

Podemos reparar que este grupo foi um pouco mais além e construiu dois retângulos com a área pretendida mas com representações diferentes.

Para além disso, foi atingido o objetivo pretendido ao concluírem que obtêm a mesma expressão ao calcularem a área da figura pelos dois métodos.

A exploração da situação III é análoga à situação II mas utilizando a expressão $(x+1) \times (x+3)$. Segue-se mais um exemplo de resposta:

Situação III
 André Baptista Nº 21 8º
 Tiago Alce Nº 24

① = ②

	x	1
	x	1
	x	+
}	x ²	x

$A = (x+1) \times (3+x)$

$x+3$

$x+1$

③ Como sabemos que o quadrado azul representa x num dos lados juntamos uma barra laranja na vertical e no outro lado juntamos três barras laranjas na horizontal e três quadrados azuis.

④

$$A = x + x + x + x^2 + x + 3$$

$$A = x^2 + 4x + 3$$

⑤ $A = (x+1) \times (3+x)$

$$A = x \times 3 + x \times x + 1 \times 3 + 1 \times x$$

$$A = 3x + x^2 + 3 + x$$

$$A = 4x + x^2 + 3$$

⑥ Concluímos que obtivemos o mesmo resultado em ④ e em ⑤

Figura 16: Resposta do grupo C

Uma vez mais, os alunos concluíram que, calculando a área pela decomposição das figuras ou aplicando a propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição, obtêm a mesma expressão.

O desenvolvimento desta atividade proporcionou a estes alunos uma experiência matemática dinâmica que, para além de ter-lhes possibilitado a revisão de alguns

conceitos, nomeadamente o cálculo de áreas e a aplicação da propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição, também proporcionou-lhes o desenvolvimento das capacidades de raciocínio e comunicação matemática.

Para além disso, também estabeleceram-se conexões entre outros temas matemáticos para que os alunos percebessem que é possível relacionar vários temas com um determinado conteúdo e, desta forma, dar outro sentido à multiplicação de polinómios para evitar que este seja encarado como um conjunto de mecanismos sem razão de ser.

5.4. Análise das “entrevistas informais”

Para que pudéssemos perceber a opinião dos alunos sobre o desenvolvimento destas atividades na sala de aula, optamos por pedir aos mesmos que respondessem a algumas questões.

Uma vez que algumas questões eram de carácter geral e requeriam reflexão e sinceridade, considerou-se que as respostas deveriam ser dadas por escrito e também não deveriam ser dadas nesse momento, pelo que os alunos tiveram a oportunidade de entregá-las na aula seguinte.

Perguntou-se se gostavam de desenvolver este tipo de atividades na aula, onde quase todos responderam que sim. Uns porque gostavam de utilizar materiais manipuláveis, outros porque gostam de trabalhar em grupo. Ora, constata-se que é realmente significativo para estes alunos, a manipulação de materiais e o trabalho em grupo.

Porém, nem todos os alunos têm uma opinião tão positiva acerca destas atividades. Um dos alunos refere que são confusas e outro diz serem um pouco chatas.

Em primeiro lugar, perguntou-se o que entendiam por atividade investigativa. Ora vejamos algumas respostas:

1. O que entendes por “atividade investigativa”?

É tentarmos investigar bem a ficha. Conseguimos explorar algo.

Figura 17: Resposta do aluno JA

1. O que entendes por “atividade investigativa”?

atividade investigativa é uma proposta na qual investigamos a matéria.

Figura 18: Resposta do aluno JP

1. O que entendes por “atividade investigativa”?

É uma ~~atividade~~ ficha, com alguns exercícios, que podemos executar ~~o~~ em grupo ou individualmente e que visam chegarmos às nossas próprias conclusões através da resolução dos exercícios acerca da matéria.

Figura 19: Resposta do aluno D

1. O que entendes por “atividade investigativa”?

Atividade investigativa é uma atividade em que temos de pesquisar e investigar para chegar a uma resposta.

Figura 20: Resposta do aluno V

1. O que entendes por “atividade investigativa”?

Atividade investigativa eu entendo por um trabalho em grupo em que exploramos várias coisas.

Figura 21: Resposta do aluno JC

A maior parte dos alunos percebe que um atividade investigativa tem como objetivo investigar e explorar um determinado conteúdo para chegarem a uma resposta, ou seja, construir o seu próprio conhecimento. Está também explícito nestas respostas, que os alunos entendem que uma atividade investigativa não é uma simples ficha de exercícios rotineiros.

Perguntamos também se os alunos consideravam importante continuar a desenvolver este tipo de atividades nas aulas de matemática. Quase todos responderam que sim, onde alguns argumentaram ser divertido. Entre estes, também se destacam as seguintes respostas:

7. Consideras importante continuar a desenvolver este tipo de atividades nas aulas de matemática? Porquê?

Sim, para desenvolvermos a inteligência, e perceber mais de Matemática.

Figura 22: Resposta do aluno JA

7. Consideras importante continuar a desenvolver este tipo de atividades nas aulas de matemática? Porquê?

Sim, porque chegamos mais depressa a uma resposta, ao fazer as construções necessárias para esta atividade.

Figura 23: Resposta do aluno V

7. Consideras importante continuar a desenvolver este tipo de atividades nas aulas de matemática? Porquê?

Sim, porque com estas atividades conseguimos aprender diversas coisas.

Figura 24: Resposta do aluno JC

Perceber mais de matemática, obter respostas mais rápidas com utilização de material manipulável e aprender diversas coisas são os argumentos que justificaram a resposta. Por um lado, depreende-se que os alunos consideram que este tipo de atividade propicia vários conhecimentos, tal facto poderá estar relacionado às conexões que se fazem, quer com outros temas matemáticos, quer com outras disciplinas.

Por outro lado, os alunos relacionam muitas vezes a manipulação de material com as atividades investigativas, o que poderá resultar do facto de quase todas as propostas de trabalho desta natureza terem sido exploradas juntamente com material manipulável.

6. Considerações Finais

A prática de ensino supervisionada e a elaboração deste relatório fez-me, definitivamente, olhar a matemática com outros olhos.

Por incrível que pareça, até ao último ano do ensino secundário não gostava de matemática. Achava que era algo inatingível, até que comecei a ter explicações, pois a matemática era uma condição necessária para ingressar no ensino superior. Aí, comecei a descobrir a matemática e a achar-lhe imensa piada. Equiparava-a a um jogo, um desafio.

Surgiu então um entusiasmo tão grande que quase já não havia exercícios que não tivesse resolvido. Eram exercícios dos manuais, de outros livros que comprava e dos exames de anos anteriores. Contudo, durante esta fase, notei que havia uma lacuna muito grande nos meus conhecimentos matemáticos e, aqueles que eram do meu conhecimento, utilizava-os pela mera necessidade de resolver um exercício ou um problema, sem perceber a sua razão de ser. Quase todos os conteúdos eram dados como um produto acabado e os alunos aceitavam, sem duvidar, aquilo que o professor dizia. Mas, conforme Ponte, J. (2002) “aprender matemática não é simplesmente compreender a matemática já feita, mas ser capaz de fazer investigação de natureza matemática” (p. 5).

Existiam muitos conceitos dos quais nunca tinha ouvido falar e outros que não entendia a sua origem. Aliás, neste mestrado descobri uns tantos e acredito que ainda tenho mais alguns para descobrir.

Hoje, pergunto, “Porquê tanta indiferença pela matemática?”. No meu caso, arrisco a responder que, em parte, teve origem no método de ensino tradicional. Tento olhar para trás em busca de algum episódio que envolva a matemática e não encontro. Nada para mim foi significativo relativamente à matemática, até começar a descobri-la. É verdade que

houve uma mudança de atitude da minha parte, até mesmo um amadurecimento, contudo, continuo a achar que nunca fui motivada o suficiente.

Ora, é este o grande desafio. Motivar os alunos. Pude constatar, durante o estágio, que este é o desafio mais difícil. Por vezes até considerei impossível e infelizmente para alguns alunos é. Porém, para a maioria, há essa possibilidade e as atividades investigativas na sala de aula são uma forma de motivação e de fazer a diferença na aprendizagem da matemática.

De acordo com Ponte, (2002) “as possibilidades de se envolverem neste tipo de trabalho alunos usualmente pouco motivados para esta disciplina, com resultados surpreendentes, pela positiva, têm sido sobejamente demonstradas em numerosos relatos de investigação” (p. 3). É claro que não se trata de uma receita milagrosa e não é esse o objetivo deste estudo. Contudo, pude constatar que certas atividades foram muito significativas para os alunos. Por exemplo, quando se falava nas balanças, os alunos lembravam-se das equações, quando se falava dos robots, os alunos vibravam e lembravam-se das funções.

É com base nestas experiências partilhadas com os alunos e nos estudos efetuados que acredito nesta metodologia de ensino. Porém, é importante frisar que as atividades de investigação “constituem um elemento fundamental do menu educativo mas dificilmente resultam se forem oferecidas como dieta exclusiva” (Ponte, 2002, p. 4). Desta forma, não se pretende descurar o método de ensino tradicional, até porque a prática e a resolução de exercícios é necessário para completar o processo de aprendizagem, ou seja, é a forma dos alunos consolidarem os conceitos por eles descobertos.

Com a análise feita no capítulo 5, pude também constatar, em traços gerais, que os alunos sentem alguma dificuldade na interpretação de enunciados, na argumentação, na utilização de vocabulário próprio e na comunicação oral e escrita.

É natural que surja sempre algum tipo de dificuldade, porém, muitas delas deveriam ser colmatadas desde o ensino primário. Nota-se uma grande falta de conhecimentos básicos.

Também foi notória a diferença intelectual dos alunos. Não considero que haja alunos mais ou menos inteligentes, mas sim, uns mais espertos e mais predispostos que outros. Uns que precisam de mais tempo que outros. Mas todos são capazes.

Daí ter-se notado alguma diferença de opiniões. Claro que nem todos podem ter a mesma opinião e certamente não é isso que se espera, pois os alunos têm características de aprendizagem diferentes. Para uns é mais importante ouvir o professor explicar a matéria do que serem eles próprios a descobrir os conceitos matemáticos. Contudo, estes alunos estão em minoria e é também importante frisar que são alunos com bom aproveitamento escolar.

É com estas pequenas observações que se conclui que o desenvolvimento de atividades investigativas na sala de aula é uma mais-valia para a aprendizagem dos alunos.

Apesar de já se notar alguma mudança de mentalidade nos professores, grande parte ainda resiste a esta nova metodologia, o que também impossibilita a mudança de atitude por parte dos alunos. O ideal seria que todos os professores aplicassem um pouco de investigação nas suas aulas para assim podermos construir um novo futuro na matemática.

7. Referências Bibliográficas

Abrantes, P., Leal, L., Ponte, J., (1998). *Investigar para aprender matemática: Textos selecionados*. (2.^a ed.). Grupo "Matemática Para Todos – investigações na sala de aula" (CIEFCUL) e Associação de Professores de Matemática.

Bogdan, R., & Bilken, S. (1994). *Investigação qualitativa em educação: Uma introdução à teoria e aos métodos*. (1.^a ed.). Porto: Porto Editora.

Ponte, J., (1984). *Evoluta N.º2*

Ponte, J., Costa, C., Rosendo, A., Maia, E., Figueiredo, N., Dionísio, A., (2002). *Atividades de investigação na aprendizagem da matemática e na formação de professores*. (1.^a ed.). Secção de Educação e Matemática da Sociedade Portuguesa de Ciências de Educação.

Ponte, J., Ferreira, C., Varandas, J., Brunheira, L., Oliveira, H., (1999). *A relação professor-aluno na realização de investigações matemáticas*. (1.^a ed.). Associação de Professores de Matemática.

Sítios na internet

Frota, M. (s.d.). *Experiência matemática e investigação matemática*. Retirado em 29/12/2011 de:

<http://www.matematica.pucminas.br/Grupo%20de%20Trabalho/Maria%20clara/experienciaDocumento%20do%20Acrobat.pdf>

Ministério da Educação (2011). *Metas de Aprendizagem*. Retirado de:

<http://www.metasdeaprendizagem.min-edu.pt/ensino-basico/metas-de-aprendizagem/metas/?area=7&level=6>

Ponte, J., Serrazina, L., Guimarães, H.; Breda, A., Guimarães, F.; Sousa, H., ..., Oliveira,

P. (2007). *Programa de Matemática do Ensino Básico*. Ministério da Educação –

DGIDC. Retirado em 22/05/2012 de : [http://sitio.dgdc.min-](http://sitio.dgdc.min-edu.pt/matematica/Documents/ProgramaMatematica.pdf)

[edu.pt/matematica/Documents/ProgramaMatematica.pdf](http://sitio.dgdc.min-edu.pt/matematica/Documents/ProgramaMatematica.pdf)

Paulo, E. (s.d.). *Atividades investigativas nas aulas de matemática: uma análise de*

atitudes de alunos do ensino médio e da prática profissional. Retirado em 29/12/2011

de: <http://www.fae.ufmg.br/ebapem/completos/08-01.pdf>

Ponte, J. (2003). *Investigar, ensinar e aprender*. Retirado em 30/12/2011 de:

[http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/docs-pt/03-Ponte\(Profmat\).pdf](http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/docs-pt/03-Ponte(Profmat).pdf)

Pontifícia Universidade Católica do Paraná: Sistema integrado de bibliotecas (2011).

Manual para elaboração de trabalhos técnico-científicos de acordo com a norma da

Associação Americana de Psicologia- APA. Retirado em 29/12/2011 de:

http://pt.scribd.com/raquel_camacho_1/d/50204735-Normas-APA-2010

8. Anexos

8.1. Anexo I

Escola Básica dos 2º e 3º Ciclos Dr. Eduardo Brazão de Castro

Funchal, 15 de Dezembro de 2011

Exmo.(a) Sr.(a) Encarregado de Educação

No âmbito do Mestrado em Ensino da Matemática no 3º Ciclo do Ensino Básico e Secundário da Universidade da Madeira, estamos a desenvolver um estudo para realização dos Relatórios finais de Mestrado.

Esta investigação visa encontrar, criar, melhorar e aprofundar métodos que incentivem a aprendizagem dos alunos relativamente à disciplina de Matemática.

Para tal, é importante observar e recolher dados sobre os trabalhos desenvolvidos pelos alunos nas aulas de Matemática.

A recolha de dados será feita ao longo de todo o ano letivo de 2011/2012. Para o efeito, pretende-se utilizar diversos materiais de recolha de informação, entre os quais se encontram a câmara fotográfica para tirar fotografias das aulas observadas e a câmara de filmar para obtermos registos de vídeo-gravação dos trabalhos desenvolvidos na sala de aula da turma ... do ...º ano.

Deste modo, solicitamos a sua autorização para que possamos proceder à recolha dos dados acima referidos.

Desde já garantimos que os dados serão apenas usados no âmbito da nossa investigação, visto que se pretende manter o respetivo anonimato dos alunos e a confidencialidade dos dados obtidos.

Agradecendo a colaboração de V. Ex.^a pedimos que assine a declaração abaixo, devendo depois destacá-la e devolvê-la.

Com os melhores cumprimentos,

Os mestrandos

(Luís Sousa)

(Mariana Camacho)

(Sara Côrte)

(Sónia Abreu)

O Presidente do Conselho Executivo

(Dr. Nuno Gomes Jardim)

Núcleo De Estágio



**Matemática
2011/2012**

Declaro que autorizo o(a) meu (minha) educando(a)

Nº _____ Turma: _____ ...º Ano, a participar na recolha de dados conduzida pelas professoras estagiárias de Matemática, no âmbito do seu Relatório Final de Mestrado em Ensino da Matemática.

Data: _____ Assinatura: _____

8.2. Anexo II

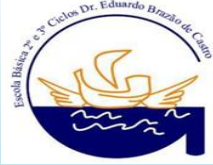
Escola Básica do 2.º e 3.º Ciclos Dr. Eduardo Brazão de Castro

Matemática 7º ano, Turma 6

Atividade investigativa nº24

CrITÉrios de Congruência de Triângulos

Tema: Geometria



Matemática
2011/2012

Nome: _____ N: ___ Data: ___ / ___ / ___

Utilizando as cartolinas coloridas constrói 4 triângulos tendo em conta as indicações que se seguem:

- **Triângulo Azul:**

Na folha de cartolina azul constrói e recorta um triângulo a partir do comprimento de três segmentos de reta. Utiliza para o comprimento dos lados do triângulo segmentos de reta cujas medidas são 9 cm, 15 cm e 18 cm.

- **Triângulo Vermelho:**

Na folha de cartolina vermelha constrói e recorta um triângulo a partir da amplitude dos seus três ângulos. Considera para a tua construção os ângulos: $\hat{A} = 90^\circ$; $\hat{B} = 60^\circ$; $\hat{C} = 30^\circ$

- **Triângulo Verde:**

Na folha de cartolina verde constrói e recorta um triângulo a partir do comprimento de dois segmentos de reta e da amplitude do ângulo por eles formado. Utiliza para comprimento dos lados do triângulo segmentos de reta cujas medidas são 8 cm e 15 cm. O ângulo formado por esses lados tem de amplitude 30° .

Adaptado de: *Projeto Construindo o Êxito em Matemática* – Projeto de formação contínua para professores de Matemática 3.º ciclo.


- **Triângulo Amarelo:**

Na folha de cartolina amarela constrói e recorta um triângulo a partir do comprimento de um segmento de reta de 10 cm e da amplitude de dois ângulos, um de 30° e outro de 60° , que têm esse segmento como lado comum.

Tendo em conta os dois conjuntos de triângulos elaborados pelos elementos do teu grupo responde às questões:

1. Será que dois triângulos com os três lados congruentes são sempre congruentes?
2. Será que dois triângulos com os três ângulos congruentes são sempre congruentes?
3. Dois lados de um triângulo e um ângulo formado por eles são congruentes aos elementos correspondentes de outro triângulo. Nestas condições os triângulos são sempre congruentes?
4. Dois lados de um triângulo e um ângulo não formado por eles são congruentes aos elementos correspondentes de outro triângulo. Nestas condições os triângulos são sempre congruentes?
5. Dois ângulos de um triângulo que têm um lado comum são congruentes com os elementos correspondentes de outro triângulo. Nestas condições os triângulos são sempre congruentes?
6. De acordo com as questões anteriores quais são as condições necessárias para podermos garantir que dois triângulos são congruentes?

8.3. Anexo III

Escola Básica do 2.º e 3.º Ciclos Dr. Eduardo Brazão de Castro	
Núcleo De Estágio	Matemática 8º ano, Turma 1
	Investigação Estatística
Matemática 2011/2012	Tema: Organização e Tratamento de Dados
Nome: _____ N: ____ Data: ____ / ____ / ____	

INVESTIGAÇÃO ESTATÍSTICA 1

“As pessoas mais ativas que procuram planos para sair de casa podem desfrutar mais dos cães, enquanto as pessoas tranquilas e independentes encaixam melhor nos costumes dos gatos.”

<http://www.todopapas.com.pt/criancas/educacao/animais-domesticos-qual-e-o-mais-aconselhavel-para-o-meu-filho2574>

Faz um estudo estatístico que te permita aferir se a afirmação anterior é válida, para os alunos do 8.º ano da tua escola, ou se por outro lado, a escolha do animal de estimação dependeu de outras condicionantes (Tipologia da residência, motivos de saúde, razões económicas, ...).

INVESTIGAÇÃO ESTATÍSTICA 2

“Cerca de metade dos adolescentes não comem quantidades suficientes de fruta (...) comprometendo assim gravemente a sua alimentação saudável.”

<http://www.alimentacaosaudavel.org/Alimentacao-Saudavel-Adolescente01.html>

Faz um estudo estatístico que te permita aferir se a afirmação anterior é válida, para os alunos do 8.º ano da tua escola. Procura informação acerca da quantidade e diversidade de fruta que se deve ingerir diariamente, para ter uma alimentação saudável.

Adaptado de: *Projeto Construindo o Êxito em Matemática* – Projeto de formação continua para professores de Matemática 3.º ciclo.

INVESTIGAÇÃO ESTATÍSTICA 3

“Todas as pessoas devem fazer alguns serviços básicos de uma casa e isto deve ter início desde a infância, mesmo que a família tenha condições financeiras de pagar para um profissional cuidar das tarefas caseiras. Está previsto no Estatuto da Criança e do Adolescente que todos os adolescentes devem estudar, respeitar as pessoas, ajudar os pais nas tarefas domésticas, e ter um bom desenvolvimento na escola.”

<http://cibelenet.blogspot.com/2011/06/adolescentes-devem-ajudar-nas-tarefas.html>

Faz um estudo estatístico que te permita aferir se os alunos do 8.º ano da tua escola cumprem o que está previsto no Estatuto da Criança e do Adolescente acerca de ajudar os pais nas tarefas domésticas.

INVESTIGAÇÃO ESTATÍSTICA 4

“A Associação Portuguesa dos Direitos do Consumidor (DECO) identificou "demasiado açúcar" nos cereais de pequeno-almoço e defende como alternativa o pão, leite e fruta, considerando que são mais saudáveis e uma arma contra a obesidade infantil.”

http://www.jn.pt/PaginaInicial/Sociedade/Interior.aspx?content_id=1019417

Faz um estudo estatístico que te permita aferir se a afirmação anterior é válida no que concerne à quantidade de açúcar dos cereais. Procura informação acerca da quantidade de açúcar que deve ser ingerida diariamente, por um adolescente, para ter uma alimentação saudável.

INVESTIGAÇÃO ESTATÍSTICA 5

“Segundo os indicadores do estudo da Marktest, Barómetro de Telecomunicações, cerca de 20% dos possuidores/utilizadores de telemóvel possuem o seu actual aparelho há seis ou menos meses. (...) O valor dos que possuem o actual telemóvel há menos tempo é mais expressivo junto dos jovens. Entre os 15 e 19 anos, são 49.8% aqueles que afirmam possuir o actual telemóvel até há um ano.”

<http://www.marktest.com/wap/a/n/id~61d.aspx>

Faz um estudo estatístico que te permita aferir se a afirmação anterior é válida para os alunos da tua escola.

Adaptado de: *Projeto Construindo o Êxito em Matemática* – Projeto de formação continua para professores de Matemática 3.º ciclo.

INVESTIGAÇÃO ESTATÍSTICA 6

“Mais de metade dos portugueses não pratica qualquer desporto, nem sequer raramente, revela um estudo divulgado em Bruxelas pela Comissão Europeia.”

<http://aeiou.expresso.pt/mais-de-metade-dos-portugueses-nunca-pratica-desporto=f573609>

Faz um estudo estatístico que te permita aferir se a afirmação anterior é igualmente válida para os alunos de 8.º ano da tua escola.

Várias etapas de uma investigação estatística:

Primeira etapa:

- Especificar o problema e formular questões (de natureza estatística) que permitam conhecer melhor a variável em estudo.

Segunda etapa:

- Escolher a forma de obter e organizar a informação que pretendem (observação, experimentação, medição ou questionário) e selecionar quem vão auscultar.


Terceira etapa:

- Analisar os dados. Depois de recolhidos, os dados devem ser organizados fazendo tabelas de frequências, gráficos ou diagramas, de forma a facilitar a sua análise. Devem ser, sempre que possível, determinadas as medidas estatísticas de localização e dispersão, procurando descrever a tendência central e a variabilidade dos dados.

Quarta etapa:

- Interpretar os resultados tendo em conta a questão inicial.
- Formular conclusões referentes aos dados, generalizações para além dos dados recolhidos, questões que podem servir de base a novas investigações, bem como, construir ideias e consolidar argumentos para poder intervir convenientemente na escola e na sociedade.

8.4. Anexo IV

Escola Básica do 2.º e 3.º Ciclos Dr. Eduardo Brazão de Castro	
Núcleo De Estágio	Matemática 8º ano, Turma 1
	Proposta Trabalho nº22: Multiplicação de polinómios
	Tema: Álgebra
Matemática 2011/2012	Nome: _____ N: ___ Data: ___ / ___ / ___

Nota: Apresenta o teu raciocínio de forma clara e sucinta, indicando todos os procedimentos efetuados e justificando todas as respostas.

Considera as figuras que te foram disponibilizadas:



Quadrados amarelos representam a unidade

Retângulos laranjas



Quadrados azuis



- i) Descobre as dimensões do retângulo laranja e do quadrado azul.
- ii) Calcula as áreas de cada uma das figuras.

Situação I

1. Utilizando as peças que te foram entregues, constrói um retângulo de dimensões 3 por $x + 2$.

Adaptado de: *Projeto Construindo o Êxito em Matemática* – Projeto de formação continua para professores de Matemática 3.º ciclo.

2. Regista no teu caderno um esboço da construção que efetuaste, salientando quais foram as peças utilizadas.
3. No contexto da situação, o que representa a expressão $3 \times (x + 2)$?
4. Determina a área do retângulo construído.
5. Das duas questões anteriores o que concluis acerca de $3 \times (x + 2)$?
6. O que obténs quando aplicas a Propriedade Distributiva da Multiplicação em relação à Adição na expressão $3 \times (x + 2)$?
7. O que concluis acerca do valor de $3 \times (x + 2)$ quando determinas a área do retângulo e quando aplicas a Propriedade Distributiva da Multiplicação em relação à Adição?

Situação II

1. Com as peças que te foram entregues, constrói um retângulo cuja área seja dada pela expressão $x \times (x + 2)$.
2. Regista no teu caderno um esboço da construção que efetuaste, salientando as peças utilizadas.
3. Determina a área do retângulo construído, utilizando as duas formas anteriormente exploradas, ou seja, por análise da forma como o construístes e por aplicação da Propriedade Distributiva da Multiplicação em relação à Adição.
4. Que concluis?

Situação III

1. Utilizando as tuas peças, elabora uma construção que te permita determinar $(x + 1) \times (x + 3)$.
2. Regista no teu caderno um esboço da construção que efetuaste, salientando as peças que utilizaste.
3. Fundamenta porque é que a tua construção permite determinar $(x + 1) \times (x + 3)$.
4. Analisando a construção, determina a área do retângulo construído com as peças.
5. Procura utilizar a Propriedade Distributiva da Multiplicação em relação à Adição para determinar o valor da expressão $(x + 1) \times (x + 3)$.
6. Que concluis?

Adaptado de: *Projeto Construindo o Êxito em Matemática* – Projeto de formação contínua para professores de Matemática 3.º ciclo.