

## Aprendizagem de funções no 10.º ano com uso de robótica em tarefas de modelação matemática

RELATÓRIO DE ESTÁGIO DE MESTRADO

**Maria Isabel Diaz Andrade**

MESTRADO EM ENSINO DE MATEMÁTICA  
NO 3º CICLO DO ENSINO BÁSICO E NO SECUNDÁRIO



UNIVERSIDADE da MADEIRA

*A Nossa Universidade*

[www.uma.pt](http://www.uma.pt)

setembro | 2025

**Aprendizagem de funções no 10.º ano  
com uso de robótica em tarefas  
de modelação matemática**

RELATÓRIO DE ESTÁGIO DE MESTRADO

**Maria Isabel Diaz Andrade**

MESTRADO EM ENSINO DE MATEMÁTICA  
NO 3º CICLO DO ENSINO BÁSICO E NO SECUNDÁRIO

ORIENTAÇÃO

Sónia Matilde Pinto Correia Martins



Faculdade de Ciências Exatas e da Engenharia

Departamento de Matemática

Mestrado em Ensino de Matemática no 3.º Ciclo do Ensino Básico e no Secundário

Ano letivo 2024/2025

## **Aprendizagem de funções no 10.º ano com uso de robótica em tarefas de modelação matemática**

Maria Isabel Diaz Andrade

Relatório de Prática de Ensino Supervisionada para a obtenção do Grau de Mestre em Ensino da Matemática no 3.º Ciclo do Ensino Básico e no Secundário



## Agradecimentos

Após a conclusão do processo da elaboração deste relatório, existem várias pessoas às quais gostava de agradecer.

Em primeiro lugar, agradeço às pessoas que me fizeram amar a matemática: o meu irmão, Luis, e a minha professora do 12.º ano em Portugal, Ana Paula. Da mesma forma, agradeço aos professores da Universidade da Madeira e da Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa por consolidarem o meu gosto pela matemática, assim como pelo apoio ao longo dos anos.

Em segundo lugar, tenho imensa gratidão pelas professoras cooperantes das escolas, que me ensinaram inúmeras lições sobre diversos aspetos da vida profissional de professora, assim como da vida no geral. Tive o privilégio de trabalhar com professoras que me ajudaram a ver a matemática desde diferentes perspetivas e que estiveram sempre disponíveis para fornecer sugestões e ajudar-me a ser melhor professora.

Indubitavelmente, agradeço à minha professora orientadora, Sónia Martins. Obrigada por tanta aprendizagem, em todos os níveis possíveis da vida. Obrigada por puxar-me a ser melhor e por estar sempre aí. Obrigada pela amizade e paciência. Obrigada por fazer-me crescer como pessoa e por lembrar-me todos os dias que existe bondade neste mundo.

Agradeço também à Diana, Melissa, Caroline e Alcione. Obrigada pela linda amizade e pelo apoio que sempre me dão.

Finalmente, agradeço a Deus e à minha família, especialmente os meus pais, os meus irmãos e a minha tia Rita. Sem vocês, nada disto teria sido possível.

A todos aqui, obrigada por estarem. A vossa companhia fez a diferença e agradeço muito à vida por isso.

Como diz um ditado africano: “se queres chegar rápido, vai sozinho. Se queres chegar longe, vai com companhia”.



## Resumo

O presente relatório procura apresentar a minha trajetória na Prática de Ensino Supervisionada no ano letivo 2024/2025, nas turmas do oitavo e décimo ano.

Tem-se o objetivo de realçar o trabalho feito sobre Modelação Matemática com recurso a robôs na turma do décimo ano para a aprendizagem de funções. Para isso, este relatório conta com duas partes.

A primeira parte é dedicada ao trabalho desenvolvido na Prática de Ensino Supervisionada, descrevendo a minha trajetória, atividades implementadas e a sua relevância no meu desenvolvimento de perfil como professora.

A segunda parte do relatório é dedicada à componente investigativa, nomeadamente o trabalho de modelação matemática com recurso a robótica feito com os alunos do décimo ano na disciplina de Matemática A. Esta tarefa esteve implementada em duas partes nas quais os alunos investigaram o movimento retilíneo uniforme e a distância de paragem do robô.

A presente investigação adotou uma metodologia qualitativa interpretativa. Os dados foram recolhidos com recurso a registos fotográficos, em vídeo, documentos produzidos pelos alunos e os registos escritos e orais do diário de bordo.

Após a análise dos dados podemos concluir que o uso de robôs influenciou de forma significativa o trabalho de modelação matemática dos alunos. Também evidenciamos que a tarefa mobilizou diversas competências ao nível do *Perfil dos Alunos à Saída da Escolaridade Obrigatória* e de conhecimentos matemáticos presentes nas Novas Aprendizagens Essenciais de Matemática A para o 10.º ano. Notamos que os alunos encararam a atividade de forma diferente, encontrando dificuldades distintas e abordando-as de forma diferenciada. Com a implementação da tarefa de modelação com recurso a robôs evidenciamos um crescimento considerável em termos de autonomia, pensamento computacional, argumentação e generalização entre ambas as partes. Contudo, também observamos algumas regressões no que diz respeito à matematização.

**Palavras-chave:** modelação matemática, robôs, funções, pensamento computacional.

## Abstract

The following report aims to convene my trajectory on my internship in the school year 2024/2025, which took place on eight and tenth grade classes. This report also intends to bring attention to the work done in Mathematical Modelling activities with the use of robots in the tenth grade for the subject of functions. To achieve that, this paper consists of two parts.

The first part is dedicated to the work done in general, describing the implemented activities and their relevance for the development of my identity as a teacher.

The second part is dedicated to the research done on Mathematical Modelling, with the use of robots, for the learning of functions in the tenth grade in the subject of Matemática A. The implemented activity consisted of two tasks. In the first one, students studied the uniform rectilinear motion of the robot. For the second task they were asked to study the stopping distance of the robot.

The methodology implemented was of qualitative nature, where data was collected with the use of photographs, videos, students work, and notes taken by the researcher.

After data analyses, we concluded that the use of robots had significant impact on the modelling process of students. We also noted that this activity involved the development of several skills found in *Perfil dos Alunos à Saída da Escolaridade Obrigatória*, as well as various mathematical concepts found in *Novas Aprendizagens Essenciais de Matemática A* for the tenth grade.

We noticed that the approach chosen to tackle the activity varied from student to student. With the implementation of this activity, it was observed significant growth on autonomy, computational thinking, argumentation and generalization. However, there was some setback regarding mathematization.

**Key-words:** mathematical modelling, robots, functions, computational thinking.

## Índice

<b>RESUMO</b> .....	<b>V</b>
<b>ABSTRACT</b> .....	<b>VI</b>
<b>ÍNDICE DE FIGURAS</b> .....	<b>IX</b>
<b>ÍNDICE DE TABELAS</b> .....	<b>XI</b>
<b>SIGLAS</b> .....	<b>XII</b>
<b>INTRODUÇÃO</b> .....	<b>1</b>
<b>RELATÓRIO DE ESTÁGIO PARTE I</b> .....	<b>3</b>
PRÁTICA DE ENSINO SUPERVISIONADA .....	4
1. <i>Planos de aula</i> .....	4
2. <i>Prática de Ensino Supervisionada no 8º ano</i> .....	6
2.1 Caraterização da Escola .....	6
2.2 Prática letiva no 8º ano .....	8
2.3 Avaliação das aprendizagens dos alunos na EBSGZ.....	13
3. <i>Prática de Ensino Supervisionada no 10º ano</i> .....	14
3.1 Caraterização da Escola .....	14
3.2 Prática letiva no 10.º ano .....	16
3.3 Avaliação da aprendizagem dos alunos na EBSAAS .....	22
4. <i>Componente não letiva</i> .....	23
5. <i>Reflexão Crítica</i> .....	26
<b>RELATÓRIO DE ESTÁGIO PARTE II</b> .....	<b>28</b>
1. INTRODUÇÃO .....	29
2. ENQUADRAMENTO TEÓRICO .....	30
2.1 <i>MM: o que é?</i> .....	30
2.2 <i>MM versus Resolução de Problemas</i> .....	34
2.3 <i>O pensamento computacional e a robótica em tarefas de MM</i> .....	38
2.4 <i>MM: desafios para o professor e para o aluno</i> .....	39
3. METODOLOGIA .....	45
3.1 <i>Materiais utilizados</i> .....	47

3.2	<i>Parte I: Atividade de Modelação com robô Ev3. Movimento Retilíneo Uniforme (MRU)</i> .....	50
3.3	<i>Parte II: Atividade de MM com robô EV3. Distância de Paragem</i> .....	54
4	ANÁLISE DOS DADOS .....	56
4.1	<i>Análise da Parte I</i> .....	56
4.2	<i>Análise da Parte II</i> .....	75
5	CONCLUSÃO.....	94
6	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....	97
7	ANEXOS .....	105
	<i>Anexo 1</i> .....	105
	<i>Anexo 2</i> .....	106
	<i>Anexo 3</i> .....	107
	<i>Anexo 4</i> .....	108
	<i>Anexo 5</i> .....	109
	<i>Anexo 6</i> .....	110

## Índice de Figuras

Figura 1 - Azulejos de álgebra e paus de cores.....	11
Figura 2 - Cartões.....	11
Figura 3 - Exemplo de uma das máquinas da atividade.....	20
Figura 4 - Alunos a escrever a expressão algébrica em papel .....	21
Figura 5 - Alunos a colaborar na construção do programa.....	22
Figura 6 - Quadro da avaliação das aprendizagens da EBSAAS.....	22
Figura 7 - Alguns números e a árvore da turma.....	24
Figura 8 - Árvore de Natal realizada com as colegas da PES.....	24
Figura 9 - Alunos a trabalharem no Geocaching .....	25
Figura 10 - Ciclo de Modelação de Blum e Leiß (2007) .....	32
Figura 11 - Ciclo de Modelação Aumentado de Greefrath (2011) .....	33
Figura 12 - Ambiente de programação da LEGO® MINDSTORMS® .....	48
Figura 13 - Slide com a contextualização do problema.....	51
Figura 14 - Problemas propostos aos alunos.....	51
Figura 15 - Robô EV3 a construir.....	52
Figura 16 - Alunos a construírem o robô e a explorarem o ambiente de programação.....	52
Figura 17- Alunos a fazer testes.....	53
Figura 18 - Conceito de função afim dado aos alunos.....	53
Figura 19 - Contextualização do problema.....	54
Figura 20 - Propostas de problemas de investigação .....	54
Figura 22 - Hipóteses da equipa 3.....	55
Figura 22 - Alunos a fazerem testes e recolher dados .....	55
Figura 23 – Slide com os objetivos dos alunos.....	56
Figura 24 – Programa da equipa 4 .....	58
Figura 25 - Equipas diferentes em momentos diferentes do trabalho.....	59
Figura 26 - Bloco de movimento .....	60
Figura 27 - Os alunos a fazer medições .....	63
Figura 28 - Equipa 3 a tentar diminuir erros e imprecisões.....	67
Figura 29 - Equipa 2 a fazer medições.....	68
Figura 30 - Entrega final das equipas 2 e 5.....	69
Figura 31 - Resposta por extenso do grupo 1 .....	72
Figura 32- Propostas de perguntas para a segunda parte .....	77

Figura 33 – Algumas das descobertas da professora .....	78
Figura 34 - Dificuldades previstas .....	79
Figura 35 - Entrega final da parte II (esquerda) e da parte I (direita).....	80
Figura 36 - Variáveis consideradas pela equipa 4 .....	81
Figura 37 - Blocos dos sensores de distância.....	82
Figura 38 - Diferentes programas de diferentes equipas .....	83
Figura 39 - Relação da velocidade com a travagem .....	84
Figura 40 - Conclusões da equipa 5 .....	87
Figura 41 - Equipa 1 a explorar os materiais .....	90
Figura 42 - Alunos a fazer experiências .....	92

## Índice de Tabelas

Tabela 1 - Distribuição das aulas por Subtópicos e tempos letivos.....	9
Tabela 2 - Distribuição das aulas de polinómios por tópicos e tempos letivos .....	10
Tabela 3 - Avaliação das aprendizagens .....	13
Tabela 4 - Distribuição das aulas conjuntas de Estatística .....	18
Tabela 5 – Divisão das aulas de Estatística .....	19
Tabela 6 - Aulas de Funções lecionadas por mim .....	19
Tabela 7 – Princípios e questões orientadoras .....	41
Tabela 8 - Distribuição das atividades .....	50

## **Siglas**

MM – Modelação Matemática

NAE – Novas Aprendizagens Essenciais

PASEO – Perfil dos Alunos à Saída da Escolaridade Obrigatória

PC – Pensamento Computacional

PES – Prática de Ensino Supervisionada

## Introdução

O presente relatório procura apresentar a minha trajetória na Prática de Ensino Supervisionada, a qual decorreu no ano letivo 2024/2025, nas turmas do 8.º e 10.º ano. De forma particular, temos o objetivo de realçar o trabalho feito sobre modelação matemática com recurso a robôs na turma do 10.º ano. Para isso, este relatório conta com duas partes.

A primeira parte é dedicada ao trabalho desenvolvido na Prática de Ensino Supervisionada. Esta parte está dividida em cinco secções. Começamos por apresentar, de forma geral, as características e pertinência dos planos de aulas criados. A seguir exploramos as atividades desenvolvidas no contexto da prática letiva no 8.º ano. Destacamos as atividades realizadas com materiais manipuláveis e a relevância destes materiais para esta turma em particular. Também discutimos as diferentes metodologias adotadas, assim como as dificuldades e sucessos na sua implementação e o seu impacto na aprendizagem e motivação dos alunos, e minhas. Posteriormente discutimos e apresentamos as atividades realizadas no 10.º ano. Damos ênfase às metodologias adotadas nas aulas e a relevância das ferramentas tecnológicas levadas, nomeadamente o uso do *Python* e *Desmos Classroom*. A quarta secção consiste na descrição de algumas das atividades realizadas fora do contexto de sala de aula. Destacamos o trabalho feito no contexto do projeto “Para Além da Matemática”, a atividade *Geocaching* e as diversas reuniões nas que participei. Finalmente, acabamos a primeira parte do relatório com uma reflexão crítica do meu percurso.

A segunda parte do relatório é dedicada à parte investigativa, nomeadamente ao estudo da “aprendizagem de funções no 10.º ano com o uso de robótica em tarefas de modelação matemática”. Para isso, contamos com três secções. Começamos com o levantamento teórico, no qual discutimos o conceito de modelação matemática e o que a diferencia de uma tarefa de resolução de problemas. Depois, argumentamos sobre a relevância de levar tarefas de modelação matemática à sala de aula, e os desafios associados. Na segunda secção enquadrámos a investigação a uma do tipo qualitativa, a qual usou registos fotográficos e em vídeo, documentos elaborados, grelhas de observação e o meu diário de bordo como métodos de recolha de dados. São apresentados os materiais usados, dando ênfase aos robôs EV3 da Lego Mindstorms. Culmina-se esta secção com a descrição da atividade de modelação matemática, referindo que foi implementada em seis aulas divididas em duas partes. Fazemos a discussão geral do transcurso de cada uma das aulas. A terceira e última secção consiste na análise e discussão dos dados. É nesta secção que apresentamos diversos episódios que evidenciam o papel desenvolvido pela robótica nesta atividade, realçando a sua importância no

ciclo de modelação matemática, assim como o seu papel no desenvolvimento de diversas competências matemáticas dos alunos, destacando de forma muito particular o pensamento computacional, o pensamento crítico e a criatividade. Adicionalmente, realçamos, de forma geral, as competências e conteúdos matemáticos mobilizados pelos alunos, assim como dificuldades na implementação, tanto por parte do aluno como do professor, destacando a importância do papel do professor no trabalho matemático dos alunos.

Acabamos este relatório com uma conclusão na qual se destacam as principais descobertas obtidas na secção anterior.

## **Relatório de Estágio Parte I**

## **Prática de Ensino Supervisionada**

A Prática de Ensino Supervisionada (PES) é uma parte fundamental na formação de futuros professores. Esta Unidade Curricular, por vezes referida como Estágio, tem como objetivo formar profissionais reflexivos, que consigam mobilizar conhecimento e trabalhar em equipa (Lopes & Bastos, 2017; Universidade da Madeira, 2021). Adicionalmente, tem o propósito de incentivar o pensamento crítico, a criatividade e a incorporação de ideias inovadoras no ensino, estando estas sempre em consonância com o currículo (Universidade da Madeira, 2021). É através da PES que os futuros professores conhecem aspetos globais da instituição educativa (Universidade da Madeira, 2021) e é neste momento que o perfil como educadores começa a ser desenvolvido.

De acordo com a OCDE (2019) “Initial teacher preparation should mark the beginning, not the end, of the process of professional development (...) equipping them with the necessary competences through quality training, certification and registration, and then supporting their early development in schools” (p. 11).

A minha PES, no ano escolar 2024/2025, foi desenvolvida em duas turmas de ciclos de ensino distintos e em duas escolas diferentes. Uma turma do oitavo ano na Escola Básica e Secundária Gonçalves Zarco, e uma turma do décimo ano na Escola Básica e Secundária Dr. Ângelo Augusto da Silva. O facto da PES decorrer em escolas diferentes, embora fosse muito exigente, permitiu-me trabalhar com professoras cooperantes de excelência. De acordo com professores entrevistados por Smeplass (2021), a liderança dos orientadores da PES assume influência na sua própria visão da qualidade da prática de ensino. Nesse estudo o autor também refere que os futuros professores por vezes sentem que as competências que devem desenvolver não são explicitadas nem abordadas pelos orientadores. Este não foi o meu caso. O constante *feedback* das professoras cooperantes e da professora supervisora da universidade proporcionou-me inúmeras ferramentas para o meu futuro como professora. Contudo, tal como Smeplass (2021) concluiu na sua investigação, muitos aspetos da profissão só são evidenciados na prática, a qual será continuada.

### **1. Planos de aula**

A planificação é central ao trabalho do professor. Por isso, esta é uma das competências mais importantes que um professor deve desenvolver (Jones & Edwards, 2017).

Planificar implica grandes demandas cognitivas e de preparação do professor, que antecedem a leção em sala de aula (Konig et al., 2021, citado por Cevikbas et al., 2024). De forma particular, para criar planificações efetivas para a aula de matemática, deve-se ter em

consideração várias vertentes, tais como a forma como os alunos aprendem matemática, as ferramentas e recursos a utilizar e o seu benefício para a aprendizagem, o contexto curricular, o conteúdo específico e os conhecimentos que os alunos possuem (Jones & Edwards, 2017).

Na prática, existem três tipos de planificações: a longo, a médio e a curto prazo. A planificação a longo prazo é definida, por período, pelas escolas e nela consta todos os temas da disciplina a lecionar para o ano a que se destina. A planificação a médio prazo inclui o número de tempos letivos, distribuídos por tópicos e subtópicos. Os planos de aula a curto prazo são os construídos para cada aula.

Os planos de aula são de carácter mais detalhado e são indispensáveis para o bom decorrer da prática letiva. Ao criar um plano de aula, o professor assume uma estrutura para aula, a qual contribui para a confiança no seu leccionamento (Jones & Edwards, 2017). Para além disso, pensar com antecedência na aula permite considerar atividades dinâmicas que envolvam os alunos, assim como refletir no seu pensamento matemático e em possíveis dificuldades (Jones & Edwards, 2017). No plano de aula, a descrição das atividades deve ter sempre em consideração imprevistos ou mudança de direção na aula. Acontecimentos de aula podem levar a caminhos que não foram antecipados, obrigando-nos a tomar decisões no momento e, por vezes, a mudar o que se tinha antecipado fazer. É por isso que o plano não deve ser assumido como ‘escrito em pedra’ e sim como um guia que devemos usar com flexibilidade. Acredito que a prática letiva desenvolvida me ajudou a trabalhar com esta imprevisibilidade e a ser mais flexível e reflexiva na minha atuação em sala de aula. Por vezes foi necessário mudar o caminho que estava no plano e à medida que a PES foi decorrendo, sinto que fui lidando melhor com essas incertezas.

Os planos de aula desenvolvidos no âmbito do estágio a que se reporta este relatório apresentavam os seguintes elementos:

- a identificação da escola, das professoras, da turma, data e duração da aula, tópicos a lecionar e número das lições;
- o conhecimento matemático que os alunos deviam possuir para a aula (pré-requisitos), o sumário, os objetivos gerais e específicos, e as competências específicas do *Perfil dos Alunos à Saída da Escolaridade Obrigatória* (PASEO) a desenvolver, assim como um pequeno resumo das estratégias a adotar;
- a descrição das atividades. Neste bloco era feita a descrição dos diversos momentos de aula perspectivados, assim como o tempo previsto para cada um;

- indicação de tarefas a serem realizadas autonomamente pelos alunos em casa, se aplicável, os recursos que iriam ser utilizados na aula e a forma como seria efetuada a avaliação, concluindo o plano com as referências bibliográficas, caso existissem.

O processo de planificação foi um aspeto no qual tive muitas dificuldades iniciais, especialmente na descrição das atividades e na metodologia a adotar. Penso que os planos foram melhorando com o decorrer do estágio e que me sinto preparada para planificar aulas dinâmicas e estrategicamente bem estruturadas, contudo, sinto que ainda há um caminho por percorrer.

## **2. Prática de Ensino Supervisionada no 8º ano**

Nesta secção vou refletir sobre a Prática de Ensino Supervisionada no 3.º Ciclo do Ensino Básico, que decorreu numa turma do oitavo ano da Escola Básica e Secundária Gonçalves Zarco.

### **2.1 Caracterização da Escola**

A Escola Básica e Secundária Gonçalves Zarco (EBSGZ) tem uma história de 45 anos. Fundada a 9 de Setembro de 1968, com a Portaria n.º 23 600, a EBSGZ deve o seu nome ao navegador e cavaleiro fidalgo português João Gonçalves Zarco.

No início, a escola funcionava como um anexo à Escola Industrial e Comercial do Funchal e do Liceu Nacional do Funchal. Cinco anos depois, transitou para anexo à Escola do Colégio, situada na Praça do Município. Em 1985 passou a funcionar como anexo a Quinta das Palmeiras, sendo então situada na Quinta da Ribeira, na Calçada de Cabouqueira. Só em 1989 instalou-se em edifício próprio, estando atualmente situada no Caminho da Fé, sítio dos Barreiros, no Concelho de Funchal.

O lema da escola é “Por uma Escola de Todos e para Todos”, apoiando-se em valores como: Empatia, Tolerância, Justiça, Igualdade, Respeito, Solidariedade e Disciplina. Com o objetivo de ser uma escola de excelência e inclusão, adaptada aos novos paradigmas do mundo digital, remete-se a diversos princípios, tais como: qualidade de ensino e aprendizagem; cidadania, inclusão e pluralismo; respeito à vida e trabalho em equipa, sem “preconceitos de origem, raça, sexo, cor, idade ou qualquer outra forma de discriminação” (Escola Básica e Secundária Gonçalves Zarco, 2022, p. 4).

A EBSGZ recebe diariamente alunos dos 2.º e 3.º ciclos do Ensino Básico, assim como alunos do Ensino Secundário, sendo que aos últimos oferece ingresso em “Cursos Científico-Humanísticos, de Ciências e Tecnologias e de Línguas e Humanidades, na vertente ensino

regular, bem como em Cursos Profissionais” (Escola Básica e Secundária Gonçalves Zarco, 2022, p. 7). Ainda, recebe alunos de Cursos de Educação e Formação de Adultos, da Unidade de Ensino Diversificado e Especializado, e da Universidade Sénior Gonçalves Zarco. O nível socioeconómico destes alunos é diversificado, sendo que a maioria provém de famílias carenciadas, recebendo apoio dos serviços de ação social da escola. No entanto, alguns dos alunos são de famílias economicamente favorecidas (Escola Básica e Secundária Gonçalves Zarco, 2022).

De acordo com os dados do quadriénio anterior a este relatório, a maioria dos encarregados de educação são do sexo feminino, sendo que 62% dos mesmos possuem habilitações ao nível do ensino básico, enquanto 38% ao nível do ensino secundário e universitário (Escola Básica e Secundária Gonçalves Zarco, 2022).

Do ponto de vista das instalações, a escola está dividida em três blocos: A, B e C. Distribuídos pelos blocos, a escola conta, além de salas de aula e gabinetes, estruturas dedicadas a serviços de ação social escolar, secretaria, reprografia, bares, cantina, biblioteca, gabinetes médicos, audiovisuais, gabinete de psicologia e orientação, gabinete de informática, economato, manutenção e telefonista (Escola Básica e Secundária Gonçalves Zarco, 2022).

A Escola conta com vários projetos para complementar a formação dos seus alunos. Alguns destes projetos são: Para Além da matemática, Baú de Leitura, Eco Escola, Educação financeira GZ, História da Madeira GZ e Oficina de Teatro.

A EBSGZ identifica como pontos fortes: a oferta formativa, sendo esta variada e que responde aos desafios socioeconómicos dos seus alunos; o corpo docente, descrevendo-o como dedicado, estável e com larga experiência profissional; a qualidade do ensino-aprendizagem, sendo este caracterizado pela inclusão e implementação de práticas pedagógicas diferenciadas e inovadoras; a liderança e cultura organizacional, com a promoção do trabalho em equipa, incentivando a colaboração entre professores, com formação disponibilizada para os mesmos; e a cultura relacional, contando com a cooperação e a parceria de diferentes instituições e com o envolvimento de diferentes projetos a nível regional e internacional (Escola Básica e Secundária Gonçalves Zarco, 2022).

Por outro lado, como pontos fracos destaca dificuldades na utilização das ferramentas tecnológicas. Ainda, refere os processos burocráticos repetitivos, cujos custos são elevados e o proveito é baixo. Ainda nas dificuldades, referem a falta de motivação e problemas de comportamento dos alunos em contexto de sala de aula. Em relação aos encarregados de educação, existe dificuldade da participação dos mesmos nas atividades promovidas pela escola, evidenciando fracas expectativas dos encarregados de educação em relação ao futuro dos

seus educandos. Por outro lado, existem dificuldades na área do ensino-aprendizagem derivadas à falta de mecanismos de aferição eficazes e sendo limitadas pela falta de orçamento (Escola Básica e Secundária Gonçalves Zarco, 2022).

## **2.2 Prática letiva no 8º ano**

Inicialmente, a turma do oitavo ano da EBSGZ era constituída por 13 alunos. No entanto, na metade do primeiro semestre uma das alunas foi transferida, passando, assim, a estar composta por 12. No início do segundo semestre, em fevereiro, chegou um aluno novo à turma, passando a turma a ser constituída por 13 alunos até ao final do ano letivo. Desses 13 alunos, 7 eram raparigas e 6 eram rapazes. As idades dos alunos da turma estavam compreendidas entre os 12 e os 16 anos. 7 alunos estavam a fazer o oitavo ano pela primeira vez.

Embora a turma fosse constituída por treze alunos, uma das alunas não voltou às aulas na metade do primeiro semestre e uma outra aluna começou a faltar no início do segundo semestre. Para além disso, uma terceira aluna faltava com muita regularidade. Assim, nas aulas em que assumi responsabilidade pela lecionação, geralmente estavam 9 ou 10 alunos presentes.

Na turma, quatro alunos necessitavam de medidas educativas especiais. Dois tinham direito (e obrigação) a apoio semanal com a professora de matemática, no entanto, quase nunca apareciam. Um aluno apresentava déficite de atenção e hiperatividade, o qual era agravado pela inconsistência da toma de medicação receitada. Outro aluno apresentava dislexia concomitante com disortografia e sofria de hemofilia. Para além disso, era um aluno inquieto e com dificuldade em sentir-se motivado nas aulas.

Em termos gerais, era uma turma muito desmotivada, com pouca pré-disposição para a disciplina de matemática. Existiam alguns outliers em termos de desempenho e aproveitamento escolar, com três alunos a oscilar entre os níveis 3<sup>+</sup> e o 5, enquanto o resto dos alunos estavam no nível 2, havendo um caso de uma aluna que se encontrava no nível 1, nesta disciplina. Todos os alunos tinham muitas dificuldades a matemática, intensificada pela falta de esforço, motivação e falta de trabalho em casa ou nos apoios, assim como outras dificuldades pessoais no ambiente familiar.

A maioria dos alunos tinha um comportamento agitado e conversador, mas não muito disruptivo. No entanto, observou-se pouca participação e interesse nas atividades letivas. Não a considerei uma turma com muita indisciplina, mas com silêncio e falta de participação constante, sendo sempre necessário chamar os alunos para a aula, dada a apatia. Ocasionalmente foram necessárias chamadas de atenção para modificarem comportamentos menos apropriados.

Em termos das aulas lecionadas, estas dividiram-se em dois grupos: aulas lecionadas em conjunto com as outras professoras estagiárias e aulas lecionadas por mim.

As aulas lecionadas com as colegas corresponderam a 24 tempos letivos. Nesses tempos, abordamos os seguintes tópicos: figuras semelhantes, razão de semelhança, relação entre áreas e perímetros de figuras semelhantes e critérios de semelhança de triângulos. Estes tópicos eram conteúdos do sétimo ano, não lecionados no ano letivo anterior, dadas as dificuldades apresentadas pela turma.

As aulas lecionadas com as outras professoras estagiárias estiveram distribuídas da seguinte forma.

Tabela 1 - Distribuição das aulas por Subtópicos e tempos letivos

<b>Subtópico</b>	<b>Aulas (45 min)</b>
<b>Polígonos Semelhantes e Razão de Semelhança</b>	12
<b>Relação entre Áreas e Perímetros de Figuras Semelhantes</b>	8
<b>CrITÉrios de Semelhança de Triângulos</b>	4

Nestas aulas tentamos ser criativas e construir atividades que motivassem os alunos. Muitas das atividades foram planificadas com o intuito de usar recursos variados e envolventes, como o GeoBoard, geoplano digital, e o GeoGebra. Para além destes recursos, criamos fichas de trabalho e apresentações com recurso a PowerPoint.

Os recursos acima referidos poderiam ter sido mais bem aproveitados. Por vezes, estes atrapalharam a aprendizagem dos alunos. Uma das razões para isso foi a falta de reflexão no propósito destes recursos, assim como no trabalho matemático esperado dos alunos com o seu uso. Isto teve um grande impacto na implementação, particularmente nas primeiras aulas, pois os alunos não reagiram nem trabalharam da forma que esperávamos e como não existiu reflexão sobre os diferentes caminhos que a aula podia tomar, não soubemos como reagir. Houve uma falta de flexibilidade nos planos que se foi corrigindo com o decorrer das aulas e também uma melhor rentabilização de recurso na prática letiva consequente.

Embora tenham existido aspetos menos positivos nesta primeira fase da prática de ensino no oitavo ano, planificada e implementada em conjunto, existiram também coisas positivas e consequências importantes decorrentes destes erros. Estas experiências permitiram-

me ver a importância do plano de aula e de tudo aquilo que estruturamos e usamos numa determinada aula. Foi depois destas aulas menos boas que comecei a refletir mais sobre aquilo que levo para a sala de aula, como o levo, como os alunos podem encarar a atividade, como será a atividade matemática dos alunos e o que isto aporta para a sua aprendizagem.

Como discutido anteriormente, também houve dinamização de aulas cuja planificação e implementação foram inteiramente da minha responsabilidade. Estas corresponderam a 12 tempos letivos, ou seja, 6 aulas. Segue abaixo informação sobre essas aulas.

Tabela 2 - Distribuição das aulas de polinómios por tópicos e tempos letivos

<b>Subtópicos</b>	<b>Aulas (45 min)</b>
<b>Polinómios</b>	4
<b>Operações com Polinómios</b>	8

Como referido na caracterização da turma, a falta de motivação destes alunos parecia ser uma grande barreira para a sua aprendizagem, dificultando a construção do conhecimento matemático. Adicionalmente, alguns alunos apresentavam, para além da sua desmotivação, condições, que dificultavam a sua aprendizagem matemática. De acordo com *Childrens and Adults with Attention Deficit/Hyperactivity Disorder* (CHADD), alunos com deficit de atenção e hiperatividade têm maiores dificuldades a completar tarefas em matemática porque esta disciplina depende muito de conceitos anteriormente lecionados, sendo que estes alunos têm dificuldades em aceder a conceitos previamente aprendidos. Por outro lado, esta condição pode manifestar-se como pouca atenção, desorganização, falta de atenção e hiperatividade, todas condicionantes para a aprendizagem do aluno (Frolli et al., 2023).

Atendendo à falta de motivação e elevada apatia observadas, aliado às características específicas da turma, a abordagem de ensino adotada na minha prática de lecionação incidiu numa incisiva utilização de materiais manipuláveis, usados para representar de forma concreta conceitos matemáticos considerados abstratos (Moyer, 2001; Jones & Tiller 2017).

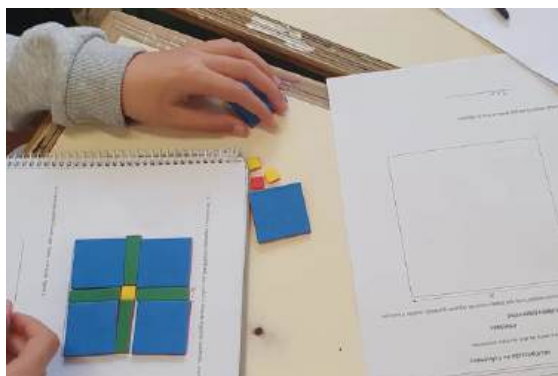
Tem sido discutido na literatura que atividades que incluem manipuláveis contribuem positivamente para o envolvimento dos alunos na aula, assim como a compreensão de conceitos matemáticos (Moch, 2002; Moyer, 2001) e podem melhorar a sua atitude face à escola (Jones & Tiller, 2017). De facto, o currículo português defende que os materiais manipuláveis devem ser levados à sala de aula sempre que o seu uso permita diferentes representações do conteúdo matemático, assim como a melhor compreensão de conceitos (Silva et al., 2021). Por outro lado, e atendendo às características da turma, o uso de manipuláveis é uma das recomendações

do National Resource Center for on ADHD: A program of CHADD, nos Estados Unidos, para os alunos com deficit de atenção e hiperatividade.

Atendendo ao exposto, considerei que era justificado trazer materiais manipuláveis para as dinâmicas de trabalho nesta turma, tendo produzido materiais não estruturados, tais como, cartões, azulejos de álgebra e paus coloridos.

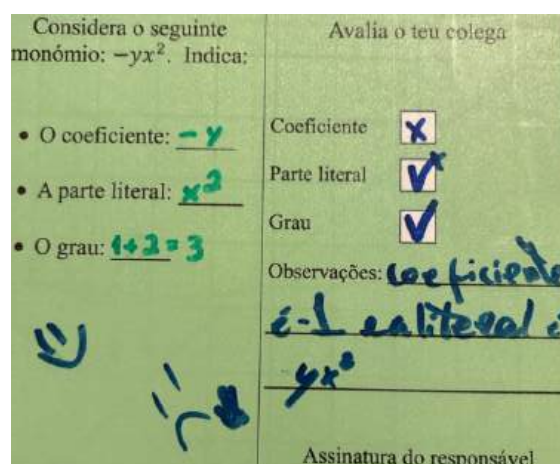
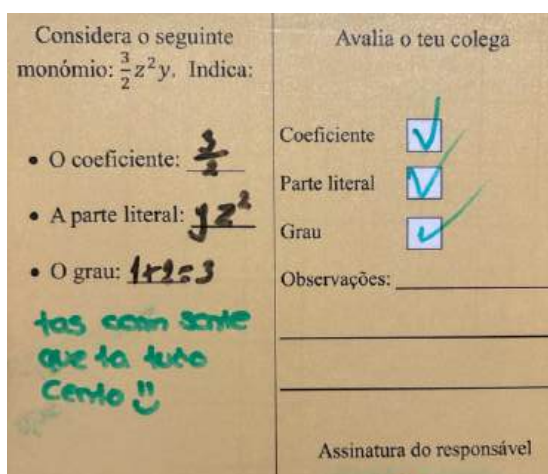
**Figura 1**

*Azulejos de álgebra e paus de cores*



**Figura 2**

*Cartões*



Cada um destes materiais foi levado para a aula com um objetivo predefinido. Os paus coloridos foram usados para a concretização da soma de polinómios, fazendo uma ligação com o perímetro de diferentes figuras poligonais. Por sua vez, os azulejos de álgebra foram usados para visualização da soma e multiplicação de polinómios, associando a multiplicação à área de

retângulos construídos com este material. Ambos os materiais foram pertinentes, permitindo concretizar conceitos e torná-los ‘visíveis’ aos alunos. Ao ter feito a soma tangível e associada ao perímetro de figuras, os alunos tiveram mais facilidade no salto para a simbologia na qual usam-se números e variáveis no lugar de materiais concretos. Por outro lado, o uso dos azulejos de álgebra na soma contribuiu para contextualizar a simplificação da escrita matemática para um sinal de menos antes de um parêntesis correspondendo ao simétrico do que está dentro do parêntesis. Foi evidenciada uma evolução a este respeito na turma, que apresentava muitas dificuldades neste conteúdo. Adicionalmente, o uso destes materiais no produto de polinómios, associados à área de figuras, permitiu fazer a transição ao uso de variáveis, de forma mais natural e palpável.

Em termos dos cartões, estes foram utilizados numa metodologia de *peer assessment*, na qual os alunos avaliam-se mutuamente. Estas avaliações podem ser de cariz sumativo ou formativo (Topping 2017, citado por Biton, 2025, p. 2). Na aula em que se usaram os cartões, os alunos identificaram as partes e o grau dos polinómios que ali se encontravam, para depois trocar os cartões com os colegas que tivessem cartões da mesma cor e avaliar de forma formativa o trabalho feito pelo colega. O objetivo desta atividade era motivar os alunos a trabalharem de forma autónoma, assim como consolidar os conceitos que estavam a ser dados no momento.

Observou-se a presença de responsabilidade e responsabilização por parte dos alunos, os quais queriam avaliar de forma justa e correta os colegas, tal como tem sido discutido por Keaten e Richardson, 1993, citados por Biton (2025, p. 2), relativamente a esta metodologia. Isto foi evidenciado nas correções dos cartões que os alunos fizeram aos colegas, pois ao contrário do que foi expresso por eles no início da atividade através de comentários como “vou colocar que fizeste tudo errado” (Diário de Campo, 27-01-25), os alunos tomaram o seu papel com muita seriedade, corrigindo o trabalho dos colegas de forma justa.

Os acontecimentos nas aulas foram indicadores de que os alunos se envolveram e permaneceram motivados. Para além disso, o trabalho posterior dos alunos pareceu indicar que as tarefas conseguiram criar uma ponte entre a matemática concreta e a matemática abstrata. Por outro lado, notou-se que à medida que as aulas passavam, os alunos ficavam interessados e curiosos sobre a dinâmica da aula seguinte, observando no início de cada aula os materiais levados pela professora com curiosidade e entusiasmo.

Para além dos materiais descritos, incorporei nas minhas aulas ferramentas digitais que considerei motivadoras, tais como *Curipod* e o *Kahoot!*. Estas ferramentas têm muito potencial em sala de aula, pois permitem registar as respostas dos alunos em tempo real e discuti-las no

grande grupo, contudo, considero que nas minhas aulas poderiam ter sido mais bem aproveitadas. Embora os recursos tenham cumprido o objetivo de manter a turma conectada através dos *tablets* e de motivar os alunos, o aspeto de aproveitar as respostas dadas foi subaproveitado. Atendendo a que são recursos que facilitam dar *feedback* aos alunos, isto poderia ter acontecido mais durante as aulas. Em aulas futuras, com maior disponibilidade de tempo, considero que utilizar estes materiais para dar *feedback* individualizado será muito proveitoso.

Num balanço geral das aulas, considero que com estas atividades a dinâmica da turma foi completamente diferente. Os alunos estiveram muito envolvidos na maioria das aulas, construíram conhecimento e as ferramentas levadas foram pertinentes. De forma particular, os azulejos de álgebra foram considerados muito pertinentes pela professora cooperante, sendo estes partilhados, e tendo sido usados em outras turmas da escola para a lecionação deste tópico, quer pela professora cooperante quer por outros docentes.

### 2.3 Avaliação das aprendizagens dos alunos na EBSGZ

A avaliação dos alunos da EBSGZ está definida pela escola da seguinte forma:

Tabela 3 - Avaliação das aprendizagens

Competências de Avaliação	Percentagem (%)
Conhecimentos dos temas matemáticos	65
Capacidades transversais	35

São adotadas duas modalidades de avaliação para o oitavo ano na disciplina de matemática: avaliação formativa e avaliação sumativa. Em relação à avaliação sumativa, são indicadas técnicas de avaliação, tais como testes escritos, questão-aula, tarefas em tempo alargado com apresentação, trabalhos e trabalho de projeto a pares ou em grupo. Para a avaliação formativa não são indicadas, pela escola, técnicas de avaliação.

No oitavo ano tive a oportunidade de criar uma questão-aula sobre polinómios. Esta foi melhorada pela professora cooperante. A discussão dessa reformulação incidiu na integração de conteúdo matemático que eu não tinha tido em consideração. Este momento foi importante para eu relembrar que a avaliação não serve só ao aluno, mas também ao professor, pois esta permite ter uma ideia holística das aprendizagens dos alunos, permitindo ao professor fazer modificações e ajustes na sua prática letiva.

Neste ciclo, não participei em outros momentos de avaliação sumativa. Em termos da avaliação formativa, durante as aulas, foi dado sempre *feedback* aos alunos, e as suas respostas foram aproveitadas para discussão no grande grupo. Contudo, como foi referido anteriormente, houve oportunidades e ferramentas que poderiam ter sido mais proveitosas em termos da avaliação formativa aos alunos, tais como os cartões de cores.

### **3. Prática de Ensino Supervisionada no 10º ano**

Nesta secção vou refletir sobre a PES no décimo ano do Ensino Secundário, a qual teve lugar na Escola Básica e Secundária Dr. Ângelo Augusto da Silva.

#### **3.1 Caracterização da Escola**

A Escola Básica e Secundária Dr. Ângelo Augusto da Silva (EBSAAS) foi fundada na década de 70, começando como uma escola aberta apenas para alunos do 3.º ciclo, com 797 alunos distribuídos por 30 turmas. No início, apenas oferecia aulas a alunos do sétimo ano, contudo, foi-se expandindo até que, em 1981/1982 entrou em funcionamento o 9.º ano de escolaridade. Em 1984, a escola abriu as suas portas ao Ensino Secundário, entrando em funcionamento o 10.º ano, sendo que os 11.º e 12.º anos de escolaridade abririam de forma progressiva, nos anos seguintes. Em 2000, a escola decidiu apresentar oferta formativa para os alunos do segundo ciclo, acabando por ter alunos do 2.º e 3.º ciclo do Ensino Básico, assim como alunos do Ensino Secundário (Escola Básica e Secundária Dr. Ângelo Augusto da Silva, 2023).

A EBSAAS encontra-se localizada na cidade de Funchal, na Freguesia de Santa Luzia, mais especificamente, localiza-se na Rua do Comboio, n.º 61 C. Com uma missão clara, a escola pretende garantir a qualidade do ensino, com oportunidades de aprendizagens efetivas para desenvolver o potencial máximo de cada criança, de forma que, no processo, estes sejam felizes e indivíduos bem integrados na sociedade. A escola aposta na inclusão e integração, trabalhando para continuar a ser uma escola de referência e para transmitir e praticar valores tais como Liberdade, Justiça, Responsabilidade, Inclusão, Integridade, Cidadania, Respeito, Solidariedade, Curiosidade e Inovação (Escola Básica e Secundária Dr. Ângelo Augusto da Silva, 2023).

Esta escola pública tem uma oferta formativa ampla, nomeadamente (Projeto Educativo de Escola, 2023):

1. Ensino Básico (2.º e 3.º ciclo);
2. Ensino Secundário:
  - Curso de Ciências e Tecnologias;

- Curso de Ciências Socioeconómicas;
  - Curso de Línguas e Humanidades.
3. Cursos Profissionais:
- Técnico de Desporto;
  - Técnico de Auxiliar de Saúde;
  - Técnico de Secretariado;
  - Técnico de Design de Comunicação Gráfica.
4. Curso de Educação e Formação do Tipo 6:
- Técnico Comercial.

No ano 2023 esta escola possuía 1235 alunos matriculados, os quais se encontram distribuídos da seguinte maneira (Projeto Educativo de Escola, 2020):

- 322 alunos no 2.º ciclo;
- 609 alunos no 3.º ciclo;
- 187 no Ensino Secundário;
- 108 em Cursos Profissionais;
- 9 alunos no CEF Secundário.

Para além desta oferta formativa, conta com diversas atividades para complemento curricular na forma de clubes e projetos, como: xadrez, eco escolas, poupa&gasta, ler com amor, calcular +, jogos matemáticos e artes plásticas (Escola Básica e Secundária Dr. Ângelo Augusto da Silva, 2023).

Para garantir o bom funcionamento e a qualidade do ensino, a escola conta com 215 professores e com 69 funcionários não docentes. Do ponto de vista de recursos materiais e físicos, a escola está dividida em três blocos, entre os quais estão distribuídos os seguintes recursos: salas de aula, laboratórios, oficinas, reprografia, gabinete de psicologia e educação especial, biblioteca, salas de atendimento, unidade de ensino estruturado, salas de Educação Musical, salas de Educação Audiovisual/Educação Tecnológica, gabinetes de trabalho, gabinetes de audiovisuais, bares, cantina, sala de sessões, serviços administrativos, espaços desportivos e exteriores jardinados (Escola Básica e Secundária Dr. Ângelo Augusto da Silva, 2023).

A escola, à semelhança de outras escolas regionais, fez um grande investimento ao nível digital, contando todas as salas de aula com quadros digitais e melhorando o serviço de rede e

sala do futuro. Neste momento, a escola se encontra em obras estruturais, criando, por vezes, disrupções nas aulas (Escola Básica e Secundária Dr. Ângelo Augusto da Silva, 2023).

Como parte da comunidade educativa, e atendendo a dados recolhidos em 2022/2023, verificou-se que 55% dos alunos encontram-se num agregado familiar do tipo “casal de direito” e 18% em “mãe com um núcleo monoparental”. As mães constituem a maioria dos encarregados de educação, sendo cerca de 82% (Escola Básica e Secundária Dr. Ângelo Augusto da Silva, 2023). Quanto às ver habilitações académicas, 37% dos encarregados de educação têm licenciatura ou formação superior, 35% secundário, e 10% a nível do 3.º ciclo. Ainda, a maioria são trabalhadores por conta de outrem (Escola Básica e Secundária Dr. Ângelo Augusto da Silva, 2023).

A EBSAAS identifica como pontos fortes o bom ambiente, o corpo docente, a qualidade de ensino, as tecnologias, a organização e lideranças, e os projetos e atividades diversificadas disponíveis. Já como pontos fracos refere a infraestrutura, a indisciplina no 3.º ciclo, a oferta e funcionamento do bar dos professores, o barulho nos corredores, a falta de higiene nos espaços, a falta de formação específica para os não docentes e a pouca vigilância nos espaços exteriores (Pr Escola Básica e Secundária Dr. Ângelo Augusto da Silva, 2023).

Em relação à avaliação das aprendizagens dos alunos, esta é uma escola que se baseia nas NAE e no PASEO, fazendo uso da flexibilidade curricular para definir diferentes ferramentas de avaliação e desenvolver currículos adaptados para alunos cujo perfil assim o requeira. O método de ensino é descrito como diferenciado e inovador (Escola Básica e Secundária Dr. Ângelo Augusto da Silva, 2023).

### **3.2 Prática letiva no 10.º ano**

A turma do décimo ano estava composta por alunos inscritos em dois cursos: o Curso de Ciências e Tecnologia e o Curso de Ciências Socioeconómicas. Todos os alunos frequentavam matemática A.

Inicialmente constituída por 25 alunos. No início do primeiro período 3 alunos foram transferidos, passando a turma a estar constituída por 22 alunos. No decurso do primeiro período, uma aluna foi transferida e um aluno com Necessidades Educativas Especiais, nomeadamente ao nível motor e intelectual, passou a ter atividades letivas personalizadas de forma individual, ficando assim 20 alunos a frequentarem a aula de matemática. No início do segundo período um aluno foi transferido para esta turma, assim, no resto da PES, e particularmente para nas aulas onde incidi a componente investigativa deste relatório, a turma esteve constituída por 21 alunos, 5 raparigas e 16 rapazes. As idades dos alunos da turma

estavam compreendidas entre os 14 e os 17 anos, à data do início das aulas. À exceção de 2 alunos, todos estavam a fazer o décimo ano pela primeira vez.

Quatro alunos apresentavam Necessidades Educativas Especiais, nomeadamente autismo, havendo alunos com problemas de saúde, particularmente deficiência motora e epilepsia. Estes alunos precisavam de Medidas Educativas Específicas. No decorrer das aulas, nomeadamente no início do terceiro período, dois alunos passaram a receber Medidas Educativas Universais.

Três alunos da turma eram de nacionalidade venezuelana, e um aluno nasceu na Inglaterra. Desses alunos, três frequentavam a disciplina de Português Língua não Materna.

De um modo geral, era uma turma bem-comportada, sendo que houve alguns problemas de comportamento no início do ano letivo. Esta característica melhorou muito ao longo do ano. Era uma turma com um grupo de alunos que gostava de intervir e participar nas discussões do grande grupo, existindo muitos que tiveram uma participação mínima nas discussões. No entanto, a turma melhorou muito neste sentido ao longo da PES.

Ao nível do aproveitamento, a turma era muito heterogénea, existindo alunos com um bom desempenho na disciplina enquanto outros tiveram um aproveitamento mais fraco. No entanto, de uma forma geral, os alunos estavam envolvidos na aula, participando nas diferentes tarefas e atividades propostas. Contudo, os resultados obtidos nas avaliações sumativas não refletiram o trabalho observado nas aulas, pois alunos que se esforçavam e completavam as atividades sem muitas ajudas, depois tinham um aproveitamento fraco nessas avaliações.

O primeiro tópico das NAE de Matemática para o 10.º ano, Matemática para a Cidadania, foi lecionado pela professora cooperante, com a nossa colaboração. Nestas aulas ajudamos os alunos durante o trabalho autónomo o qual foi muito benéfico pois este tempo permitiu conhecer melhor a turma e estabelecer relação com os alunos.

O tópico de Estatística foi lecionado e planificado na sua totalidade por mim e as outras professoras estagiárias, em conjunto. Este processo foi muito importante para aprender de forma significativa como fazer planos de aula. O tempo dado para este processo permitiu-nos refletir com maior profundidade nos materiais, atividades e ferramentas a usar. Comparativamente ao oitavo ano, tivemos tempo para considerar os diferentes caminhos de aula, prevendo diferentes resoluções, e possivelmente dificuldades dos alunos.

À medida que a PES foi avançando, as aulas de Estatística passaram a ser lecionadas num *ratio* 50/50, ou seja, uma professora estagiária lecionava 50 minutos de aula e outra os outros 50 minutos. Quando começamos o tema funções, íamos alternando entre aulas completas, ou seja, cada professora estagiária lecionava os 100 minutos completos de aula.

Neste ciclo planejei e implementei tarefas de MM que se encontram descritas com maior profundidade na segunda parte do presente relatório. No quadro seguinte está refletida a distribuição dos tópicos lecionados no tema Estatística por tempos letivos, contudo, não está contemplado o tempo letivo dedicado ao Trabalho de Projeto, lecionado por outra professora estagiária.

Tabela 4 - Distribuição das aulas conjuntas de Estatística

<b>Tópicos</b>	<b>Aulas (50 min)</b>
<b>Problema Estatístico</b>	4
<b>População, amostra e variável</b>	8
<b>Dados univariados</b>	10

Para estas aulas, cada uma das professoras estagiárias assumia responsabilidade por um ou mais momentos de aula. Estes não tinham de ser necessariamente seguidos, mas o total do tempo lecionado devia ser mais ou menos equilibrado.

Os recursos usados nas aulas de 10.º ano foram variados, incluindo fichas introdutórias, adaptações de fichas das coletâneas de tarefas de Estatística de Matemática A para o 10.º ano (Direção-Geral de Educação, 2025a), apresentações com recurso a PowerPoint, *Kahoot!* e vídeos.

De acordo com Diene (1969) citado por Moyer, (2001, p. 175), é importante representar conceitos matemáticos de diferentes perspetivas. Uma das formas de o fazer é ao integrar métodos de ensino e recursos variados nas aulas. Isto é algo que, no caso do 10.º, não considero que tenha sido plenamente conseguido no tema de Estatística, com algumas exceções pontuais. No geral, a metodologia adotada nestas aulas foi mais reservada do que no oitavo ano, sendo que as aulas recaíram na dinâmica *ficha introdutória* → *conteúdo* → *exercícios*. Com esta dinâmica, os alunos resolviam as fichas, muitas vezes a pares, e depois a correção era feita no grande grupo, sempre com alguma discussão.

Os momentos de discussão ao longo das aulas permitiram que os alunos se fossem integrando mais, participando mais, seja isto em momentos de discussão do grande grupo ou ao ir ao quadro. Geralmente na discussão e resolução da ficha, as definições e propriedades eram dadas à medida que estas apareciam na ficha. Esta metodologia pareceu ser efetiva para a turma, mas não permitiram trabalhar muitas das competências das NAE e do PASEO. Contudo, esta abordagem poderia ser potenciada se as fichas introdutórias fossem de carácter exploratório ou investigativo, o que não foi o caso. Por outro lado, usar fichas introdutórias

com uma metodologia mais dinâmica, como *Peer Assessment* ou gamificação, poderia ter contribuído no desenvolvimento de outras competências. Considero que depende muito da metodologia usada em sala de aula.

A dinâmica em sala de aula de *ficha introdutória* → *conteúdo* → *exercícios* manteve-se com a mesma metodologia quando as aulas passaram a ser lecionadas adotando a distribuição do tempo em 50/50, anteriormente descrita. Para estas aulas entre duas professoras estagiárias, mudou o processo de planificação, embora estivemos a par do que as colegas iam lecionar e o plano por elas criado.

As aulas de Estatística foram divididas entre duas professoras estagiárias da seguinte forma:

Tabela 5 – Divisão das aulas de Estatística

<b>Tópicos</b>	<b>Aulas (50 min)</b>
<b>Dados univariados</b>	6
<b>Dados bivariados</b>	6

Notamos que nas aulas do Ensino Secundário, embora se tenha assumido a lecionação na maior parte da PES pelas estagiárias, a responsabilidade atribuída foi feita de forma progressiva.

Depois de termos concluído a Estatística, tivemos as pausas de Natal e a professora cooperante lecionou o tópico seguinte sugerido nas NAE de Matemática A no 10.º ano, a Geometria Sintética. Devido a esta quebra na lecionação de aulas, houve tempo para pensar e escrever os próximos planos de aula com maior cuidado. Consegui começar a enviar os planos com antecedência (o que permitia às professora dar mais *feedback*) e a refletir muito mais na atividade matemática e conhecimentos dos alunos, assim como nas ferramentas e estratégias que iriam ser usadas, tendo em especial atenção as orientações curriculares.

Assim, esta foi a distribuição em conteúdos e tempos letivos das aulas por mim lecionadas:

Tabela 6 - Aulas de Funções lecionadas por mim

<b>Conteúdos</b>	<b>Aulas (50 min)</b>
<b>Generalidades acerca de Funções</b>	8
<b>Função Módulo</b>	4
<b>Tarefas de Modelação</b>	11

Nestas aulas usei ferramentas tecnológicas como o *Desmos Classroom*. Silva et al. (2023) salientam que tecnologias, como aplicativos computacionais, devem ser integradas de tal forma que permitam visualizar conceitos e contribuir na resolução de problemas.

No nosso caso, a atividade no *Desmos Classroom* foi um bom ponto de entrada para consolidar o conceito de função. A atividade era formada por aproximadamente 10 perguntas. Nas perguntas iniciais os alunos observavam o comportamento de três máquinas diferentes. Estas máquinas, como a da *Figura 3*, recebiam um *input* e retornava um *output*. O papel dos alunos era descobrir qual era a regra, ou o que é que a máquina fazia, para transformar o dito *input* no *output* obtido. A ideia era que os alunos visualizassem que existiam regras que para o mesmo *input* produzia *outputs* diferentes, e deduzir qual delas representava, ou não, uma função. A atividade foi traduzida para português de uma já existente, em língua inglesa, no *Desmos Classroom*.

### Figura 3

Exemplo de uma das máquinas da atividade



Esta atividade foi significativa para os alunos. Notei que nas aulas seguintes os alunos usavam a linguagem das máquinas para referir elementos de funções. Por exemplo, aos objetos chamavam de *input* e às imagens chamavam de *output*. Assim, embora a atividade permitiu concretizar e consolidar o conceito de função, a linguagem informal associada à atividade teve de gradualmente ser substituída por linguagem matemática, à medida que se iam formalizando os conceitos.

O *Desmos Classroom* não foi a única ferramenta tecnológica usada no tema Funções. Para Silva et al. (2023), a integração da programação contribui no desenvolvimento do pensamento computacional, assente em práticas de depuração, abstração, reconhecimento de padrões e decomposição. A programação consiste na construção de um número finito de

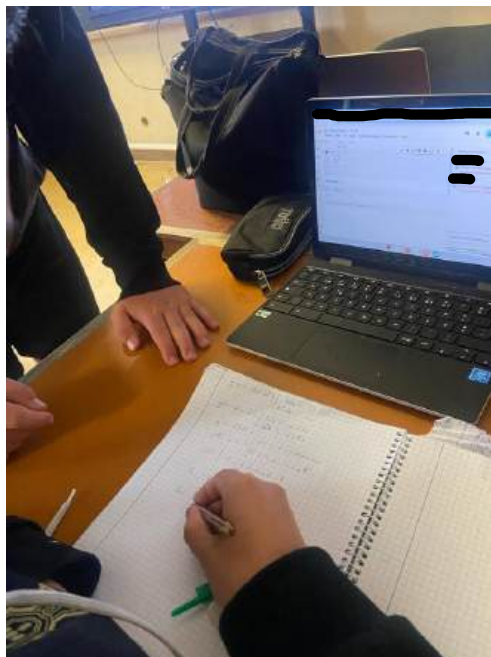
passos, geralmente chamado de algoritmo, para resolver um determinado problema (Martins, 2023). De acordo com Calleja (2021), a construção de códigos permite que os jovens consigam resolver um problema com propósito, trabalhando em equipa e desenvolvendo competências tais como criatividade, resiliência, confiança e pensamento crítico. Por isso, no contexto do estágio, o recurso ao *Python* foi usado para consolidar os conhecimentos na definição por ramos de funções módulo.

Na atividade com recurso a *Python* foram dados aos alunos três expressões algébricas da função módulo. O objetivo da atividade era que os alunos construíssem um programa em *Python* que calculasse a imagem de qualquer objeto. Para isso, os alunos teriam de transformar a expressão algébrica numa definida por ramos e criar o código usando condicionantes tais como *if* e *else*.

Durante a atividade observamos os alunos a trabalharem em conjunto, a definirem as funções no caderno para logo criar o código, a praticar a depuração, abstração, decomposição, definição de algoritmos, assim como conceitos de funções, tais como domínio da função módulo, funções definidas por ramos e o módulo de um número. Assim, considero que esta atividade foi uma mais-valia, não só do ponto de vista de conteúdo matemático, mas também ao nível de competências transversais presentes no PASEO (Martins et al., 2017).

#### **Figura 4**

*Alunos a escrever a expressão algébrica em papel*



**Figura 5**

*Alunos a colaborar na construção do programa*



Para além destas aulas, implementei tarefas de MM no secundário, que serão discutidas em mais detalhe na segunda parte deste relatório.

Finalmente, também usei fichas e apresentações em PowerPoint para auxiliar as aulas.

### **3.3 Avaliação da aprendizagem dos alunos na EBSAAS**

A avaliação da EBSAAS, para o ano letivo 2024/2025, foi definida pela escola da seguinte forma:

**Figura 6**

*Quadro da avaliação das aprendizagens da EBSAAS*

Domínios/ Domínios Específicos		PONDERAÇÃO		PROCESSOS / INSTRUMENTOS DE RECOLHA DE INFORMAÇÃO
Conhecimentos e capacidades	Conhecimento de conceitos e procedimentos matemáticos Raciocínio matemático e resolução de problemas	90%	75%	Testes de avaliação e Mini testes
	Comunicação matemática		15%	Questões Aula, Trabalhos individuais e de grupo
Competências do relacionamento interpessoal e do desenvolvimento pessoal e autonomia	<b>Respeito e colaboração:</b> contribui para o bom relacionamento interpessoal e do grupo, respeitando os valores democráticos e de cidadania. Respeita as normas de conduta em contexto de sala de aula. Realiza trabalho colaborativo em diferentes situações (trabalhos de grupo, projetos, resolução de problemas e atividades experimentais).	10%	5%	Registo de Observação Direta
	<b>Autonomia:</b> demonstra iniciativa, autonomia e espírito crítico. Contribui com ideias/propostas válidas para a resolução comum de tarefas/atividades.		3%	
	<b>Responsabilidade:</b> realiza as tarefas solicitadas com empenho e rigor. Cumpre prazos. Procura reorientar o trabalho a partir do feedback do professor e/ou dos pares.		2%	

*Nota.* Documento disponibilizado pela professora cooperante.

Em relação a momentos avaliativos e instrumentos criados durante a PES, tive a oportunidade de participar em diversos momentos de avaliação tais como a correção de um teste a cinco alunos, a participação na avaliação de competências do relacionamento

interpessoal e do desenvolvimento pessoal e autonomia, contribuir na avaliação formativa e sumativa do trabalho de projeto, assim como a avaliação formativa e sumativa da segunda parte das atividades de MM com robôs (Escola Básica e Secundária Dr. Ângelo Augusto da Silva, 2023).

#### **4. Componente não letiva**

As atividades fora de sala de aula são também de elevada importância para a formação do perfil profissional de um futuro professor. De acordo com os professores entrevistados por Smeplass (2021), as competências de socialização, comunicação e relacionamento com os alunos são aspetos fundamentais para a profissão. Atividades desta natureza, desenvolvidas em contextos variados, são propícias para a integração na comunidade educativa.

No tempo de estágio participei em diversas atividades não letivas, tanto nas escolas como fora delas. Destaco algumas das atividades e momentos que considero de particular relevância pelo seu impacto no meu desenvolvimento pessoal e profissional.

Na EBSAAS participei num convívio no dia da escola, assim como em algumas reuniões de conselho de turma. Estes momentos foram muito importantes para mim e foram um desafio. Consciente de que levo algum tempo a criar relações com as pessoas, para mim era muito importante socializar com os alunos para ter uma melhor relação dentro e fora da sala de aula.

Na EBSGZ participei em atividades no contexto do projeto “Para Além da Matemática”. Uma das atividades deste Projeto, organizada pela professora cooperante, foi no momento das festividades do Natal. A atividade consistia em criar com os alunos árvores de Natal usando números. Os números escolhidos atendiam ao enquadramento do oitavo ano, dízimas infinitas periódicas. Este era o tópico a ser estudado nessa altura do ano escolar. Para a árvore da nossa turma, escolhemos o número  $-\frac{2}{7}$  e preparamos moldes de números. Também levamos materiais reciclados, alguns alunos também. Estes materiais seriam usados para criar e decorar os números necessários. Segue abaixo a árvore da turma e alguns dos números:

## Figura 7

*Alguns números e a árvore da turma*



Esta foi a parte do projeto do ponto de vista de interação direta com os alunos. Contudo, também com as colegas estagiárias desenvolvi outro projeto: criar uma árvore de Natal. Em baixo uma foto da árvore:

## Figura 8

*Árvore de Natal realizada com as colegas da PES*



Nesta escola também participei numa atividade que, embora letiva, teve um contexto fora de sala de aula. Esta atividade, chamada de *Geocaching*, foi criada e implementada por uma colega de estágio com o apoio de dois colegas estagiários do Mestrado em Ensino da Educação Física nos Ensinos Básico e Secundário, a estagiar na mesma escola e pertenciam à nossa universidade. A atividade poderia ser descrita como uma caça ao tesouro. O objetivo principal era encontrar seis caches que se encontravam escondidos na escola. Foi uma experiência muito significativa para mim, a qual me permitiu interagir com os alunos de forma mais descontraída, contribuindo positivamente no nosso relacionamento.

## Figura 9

*Alunos a trabalharem no Geocaching*



Fora das escolas participei numa visita de estudo à Casa-Museu Frederico de Freitas com os alunos do 10.º ano. Também fui a uma exposição na Universidade da Madeira sobre a Matemática nos Flocos de Neve e a algumas apresentações de manuais de matemática para o décimo primeiro ano. Também participei em alguns *Webinars* sobre a escrita de artigos científicos e em três conferências: uma sobre álgebra (no contexto de matemática pura), outra sobre inteligência artificial (dada pela professora supervisora da universidade) e uma conferência no contexto da disciplina de Ética e Deontologia Profissional.

Semanalmente reuníamos com as professoras cooperantes e com a professora supervisora da Universidade. Foi muito o que aprendi nestas reuniões, especialmente em termos de planificação e reflexão sobre a prática letiva, particularmente no início da PES, onde as discussões sobre as aulas lecionadas foram indispensáveis para posteriores aulas de maior qualidade. Para além disso, nas reuniões aprendi a importância da estrutura das fichas, desde as perguntas incluídas até a ordem das perguntas. Adicionalmente, a ordem dos exercícios para resolver na aula, que foi algo que mesmo até o fim do estágio tive dificuldades, começou a ser aprendido devido ao choque das consequências dos erros cometidos.

Neste processo, as professoras também me ajudaram na escrita da língua portuguesa dos planos, atendendo a que esta não é a minha língua materna. Também aprendi muito sobre a gestão do tempo, a distribuição das equipas, a linguagem matemática e as diferentes formas de ver um conteúdo matemático.

Também tive reuniões com as outras professoras estagiárias, especialmente no início. Nestas reuniões discutíamos aulas futuras, esclarecíamos dúvidas, fazíamos chuva de ideias e refletíamos sobre as nossas aulas já lecionadas.

As primeiras reuniões foram para as planificações das aulas em conjunto de nós as três. Foi um caminho difícil, mas eventualmente encontramos o nosso ritmo.

Cada um destes momentos foi de elevada importância ao nível do meu relacionamento com os alunos e da construção do meu perfil como professora, matemática, profissional e, mais importante, como pessoa.

## 5. Reflexão Crítica

Este estágio permitiu-me desenvolver competências a nível profissional e pessoal. Considero-o como um dos anos nos quais mais evolui como pessoa. Acho que não seria possível desenvolver um perfil de professora e aprender a ensinar, sem crescer como pessoa.

Certamente, ser professor é uma das coisas mais difíceis que se pode ser. Como já foi discutido, é defendido que os conteúdos matemáticos sejam levados à sala de aula usando diferentes representações. Este objetivo é difícil de se atingir. Existem exigências cognitivas na planificação deste tipo de aulas, mas, mais do que isso, pensar na matemática sob diferentes perspetivas requer muito conhecimento matemático e capacidade de adaptabilidade.

Durante o estágio, houve momentos nos quais, acredito, levei à sala de aula o conteúdo de diferentes formas, algumas inovadoras e de forma bem-sucedida. Por outro lado, também houve aulas nas quais esta tentativa não correu muito bem, às vezes por falta de reflexão da minha parte sobre o trabalho matemático dos alunos, o intuito do que estava a fazer e a minha visão pessoal do conteúdo. Também houve aulas nas quais a abordagem foi mais reservada. No entanto, nem sempre podem ser levadas à sala atividades inovadoras e as diferentes perspetivas para um conteúdo podem ser atingidas sem grandes recursos. Acredito que isto aconteceu na maioria das aulas.

Do ponto de vista da avaliação, houve alguns momentos que poderiam ter sido mais bem aproveitados, particularmente situações nas quais poderia ter dado mais *feedback*. Embora sinto que aprendi muito, especialmente em termos de transparência e *feedback*, os momentos não foram suficientes e este é um aspeto no qual ainda tenho muito por evoluir.

Finalmente, todas as atividades fora da sala de aula contribuíram para a minha formação. Como os professores entrevistados por Smeplass (2021) referiram, ser professor não é só dar aulas e as conexões humanas são importantes. Se não o fossem, a inteligência artificial viria substituir os professores.

De igual relevância, as reuniões com as professoras cooperantes e a professora supervisora da universidade permitiram-me evoluir não só profissionalmente, mas como pessoa. Com elas aprendi sobre gestão de tempo, organização da aula, a importância dos planos e dos recursos levado à sala, a ver a matemática de diferentes formas, um maior domínio da língua portuguesa, e muito mais. Pessoalmente, aprendi com elas honestidade, empatia,

vulnerabilidade e inteligência emocional, todas estas coisas fundamentais num professor; aliás, numa pessoa. Todas estas aprendizagens nunca acabam, sou consciente de que, em todos estes aspetos, tenho muito por melhorar e que a aprendizagem, a quem a aceita, é constante. E que bom!

## **Relatório de Estágio Parte II**

## 1. Introdução

As NAE para a matemática A dos cursos Científico-Humanísticos de Ciências e Tecnologia e de Ciências Económicas, visam preparar os alunos para que sejam cidadãos reflexivos, autónomos e participativos (Silva et al., 2023). Para isso, é considerado fundamental desenvolver nos alunos a competência matemática (Silva et al., 2023). Esta competência pressupõe que os alunos sejam capazes de encarar com segurança problemas reais diversos e ter à sua disposição métodos matemáticos variados para encará-los, interpretando os resultados para diferentes contextos, onde a matemática esteja, ou possa vir a fazer parte (Niss, 2011).

Um dos objetivos da educação matemática é que os alunos consigam usar conhecimentos específicos deste domínio e aplicá-los em situações do mundo extra-matemático (OCDE, 2024; Blum et al., 2007), contribuindo para a aquisição de uma imagem global deste corpo de conhecimento e das relações que este possui com o mundo para além da matemática (OCDE, 2024; Martins et al., 2017; Niss, 2011; Blum & Niss, 1991).

De acordo com os resultados do *Programme for International Student Assessment* (PISA) em 2022, a imagem que os alunos fazem da matemática é negativa, descrevendo esta disciplina como muito difícil ou irrelevante para o seu dia a dia (OCDE, 2024). Alguns autores, apresentam as tarefas de modelação matemática (MM) como uma oportunidade para que os alunos vejam a relação entre a matemática e diferentes aspetos do seu dia a dia, bem como a sua utilidade (Blum, 2015), aumentando a sua motivação e confiança (Aroeira et al., 2024a; Blum & Niss, 1991). Neste sentido, tem-se observado a inclusão da MM nos currículos de vários países. Em Portugal, as NAE de matemática A para o ensino secundário consideram fundamental que os alunos tenham contacto com o processo de modelação (Silva et al., 2023).

Também o uso de tecnologia para aprender matemática tem ganho expressão nas orientações curriculares do ensino secundário português, existindo o apelo para a sua integração (Silva et al., 2023) de forma “crítica e inteligente contribuindo para o desenvolvimento de novas competências associadas à programação” (Direção-Geral de Educação, 2018, p. 3). Desta forma, é natural que também no que se refere ao processo de MM se visione a integração da tecnologia como um factor decisivo (Galbraith & Fisher, 2021; Carreira, 2019).

A presente investigação visa compreender o papel de tarefas de MM, com recurso a robótica, na aprendizagem matemática de alunos do 10.º ano na temática de funções. Para responder ao objetivo delineado, foram enunciadas as seguintes questões:

- i. O que caracteriza uma tarefa de MM?

ii. Que dificuldades podem surgir em tarefas de MM e qual é o posicionamento dos alunos face a essas dificuldades?

iii. Qual é o papel das tarefas de MM na mobilização de competências e conhecimentos matemáticos sobre funções dos alunos?

iv. Qual é o papel da robótica em tarefas de MM?

Assim, na secção seguinte é discutido o conceito de MM, a sua relevância na educação e o impacto da tecnologia neste tipo de tarefas. Seguidamente, apresenta-se de forma detalhada a metodologia de recolha de dados, tendo em conta os objetivos e as questões de investigação. A secção 4 é dedicada à análise dos dados recolhidos, tendo por base a prática de ensino supervisionada numa turma de 10.º ano na qual foi implementada uma tarefa de MM. Na quinta e última secção, são apresentadas as conclusões obtidas na sequência do estudo desenvolvido e são lançadas algumas pistas para trabalhos de futuros.

## **2. Enquadramento Teórico**

Investigar significa fazer pesquisa para adquirir novos conhecimentos sobre um tema ou fenómeno. Esta ação é uma parte essencial do desenvolvimento profissional dos professores, pois permite-lhes observar, refletir e aprender a partir dos seus erros, mudando assim a sua prática letiva e construindo o seu próprio perfil profissional (Batista, 2019).

Nesta secção apresentam-se os fundamentos teóricos que sustentaram a parte investigativa do presente relatório, motivada pela compreensão do papel da MM para a aprendizagem matemática de alunos do 10.º ano.

### **2.1 MM: o que é?**

A MM é o processo que permite estabelecer relações entre uma situação concreta e a matemática. Através deste processo, conseguimos traduzir experiências específicas em termos matemáticos, assim como interpretar a matemática construída num contexto concreto no qual estamos inseridos (Haines & Crouch, 2007, citado por Erbas et al., 2014, p. 1622). Por exemplo, o Homem primitivo pode ter querido representar uma quantidade de maçãs sem usar as maçãs. Para isso, poderia ter desenhado linhas (Schichl, 2004) na parede, onde cada linha representaria uma maçã. Desta forma, representaria um objeto concreto (maçãs) de forma matemática (linhas), ou seja, relacionaria a situação concreta com a matemática.

Do mesmo modo, o Homem poderia encontrar-se na situação de ter perdido duas maçãs e querer representar essa perda. Nesta circunstância, as linhas podem não ser adequadas para traduzir a perda de maçãs. Assim, o Homem pode partir do modelo original (linhas) e a interpretá-lo no contexto que está inserido (dever maçãs), usando a matemática que tinha

construído através de um modelo (linhas) e a expandi-la para representar outra situação concreta.

Através do exemplo anterior, conseguimos identificar que a MM é um processo cíclico, havendo constante comunicação entre a matemática e as situações concretas que estão a ser modeladas. Também nesse exemplo, podemos afirmar que as linhas na parede foram o *modelo* criado para traduzir a situação concreta.

Um modelo é uma representação da relação entre o *mundo matemático*, e o *mundo extra-matemático*. O mundo matemático é composto por todas as definições, propriedades e técnicas próprias da matemática. Por seu lado, o mundo extra-matemático consiste em tudo aquilo externo ao mundo matemático (Blum et al. 2007).

Um modelo é constituído por três partes fundamentais: um *domínio extra-matemático* ( $D$ ), um *domínio Matemático* ( $M$ ) e as *relações* entre eles ( $R$ ). Estes três elementos podem ser representados de forma mais compacta por um triplo ( $D, R, M$ ) (Blum et al., 2007).

O domínio extra-matemático, ( $D$ ), de um modelo é tudo aquilo que define a situação concreta usando objetos pertencentes ao mundo extra-matemático, constituindo o *modelo real*. Por outro lado, o domínio matemático, ( $M$ ), são todas as variáveis, operações e técnicas próprias da matemática que melhor se adaptam à situação em estudo, constituindo o *modelo matemático* (Blum et al. 2007). Ambos os modelos estão em comunicação no modelo final, sendo a última componente do modelo as formas como se comunicam os dois domínios. Esta componente são as relações, ( $R$ ). Esta comunicação pode acontecer de diferentes formas, tais como, interpretações, manipulações matemáticas, diagramas ou hipóteses (Blum et al., 2007).

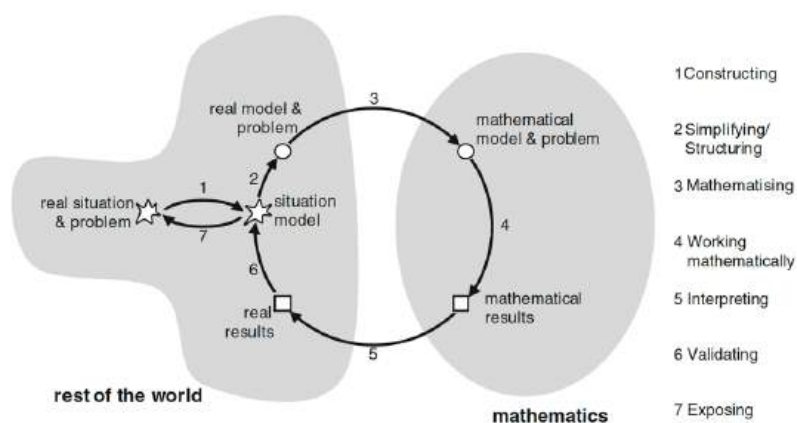
Podem existir diferentes objetivos de modelação. O objetivo pode ser melhorar um modelo existente, como é mencionado nos documentos orientadores para a disciplina de matemática A do Ensino Secundário (Silva et al., 2023). Para isso, parte-se de um modelo previamente estabelecido, fazem-se predições, critica-se, valida-se e possivelmente melhora-se esse modelo. Mas o objetivo pode ser partir de um problema e traduzi-lo em termos matemáticos (e.g. Blum, 2015; Blomhøj & Højgaard, 2003; Blum & Niss, 1991), sendo este tipo de abordagem muito utilizada na teoria (e.g. Aroeira et al., 2024a; Blum, 2015; Blum & Leiß, 2007; Blum & Leiß, 2005). Embora este processo de modelação também implique criticar, validar e possivelmente melhorar o modelo que foi inicialmente construído, difere da primeira abordagem porque os alunos devem começar por compreender, simplificar e estruturar o problema (Blum, 2015). A discussão que aqui se apresenta será centrada na MM enquanto processo que permite traduzir, em termos matemáticos, um determinado problema.

Embora possam existir objetivos diferentes para a modelação, em todos estes contextos existe um ponto comum: a MM é um processo cíclico, usado para estabelecer relações entre o mundo extra-matemático e o mundo matemático, existindo diferentes descrições para os passos que compõem o ciclo.

Blomhøj e Højgaard (2003) consideraram seis passos no ciclo de modelação, mas Blum e Niss (1991) comprimiram esses passos e consideraram cinco no lugar de seis. Adicionalmente, à medida que a teoria evolui, os mesmos autores podem considerar que algumas das ações que são necessárias para modelar devem ser discriminadas. Por exemplo, em 1991 Blum, em conjunto com Niss, consideraram cinco passos no ciclo de modelação, contudo, em 2007, Blum passou a considerar sete passos, como pode ser observado no seu trabalho com Leiß. O seguinte ciclo de modelação pode encontrar-se em Blum (2015), adaptado do trabalho de Blum e Leiß (2007).

**Figura 10**

*Ciclo de Modelação de Blum e Leiß (2007)*



*Nota.* Retirado de Blum (2015)

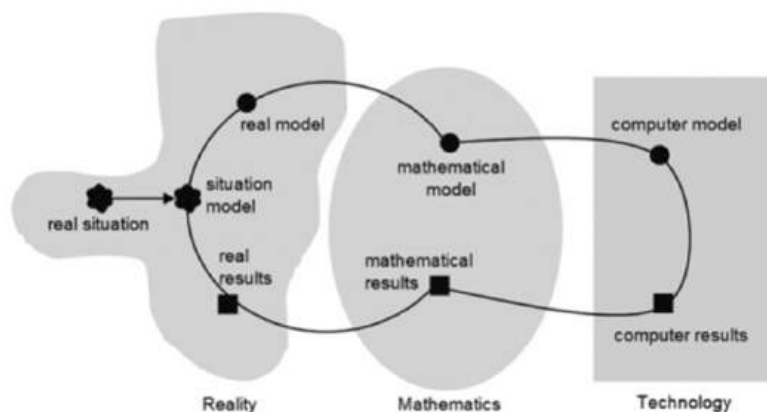
O ciclo de modelação começa por uma situação real ou problema. O primeiro passo é construir um modelo mental sobre a situação, este seria o *modelo real* (Blum, 2015; Blum & Niss, 1991). Depois disto será necessário simplificar o problema fazendo pressupostos que permitam reduzir o número de variáveis a considerar (Blum, 2015; Blomhøj & Højgaard, 2003). O terceiro passo no ciclo de modelação é a *matematização* (Blum, 2015), consistindo na tradução do modelo real para o modelo matemático. É neste passo que as variáveis consideradas no modelo real e as suas relações são expressas usando linguagem matemática (Blum, 2015; Blomhøj & Højgaard, 2003; Blum & Niss, 1991). Depois, estas relações são manipuladas de forma matemática para obter conclusões e resultados matemáticos (Blum,

2015; Blomhøj & Højgaard, 2003; Blum & Niss, 1991). Estas conclusões serão interpretadas à luz do modelo real (Blum, 2015). Uma vez interpretadas, estas deverão ser validadas, ou seja, deverá ser feito um estudo para determinar se o modelo traduz a situação de forma satisfatória, permitindo-nos tirar conclusões e fazer previsões (Blum & Niss, 1991). O uso de dados obtidos e observados pode ser relevante neste passo (Blomhøj & Højgaard, 2003). Se o modelo não permite a extração de conclusões lógicas ao problema ou se é considerado que este pode ser desenvolvido para descrever melhor a situação real, então o ciclo de modelação repete-se. Quando se considera que o modelo é uma aproximação o suficientemente fiel da realidade e que permite o estudo da situação real com fiabilidade, comunicam-se os resultados obtidos, escrevendo a solução final (Blum, 2015).

O ciclo de MM tem evoluído para realçar a importância da inclusão das ferramentas tecnológicas. Para alguns autores, a tecnologia é incorporada com a inclusão de mais dois passos no ciclo de modelação. Estes passos, atendendo ao ciclo proposto por Greefrath em 2011, como citado por Carreira (2019, p. 54), encontram-se localizados entre a *matematização* e os *resultados matemáticos* (Fig. 13). Nesta perspetiva, o ciclo de modelação é visto como composto por três mundos que, embora dê ênfase ao papel da tecnologia, ao mesmo tempo pode ser visto como um acrescento (Carreira, 2019). Este é chamado de ciclo de modelação aumentado (Greefrath, 2011, citado por Carreira, 2019, p. 55).

### Figura 11

*Ciclo de Modelação Aumentado de Greefrath (2011)*



*Nota.* Retirado de Carreira (2019).

No entanto, Carreira (2019) discute que o mundo da tecnologia, o mundo extra-matemático e o mundo matemático existem num mesmo ambiente, o qual denomina de ‘mundo da modelação’. Neste ‘mundo da modelação’ a tecnologia não é vista como um acrescento ou como um mundo isolado. Pelo contrário, Carreira (2019) defende que a tecnologia, na MM,

não deve intervir como uma ferramenta adicional para auxiliar cálculos, mas sim como um factor decisivo no ciclo, sustentando a tarefa que de outra forma seria muito complicada de realizar pelos alunos. Por outras palavras, a tecnologia pode (ou deve) ter o papel de fazer algo inatingível, atingível (Aroeira et al., 2024a; Galbraith & Fisher, 2021; Carreira, 2019).

## **2.2 MM versus Resolução de Problemas**

Segundo as NAE de Matemática A para o décimo ano, os alunos devem ter a oportunidade de “descobrir, raciocinar, provar e comunicar matemática” (Silva et. al, 2023, p. 3). Nos processos que proporcionem estas oportunidades, os alunos devem ser capazes de levantar e testar hipóteses e conjecturas, avaliar criticamente os resultados e apresentar conclusões devidamente justificadas através de argumentos lógicos (Silva et al., 2023). As NAE orientam-se nas competências presentes no PASEO, particularmente no que se refere às competências que implicam criatividade, pensamento crítico, relacionamento interpessoal, resolução de problemas e comunicação. Neste sentido, uma das áreas de competências que permite o desenvolvimento das competências acima mencionadas é a de Raciocínio e Resolução de Problemas (Martins et al., 2017).

Para compreender o que caracteriza a competência em resolução de problemas, deve-se procurar definir o que é considerado um problema. Segundo a perspectiva de Polya (1962) um problema é uma situação (ou objetivo) que desejamos resolver (ou atingir) para a qual não temos uma solução imediata. Ponte (2005) caracteriza um problema como uma situação com solução fechada, mas difícil. Um problema pode ser de solução com grau de dificuldade variável, mas deve ser sempre um desafio. Se não é difícil, não é um problema (Polya, 1962).

Para resolver um problema, é necessário reconhecê-lo e interpretá-lo, recolher a informação necessária para o solucionar e desprezar o acessório. Depois, é essencial definir um procedimento (Polya, 1962) que conduza à solução, requerendo diferentes ações, tais como, tomar decisões, interpretar e justificar conclusões e desenvolver diferentes estratégias de resolução, com o uso de diferentes recursos, nomeadamente tecnológicos (Silva et al., 2023). De acordo com o PASEO e as NAE de Matemática A para o 10.º ano, alunos com competência de resolução de problemas devem ser capazes de interpretar informação, planear e gerir projetos. Para além disso, devem conseguir fazer pesquisas e tomar decisões que conduzam à resolução do problema, comunicando, posteriormente, os resultados (Silva et al., 2023; Martins et al., 2017).

Mas, não é possível aprender a resolver problemas sem resolver problemas (Polya, 1962). Assim, para que os alunos consigam adquirir o tipo de competências necessárias para a resolução de problemas, é necessário levar problemas para a sala de aula.

Atendendo à forma como está definida a MM, existem muitos aspetos comuns entre o processo de resolução de problemas e o de modelação. As NAE têm numa das suas ideias chave a ‘Resolução de problemas, modelação e conexões’, parecendo reconhecer tanto a resolução de problemas com a MM enquanto pontes que permitem o estabelecimento de conexões entre diferentes áreas do saber (Silva et al., 2023).

Muitas vezes pode ser difícil estabelecer uma distinção entre as duas e, conseqüentemente, diferenciar os contributos específicos de cada uma para o desenvolvimento do pensamento matemático (Højgaard, 2021, citado por Brocardo et al., 2022).

Blomhøj e Højgaard (2003) referem que o processo para a resolução de problemas é semelhante ao processo de modelação, no entanto, na resolução de problemas, vários passos do ciclo de modelação são omitidos, nomeadamente, a simplificação da situação na fase inicial do ciclo.

Também no passo seguinte do ciclo de modelação, no qual são feitos pressupostos para a escolha das variáveis que se consideram que mais influência têm sobre o modelo real (problema ou situação) e o estudo das possíveis relações entre as variáveis (Blum, 2015), são apontadas diferenças relativamente à resolução de problemas. Numa tarefa de resolução de problemas, as variáveis são dadas e a sua relação é implícita. Assim sendo, estas tarefas focam-se na matematização, no trabalho com o modelo matemático e a posterior interpretação do modelo, atendendo ao contexto da situação (Blomhøj & Højgaard, 2003).

A MM é um tipo especial de resolução de problemas (Voskoglou, 2021). Para uma tarefa de MM ser bem-sucedida, esta tem de ser de final aberto e indeterminada (Blomhøj & Højgaard, 2003), contrastando com a visão de Ponte (2005) para quem um problema é uma tarefa fechada.

Além das diferenças já discutidas, existe um outro aspeto que singulariza a MM em relação a uma tarefa de resolução de problemas que não seja de MM. A resolução de problemas não implica a validação do modelo (ou conclusão obtida), nem a repetição do ciclo (Blomhøj & Højgaard, 2003), mas sim a verificação da solução e exploração de resoluções alternativas.

Atendendo ao que aqui se discutiu, podemos concluir que a MM implica a resolução de um problema, no entanto, a resolução de um problema não implica passar pelo ciclo de MM. Assim, para além das competências que são desenvolvidas em tarefas de resolução de

problemas, existem competências específicas associadas a tarefas de modelação, que geralmente não estão presentes na resolução de problemas.

Uma tarefa de MM implica a capacidade de criticar, validar, aplicar e possivelmente melhorar, modelos existentes (Silva et al., 2023; Blum & Niss, 1991). Mas, para além de trabalhar com modelos existentes, os alunos devem, partindo de uma situação problema, criar os seus próprios modelos, avaliá-los, criticá-los, validá-los e usá-los para fazer previsões, explorando as suas potencialidades, limitações e possíveis relações com outras situações (Levy et al., 2016; Blum et al., 2007; Blum & Niss, 1991). Esta vertente associada à criação de modelos não parece estar presente nas NAE (Silva et al., 2023), uma vez que apenas referem o estudo por parte dos alunos de modelos existentes.

O raciocínio matemático é indispensável tanto para a resolução de problemas como para a MM. De facto, uma das bases da competência matemática é o raciocínio matemático (Silva et al., 2023). Este é definido como a capacidade de fazer inferências, ou seja, de usar a informação disponível para chegar a novas conclusões (Brocardo et al., 2022).

Na literatura são destacados três tipos de raciocínio. O raciocínio dedutivo diz respeito à aplicação de informações generalizadas a casos particulares. O segundo tipo de raciocínio, o indutivo, diz respeito à observação de padrões em circunstâncias específicas e inferir para a sua extrapolação a situações gerais (Pimentel & Vale, 2012, citado por Brocardo, 2022, p. 74-75). O terceiro tipo é chamado de abdução. Este diz respeito à observação de um acontecimento inesperado e a procura de uma explicação para o ocorrido (Pimentel & Vale, 2012, citado por Brocardo, 2022, p. 75).

Como discutimos anteriormente, existem diferenças entre a MM e a resolução de problemas, sendo um dos aspetos distintivos o último passo do ciclo de modelação definido por Blum e Leiß (2007): a comunicação dos resultados. A comunicação matemática diz respeito a ser capaz de comunicar dentro e sobre a matemática (Niss, 2011). Isto implica não só a capacidade de transmitir ideias matemáticas com recurso a simbologia e linguagem matemática adequada (Silva et al., 2023; Niss, 2011), mas de compreender ideias de outras pessoas, sejam estas apresentadas de diferentes formas, tais como expressões, símbolos e gráficos (Martins et al., 2017; Niss, 2011). Este tipo de competência implica conseguir trabalhar em equipa, ouvindo as ideias dos outros, analisando-as e construindo conhecimento a partir delas (Silva et al., 2023). O desenvolvimento da comunicação matemática através de tarefas de MM tem sido estudada e discutida na literatura (e.g. Armutcu & Ball, 2023; Stohlmann, 2017; Goos, M., 1998).

O processo de MM também contribui no desenvolvimento da competência de relacionamento interpessoal. Alunos que possuem esta competência são capazes de trabalhar em equipa, ouvido as opiniões dos colegas com respeito e colaborando com o trabalho da equipa (Martins et al., 2017).

No processo de desenvolver as referidas competências, os alunos estão também a aprimorar o *poder matemático*. O desenvolvimento do poder matemático vai para além de acumular diversos conhecimentos matemáticos. Possuir poder matemático implica ser capaz de usar os conhecimentos matemáticos adquiridos em diferentes situações (Associação de Professores de Matemática, 1991). Tal como qualquer outra competência, o poder matemático nunca deixará de ser desenvolvido (Associação de Professores de Matemática, 1991).

O professor deve levar para a sala de aula tarefas que permitam identificar que os alunos conseguem raciocinar e pensar criticamente, comunicar matematicamente, analisar uma situação e usar os seus conhecimentos matemáticos e criatividade na resolução problemas (Associação de Professores de Matemática, 1991), portanto, deve levar tarefas que permitam que os alunos desenvolvam e mobilizem competências do poder matemático. Analisando as potencialidades de tarefas de MM, um professor deve, de facto, incluir este tipo de tarefas no seu ensino.

Através de tarefas de MM e de resolução de problemas os alunos conseguem experienciar o uso da matemática em aplicações com o mundo real, contribuindo para que atribuam significado à matemática (Matos, 1998). Este tipo de abordagem no ensino permite, também, preparar os alunos para participar de forma ativa e crítica na sociedade, analisando, avaliando e percebendo diferentes modelos e aplicações da matemática, trabalhando com eles para encontrar e identificar soluções matemáticas para diferentes problemas, em particular de natureza social.

Tal como discutido para a resolução de problemas, a capacidade de modelar só se desenvolve ao se experienciar o ciclo de MM. Não é possível aprender a modelar, e desenvolver competências de modelação, sem modelar. Assim, trazer atividades que se mantêm no mundo matemático, não permite que as competências acima discutidas sejam desenvolvidas pelos envolvidos (Blum & Niss, 1991). Galbraith et al. (1998) defendem que os alunos que melhor conhecimentos matemáticos têm, no sentido do que geralmente é chamado de ensino tradicional, não são necessariamente os que melhor conseguem passar pelo processo de modelação. Pelo contrário, a perceção de uma resposta “certa” ou “errada”, puramente matemática, condiciona o percurso dos alunos neste tipo de tarefas (Galbraith et al., 1998).

### **2.3 O pensamento computacional e a robótica em tarefas de MM**

O Pensamento Computacional (PC) é uma série de habilidades que permitem a resolução de um problema (Conceição & Durães, 2020). As NAE (Silva et al., 2023), descrevem como partes do PC “a abstração, a decomposição, o reconhecimento de padrões, a análise e definição de algoritmos, bem como a aquisição de hábitos de depuração e otimização dos processos envolvidos na atividade matemática” (p. 3).

Para que um problema permita que se desenvolva o PC, este deve dar oportunidades para que os alunos dividam o problema em problemas menores (decomposição), que analisem aspetos comuns entre diferentes situações (reconhecimento de padrões), que distingam o essencial do acessório (abstração) e que criem uma série de passos para a sua resolução (Brackman, 2017). Para além disso, é importante que os alunos consigam identificar e corrigir erros (depuração) na resolução do problema, assim como otimizar a sua resolução (otimização).

Como já foi discutido, a MM é um tipo especial de resolução de problemas. Assim, se a resolução de um problema tem a capacidade de desenvolver o PC, passar pelo ciclo de modelação também.

Sabe-se que a MM pode, e deve, ser levada para a sala de aula com recurso à tecnologia e que estas ferramentas não devem ser trazidas como elementos acessórios no processo de modelação, mas sim como fatores decisivos do processo, ou seja, as ferramentas tecnológicas devem ser tais que o ciclo de MM dependa do seu uso (Carreira, 2019).

Existem diversas ferramentas tecnológicas associadas ao desenvolvimento do PC, uma delas é a robótica (Conceição & Durães, 2020). Os contributos da robótica para o desenvolvimento do PC na resolução de problemas tem sido muito discutido na literatura. Fernandes et al. (2021) apresentaram o caso de um Cenário de Aprendizagem com o objetivo de

compreender de que forma o uso dos robôs como artefactos mediadores da aprendizagem contribui para que os jovens produzam significado e desenvolvam aprendizagem de tópicos e conceitos matemáticos, informáticos e outros.

(Fernandes et al., 2021, p. 78).

Durante a atividade, os alunos foram encarando problemas, sendo destacado pelas autoras um episódio no processo de programação efetuada por dois alunos. Foi relatado que estes alunos não conseguiam estabelecer uma relação entre o programa que estavam a construir e aquilo que pretendiam que o robô fizesse. Para a resolução deste problema, foi sugerido que colocassem o robô a fazer ações curtas, ou seja, foi feita a sugestão de decomponem o problema.

Por escolha própria, estes alunos passaram a definir programas mais curtos, otimizando a programação e praticando a abstração e depuração no processo.

Por seu lado, Oliveira (2024) fez um estudo, também com robôs, sobre que práticas de PC se observavam na resolução de problemas. Segundo o autor, nem todas as características foram evidentes, embora destaca que a depuração foi uma das mais observadas.

Estudos como os acima referidos, indicam que a resolução de um problema com robôs pode levar os alunos a trabalharem características do PC. Assim sendo, podemos questionar se a MM também permite contribuir para o desenvolvimento do PC.

Estudos dedicados à compreensão do uso da robótica em tarefas de MM têm se dedicado particularmente ao uso desta tecnologia em alguns aspetos específicos, nomeadamente na verificação do modelo (Rodrigues, 2020), como ferramenta motivacional (Catlin, 2015), ou mais aliado ao processo de matematização e/ou exploração de modelos já definidos (Carvalho, 2021; Leitzke & Pergher, 2013). Equacionar o uso da robótica em apenas alguns passos do ciclo, ou a aspetos motivacionais do uso da tecnologia, contrariam as ideias de Galbraith e Fisher (2021) e de Carreira (2019), para quem o papel da tecnologia deve estar presente em todos os passos do ciclo de modelação. Estudos nesta vertente não foram encontrados.

#### **2.4 MM: desafios para o professor e para o aluno**

Criar e implementar tarefas de MM consiste um desafio para o professor (Zbiek et al., 2022). Por um lado, o professor deve desenvolver uma tarefa que permita que os alunos tenham a oportunidade de construir competências de MM (Blum, 2015), por outro, a sua atuação em sala de aula exige um equilíbrio permanente entre ajudar o aluno e permitir que este trabalhe de forma autónoma (Blum & Ferri, 2009).

As tarefas de MM são, por natureza, de carácter aberto (Blomhøj & Højgaard, 2003). Interpreta-se com isto que não existe um caminho específico para a resolução do problema envolvido na tarefa nem uma resposta “certa” predefinida (Lesh et al., 2000). Contudo, isso não significa que as tarefas de MM não sejam estruturadas (Lesh et al., 2000), ou que o professor deva aceitar qualquer resposta por parte do aluno (Blum et al., 2007). Pelo contrário, as tarefas de MM são das tarefas mais estruturadas no ensino da matemática, embora essa estruturação esteja a um nível implícito (Lesh et al., 2000). Para criar tarefas com este intuito, um bom ponto de partida é o seguinte questionamento: “what kinds of situations require anyone- including myself and other adults- to create models?” (Lesh et al., 2000, p. 17).

A situação ou problemática a constar numa tarefa de MM deve não só requerer a construção de um modelo que seja reutilizável ou adaptável, mas também estar assente numa situação realista e atingível, ou seja, deve permitir que os alunos consigam dar sentido e significado à situação através do conhecimento que dispõem (Lesh et al., 2000). Para além disso, a formulação da tarefa deve ser suficientemente simples, sem perder a possibilidade de uso e desenvolvimento de uma gama rica de conhecimentos (Lesh et al., 2000), requerendo que o professor crie um equilíbrio entre realidade e simplificação da realidade.

Através da tarefa de MM, o professor deve conseguir avaliar o potencial e as fragilidades dos alunos, tanto ao nível do conhecimento matemático, como das competências de modelação (Lesh et al., 2000). Para atingir este objetivo, é importante que a tarefa consiga garantir que os alunos identifiquem a necessidade de criar um modelo, exigindo, de forma implícita, que os alunos o construam de forma explícita, descrevendo o processo efetuado e o desenvolvimento do seu pensamento nesse processo (Lesh et al., 2000).

Finalmente, a tarefa de MM deve permitir que os alunos consigam gerir o seu processo, sendo capazes de identificar “o quê”, “o como” e “o porquê” do trabalho que está a ser realizado, avaliando o seu desempenho e conseguindo decidir se o seu modelo precisa ser melhorado ou modificado (Lesh et al., 2000). Em particular, é importante que os alunos não estejam a passar pelo ciclo de modelação uma e outra vez sem ter a noção de quando o modelo descreve suficientemente bem a realidade, quando os resultados obtidos são satisfatórios e quando o modelo não pode ser melhorado (Lesh et al., 2000).

Resumindo, uma tarefa de MM eficiente deve trazer uma situação realista à qual os alunos atribuam significado, sendo que a situação deve poder ser descrita através de um modelo. Para além disso, deve exigir que os alunos identifiquem o porquê, o como e o quê precisam fazer para resolver a situação, tendo um cariz simples, mas ao mesmo tempo permitindo que modelos significativos sejam desenvolvidos. Estes modelos devem surgir de uma necessidade dos alunos, isto é, deve ser necessária a construção de um modelo para que os alunos consigam fazer previsões, responder a perguntas, analisar a situação e/ou resolver o problema. Para além disso, os modelos devem ter um carácter adaptável, generalizável ou partilhável. Assim, a tarefa deve exigir que todo o processo de construção do modelo seja documentado, permitindo que o professor avalie os pontos fortes e fracos evidenciados pelos alunos (Lesh et al., 2000).

Para orientar os professores na estruturação de tarefas de MM, *The National Council for Assessment* (NCCA) apresenta seis princípios orientadores, adaptados de Lesh e Doerr

(2003), como citado por Mhuirí (2022a). Estes princípios também se encontram em Lesh et al. (2000).

Na tabela seguinte, adaptada de Mhuirí (2022a) e de Lesh et al. (2000), apresentam-se uma série de perguntas, para determinar se uma tarefa de MM cumpre os referidos princípios.

Tabela 7 – Princípios e questões orientadoras

Princípio da Realidade	“Esta situação poderia acontecer na vida real? Os alunos conseguem interpretar a situação e dar-lhe significado com os conhecimentos que dispõem?”
Princípio da Construção	“A atividade permite que os alunos expressem de forma explícita as suas construções e o desenvolvimento do seu pensamento, fazendo uso significativo da matemática? Os alunos conseguem identificar a necessidade de criar um modelo para interpretar os dados obtidos/fornecidos?”
Princípio da autoavaliação	“O problema permite a autorregulação dos alunos e a identificação de quando o modelo é apropriado para a realidade proposta, conseguindo identificar se deve ser melhorado e porquê? O propósito é claro?”
Princípio da Generalização	“A atividade permite a construção de um modelo reutilizável, partilhável ou adaptável?”
Princípio da Documentação	“A atividade requer que os alunos documentem a construção do seu pensamento?”
Princípio da Simplicidade	“O problema apresentado é simples, permitindo ao mesmo tempo a construção de um modelo significativo?”

Durante o processo de elaboração da tarefa, o professor deve conseguir identificar se a tarefa é adequada ao nível de ensino e se cumpre com os princípios acima enunciados. Para tal deve passar pelo ciclo de modelação e questionar diferentes abordagens, soluções, caminhos e interpretações que os seus alunos possam vir a assumir (Mhuirí, 2022b). Isto permitirá que consiga abordar interpretações equívocas dos alunos e orientá-los com base na sua linha de pensamento, ao invés de orientá-los para uma solução preferível. Adicionalmente, permitirá identificar que tipo de materiais ou ferramentas devem ou podem ser levadas para a sala de aula, de modo a suportar a implementação da tarefa, sem, contudo, especificar aos alunos que ferramentas devem ser utilizadas (Mhuirí, 2022b).

Após a tarefa ter sido definida, procede-se à sua implementação em sala de aula. Uma das primeiras decisões que o professor deve tomar é a abordagem que irá utilizar nessa implementação. Existem diferentes recomendações segundo a experiência que os alunos possuem neste tipo de tarefas. Estas recomendações abordam principalmente as instruções a serem dadas aos alunos. Teague (2016) e Mhuirí (2022b) recomendam que, para alunos que não tenham tido contacto prévio com tarefas de modelação, a abordagem seja mais fechada. Em particular, Mhuirí (2022b) define três passos a seguir na implementação com alunos menos experientes em MM: Introduzir o problema, Exploração e Resumo.

Na introdução ao problema, é sugerido que o professor apresente o problema no grande grupo, discutindo com os alunos as suas características, familiarizando-os com o contexto e explorando questões matemáticas que possam surgir. A seguir, os alunos identificam variáveis, estimativas ou propostas de resolução, que podem ser colocadas no quadro. Posteriormente, os alunos trabalham em pares ou em grupos, sendo que o trabalho em equipa é importante neste tipo de tarefas. Na fase de resumo, o professor pode seleccionar algumas resoluções feitas pelos alunos e discutir no grande grupo, avaliando a efetividade do modelo, permitindo que os alunos possam fazer modificações ao modelo, se necessário (Mhuirí, 2022b).

No decorrer da aula, particularmente em situações nas quais o professor deixa os primeiros passos do ciclo de modelação para que sejam efetuados de forma autónoma pelos alunos, existem dificuldades associadas ao processo. Essas dificuldades são vivenciadas, tanto pelo professor, como pelo aluno, e estão estritamente relacionadas com as características específicas deste tipo de tarefa.

Partindo do pressuposto que as tarefas de MM estão assentes em situações problemáticas do mundo extra-matemático (Blum et al., 2007; Blomhoej & Højgaard, 2003; Lesh et al., 2000; Blum & Niss, 1991), neste tipo de tarefas existe uma interdisciplinaridade que emerge de forma natural. Assim, para modelar é necessário conhecimento do mundo extra-matemático, o qual pode ser uma dificuldade para o aluno (Aroeira et al., 2024b). Adicionalmente, esta interligação entre o mundo matemático e o mundo extra-matemático, faz destas tarefas mais abertas e mais imprevisíveis para os alunos (Teague et al., 2016; Blum & Niss, 1991). Isto implica que para levar uma tarefa de MM para a sala de aula, o professor deve possuir conhecimentos sólidos que possam surgir na atividade, tanto no nível extra-matemático como no matemático (Aroeira et al., 2024a; Aroeira et al., 2024b; Blum & Niss, 1991).

Sendo as tarefas de MM caracterizadas por possuírem cariz aberto, pois permitem diferentes caminhos e não uma solução preestabelecida (Lesh et al., 2000), existe um elevado grau de imprevisibilidade. É importante que o professor valide as resoluções e diversos

caminhos dos alunos (Lesh et al., 2000), orientando o trabalho com base nos raciocínios dos alunos. Para garantir que a construção dos conhecimentos dos alunos é preservada, o professor deve fazer intervenções estratégicas, usando uma abordagem adaptativa e que mantenha a independência dos alunos (Aroeira et al., 2024b; Blum & Ferri, 2009). Isto requer que o professor consiga manter um equilíbrio permanente entre “intervenções mínimas” da sua parte e “trabalho autónomo máximo” por parte dos alunos (Aroeira et al., 2024a; Blum & Ferri, 2009). Manter este equilíbrio é uma das tarefas mais difíceis para o professor, podendo cair no erro inconsciente de dar respostas, no lugar de uma orientação estratégica (Aroeira et al., 2024a; Aroeira et al., 2024b; Teague et al., 2016; Blum & Ferri, 2009).

Sob o ponto de vista do aluno, também poderão surgir dificuldades no decorrer da implementação de tarefas de MM, uma vez que para conseguir modelar e, portanto, ser bem-sucedido na tarefa, o aluno precisa “posing and solving open-ended questions, creating, refining and validating models, mathematising situations, designing and conducting simulations, solving word problems and engaging in applied problem solving” (Blum, 2002, p. 159). Dificuldades específicas podem ser vivenciadas pelo aluno a cada passo do ciclo de MM, que devem ser colmatadas pelo professor, mantendo, a autonomia do aluno.

Uma das primeiras dificuldades vivenciadas pelos alunos é na identificação e interpretação do problema. Uma das barreiras para isto é o facto de os alunos terem tão assentes estratégias rotineiras que ignoram o contexto (Blum, 2015). Quando o professor está a implementar uma tarefa de MM deve ter em consideração que a sua interpretação da realidade pode não ser a mesma que a realidade na qual os seus alunos estão inseridos (Lesh et al., 2000)

Além disso, muitas vezes os alunos não sabem por onde começar, ficando sobressaturados com os possíveis caminhos a tomar (Gould, 2016). Para orientar os alunos, o professor pode fazer perguntas, tais como “que informação precisas para resolver o problema?”, “como podes completar esta frase: o nosso modelo dará informação sobre...?”, “qual poderia ser uma possível solução para o problema?” (Gould, 2016).

Uma vez interpretado o problema, o aluno deve identificar as variáveis relevantes e as possíveis relações entre elas. Quando os alunos estão neste passo, geralmente é efetuada uma chuva de ideias a qual pode levar à obtenção de muitas variáveis, o que pode saturar os alunos (Gould, 2016). Os alunos podem ainda identificar informações que acham necessárias, mas que não as têm, sem saber como as determinar. Para orientar os alunos, o professor pode fazer perguntas tais como “dos fatores que identificaste, quais são constantes e quais variam?”, “que pressupostos são necessários para obter uma solução?” (Gould, 2016).

No passo de construção do modelo, os alunos podem ignorar o contexto, retirando só os valores que são dados, abordando uma estratégia de resolução superficial (Blum & Ferri, 2009). De facto, uma das dificuldades sentidas por alunos que se consideram com bom desempenho a matemática, é que se deligam do contexto do problema, mantendo-se no mundo matemático. Esta perceção de uma resposta “certa” ou “errada”, puramente matemática, condiciona o percurso de certos alunos neste tipo de tarefas (Galbraith et al., 1998).

Embora existam dificuldades associadas ao processo de obtenção de uma solução (Gould, 2016), o passo de validação é também merecedor de atenção (Blum et al., 2009). É frequentemente observado que os alunos se conformam com uma resposta numérica, sem voltar ao contexto inicial e refletir se a solução obtida é significativa e apropriada, ou se necessitam mudar o modelo obtido (Blum & Ferri., 2009; Ikeda & Stephens, 1998).

Também existem dificuldades associadas à comunicação (Gould, 2016). Para ajudar os alunos na escrita, é sugerido que nas primeiras tarefas de modelação os alunos pratiquem escrever um relatório com não mais do que uma página (Galbraith et al., 2018). Também existem outras formas de reportar os resultados, como apresentações orais (Gould, 2016). Neste processo, podem ser dadas sugestões ou serem colocadas questões aos alunos, para orientar a sua comunicação oral e escrita. Algumas destas frases orientadoras podem ser: “descreve e explica o processo e a matemática usada pela tua equipa para resolver o problema”, “que informações queres que a tua audiência saiba?”, “quais foram os resultados e conclusões obtidas?” (Gould, 2016), ou, “precisaste modificar o teu modelo no processo?”.

Apesar das tarefas de modelação serem recomendadas em diversos currículos internacionais, a sua efetiva implementação não está conseguida (Blum, 2015). Jensen e Kjeldsen, (2021), como citado por Brocardo et al. (2022, p. 84), referem que nos manuais escolares da Dinamarca, o observado são tarefas de resolução de problemas cujo foco é a matematização, descurando os outros passos do ciclo de MM. Lesh et al. (2000) também referem que os problemas nos manuais ou testes raramente requerem que os alunos criem algum tipo de modelo, limitando-se apenas a uma resolução numérica. Isto é também observado em Portugal pois embora as NAE de Matemática A do ensino secundário indiquem de forma explícita que devem ser integradas tarefas de MM, poderia ser, no mínimo, discutível se as tarefas propostas pela Direção Geral de Educação (DGE) são de facto, segundo o aqui discutido, tarefas de MM.

### **3. Metodologia**

Atendendo ao objetivo do presente estudo, foi adotada uma metodologia de cariz qualitativo. Numa investigação desta natureza, os dados são recolhidos ao longo do tempo e vão-se desenvolvendo teorias segundo as perspetivas dos participantes, obtendo informação detalhada de um grupo pequeno de pessoas (Creswell, 2012). Este foi o processo metodológico adotado, sendo que os dados foram recolhidos ao longo de 6 aulas, cinco delas de 100 minutos e uma de 75 minutos. A posterior análise dos dados recolhidos teve um foco no processo e não no produto, tal como é esperado numa investigação de carácter qualitativo (Bogdan & Biklen, 1994).

Como Fortin (1996) refere, a investigação do comportamento de indivíduos tem métodos limitados de recolha de dados. Um desses métodos é a observação, fundamental na investigação qualitativa (Bogdan & Biklen, 1994). A observação pode ser sem a intervenção do investigador ou com a participação do mesmo. Uma observação participante implica que o observador cumpra dois papéis. Por um lado, deve participar e fazer parte das atividades, por outro lado, deve ver a situação e a si próprio como objetos a ser estudados (Spradley, 1980). Sendo esta investigação desenvolvida no contexto da PES, a investigadora, professora estagiária, participou nas atividades que pretendia investigar. Simultaneamente, também via os alunos como fontes de estudo, tendo em conta a sua própria intervenção no ambiente. Assim, desenvolveu-se uma observação participante (Fortin, 1996), pois atendendo ao que se pretendia compreender, tal como Fortin (1996) refere, a presente investigação dificilmente poderia ser realizada de outra forma.

Como qualquer método de recolha de dados, a observação participante tem as suas vantagens e desvantagens. Entre as vantagens destaca-se que esta proporciona uma visão holística dos acontecimentos e sujeitos em estudo (Mónico et al., 2017). Entre as desvantagens está o facto da própria interação, e até presença, do investigador influenciar o que se está a observar (Bogdan & Biklen, 1994).

Na observação participante o investigador pode abordar uma vertente mais estruturada, levando grelhas de observação. Contudo, esta pode ser restritiva em comparação com uma abordagem mais flexível, embora com objetivos bem definidos. A opção vai depender do desenho de estudo (Batista Correia, 2009). Nesta investigação foram tidos em consideração aspetos chave que se queriam observar, mas sempre houve flexibilidade na observação, na medida em que houve certas características do trabalho dos alunos consideradas mais relevantes, sem descurar a visão global das atividades.

Numa primeira fase a investigadora fez a observação participante sem roteiros. Contudo, numa fase posterior, nomeadamente na segunda parte da atividade de MM, construiu grelhas de observação, com aspetos específicos a observar representados de uma forma sumariada. Não obstante a utilização dessas grelhas, a observação participante foi acompanhada da escrita de um diário de campo, no qual foram descritos os momentos de aula e as interações que se acharam mais relevantes, tentando-se sempre dar uma visão global e detalhada da aula.

No contexto de estágio, os diários de campo são uma ferramenta fundamental para refletir no acontecido em sala de aula. Estes instrumentos permitem que o futuro professor reflita sobre a sua própria atuação com o objetivo de melhorá-la, construindo a sua identidade profissional (Batista, 2019). Sendo melhorar a prática um dos propósitos do estágio, o diário de campo foi uma ferramenta natural e fundamental usada nesta investigação. Além de ser uma fonte de dados relevante para a realização da componente investigativa, permitiu também ao professor refletir no seu papel, observando-se como um outro participante (Bodgan & Biklen, 1994).

Nesta investigação o diário de campo não adotou unicamente uma vertente escrita. Foram também recolhidos dados na forma de áudios, vídeos e imagens, sendo estes registos também aceites como fonte de dados (Creswell, 2012). As notas de campo foram a nível descritivo e reflexivo. Nestes registos, a investigadora considerou a sua própria intervenção nas aulas, com o objetivo de evoluir profissionalmente. Também descreveu os acontecimentos, destacando interações que considerou de especial importância. Embora os diários de campo sejam relevantes, é importante ter em conta que são subjetivos. Estes expressam emoções, opiniões, experiências e interpretações (Bolívar et al., 2001, como citado por Amado, 2014, p. 278) de quem os elabora. Por isso, os registos de observação devem ser acompanhados de outras fontes de dados (Amado, 2014) para que a informação possa ser triangulada.

Numa investigação de carácter qualitativo são também registados dados de cariz documental. A documentação pode ser de cariz público, como os documentos publicamente disponibilizados pela escola, ou de cariz privado, como o produto do trabalho dos alunos. Nesta investigação foram usados como fonte de dados os documentos escritos pelos alunos durante as aulas, assim como outros entregues à professora/investigadora no fim de cada uma das atividades/tarefas de modelação. Assim, como referido anteriormente, nas aulas de matemática em que se implementaram tarefas de MM, houve recolha de dados através de áudios, vídeos, fotografias, grelhas de observação, diário de campo e trabalhos escritos dos alunos, fornecendo

todos estes instrumentos uma melhor visão dos acontecimentos, facilitando a triangulação da informação.

Ao se investigar pessoas e as suas ações existem, naturalmente, considerações éticas a ter em conta. Os aspetos éticos devem ser uma das principais preocupações do investigador e devem estar presentes em todo o processo de investigação, não unicamente na divulgação dos dados (Creswell, 2012). Desde o início da investigação é importante deixar claro que os observados têm o direito de dizer não à recolha dos seus dados e experiências, e que o consentimento pode ser revogado em qualquer momento. O consentimento informado é indispensável em investigações de carácter humano (Creswell, 2012).

O primeiro passo nesta investigação foi contactar a escola com o objetivo de obter todas as permissões necessárias para o desenvolvimento da investigação. Em termos dos sujeitos observados, foram entregues aos alunos declarações de consentimento informado, para que fizessem chegar aos seus encarregados de educação. Foi explicado aos alunos o conteúdo do documento e o que a sua assinatura implicava. Foi deixado claro que a sua identidade seria preservada.

Outro aspeto ético importante está presente na divulgação dos dados. Não só é necessário manter o anonimato dos sujeitos, mas também não apresentar dados falsos ou alterar as descobertas para satisfazer as questões de estudo (Creswell, 2012). Na presente investigação, todos os resultados foram apresentados de forma honesta, sendo estes satisfatórios ou menos satisfatórios (Creswell, 2012).

### **3.1 Materiais utilizados**

As tarefas de MM foram planificadas e implementadas com recurso a robôs especialmente desenhados para fins educacionais, nomeadamente o robô EV3 da LEGO® MINDSTORMS® Education. À semelhança de outras escolas da RAM, estes robôs fazem parte dos recursos das escolas, cedidos pela tutela, contudo, os robôs utilizados foram disponibilizados pela Universidade da Madeira, devido a que os da escola já estavam a ser usados por outra turma.

De acordo com os criadores do robô EV3, esta ferramenta pode ser usada em contextos educacionais interdisciplinares, fomentando a criatividade, o pensamento crítico, a comunicação e o trabalho em equipa. Além disso, destacam que pode ser uma ferramenta muito poderosa em termos motivacionais para os alunos.

O *kit* básico (Core Set 45544) permite a construção de diferentes versões de um robô. O *kit* está composto pelo P-brick (o bloco inteligente), duas rodas, cinco sensores (um

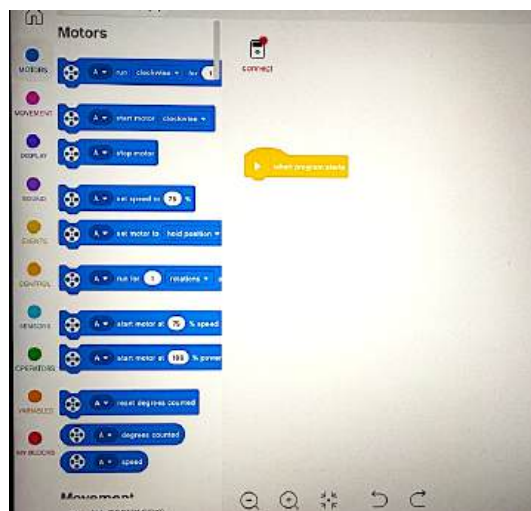
giroscópico, dois de toque, um de cor e um ultrassônico), dois motores grandes e um médio, uma bateria EV3 recarregável (com cabo USB) e sete cabos para ligação (dos motores e sensores ao bloco inteligente), e outras peças que permitem a construção do robô. Existem também *kits* de expansão com mais acessórios, os quais não foram usados nesta investigação. Destacamos que, neste momento, o kit básico encontra-se descontinuado.

Para estabelecer a conexão entre os motores e o bloco inteligente, são usados cabos que podem ser ligados nas portas identificadas pelas letras A, B, C e D (output ports). Em relação à conexão entre os sensores e o bloco, esta pode ser feita através de portas numeradas 1, 2, 3 e 4 (input ports). A conexão entre o robô e o computador pode ser feita através de um cabo USB ou via *Bluetooth*.

Para estabelecer a ligação entre o robô e o computador é usado o *software* EV3 Classroom. Este ambiente de programação, semelhante ao Scratch, aborda a construção de programas através de blocos. Estes blocos estão distribuídos por funcionalidades, distinguidas através de cores, as quais representam: motores (azul), movimento (cor-de-rosa), sensores (azul-claro), som (roxo), ecrã (púrpura), controlo (entre amarelo e laranja), eventos (amarelo), operadores (verde), variáveis (laranja) e novos blocos (vermelho).

## Figura 12

*Ambiente de programação da LEGO® MINDSTORMS®*



Para além do robô, foram disponibilizados aos alunos outro tipo de materiais, tais como, papel eva, capas de Dossiês, fita métrica, fita cola e tapetes.

Com o intuito de compreender o papel das tarefas de MM na aprendizagem matemática dos alunos, foi elaborada uma atividade implementada em dois momentos diferentes. Portanto, dir-se-á que esteve constituída por duas partes: Parte I e Parte II. A atividade foi elaborada pela professora estagiária com a ajuda da professora cooperante da EBSAAS e da professora supervisora da Universidade da Madeira.

Num momento inicial, para contextualizar a atividade, foi utilizado o exemplo de uma empresa de automóveis, da qual os alunos assumiam o papel de funcionários. A empresa estava a desenvolver um novo carro autónomo e para verificar o seu bom funcionamento, contrataram uma equipa de investigadores que iria construir e testar o protótipo. Os alunos eram as equipas de testes do novo modelo. Neste enquadramento, a professora estagiária era a CEO da empresa, e a professora cooperante, assim como as outras professoras estagiárias, faziam parte do conselho executivo. Os alunos, neste caso trabalhadores da empresa, tinham de construir o protótipo do modelo e investigar uma série de características no protótipo e entregar o relatório à CEO da empresa para o *pitch* que iria ser realizado a possíveis investidores.

A primeira parte da atividade de modelação requeria que os alunos estudassem o desempenho do protótipo, nomeadamente quando adotasse um movimento retilíneo uniforme. A segunda parte envolvia o estudo do seu sistema de segurança.

No total, a atividade de MM foi implementada em 11,5 tempos letivos de 50 minutos, distribuídos da seguinte forma:

Tabela 8 - Distribuição das atividades

<b>Objetivos</b>	<b>Data</b>	<b>N.º de tempos letivos (50 min)</b>
<b>Contextualização, construção dos protótipos de carro (robô) e exploração do ambiente de programação</b>	11-02-2025	2
<b>Realização dos testes, recolha de dados e apresentação de respostas às perguntas colocadas pelo CEO</b>	13-02-2025	2
<b>Discussão</b>	14-02-2025	2
<b>Contextualização, elaboração de hipóteses, definição de variáveis, uso do sensor ultrassónico do robô, início dos testes</b>	11-03-2025	3/2
<b>Verificação, validação e apresentação dos resultados na forma de uma expressão algébrica.</b>	13-03-2025	2
<b>Apresentações dos grupos e discussão</b>	14-03-2025	2

Dos 22 alunos da turma, 21 participaram na primeira parte da tarefa e 20 na segunda parte.

### **3.2 Parte I: Atividade de Modelação com robô Ev3. Movimento Retilíneo Uniforme (MRU)**

A primeira aula começou com a apresentação da empresa e do grupo de investigação descritos anteriormente, contextualizando na situação problemática da avaliação do desempenho do protótipo. Os alunos, ou equipa de testes, estiveram distribuídos em quatro grupos de quatro alunos e um grupo de cinco alunos.

**Figura 13**

*Slide com a contextualização do problema*




**Tarefa 1**

Uma empresa de produção automóvel está, presentemente, a fazer testes de prototipagem de um novo modelo automóvel. O protótipo do novo modelo está sendo submetido a um teste no qual se analisa o seu desempenho num trajeto reto horizontal, ao nível da distância percorrida, quando se produzem oscilações nas rotações do motor e na sua potência.

**Figura 14**

*Problemas propostos aos alunos*

**A equipa de testes precisa investigar:**

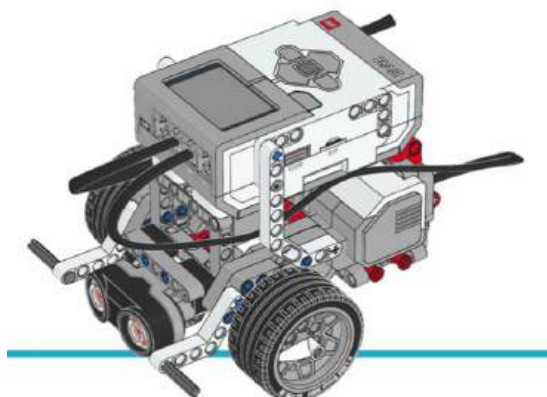


- 1** Como se relaciona a distância percorrida,  $d$ , com as rotações do motor,  $r$ ?
- 2** Como determinar a velocidade do protótipo,  $v$ , num determinado intervalo de tempo,  $t$ , em segundos?
- 3** Sabendo que o protótipo percorre um trajeto reto a uma determinada velocidade,  $v$ , como determinar a distância percorrida num dado instante,  $t$ ?

Uma vez introduzido o contexto do problema e apresentado aquilo que a equipa de testes precisava compreender, os alunos construíram o seguinte modelo do robô EV3 seguindo o manual de instruções da LEGO® MINDSTORMS®.

**Figura 15**

*Robô EV3 a construir*



Depois da construção, deram nomes aos seus robôs e os ligaram ao ambiente de programação descrito anteriormente. O resto da aula foi dedicado à exploração da construção de algoritmos para programar o robô. Não foi disponibilizado nenhum guião ou instruções para exploração do ambiente de programação, em contrapartida, os alunos podiam construir a sequência de algoritmos que desejassem.

**Figura 16**

*Alunos a construírem o robô e a explorarem o ambiente de programação*



Na segunda aula os alunos começaram as experiências com o objetivo de resolver as situações problemas apresentadas na primeira aula. Para isso, usaram, para além dos seus robôs, fita cola, fita métrica, assim como outros materiais que tinham à sua disposição e que acharam necessários, tais como régua e os seus telemóveis.

**Figura 17**

*Alunos a fazer testes*



Na terceira e última aula da primeira parte, os alunos generalizaram as suas conclusões por meio de expressões algébricas. Nesta aula também foi feita a discussão da atividade, a qual esteve contextualizada em termos da empresa. Foi dito aos alunos que a equipa de *Marketing* queria criar uma apresentação em *PowerPoint* (PPT) para mostrar aos investidores e que para isso precisava saber o que foi o trabalho das equipas de testes. Trabalhou-se em função das experiências feitas pelos alunos, usando-as para apresentar os conceitos de função afim, assim como a monotonia e os zeros desta função, como veremos adiante.

**Figura 18**

*Conceito de função afim dado aos alunos*



### 3.3 Parte II: Atividade de MM com robô EV3. Distância de Paragem

Como esquematizado anteriormente, a segunda parte da atividade de MM decorreu em duas aulas de 100 minutos e uma aula de 75 minutos, as quais aconteceram numa mesma semana.

A primeira aula começou com a contextualização do problema. Esta foi feita através de uma discussão com os alunos, usando perguntas como “quantos acidentes envolvendo carros autónomos acham que aconteceram nos últimos 5 anos?” e, depois de ser informado o número real de acidentes, “consideram que foram muitos ou poucos?”. Concluiu-se a discussão dizendo que a empresa de automóveis (a mesma da primeira parte) continuava a desenvolver o carro autónomo e que queria que o seu modelo tivesse zero acidentes. A seguir, foi perguntado aos alunos o que deviam estudar para garantir que o modelo era seguro.

#### Figura 19

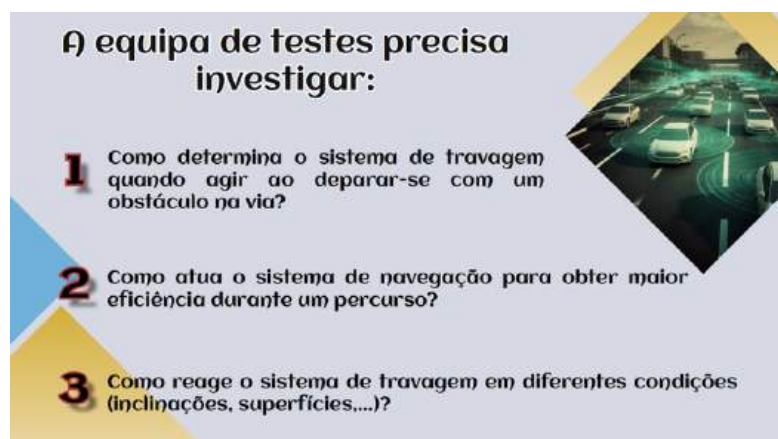
*Contextualização do problema*



Os alunos responderam que devia ser estudado o sistema de segurança. Assim, foram apresentadas as seguintes propostas de problemas.

#### Figura 20

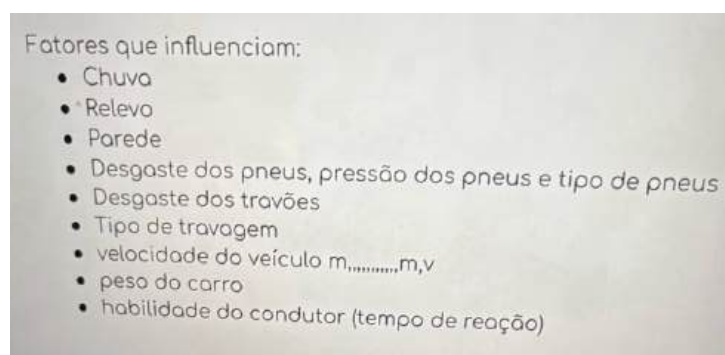
*Propostas de problemas de investigação*



Estas perguntas, ao contrário da primeira parte, foram distribuídas por equipa, ficando cada equipa com apenas uma das problemáticas. Depois, foi discutido com a turma o produto final a entregar por cada grupo, o qual consistiu numa apresentação com recurso a PPT. Após esta discussão foi dada a indicação de que antes de começar a usar o robô, as equipas deveriam analisar a sua pergunta, bem como levantar e registar as suas hipóteses. Quando os alunos fizeram isto, buscaram os materiais que acharam necessários, tais como sensores ultrassónicos, tapete, lixa, capas de dossiês e papel eva. Nesta aula os alunos instalaram o sensor, registaram as suas hipóteses e começaram os testes.

### Figura 21

#### *Hipóteses da equipa 3*



A segunda aula da segunda parte consistiu na continuação das experiências, validação e verificação dos seus resultados, e a construção de expressões algébricas usando os dados recolhidos pelos alunos nos seus testes.

### Figura 22

#### *Alunos a fazerem testes e recolher dados*



Finalmente, a última aula foi dedicada às apresentações do trabalho feito pelos alunos. As apresentações foram feitas por um representante de cada equipa, com recurso ao PPT que depois foi entregue à professora. A aula acabou com uma discussão no grande grupo para fechar a atividade.

## 4 Análise dos Dados

### 4.1 Análise da Parte I

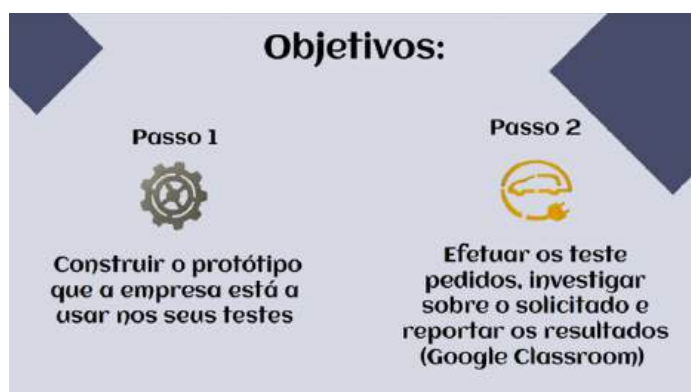
Em qualquer uma das partes, a atividade de MM não consistiu em testar um modelo, em contrapartida, pretendeu-se que, a partir de um problema, fosse construído um modelo (Blum, 2015; Blomhøj & Højgaard, 2003), isto é, pretendia-se que os alunos simplificassem o problema e passassem por todos os outros passos do ciclo de modelação definido por Blum e Leiß (2000).

Como referido, as aulas começaram com a contextualização do problema e das situações problemáticas que se deviam resolver, sendo apresentadas na forma das três perguntas. Nesta atividade pretendia-se que os alunos estudassem a relação entre o número de rotações e a distância percorrida pelo protótipo, e a relação entre a velocidade, o tempo e a distância percorrida.

Nesta parte da atividade, todos os alunos trabalharam com todas as perguntas e, para orientar o seu trabalho, foram dadas algumas instruções.

### Figura 23

*Slide com os objetivos dos alunos*



Estas instruções foram acompanhadas de indicações da professora de que deviam entregar um relatório à CEO para que ela pudesse apresentá-lo aos possíveis investidores. Foi dada especial ênfase no facto de que tinham de registar todos os dados.

Estando apresentado o contexto e fornecidas as indicações para o trabalho dos alunos, os grupos (ou equipas de testes) foram formados. A professora começou a circular, estando os materiais (fita cola, fita métrica e os *kits* da Lego Mindstorms para a construção do robô EV3) na mesa. A ideia era que os alunos fossem buscar os materiais à medida que precisassem. Houve hesitação por parte dos alunos, sendo necessário que a professora dissesse que “há coisas na mesa. Podem ir buscar. Eu não vou dar-vos nada” (Diário de Bordo 11-02-25). Com esta frase os alunos levantaram-se e buscaram os kits.

Durante a construção dos robôs foi observado que “uma das maiores dificuldades ao construir o robô era identificar a peça” (Diário de Bordo, 11-02-25). Também se notou que “alguns alunos tinham dificuldade na perspetiva do espelho/simetria” (Diário de Bordo, 11-02-25), quando seguiam as instruções de montagem. Contudo, a maioria dos alunos demonstrou capacidades para seguir instruções e estas dificuldades foram diminuindo ao longo da construção, à medida que os alunos trabalhavam mais em equipa e iam alternando quem construía e quem seleccionava peças, como indicado pela professora.

Após terem construído os robôs, foi indicado aos alunos que dessem nomes aos seus robôs, mas a maioria já o tinha feito. Os nomes escolhidos por eles foram: Carlos (equipa 1), Carlosgamer (equipa 2), Dona Rosa (equipa 3), Cifrão (equipa 4) e Jacqueline (equipa 5).

Algumas equipas, durante a construção do robô, começaram também a explorar o ambiente de programação, dividindo tarefas entre os elementos de cada equipa. Para programar, os alunos usavam os blocos e mudavam certas variáveis que apareciam neles, de forma que o robô fizesse o que pretendiam. Estes blocos eram colocados de forma sequencial e o programa corria bloco por bloco, concretizando sob a forma de ações do robô o algoritmo criado pelos alunos. Analisemos o seguinte código de uma das equipas.



## Figura 25

*Equipas diferentes em momentos diferentes do trabalho*



Relembramos que a primeira pergunta da atividade pedia que os alunos relacionassem duas variáveis: o número de rotações e a distância percorrida. Nestas imagens observamos diferentes equipas, no mesmo momento de aula, em diferentes momentos do seu trabalho. Enquanto a equipa 5 está a brincar com a fita métrica, a equipa 2 começou a colar a fita métrica no chão, tendo já relacionado que, com ela, podiam medir a distância percorrida pelo robô. Outras equipas, como a 1 e a 3 (ainda sem fita métrica) estavam em processo de discussão, enquanto na equipa 4 cada aluno trabalhava de forma isolada, também sem a fita métrica.

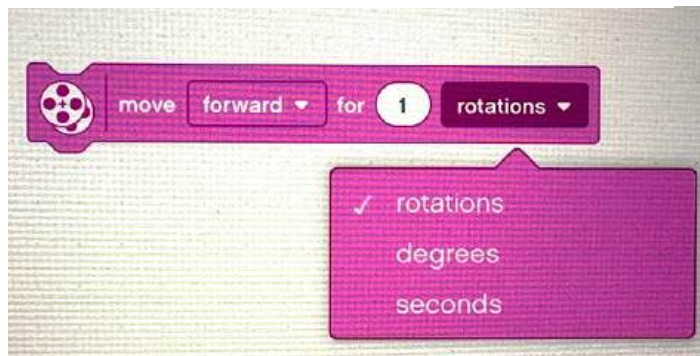
No geral, as equipas não relacionaram de imediato o que podiam fazer com a fita métrica e deixaram ficar os materiais nas mesas. Existiu um momento de reflexão e a compreensão/construção do problema, isto é, a resolução do problema, não foi imediata. Posteriormente, quando as equipas associaram a medida obtida na fita métrica com a distância percorrida pelo robô, surgiu a dificuldade em compreender o que era o número de rotações (número de voltas da roda). Estes aspetos evidenciam uma das características de tarefas de resolução de problemas referida por Ponte (2005), que afirma que para uma tarefa ser de resolução de problemas, esta deve ser difícil. Para além disso, os alunos não devem possuir um processo imediato para sua resolução (Polya, 1962).

Certamente, houve dificuldades, mas os alunos continuaram a sua programação para tentar ultrapassá-las. Para isso, foi usado, de forma geral, um bloco específico de programação.

Este tinha três opções de variáveis: rotações, graus e segundos. Por defeito, o bloco está definido em rotações.

## Figura 26

### *Bloco de movimento*



Para compreender melhor a influência deste bloco no trabalho dos alunos e na interpretação do problema, vejamos o seguinte diálogo das professoras (P e PC) com a equipa 4.

**P:** Programa para uma rotação.

**PC:** Olha, uma rotação. Vamos ver o que é uma rotação.

\*O aluno programa para 1 rotação\*

**P:** Vamos ver o que é que faz a roda.

\*O aluno corre o programa a observar atentamente a roda, sendo que a professora tem o robô no ar\*

**D2:** AAAAAH, OKAY!

Neste episódio notamos que esta equipa não sabia o que representava programar em rotações, contudo, a análise do vídeo da aula mostra que já tinham programado o robô e feito medições de distâncias percorridas. Isto foi observado em outros grupos, nos quais os alunos queriam começar, ou começaram, a programar sem perceber o que eram rotações. Isto demonstra que, para eles, perceber o que eram rotações não era importante nesse momento, pois o programa permitia programar em número de rotações e desta forma estabeleciam uma relação entre a distância percorrida e o número de rotações, conforme pedido.

Est3 não foi o único momento em que este bloco criou situações adversas. Apesar do programa colocar por defeito o bloco cor-de-rosa em rotações, a equipa 1 começou a sua programação em segundos. Isto criou dificuldades significativas no seu trabalho. Analisemos a seguinte discussão entre os alunos dessa equipa.

**A4:** A velocidade [potência] afeta, tipo, a forma como se mexe a roda num determinado tempo.

**A3:** Exato.

**A4:** Porque, imagina, a velocidade [potência], imagina. A um cinquenta [potência a 50%] vai ir até aqui \*o aluno aponta usando o robô\*.

**A2:** Mas...

**A4:** A velocidade [potência] ao 100% pode ir até o dobro \*o aluno usa o robô no ar para exemplificar aos colegas de equipa\*

**A2:** Mas se a velocidade é sempre a mesma supostamente [refere-se a que as experiências que estiveram a fazer foram com a mesma potência pois o bloco cor-de-rosa não tinha a potência como variável]. Mas podemos tentar, isto, define a velocidade [potência].

Neste momento os alunos estavam a tentar descobrir quantos segundos, ou frações de segundos, precisava o robô para fazer uma rotação, isto é, os alunos procuravam relacionar rotações com segundos para depois relacionar segundos com a distância percorrida pelo robô e fazer a conversão. Contudo, ao tentar, o robô não se comportava como eles esperavam. Neste momento observamos que os alunos começaram a considerar outras variáveis que podiam estar a afetar os seus resultados, neste caso, a potência, entrando, assim, no primeiro e segundo passo do ciclo de modelação de Blum e Leiß (2007).

Notamos que **A4** identifica corretamente que a potência influencia o movimento da roda, no entanto, não estava a ter em consideração a programação das suas experiências anteriores. Em contrapartida, vemos que **A2** teve em consideração que todas as experiências foram feitas com potência constante (note-se que o bloco cor-de-rosa não tem a potência como variável), pelo que, para ele, a potência não deveria influenciar os resultados das suas experiências. Enquanto **A4** considerou outra variável, **A2** fez a análise do algoritmo. No entanto, **A2** concordou em testar se a potência tinha algum tipo de influência, o que nos diz do sentimento de dúvida e o espaço que o aluno abriu para os argumentos e ideias dos colegas de equipa.

Quando os alunos repetiram os testes, agora incorporando blocos azuis para mudar a potência, observaram que esta não influenciava. Por isso, consideraram que o comportamento das rodas poderia ser diferente entre elas, ou seja, que talvez a roda que estavam a observar não se comportava como era suposto, continuando os alunos o seu processo de depuração (Silva et

al., 2023). Ao fazer os testes, concluíram que a roda não era um fator relevante. Finalmente, consideraram mais uma variável.

**A2:** Estamos a agarrar nele e não a testar no chão.

**A3:** Mas assim não vai dar para contar quantas rodas [rotações], quantas \***A1** fala ao mesmo tempo\*

**A1:** [inaudível] se está no chão vai lá contar.

**A3:** *Ya*, mas eu não vou estar lá deitado no chão a contar.

**A1:** **A2** deita-te no chão.

**A4:** Oh, meu Deus

**A1:** Temos de tentar, há muitas variáveis em jogo.

Analisemos a primeira frase de **A2**. Quando os alunos observaram que os resultados das experiências feitas não estavam de acordo com as suas previsões, **A2** considerou que o comportamento do robô podia ser diferente se as rodas estivessem em contacto com o chão, considerando, portanto, o atrito. Por outro lado, **A3** considera o fator prático das experiências, admitindo que seria difícil observar o movimento das rodas se faziam as experiências no chão, praticando, assim, a otimização (Silva et al., 2023). Finalmente, vemos **A1**, com o seu otimismo e resiliência, a incentivar a equipa a não desistir e a testar todas as suas hipóteses.

Neste episódio conseguimos observar diferentes qualidades de cada membro de equipa que, ao juntar-se, criaram um ambiente propício para a experimentação. Nestes momentos analisados, observamos que os alunos trabalharam muito a inferência, nomeadamente o pensamento crítico indutivo e abduativo (Pimentel & Vale, 2012, citado por Brocardo, 2022, p. 75). Também trabalharam vários aspetos do pensamento computacional, como a análise e definição de algoritmos, a depuração, a otimização, a abstração, a decomposição e observação de padrões (Silva et. al, 2023). Neste processo, os alunos discutiram muito entre eles, com respeito e apresentando uma série de argumentos lógicos e justificados para as suas opiniões, todas competências presentes no PASEO (Martins et al., 2017).

No episódio anteriormente analisado podemos destacar ainda um outro aspeto relevante, relacionado com o papel do robô na tarefa de MM. Com o robô, os alunos puderam testar as variáveis que eles tinham considerado como importantes, assim como observar inconsistências e ir ajustando o modelo para encontrar justificações. Portanto, o robô desenvolveu um papel fundamental ao permitir que os alunos tivessem um ambiente de trabalho que fomentasse e valorizasse as suas hipóteses, ou seja, a tecnologia foi decisiva no processo de modelação (Carreira, 2019). Para além disso, observando os episódios de forma

global, notamos que os alunos passaram por diversos passos do ciclo de modelação (Blum, 2015), tais como a simplificação do problema, a definição de variáveis, matematização, validação e comunicação. Constantemente, os alunos foram ajustando o seu modelo real e matemático, com o objetivo de compreender a situação, melhorar e determinar o modelo final.

Também notamos que os alunos repetiram o ciclo várias vezes. Frequentemente observamos que, como os alunos identificavam que certas variáveis não eram relevantes no seu modelo, descartavam-nas, pondo em prática o Princípio da Autoavaliação de Lesh et al. (2000), assim como o Princípio da Documentação (Lesh et al., 2000), na medida em que registavam os dados e usavam-nos para tirar conclusões (Vídeo, 13-02-25)). No momento de os alunos falarem com a professora sobre os seus testes, como observado no vídeo, vemos em ação o Princípio da Construção e o Princípio da Generalização de Lesh et al. (2000), pois expressaram de forma explícita o seu pensamento e o generalizaram. Em contrapartida, nesta parte específica da atividade dos alunos, o Princípio da Simplicidade (Lesh et al., 2000) não esteve presente, pois o modelo que estavam a tentar construir, embora permitisse a aplicação significativa de ideias matemáticas, não era suficientemente simples (Lesh et al., 2000; Mhuri, 2022).

Este episódio, para além de todas as informações já discutidas, fornece-nos uma ideia do ambiente em sala de aula, expresso na frase de “deitar-se no chão”, usada por A1. Analisemos as seguintes imagens e o diálogo entre a equipa 2 e a equipa 3, onde encontramos evidências de outros aspetos relevantes.

### **Figura 27**

*Os alunos a fazer medições*



**B1:** Bro, isso não muda nada. Sabes que, sabes que velocidade [potência] não muda nada. Tipo, se ele estiver a 200 ele chega mais rápido à (inaudível).

**C5:** Exatamente.

**B1:** Exatamente, vai dar, vai dar a mesma distância.

**C5:** Não.

**B1:** Vai dar sim.

**C3:** Isso depende da velocidade, acho eu. E do peso. Não sabes o peso.

Neste episódio observamos que os alunos tinham a escolha da superfície de trabalho (mesa, chão), e de se movimentarem e a usarem como achassem mais relevante. Também desempenharam muito trabalho autónomo, modificando o espaço segundo as suas necessidades e sem ficar retidos ao trabalho com o seu próprio grupo, podendo intervir e colaborar com outros grupos (Vídeo, 13-02-25). Esta última característica do ambiente em sala de aula é particularmente demonstrada quando vemos alunos das equipas 2 e 3 a discutir se a velocidade influencia ou não a distância percorrida. Esta discussão que aconteceu entre as equipa permite-nos concluir que aos alunos estavam a dar sentido ao problema, levando os alunos a considerar outras variáveis para além do enunciado (o número de rotações e a distância percorrida). Neste momento, os alunos estavam a construir o seu modelo real (Blum, 2015; Blum & Niss, 1991), partilhando ideias e códigos entre equipas.

Concluimos que o ambiente em sala de aula foi propício para alimentar a curiosidade e incentivar a investigação dos alunos, sendo que esta não foi a única instância em que a dinâmica em sala de aula teve um papel importante no trabalho de investigação dos alunos. Analisemos o seguinte episódio, onde podemos observamos elementos da equipa 4 a discutir com a professora (P). Salientamos que estes alunos, quando fizeram as suas experiências usaram o cronómetro do telemóvel.

**D2:** A primeira, a primeira foi uma rotação com 100% de velocidade [potência] foram 18 me... 18 centímetros percorridos em 0,40 [segundos], mais ou menos. 0,40 [segundos]. E aqui foram, aqui o mudei agora, mas foram duas rotações, 100% de velocidade [potência], foram 36 centímetros percorridos em 0,76 [segundos].

(...)

**P:** E agora, **D2**, tu estás sempre a falar da velocidade [potência] a 100%.

**D2:** Sim.

**P:** Será que se mudamos a velocidade [potência] influencia?

**D3:** Não, não, não é preciso. É uma rotação na mesma.

**D2:** Influencia a distância.

**D3:** Vai ter de fazer uma rotação na mesma.

**D2:** Não influencia a distância porque a distância é determinada enquanto a rotações. Influencia no tempo em chegar.

\*Alunos realizam testes e discutem, em outro momento de aula, com a professora PC\*

**D2:** A velocidade [potência] não importa, importa a rotação.

**PC:** Então a velocidade [potência] não importa.

**D3:** Não, é só a rotação.

**PC:** Ahhhh. Então a velocidade [potência] não importa.

**D2:** Exato, o que... ele vai andar. Se nós queremos saber quanto tempo ele vai chegar, ali é que é importante a velocidade [potência].

O aluno completou a sua explicação dizendo que “quanto maior for a velocidade, mais rápido chega o robô ao destino” (Diário de Bordo, 13-02-25), mas que a distância percorrida será a mesma se o número de rotações for igual. Estas últimas afirmações contemplam que **D2** evidencia relações entre as variáveis e situações problemáticas. Contudo, tem a criticidade de identificar que, embora existam relações entre várias variáveis (potência, tempo, número de rotações e distância percorrida), estas não se relacionam todas em simultâneo. O aluno foi capaz de omitir a potência ao não a considerar relevante no contexto no qual estava inserido (a pergunta 1).

Para observar a relação entre o tempo, a distância percorrida e o número de rotações, estes alunos simplificaram o problema ao manter a velocidade constante. Também notamos os alunos a darem sentido ao modelo, explorando outras variáveis, tal como as equipas 2 e 3 fizeram anteriormente. Como Blum (2015) refere, os alunos estavam a construir o seu modelo mental, passando deste modelo à matematização, manipulação do modelo matemático, verificação das suas hipóteses e comunicação dos seus resultados, isto é, neste momento, os alunos passaram pelo ciclo de modelação definido por Blum e Leiß em (2007). No entanto, como o papel dos robôs teve um papel central no processo de matematização e manipulação do modelo tecnológico, os alunos passaram pelo ciclo ampliado de Greefrath (2011) como citado por Carreira (2019), mas onde a tecnologia teve um papel central em todos os passos, como Carreira (2019) defende.

Na segunda linha do diálogo, observamos a professora a incentivar a exploração de outra variável: a velocidade. Isto diz-nos do ambiente em sala de aula e como a abordagem adotada pela professora permitiu a exploração de variáveis para além das pedidas no enunciado.

Os alunos conseguiram argumentar com justificações lógicas as suas hipóteses, apoiando-se nos padrões que tinham observado nas suas experiências. Eles distinguiram o essencial do acessório no problema que estavam a tentar resolver, pondo em prática, de novo, a abstração, a decomposição (ao dividir o problema em pequenas partes), o reconhecimento de

padrões (ao identificar que com diferentes velocidades a distância percorrida pelo robô mantinha-se) e a análise de algoritmos. Ainda, conseguiram retirar informação adicional e definir uma nova problemática na qual esta variável fosse importante (“Se nós queremos saber quanto tempo ele vai chegar, ali é que é importante a velocidade” (Vídeo, 13-02-25)). O facto de os alunos terem feito os testes é também importante, pois indica que quiseram comprovar as suas hipóteses e consideraram que, para isso, precisavam de mais informações para justificar melhor os seus argumentos. Este momento permitiu-lhes trabalhar a argumentação lógica, assim como passar pelo processo de levantar uma hipótese e comprová-la. Todos estes momentos são evidências de competências do pensamento computacional, do raciocínio e resolução de problemas, do pensamento crítico e pensamento criativo, e do saber científico técnico e tecnológico, como definidas no PASEO (Martins et al., 2017).

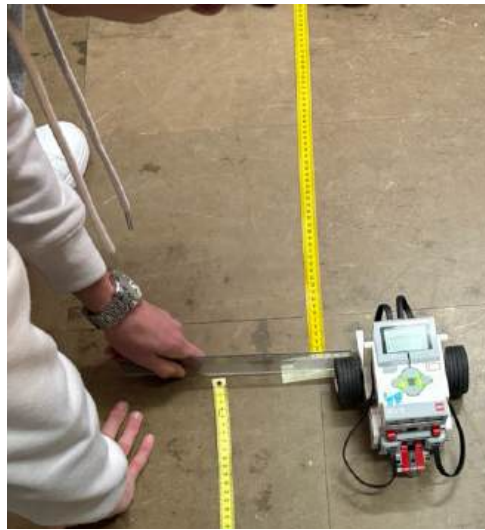
Note-se que os alunos, e as professoras, falavam em velocidade para referir-se à potência. Isto nos indica que as professoras aproximaram a sua linguagem à linguagem dos alunos. Como eles referiam a potência como velocidade, esta linguagem foi adotada também pelas professoras. No decorrer das aulas, os alunos, e as professoras, foram mudando a sua linguagem usando percentagem, reconhecendo que, essa velocidade que estavam a ver no bloco, não era realmente a velocidade do robô. Casos como 300 de velocidade foram corrigidos para referir-se que o *máximo* era 100% (Vídeo 13-02-25). Com o decorrer das aulas, não se voltaram a observar valores acima de 100. Isto também se deveu ao reconhecimento de padrões pelos alunos, pois ao colocar valores acima de 100 notaram que a velocidade assumida pelo robô não mudava. Assim, à medida que a aula passava, os alunos começaram a desprender-se da linguagem de potência. Em vez disso, começaram a comparar com o que acontecia na sua realidade, isto é, com os carros reais. Contudo, neste momento da discussão entre **D2** e a professora é difícil compreender se o aluno se estava a referir à velocidade ou à potência.

Outra coisa que podemos observar nestes episódios é que houve também evidências de que o Princípio da Autoavaliação, definido por Lesh et al. (2000), esteve presente, sendo que os alunos exploraram variáveis diferentes e descuraram o que acharam acessório. Para além disso, observamos nestas aulas a importância do papel da robótica em termos de permitir que os alunos fizessem testes e estudassem variáveis que de outra forma seria impossível. Embora outras ferramentas, como o Excel, poderiam ter sido mais bem aproveitadas, é um facto que os robôs permitiram fazer uma ponte entre o mundo extra-matemático e o mundo matemático.

Em todo o diálogo notamos que os dados parecem ser importantes, sendo usados pelos alunos para as suas justificações. Contudo, observamos algumas inconsistências entre equipas no momento da recolha dos dados.

## Figura 28

*Equipa 3 a tentar diminuir erros e imprecisões*



A equipa 3 foi uma das equipas mais preocupadas com a medição da distância percorrida pelo robô, sendo a primeira equipa a usar uma régua para aumentar a precisão da recolha dos seus dados (Figura 28). Ainda, ao aperceber-se que o robô se podia desviar do caminho, tentaram colocá-lo o mais direito possível. Contudo, como estas tentativas não evitaram que o robô por vezes se desviasse e não seguisse um trajeto reto, consideraram que a superfície afetava o movimento do robô e começaram a trabalhar na mesa em vez de no chão, isto é, assumiram que diferentes atritos afetavam o movimento das rodas. Embora a equipa tivesse muito cuidado na medição, foi frequentemente observado que, quando o robô desviava um pouco, estes o endireitavam antes de fazer a medição, não o considerando relevante.

Em termos das outras equipas, havia pouca ou nenhuma preocupação em colocar o robô direito e no início da fita métrica, ou na posição que eles interpretaram como início. Em momentos distintos, integrantes de uma mesma equipa, tinham medições diferentes para a mesma experiência e posicionavam-se a uma distância considerável da fita métrica para observar a medida que indicava a distância que o robô tinha percorrido. Analisemos a seguinte interação da equipa 2 e imagem capturada do trabalho da equipa 2.

**B1:** Foi 15 [cm].

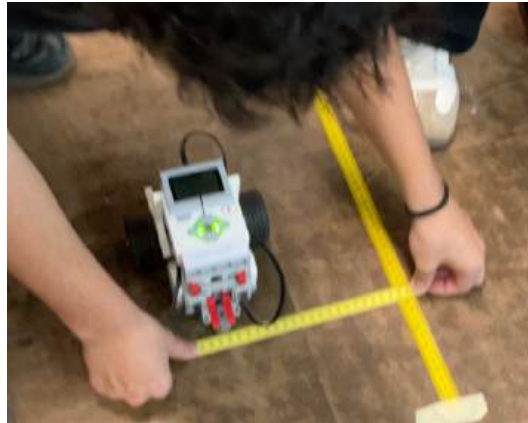
**B2:** Não, foi 14 [cm].

**B3:** 16 [cm].

Minutos depois de ouvir este diálogo entre elementos da equipa 2, foi registada a seguinte imagem da mesma equipa.

## Figura 29

*Equipa 2 a fazer medições*



Nestes episódios confirmamos que a preocupação e a valorização pelo processo de recolha de dados foi aumentando no decorrer da aula. Grande parte disto deveu-se às intervenções das professoras que, ao observar a falta de rigor das equipas, chamavam a atenção a este facto. Também passou a ser mais valorizado o facto de o robô começar o mais direito possível, minimizando os erros de medição.

Para além da precisão dos dados, no início os alunos não valorizavam a sua recolha. Para algumas equipas, a razão disto foi que estavam a obter, no geral, as mesmas medições. Assim, quando obtinham um valor distinto dos restantes, consideravam-no um *outlier*, ou erro no movimento do robô, pelo que o desprezavam. Por outro lado, existiram casos de equipas que faziam a experiência uma única vez, com a segurança de que daria sempre o mesmo resultado. Por vezes foi necessário pedir às equipas para repetir a experiência várias vezes com a professora para observar se a sua hipótese estava correta. Isto trouxe conflito nos alunos ao permitir-lhes ver que existe variação nos dados.

Uma forma de conseguir que os alunos fossem mais rigorosos com as suas experiências e subsequente recolha de dados foi voltar ao contexto inicial do problema. Para isso, a professora dirigiu-se ao grande grupo e disse:

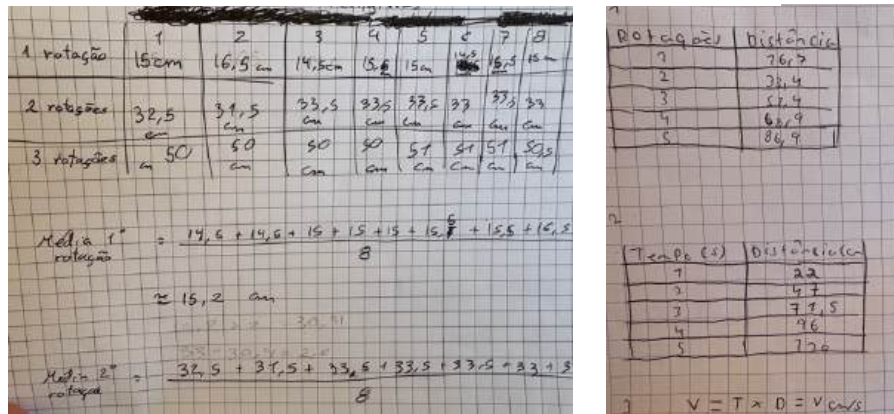
O que vocês estão a fazer eu vou mostrar a investidores. Eu preciso os vossos dados todos, preciso que estejam organizados, preciso que sejam fáceis de visualizar (Vídeo, dia 13-02-25).

Foi realçado que a CEO tinha de apresentar aos investidores todas as experiências para justificar o bom funcionamento do protótipo. Notamos na primeira frase desta intervenção da professora o Princípio da Realidade definido por Lesh et al. (2000). Ainda, quando a professora disse “que sejam fáceis de visualizar” estava a tentar levar os alunos de volta ao Trabalho de

Projeto feito em estatística, implementado por outra professora estagiária, com o objetivo de que representassem os dados usando gráficos, tabelas, ou o que achassem mais apropriado, tal como fizeram anteriormente. Os registos obtidos não foram o desejado nem o expectável.

**Figura 30**

*Entrega final das equipas 2 e 5*



Realçamos que estes documentos não traduzem o observado em aula. Por exemplo, a equipa 5 fez um gráfico no Excel e tinha mais de uma página de cálculos e conclusões, mas o entregue foi a imagem da direita.

Podem existir várias razões que justifiquem a diferença entre o produto final e o processo. Os alunos podem ter considerado que não seria valorizado, ou talvez o facto que no decorrer da aula tanto os alunos quanto a professora, imersa nas experiências dos alunos, foram-se desligando do contexto inicialmente lançado (protótipo de uma empresa). É possível que a intervenção feita pela professora tenha levado os alunos a pensar que só os dados eram relevantes para o relatório, os quais sobressaíam pela falta de conteúdo, limitando-se aos dados recolhidos, sem colocarem as suas conclusões nem responder às perguntas propostas.

Como já foi analisado anteriormente, o Princípio da Autoavaliação esteve presente porque a tarefa permitiu que os alunos identificassem quando o seu modelo era o mais apropriado para a situação em questão (Lesh et al., 2000). Em contrapartida, observamos com estas imagens que o Princípio da Documentação de Lesh et al., (2000), não foi atingido na sua totalidade, sendo que os alunos entregaram tarefas incompletas e com pouco cuidado. Contudo, depois da chamada de atenção da professora relativamente aos dados, os alunos começaram a recolher mais do que uma medida observada na fita métrica para experiências nas mesmas condições. Ao fazê-lo, não sabiam qual dado usar para uma determinada experiência, pois em sucessivas medições de distâncias percorridas obtinham valores inconstantes. Por exemplo, quando inquiridos sobre que dado usariam para a distância percorrida pelo robô numa rotação, os alunos duvidavam e geralmente respondiam que usariam o que aparecia mais vezes nas suas

medições, ou seja, a moda. Para colmatar esta questão, a professora dizia para os alunos que não podiam ser escondidos dados aos investidores. Era dito aos alunos que os investidores queriam que todos os dados fossem valorizados. No geral, quando isto era dito, os alunos identificavam que a moda não era a melhor medida estatística a usar.

Quando os alunos identificavam que a moda não representaria todos os dados, ficavam em silêncio. Assim, a professora começou a questionar os alunos sobre como podiam expressar com uma medida estatística todos os dados. Na maioria dos casos, esta pergunta foi suficiente para os alunos identificarem a média. Apenas um grupo continuou a considerar a moda.

Por outro lado, existiram casos nos quais os alunos faziam a média sem explicitar, ou identificar, que estavam a usar essa medida estatística. Analisemos o seguinte episódio entre um aluno da equipa 3 (C5) e as professoras (P e PS).

**C5:** Porque... tá aqui (enquanto mostra os dados). Na primeira rotação. Na primeira tentativa ele andou 17 cm. Na segunda (referindo-se a duas rotações e não à segunda tentativa) foi 34. (inaudível) Na segunda tentativa a primeira rotação vai 16,5 cm, mas a segunda foi o mesmo 34. Por isso, não tá uma correlação porque 16,5 nos dois dá 33. E a seguir, a terceira tentativa é (inaudível) à primeira tentativa: primeira rotação 17 e segunda rotação 34.

**P:** Então não existe relação?

**C5:** Eu acho que... depende. Depende da forma que o carro está a... apontar, depende também da velocidade e também depende da construção do carro.

**P:** E se eu te pergunto quanta distância percorre (inaudível) uma previsão entre as rotações. Não consegues assim dar-me uma previsão mais ou menos?

**C5:** Consigo. Eu acho que cada rotação dá 16,8 centímetros.

**P:** Então existe uma relação entre rotação e distância?

**C5:** Sim.

**PS:** O que te faz apostar nesse 16,8 e não noutro valor?

**C5:** Porque, porque primeira rotação na primeira tentativa foi 17, na segunda foi 16,5 e na terceira foi 17, mas temos aqui um (inaudível) mais baixo do que 16,5. Então, se adicionares...

**PS:** Ahh

**C5:** Vou tirar a calculadora.

Notamos que, no início, o aluno estava a olhar as experiências de forma isolada, ou seja, não considerava os três dados recolhidos para uma rotação como dados de uma mesma experiência. O facto de repetir os testes nas mesmas condições não fazia, para o aluno, que

fossem o mesmo tipo de experiência. Contudo, quando a professora perguntou se conseguia prever que distância percorreria o robô para um determinado número de rotações, o aluno passou a considerar todos os dados, tendo feito a média de forma automática, usando o raciocínio indutivo (Brocardo et al., 2022) e mostrando um bom conhecimento da média. Assim, a orientação da professora permitiu ao aluno ver as experiências de uma forma global e mudar a sua perspectiva.

Neste caso fazer a média permitiu que **C5** concluísse que existia uma relação entre distância percorrida e número de rotações. Para o aluno, o facto de as experiências terem dado valores diferentes significava que não existia uma “correlação” entre as variáveis. Contudo, ao tentar prever quanta distância o robô percorreria num determinado número de rotações, decidiu fazer a média, sendo evidente que não considerou que pudesse ser descartada a experiência com 16,5 cm.

Vemos neste episódio o aluno **C5** usar conceitos matemáticos como média, proporcionalidade direta e correlação linear (linear porque vemos no vídeo o aluno a descrever uma linha reta com as mãos), nos seus argumentos para justificar a falta de relação entre o número de rotações e a distância percorrida. Por outro lado, o aluno é flexível, e utiliza de novo a proporcionalidade direta e a média para criar uma predição e usar o pensamento crítico indutivo para mudar o seu posicionamento em relação ao seu raciocínio anterior. Isto diz respeito à flexibilidade do aluno em aceitar opiniões de outras pessoas e de ajustar os seus argumentos e construir novos conhecimentos com a informação que dispõe.

Um aspeto transversal a todos os episódios até agora analisados prende-se com o nível de criatividade, pensamento crítico e justificações lógicas que os alunos mobilizaram durante a tarefa. Os alunos conseguiram encarar os problemas e comunicar oralmente ideias matemáticas com confiança. Na comunicação matemática escrita os alunos tiveram mais dificuldades. Esta dificuldade está bem discutida na literatura. Autores como Galbraith e Holton (2018) e Gould (2016) destacam que uma das formas de colmatar este problema é pedindo aos alunos um relatório curto, no início, ou uma apresentação. Teagle et al. (2016) também destacam a importância das perguntas orientadoras neste processo.

Com a análise feita até agora, podemos confirmar que os alunos estiveram envolvidos numa tarefa de Resolução de Problemas. Também evidenciamos que algumas equipas simplificaram o problema e identificaram outras variáveis, mas isto não foi um acontecimento generalizado nem algo que aconteceu antes da matematização. No início saltaram, de facto, os dois primeiros passos do ciclo de MM. Contudo, as intervenções da professora, o ambiente de programação, os testes feitos e o ambiente em sala de aula, fizeram os alunos ir aos primeiros

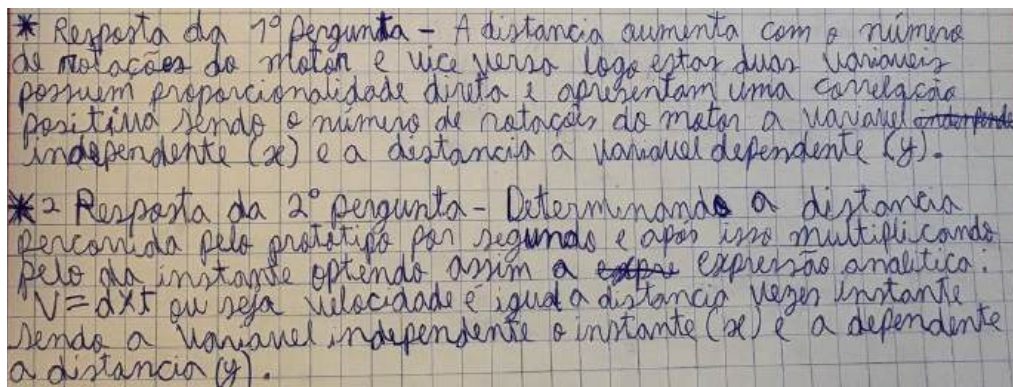
dois passos do ciclo de Blum e Leiß (2007), enquanto intentavam compreender melhor o modelo.

Em termos da tecnologia, notamos que esta tarefa permitiu desenvolver o pensamento computacional dos alunos e que todos estes episódios sugerem que o papel da robótica não foi secundário ou simplesmente auxiliar para a construção do modelo. Pelo contrário, aconteceu que os robôs e as variáveis observadas pelos alunos nos programas, assim como dificuldades sentidas em termos de programação, os levaram a pensar e a considerar outras variáveis para além das enunciadas. Se consideramos isto, então o uso da tecnologia, neste caso, foi mais do que a comunicação entre o mundo extra-matemático e o mundo matemático. Os acontecimentos aqui observados sugerem que a robótica criou uma ponte entre os dois primeiros passos do ciclo e os restantes. Assim, a tecnologia teve um papel fundamental e não acessório, tal como Carreira (2019) refere que deve ser o propósito da tecnologia.

Anteriormente já analisamos a presença de alguns dos princípios de Lesh et al. (2000) e porquê estiveram presentes. Também discutimos como, no geral, os alunos não trabalharam a comunicação matemática escrita. Contudo, houve algumas exceções. Analisemos a resposta da equipa 1 às perguntas.

### Figura 31

*Resposta por extenso do grupo 1*

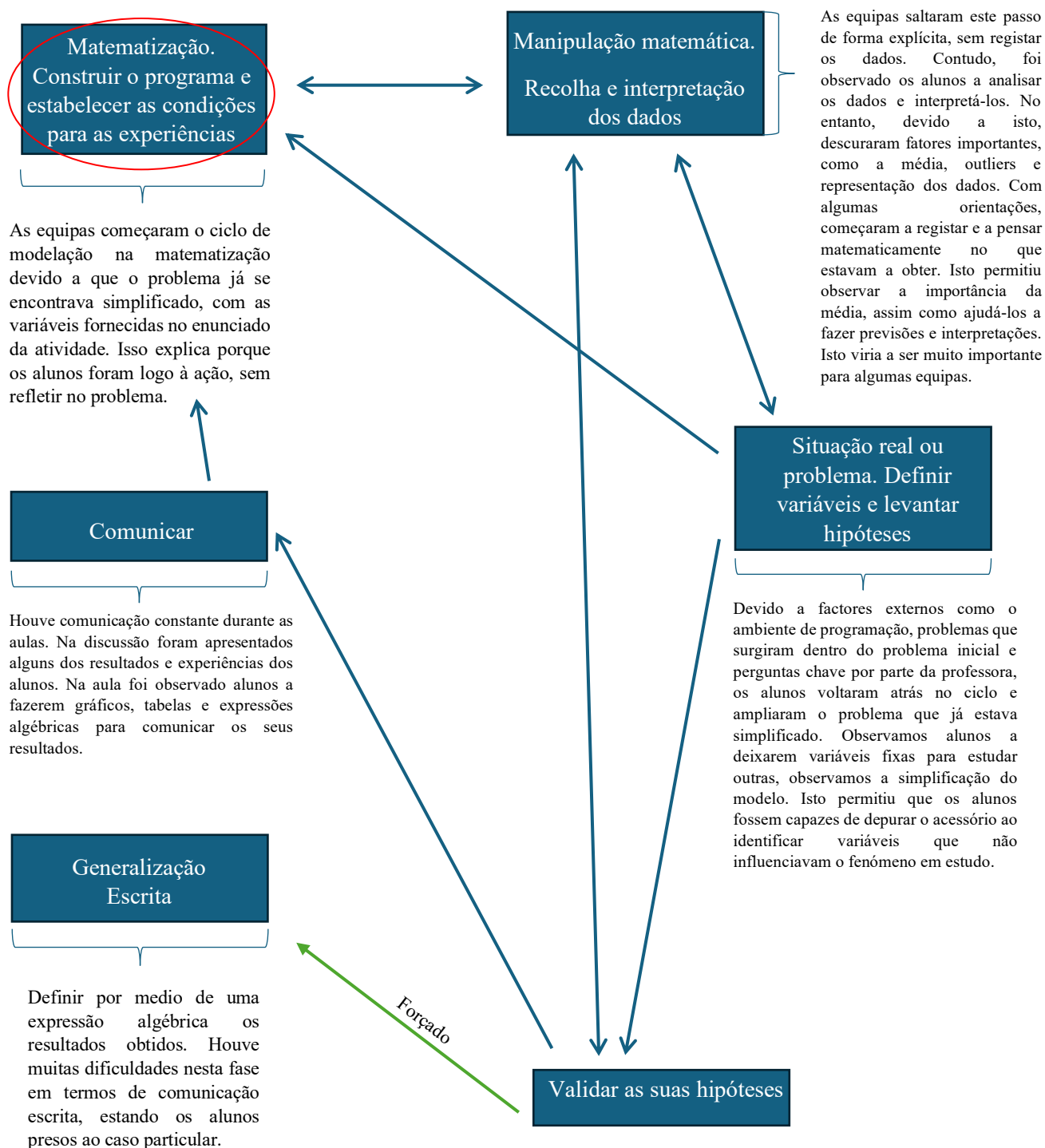


Nesta resposta observamos outro aspeto cumprido do Princípio da Construção: os alunos usaram a matemática de forma significativa. Vemos como esta equipa usou linguagem típica de funções, identificando corretamente variáveis independentes e dependentes. Também notamos que na resposta para a pergunta 1 os alunos fizeram uso de conceitos matemáticos anteriores, nomeadamente o coeficiente de correlação linear, dado no trimestre passado em estatística.

Por outro lado, os alunos relacionaram de forma errada a velocidade com a distância e o tempo, referido por eles como instante o qual indica que estiveram presos à linguagem da pergunta. É provável que esta confusão de multiplicar no lugar de dividir tenha sido produto do facto de os alunos não conseguirem generalizar o resultado obtido num segundo, recaindo sempre nesta comparação. No geral, as equipas mantiveram-se presas aos casos concretos feitos nas suas experiências, sem conseguir criar modelos na forma de expressões algébricas que fossem partilháveis ou modificáveis. Algumas das equipas recorreram à física para construir as suas expressões, mas esta necessidade só foi evidenciada quando a professora reforçou a mesma, isto é, os alunos não sentiram a necessidade de criar uma expressão algébrica nem de generalizar, de forma escrita e partilhável, o seu modelo.

É evidente que os princípios da construção e da generalização estiveram presentes, embora não da forma prevista (expressões algébricas). Embora os alunos tiveram dificuldades em identificar a necessidade de criar um modelo, perguntas estratégicas, como “qual seria a velocidade do protótipo a 50% de potência?” ou “qual é a distância percorrida pelo protótipo em duas rotações?” foram indispensáveis para que os alunos passassem pelo Princípio da Generalização que Lesh et al. (2000) definem, embora de forma oral e não escrita. Assim, como é referido na literatura, a abordagem estratégica permitiu a evolução do pensamento dos alunos, contribuindo na criação de conhecimento (Blum & Ferri, 2009; Aroeira, 2024b).

De forma resumida, os alunos passaram pelo seguinte ciclo de modelação:



Observamos neste ciclo que os alunos começaram o ciclo pela matemática ao preparar o ambiente para os testes, expresso com a elipse vermelha neste passo. Depois existiu uma comunicação constante entre a matemática e o momento em que os alunos recolhiam, registavam e davam significado aos dados. Por isso, o ciclo apresentado tem uma seta bidirecional entre estes dois passos. Esta comunicação constante deve-se a que os alunos

tinham de ajustar os programas frequentemente ao obter resultados diferentes dos esperados ou ao não conseguir que o robô se comportasse como previam. Por outro lado, essas situações e resultados inesperados levaram os alunos a considerar mais variáveis, como a velocidade, o tempo, o atrito e o peso. Depois, as equipas foram para o passo seguinte de validar as hipóteses levantadas com outras variáveis. Por vezes, as novas variáveis consideradas deveram-se às perguntas-chaves das professoras. Em outros casos, a observação do ambiente de programação, curiosidade, necessidade ou tentativas de compreender o que estava a acontecer (comportamento do robô, por vezes contraintuitivo) levaram os alunos a considerar outras variáveis.

Foram poucas as equipas que saltaram o terceiro passo ao não considerar variáveis para além daquelas que estavam nas perguntas, avançando diretamente para o passo 4. Podemos também observar o passo da Generalização com uma seta verde. Foi decidido diferenciar este passo porque os alunos não sentiram a necessidade em generalizar de forma explícita os seus resultados. Pelo contrário, quando a professora tentou que escrevessem uma expressão algébrica que considerasse outras situações, os alunos viram-se presos às experiências feitas, sem compreender porque usariam letras para representar a velocidade e não a velocidade obtida, por exemplo. Outros alunos generalizaram usando as fórmulas da física, mas também por pedido da professora. No entanto, todos conseguiram comunicar de forma oral as suas hipóteses, resultados e conclusões. Sempre que questionados, os alunos respondiam de forma geral e não se limitavam às suas experiências. Adicionalmente, como já analisamos, os alunos representaram os seus resultados na forma de tabelas, gráficos ou relações entre dados.

Finalmente, depois de comunicar os alunos voltavam à matematização à medida que avançavam para a pergunta seguinte.

Concluimos assim que existiam aspetos a melhorar na primeira parte da atividade, visto que houve vários princípios e passos de MM que não estiveram presentes, recaindo, no início, numa tarefa de resolução de problemas. Por isso, houve algumas considerações a ter na segunda parte da atividade, por forma que todos os princípios, e passos do ciclo, estivessem presentes.

## **4.2 Análise da Parte II**

Como já discutimos, a segunda parte transcorreu em três aulas. A primeira aula foi de 75 minutos e as outras duas aulas foram de 100 minutos. No total, foram 5,5 tempos letivos.

A parte da primeira aula dedicada à tarefa de MM, iniciou com uma pequena discussão, a qual começou com a seguinte pergunta: quantos acidentes com carros autónomos pensam que aconteceram nos últimos 5 anos? (Diário de Bordo, 11-03-25). Obtiveram-se respostas em dois extremos: zero e cem mil. Alguns alunos argumentaram que como na Madeira não havia carros autónomos, então o número era zero. Portanto, foi necessário reformular a pergunta e questionar o número de acidentes mundialmente. Neste momento o aluno que tinha dito zero disse que já não era zero. Contudo, as respostas mantiveram-se nestes dois extremos.

Posteriormente, foi apresentado o slide que indicava que, nos últimos 5 anos, tinha acontecido quatro mil acidentes envolvendo carros autónomos. Nesse momento a professora decidiu não ler o slide todo, que já falava da empresa, e limitou-se a dizer o número de acidentes, isto para, antes de ir para o contexto da empresa, questionar aos alunos se achavam que eram muitos ou poucos acidentes. A maior parte disse que eram poucos. Um ou dois alunos disseram que eram muitos.

Aos alunos que responderam pouco, pediu-se para justificarem. Alguns estavam a pensar em carros conduzidos por pessoas, pelo que se lembrou que eram autónomos. Mesmo após esta discussão, a maioria dos alunos continuou a achar que eram poucos, enquanto alguns alunos, como **B1**, achavam que eram muitos. **D1** e **E1** justificaram que, como era mundialmente, o número era baixo. Entre as respostas, **B1** dizia em voz alta “é muito para o número de carros autónomos”, ou seja, **B1** estava, nesse momento, a justificar usando o raciocínio proporcional. Foi aproveitada essa resposta para concluir que o número de acidentes era grande para a proporção de carros autónomos e que “a nossa empresa quer reduzir esse número a zero” (Slide Parte 2, 11-03-25).

Para continuar a discussão e a contextualização, fez-se a seguinte pergunta: “o que devemos ter em conta ou o que é que evita os acidentes num carro autónomo?” (Diário de Bordo, 11-03-25). Os alunos responderam que o sistema de segurança. Nessa linha, foram inqueridos sobre o que constituía o sistema de segurança. Alguns falaram dos cintos, outros sobre *airbags*.

**P:** Sim, isso é importante, mas isso é quando o acidente acontece. Eu quero saber como posso *evitar* o acidente. O que posso fazer para evitar o acidente?

**Alunos:** Travar.

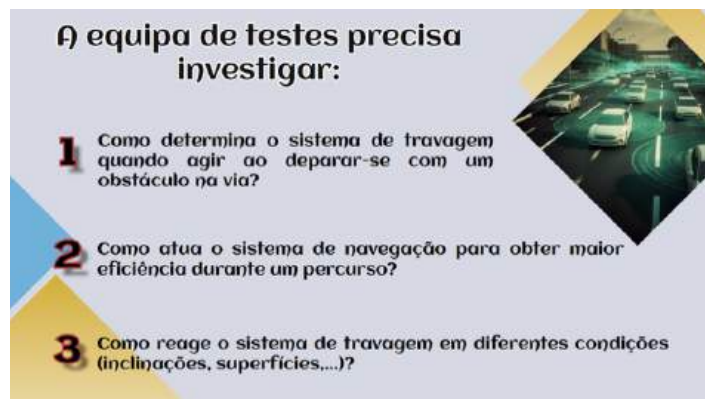
**P:** Ah, então temos de estudar se os travões/sistema de travagem está a funcionar bem. Isso é o que vocês vão fazer.

Com este diálogo, foi trazido de volta o contexto anterior da empresa. Tal como na primeira parte, vemos o Princípio da Realidade de Lesh et al. (2000) presente nestas interações. Através das respostas dos alunos notamos que eles lhe tinham dado significado à situação e de que estavam conscientes não só que o problema podia acontecer, mas que era, de facto, um problema real, especialmente com a intervenção de **B1** que permitiu aos colegas dar sentido ao facto de que eram realmente muitos acidentes.

Assim sendo, e tal como os alunos identificaram, para cumprir com os objetivos da empresa, era necessário estudar como é que o protótipo estava a travar. Para orientar os alunos, foram apresentadas três problemáticas, as quais relembramos neste momento.

### Figura 32

*Propostas de perguntas para a segunda parte*



Relembramos que na primeira parte da atividade foram apresentadas as variáveis a estudar e as relações que se desejava que estudassem em cada pergunta, como a relação entre o número de rotações e a distância percorrida. Contudo, segundo Blomhøj & Højgaard (2003), para uma tarefa de modelação ser bem-sucedida, esta deve ser indeterminada e com um final aberto, isso sem significar que não seja bem estruturada (Lesh et al., 2000). Com essa linha de pensamento, a segunda parte não incluiu variáveis nem relações aparentes, exceto, talvez, na terceira pergunta. De facto, observamos que esta foi uma tarefa mais aberta. As perguntas apresentadas eram mais gerais e com muito espaço para interpretações, experiências e variáveis diversas, sendo que os alunos iriam ter de simplificar o problema para escolher as variáveis que achavam tinham mais relevância e que conseguiam estudar.

Para esta parte da atividade, cada grupo trabalharia com uma única problemática. Estas problemáticas foram formuladas para construir partes do modelo final esperado, o qual seria depois completado em conjunto no dia 14-03-25. O modelo completo esperado para distância de paragem era o seguinte:

$$d_p = t_r \times v + \frac{v^2}{2g\mu}, \text{ onde:}$$

- $d_p$  representa a distância de paragem;
- $t_r$  representa o tempo de reação;
- $v$  representa a velocidade
- $g$  representa a gravidade;
- $\mu$  representa a força de atrito.

Contudo, permitiu-se que os alunos apresentassem outros tipos de modelos, desde que devidamente justificados.

Devido à abertura da atividade, a implementação seria mais imprevisível em comparação com a anterior, sendo fundamental a resolução e reflexão sobre o problema por parte da professora (Mhuiri, 2022b). Na planificação da primeira pergunta, a professora considerou três tipos de situações: obstáculos que não podemos evitar (como um sinal de STOP), obstáculos que podemos evitar e estão em movimento (como numa intersecção de carros) e obstáculos que podemos evitar e que não estão em movimento (como uma parede). Com estes pressupostos, na planificação da atividade, a professora fez as seguintes descobertas:

### Figura 33

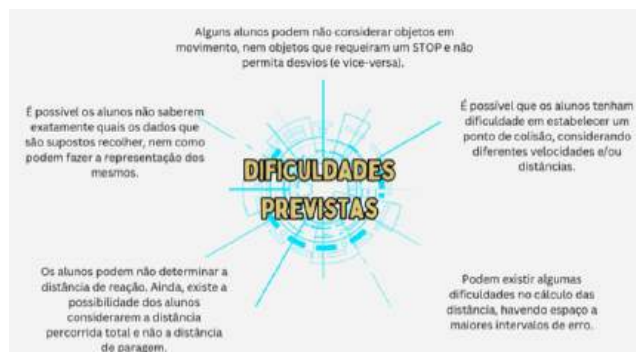
#### *Algumas das descobertas da professora*



Depois de ter refletido na atividade, a professora também considerou as possíveis dificuldades que os alunos podiam sentir.

## Figura 34

### *Dificuldades previstas*



Este procedimento de passar pelo ciclo de modelação é um aspeto que Blum (2015) e Mhuirí (2022b) destacam como fundamental, pois o professor planifica melhor a atividade e a sua implementação passando pelo ciclo de modelação, prevendo dificuldades que os alunos possam sentir e os diferentes caminhos que possam percorrer (Mhuirí, 2022b). O processo foi repetido para as outras perguntas.

A decisão de dividir as perguntas por grupo esteve apoiada na resolução da professora e no facto das expressões matemáticas serem mais complicadas de se chegar e de que os conhecimentos matemáticos, e eventualmente da física, teriam maior peso nesta parte da atividade do que na feita anteriormente. Assim, ao dividir as perguntas era expectável que os alunos tivessem maiores hipóteses de escrever uma expressão algébrica. Ainda, a tarefa era também mais aberta, fazendo-a propícia a diferentes caminhos, possibilidades e dificuldades. Para fomentar um espaço de maior aprendizagem, o tempo fornecido aos alunos devia ser maior, pelo que uma pergunta por equipa permitiria uma melhor gestão do tempo.

Não foi só a abertura da tarefa que implicou dar mais tempo para os alunos. Também precisariam de tempo porque os alunos tinham de entregar um PPT no final das aulas como produto final da atividade. Para permitir que trabalhassem nos PPTs em sala de aula com a orientação da professora, dedicarem-se a uma única pergunta e a uma parte do modelo parecia ser suficiente.

Como já discutimos, considerou-se que o produto escrito da primeira parte da atividade não refletiu o trabalho dos alunos em sala de aula. Assim, depois de contextualizar este novo momento, foram feitas alertas aos alunos sobre o trabalho anterior, dizendo que:

os documentos entregues estavam uma tristeza, alguns tinham matéria de funções no outro lado. (...) não refletiu o que foi observado nas aulas. Não consegui apresentar isso aos investidores e tive de contratar outra equipa para fazer um documento que pudesse ser apresentado.

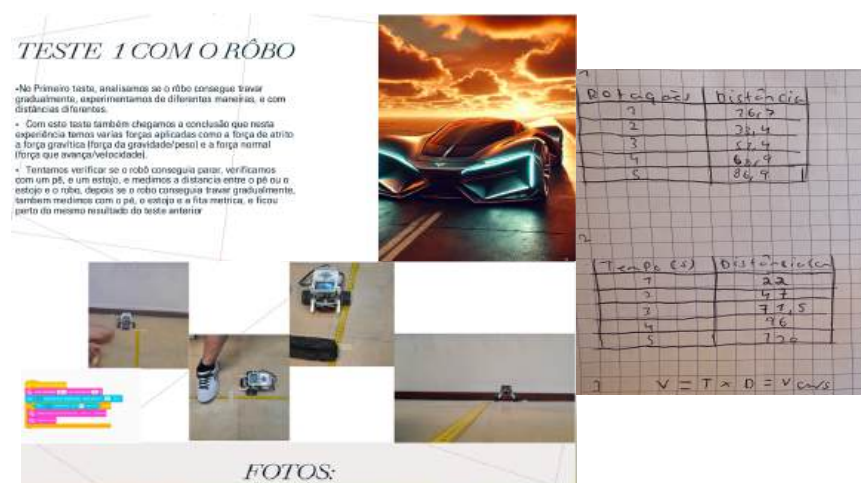
(Diário de bordo 11-03-25).

Tal como Gould (2016) refere, os alunos podem ter dificuldades no passo de comunicação do modelo (no nosso caso, comunicação escrita), pelo que é necessário orientá-los neste sentido. Como consequência, enquanto a professora tentou ser menos diretiva nas perguntas e permitir mais caminhos e liberdade, foi necessário ser mais diretiva na organização do trabalho dos alunos. Gould (2016) recomenda que se comece com um relatório escrito, não superior a uma página. Divergiu-se um pouco disso e foi pedido um PPT e uma apresentação final, sendo que as apresentações orais são outra forma de comunicar os resultados (Galbraith & Holton, 2018). Para isso, foi criado e apresentado um documento, que depois foi entregue aos alunos via Classroom. Este documento, em conjunto com o *feedback* dado em aulas posteriores, pedia que os alunos respondessem aquilo que Gould (2016) define como perguntas orientadoras, tais como: “que hipóteses levantaram?” e “o que fizeram para resolver o problema?”.

Comparemos as seguintes imagens com trabalhos entregues pela equipa 5.

### Figura 35

*Entrega final da parte II (esquerda) e da parte I (direita)*



Nestas imagens observamos uma melhoria drástica entre os produtos finais da equipa 5 em comparação com a primeira parte, o mesmo foi observado nas restantes equipas. Portanto, podemos concluir que as diretrizes e o pedido de apresentar um PPT contribuíram de forma positiva no trabalho dos alunos. Para além disso, também permitiu trabalhar a comunicação matemática escrita e oral, competências importantes no PASEO (Martins et al., 2017) e nas NAE (Silva et al., 2023). Assim sendo, os princípios da construção e da documentação de Lesh et al. (2000) estiveram presentes.

Para os alunos criarem as apresentações, tiveram de começar por interpretar a pergunta, simplificá-la e fazer a escolha das variáveis com maior influência no modelo, ou seja, os alunos tiveram de passar pelos dois primeiros passos do ciclo de modelação (Blum, 2015; Blomhoej & Højgaard, 2003). Este processo foi diferente entre equipas. Analisemos as seguintes imagens da equipa 4, trabalhando na segunda pergunta.

### Figura 36

*Variáveis consideradas pela equipa 4*



Notamos nas imagens a chuva de ideias dos alunos, a qual esteve muito rica em termos de variáveis, considerando variáveis tanto para a segurança (travões, bateria, aderência, sensor...), como para a otimização do caminho (orientações de voz, satélites...). Contudo, esta equipa teve dificuldade em filtrar as variáveis, demonstrando dificuldades no primeiro passo do ciclo de modelação, tal como Gould (2016) discute. Foi necessário chamar a atenção de que “este é o protótipo que vocês têm. Não dá para mudar, não podemos trocar os pneus nem adicionar coisas. Temos de começar a limpar e escolher as variáveis que, sim, podemos estudar” (Diário de Bordo, 11-03-25).

Em contraste, na equipa 2, **B1** considerou, em relação à sua pergunta (a terceira), que o problema era “óbvio. Em subida o carro para mais rápido do que em descida. Em piso molhado demora mais a parar” (Diário de Bordo 11-03-25). Quando inquirido sobre porque isso acontecia, o aluno respondeu que o carro demorava mais a travar no chão molhado por causa do atrito e na subida menos por causa da força gravítica. Assim, esta equipa já tinha definidas as suas variáveis, as quais se encontravam presas ao enunciado da pergunta. Contudo, no decorrer da atividade o modelo mental dos alunos foi evoluindo. Analisemos a seguinte frase de **B1** durante as apresentações.

Esta é a fórmula que a gente encontrou (aponta para a imagem de um bloco numa descida). Este quadrado é o nosso, é o carro, só que faltam

os motores, pronto. Temos, eh, a força de atrito, a força gravítica e a força que o carro exerce e a força normal.

(Áudio, 14-03-25)

Nesta frase notamos que a equipa 2 considerou a força normal como uma variável, após ter feito pesquisas. Assim, mesmo tendo os alunos considerado evidente a pergunta, isso não os deteve para tentar compreender o comportamento do robô e melhorar o modelo mental que tinham pensado no início. No entanto, houve aspetos do modelo que não consideraram, como o comportamento do carro em descidas. Da mesma forma, não realizaram testes para tentar compreender se a força normal afetava, realmente, a distância de travagem.

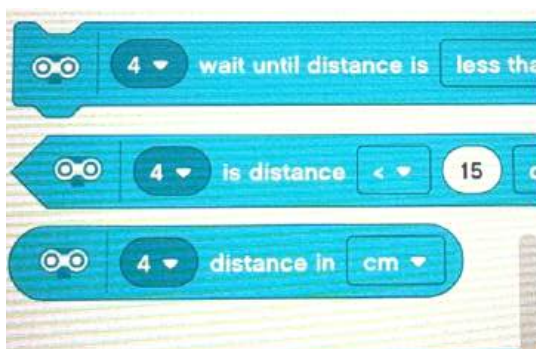
Na equipa 2 observamos algo para além da investigação feita pelos alunos. Para compreender o quê e o porquê, devemos discutir a forma como os alunos programavam.

Como Niss (2011) indica, é importante que os alunos encarem problemas diversos com segurança, tal como demonstrado nestes episódios. Para além disso, devem ser confrontados com perguntas difíceis que lhes permita raciocinar e descobrir (Silva et al., 2023), e que os leve a usar a matemática em diferentes contextos (Niss, 2011), levantando e testando hipóteses, avaliando criticamente os resultados e justificando as suas conclusões (Silva et al., 2023).

Nessa linha, usar o sensor apresentou-se como um desafio para os alunos. Analisemos os blocos de programação para os sensores.

### Figura 37

*Blocos dos sensores de distância*



Notamos que os alunos tinham três blocos que podiam usar. O segundo e o terceiro podiam ser usados em operadores ou condições, enquanto o primeiro era usado da forma habitual, ou seja, como eles já tinham programado na primeira parte da atividade.

## Figura 38

*Diferentes programas de diferentes equipas*



A primeira abordagem das equipas foi usar os dois últimos blocos. Os que precisavam, portanto, de condições. As condições, do ponto de vista lógico, não acarretaram dificuldades aos alunos, que construíram códigos que seguiam uma sequência lógica. No entanto, estes por si só não funcionavam. Nalguma parte do código era necessário colocar o primeiro bloco da imagem. Isto levou os alunos praticarem muito a depuração pois, ao tentarem criar condições sem o primeiro bloco, o robô não parava, o que levou a um ligeiro nível de frustração.

No processo de depuração, os alunos tiveram de separar muitas vezes o código em várias partes, decompondo-o, como observamos alguns blocos separados nos computadores na Figura 40. Contudo, existiram equipas que não abstraíram, adicionando códigos de som e imagens que depois dificultavam a depuração. Outras equipas, uma vez tendo o código a funcionar, acrescentavam estes blocos extra pelo aspeto lúdico, havendo uma regressão em termos de otimização.

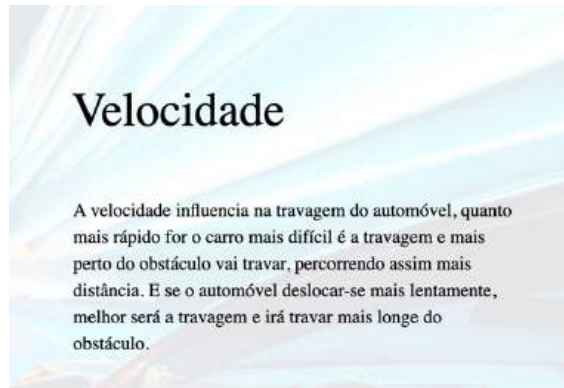
Todas estas diferentes construções demonstraram a capacidade de os alunos construírem algoritmos e os analisarem. Assim, constantemente aplicaram competências do PC (Silva et al., 2023).

Outro aspeto muito importante na programação é a definição, pelos alunos, da distância ao objeto ao qual queriam que o robô parasse. Também é importante salientar que o sensor era impreciso, sendo que se os alunos queriam que parasse a 15 cm do objeto, tinham de colocar que parasse a *menos de* 15 cm do objeto porque não parava se colocavam igual.

Analisemos a seguinte imagem e o diálogo entre o aluno **B4** e a professora (**P**).

## Figura 39

*Relação da velocidade com a travagem*



**B4:** Quando maior era a velocidade, menor era a distância.

**P:** Exa... menor era a distância?

**B4:** Sim.

**P:** Certeza?

**B4:** Sim

**P:** Ah, estás a falar da distância do protótipo ao objeto?

**B4:** Sim

**P:** É mesmo nessa distância na que estamos interessados?

**B4:** Eu acho que sim.

**P:** Então está bem. Se à medida que a velocidade aumenta a distância diminui, elas são diretamente proporcionais ou inversamente proporcionais?

**B4:** Inversamente proporcional.

(Diário de bordo, 13-03-25)

Existem vários aspetos relevantes a destacar. Primeiro, observamos que as conclusões feitas não estiveram desligadas das experiências realizadas com o robô. A linguagem usada pelos alunos no diapositivo, ao falar da distância ao objeto, é evidência de que valorizaram os resultados obtidos e o código realizado. Analisemos a seguinte fala de **B1**.

A velocidade influencia na travagem do automóvel porque quanto mais rápido o automóvel for, mais brusca a travagem vai ser e mais perto do obstáculo vai travar porque quando (inaudível) mais distância e se o automóvel se deslocar mais lentamente melhor será a travagem. (...) A força de atrito também influencia bastante porque se estivermos num chão liso mais difícil vai ser a travagem do que se estivermos numa superfície rugosa porque à medida que o carro avança na superfície

rugosa, ele vai ter menos velocidade e voltamos tipo, à variável da velocidade.

(Áudio das apresentações, 14-03-25)

Ao contrário de outras equipas que obtiveram dados para distância ao objeto e depois apresentaram conclusões com a distância percorrida, esta equipa foi fiel às suas experiências, acrescentando informação com as suas investigações. Esta fala evidencia a compreensão que **B1** tem sobre a relação entre as variáveis, ao estar a estudar o atrito e voltar à variável de velocidade, relacionando distância ao objeto, distância percorrida, atrito, velocidade e eficiência da travagem.

Esta compreensão entre a relação das variáveis também se encontra no diálogo da professora com **B4** que, ao contrário das conclusões gerais, manteve-se na distância ao objeto. Estes dados demonstram, mais uma vez, as capacidades destes alunos de relacionar variáveis, identificando quais variáveis são dependentes e quais não o são. Observamos que os alunos demonstram conhecimentos de proporcionalidade inversa e direta, ao falar em diferentes variáveis e criar relações corretas e justificadas. Na discussão da atividade, este episódio foi trazido, o qual permitiu que alunos ‘presos’ à distância percorrida observassem o argumento de **B4** e como, com justificações lógicas, a sua conclusão era correta. Houve um aluno que ficou ‘preso’ nas expressões conhecidas, desprezando as variáveis e relações que se estavam a ter em conta. De facto, ficou muito frustrado por se ter considerado a distância inversamente proporcional à velocidade, oferecendo-se a provar que não era verdade. No entanto, o aluno não estava a ter em conta que não estávamos a trabalhar com a distância percorrida. Esta barreira na discussão parece estar em consonância com o que se discute na literatura de que nem sempre são os alunos com melhor rendimento que têm melhores resultados em tarefas de modelação. Por vezes, os alunos ficam presos à matematização e a uma resposta final, ignorando o contexto (Galbraith et al., 1998).

Um outro aspeto muito importante no diálogo é que embora a professora tivesse, na sua planificação, resolvido a atividade com detalhe, neste momento surgiu uma variável que ela não tinha considerado: a distância do robô ao objeto. Ao invés de impor a sua linha de pensamento, a professora foi flexível e usou uma abordagem adaptativa no meio da imprevisibilidade, contribuindo para a construção do conhecimento do aluno (Blum & Ferri, 2009; Aroeira et al., 2024a; Aroeira et al., 2024b). Neste momento, a professora observou e contribuiu para a construção do pensamento matemático dos alunos, satisfazendo, assim, o princípio da construção de Lesh et al. (2000) e, como o aluno estava a registar a sua

interpretação, notamos que o princípio da documentação também esteve presente (Lesh et al., 2000).

Em contrapartida, outras equipas se contrariaram nos seus resultados. Começamos por analisar o seguinte diálogo entre a equipa 5 e a professora.

**P:** Como chegaste a essa expressão, de onde veio?

**E1:** É porque assim está no livro de física, professora.

\*Mostra a fórmula para energia cinética no seu livro\*

**P:** Pois, mas nós aqui obtivemos dados da energia cinética? Conseguem relacionar a distância com as variáveis que consideraram? Vamos pensar juntos, o que acontecia com a distância à medida que a velocidade aumentava?

**E1:** Aumentava também.

**P:** Então quanto mais depressa andamos, mais distância percorremos desde que começamos a travar até parar, é isso?

**Equipa 5:** Sim.

**P:** Então a velocidade é diretamente proporcional à distância ou inversamente proporcional?

**Equipa 5:** Diretamente proporcional à distância.

**P:** E como expressamos isso matematicamente?

\***E1** escreve no caderno  $d = v^*$

**P:** Agora façam uma análise semelhante para as outras variáveis.

(Diário de Bordo, 13-03-25).

Neste episódio salientamos não só o conhecimento matemático dos alunos em termos de grandezas proporcionais, mas também a relação que fizeram sobre o movimento do robô e a energia cinética. Para os alunos terem escolhido relacionar esse conceito com o fenómeno em estudo, significa que sabiam que o robô devia perder toda a energia cinética no momento de travagem até parar. Assim, esta tarefa permitiu criar relações entre a matemática e as suas aplicações, como a OCDE (2024) e as NAE de Matemática (Silva et al., 2023) salientam que é importante. Para além disso, revela sobre as capacidades de pesquisa desta equipa, que já tinham sido evidenciadas no início da aula, importante competência presente no PASEO (Martins et al., 2017).

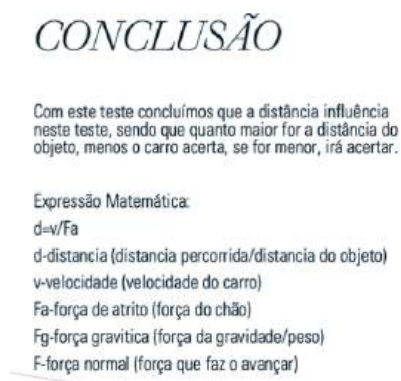
Contudo, como era desejado que os alunos justificassem usando os seus dados, a professora construiu com eles outra expressão, os quais demonstraram o seu conhecimento de proporcionalidade direta e inversa e comunicaram matematicamente, usando a simbologia apropriada (Martins et al., 2017; Silva et al., 2023). No entanto, se analisamos o diálogo, em

momento nenhum foram usados os dados nem as experiências dos alunos, sendo que esta equipa repetiu as mesmas experiências, recolhendo poucos dados ou nenhum, dando pouca valorização ao trabalho experimental.

Assim, esta foi a conclusão apresentada pelos alunos.

### Figura 40

#### *Conclusões da equipa 5*



Mesmo sem ter em consideração o diálogo anterior, a conclusão dada pelos alunos está desligada da expressão “matemática” que obtiveram. Por um lado, quando os alunos concluem que quanto maior for a distância [definida por eles no código] ao objeto, menos possibilidades têm de bater no objeto, estão a falar das experiências realizadas com o robô. Por outro lado, quando apresentam a expressão matemática, estão a referenciar a discussão tida com a professora. Finalmente, quando falam de variáveis como “força gravítica” e “força normal”, sem incluir na sua expressão matemática, estão a falar da relação observada por eles no livro de física.

Estas três conclusões indicam que os alunos acabaram por não perceber a sua pergunta, nem o que era suposto fazer. Não encontraram ligação entre as coisas e tentaram apresentar aquilo que acharam que a professora queria, sendo que ela orientou mais naquilo que sabia que os alunos deviam obter do que naquilo que os alunos estavam a fazer. Adicionalmente, os alunos não compreenderam o que é a força normal, nem porque estava relacionada com a distância, nem fizeram testes nesse sentido. Mais crítico, consideraram a distância percorrida e distância ao objeto como iguais, o que coloca em dúvida a sua compreensão dos testes feitos e das relações entre as variáveis estudadas.

Dito isto, afirmamos que os resultados obtidos pelos alunos colocam em causa o papel do robô para esta equipa, sendo pouco significativo na construção do conhecimento matemático. De facto, estes alunos ficaram presos à construção do modelo real e à matematização, sem passar aos passos de validação e verificação, mas voltando aos primeiros

passos do ciclo de Blum e Leiß (2007). Embora a equipa não tenha recaído num trabalho de resolução de problemas (Blomhoej & Højgaard, 2003), também não passaram pelo ciclo de modelação.

Para outras equipas, o modelo mental e o modelo matemático estiveram fortemente influenciados pelo trabalho do robô e por relações do mundo extra-matemático dos alunos. Analisemos o seguinte diálogo entre a professora e o aluno da equipa 4, **D1**.

**P:** Então o robô reage logo?

**D1:** Penso que não.

**P:** Mas vira logo?

**D1:** Sim.

**P:** Então não tem tempo de reação, reage de forma perfeita

**\*D1 sorri\***

**P:** Fizeste o robô desviar-se do obstáculo, ótimo. E se há um STOP no caminho?

**D1:** Tem de parar.

**P:** Achas que vai parar logo?

**D1:** Não.

**P:** Como podemos testar isso?

**D1:** Programo para ele parar a uma determinada distância e verifico se parou logo.

**P:** Então vamos testar?

(Diário de bordo, 13-03-25).

Depois do aluno ter feito os testes e ter medido a distância, concluiu que, como o robô não tinha parado exatamente onde ele tinha dito para parar (através do programa), então o robô tinha um tempo de reação. Esta linha de pensamento diz-nos da confiança que **D1** tinha no seu código, pois considerou que o erro não estava no código, mas que existia outra variável em jogo que fazia o robô não agir como o código indicava. Por outro lado, **D1** não teve em consideração que o sensor podia ter imprecisões, nem que tinha programado para parar a uma distância “*menor que*”. Assumi que tinha tempo de reação, relacionando com o que acontece no mundo “real”, onde os humanos têm tempo de reação. Neste momento, a robótica foi muito importante para **D1**, que conseguiu concretizar algo no qual estava a ter dúvidas. Notamos que fez o levantamento de uma hipótese e depois usou o robô para verificá-la, permitindo-lhe criar conexões entre o mundo extra-matemático e o mundo matemático.

Outras equipas sentiram mais frustração ao trabalhar com o robô. Analisemos o trabalho da equipa 3.

No relevo plano a velocidade a 50%, com travagem brusca o carro localizou-se a uma distância de 15 centímetros, enquanto que na paragem suave foi de 9. Já com uma velocidade de 100% em travagem brusca obteve-se 16 cm de distância enquanto que na paragem suave foi 5. Nós nestes testes ficamos meio confusos porque, na nossa opinião, não faz sentido os 50% serem de 15 e os 100% serem de 16 porque, como a velocidade a 50% foi de 15 a paragem brusca, não fazia sentido ele de 100 ir para 16. Por exemplo, ele talvez fosse para mais perto. Então nós ficamos meio confusos neste teste do relevo plano.

(Áudio das Apresentações, 14-03-25).

O primeiro aspeto que notamos no diálogo é que a confusão entre potência e velocidade discutida na Parte I, manteve-se, em termos de linguagem. Neste episódio vemos também como, para estes alunos, os resultados obtidos foram contra o seu senso comum e, durante as aulas, observamos como a equipa esteve constantemente a tentar compreender o porquê destes resultados, praticando, assim, o pensamento crítico abduutivo (Brocardo et al., 2022). Este aluno sentava-se, analisava os seus dados e refletia, tentando encontrar justificações lógicas para o observado. Frequentemente, enquanto tentavam encontrar uma explicação, ouvia-se C1 gritar “isto não é possível, isto não é possível”, ou “vou demitir-me”, sendo que esta última frase fala sobre como este aluno se manteve no contexto da empresa.

Outro aspeto que destacamos é que os robôs permitiram que os alunos observassem a diferença entre travagem suave e travagem brusca e comparassem com o contexto real, assim como que estudassem variáveis que de outra forma não conseguiriam. Para além disso, na tarefa, com recurso à robótica, os alunos praticaram o pensamento crítico e criativo, ao procurarem justificações como o atrito e o código para explicar os resultados pois, “decidiram mudar para a mesa para obter “maior visibilidade e acessibilidade. Além disso, *tavamos* a ter dificuldades no chão pois o robô não parava, contudo chegamos a uma resposta que a escrita do código estava errada”” (Diário de Bordo, 13-03-25), o qual diz das suas competências de análise de algoritmo, abstração, depuração, otimização e decomposição (Silva et al., 2023), assim como as suas capacidades de investigação e pensamento crítico.

Durante as pesquisas feitas pela equipa 3, observamos estes alunos a recolher e analisar os dados, baseando-se na moda, e construindo de forma explícita o seu modelo (princípio da construção e princípio da documentação de Lesh et al., 2000). Notamos aqui uma regressão em termos da representação dos dados, indicando que talvez não foi compreendido o porquê de usar a média e não a moda.

Em contrapartida, houve equipas que não recolheram dados, como a equipa 2, à qual foi dito que usassem o resto da aula do dia 13-03 para recolher os dados, sendo que esse tempo era dedicado à escrita de uma expressão algébrica e à validação da mesma.

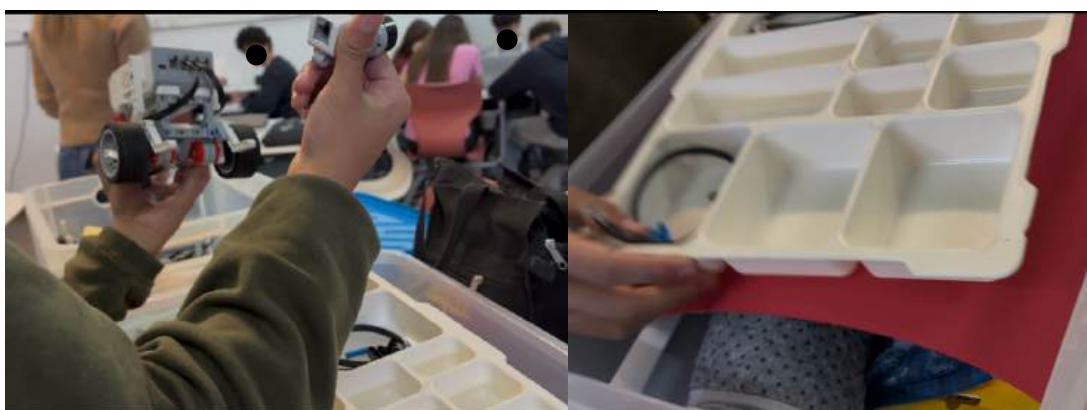
Em termos da escrita da expressão algébrica, os alunos não sentiram necessidade de o fazer, de forma espontânea. Para alguns alunos, generalizar os seus resultados não era relevante, mesmo sendo pedido que apresentassem as suas experiências aos colegas. Contudo, três das equipas estiveram atentas a este pormenor, e fizeram registo de dados e dos seus modelos matemáticos para partilhar com a turma no dia da apresentação. Aqui, ao referir-nos a modelos matemáticos não nos estamos a limitar a uma expressão algébrica, mas aos testes feitos pelos alunos e aos programas construídos. O produto final desejado como modelo *final* (Blum & Niss, 1991) era a expressão algébrica, contudo, as próprias apresentações feitas pelos alunos, tanto orais como em PPT, foram a sua forma de apresentar as suas conclusões e resultados, podendo estas ser, de facto, o modelo final que fazia sentido para eles.

Para recolher os dados e construir o modelo final, os alunos necessitavam de ligar um sensor ao robô.

A primeira equipa em aperceber-se de que precisavam de um sensor foi a equipa 1. Como a equipa já tinha definido as suas hipóteses e variáveis, foi dito que podiam buscar o seu robô e outros materiais que precisassem.

#### **Figura 41**

*Equipa 1 a explorar os materiais*



Nestas imagens e no vídeo de onde que estas imagens foram retiradas, podemos observar a **A1** e **A3** a abrirem as caixas de materiais e explorarem o que ali estava. Podemos também ouvir o seguinte diálogo entre **A1**, **A3** e a professora (**P**):

*\*Alunos dirigem-se à mesa da professora\**

**A1:** Então, vamos a, tipo, podemos (inaudível) aqui.

\*O aluno aponta para a frente do robô (onde estão os “braços”)\*.

**P:** Tem aqui mais coisas.

**A1:** Ah, agora sim. Abre isso para ver se encontramos alguma coisa.

\*Alunos abrem a caixa com os sensores e começam a explorá-la. **A1** tira um dos sensores a **A3**\*.

**A1:** Olha, pode funcionar, por acaso. [pergunta inaudível].

**A3:** Tem *pa'* todos então acho que vamos precisar. É para montar?

**P:** Pronto...

(...)

**A3:** Usa este que é o 4 [número do sensor] e nós temos o 4 [número do robô].

\***A1** observa o sensor com cuidado e identifica que dá para colocar um dos fios que tem à sua frente nele. **A3** tira o robô a **A1**. **A1** começa a conectar o sensor ao robô\*

**A3:** Wait. Põe isso aí.

**P:** Lembrem-se que vocês têm instruções de montagem.

Relembramos que cada robô tinha um nome e algo que os distinguiu (um desenho colado com fita cola) e os alunos sempre procuravam usar o “*seu robô*”. Nestes episódios podemos notar algo para além da apropriação do robô por parte dos alunos. Mais importante, observamos a evolução da autonomia, reflexão e confiança em comparação com a primeira parte. Os alunos sentiram-se à vontade de ir à mesa da professora, abrir as caixas e explorar os materiais de forma mais autónoma. Esta autonomia, reflexão e confiança são características que se esperam nos cidadãos do futuro (Silva et al., 2023).

Quando **A3** diz “tem *pa'* todos então acho que vamos precisar”, podemos concluir que os alunos confiavam no que a professora trazia para a aula e que a professora ia trazer o que fosse necessário. Durante as aulas evidenciamos que essa confiança teve impacto nas estratégias adotadas pelos alunos, como vimos neste episódio ou quando **B1** e **B4** estavam discutindo sobre se o peso influenciava. Como não chegavam a um consenso, **B4** perguntou à professora se tinha trazido uma balança. A professora disse que não pelo que **B4** disse “estás a ver, a professora não trouxe, [logo] não é necessário” (Diário de bordo, 13-03-25).

Os aspetos anteriores trazem evidências das dinâmicas em sala de aula. Os alunos fizeram da sala o seu lugar de testes, confiaram em si e na professora. Usaram as mesas como materiais, sentaram-se no chão, fizeram vídeos e fotos, aproximavam-se às outras equipas para ajudar, discutir ou, por vezes, conversar.

## Figura 42

*Alunos a fazer experiências*

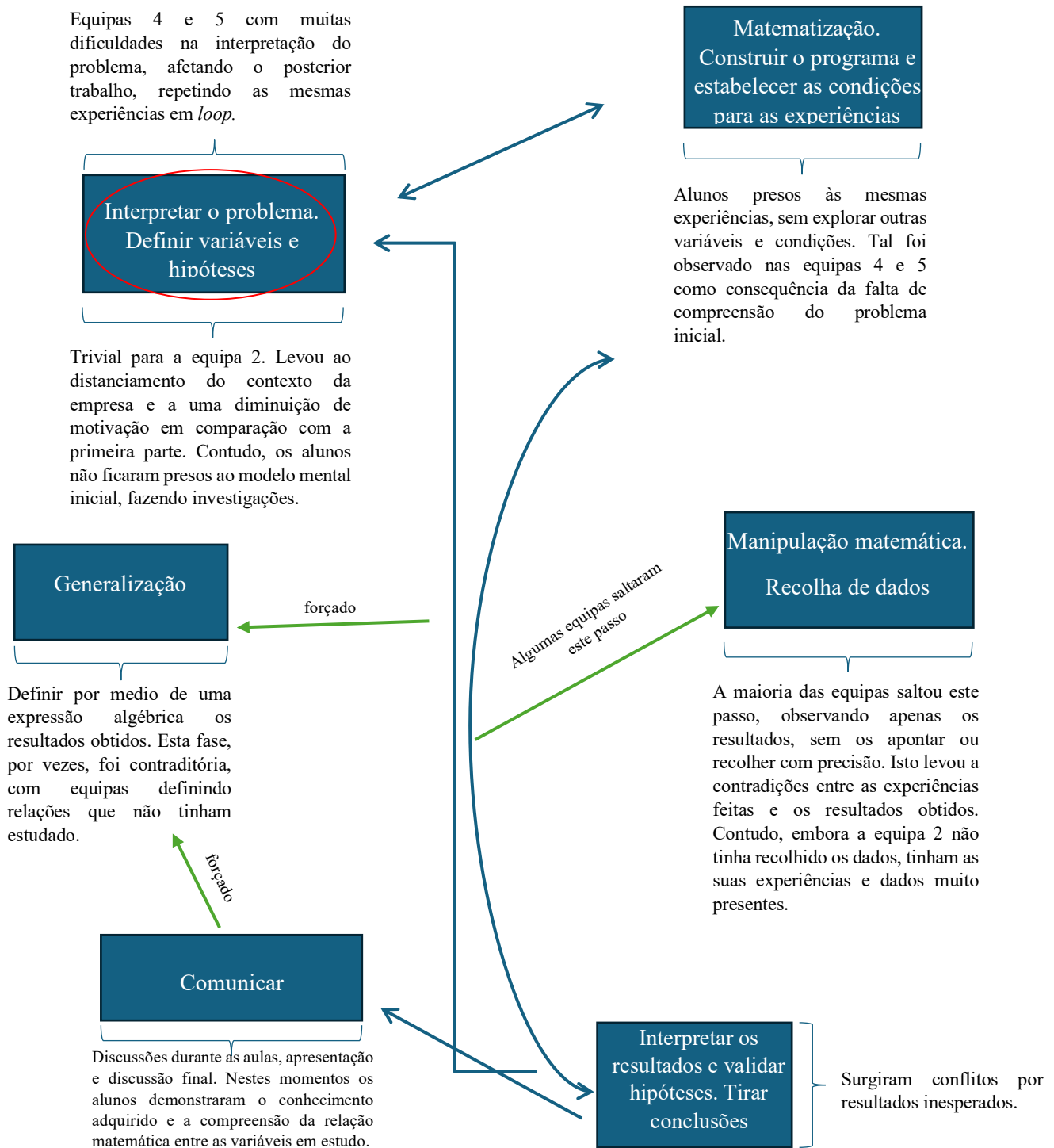


Algo interessante de ver é **A3** que, na segunda aula da primeira parte da atividade de MM “eu não vou estar lá deitado no chão a contar”, nesta aula se encontrava deitado no chão. Isto indica que o nível de confiança aumentou consideravelmente.

Em termos do saber tecnológico e científico, foi evidente que os alunos passaram a compreender processos e fenómenos científicos, manipularam e trabalharam com instrumentos diversificados para controlar, imaginar, criar e transformar produtos e sistemas. A criatividade dos alunos no decorrer das aulas também foi evidente.

Com as análises feitas, concluímos que os Princípios da realidade, construção, generalização, simplicidade e documentação estiveram presentes. Não houve evidências que demonstrassem a presença do Princípio da Autoavaliação.

## Ciclo de Modelação dos alunos: **Parte II**



Ao comparar este ciclo com o apresentado na primeira parte, notamos que desta vez os alunos começaram este ciclo de modelação na interpretação e simplificação do problema, definindo hipóteses e variáveis para dita interpretação. Estes são os dois primeiros passos do ciclo de Blum e Leiß (2007), condensados num só. Depois disso, os alunos passaram à matemática, momento no qual definiram os programas e prepararam o espaço para os testes.

Existiu comunicação entre o primeiro e o segundo passo, sendo que à medida que os alunos matematizavam e corriam os programas, iam considerando variáveis externas, como a influência do sensor ou o atrito no chão, para ajustar o seu modelo matemático.

Depois do segundo passo, a maioria dos alunos passou ao quarto passo: interpretação dos resultados e validação das suas hipóteses. No geral, as equipas saltaram o passo 3: a manipulação matemática. Contudo, houve alunos que passaram por esse passo antes da validação, pelo que existe uma seta verde para indicar exceções.

Os alunos que recolhiam os dados e chegavam a conclusões que rejeitavam as suas hipóteses, geralmente repetiam as experiências, voltando do passo 4 ao 3. Da mesma forma, os alunos que não recolheram os dados frequentemente passavam do passo 4 ao 2 e assim sucessivamente.

Depois de validar as suas hipóteses e tirar conclusões, existia algum tipo de comunicação entre os colegas e diálogo com as professoras. Tentou-se que essa comunicação também fosse escrita em termos de expressão algébrica (passo da generalização), mas acabou por ser forçado. Embora os alunos tenham melhorado muito em termos de sair do concreto e generalizar matematicamente, eles não sentiram a necessidade de o fazer e só aconteceu porque a professora pediu. Perguntas estratégicas durante as aulas, que precisassem de uma expressão para as responder, poderia ter ajudado neste sentido.

Por vezes, enquanto os alunos passavam à comunicação, também voltavam ao primeiro passo, definindo e estudando outras variáveis para continuar a construir o seu modelo do problema, voltando a percorrer o ciclo de modelação.

Tal como na primeira parte, notamos que este ciclo não é um processo linear, mas que vai saltando de passo em passo, mesmo antes de completar um ciclo completo. Também notamos que nem todos os alunos passam pelo ciclo da mesma forma.

## **5 Conclusão**

Existem várias características numa tarefa de MM (Lesh et al., 2000). Muita investigação tem sido feita do ponto de vista tecnológico (e.g. Jacinto et al., 2023; Aroeira et al., 2024b; Galbraith & Fisher, 2021; Carreira, 2019;), mas existe uma lacuna quando estas são implementadas com recurso a robôs. Neste aspeto, a presente investigação permitiu concluir que os robôs não só conseguiram fazer o inatingível atingível, mas permitiram aos alunos passar pelo ciclo de modelação, fazendo a ligação, na primeira parte, entre os dois primeiros passos do ciclo e os restantes. Notamos que os alunos passaram a considerar outras variáveis e relações, à medida que as observavam no ambiente de programação ou quando o

comportamento do robô era contrário à sua intuição. Isto implicou que uma atividade que começou com matematização, levasse os alunos a passar pelo ciclo completo, passando a ser, assim, uma tarefa de MM. Seria relevante estudar esta relação com maior profundidade, ou seja, será que o uso de robôs pode transformar uma tarefa cuja natureza não é de MM numa de MM?

A análise feita permitiu concluir que, dependendo dos alunos, os robôs podem ser mais ou menos relevantes na construção de conhecimento matemático, sendo que alguns alunos se orientaram, por vezes, mais pela investigação do que pelas experiências realizadas com o robô. Por outro lado, também evidenciamos que os robôs permitiram aos alunos estudar variáveis que de outra forma não conseguiriam, o qual, nalguns casos, complicou o trabalho dos alunos. No entanto, esta frustração levou os alunos a serem mais criativos, críticos e resilientes. Notamos nestes momentos a flexibilidade dos alunos e a colaboração entre equipas.

Contemplamos evidências de que a atividade foi propícia para o desenvolvimento do PC. Adicionalmente, observamos a mobilização de conteúdos como média, moda, correlação linear, relações entre variáveis, representação de dados, relação de independência e dependência entre múltiplas variáveis, assim como o uso da simbologia matemática, a compreensão da proporcionalidade direta e inversa e a construção e interpretação de expressões algébricas.

Tem sido aqui analisado que os alunos colocaram em prática várias das competências de Raciocínio e Resolução de Problemas que se encontram no PASEO, tais como investigar, organizar a informação, respeitar e usar as opiniões dos colegas, interpretar a informação e tomar decisões para resolver problemas. Também durante estas aulas os alunos trabalharam a competência de Linguagens e Textos, usando simbologia e linguagem matemática adequada, sendo que a comunicação escrita foi mais bem trabalhada na segunda parte da atividade. Em contraste com a primeira parte, houve uma notável evolução neste sentido e, embora não existisse nos alunos a necessidade de criar uma expressão algébrica, eles criaram modelos que partilharam durante as apresentações.

Os alunos transformaram a informação em conhecimento, constantemente descreveram, avaliaram, validaram e mobilizaram a informação de forma crítica e autónoma. Também pensaram de forma lógica, crítica e aprofundada, observaram e analisaram a informação, usaram diferentes conhecimentos de matriz científica (como a física e a matemática) e desenvolveram novas ideias e soluções. Em termos do relacionamento interpessoal, foram apresentadas várias evidências de que os alunos partilharam, colaboraram, ouviram-se, respeitaram-se e contribuíram para a aprendizagem dos colegas,

aceitando diferentes ideias. Interagiram com tolerância e trabalharam em equipa. Foram alunos cuja autonomia foi aumentando com o decorrer das aulas, encarando cada dia as atividades com maior confiança.

Muitos dos aspetos referenciados na literatura foram observados. Por exemplo, notamos que numa das fases que os alunos mais tiveram dificuldades foi na interpretação da problemática, tal como Gould (2016) discute. Ainda, tal como autores como Blum (2009) e Aroeira (2024a) referem, a implementação com intervenções estratégicas da professora foi essencial. Foi evidenciado um melhor trabalho e maior evolução nos alunos que receberam uma orientação mais ajustada à sua linha de pensamento, enquanto os alunos que receberam uma intervenção mais diretiva apresentaram conclusões contraditórias.

Também contemplamos desafios na documentação e matematização. Muitos alunos esqueceram-se de recolher os dados e registá-los, evidenciando-se, assim, desvalorização do produto final por parte dos alunos, e a ausência da necessidade de generalizar, no sentido do princípio de Lesh et al. (2000).

Certamente, existem mudanças que devem ser feitas em ambas as partes, desde a formulação da tarefa até à sua implementação e discussão. É possível que perguntas mais abertas pudessem ter permitido uma exploração mais rica por parte dos alunos. Por exemplo, no lugar das perguntas na primeira e segunda parte, juntar ambas as partes numa e lançar uma problemática mais abrangente, do tipo: “estude o movimento do robô”. Naturalmente, acompanhada deste tipo de pergunta estaria a orientação da professora. Um dos aspetos a melhorar neste sentido são as perguntas orientadoras, sendo que estas deviam ser reformuladas com o objetivo de seguir a linha de pensamento dos alunos, enquanto orientá-los a um estudo fazível e que os levasse a sentir a necessidade de partilhar as suas descobertas e de pensar nelas para além do concreto. Seria importante orientar os alunos para que pensem no seu modelo para além do trabalho em sala de aula, contextualizando-o no mundo real. Notamos que, frequentemente, o contexto da empresa perdeu-se.

Observamos também que ser mais diretiva no trabalho dos alunos foi benéfico, pelo que esta deveria ter estado mais presente na primeira parte.

Embora o distanciamento entre as partes tenha levado à regressão nalguns aspetos, como a recolha de dados, também houve evidências claras da evolução dos alunos em muitos aspetos, como na comunicação, no trabalho em equipa, no pensamento computacional e na autonomia.

## 6 Referências Bibliográficas

- Amado, J. (2014). *Manual de investigação Qualitativa em Educação 2ª edição*. Coimbra University Press.
- Armutcu, Y. & Bal, A. P. (2023). The effect of mathematical modelling activities on students' mathematical modelling skills in the context of STEM education. *International Journal of Contemporary Educational Research*, 10(1), 42-55. <https://doi.org/10.33200/ijcer.1131928>
- Aroeira, A. J., Carreira, S., & da Ponte, J. P. (2024a). Escoamento da caleira: uma tarefa de MM realizada num estudo de aula. *Educação e Matemática*, (172), 7-12. <https://em.apm.pt/index.php/em/article/view/2964>
- Aroeira, A. J., Carreira, S., & da Ponte, J. P. (2024b). Teacher Strategic Interventions to Support Students in Constructing the Model of the Situation in a Modelling Task. In *Researching Mathematical Modelling Education in Disruptive Times* (pp. 161-171). Cham: Springer Nature Switzerland. [https://doi.org/10.1007/978-3-031-53322-8\\_12](https://doi.org/10.1007/978-3-031-53322-8_12)
- Associação de Professores de Matemática (1991). Normas para o currículo e avaliação em matemática escolar 1.ª Edição. Associação de Professores de Matemática e Instituto de Inovação, 225-277.
- Batista Correia, M. da C. (2009). A observação participante enquanto técnica de investigação. *Pensar Enfermagem*, 13(2), 30-36. <https://doi.org/10.56732/pensarenf.v13i2.32>
- Batista, T. P. (2019). O Diário de Bordo: uma forma de refletir sobre a prática pedagógica. *Revista Insignare Scientia-RIS*, 2(3), 287-293. <https://doi.org/10.36661/2595-4520.2019v2i3.11209>
- Biton, Y. (2025). Learning mathematics through peer assessment: “How can we assess something that we ourselves don’t know how to solve?”. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 21(1) em2557, <https://doi.org/10.29333/ejmste/15794>.
- Blomhøj M., Højgaard, T. (2003). Developing Mathematical modelling competence: conceptual clarification and educational planning. *Teaching mathematics and its applications*, 22(3), 123-139. <https://doi.org/10.1093/teamat/22.3.123>
- Blum, W. (2002). ICMI Study 14: Applications and modelling in mathematics education – Discussion document. *Educational Studies in Mathematics* 51, 149–171. <https://doi.org/10.1023/A:1022435827400>

- Blum, W. (2015). Quality teaching of mathematical modelling: What do we know, what can we do?. In *The proceedings of the 12th international congress on mathematical education: Intellectual and attitudinal challenges* (pp. 73-96). Springer.
- Blum, W. & Niss, M. (1991). Applied Mathematical problem solving, modelling, applications, and links to other subjects – state, trends and issues in Mathematics instruction. *Educational studies in Mathematics* 22: 37-68. <https://doi.org/10.1007/BF00302716>
- Blum, W., & Borromeo Ferri, R. (2009). Mathematical modelling: Can it be taught and learnt. *Journal of mathematical modelling and application*, 1(1), 45-58. [https://www.researchgate.net/publication/279478754\\_Mathematical\\_Modelling\\_Can\\_It\\_Be-Taught\\_And\\_Learnt](https://www.researchgate.net/publication/279478754_Mathematical_Modelling_Can_It_Be-Taught_And_Learnt)
- Blum, W., & Leiß, D. (2007). How do students and teachers deal with modelling problems. *Mathematical modelling (ICTMA 12): Education, engineering and economics*, 222-231. <https://doi.org/10.1533/9780857099419.5.221>
- Blum, W., Galbraith, P. L., Henn, H.-W., & Niss, M. (2007). Introduction. In W. Blum, P. L. Galbraith, H.-W. Henn, & M. Niss (Eds.), *Modelling and applications in mathematics education: The 14th ICMI Study* (pp. 1–32). Springer. <https://doi.org/10.1007/978-0-387-29822-1>
- Bogdan, R., & Biklen, S. (1994). *Investigação qualitativa em educação: uma introdução à teoria e aos métodos*. Porto editora
- Bora, A. & Ahmed, S. (2019). Mathematical Modelling: an important tool for Mathematics teaching. *International Journal of Research and Analytical Review*, 6(2), 252-256. [https://www.researchgate.net/publication/332948224\\_Mathematical\\_Modeling\\_An\\_Important\\_Tool\\_for\\_Mathematics\\_Teaching](https://www.researchgate.net/publication/332948224_Mathematical_Modeling_An_Important_Tool_for_Mathematics_Teaching)
- Brackmann, C. P. (2017). Desenvolvimento do pensamento computacional através de atividades desplugadas na educação básica [Tese de doutoramento, Universidade Federal do Rio Grande do Sul]. Repositório UFRGS.
- Brocardo, J., Vale, I., & Menezes, L. (2022). A investigação em resolução de problemas, raciocínio, comunicação e modelação: Uma análise de 30 anos de publicações na revista Quadrante. *Quadrante*, 31(2), 63-93. <https://doi.org/10.48489/quadrante.28065>
- Calleja, C. (2021). *Why is coding beneficial for children?* Digital Skills and Jobs Platform. <https://digital-skills-jobs.europa.eu/en/community/online-discussions/why-coding-beneficial-children>

- Carreira, S. (2019). Modelação matemática e simulação no contexto escolar: conexões entre mundos. *Livro de Atas do EIEM*, 45-62. [https://www.researchgate.net/publication/343710418\\_Modelacao\\_matematica\\_e\\_simulacao\\_no\\_contexto\\_escolar\\_Conexoes\\_entre\\_mundos](https://www.researchgate.net/publication/343710418_Modelacao_matematica_e_simulacao_no_contexto_escolar_Conexoes_entre_mundos)
- Carvalho, G. A. (2021). Robótica no ensino e na aprendizagem da física e matemática no ensino fundamental II. [Dissertação de Pós-graduação].
- Catlin, D., & Otenio, E. (2015). Educational robots and mathematical modelling. In *6th International Conference on Robots in Education*. Springer, Yverdon-les-Bains.
- CHADD. (2016). *Accommodations for math assignments* [Fact sheet]. National Resource Center on ADHD. <https://d393uh8gb46122.cloudfront.net/wp-content/uploads/2018/05/AccommodationsforMathAssignments.pdf>
- Cevikbas, M., König, J., & Rothland, M. (2024). Empirical research on teacher competence in mathematics lesson planning: Recent developments. *ZDM—Mathematics Education*, 56(1), 101-113.
- Conceição, D., & Durães, G. (2020). Potencialidades do pensamento computacional em sala de aula: um relato de experiência do IF Baiano, campus Catu. In *Workshop de Informática na Escola (WIE)* (pp. 229-238). SBC.
- Creswell, J. W. (2012). *Educational research: Planning, conducting, and evaluating quantitative* (Fourth edition). Prentice Hall Upper Saddle River, NJ.
- da Ponte, J. P. (2005). Gestão curricular em Matemática. *O professor e o desenvolvimento curricular*, 11-34. <http://hdl.handle.net/10451/3008>
- Direção-Geral da Educação. (2018). *Aprendizagens essenciais de Matemática A do 10.º ano* [Documento curricular]. [https://www.dge.mec.pt/sites/default/files/Curriculo/Aprendizagens\\_Essenciais/mat\\_a\\_10\\_-\\_vf.pdf](https://www.dge.mec.pt/sites/default/files/Curriculo/Aprendizagens_Essenciais/mat_a_10_-_vf.pdf)
- Direção-Geral da Educação. (2025a). *Matemática A – Coletânea de tarefas de estatística: 10.º ano* [Material pedagógico]. [https://www.dge.mec.pt/sites/default/files/Noticias\\_documentos/mat\\_a\\_coletanea\\_d\\_e\\_tarefas\\_estatistica.pdf](https://www.dge.mec.pt/sites/default/files/Noticias_documentos/mat_a_coletanea_d_e_tarefas_estatistica.pdf)
- Direção-Geral da Educação. (2025b). *Matemática A – Coletânea de tarefas de estatística funções: 10.º ano* [Material pedagógico]. [https://aem.dge.mec.pt/sites/default/files/2024-09/mat\\_a\\_coletanea\\_de\\_tarefas\\_de\\_funcoes\\_10\\_ano.pdf](https://aem.dge.mec.pt/sites/default/files/2024-09/mat_a_coletanea_de_tarefas_de_funcoes_10_ano.pdf)

- Erbas et al. (2014). Mathematical Modelling in Mathematics Education: basic concepts and approaches. *Educational Science: theory and practice* 14(4), 1621-1627. [https://www.researchgate.net/publication/298145051\\_Mathematical\\_Modeling\\_in\\_Mathematics\\_Education\\_Basic\\_Concepts\\_and\\_Approaches](https://www.researchgate.net/publication/298145051_Mathematical_Modeling_in_Mathematics_Education_Basic_Concepts_and_Approaches)
- Escola Básica e Secundária Dr. Ângelo Augusto da Silva. (2023). Projeto Educativo de Escola 2023-2027. [https://drive.google.com/file/d/1O7Hdr96XooG3xpqKyP4Bhf9HnSl\\_ARaa/view](https://drive.google.com/file/d/1O7Hdr96XooG3xpqKyP4Bhf9HnSl_ARaa/view)
- Escola Básica e Secundária Gonçalves Zarco. (2022). Projeto Educativo de Escola Quadriénio 2022-2026. <https://ebsgzarco.pt/wp-content/uploads/2025/02/PEE-2022-2026-1.pdf>
- Fernandes, E., Abreu, S., Lopes, P. C., & Martins, S. (2021). Aprendizagem da matemática e desenvolvimento do pensamento computacional?. *Educação e Matemática*, 162, 77-80.
- Ferri, R. B. (2013). Mathematical Modelling in European Education. *Journal of Mathematics Education at Teachers College*, vol. 4, 18-24. <https://doi.org/10.7916/jmetc.v4i2.624>
- Fortin, M. F. (1996). *O Processo de Investigação: Da conceção à realização (se)*. Décarie Éditeur.
- Frolli, A., Cerciello, F., Esposito, C., Ricci, M. C., Laccone, R. P., & Bisogni, F. (2023). Universal Design for Learning for children with ADHD. *Children*, 10(8), 1350.
- Galbraith, P. L. & Holton, D. (2018). *Mathematical Modelling: a guidebook for teachers and teams*. International Mathematical Modelling Challenge. Acer.
- Galbraith, P., & Fisher, D. (2021). Technology and mathematical modelling: addressing challenges, opening doors. *Quadrante*, 30(1), 198-218.
- Galbraith, P. L., Hains, C. R., Izard, P. J. (1998). *Students' attitudes to Mathematics and modelling*. Mathematical Modelling-Teaching and assessment in a technology-rich world. Horwood Publishing, Chichester.
- Goos, M. (1998). Technology as a tool for transforming mathematics tasks. In: Galbraith, P., Blum, W., Booker, G., Huntley, I. D. *Mathematical modelling: teaching and assessment in a technology-rich world*. Horwood series in Mathematics and Applications, 103-115.
- Gould, H, (2016). GAIMME: Guidelines for Assessment and Instruction in Mathematical Modeling Education. *Consortium of Mathematics and its Applications*. National Council for Teachers of Mathematics. Resources, Appendix D., 193-207. [https://www.comap.com/images/resources/free\\_resources/GAIMME\\_Report.pdf](https://www.comap.com/images/resources/free_resources/GAIMME_Report.pdf)

- Greefrath, G., & Vorhölter, K. (2016). *Teaching and learning mathematical modelling: Approaches and developments from German speaking countries*. Springer Nature.
- Ikeda, T., & Stephens, M. (1998). The influence of problem format on students' approaches to mathematical modelling in Galbraith, P., Blum, W., Booker, G., Huntley, I. D. *Mathematica modelling: teaching and assessment in a technology-rich world*. Horwood series in Mathematics and Applications, 223-233.
- Jacinto, H., Carreira, S., & Greefrath, G. (2023). Mathematical modelling and problem solving connected through technology: A case study with an in-service teacher. In *Thirteenth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME13)* (No. 18). Alfréd Rényi Institute of Mathematics; ERME.
- Jones, J. P., & Tiller, M. (2017). Using concrete manipulatives in mathematical instruction. *Dimensions of Early Childhood*, 45(1), 18-23. <https://files.eric.ed.gov/fulltext/EJ1150546.pdf>
- Jones, K. & Edwards, J. A. (2017). Planning for mathematics learning. In S. Johnstone-Wilder, C. Lee, & D. Pimm (Eds.), *Learning to teach mathematics in the secondary school: A companion to school experience*. Abingdon: Routledge. 4<sup>th</sup> edition (pp. 70-91).
- Leitzke, B. da S., & Pergher, R. (2013). *Modelagem matemática de robôs através de transformações lineares*. Anais do XI Encontro Nacional de Educação Matemática. [https://www.sbembrasil.org.br/files/XIENEM/pdf/2469\\_1275\\_ID.pdf](https://www.sbembrasil.org.br/files/XIENEM/pdf/2469_1275_ID.pdf)
- Lesh, R., Hoover, M., Hole, B., Kelly, A., Post, T. (2000). Principles for developing thought-revealing activities for students and teachers. *Research design in Mathematics and Education*, 591-646.
- Levy, R., Zbiek, R. M., Galluzzo, B., Long, M. (2016). GAIMME: Guidelines for Assessment and Instruction in Mathematical Modeling Education. *Consortium of Mathematics and its Applications. National Council for Teachers of Mathematics*. Chapter 2, 23-45. [https://www.comap.com/images/resources/free\\_resources/GAIMME\\_Report.pdf](https://www.comap.com/images/resources/free_resources/GAIMME_Report.pdf)
- Lopes, N. & Bastos, A.M. (2017). La práctica de enseñanza supervisada en la formación inicial de profesores del 1º ceb: dinámicas en la UTAD. *Revista Prácticum*, 2(2) 69-83. ISSN 2530-4550. 10.24310/RevPracticumrep.v2i2.9859
- Martins, G. D. (Coord.), Gomes, C. A., Brocardo, J. M., Pedroso, J. V. (Ed.), Carrillo, J. L., Silva, L. M., Encarnação, M. M., Horta, M. J., Calçada, M. T., Nery, R. F., & Rodrigues, S. M. (2017). *Perfil dos Alunos à Saída da Escolaridade Obrigatória*.

- Lisboa: Ministério da Educação. Lisboa: Direção Geral da Educação.  
<https://www.dge.mec.pt/perfil-dos-alunos>
- Martins, H. (2023). Utilização da linguagem *Python* para desenvolver o pensamento computacional no Ensino Secundário. [Dissertação de Mestrado]. Universidade NOVA de Lisboa.
- Matos, J. F. (1998). Mathematics Learning and Modelling: Theory and Practice in Galbraith, P., Blum, W., Booker, G., Huntley, I. D. *Mathematica modelling: teaching and assessment in a technology-rich world*. Horwood series in Mathematics and Applications, 21-29.
- Mhuiri, S. N. (2022a). Designing activities, tasks and problems for Mathematical Modelling. *National Council for Curriculum Assessment*. [https://ncca.ie/media/5474/11-designing\\_activities\\_tasks\\_and\\_problems\\_mm.pdf](https://ncca.ie/media/5474/11-designing_activities_tasks_and_problems_mm.pdf)
- Mhuiri, S. N. (2022b). Supporting Mathematical Modelling in the classroom. *National Council for Curriculum Assessment*. [https://ncca.ie/media/5477/10-supporting\\_mathematical\\_modeling.pdf](https://ncca.ie/media/5477/10-supporting_mathematical_modeling.pdf)
- Moch, P. L. (2002, March). Manipulatives work! *The Educational Forum*, 66(1), 81–87.  
<https://doi.org/10.1080/00131720108984802>
- Mónico, L., Alferes, V., Castro, P. A., & Parreira, P. M. (2017). A Observação Participante enquanto metodologia de investigação qualitativa. *Investigação qualitativa em ciências sociais*, 3(1), 972-978.
- Moyer, P. S. (2001). Are we having fun yet? How teachers use manipulatives to teach mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 47(2), 175-197.  
[https://digitalcommons.usu.edu/cgi/viewcontent.cgi?article=1054&context=teal\\_fac\\_pub](https://digitalcommons.usu.edu/cgi/viewcontent.cgi?article=1054&context=teal_fac_pub)
- Niss, M. (2011). The Danish KOM Project and possible consequences for teacher Education. *Cuadernos de investigación y formación em Educación Matemática*. Año 6. Número 9, 13-24.
- OCDE (2019), *A Flying Start: Improving Initial Teacher Preparation Systems*, OECD Publishing, Paris. <https://doi.org/10.1787/cf74e549-en>.
- OCDE. (2018). PISA 2022 Mathematics Framework (Draft).
- OCDE. (2022). How the European schools compare internationally. PISA for Schools.
- OCDE. (2023). PISA 2022 Results: The state of Learning and equity in Education. Volume 1.

- OCDE. (2023a). OECD Future of Education and Skills 2030. OCDE Learning Compass 2030. [https://issuu.com/OCDE\\_publishing/docs/e2030-learning\\_compass\\_2030-concept\\_notes?fr=xKAE9\\_zU1NQ](https://issuu.com/OCDE_publishing/docs/e2030-learning_compass_2030-concept_notes?fr=xKAE9_zU1NQ)
- OCDE. (2024). An Evolution of Mathematics Curriculum: where it was, where it stands and where is it going.
- Oliveira, A. (2024). O PC e a Capacidade de Resolução de Problemas – um Estudo no 1.º Ano do Ensino Básico. [Tese de Mestrado, Instituto Politécnico de Viana do Castelo] [http://repositorio.ipv.pt/bitstream/20.500.11960/4104/1/Antonio\\_Oliveira.pdf](http://repositorio.ipv.pt/bitstream/20.500.11960/4104/1/Antonio_Oliveira.pdf)
- Polya, G. (1962). *Mathematical discovery, 1962*. John Wiley & Sons.
- Rodrigues, M. M. (2020). Modelagem matemática da voz, trigonometria e robótica: atividades interativas. [Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Uberlândia]. Repositório Institucional UFU. <http://doi.org/10.14393/ufu.di.2020.367>
- Schichl, H. (2004). Models and the History of Modeling. In *Modeling languages in mathematical optimization* (pp. 25-36). Boston, MA: Springer US.
- Silva, J. C. (Coordenador), Rodrigues, A., Domingos, A., Albuquerque, C., Cruchinho, C., Martins, H., Almiro, J., Gabriel, L., Martins, M. E. G., Santos, M. T., Filipe, N., Correia, P., Espadeiro, R. G., & Carreira, S. (2023). *Aprendizagens essenciais de Matemática A – 10.º ano*. Lisboa: Ministério da Educação. Lisboa: Direção Geral da Educação.
- Smeplass, E., & Leiulfstrud, H. (2022). A widening gap between official teacher training and professional life in Norway. *Interchange*, 53(2), 151-165. <https://link.springer.com/article/10.1007/s10780-021-09445-1>
- Spradley, J. P. (1980). *Participant observation*. Holt, Rinehart and Winston
- Stohlmann, M.S. (2017). Mathematical Modeling with Middle School Students: The Robot Art Model-Eliciting Activity. *European Journal of STEM Education*, 2(2), 4. <https://doi.org/10.20897/ejsteme.201704>
- Teagle, D., Godbold, L., Malkevitch, J., Kooij, H. (2016). GAIMME: Guidelines for Assessment and Instruction in Mathematical Modeling Education. *Consortium of Mathematics and its Applications*. National Council for Teachers of Mathematics. Chapter 3, 45-71. [https://www.comap.com/images/resources/free\\_resources/GAIMME\\_Report.pdf](https://www.comap.com/images/resources/free_resources/GAIMME_Report.pdf)
- Universidade da Madeira. (2021). *Regulamento da Prática de Ensino Supervisionada dos Mestrados em Ensino da Universidade da Madeira*. Universidade da Madeira. <https://www.uma.pt/regulamentos/>

- Voskoglou, Michael. (2021). Problem Solving and Mathematical Modelling. *American Journal of Educational Research*. 10.12691/education-9-2-6
- Zbiek, R. M., Peters, S. A., Galluzzo, B., & White, S. J. (2024). Secondary mathematics teachers learning to do and teach mathematical modeling: a trajectory. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 27(1), 55-83. <https://doi.org/10.1007/s10857-022-09550-7>

## 7 Anexos

### Anexo 1

XXX, Maria Isabel Diaz Andrade e XXX

Alunas do Mestrado em Ensino da Matemática no 3º Ciclo do Ensino Básico e Secundário  
Universidade da Madeira

Ex.mo Senhor Presidente do Conselho Executivo da  
Escola B+S Dr. Ângelo Augusto da Silva

Dr. XXX

No âmbito do Mestrado em Ensino de Matemática no 3.º Ciclo do Ensino Básico e no Secundário, da Universidade da Madeira, encontramos-nos, no presente ano letivo 2024/2025, a realizar a Prática de Ensino Supervisionada, na disciplina de Matemática, na turma X do 10.º ano, sob a supervisão da Profª XXX, professora de Matemática titular desta turma, na Vossa instituição.

Com vista à elaboração do relatório final da Prática de Ensino Supervisionada (estágio profissional) que incidirá sobre as aulas lecionadas, vimos solicitar a Vossa autorização para a realização de uma recolha de dados, através de registos escritos, áudio/vídeo/fotográficos de alguns momentos das aulas e, eventualmente, da realização de entrevistas breves aos alunos de carácter informativo sobre os trabalhos produzidos em aula.

Todo o nosso trabalho será supervisionado pelas Profª XXX (orientadora cooperante) e Profª XXX (professora supervisora) e todos os direitos e interesses dos alunos serão salvaguardados e respeitados. A fim de preservar a integridade dos alunos, e assegurando a melhor ética profissional, a identidade destes será preservada e a informação recolhida será utilizada apenas no âmbito do nosso trabalho académico.

Agradecemos desde já a Vossa colaboração e todas as oportunidades formativas que, como estudantes e futuras professoras, nos estão a ser proporcionadas na Vossa instituição. Juntamos em anexo o pedido de autorização a entregar aos encarregados de educação dos alunos da turma onde o nosso trabalho vai incidir.

Funchal, \_\_\_\_\_ de outubro de 2024

Atenciosamente,

As professoras estagiárias,

---

---

---

## Anexo 2

XXX, Maria Isabel Diaz Andrade e XXX

Alunas do Mestrado em Ensino da Matemática no 3º Ciclo do Ensino Básico e Secundário  
Universidade da Madeira

Exmo.(a) Senhor(a) Encarregado(a) de Educação

No âmbito do Mestrado em Ensino de Matemática no 3.º Ciclo do Ensino Básico e no Secundário, da Universidade da Madeira, encontramos-nos a realizar a Prática de Ensino Supervisionada (estágio profissional), na turma do seu educando, sob a supervisão da Profª XXX, professora de Matemática titular da turma. Com vista à elaboração do relatório final da Prática de Ensino Supervisionada, será necessário proceder à recolha de alguns elementos relativos às atividades de ensino-aprendizagem. Neste sentido, vimos solicitar a autorização para a participação do seu educando neste trabalho que se integra nas atividades normais da disciplina e requer a recolha de trabalhos escritos durante as aulas, de eventuais registos áudio/vídeo/fotográficos de alguns momentos das aulas e, eventualmente, na realização de pequenas entrevistas de carácter informativo sobre os trabalhos produzidos em sala de aula.

Todo o trabalho será supervisionado pelas Profª XXX (orientadora cooperante) e Profª XXX (professora supervisora) e todos os direitos e interesses dos alunos serão salvaguardados e respeitados. Será garantido o anonimato da identidade do seu educando, garantindo, sob compromisso de honra que a informação recolhida será utilizada apenas no âmbito do nosso trabalho académico. Desta forma, apelamos à sua colaboração, permitindo a participação do seu educando.

Atenciosamente

As professoras estagiárias,

---

---

---

Eu, Encarregado de Educação do(a) aluno(a) \_\_\_\_\_  
n.º \_\_\_ da Turma do 10.º X, autorizo o(a) meu(minha) educando(a) a participar no estudo  
supracitado.

Assinatura: \_\_\_\_\_ Data: \_\_\_ / 10 / 2024

### Anexo 3

XXX, Maria Isabel Diaz Andrade e XXX

Alunas do Mestrado em Ensino da Matemática no 3º Ciclo do Ensino Básico e Secundário  
Universidade da Madeira

Ex.mo Senhor Presidente do Conselho Executivo da  
Escola B+S Gonçalves Zarco  
Dr. XXX

No âmbito do Mestrado em Ensino de Matemática no 3.º Ciclo do Ensino Básico e no Secundário, da Universidade da Madeira, encontramos-nos, no presente ano letivo 2024/2025, a realizar a Prática de Ensino Supervisionada, na disciplina de Matemática, na turma X do 8.º ano, sob a supervisão da Profª XXX, professora de Matemática titular desta turma, na Vossa instituição.

Com vista à elaboração do relatório final da Prática de Ensino Supervisionada (estágio profissional) que incidirá sobre as aulas lecionadas, vimos solicitar a Vossa autorização para a realização de uma recolha de dados, através de registos escritos, áudio/vídeo/fotográficos de alguns momentos das aulas e, eventualmente, da realização de entrevistas breves aos alunos de carácter informativo sobre os trabalhos produzidos em aula.

Todo o nosso trabalho será supervisionado pelas Profª XXX (orientadora cooperante) e Profª XXX (professora supervisora) e todos os direitos e interesses dos alunos serão salvaguardados e respeitados. A fim de preservar a integridade dos alunos, e assegurando a melhor ética profissional, a identidade destes será preservada e a informação recolhida será utilizada apenas no âmbito do nosso trabalho académico.

Agradecemos desde já a Vossa colaboração e todas as oportunidades formativas que, como estudantes e futuras professoras, nos estão a ser proporcionadas na Vossa instituição. Juntamos em anexo o pedido de autorização a entregar aos encarregados de educação dos alunos da turma onde o nosso trabalho vai incidir.

Funchal, \_\_\_\_\_ de outubro de 2024

Atenciosamente,  
As professoras estagiárias,

\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

#### Anexo 4

XXX, Maria Isabel Diaz Andrade e XXX

Alunas do Mestrado em Ensino da Matemática no 3.º Ciclo do Ensino Básico e Secundário  
Universidade da Madeira

Exmo.(a) Senhor(a) Encarregado(a) de Educação

No âmbito do Mestrado em Ensino de Matemática no 3.º Ciclo do Ensino Básico e no Secundário, da Universidade da Madeira, encontramos-nos a realizar a Prática de Ensino Supervisionada (estágio profissional), na turma do seu educando, sob a supervisão da Prof<sup>ª</sup> XXX, professora de Matemática titular da turma. Com vista à elaboração do relatório final da Prática de Ensino Supervisionada, será necessário proceder à recolha de alguns elementos relativos às atividades de ensino-aprendizagem. Neste sentido, vimos solicitar a autorização para a participação do seu educando neste trabalho que se integra nas atividades normais da disciplina e requer a recolha de trabalhos escritos durante as aulas, de eventuais registos áudio/vídeo/fotográficos de alguns momentos das aulas e, eventualmente, na realização de pequenas entrevistas de carácter informativo sobre os trabalhos produzidos em sala de aula.

Todo o trabalho será supervisionado pelas Prof<sup>ª</sup> XXX (orientadora cooperante) e Prof<sup>ª</sup> XXX (professora supervisora) e todos os direitos e interesses dos alunos serão salvaguardados e respeitados. Será garantido o anonimato da identidade do seu educando, garantindo, sob compromisso de honra que a informação recolhida será utilizada apenas no âmbito do nosso trabalho académico. Desta forma, apelamos à sua colaboração, permitindo a participação do seu educando.

Atenciosamente

As professoras estagiárias,

---


---

---

Eu, Encarregado de Educação do(a) aluno(a) \_\_\_\_\_  
n.º \_\_\_ da Turma do 8.º X, autorizo o(a) meu(minha) educando(a) a participar no estudo  
supracitado.

Assinatura: \_\_\_\_\_ Data: \_\_\_ / 10 / 2024

## Anexo 5

	<b>Nome:</b> _____
<b>Escola Básica e Secundária Dr. Ângelo Augusto da Silva Ficha de trabalho nº 12</b>	<b>Nº _____ ° Ano / Turma: _____ Data: 11 / 02 / 2025</b>
<b>Disciplina: Matemática A</b>	<b>Professoras:</b>


**Tarefa 1:** Uma empresa de produção automóvel está, presentemente, a fazer testes de prototipagem de um novo modelo automóvel. O protótipo do novo modelo está sendo submetido a um teste no qual se analisa o seu desempenho num trajeto reto horizontal, ao nível da distância percorrida, quando se produzem oscilações nas rotações do motor e na sua potência. A equipa de testes precisa investigar:

1. como se relaciona a distância percorrida,  $d$ , com as rotações do motor,  $r$ ?
2. como determinar a velocidade do protótipo,  $v$ , num determinado intervalo de tempo,  $t$ , em segundos?
3. Sabendo que o protótipo percorre um trajeto reto a uma determinada velocidade,  $v$ , como determinar a distância percorrida num dado instante,  $t$ ?

**Passo 1:** Construir o protótipo que a empresa está a usar nos seus testes.

**Passo 2:** Efetuar os testes pedidos e investigar sobre o solicitado.

## Anexo 6

 <p><b>Escola Básica e Secundária</b> <b>Dr. Ângelo Augusto da Silva</b> <b>Guião “Desempenho de Sistemas Autónomos”</b></p> <p><b>Disciplina: Matemática A</b></p>	<p><b>Nome:</b></p> <p>_____</p> <p><b>Nº</b> ____ <b>º Ano / Turma:</b> ____ <b>Data:</b> 11/ 03 / 2025</p> <p><b>Professoras:</b></p>
--	---

### Desempenho de Sistemas Autónomos

“Nos últimos 5 anos, tem havido quase quatro mil acidentes envolvendo carros autónomos. A nossa empresa quer reduzir esse número a zero. Para isso, precisamos compreender como funciona o sistema de prevenção de acidentes”.

As equipas de testes precisam investigar:

1. Como determina o sistema de travagem quando agir ao deparar-se com um obstáculo na via?
2. Como atua o sistema de navegação para obter maior eficiência durante um percurso?
3. Como reage o sistema de travagem em diferentes condições (inclinações, superfícies,...)?

As equipas de teste devem:

1. Efetuar os testes pedidos, investigar sobre o solicitado, levantar e testar hipóteses, organizar todo o procedimento.
2. Apresentar às outras equipas de testes as experiências feitas e os resultados obtidos, e reportar os resultados, na forma de PPT, no Google Classroom.

**No relatório (apresentação em PPT a entregar no Classroom), as equipas de testes devem incluir as seguintes informações:**

- Nome dos integrantes da equipa e dos membros do Executivo da empresa (as professoras);
- Todos os dados recolhidos devem estar presentes no documento a entregar no Classroom;
- Todas as hipóteses e observações que acharem relevantes devem estar presentes nesse documento;
- Devem justificar o porquê das experiências feitas;
- Cada equipa deve tentar generalizar os seus resultados para diferentes situações.

**Para as apresentações, devem considerar que:**

- Um representante de cada equipa apresentará aos colegas;
- As apresentações devem durar, no máximo, 10 minutos;
- A apresentação das experiências e resultados deve ser clara, uma vez que os outros grupos não fizeram as mesmas experiências, por isso, pode ser relevante apresentar imagens, vídeos e outros recursos que acharem necessário.

