

# Modelação e Estudo Paramétrico do Comportamento de Vigas de Betão Armado com Varões de GFRP

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

**Gilberto José da Silva Laranja**

MESTRADO EM ENGENHARIA CIVIL



UNIVERSIDADE da MADEIRA

*A Nossa Universidade*

[www.uma.pt](http://www.uma.pt)

Novembro | 2010

## Júri

- Presidente: Prof. Dra. Nelli Aleksandrova  
Auxiliar da Universidade da Madeira
- Vogal: Prof. Dr. João Pedro Ramôa Ribeiro Correia  
Auxiliar do Instituto Superior Técnico
- Orientador: Prof. Dr. Paulo Miguel de Macedo França  
Auxiliar da Universidade da Madeira



# **Agradecimentos**

Agradeço, mais que tudo, à minha família por tudo o que desde sempre me proporcionaram, pela minha educação, pela minha formatura, pelo amor e carinho do ceio familiar.

Ao Professor Paulo França agradeço pela sua orientação atenciosa, pela disponibilidade de ajuda nos objectivos, pela partilha de experiência e transmissão de conhecimentos.

Aos meus colegas e amigos que me acompanharam durante toda a formatura, que com a sua camaradagem, compreensão, colaboração, persistência, sua mentalidade, contribuíram par a minha formação.

# Resumo

A introdução de um novo material para a execução de estruturas, implica um amplo estudo sobre o mesmo, para que seja aceite como um material de utilização, ou solução, corrente na engenharia civil. Os varões plásticos reforçados com fibra de vidro, GFRP, apresentam-se com diversas vantagens para uma solução de substituição das tradicionais armaduras de aço no betão armado.

Um Estado da Arte foi apurado para determinar o ponto de situação do conhecimento e dos estudos realizados por vários autores, desde o início das pesquisas até aos mais recentes estudos disponíveis.

Neste seguimento, o presente estudo incide na análise do comportamento à flexão de vigas contínuas de betão armado com varões de GFRP, submetidas a um carregamento distribuído. O trabalho realiza-se com base em 18 modelos de elementos finitos para uma análise paramétrica, sendo os parâmetros estudados, o vão, a percentagem de armadura de flexão e a esbelteza da secção. Para validação do modelo foram modeladas 7 vigas reais ensaiadas no âmbito de trabalhos de investigação de dois autores

Os resultados das modelações das análises paramétricas foram comparados com uma análise elástica e uma análise plástica, utilizando a metodologia do ACI 440.1R-06, para a carga última de dimensionamento. Outras comparações foram feitas através dos limites de deformação do EN 1992-1-1, 2004.

Analisa-se a distribuição de esforços, não elásticos, devido à perda de rigidez da viga. Os modelos das vigas mais esbeltas e com menor percentagem de armadura mostraram maior concordância com a análise realizada. As deformações comparadas com o limite  $L/250$  mostram concordância de resultados.

**Palavra Chave:** Betão armado; Vigas contínuas; Varões de GFRP; Análise Paramétrica; Modelação.

# Abstract

The introduction of a new material on the execution of structures requires some studies on it in order to make it suitable as a usable material or current Civil Engineering solution. The plastic bars reinforced with glass fiber have shown themselves as having advantages over the traditional reinforcing steel when it comes to reinforced concrete.

A 'State of Art' took place in order to show the current status of knowledge and the studies developed since the beginning of the research until the most recent available studies.

On the following of this comes an exhaustive study over the description and the behavior towards the flexion of concrete beams with GFRP bars on continuous vacuum under a dispersed loading. The study convenes on 18 modeling's through a parametrical analysis in which the parameters are: variation targets, vacuum, ratio of flexible reinforcement and slenderness of section. Towards a validation of the modeling's 7 real beams from different authors were modeled, analyzed and compared with their experimental laboratorial records.

The results on the parametrical analysis of the modeling's were compared to an elastic and plastic analysis, using the ACI 440.1R-06 methodology for the ultimate load on sizing. Other comparisons were done through the limits of deformation on EN 1992-1-1, 2004.

We find a dispersion of non-elastic efforts due to the loss of stiffness on the beam and also because of the disposition of the reinforcement area on the positive and negative moment. The beam's modeling's with slender sections and less reinforcement ratio shown the best concordance towards the present analysis.

**Key Word:** Reinforced concrete; Continuous beams, GFRP bars; Parametric analysis; Modeling.

# Índice

AGRADECIMENTOS .....	I
RESUMO .....	II
ABSTRACT .....	III
ÍNDICE .....	IV
LISTA DE FIGURAS.....	VI
LISTA DE TABELAS .....	XIII
SIMBOLOGIA.....	XV
CAPÍTULO 1 - INTRODUÇÃO.....	1
1.1 Contexto e Aspectos gerais .....	1
1.2 Objectivos.....	2
1.3 Organização da Dissertação .....	3
CAPÍTULO 2 - ESTADO DE ARTE .....	4
CAPÍTULO 3 - PROPRIEDADES DOS MATERIAIS UTILIZADOS NA MODELAÇÃO.....	12
3.1 Características do GFRP.....	12
3.2 Características do Betão .....	15
3.2.1 Betão dos modelos de validação .....	15
3.2.2 Betão dos modelos de parametrização .....	18
3.3 Aço .....	19
CAPÍTULO 4 - MODELAÇÃO NUMÉRICA E SUA VALIDAÇÃO .....	20
4.1 Técnicas interactivas para resolução .....	20
4.2 Conceitos dos modelos do programa de elementos finitos não linear.....	21
4.2.1 Modelo constitutivo SBETA.....	21
4.2.2 Armaduras longitudinais e transversais .....	23
4.2.3 Apoios e pontos de carregamento .....	24
4.3 Validação do modelo com a modelação de vigas ensaiadas em laboratório .....	25
4.3.1 Geometrias das vigas de validação .....	25
4.3.2 Elementos Macro e Malha de elementos finitos .....	28
4.3.3 Resultados das modelações das vigas de validação .....	31
4.3.4 Fendilhação em estado de serviço.....	44

4.4	Conclusões.....	45
CAPÍTULO 5 - ANÁLISE PARAMÉTRICA .....		49
5.1	Macro-elementos e elementos finitos .....	50
5.2	Geometria das vigas e armaduras longitudinais .....	51
5.3	Resultados das modelações da análise paramétrica.....	54
5.3.1	Vigas com vão de 4m.....	54
5.3.2	Vigas com vão de 5m.....	58
5.3.3	Vigas com vão de 8m.....	62
5.4	Tratamento de resultados.....	65
5.5	Conclusões.....	74
CAPÍTULO 6 - CONCLUSÕES FINAIS .....		78
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....		80
ANEXOS .....		I
ANEXO I.....		II
ANEXO II .....		IV
ANEXO III .....		VI
ANEXO IV .....		X
ANEXO V .....		XIV
ANEXO VI.....		XVIII

# Lista de Figuras

Figura 3.1 – Nervuras do varão de GFRP .....	13
Figura 3.2 – Relação constitutiva da aderência GFRP-betão .....	14
Figura 3.3 – Gráfico da relação constitutiva do varão de GFRP com o diâmetro de 8mm .....	15
Figura 3.4 – Ensaio de tracção.....	15
Figura 3.5 – Camara de video exténsometria .....	16
Figura 3.6 – Software da vídeo-extensometria com vista da monitorização do apoio central da viga.....	16
Figura 3.7 – Extensão do betão no ensaio da viga G1b.....	16
Figura 3.8 – Extensão do betão no ensaio da viga G2a .....	16
Figura 3.9 – Extensao do betão no ensaio da viga G3b.....	17
Figura 3.10 – Esquema da hipótese do estado de confinamento junto ao apoio centra..	18
Figura 4.1 – Modelo constitutivo uniaxial para tensão-extensão do betão, SBETA.....	21
Figura 4.2 – Função biaxial para a rotura do betão .....	22
Figura 4.3 – Lei exponencial da abertura de fendas .....	23
Figura 4.4 – Pormenorização do alçado comum as vigas R, G1b e G2a. Dimensões em m. ....	25
Figura 4.5 – Pormenorização das secções transversais das vigas R, G1b e G2a. Dimensões em m.....	26
Figura 4.6 – Pormenorização da viga G3b, dimensões em m.....	26
Figura 4.7 – Pormenorização do alçado comum as vigas E-1 e Ra-1, dimensões em m. ....	26
Figura 4.8 – Pormenorização das secções das vigas E-1 e Ra-1, dimensões em m. ....	26
Figura 4.9 – Pormenorização do alçado e secção da viga Ra, dimensões em m. ....	27
Figura 4.10 – Elementos Macro das vigas de validação da modelação.....	28
Figura 4.11 – Geometria do elemento finito designado CCIsoQuad.....	29
Figura 4.12 – Malha de elementos finitos refinada. ....	29
Figura 4.13 – Malha de elementos finitos adoptada. ....	29
Figura 4.14 – Gráfico dos resultados da malha mais refinada e menos refinada. ....	30
Figura 4.15 – Gráfico da relação carregamento-deslocamento da viga R. ....	32
Figura 4.16 – Gráfico das relações carregamento - reacções da viga R. ....	33

Figura 4.17 – Modo de rotura da modelação da viga R. Escala de cores indica a tensão no betão na direção x (unidades MPa) A – viga no último passo antes da rotura; B – passo após a rotura.....	33
Figura 4.18 – Gráfico da relação carregamento – deslocamento no vão para a viga G1b .....	34
Figura 4.19 – Gráfico da relação carregamento- reacções da viga G1b.....	35
Figura 4.20 – Gráfico da viga G1b para a relação carregamento - tensão nos varões .....	35
Figura 4.21 - Modo de Rotura da modelação da viga G1b. Escala de cores indica a tensão no betão na direção x. A tensão nos varões é indicada com diagrama ao longo do varao com o valor máximo (unidades MPa).....	36
Figura 4.22 – Gráfico da relação carregamento – deslocamento no vão para viga G2a	36
Figura 4.23 – Gráfico da relação carregamento - reacções da viga G2a .....	37
Figura 4.24 – Gráfico da viga G2a para a relação carregamento - tensão nos varões .....	37
Figura 4.25 – Modo de rotura da modelação da viga G2a. Escala de cores indica a tensão no betão na direção x. A tensão nos varões é indicada com diagrama ao longo do varao com o valor máximo (unidades MPa).....	38
Figura 4.26 – Gráfico da relação carregamento – deslocamento no vão para viga G3b	38
Figura 4.27 – Gráfico da relação carregamento – reacções da viga G3b .....	39
Figura 4.28 – Gráfico da viga G3b para a relação carregamento – tensão nos varões ...	39
Figura 4.29 – Modo de rotura da modelação da viga G3b. Escala de cores indica a tensão no betão na direção x. A tensão nos varões é indicada com diagrama ao longo do varao com o valor máximo (unidade MPa) .....	40
Figura 4.30 – Gráfico da relação carregamento – deslocamento no vão para viga E-1	40
Figura 4.31 – Gráfico da relação carregamento – reacções para viga E-1 .....	41
Figura 4.32 – Modo de rotura da modelação da viga E-1. Escala de cores indica a tensão no betão na direção x. A tensão nos varões é indicada com diagrama ao longo do varao com o valor máximo (unidades MPa).....	41
Figura 4.33 – Gráfico da relação carregamento – deslocamento no vão para a viga Ra-1 .....	42
Figura 4.34 – Gráfico da relação carregamento – reacções para a viga Ra-1.....	42
Figura 4.35 – Modo de rotura da modelação da viga Ra-1. Escala de cores indica a tensão no betão na direção x. A tensão nos varões é indicada com diagrama ao longo do varao com o valor máximo (unidades MPa).....	43
Figura 4.36 – Gráfico da relação carregamento – deslocamento novão para viga Rb-2	43

Figura 4.37 – Gráfico da relação carregamento – reacções para a viga Rb-2 .....	44
Figura 4.38 – Modo de rotura da modelação da viga Rb-2. Escala de cores indica a tensão no betão na direcção x. A tensão nos varões é indicada com diagrama ao longo do varão com o valor máximo (unidades MPa).....	44
Figura 4.39 – Padrão da abertura de fendas para o modelo da viga G3b, na carga de 35KN, num carregamento dentro dos patamares de serviço .....	45
Figura 4.40 – Padrão da abertura de fendas para a viga G3b experimental, na carga de 35KN, num num carregamento dentro dos patamares de serviço .....	45
Figura 5.1 – Modelo do programa ATENA com o carregamento, os pontos de monitorização e apoios. ....	50
Figura 5.2 – Elementos-macro para as vigas da modelação.....	51
Figura 5.3 – Carregamento-deslocamento para os três grupo de armadura das vigas de secção 1 e vão de 4 metros, v4-1.1, v4-1.2, v4-1.3.....	54
Figura 5.4 - Carregamento-deslocamento para os três grupo de armadura das vigas de secção 2 e vão de 4 metros, v4-2.1, v4-2.2, v4-2.3.....	55
Figura 5.5 – Comparação do carregamento-deslocamento entre as vigas de secção 1 e 2 com vão de 4m.....	56
Figura 5.6 – Comparação da evolução dos momentos flectores da viga v4-1.1, entre a modelação e valores elásticos teóricos .....	57
Figura 5.7 – Comparação da evolução das reacções da viga v4-1.1, entre a modelação e valores elásticos teóricos .....	57
Figura 5.8 – Evolução das tensões nos varões de GFRP na viga v4-1.1 .....	58
Figura 5.9 - Carregamento-deslocamento para os três grupo de armadura das vigas de secção 1 e vão de 5 metros, v5-1.1, v5-1.2, v5-1.3.....	58
Figura 5.10 - Carregamento-deslocamento para os três grupo de armadura das viga de secção 2 e vão de 5 metros, v5-2.1, v5-2.2, v5-2.3.....	59
Figura 5.11 – Comparação do carregamento-deslocamento entre as vigas de secção 1 e 2 com vão de 5m.....	60
Figura 5.12 - Comparação da evolução dos momentos flectores da viga v5-1.1, entre a modelação e valores elásticos teóricos .....	61
Figura 5.13 - Comparação da evolução das reacções da viga v5-1.1, entre a modelação e valores elásticos teóricos .....	61
Figura 5.14 - Evolução das tensões nos varões de GFRP na viga v5-1.1.....	62

Figura 5.15 - Carregamento-deslocamento para os três grupo de armadura das vigas de secção 1 e vão de 8 metros, v8-1.1, v8-1.2, v8-1.3.....	62
Figura 5.16 - Carregamento-deslocamento para os três grupo de armadura das vigas de secção 2 e vão de 8 metros, v8-2.1, v8-2.2, v8-2.3.....	63
Figura 5.17 - Comparação do carregamento-deslocamento entre as vigas de secção 1 e 2 com vão de 8m.....	64
Figura 5.18 - Comparação da evolução dos momentos flectores da viga v8-1.1, entre a modelação e valores elásticos teóricos .....	65
Figura 5.19 - Comparação da evolução das reacções da viga v8-1.1, entre modelação e valores elásticos teóricos .....	65
Figura 5.20 - Evolução das tensões nos varões de GFRP na viga v8-1.1.....	65
Figura 5.21 – Carga limite última da modelação e análises de acordo com o ACI 440.1R-06 [8].....	67
Figura 5.22 – Momentos positivos das vigas modeladas.....	68
Figura 5.23 – Momentos negativos das vigas modeladas.....	68
Figura 5.24 – Percentagem da tensão nos varões de GFRP em relação à sua capacidade máxima.....	70
Figura 5.25 – Carga para a partir do qual se verificou uma perda de regidez acentuada .....	73
Figura I.1 – Pormenorização do alçado e da secção transversal, viga “v4-1.#”, unidades em metros.....	II
Figura I.2 – Pormenorização do alçado e da secção transversal, viga “v4-2.#”, unidades em metros.....	II
Figura I.3 – Pormenorização do alçado e da secção transversal, viga “v5-1.#”, unidades em metros.....	II
Figura I.4 – Pormenorização do alçado e da secção transversal, viga “v5-2.#”, unidades em metros.....	II
Figura I.5 – Pormenorização do alçado e da secção transversal, viga “v8-1.#”, unidades em metro. ....	III
Figura I.6 – Pormenorização do alçado e da secção transversal, viga “v8-2.#”, unidades em metro. ....	III
Figura II.1 – Modelo de calculo para as vigas da modelação da análise parametrica ...	IV
Figura II.2 – Principio da análise plastica usada para o respectivo calculo da carga ultima, das vigas da analise parametrica.....	IV

Figura II.3 – Diagrama dos momentos flectores elasticos.....	IV
Figura III.1 - Comparação da evolução dos momentos flectores da viga v4-1.2, entre a modelação e valores elásticos teóricos .....	VI
Figura III.2 - Comparação da evolução das reacções da viga v4-1.2, entre a modelação e valores elásticos teóricos .....	VI
Figura III.3 - Comparação da evolução dos momentos flectores da viga v4-1.3, para a modelação e valores elásticos teóricos .....	VI
Figura III.4 - Comparação da evolução das reacções da viga v4-1.3, para modelação e valores elásticos teóricos .....	VI
Figura III.5 - Comparação da evolução dos momentos flectores da viga v4-2.1, para a modelação e valores elásticos teóricos .....	VII
Figura III.6 - Comparação da evolução das reacções da viga v4-2.1, entre a modelação e valores elásticos teóricos .....	VII
Figura III.7 - Comparação da evolução dos momentos flectores da viga v4-2.2, entre a modelação e valores elásticos teóricos .....	VII
Figura III.8 - Comparação da evolução das reacções da viga v4-2.2, entre a modelação e valores elásticos teóricos .....	VII
Figura III.9 - Comparação da evolução dos momentos flectores da viga v4-2.3, entre a modelação e valores elásticos teóricos .....	VIII
Figura III.10 - Comparação da evolução das reacções da viga v4-2.3, entre a modelação e valores elásticos teóricos.....	VIII
Figura III.11 - Evolução das tensões nos varões de GFRP na viga v4-1.2.....	VIII
Figura III.12 - Evolução das tensões nos varões de GFRP na viga v4-1.3.....	VIII
Figura III.13 - Evolução das tensões nos varões de GFRP na viga v4-2.1.....	IX
Figura III.14 - Evolução das tensões nos varões de GFRP na viga v4-2.2.....	IX
Figura III.15 - Evolução das tensões nos varões de GFRP na viga v4-2.3.....	IX
Figura IV.1 - Comparação da evolução dos momentos flectores da viga v5-1.2, entre a modelação e valores elásticos teóricos .....	X
Figura IV.2 - Comparação da evolução das reacções da viga v5-1.2, entre a modelação e valores elásticos teóricos.....	X
Figura IV.3 - Comparação da evolução dos momentos flectores da viga v5-1.3, entre a modelação e valores elásticos teóricos .....	X
Figura IV.4 - Comparação da evolução das reacções da viga v5-1.3, entre a modelação e valores elásticos teóricos.....	X

Figura IV.5 - Comparação da evolução dos momentos flectores da viga v5-2.1, entre a modelação e valores elásticos teóricos .....	XI
Figura IV.6 - Comparação da evolução das reacções da viga v5-2.1, entre a modelação e valores elásticos teóricos.....	XI
Figura IV.7 - Comparação da evolução dos momentos flectores da viga v5-2.2, entre a modelação e valores elásticos teóricos .....	XI
Figura IV.8 - Comparação da evolução das reacções da viga v5-2.2, entre a modelação e valores elásticos teóricos.....	XI
Figura IV.9 - Comparação da evolução dos momentos flectores da viga v5-2.3, entre a modelação e valores elásticos teóricos .....	XII
Figura IV.10 - Comparação da evolução das reacções da viga v5-2.3, entre modelação e valores elásticos teóricos .....	XII
Figura IV.11 – Evolução das tensões nos varões de GFRP na viga v5-1.2.....	XII
Figura IV.12 – Evolução das tensões nos varões de GFRP na viga v5-1.3.....	XII
Figura IV.13 – Evolução das tensões nos varões de GFRP na viga v5-2.1 .....	XIII
Figura IV.14 – Evolução das tensões nos varões de GFRP na viga v5-2.2.....	XIII
Figura IV.15 – Evolução das tensões nos varões de GFRP na viga v5-2.3.....	XIII
Figura V.1 - Comparação da evolução dos momentos flectores da viga v8-1.2, entre a modelação e valores elásticos teóricos .....	XIV
Figura V.2 - Comparação da evolução das reacções da viga v8-1.2, entre modelação e valores elásticos teóricos .....	XIV
Figura V.3 - Comparação da evolução dos momentos flectores da viga v8-1.3, entre a modelação e valores elásticos teóricos .....	XIV
Figura V.4 - Comparação da evolução das reacções da viga v8-1.3, entre modelação e valores elásticos teóricos .....	XIV
Figura V.5 - Comparação da evolução dos momentos flectores da viga v8-2.1, entre a modelação e valores elásticos teóricos .....	XV
Figura V.6 - Comparação da evolução das reacções da viga v8-2.1, entre modelação e valores elásticos teóricos .....	XV
Figura V.7 - Comparação da evolução dos momentos flectores da viga v8-2.2, entre a modelação e valores elásticos teóricos .....	XV
Figura V.8 - Comparação da evolução das reacções da viga v8-2.2, entre modelação e valores elásticos teóricos .....	XV

Figura V.9 - Comparação da evolução dos momentos flectores da viga v8-2.3, entre a modelação e valores elásticos teóricos .....	XVI
Figura V.10 - Comparação da evolução das reacções da viga v8-2.3, entre modelação e valores elásticos teóricos .....	XVI
Figura V.11 - Evolução das tensões nos varões de GFRP na viga v8-1.2.....	XVI
Figura V.12 - Evolução das tensões nos varões de GFRP na viga v8-1.3.....	XVI
Figura V.13 - Evolução das tensões nos varões de GFRP na viga v8-2.1.....	XVII
Figura V.14 - Evolução das tensões nos varões de GFRP na viga v8-2.2.....	XVII
Figura V.15 - Evolução das tensões nos varões de GFRP na viga v8-2.3.....	XVII
Figura VI.1 - Padrão de fendilhação da viga v4-1.1 para a combinação rara.....	XVIII
Figura VI.2 - Padrão de fendilhação da viga v4-1.2 para a combinação rara.....	XVIII
Figura VI.3 - Padrão de fendilhação da viga v4-1.3 para a combinação rara.....	XVIII
Figura VI.4 - Padrão de fendilhação da viga v4-2.1 para a combinação rara.....	XVIII
Figura VI.5 - Padrão de fendilhação da viga v4-2.2 para a combinação rara.....	XVIII
Figura VI.6 - Padrão de fendilhação da viga v4-2.3 para a combinação rara.....	XVIII
Figura VI.7 - Padrão de fendilhação da viga v5-1.1 para a combinação rara.....	XVIII
Figura VI.8 - Padrão de fendilhação da viga v5-1.2 para a combinação rara.....	XIX
Figura VI.9 - Padrão de fendilhação da viga v5-1.3 para a combinação rara.....	XIX
Figura VI.10 - Padrão de fendilhação da viga v5-2.1 para a combinação rara.....	XIX
Figura VI.11 - Padrão de fendilhação da viga v5-2.2 para a combinação rara.....	XIX
Figura VI.12 - Padrão de fendilhação da viga v5-2.3 para a combinação rara.....	XIX
Figura VI.13 - Padrao de fendilhação da viga v8-1.1 para a combinação rara.....	XIX
Figura VI.14 - Padrão de fendilhação da viga v8-1.2 para a combinação rara.....	XIX
Figura VI.15 – Padrao de fendilhação da viga v8-1.3 para a combinação rara.....	XIX
Figura VI.16 – Padrão de fendilhação da viga v8-2.1 para a combinação rara.....	XX
Figura VI.17 – Padrão de fendilhação da viga v8-2.2 para a combinação rara.....	XX
Figura VI.18 – Padrão de fendilhação da viga v8-2.3 para a combinação rara.....	XX

# Lista de Tabelas

Tabela 2.1- Características das fibras de vidro utilizadas no fabrico de varões de GFRP .....	4
Tabela 3.1 – Propriedades mecânicas dos varões .....	12
Tabela 3.2 – Outras características físico-químicas dos varões.....	13
Tabela 3.3 – Geometria das nervuras do varão.....	13
Tabela 3.4 – Tensão de dimensionamento da aderência do varão GFRP ao betão .....	14
Tabela 3.5 – Valores característicos do betão das vigas experimentais de Santos .....	15
Tabela 3.6 – Valores característicos do betão das vigas experimentais de Matos.....	17
Tabela 3.7 – Valores da tensão do betão para betão cintado. ....	18
Tabela 3.8 – Valores característicos do betão para a parametrização. ....	18
Tabela 4.1– Parâmetros da interface nos apoios .....	25
Tabela 4.2 – Designação das vigas e respectivos autores .....	25
Tabela 4.3 – Resumo das armaduras das vias de validação.....	27
Tabela 4.4 – Dimensões para chapas das vigas de validação. ....	28
Tabela 4.5 – Elementos Macro respectivos das vigas modeladas .....	28
Tabela 4.6 – Materiais respectivos aos elementos macro .....	29
Tabela 4.7 – Resultados de comparação das malhas de elementos finitos. ....	30
Tabela 4.8 – Dimensões dos elementos finitos.....	31
Tabela 4.9 – Abertura máxima de fendas, experimental e modelos .....	45
Tabela 4.10 – Comparação dos dados da modelação com os dados experimentais, para deformação, carga última e reacções .....	46
Tabela 4.11 – Comparação das tensões nos varoes de GFRP. ....	48
Tabela 5.1 – Valores de percentagens de armaduras longitudinais. ....	49
Tabela 5.2 – Percentagens da armadura de estribos para as modelações .....	49
Tabela 5.3 – Geometria das secções transversais .....	51
Tabela 5.4 – Área de armadura longitudinal e respectivas percentagens de armadura ..	52
Tabela 5.5 – Pormenorização das armaduras nas secções .....	53
Tabela 5.6 - Comparação das deformadas entre os 3 grupos de armaduras, para a secção 1 das vigas com 4m de vão .....	54
Tabela 5.7 - Comparação das deformadas entre os 3 grupos de armaduras, para a secção 2 das vigas com 4m de vão .....	55

Tabela 5.8 – Comparação da carga última e deformação das vigas com secções 1 e 2 e vão de 4m.....	56
Tabela 5.9 - Comparação das deformadas entre os 3 grupos de armaduras, para a secção 1 das vigas com 5m de vão .....	59
Tabela 5.10 - Comparação das deformadas entre os 3 grupos de armaduras, para a secção 1 das vigas com 5m de vão .....	59
Tabela 5.11 - Comparação da carga última e deformação entre as secções 1 e 2 para as vigas de vão 5m .....	60
Tabela 5.12 - Comparação das deformadas entre os 3 grupos de armaduras, para a secção 1 das vigas com 8m de vão .....	62
Tabela 5.13 - Comparação das deformadas entre os 3 grupos de armaduras, para a secção 2 das vigas com 8m de vão .....	63
Tabela 5.14 - Comparação da carga última e deformação entre as secções 1 e 2 para as vigas de vão 8m .....	64
Tabela 5.15 – Valores da carga limite última das vigas para a modelação e segundo metodologia de cálculo do ACI 440.1R-06 [8].....	66
Tabela 5.16 – Momentos flectores resultantes da modelação e momento flector resistente da secção, segundo ACI 440.1R-06 [8] .....	69
Tabela 5.17 – Comparação do peso próprio e carga última entre as secções 1 e 2 .....	70
Tabela 5.18 – Tensões instaladas nos varões de GFRP e percentagem de tensão utilizada.....	71
Tabela 5.19 – Comparação das deformações no vão para a combinação rara.....	72
Tabela 5.20 – Abertura de fendas máximas dos modelos.....	74
Tabela II.1 – Parâmetros utilizados para o cálculo do momento resistente das secções, segundo ACI 440.1R-06 [8] .....	V

# Simbologia

$\varepsilon^{eq}$	Extensão equivalente do betão
$\sigma_{c1}$	Tensão principal da direcção 1 no betão
$\sigma_{c2}$	Tensão principal da direcção 2 no betão
$\sigma_c^{ef}$	Tensão de compressão efectiva do betão
$A_c$	Área de secção de betão
$A_f$	Área de secção do GFRP
$A_s$	Área de secção do aço
$b_f$	Largura do banzo da secção
$b_w$	Largura da alma da secção
$d$	Altura útil da secção
$E_c$	Módulo de elasticidade do betão
$E_f$	Módulo de elasticidade do varão de GFRP
<i>ELS</i>	Estado limite de serviço
<i>ELU</i>	Estado limite último
$f_{bod}$	Resistência de dimensionamento da ligação varão-betão do GFRP
$f_{c,c}$	Resistência do betão confinado à compressão
$f_{ck}$	Resistência característica do betão à compressão
$f_{cm}$	Resistência média do betão a compressão
$f_{cm,c}$	Resistência média do betão a compressão em confinamento
$f_{ct}$	Resistência de tracção do betão
$f_{fd}$	Resistência de tracção de dimensionamento do GFRP
$f_{fk}$	Resistência de tracção característica do varão de GFRP
$f_{fu}$	Resistência última de cálculo do varão de GFRP à tracção
$f_{yd}$	Resistência de dimensionamento para o aço
$G_f$	Energia de fractura
$h$	Altura da secção
$h_f$	Altura do banzo da secção
$M-$	Momento flector negativo

$M+$	Momento flector positivo
$M_n$	Momento resistente, segundo ACI 440.1R-06
$\emptyset$	Diâmetro
$w$	Abertura de fendas
$\gamma$	Densidade
$\epsilon_c$	Extensão no betão
$\epsilon_{c,c}$	Extensão do betão confinado em compressão
$\epsilon_{cu}$	Extensão última do betão
$\epsilon_{cu,c}$	Extensão última do betão confinado em compressão
$\epsilon_f$	Extensão do varão de GFRP
$\rho_f$	Percentagem de armadura
$\rho_{fb}$	Percentagem de armadura em equilíbrio com área de betão

# Capítulo 1

## Introdução

### 1.1 Contexto e aspectos gerais

Na actualidade existe a necessidade de explorar novos materiais para elementos estruturais. Com um maior número de materiais desenvolvidos pode-se solucionar as mais diversas exigências e obstáculos que ocorrem no mundo da Engenharia Civil. A fiabilidade e a produtividade de um material dependem dos trabalhos de investigação efectuados ao nível do seu comportamento e na sua aplicação com outros materiais correntes. Estes estudos, realizados ao longo dos anos, poderão contribuir para o aperfeiçoamento de novas especificações de aplicação ou de normas de projecto.

Os varões de fibra de vidro, normalmente designados por GFRP, *Glass Fiber Reinforced Polymer*, têm vindo a ganhar terreno como uma solução para armadura de estruturas de betão.

A preocupação económica na concepção das estruturas é uma realidade que obriga uma eficiente escolha dos materiais mais adequados para uma maior durabilidade e reduzir os custos de manutenção. A vulnerabilidade das armaduras de aço à corrosão tem sido uma das fortes razões para o impulsionamento do GFRP. A imunidade do GFRP à corrosão proporciona uma boa solução para substituição das armaduras de aço. O baixo peso volúmico do GFRP também é um ponto forte deste material.

O avanço tecnológico a nível informático, proporcionou ao universo da engenharia uma ferramenta muito útil que foi a modelação numérica através de elementos finitos (EF). O uso da modelação numérica tem uma grande aplicação, pois pode ser usada em diversas análises estruturais, ajudando na melhor compreensão dos comportamentos das estruturas. Os modelos para serem fiáveis necessitam de um processo de validação com estruturas reais ensaiadas em laboratório. As modelações numéricas proporcionam vantagens na realização de análises paramétricas em elementos estruturais, com ganhos a nível de tempo e de custos reduzidos.

A análise linear em vastos casos de estruturas é aceitável, mas para uma melhor reprodução e compreensão do comportamento deve-se ter em conta a não linearidade. A não linearidade pode ser ao nível da relação constitutiva do material e a deformação [1].

## 1.2 Objectivos

O principal objectivo desta dissertação é o estudo do comportamento à flexão de vigas de betão armado com varões de GFRP. Diversos estudos foram realizados com apenas três ou quatro pontos de apoio em vigas simplesmente apoiadas e em vãos relativamente pequenos. Assim, pretende-se estudar o comportamento em vigas contínuas sujeitas a cargas distribuídas.

Um objectivo complementar foi a pesquisa de estudos científicos elaborados ao longo dos últimos anos, no campo da aplicação deste material em estruturas de betão armado. Pretendeu-se fazer um ponto de situação para poder dar continuidade aos estudos do comportamento deste material e explorar novos aspectos.

Ambiciona-se explorar a pequena capacidade de plastificação do betão e do confinamento criado na zona de apoio de continuidade, observando-se a possível redistribuição de esforços.

Efectuou-se a modelação de quatro vigas ensaiadas em laboratório por Santos [2] e de três vigas ensaiadas por Matos [3]. Através destas, pretendeu-se uma validação das demais modelações e uma melhor percepção do comportamento destas vigas.

Depois da validação dos modelos, fez-se um estudo paramétrico com vigas à escala de estruturas correntes, com a parametrização a recair sobre três diferentes parâmetros: os vãos, as percentagens de armadura e as esbeltezas das vigas. Apresentando-se os resultados com comparação a formulações e normas de dimensionamento.

Um último objectivo a atingir é poder contribuir para futuras formulações de dimensionamento de estruturas de betão armado com varões de GFRP.

### **1.3 Organização da Dissertação**

Esta dissertação está organizada em 6 capítulos. No capítulo 1 apresenta-se uma breve introdução sobre o tema e os objectivos do trabalho. Por fim, apresentam-se os sumários do conteúdo de cada capítulo.

No Capítulo 2 apresenta-se o estado da arte dos estudos científicos realizados na área da aplicação dos varões de GFRP, abordando-se resumidamente os aspectos focados pelos autores e as suas conclusões.

No Capítulo 3 descrevem-se as características dos materiais envolvidos no presente estudo.

No Capítulo 4 apresenta-se conceitos dos modelos usados pelo software ATENA. Mostra-se as modelações de validação das 7 vigas ensaiadas em laboratório. Apresenta-se os resultados das modelações de validação com comparação entre os resultados numéricos e os valores experimentais.

No Capítulo 5 realiza-se toda a análise paramétrica, através dos 18 modelos e apresentam-se os resultados em conjunto com os dimensionamentos das vigas, baseados em códigos e normas de dimensionamento.

No Capítulo 6 debatem-se as conclusões tiradas durante a realização do presente trabalho científico e apresentam-se, comentários, considerações finais e possíveis sugestões para futuras investigações.

Nos Anexos reúnem-se as geometrias dos alçados das vigas modeladas, os princípios de cálculo utilizados para as análises elásticas e plásticas, os restantes resultados das modelações da análise paramétrica e os padrões de fendilhação dos modelos das vigas.

## Capítulo 2

### Estado da Arte

A fibra de vidro é um material que apresenta uma alta capacidade resistente à tracção, no sentido longitudinal das suas fibras. Estas fibras impregnadas com resina formam um varão que proporciona uma nova solução para armaduras de estruturas de betão armado. As características das fibras utilizadas no fabrico de varões de GFRP estão presentes na Tabela 2.1, [4,5].

**Tabela 2.1- Características das fibras de vidro utilizadas no fabrico de varões de GFRP [4,5]**

Material	Peso volúmico	Tensão de tracção	Tensão de compressão	Módulo de elasticidade	Coefficiente de Poisson
	g/m <sup>3</sup>	MPa	MPa	GPa	-
Vidro-E	1,99	3500-3600	500	74-75	0,2
Vidro-S	1,99	4900	500	87	0,22

A introdução da fibra de vidro como armadura de estruturas de betão teve início nos anos de 1950's [4], a partir daí desenvolvendo as diversas formas de aplicação até aos varões actualmente utilizados [4]. No início da aplicação do material verificou-se a necessidade de iniciar pesquisas a nível do seu comportamento, sendo realizadas pesquisas por todo o mundo. Datando-se o inicio desses estudos nos anos 60's nos EUA e anos 80's na Europa e Japão 80's [6,7].

Trabalhos científicos com testes laboratoriais surgem aumentando o conhecimento nesta área, são publicados códigos de dimensionamento, ou simplesmente manuais, por alguns institutos de estruturas de betão. Alguns documentos de referência na área da aplicação do GFRP são o ACI 440.1R-06 [8], ACI 440R-96 [4] nos EUA, ISIS Design Manual No.3 [5] no Canada, Fib Bulletin No. 40 [9] na Europa. Estes documentos apresentam formulações de cálculo e considerações para o cálculo de elementos estruturais de betão armado utilizando os varões de GFRP, também apresentando características particulares do material.

Sendo uma área com potencial crescimento, vários investigadores realizam diversas pesquisas. Foram apresentados diversos artigos científicos, muitos deles de testes

laboratoriais e respectivos resultados, abordando os vários pontos a considerar no dimensionamento com GFRP. A flexão de vigas simplesmente apoiadas foi muito estudada por vários autores. A generalidade dos estudos foram realizados com vigas simplesmente apoiadas submetidas a quatro pontos de aplicação de forças, duas reacções e duas cargas concentradas, com uma zona de flexão pura a meio vão, o vão de esforço transversal destas vigas foi armado com estribos de aço devido a dificuldade de preparação de estribos com GFRP.

Os seguintes autores apresentaram trabalhos experimentais com as características referidas. Aborda-se primeiramente os estudos mais recentes que avaliam o comportamento das vigas à flexão, seguindo-se de autores com estudos datados antes do ACI 440.1R-03, onde os estudos anteriores ao ACI 440.1R-03 indicam alguns ajustes à formulação do mesmo. São apresentados autores com estudos sobre a fendilhação e contribuição da tensão de tracção do betão na rigidez das vigas, estudos com testes de *pull-out*, para avaliar a ligação betão varão, e ainda estudos de durabilidade realizados a varões de GFRP.

Barris *et al.*[10] investigaram várias vigas simplesmente apoiadas, com secção rectangular, variando os parâmetros de percentagem de armadura de flexão e altura útil. O trabalho experimental monitorizou a linha neutra, através de extensómetros no betão, e a extensão do GFRP, com extensómetros ao longo do vão. A deformação prevista no estado de serviço mostrou concordância com o resultado experimental e para o estado limite último houve uma subestimação deste valor. Os autores utilizaram várias aproximações de diferentes normas (ACI 440.1R-06, CSA-S806-02, EC2) para previsões das deformações e cargas últimas, onde estes subestimaram os valores experimentais da carga última. A ligação betão-varão nos ensaios das vigas mostrou-se com boa ligação, próxima à ligação apresentada pelos varões de aço. O autor usou varões da Schock Combar neste estudo.

Tavares [6] e Tavares *et al* [11] utilizaram o ACI 440.1R-03 e ACI 318-1994 para dimensionamento e para suas previsões. Foram ensaiadas vigas simplesmente apoiadas e algumas das quais com dois níveis de armadura. As vigas de GFRP foram dimensionadas com resistência e deformação equivalente, respectivamente à viga de referência armada com aço. Os resultados obtidos revelaram uma carga inferior para os

deslocamentos iguais à viga de referência. Na conclusão do trabalho foi proposto um dimensionamento baseado a partir do estado limite de serviço.

Al-Sunna et al. [12] estudou vigas armadas com GFRP comparado-as com uma viga de referência armada com aço. Produziu vigas com igual área de armadura e vigas com igual rigidez da armadura, comparativamente à viga de referência com armadura em aço. As previsões das deformações das vigas foram segundo o ACI 440.1R-03, ACI 318-02 e uma equação alterada de Benmokrane *et al* (1996). Concluiu que a equação proposta por ACI 440.1R-03 não mostrou uma proximidade da previsão para todos os casos que estudou. Este propôs uma equação mais geral, mais ainda necessitando de mais pesquisa para seus coeficientes. O autor para uma observação mais precisa da tensão instalada nos varões criou uma fenda artificial, no meio vão, medindo a extensão no mesmo local através de um extensômetro. Também foram medidas extensões na fibra mais comprimida do betão.

Os parâmetros estudados por Ashour [13] foram a altura útil e percentagem de armadura. O cálculo do momento flector resistente da viga foi calculado por compatibilidade de extensões e equilíbrio das forças. Para as vigas ensaiadas o autor observou o padrão de fendilhação, a deformação a meio vão e o tipo de rotura das vigas, pelo esmagamento do betão ou pela rotura do varão. Resultados de outros autores foram analisados para comparação dos seus resultados. Conclui que os métodos de previsão da deformação foram satisfatórios em relação aos testes experimentais realizados. Já para a capacidade resistente do esforço transversal mostrou que existiu pouca concordância, para as previsões dos modelos. A capacidade resistente do esforço transversal foi apenas proveniente dos varões longitudinais visto não ter sido utilizado estribos.

Saikia *et al.* [14] aborda o estudo de vigas armadas com armadura longitudinal de GFRP em betão de alta resistência. Algumas vigas foram feitas com adição de polímeros modificados de reforço no betão. Foi apontado a sobrestimação das previsões dadas pelo IS 456 [15], o autor refere que esta sobrestimação deve-se ao escorregamento do varão de GFRP, condicionando a rotura, provocado pela rotação do bloco de betão fendilhado. Assim o autor propôs um modelo para contabilizar este comportamento. O autor introduziu estribos de GFRP nas suas vigas, estes feitos a

partir de um perfil de secção rectangular, cortando-o. Os estribos de GFRP produziram contribuição semelhante aos de aço, mas com maior fendilhação devido menor rigidez.

Ascione *et al.* [16] também introduziu estribos de GFRP nas suas vigas. As previsões destas vigas foram segundo a formulação dada pelo CNR-DT 203/2006 [17]. A resistência do esforço transversal foi sobrestimada pelo CNR-DT 203/2006 [17]. A relação momento-curvatura revelou aparentemente a não contribuição da tensão de tracção do betão. O modelo teórico utilizado para prever a deformação demonstrou proximidade com os resultados experimentais, mesmo não tomando em conta a tensão de tracção do betão.

Mohd.Sam e Swamy [18] utilizaram nos seus ensaios betão de alta resistência, 60MPa. Os autores descrevem a relação carregamento–deslocamento como linear na fase inicial até à fendilhação e após a fendilhação até ao início do esmagamento do betão. A viga de referência foi armada à flexão com 3Ø16mm, com varões de aço inoxidável, as vigas armadas com GFRP possuíam 3Ø16mm, com varões de E-glass. A relação da deformação entre a viga de GFRP e a de aço inoxidável foi de 2,7, com maior deformação da viga armada com GFRP, para um mesmo nível de carregamento. O autor salienta que a utilização de estribos de aço nas vigas de GFRP levou a um aumento da rigidez da viga, influenciando a sua deformação. Uma referência útil apontada foi as extensómetros, no betão foi medida pela ordem de 0.004‰ a 0.005‰, no varão foi da ordem de 0.012‰ a 0.014‰, para um carregamento de 130KN.

Dave e Barot [19] comparou vigas armadas com GFRP e vigas armadas com aço de grande capacidade de cedência (HYSD). Vigas mistas com varões de GFRP e varões de aço também foram ensaiadas. As vigas reforçadas com GFRP obtiveram menor capacidade resistente e as vigas mistas obtiveram bons resultados com alta capacidade resistente, sobrestimando em muito as suas previsões. As suas previsões foram regidas pela IS:456 e o ACI 440.1R. Os autores referem a boa concordância no conceito da armadura mínima

Estudos em vigas contínuas foram pouco realizados em relação aos estudos com vigas simplesmente apoiadas. Grace *et al.* [20] ensaiaram vigas contínuas e vigas simplesmente apoiadas. Usaram estribos de aço em alguns modelos e também estribos de GFRP noutros modelos. O uso de estribos de GFRP aumenta em muito a sua

deformação. Foram observados os vários modos de rotura das vigas conforme as suas percentagens de armadura. A ductilidade foi avaliada pelo método de energia inelástica através dos dados recolhidos da extensometria e deformação. Foi observado uma maior ductilidade em vigas de vãos contínuos, o que indica provavelmente uma redistribuição de momentos flectores.

Gravina e Smith [21] mostraram resultados de um modelo numérico desenvolvido, modelo local de deformação, sendo útil para uma melhor compreensão do comportamento à flexão, distribuição de momentos e ductilidade em vigas hiperestáticas. O modelo avalia as extensões nas zonas de compressão e tracção, deformações, a média do espaçamento de fendas, tem em consideração a ligação betão-varão no cálculo da deformação, permite calcular rotação da secção no momento máximo. A validação do modelo é feita pela comparação com resultados experimentais de outros autores.

Trabalhos realizados anteriormente ao ACI 440.1R-03 de vários autores são apresentados seguidamente. Alguns dos trabalhos sugeriram alterações e propuseram modelos de cálculos para novas normas e especificações de cálculo. Toutanji e Deng [22] apresentaram um estudo de vigas armadas com várias percentagens de armadura longitudinal, em um nível e em dois níveis de armadura longitudinal, avaliando a deformação e a abertura de fendas comparando as previsões com ACI 440.1R-01. Abdalla [23] também segue o ACI 440.1R-01 e ISIS Canada para previsão da deformação, fendilhação e carga última. Obtiveram uma boa aproximação para modelo. Benmokrane et al.[24] utilizaram dois tipos de varões de GFRP para estudo da flexão. Foram comparados valores experimentais com previsões segundo ACI code onde as previsões sobrestimam carga última.

Alsayed [25] e Alsayed [26] compararam os seus resultados experimentais com previsões segundo norma ACI-318R-95. Estes analisaram o comportamento à flexão utilizando vigas armadas com várias percentagens de armadura longitudinal de GFRP, isto através da variação da altura útil e da área de GFRP. Concluíram que o aumento da altura útil beneficia o comportamento, levando à redução da quantidade de área de GFRP, diminuição da deformação e aumentado da resistência da viga.

Em Portugal iniciou-se também a investigação do comportamento de elementos armados com GFRP. Ferreira *et al.* [27] apresentou um modelo numérico de análise de estruturas reforçadas com FRP. Este modelo possibilita a previsão das deformações, tensões no betão e no FRP. A não linearidade do comportamento dos materiais foi tomada em conta no modelo. O modelo foi testado e validado com resultados experimentais já realizados, a comparação com resultados experimentais mostrou boa concordância entre os mesmos. O autor salienta a importância da geometria da secção do FRP no comportamento estrutural.

Em resumo os vários autores pesquisados, que abordam o comportamento da flexão das vigas, comumente referem resultados concordantes entre eles. A maior capacidade resistente à tracção dos varões GFRP em relação à resistência à tracção nos varões de aço. A deformação das vigas e extensão nos varões de GFRP apresentam-se mais elevadas devido ao menor módulo de elasticidade e consequentemente menor rigidez.

O estudo do comportamento, da fendilhação, de elementos armados com varões de GFRP também foi necessário para melhor compreensão do comportamento dos mesmos. Creazza e Russo [28] apresentaram um estudo que avalia a média de abertura de fendas. O trabalho experimental foi realizado com submissão de elementos de betão armados, com GFRP, à tracção pura aplicada nas extremidades do varão de GFRP. Concluíram que na abertura de fendas existe influência da percentagem de armadura, da resistência do betão e da tensão de ligação entre varão-betão, através da tensão transmitida entre fendas entre o betão e o varão de GFRP. O modelo teórico adoptado teve um bom comportamento para os varões com nervuras ou espirais, apesar de sobrestimar a abertura de fendas para os elementos com GFRP. A abertura de fendas foi apresentada na ordem de quatro vezes maior em elementos de GFRP, relacionalmente com os elementos armados com aço.

O fenómeno da contribuição da tensão transmitida entre o varão e o betão à sua volta é importante para uma maior eficácia na previsões de cálculos, esta foi estudada por Bischoff e Paixao [29].

Sunna *et al.* [30] também realizou um estudo experimental sobre a contribuição da tensão transmitida entre varão e o betão. A metodologia experimental foi baseada na instalação de vários extensómetros no meio vão e a introdução de uma fenda forçada,

para garantir a leitura da extensão exactamente sobre uma fenda e entre fendas. Assim, com os dados estrategicamente adquiridos apresentou o cálculo do módulo de elasticidade do varão de GFRP juntamente com o betão. Concluindo a existência de um aumento por volta de 10% do valor do módulo de elasticidade do conjunto, varão de GFRP e betão.

Autores realizaram ensaios experimentais para estudar a ligação do varão de GFRP com o betão, tais como Kachlakev [31] e Moon *et al.* [32]. Hao *et al.* [33] apresentou um estudo com vinte e quatro tipos de tratamento de superfícies de varões. O teste foi realizado segundo a norma CSA S806 02. Foi obtida a relação constitutiva da tensão de ligação betão-varão e escorregamento do varão de GFRP. Concluíram que a resistência de ligação para o GFRP foi menor que a do aço, sendo 65% a 87% da resistência da ligação betão-aço.

A degradação com perda de resistência do GFRP pode surgir em determinados meios ambientais. Trabalhos realizados com objectivos de avaliar a durabilidade foram realizados através de testes laboratoriais, com a simulação de um aceleração do tempo de exposição. Os provetes de GFRP são colocados em soluções químicas para criar o ambientes encontrados no interior do betão.

Weber e Juette [34] apresentaram testes de durabilidade com varões da Schöck ComBAR. Os resultados experimentais foram usados para formulação de um modelo que com o tempo de serviço da estrutura devolve o valor característico da tensão, correspondente a esse tempo de serviço. Nkurunziza *et al.* [35] reuniu diversas pesquisas, estudadas por vários autores, em durabilidade dos varões de GFRP. Dos seus estudos apontou a perda de resistência quando estes se encontram em meios alcalinos. Os testes são realizados com varões submetidos a soluções químicas e a temperaturas altas para acelerar o processo. Observou e destacou os aspectos importantes para durabilidade, a interface entre fibra e resina, o efeito da humidade na resina do GFRP, efeito térmico para uma boa integridade do material.

Mufti *et al.* [36] avaliam a durabilidade dos varões de GFRP em estruturas reais em serviço. Foram recolhidos vários provetes de cinco estruturas em serviço, estas localizadas em vários ambientes distintos. Os autores referem que os testes acelerados de laboratório e amostras de campo não mostram concordância de resultados. Após os

testes dos provetes de campo os autores verificaram uma boa integridade do GFRP recolhido das estruturas.

No uso dos varões de GFRP como armadura para estruturas de betão armado há alguns autores que estudaram o comportamento de vigas com a introdução de betão com adição de polímeros de reforço para melhoramento do seu comportamento. Em [37-39] pode-se observar testes experimentais nesse âmbito. Os autores apontam para um comportamento melhorado a nível de flexão.

Confinamento do betão em vigas de GFRP será útil para proporcionar uma maior capacidade de resistente do betão para uma melhor exploração da capacidade de alta resistência dos varões de GFRP. Delalibera e Giongo [40] realizaram um estudo em vigas, onde foi criado um confinamento nas zonas de maior compressão, com estribos quadrados para aumentar a ductilidade do betão. O ensaio incide sobre o controlo da taxa de armadura transversal de confinamento. Foi observado que a ductilidade está relacionada com a taxa de armadura transversal após o betão atingir o pico de resistência. Posteriormente são apresentadas fórmulas para índice de ductilidade e tensão gerada pelo confinamento.

# Capítulo 3

## Propriedades dos Materiais Utilizados na Modelação

### 3.1 Características do GFRP

Os varões de fibra de vidro são produzidos por um processo de pultrusão com impregnação em resina para manter as fibras unidas na forma desejada [41]. Os varões de GFRP apresentam inúmeras vantagens que validam a sua utilização, tais como, a durabilidade proporcionada pela resistência à corrosão química e a ambientes agressivos, esta é tida como a grande vantagem da aplicação em estruturas de betão, mais vantagens são apontadas tais como, o baixo peso próprio, o facto de não ser electromagnético, não condutor eléctrico, muito baixo condutor térmico [42].

Os varões utilizados para este estudo são da Schöck ComBAR. Este varão apresenta alta resistência à tracção e um melhor módulo de elasticidade em relação a outros varões de GFRP do mercado. A Tabela 3.1 e Tabela 3.2 mostram as propriedades mecânicas dos varões de GFRP, [41][42]. É de salientar a grande capacidade de sustentar muitos ciclos de carga em determinadas condições a baixas tensões [42].

**Tabela 3.1 – Propriedades mecânicas dos varões [42]**

Designação do fabricante	Diâmetro	Área	Peso nominal	Tensão última	Tensão de projecto	Módulo de Elasticidade	Deformação	Resistência perpendicular ao eixo **
-	Ø	A	g	$f_{fk}$	$f_{fd}$	$E_f$	$\epsilon_f$	-
-	mm	cm <sup>2</sup>	Kg/m	MN/m <sup>2</sup>	MN/m <sup>2</sup>	GPa	‰	MN/m <sup>2</sup>
M8	8	0,5	0,14	1500	435	>60	7,3*	
M13	12	1,13	0,3	1350				
M15	16	2,01	0,52	1200				200
M25	25	4,91	1,22	> 1100				
M32	32	8,04	1,95	> 1000				150

\* a 435 MN/m<sup>2</sup>

\*\* Ensaiado para varão de 16mm e 32mm

**Tabela 3.2 – Outras características físico-químicas dos varões [41]**

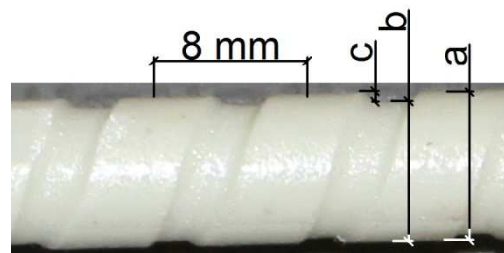
Recobrimento	Densidade	Condutividade térmica	Coefficiente térmico de expansão	Temperatura crítica do núcleo	Resistência específica	Resistência química	Condutividade electro magnetica	Risco ambiental	Absorção de água	Temperatura de transição do vítrea
$c_v$	$\gamma$	$\lambda$	$\alpha$	-	-	-	-	-	-	$T_g$
mm	g/cm <sup>3</sup>	W/mK	1/K	°C	$\mu\Omega\text{cm}$	-	-	-	%	°C
$d_s+10$ $d_s+5^*$	2,2	< 0,5	0,6E-5 (axial) 2,2E-5 (radial)	400	$> 10^{12}$	Muito boa	não há	não perigoso	<0,3	180

\* pre-fabricados

Na Tabela 3.2 menciona-se um recobrimento mínimo recomendado para transferência da carga [42].

Contudo poderá existir alguma diminuição da resistência em certos ambientes, em função do tempo de vida Weber e Juette [34] apresentam as características de testes de durabilidade e formulação para calcular a tensão para um determinado tempo de vida.

Os varões de GFRP apresentam um nervurado helicoidal contínuo em resina, tal como apresentado na Figura 3.1, que confere uma boa aderência ao betão, sendo referido que esta ligação está ao nível da ligação aço-betão [42]. A geometria das nervuras dos varões de 8mm e de 12 mm de diâmetro, Figura 3.1, são apresentadas na Tabela 3.3.



**Figura 3.1 – Nervuras do varão de GFRP**

**Tabela 3.3 – Geometria das nervuras do varão.**

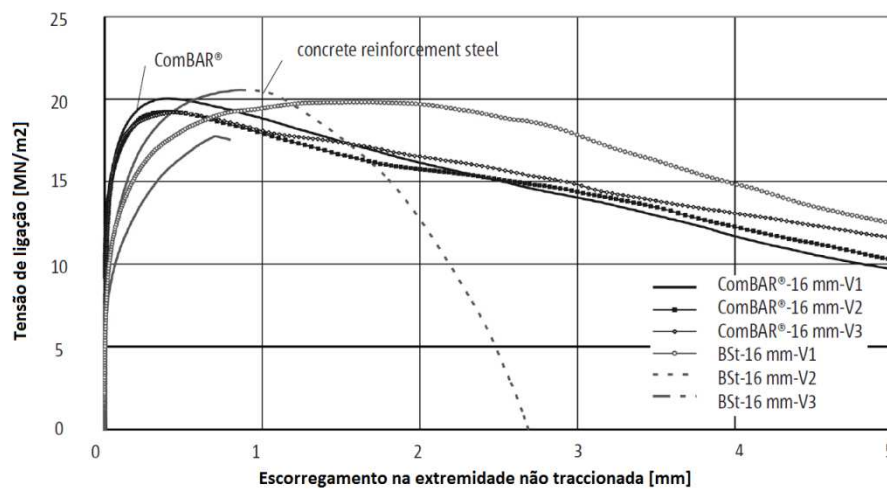
Diâmetro	a	b	c
mm	mm	mm	mm
8	8,96	8,57	0,39
12	13,45	12,82	0,63

As características da relação de aderência do GFRP e betão podem ser consultadas na Tabela 3.4, onde são apresentados valores de dimensionamento da tensão de aderência dos varões de GFRP em cada classe de betão

**Tabela 3.4 – Tensão de dimensionamento da aderência do varão GFRP ao betão [41]**

Betão	Tensão de aderência
Classe	$f_{bod}$
-	MN/m <sup>2</sup>
C 20/25	2,3
C 30/37	3
C 40/50	3,7

A relação constitutiva da tensão de aderência e escorregamento para um varão de 16mm é apresentada na Figura 3.2, juntamente com uma comparação de um exemplo de um varão de aço, de acordo com Schöck Canada [42].



**Figura 3.2 – Relação constitutiva da aderência GFRP-betão [42]**

Na Figura 3.3, através do gráfico Tensão-Extensão é possível observar a relação constitutiva de um varão de GFRP com diâmetro de 8mm, da Schöck ComBAR, obtida através da realização de um ensaio de tracção no Laboratório Regional de Engenharia Civil, no âmbito do trabalho de Santos [2]. O módulo de elasticidade obtido foi de 66 GPa e a tensão limite foi de 1290 MPa, pode-se observar a relação linear ente a tensão e a extensão, característica deste tipo de material. A Figura 3.4 retrata a montagem do ensaio à tracção do varão de GFRP. Contudo, devido à existência de apenas um valor experimental do ensaio, com pouca representatividade estatística, usou-se para as

modelações o valor do módulo de elasticidade do varão de GFRP segundo os dados do fornecedor.

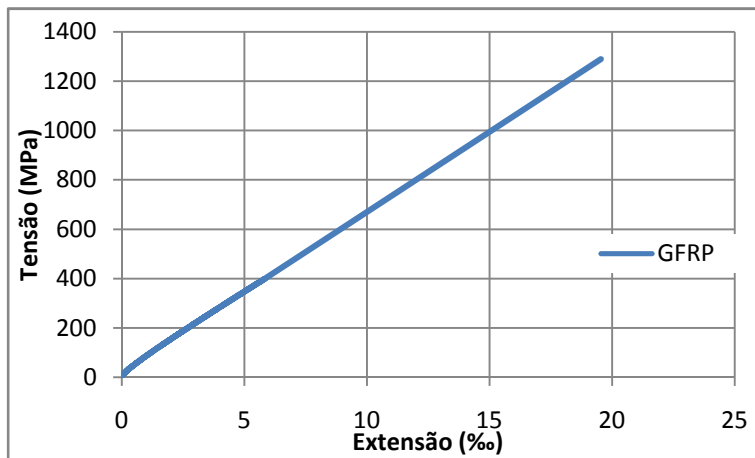


Figura 3.3 – Gráfico da relação constitutiva do varão de GFRP com o diâmetro de 8mm[2]

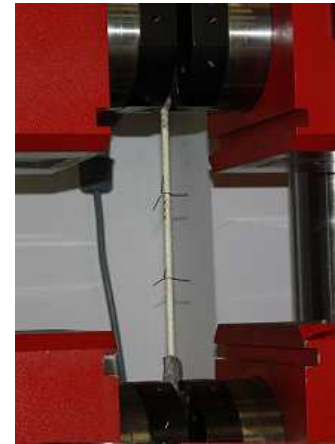


Figura 3.4 – Ensaio de tracção [2].

## 3.2 Características do betão

### 3.2.1 Betão dos modelos de validação

Os valores médios da tensão de compressão do betão das sete vigas ensaiadas em laboratório, por Santos [2] e Matos [3], estão presentes na Tabela 3.5 e Tabela 3.6 respectivamente. Estes valores médios foram considerados para os modelos constitutivos no programa ATENA.

Na Tabela 3.5 estão representados os valores da tensão de compressão média dos cubos e módulo de elasticidade que foram obtidos por Santos [2]. No caso da tensão média de compressão do betão para o cilindro, da viga G3b, foi obtida directamente do ensaio de cilindros.

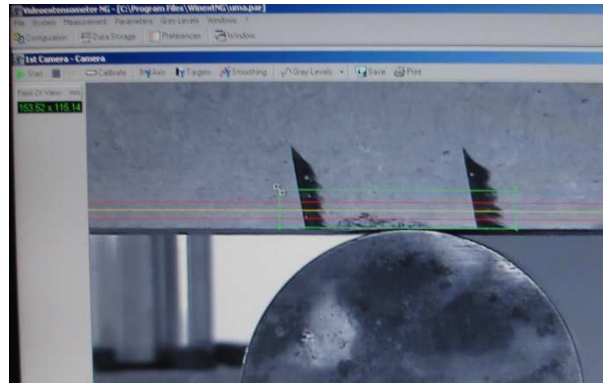
Tabela 3.5 – Valores característicos do betão das vigas experimentais de Santos [2]

Viga	$f_{cm}$ cubo	$f_{cm}$ cilindro	$\epsilon_c$	$\epsilon_{cu}$	$f_{ct}$	$E_c$
-	MPa	MPa	(-)	(-)	MPa	GPa
R	35,85	30,47	0,0035	0,0140	2,61	28,0
G1b	30,75	26,14	0,0035	0,0140	2,36	28,0
G2a	24	20,40	0,0035	0,0140	2,00	28,0
G3b	34,82	29,6	0,0035	0,0140	2,56	28,0

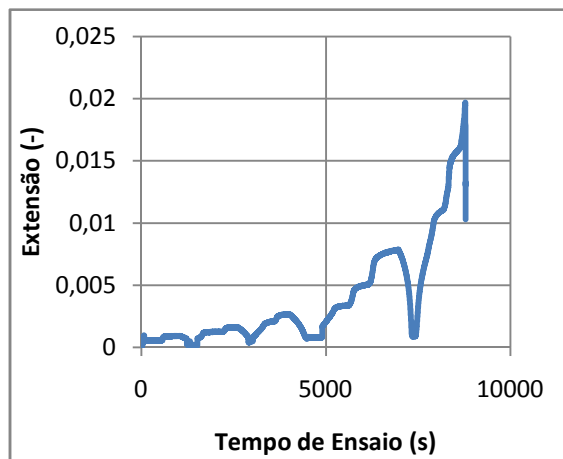
Obteve-se a extensão,  $\epsilon_c$ , a partir dos valores apresentados no EN 1992-1-1 [43]. Introduziu-se o valor da extensão última,  $\epsilon_{cu}$ , para uma maior aproximação das modelações do comportamento real. A extensão última,  $\epsilon_{cu}$ , foi obtida a partir de extensões medidas durante o ensaio de Santos [2]. Estas extensões de compressão do betão foram monitorizadas por um vídeo-extensómetro, Figura 3.5 e Figura 3.6, que estava focado na zona do apoio central junto à face comprimida, medindo assim a extensão do betão junto a esse apoio. Adoptou-se um valor da extensão aproximadamente 50% da extensão máxima obtida, com justificação de ser um valor plausível mesmo com possíveis incertezas na medição. Os gráficos das extensões obtidas aos longo do ensaio estão presentes na Figura 3.7, Figura 3.8 e Figura 3.9.



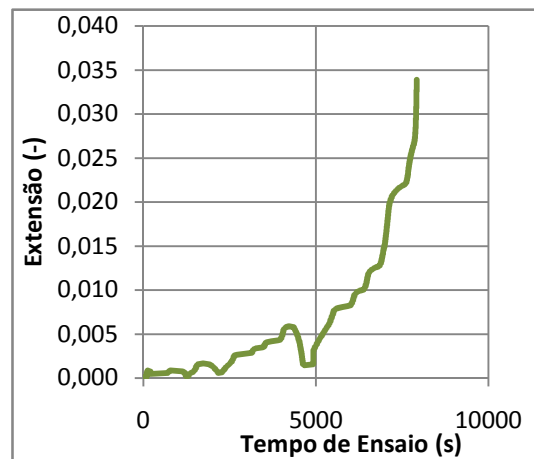
**Figura 3.5 – Câmara de vídeo exténsometria [2]**



**Figura 3.6 – Software da vídeo-extensometria com vista da monitorização do apoio central da viga [2]**



**Figura 3.7 – Extensão do betão no ensaio da viga G1b**



**Figura 3.8 – Extensão do betão no ensaio da viga G2a**

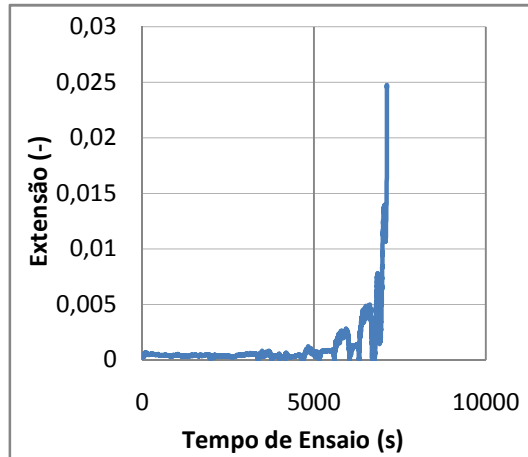


Figura 3.9 – Extensão do betão no ensaio da viga G3b

Os restantes valores da Tabela 3.5 foram atribuídos segundo o CEB-FIP Model Code 90, implementado no ATENA [1]. O coeficiente de Poisson usado foi o de 0.2.

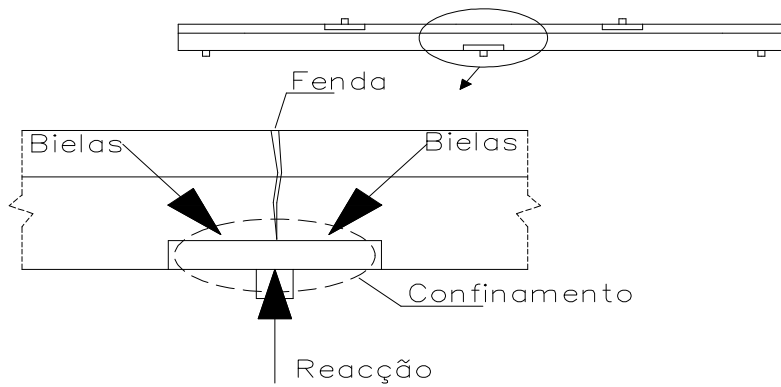
Os valores característicos do betão para a modelação das vigas de Matos [3] foram obtidos directamente do próprio autor.

Tabela 3.6 – Valores característicos do betão das vigas experimentais de Matos [3]

Viga	$f_{cm}$ cilindro	$f_{cm}$ cubo	$f_{cm,c}$	$\epsilon_c$	$\epsilon_{cu}$	$f_{ct}$	$E_c$
-	MPa	MPa	MPa	(-)	(-)	MPa	GPa
E-1	21,9	27,6	-	0,0032	0,0145	2,0	28,0
Ra-1	21,9	27,6	-	0,0032	0,0145	2,0	28,0
Rb-2	21,9	-	38,4	0,0062	0,0537	2,0	28,0

Nas modelações das vigas G3b, E-1 e Ra-1 introduziu-se o conceito da EN 1992-1-1 [43], referente ao betão cintado. Usou-se essa formulação para obter um valor da tensão do betão num estado de confinamento. Na Tabela 3.7 apresentaram-se as hipóteses de confinamento usadas, onde obteve-se uma tensão de compressão em estado confinado a partir da hipótese de 10% e 20% da tensão à compressão do betão não confinado. A introdução deste conceito deve-se à inicial baixa capacidade de carga obtida nas modelações, para as vigas G3b, E-1 e Ra-1, utilizando-se inicialmente um betão com as características presentes na Tabela 3.5 e Tabela 3.6.

A Figura 3.10 esquematiza a hipótese da formação de uma zona confinada, junto ao apoio central, através das bielas e juntamente com o efeito de cintagem dos estribos. Assim atribuíram-se novas tensões máximas de compressão do betão baseado em formulação de confinamento.



**Figura 3.10 – Esquema da hipótese do estado de confinamento junto ao apoio centra**

**Tabela 3.7 – Valores da tensão do betão para betão cintado.**

Hipóteses		$f_{cm}$ , cilindro	$f_{cm,c}$	$\epsilon_c$	$\epsilon_{cu,c}$	$f_{ct}$	$E_c$
Utilizado na viga	% da tensão de confinamento	MPa	MPa	(-)	(-)	MPa	GPa
Ra-1	10,00%	21,9	30,1125	0,0035	0,0235	2,0	28
E-1	20,00%	21,9	35,5875	0,0035	0,0435	2,0	28
G3b	10,00%	29,6	40,7	0,0035	0,0235	2,0	28

### 3.2.2 Betão dos modelos de parametrização

O betão escolhido para a modelação das vigas na análise paramétrica foi o C30/37, de acordo com EN 1992-1-1 [43]. Escolheu-se esta classe de betão de forma a poder-se explorar melhor a capacidade de alta resistência do varão de GFRP. Na Tabela 3.8 apresentam-se os valores característicos do betão utilizado para a parametrização. Os valores da tensão característica de compressão,  $f_{ck}$ , são os respectivos da classe escolhida. A tensão de tracção,  $f_t$ , energia de fractura,  $G_f$ , e módulo de elasticidade,  $E_c$ , foram obtidos segundo o CEB-FIP Model Code 90 [1]. Para o coeficiente de Poisson usou-se o valor de 0.2.

**Tabela 3.8 – Valores característicos do betão para a parametrização.**

$f_{ck}$ Cubo	$f_{ck}$ Cilindro	$f_{cd}$	$\epsilon_c$	$f_t$	$G_f$	$E_c$
MPa	MPa	MPa	(-)	MPa	MN/m	GPa
37	30	20	0,0035	2,58	6,46E-05	3,24E+04

### 3.3 Aço

Nesta modelação, o aço A500 NR foi utilizado como o material dos varões da viga de referência, R, e para os estribos. A relação constitutiva do aço introduzida na modelação foi bi-linear com patamar de cedência aos 580MPa e rotura aos 600MPa. O módulo de elasticidade estipulado foi de 200MPa.

As vigas utilizadas para o estudo paramétrico foram armadas com estribos de aço, A500 NR, onde a tensão de dimensionamento,  $f_{yd}$ , utilizada foi de 435MPa.

## Capítulo 4

### Modelação Numérica e sua Validação

O programa não linear de elementos finitos, *ATENA for non-linear finite element analysis of reinforced concrete structures*, foi desenvolvido por Cervenka Consulting Ltd., fundada em 1992 [44]. É possível com o ATENA simular o comportamento não-linear de estruturas de betão armado, já que este descreve e avalia o comportamento da fendilhação, do esmagamento do betão e das armaduras. O ATENA é um software desenvolvido com o principal objectivo de modelar e reproduzir estruturas de betão armado [44]. Utilizou-se o programa para a modelação das vigas de validação do modelo e para toda a análise paramétrica realizada, para a avaliação do comportamento de vigas contínuas armadas com GFRP. A análise foi feita no plano, 2D.

O software já foi amplamente utilizado e validado com resultados experimentais. Alguns exemplos da sua aplicação pode ser encontrada em [45]. O software foi premiado numa competição organizada por IBK, ETH Zurich, "*Predicting the Response of RC Slabs to Transverse Shear*" [44].

#### 4.1 Técnicas interactivas para resolução

O ATENA realiza a análise por processos incrementais. São aplicados os carregamentos por incrementos de carga até atingir as solicitações desejadas. A cada incremento é procurada a resposta da estrutura através das equações de equilíbrio interactivamente, [46,47]. A solução é atingida quando se verificam as condições de convergência. Os critérios de convergência incidem sobre o equilíbrio dos deslocamentos, forças e energia. Os limites de convergência utilizados foram de 0.01, 0.01 e 0.001, respectivamente. Os incrementos também podem ser realizados por imposição de deslocamentos, [46].

Os métodos utilizados no ATENA para resolução dos sistemas não lineares são o Método de Newton-Raphson e o Método Arc-Length [1].

## 4.2 Conceitos dos modelos do programa de elementos finitos não linear

### 4.2.1 Modelo constitutivo SBETA

O modelo do material designado por SBETA foi usado para simulação do comportamento do betão. O modelo do material SBETA segue os efeitos do comportamento do betão, sendo um modelo específico para simular o comportamento do betão nos modelos. Este apresenta os comportamentos seguintes: comportamento não linear na compressão incluindo no endurecimento e amolecimento do betão; redução da resistência de compressão depois da fendilhação; o efeito da tensão de tracção entre betão e varões; Redução da rigidez de esforço transversal após fendilhação; dois modelos de fendilhação, direcção fixa de fendilhação e rotação da direcção da fendilhação; utiliza uma distribuição aproximada para modelar o conceito da fendilhação e de distribuição de armadura transversal. [1]

A Figura 4.1 descreve o modelo constitutivo uniaxial para a relação tensão efectiva,  $\sigma_c^{ef}$ , extensão equivalente,  $\varepsilon^{eq}$ , do betão.

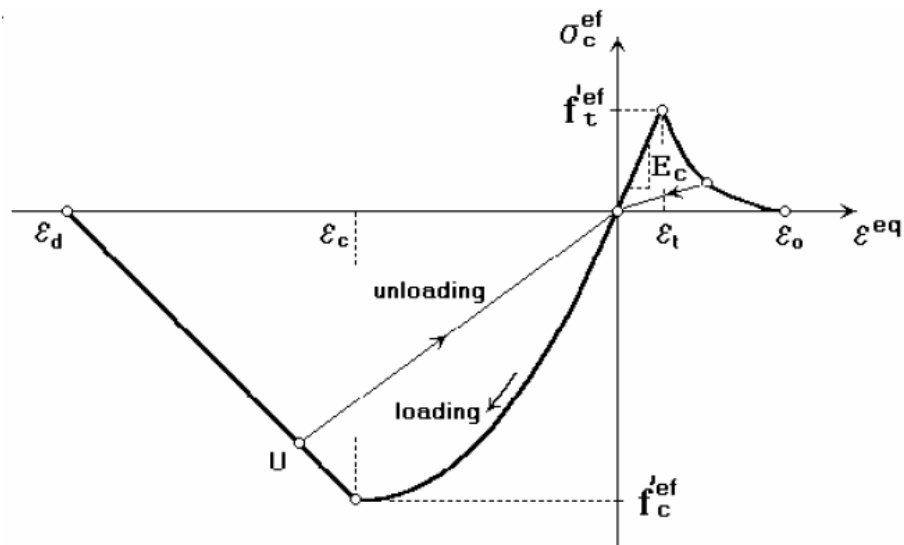
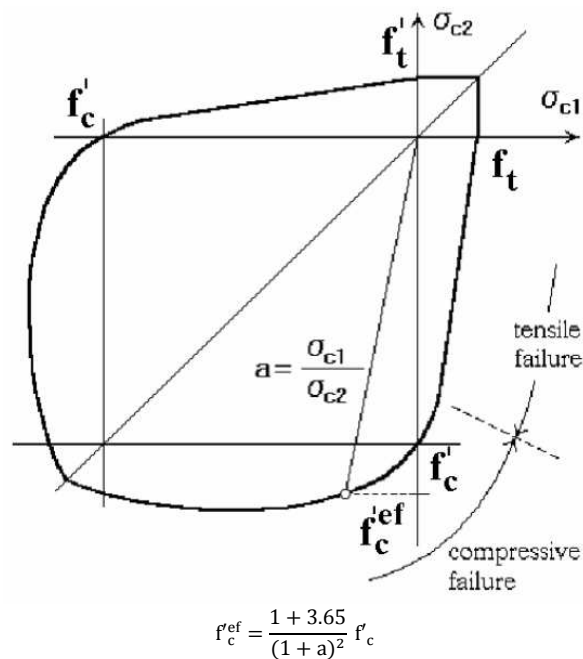


Figura 4.1 – Modelo constitutivo uniaxial para tensão-extensão do betão, SBETA [1]

O modelo está dividido em quatro ramos, dois ramos à compressão e dois à tracção. O carregamento antes do pico de compressão,  $f_c^{ef}$ , é descrito por uma parábola e após pico de compressão o amolecimento é linear. Os ramos à tracção são descritos por uma relação linear antes do pico de tensão de tracção e após pico de tracção o amolecimento

é descrito por uma relação exponencial. Em qualquer ponto da relação os descarregamentos são descritos como lineares até à origem. Foi introduzido neste modelo uma tensão efectiva,  $\sigma_c^{ef}$ , e extensão uniaxial equivalente,  $\varepsilon^{eq}$ , para eliminar o efeito de Poisson no plano [1].

A tensão de pico para compressão e para tracção é calculada de acordo com o modelo biaxial do estado de tensão esquematizado na Figura 4.2, onde  $\sigma_{c1}$  e  $\sigma_{c2}$  são as tensões principais no betão e  $f'_c$  é a resistência uniaxial do cilindro [1].

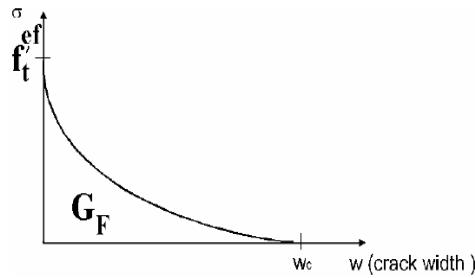


**Figura 4.2 – Função biaxial para a rotura do betão [1]**

A montagem do modelo constitutivo SBETA inclui 20 parâmetros. Estes parâmetros podem ser introduzidos directamente pelo utilizador ou indirectamente por introdução do valor característico da resistência de compressão do cubo,  $f'_{cu}$ , os restantes parâmetros são calculados por definição. Os cálculos destes parâmetros seguem o CEB-FIP Model Code 90, [1].

Na abertura de fendas é usada a formulação de um modelo fictício de fendilhação baseando-se numa lei de abertura de fendas e a energia de fractura. Esta formulação é adequada para modelar a propagação de fendas no betão [1]. A Figura 4.3 exemplifica a lei exponencial da abertura de fendas escolhida para modelação. Onde,  $w_c$ , Equação(4.1), é a abertura de fendas quando completa a libertação da tensão de tracção.  $G_F$  representa a energia de factura necessária para criar uma unidade de área sem tensão,

formando assim uma fenda,  $G_F = 0.000025 f_t^{'ef}$ , vem definido no programa ATENA [1].



**Figura 4.3 – Lei exponencial da abertura de fendas [1]**

$$w_c = 5.14 \frac{G_F}{f_t^{'ef}} \quad (4.1)$$

O material SBETA apresenta dois modelos de distribuição de abertura de fendas. O modelo fixo de abertura de fendas, este é dado pela tensão de tracção principal no momento inicial da fendilhação e após mais carregamento a direcção das fendas mantêm-se igual à direcção inicial. O modelo rotativo de fendas é obtido através da tensão principal coincidente com a direcção principal de extensão. No modelo rotativo de fendas o eixo da direcção principal de extensão roda durante o carregamento e assim levando à rotação das fendas [1]. Este segundo modelo foi escolhido para as modelações por apresentar resultados mais próximos aos experimentais de validação do modelo.

O efeito da tensão de tracção do betão que é transmitido entre o betão e a armadura contribui para um aumento da rigidez. Esta rigidez acontece no estado não fendilhado e quando as fendas não estão completamente abertas. Não estão explícitos factores para este fenómeno no modelo SBETA o que leva a sobrestimar este efeito [1,46].

#### **4.2.2 Armaduras longitudinais e transversais**

A armadura de esforço transversal é introduzida pelo modelo *Smearred Reinforcement*. Este modelo faz uma distribuição da armadura pelo elemento estrutural através da percentagem de armadura,  $p = A_s/A_c$ , onde  $A_s$  é área de armadura de esforço transversal e  $A_c$  é a área da secção de betão perpendicular a direcção da armadura. Os restantes parâmetros que caracterizam este material são o módulo de elasticidade e a

direcção da armadura. Este modelo da armadura de esforço transversal assume uma alta aderência entre betão e varão [1].

A armadura longitudinal é modelada por um elemento uni-direccional em barra [1]. A armadura está num estado de tensão uniaxial e a lei constitutiva escolhida foi linear tal como a relação constitutiva do GFRP.

A relação tensão e escorregamento entre o varão e o betão pode ser introduzida para as armaduras longitudinais. O ATENA possui três modelos, modelo de acordo com CEB-FIB model code 1990, lei de escorregamento por Bigaj e modelo definido pelo utilizador. Os dois primeiros modelos são caracterizados pela resistência a compressão do betão e pelo tipo de diâmetro.

### 4.2.3 Apoios e pontos de carregamento

Os apoios e pontos de aplicação de forças concentradas estão munidos com uma chapa de aço para evitar aplicação de cargas pontuais. Estas chapas foram simuladas pelo modelo do material *Plane Stress Elastic Isotropic*. Este material é descrito pelos parâmetros módulo de elasticidade e coeficiente de Poisson. Foram atribuídos valores padrão para estes parâmetros, 210GPa e 0.3, respectivamente.

A ligação entre duas superfícies é feita por um modelo de interface. O modelo utilizado para conectar o betão da viga com as chapas dos apoios foi o *2D interface*. Neste modelo pode ser introduzido vários parâmetros para definir a constituição do modelo. Podem ser introduzidos os parâmetros: tensão de tracção entre superfícies,  $f_t$ , constante de coesão tangencial da superfície,  $C$ , coeficiente de atrito da superfície, rigidez normal,  $K_{nn}$ , e tangencial,  $K_{tt}$ , da interface. Na Tabela 4.1 é apresentado os parâmetros introduzidos para modelar a ligação betão chapa de aço.

A tensão máxima de esforço transversal na interface é definida pela coesão tangencial e o coeficiente de atrito em função da tensão de compressão na interface [1]. Com o objectivo de libertar o apoio de qualquer encastramento, permitindo qualquer rotação no plano, foram escolhidos os valores da Tabela 4.1. Posteriormente, as chapas de aço do apoio foram fixadas verticalmente.

**Tabela 4.1– Parâmetros da interface nos apoios**

$K_{nn}$	$K_{tt}$	$f_t$	Coessão C	Coefficiente de Atrito
MN/m <sup>3</sup>	MN/m <sup>3</sup>	MPa	MPa	-
2,00E+8	2,00E+8	0	0	0

### 4.3 Validação do modelo com a modelação de vigas ensaiadas em laboratório

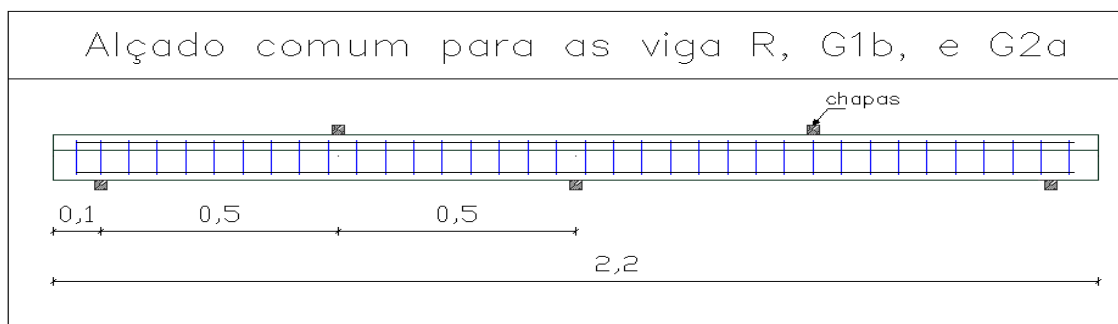
Nesta parte do trabalho modelaram-se 7 vigas de betão armado com GFRP ensaiadas em laboratório noutros trabalhos de investigação. Destas 7 vigas, 4 são de Santos [2] e 3 são de Matos [3], cujas designações são apresentadas na Tabela 4.2. As designações atribuídas às vigas são segundo os autores.

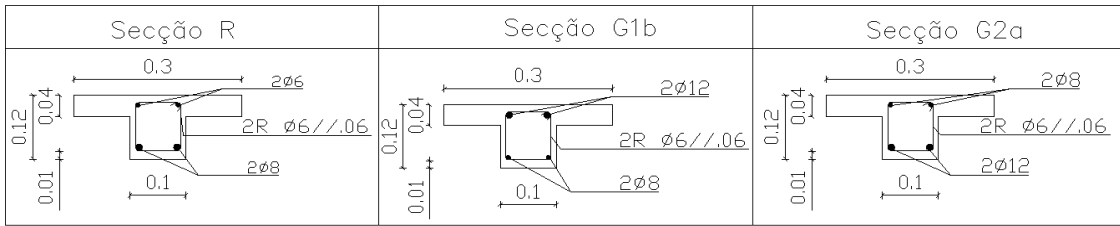
**Tabela 4.2 – Designação das vigas e respectivos autores**

Autor	Designação das Vigas
Santos [2]	R
	G1b
	G2a
	G3b
Matos [3]	E-1
	Ra-1
	Rb-2

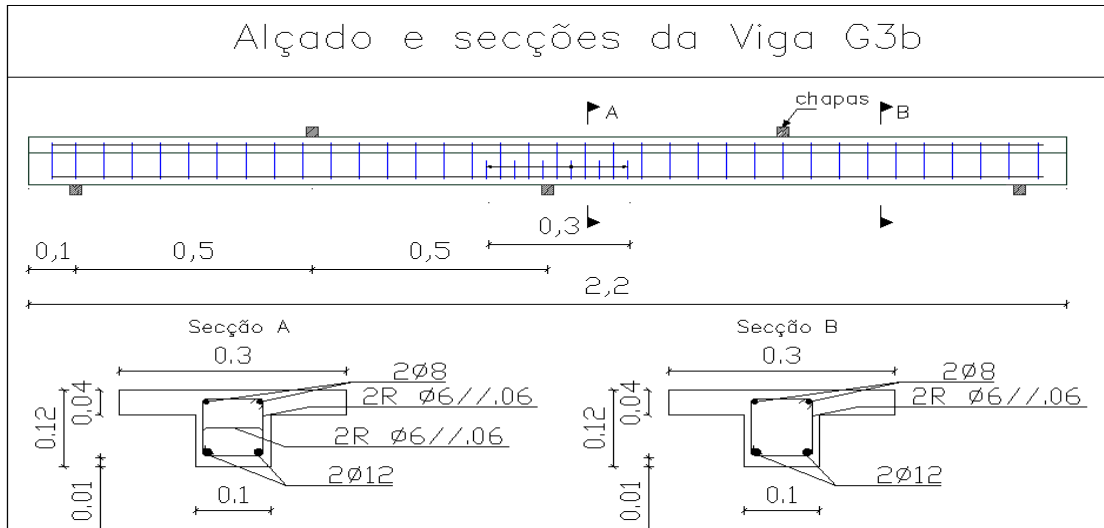
#### 4.3.1 Geometrias das vigas de validação

A geometria, das 7 vigas está pormenorizada da Figura 4.4 à Figura 4.9. Na Tabela 4.3 apresenta-se o resumo das armaduras utilizadas nestas vigas.

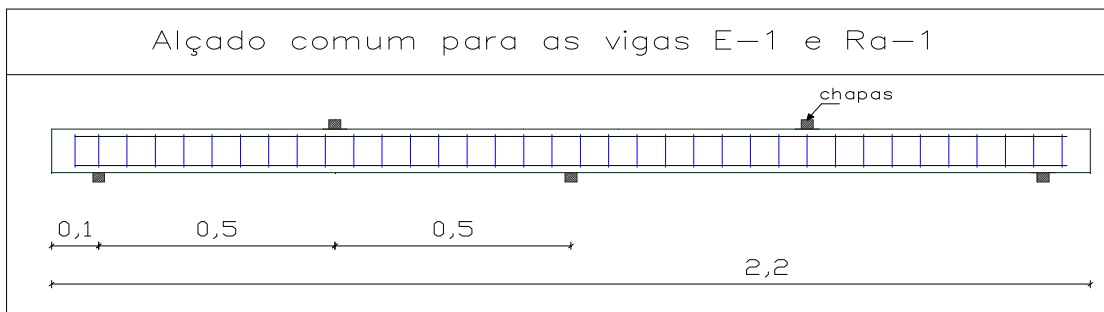
**Figura 4.4 – Pormenorização do alçado comum as vigas R, G1b e G2a. Dimensões em m.**



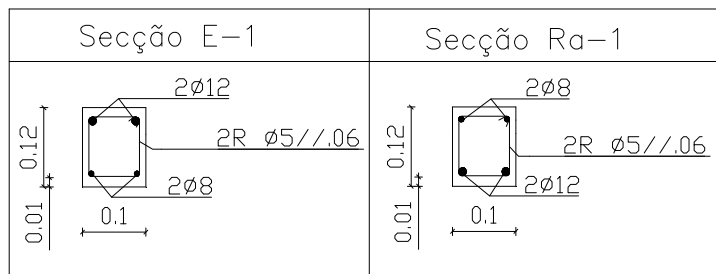
**Figura 4.5 – Pormenorização das secções transversais das vigas R, G1b e G2a. Dimensões em m.**



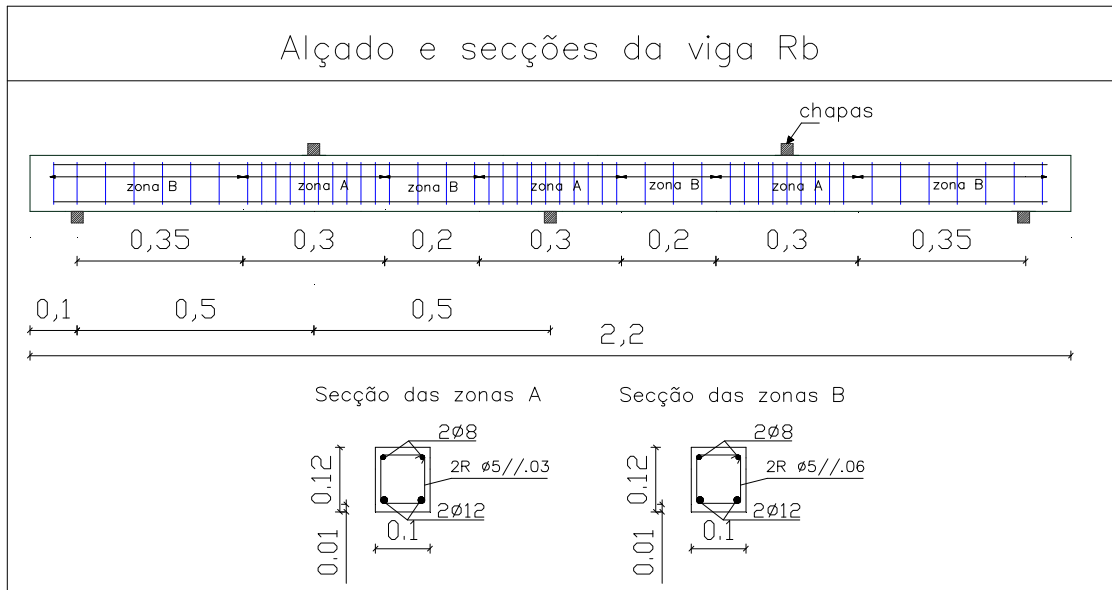
**Figura 4.6 – Pormenorização da viga G3b, dimensões em m.**



**Figura 4.7 – Pormenorização do alçado comum as vigas E-1 e Ra-1, dimensões em m.**



**Figura 4.8 – Pormenorização das secções das vigas E-1 e Ra-1, dimensões em m.**



**Figura 4.9 – Pormenorização do alçado e secção da viga Ra, dimensões em m.**

**Tabela 4.3 – Resumo das armaduras das vias de validação.**

Designação	Material	Varões longitudinais		Estribos			
		M -	M +	Material	Diâmetro//s	Área	percentagem**
		n°//diâmetro	n°//diâmetro				
R	aço	2Ø6	2Ø8	aço	Ø6//6 cm	9,420	0,00942
G1b	GFRP	2Ø12	2Ø8	aço	Ø6//6 cm	9,420	0,00942
G2a	GFRP	2Ø8	2Ø12	aço	Ø6//6 cm	9,420	0,00942
G3b	GFRP	2Ø8	2Ø12	aço	Ø6//6 cm	9,420	0,00942
E-1	GFRP	2Ø12	2Ø8	aço	Ø5//6 cm	6,545	0,00654
Ra-1	GFRP	2Ø8	2Ø12	aço	Ø5//6 cm	6,545	0,00654
Rb-2	GFRP	2Ø8	2Ø12	aço	Ø5//6 cm	6,545	*

\*\* percentagem referida em 4.2.1

\* varia com as zonas: zona A 0,013; zona B 0,00654;

Os pontos de carregamento e os apoios foram munidos de chapas como mostram da Figura 4.4 à Figura 4.9. O objectivo da introdução destas chapas de aço foi de simular o ensaio real. A colocação de chapas fez uma pequena distribuição das forças, não as concentrando num só nó da malha de elementos finitos. A não colocação levaria a forças de corte muito elevadas. A interface entre a viga e a chapa, referido em 4.2.3, foi definida de forma o apoio funcionar como um apoio liberto de momentos, ou seja formando uma rótula. As dimensões adoptadas para as chapas de aço tiveram o objectivo de criar proximidade com realidade, as chapas no ensaio laboratorial tiveram

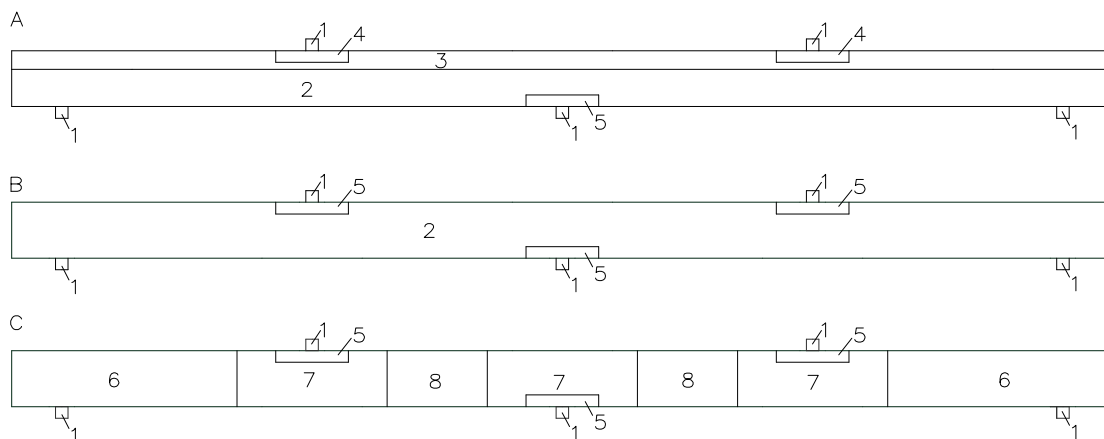
dimensões de 5cm de largura. A Tabela 4.4 apresenta as dimensões para as chapas nas vigas.

**Tabela 4.4 – Dimensões para chapas das vigas de validação.**

Altura	Largura	Profundidade
cm	cm	cm
2,5	2,5	10

### 4.3.2 Elementos Macro e Malha de elementos finitos

Os elementos macro foram utilizados para definir as várias regiões necessárias na criação global da viga modelada. A Figura 4.10 mostra os elementos macro para as várias vigas. A Tabela 4.5 relaciona os elementos macro com as respectivas vigas e na Tabela 4.6 indicam-se os materiais usados nos vários elementos macro.



**Figura 4.10 – Elementos Macro das vigas de validação da modelação**

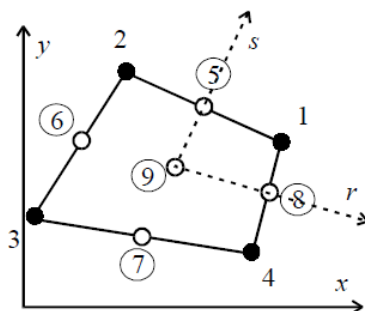
**Tabela 4.5 – Elementos Macro respectivos das vigas modeladas**

Elementos Macro	Vigas
A	R
	G1b
	G2a
	G3b
B	E-1
	Ra-1
C	Rb-2

**Tabela 4.6 – Materiais respectivos aos elementos macro**

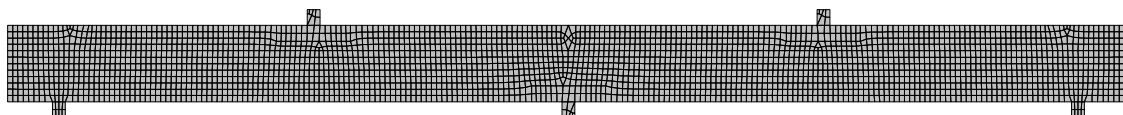
Macro - Elemento	Material	Geometria		
		Altura (m)	Comprimento (m)	Largura (m)
1	Aço	0,025	0,025	0,025
2	Betão	0,08	2,2	0,1
3	Betão	0,04	2,2	0,3
4	Betão confinado / Extensão ultima	0,025	0,15	0,3
5	Betão confinado / Extensão ultima	0,025	0,15	0,1
6	Betão	0,12	0,45	0,1
7	Betão	0,12	0,3	0,1
8	Betão	0,12	0,2	0,1

O tipo de elemento finito escolhido para a modelação numérica contém 9 pontos de integração, este está representado na Figura 4.11.

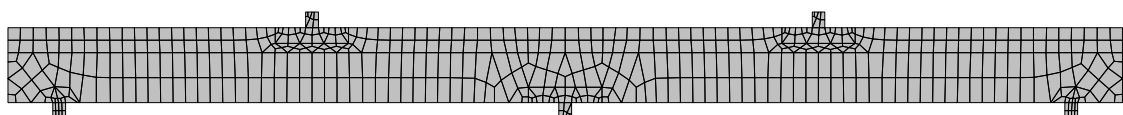


**Figura 4.11 – Geometria do elemento finito designado CCIsoQuad [1]**

A escolha de uma determinada malha em termos da sua geometria e dimensões dos elementos finitos foi feita com base na observação de resultados provenientes de uma malha mais refinada comparativamente a uma segunda malha mais grosseira.



**Figura 4.12 – Malha de elementos finitos refinada.**

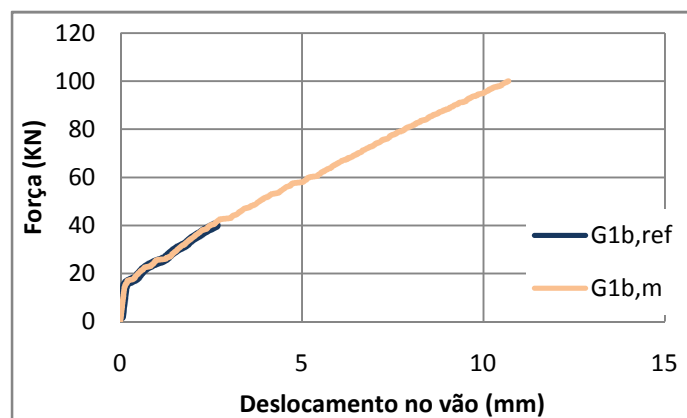


**Figura 4.13 – Malha de elementos finitos adoptada.**

Os resultados experimentais e resultados das modelações também foram comparados para a escolha de uma malha de elementos finitos, sendo utilizado o diagrama de Carregamento – Deslocamento a meio vão. A Figura 4.14 apresenta os resultados das malhas de elementos finitos das modelações da viga G1b. Os gráficos G1b,ref e G1b,m correspondem respectivamente as malhas apresentadas na Figura 4.12 e Figura 4.13, A escolha da malha foi tomada quando devolveu o mesmo resultado entre a malha mais refinada e a menos refinada, a Tabela 4.7 mostra a os valores da tensão de compressão e extensão do betão obtidos das respectivas malhas de elementos finitos. A modelação de G1b,ref foi interrompida após a obtenção de resultados suficientes para uma comparação, isto devido ao processo muito lento com a utilização de uma malha muito refinada. O objectivo de obter uma malha menos refinada, com bons resultados, foi tornar as modelações mais rápidas.

**Tabela 4.7 – Resultados de comparação das malhas de elementos finitos.**

Malha de elementos finitos	Força	Tensão no betão	Extensão no betão
-	KN	MPa	-
G1b,ref	18,5	-10,85	-0,000502
G1b,m	18,5	-10,56	-0,000521



**Figura 4.14 – Grafico dos resultados da malha mais refinada e menos refinada.**

A Figura 4.12 apresenta a malha de elementos finitos refinada com dimensões dos elementos finitos de 0.01 m. Na Figura 4.13 representa-se a malha de elementos finitos adoptada, onde na Tabela 4.8 regista-se as dimensões dos elementos finitos, relativamente à malha adoptada, para os vários elementos macro indicados na Figura 4.10.

**Tabela 4.8 – Dimensões dos elementos finitos**

Elemento Macro	Dimensão dos EF (m)
1	0.02
2	0.025
3	0.025
4	0.01
5	0.01
6	0,025
7	0,025
8	0,025

Nas restantes malhas de elementos finitos, para as modelações do estudo paramétrico, adoptou-se dimensões de elementos finitos com proporções semelhantes.

### 4.3.3 Resultados das modelações das vigas de validação

A análise das modelações e os respectivos resultados das vigas, ensaiadas por Santos [2] e por Matos [3], incidiram sobre as análises gráficas das relações de carregamento – deslocamento no vão, carregamento – reacções dos apoios e carregamento – tensão nos varões. Os dados experimentais utilizados para as comparações foram tratados, sendo representados pelas suas médias. A deformação no vão foi obtida pela média da deformação nos dois vãos da viga. A reacção do apoio da extremidade foi obtida pela média da reacção entre os dois apoios de extremidade. As tensões dos varões inferiores no vão obtiveram-se com as médias da tensão dos varões nos dois vãos. Para a tensão dos varões superiores na zona do momento negativo, efectuou-se a média dos dois varões.

As reacções dos apoios foram comparadas entre a modelação e os resultados experimentais e também com as reacções elásticas teóricas. Utilizou-se esta comparação para uma melhor percepção da distribuição dos esforços por parte da modelação. Permitindo deste modo observar se a modelação está mais próxima do comportamento plástico ou do comportamento elástico teórico.

A terminologia usada para designar as séries gráficas foi escolhida de forma análoga a todos os gráficos. A primeira terminologia “,exp” , “,m” e “,el” representa respectivamente os dados experimentais, os dados da modelação e valores de calculo elástico teórico. Outra terminologia usada foi a designação para as reacções “r-e,” e “r-

c,,” onde representa respectivamente reacção de apoio de extremidade e reacção do apoio central. Por fim, a terminologia usada para definir as tensões de tracção nos varões de GFRP foram “t-v” e “t-c”, respectivamente para tensão de tracção no vão, momento positivo, e tensão de tracção sobre o apoio central, momento negativo, esta também foi usada em conjugação com a primeira terminologia definida.

#### 4.3.3.1 Viga R

A relação de carregamento e deslocamento no vão da viga R apresenta-se na Figura 4.15, onde, R,exp representa os valores médios obtidos para os resultados experimentais e R,m corresponde aos resultados obtidos na modelação numérica. Na evolução do carregamento observou-se o semelhante comportamento da modelação em relação ao resultado experimental, embora apresentar uma maior rigidez por parte da modelação, isto possivelmente devido à dificuldade de conhecer com maior exactidão os valores médios que caracterizam o modelo constitutivo do betão na modelação.

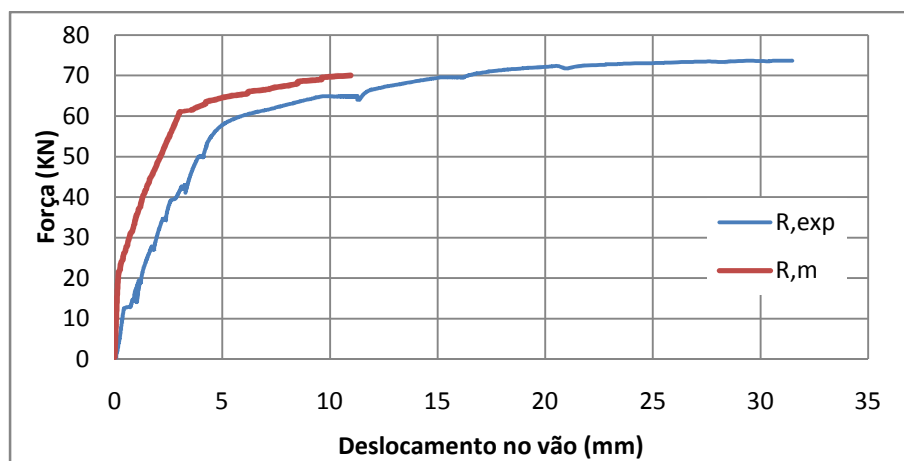


Figura 4.15 – Gráfico da relação carregamento-deslocamento da viga R.

A evolução das reacções que obtiveram-se para a viga R está representada na Figura 4.16.

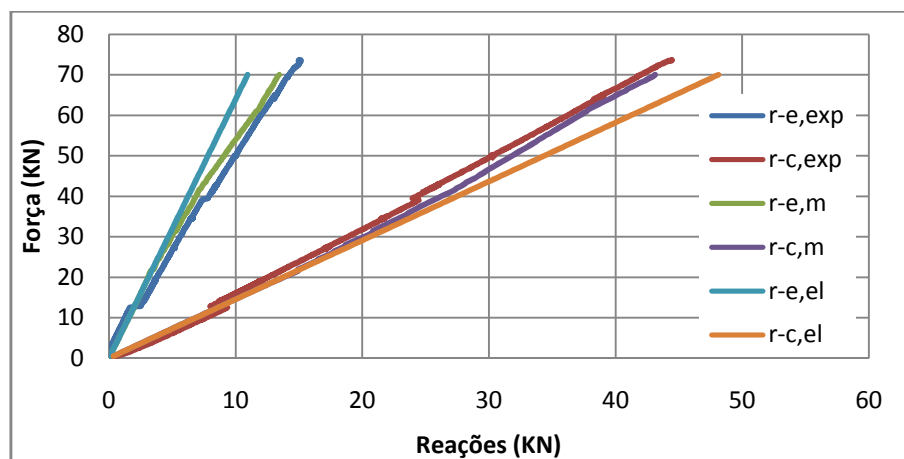


Figura 4.16 – Gráfico das relações carregamento - reacções da viga R.

As reacções experimentais e da modelação apresentaram resultados muito próximos, destacando-se das reacções elásticas. Assim é reflectido um comportamento plástico consequente da redução da percentagem da armadura do momento negativo.

O modo de rotura da modelação da viga R, Figura 4.17, foi pelos varões de aço sobre o apoio central. A escala de cores corresponde a tensão de compressão do betão na direcção x. Os varões estão representados com linhas pretas, acompanhados com um diagrama de tensões axiais. Na Figura 4.17 observa-se, em “A” viga no último passo antes da rotura, em “B” passo após a rotura do varão e formação de um mecanismo. O modo de rotura é assinalado pela observação da rotura dos materiais ou pelo atingir das extensões últimas definidas.

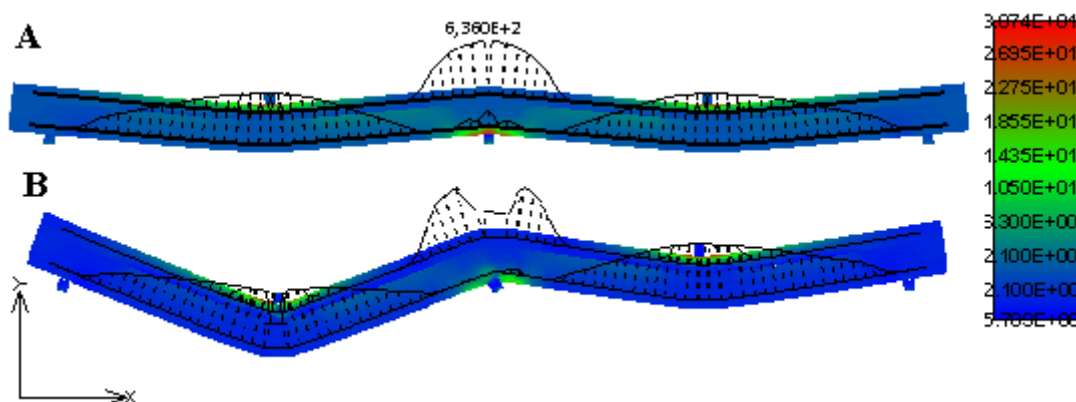


Figura 4.17 – Modo de rotura da modelação da viga R. Escala de cores indica a tensão no betão na direcção x (unidades MPa) A – viga no último passo antes da rotura; B – passo após a rotura

### 4.3.3.2 Viga G1b

A relação entre carregamento e a média do deslocamento no vão para a viga G1b está presente na Figura 4.18. Observou-se no início do carregamento uma proximidade da deformação no vão entre ambos os resultados, para a fase do carregamento perto da rotura observou-se um maior afastamento para a deformação do vão. Esta maior diferença de resultados ocorre com o aparecimento de deformações em momentos de pausas no carregamento do ensaio.

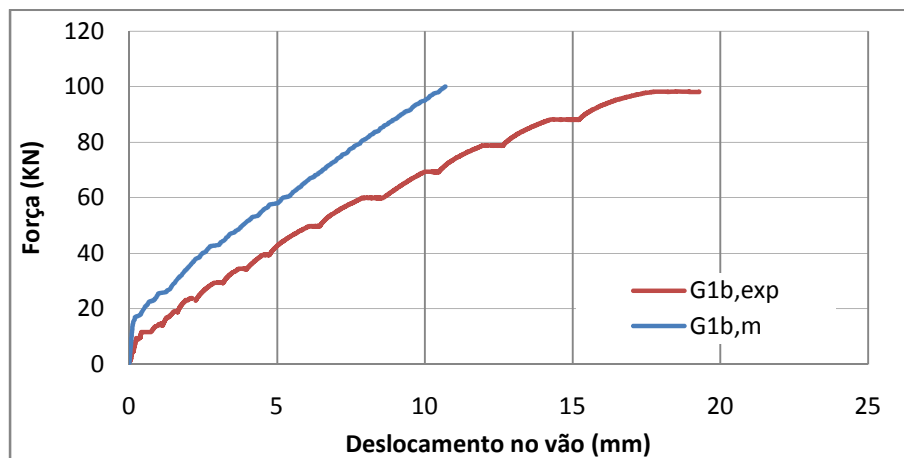
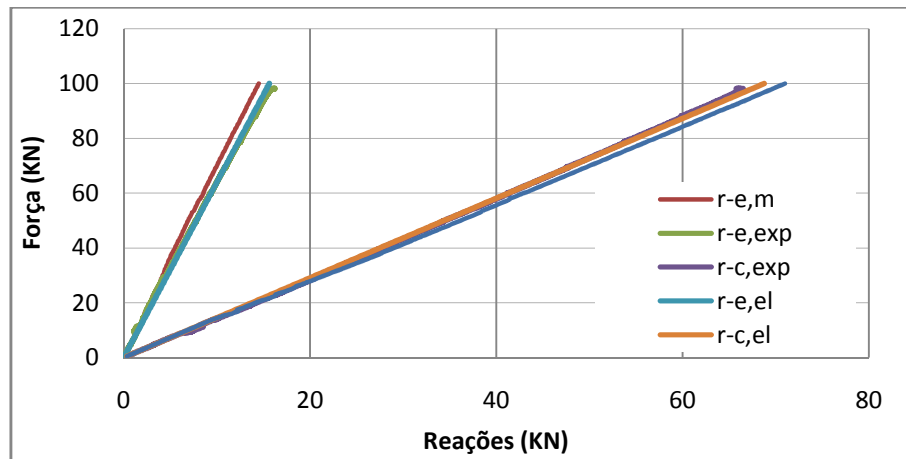


Figura 4.18 – Gráfico da relação carregamento – deslocamento no vão para a viga G1b

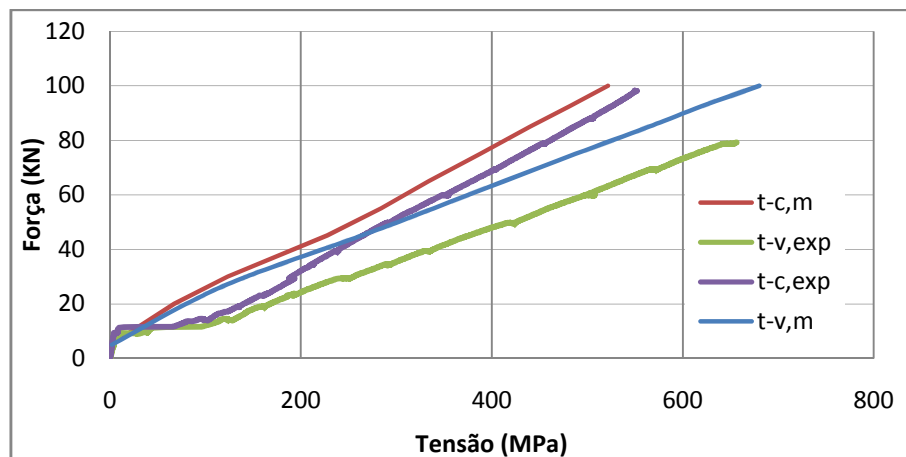
Na modelação da viga G1b introduziu-se no elemento macro 4, referido na Figura 4.10, um valor da extensão do betão mais elevado, referido no ponto 3.2.1, para verificar-se uma maior capacidade de carga última, como a obtida no ensaio experimental.

Nas reacções da viga G1b, Figura 4.19, observa-se a concordância entre os vários resultados mostrando um comportamento elástico, resultado da disposição da armadura na viga. A modelação numérica demonstrou uma maior captação de esforço para o apoio central.



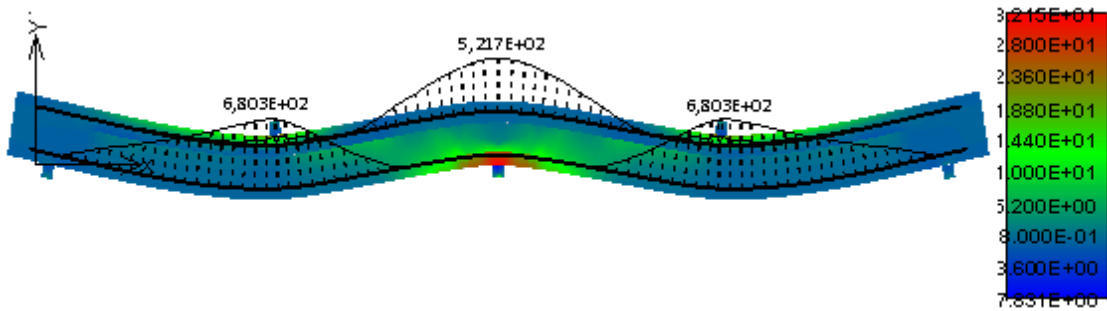
**Figura 4.19 – Gráfico da relação carregamento- reacções da viga G1b**

As tensões de tracção dos varões da viga G1b, Figura 4.20, foram comparadas através da média das tensões dos varões da viga experimental e os valores da tensão obtidos da modelação. A análise das tensões mostra para a fase inicial do carregamento, antes da fendilhação, um afastamento entre valores experimentais e modelação e na fase perto da rotura os valores máximos da tensão estão com boa concordância.



**Figura 4.20 – Gráfico da viga G1b para a relação carregamento - tensão nos varões**

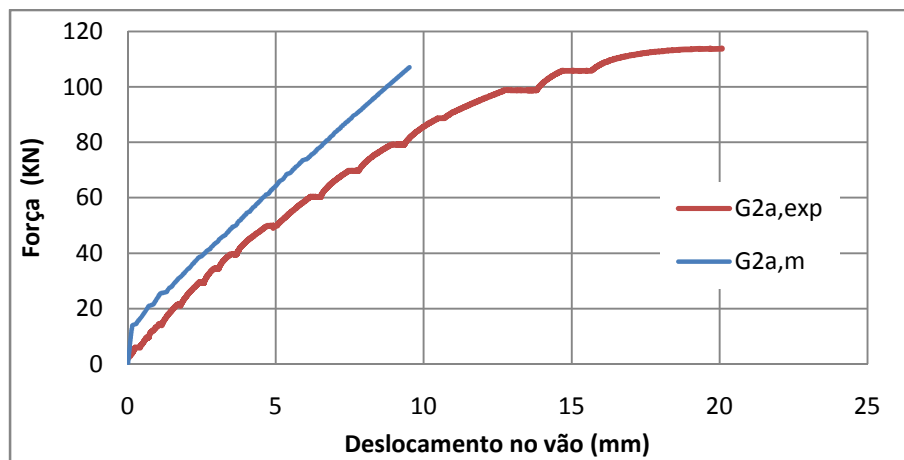
A rotura na modelação da viga G1b deu-se pelo esmagamento do betão no apoio central, como mostra na Figura 4.21. A escala colorida indica a tensão do betão na direcção x e a tensão máxima do varão é indicada.



**Figura 4.21 - Modo de Rotura da modelação da viga G1b. Escala de cores indica a tensão no betão na direção x. A tensão nos varões é indicada com diagrama ao longo do varão com o valor máximo (unidades MPa)**

#### 4.3.3.3 Viga G2a

Na Figura 4.22 está presente os resultados da relação do carregamento e a media do deslocamento no vão para dados experimentais e da modelação numérica. Observa-se a proximidade entre a modelação e os valores experimentais na fase inicial do carregamento e novamente na fase perto da rotura há um maior afastamento dos resultados.

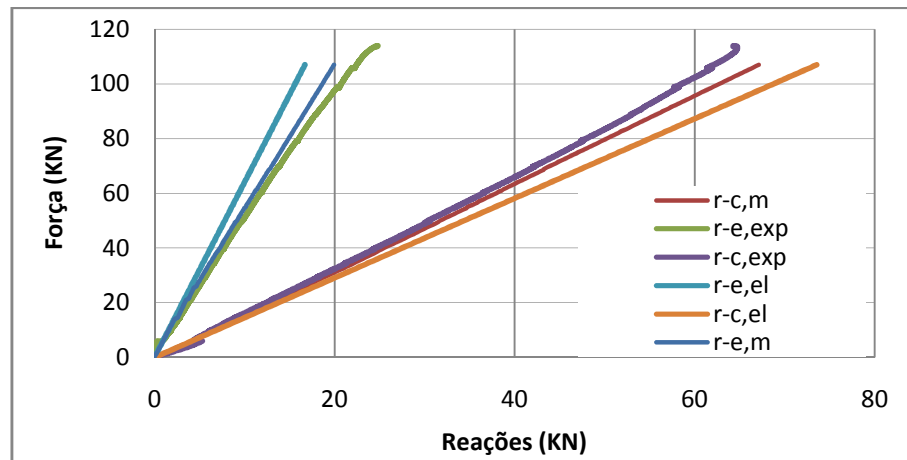


**Figura 4.22 – Gráfico da relação carregamento – deslocamento no vão para viga G2a**

A viga G2a, de igual modo com a viga G1b, também foi modelada com zonas, (elemento macro 4 referido na Figura 4.10), de maior capacidade de extensão do betão, valor referido no ponto 3.2.1.

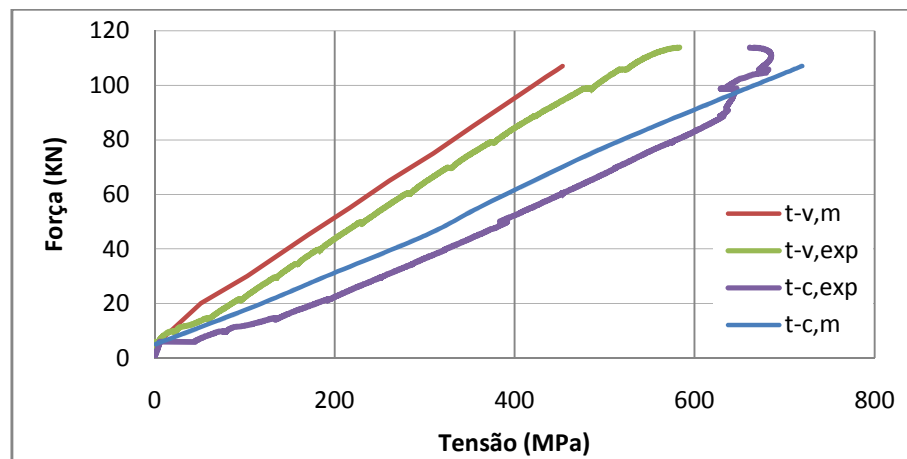
A viga G2a foi inicialmente dimensionada para provocar uma redistribuição de esforços, através de colocação de maior percentagem de armadura de momento positivo em relação a armadura de momento negativo. O gráfico das reacções da viga G2a,

Figura 4.23, mostra a distribuição de esforços da viga experimental e do acompanhamento deste mesmo comportamento por parte da modelação numérica.



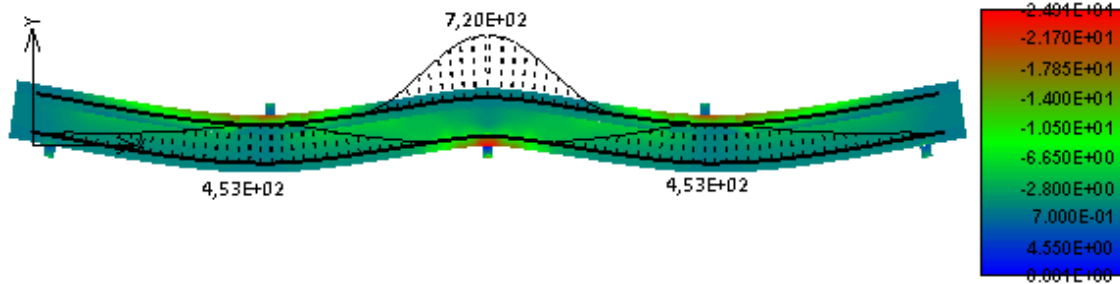
**Figura 4.23 – Gráfico da relação carregamento - reacções da viga G2a**

A tensão média experimental e a tensão da modelação para os respectivos varões da viga G2a, presente na Figura 4.24, mostram que para a tensão dos varões no apoio central houve proximidade. Em relação à tensão dos varões no vão os dados da modelação e experimentais afastaram-se na fase próxima da rotura.



**Figura 4.24 – Gráfico da viga G2a para a relação carregamento - tensão nos varões**

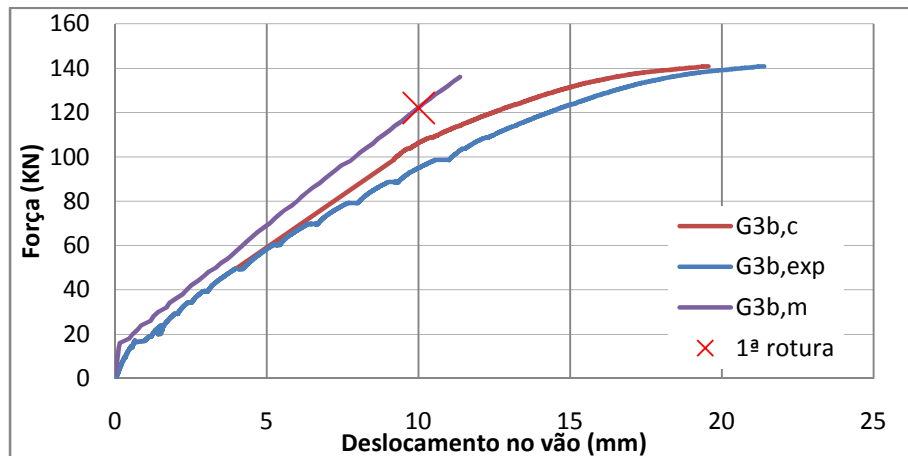
A Figura 4.25 mostra o tipo de rotura da viga G2a, para a modelação. Deu-se a rotura por esmagamento do betão sobre o apoio central.



**Figura 4.25 – Modo de rotura da modelação da viga G2a. Escala de cores indica a tensão no betão na direção x. A tensão nos varões é indicada com diagrama ao longo do varão com o valor máximo (unidades MPa)**

#### 4.3.3.4 Viga G3b

O comportamento à flexão da viga G3b está representado na Figura 4.26, através relação carregamento – deslocamento no vão, os valores experimentais foram obtidos através da sua média. Efectuou-se um tratamento dos dados experimentais de G3b,exp para “G3b,c” com a finalidade de eliminar patamares de deformação nos momentos de paragem do carregamento, assim demonstrou-se com maior nitidez a proximidade entre os valores experimentais e da modelação, para a deformação. Estes patamares de deformações, sem significado no comportamento da viga, deveu-se a reacção e força por parte da prensa de ensaio, para manter a viga carregada na paragem (força constante).



**Figura 4.26 – Gráfico da relação carregamento – deslocamento no vão para viga G3b**

A zona de confinamento junto ao apoio central na modelação da viga G3b foi munida com um betão com maior capacidade de extensão de compressão, valor referido no ponto 3.2.1, e também foi introduzido nessa zona a percentagem de armadura correspondente aos estribos adicionais para criar confinamento. A capacidade de carga

da modelação inicial, com menor resistência do betão, foi assinalada na Figura 4.26 através da marca “1ª rotura”.

A comparação da relação carregamento – reacções entre os resultados experimentais e da modelação, presente na Figura 4.27, mostra a concordância dos resultados da modelação com os resultados experimentais. Observa-se um acompanhamento das distribuições dos esforços por parte da modelação.

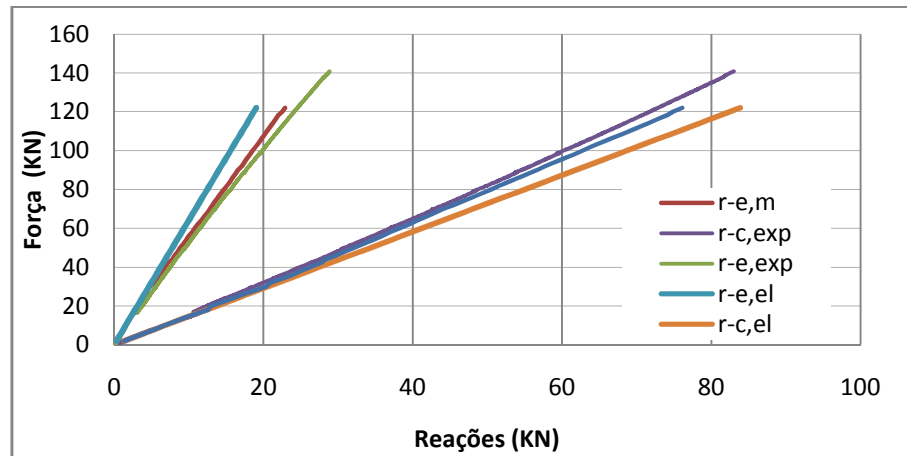


Figura 4.27 – Gráfico da relação carregamento – reacções da viga G3b

As tensões nos varões que foram obtidas da viga G3b, representadas na Figura 4.28, também mostram uma proximidade de resultados entre a modelação e os resultados experimentais. Os valores máximos das tensões de tracção apresentam-se relativamente próximos para a tensão no vão e idênticos sobre o apoio central.

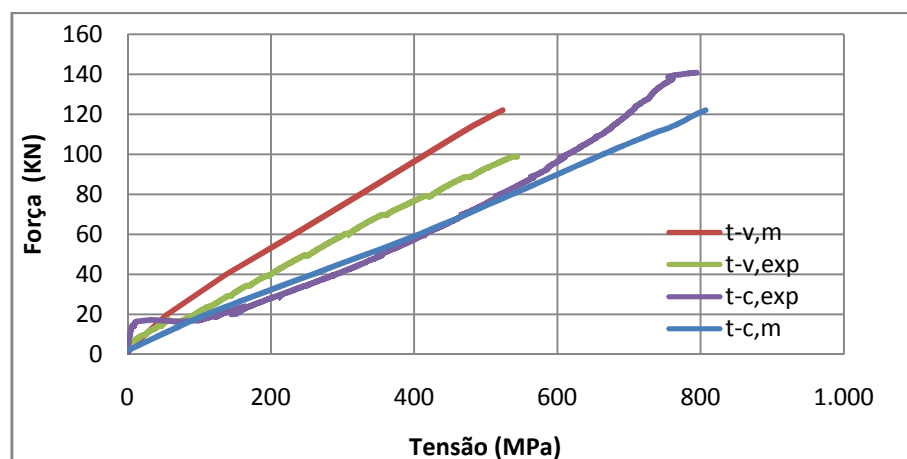
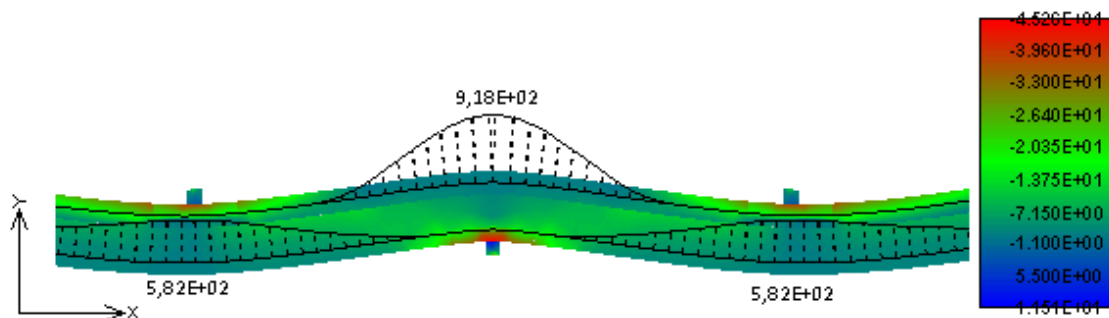


Figura 4.28 – Gráfico da viga G3b para a relação carregamento – tensão nos varões

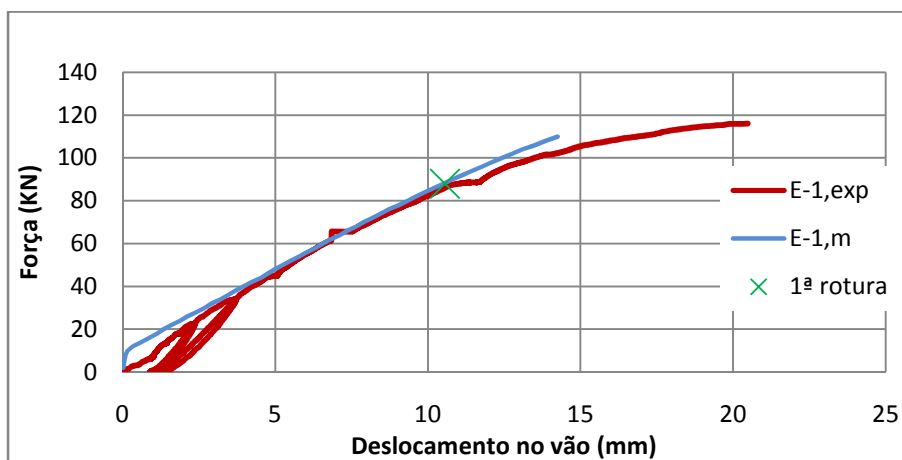
A rotura da viga G3b aconteceu pelo esmagamento do betão sobre o apoio central, Figura 4.29 esquematiza a tensão no betão, direcção x, e as tensões axiais nos varões.



**Figura 4.29 – Modo de rotura da modelação da viga G3b. Escala de cores indica a tensão no betão na direção x. A tensão nos varões é indicada com diagrama ao longo do varão com o valor máximo (unidade MPa)**

#### 4.3.3.5 Viga E-1

A modelação da viga E-1 está representada na Figura 4.30 juntamente com os resultados experimentais, onde o deslocamento no vão foi dado pela sua media. A comparação da deformação dos resultados experimentais e da modelação mostram uma grande proximidade entre ambos. Na fase próxima à rotura não houve a mesma concordância de resultados, isto devido à modelação comporta-se linearmente na fase próxima da rotura.



**Figura 4.30 – Gráfico da relação carregamento – deslocamento no vão para viga E-1**

A modelação da viga E-1 efectuou-se com uma nova introdução da tensão de compressão do betão, como referido em 3.2.1. Foi introduzido o novo valor da tensão de compressão do betão no elemento macro 5, referido na Figura 4.10, visto que para uma modelação inicial obteve-se uma carga de rotura muito inferior à experimental. Isto apresenta-se na Figura 4.30 indicado como a “1ª rotura”, sendo o ponto da rotura para a tensão de compressão do betão inicial.

As reacções da viga E-1, presentes na Figura 4.31, mostram o comportamento elástico por parte da modelação e dos resultados experimentais.

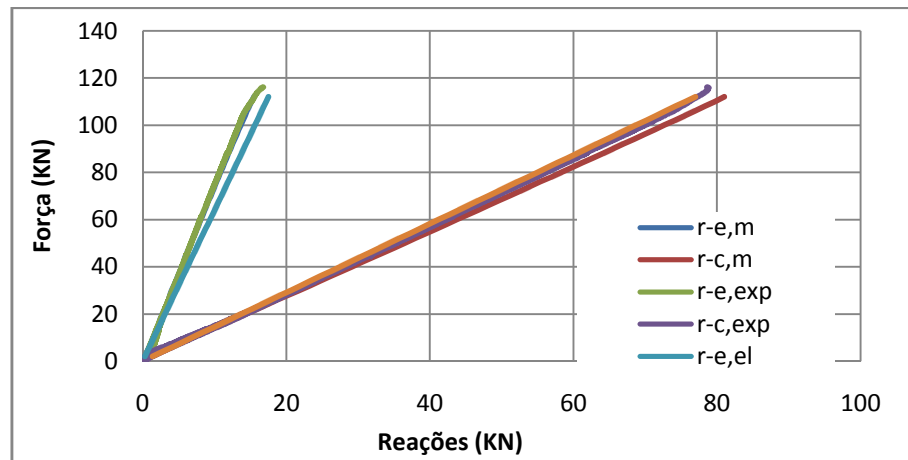


Figura 4.31 – Gráfico da relação carregamento – reacções para viga E-1

Na Figura 4.32 apresenta-se o modo de rotura da via E-1. A rotura deu-se pelo esmagamento do betão sobre o apoio central.

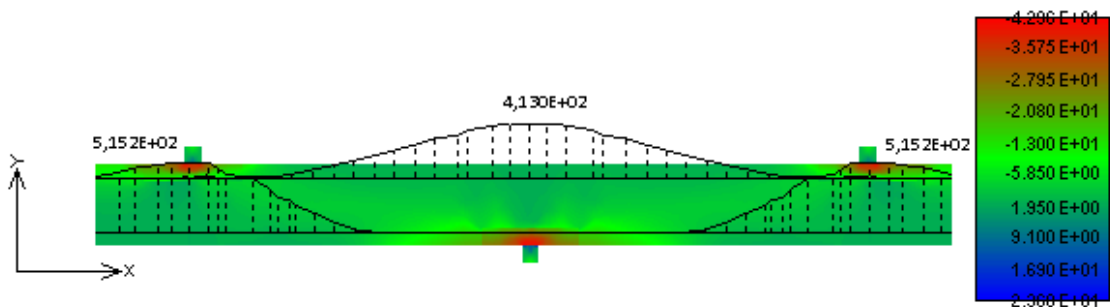
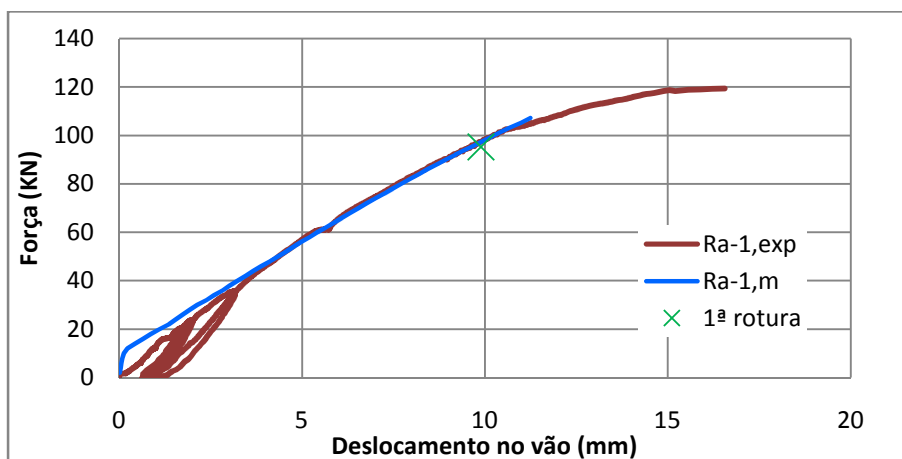


Figura 4.32 – Modo de rotura da modelação da viga E-1. Escala de cores indica a tensão no betão na direção x. A tensão nos varões é indicada com diagrama ao longo do varão com o valor máximo (unidades MPa)

#### 4.3.3.6 Viga Ra-1

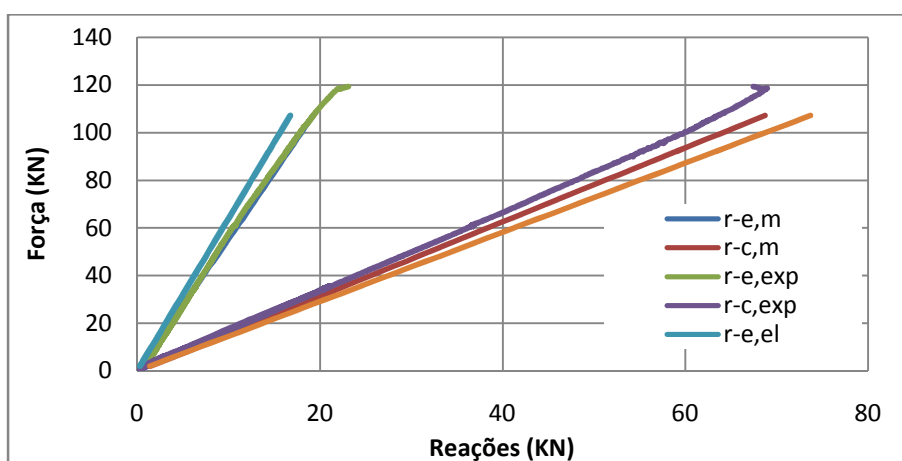
Na Figura 4.33 apresenta-se a comparação da modelação da viga Ra-1 com os respectivos resultados médios experimentais. A deformação apresenta-se com óptima concordância entre a modelação e a deformação média dos resultados experimentais.



**Figura 4.33 – Gráfico da relação carregamento – deslocamento no vão para a viga Ra-1**

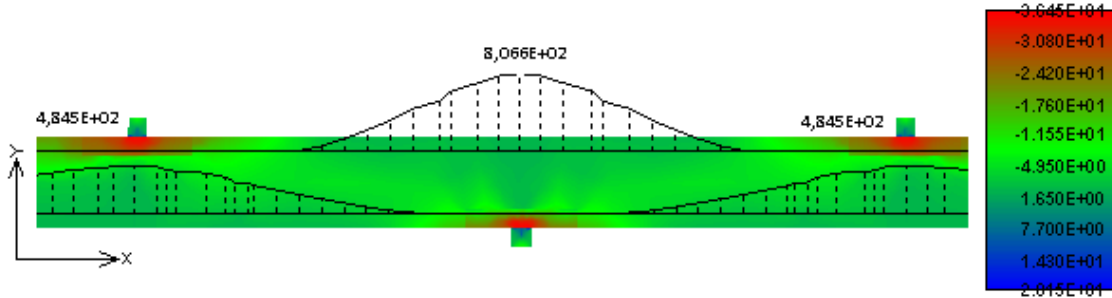
A modelação da viga Ra-1 também contou com a introdução de um betão de maior capacidade resistente, ponto 3.2.1, para obter-se uma carga de colapso mais próxima da experimental, simulando um confinamento junto aos apoios, elemento macro 5 da Figura 4.10.

As reacções da viga Ra-1, Figura 4.34, mostram a comparação entre os valores obtidos na modelação, valores experimentais e valores elásticos teóricos. As reacções nos apoios das extremidades apresentam-se concordantes entre a modelação e valores experimentais. Na reacção do apoio central os valores experimentais e valores da modelação não mostraram a mesma concordância que os apoios de extremidade, mas mostraram a distribuição efectuada por parte da modelação no sentido dos dados experimentais, visto, estes distinguirem-se da reacção elástica teórica do apoio.



**Figura 4.34 – Gráfico da relação carregamento – reacções para a viga Ra-1**

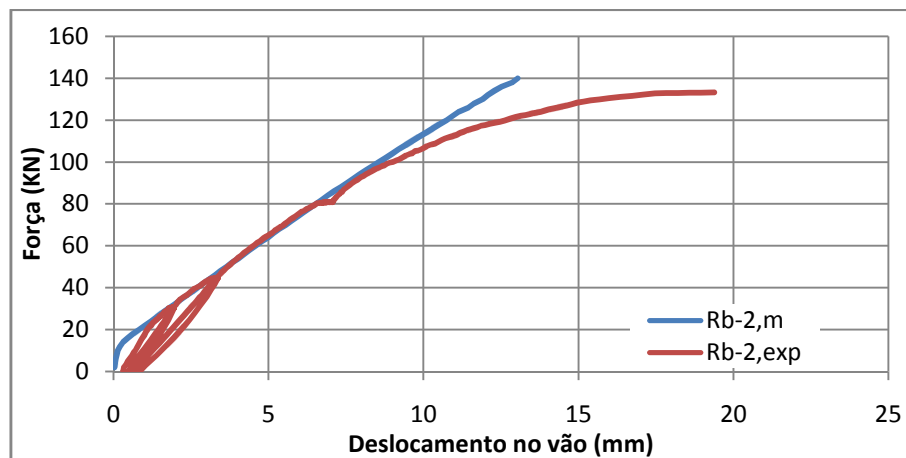
A rotura deu-se pelo esmagamento do betão sobre o apoio central e pontos de carregamento das forças externas. A Figura 4.35 mostra esse modo de rotura.



**Figura 4.35 – Modo de rotura da modelação da viga Ra-1. Escala de cores indica a tensão no betão na direção x. A tensão nos varões é indicada com diagrama ao longo do varao com o valor máximo (unidades MPa)**

#### 4.3.3.7 Viga Rb-2

A modelação da viga Rb-2 apresenta-se na Figura 4.36, juntamente com os respectivos resultados experimentais. Os resultados experimentais, deslocamento no vão, foram obtidos pela sua média. A comparação das deformações no vão apresentam-se com concordância ao longo da evolução do carregamento, excepto próximo da rotura.



**Figura 4.36 – Gráfico da relação carregamento – deslocamento no vão para viga Rb-2**

A Figura 4.37 mostra a distribuição das reacções com a evolução do carregamento e compara-as. Observa-se uma igual distribuição das reacções, relativamente a modelação e resultados experimentais.

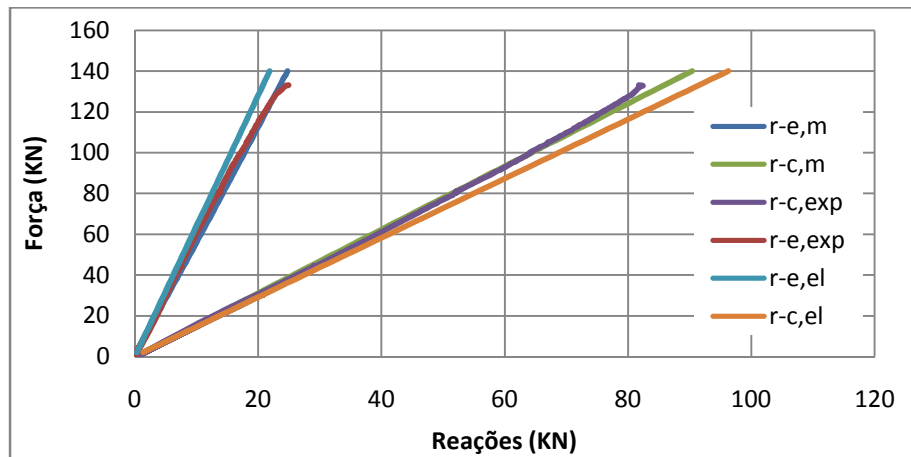


Figura 4.37 – Gráfico da relação carregamento – reacções para a viga Rb-2

O modo de rotura foi dado pelo esmagamento do betão, para a modelação da viga Rb-2. Na Figura 4.38 pode-se observar as tensões no betão e nos varões no momento da rotura.

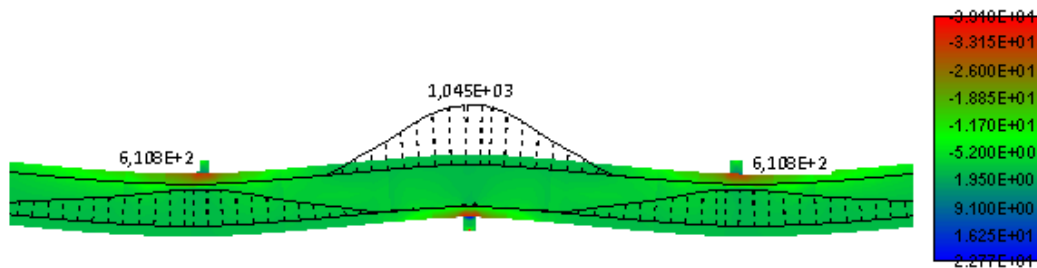


Figura 4.38 – Modo de rotura da modelação da viga Rb-2. Escala de cores indica a tensão no betão na direção x. A tensão nos varões é indicada com diagrama ao longo do varão com o valor máximo (unidades MPa)

#### 4.3.4 Fendilhação em estado de serviço

A fendilhação dos modelos foi comparada com a fendilhação experimental obtida nas vigas de GFRP, esta comparação foi feita para uma carga em estado limite de serviço. Na Tabela 4.9 são apresentadas as aberturas de fendas máximas dos modelos e das vigas experimentais de Santos [2] e Matos [3]. A abertura máxima de fendas dos modelos subestimam a fendilhação obtida nos ensaios experimentais, a Tabela 4.9 mostra a percentagem que relaciona as fissuras dos modelos com as experimentais, para a zona do apoio central e vão. No apoio esta percentagem toma uma média de 54% e no vão uma media de 76% das fissuras experimentais, para futuras comparações considera-se menos 20% das medias.

**Tabela 4.9 – Abertura máxima de fendas, experimental e modelos**

Vigas	Experimental			Modelos			Percentagem entre Experimental e Modelo	
	Carga Actuante	Fissuras		Carga Actuante	Fissuras		Apoio	Vão
		Apoio	Vão		Apoio	Vão		
KN	mm	mm	KN	mm	mm	%	%	
G1b	35	1,1	0,575	35	0,3	0,25	27	43
G2a	35	1,1	0,35	35	0,35	0,14	32	40
G3b	35	1	0,33	35	0,43	0,15	43	45
E-1	24,3	0,15	0,23	24	0,144	0,252	96	110
Ra-1	20,3	0,2	0,1	20	0,1	0,125	50	125
Rb-2	46,2	0,37	0,16	46	0,29	0,145	78	91

A Figura 4.39 e Figura 4.40 mostra a comparação do padrão da abertura de fendas entre o modelo e experimental da viga G3b, comparação feita para um carregamento dentro do patamar da carga de serviço.



**Figura 4.39 – Padrão da abertura de fendas para o modelo da viga G3b, na carga de 35KN, num carregamento dentro dos patameres de serviço**



**Figura 4.40 – Padrão da abertura de fendas para a viga G3b experimental, na carga de 35KN, num num carregamento dentro dos patameres de serviço**

## 4.4 Conclusões

As comparações realizadas entre as modelações e os dados experimentais, provenientes dos ensaios laboratoriais, mostraram alguma concordância entre si. Comparando ainda

os esforços resultantes da modelação com os esforços elásticos, estes mostraram-se distintos, mostrando a descrição concordante entre experimental e modelação.

A Tabela 4.10 faz uma comparação resumo entre a deformação, para a modelação e os dados experimentais, através da diferença dos respectivos dados e percentagens, para um estado limite último e estado limite de serviço. O estado limite de serviço foi proposto como uma aproximação, sendo considerado como metade do estado limite último. Na Tabela 4.10 também foi feito a comparação das cargas de rotura e das reacções entre a modelação e dados experimentais, no estado limite último.

**Tabela 4.10 – Comparação dos dados da modelação com os dados experimentais, para deformação, carga última e reacções**

Vigas	Variação da deformação no vão						Variação das reacções no ELU			
	ELS		ELU		Variação ELU		Apoio central		Apoio extremo	
	$\delta_{exp}-\delta_m$ mm	%	$\delta_{exp}-\delta_m$ mm	%	$P_{exp}-P_m$ KN	%	$\Gamma_{exp}-\Gamma_m$ KN	%	$\Gamma_{exp}-\Gamma_m$ KN	%
R	1,4	54,8	5,5	33,3	3,7	5,2	1,1	2,6	0,6	4,2
G1b	2,2	36,6	8,6	44,6	1,8	1,8	4,2	6,0	1,9	13,6
G2a	6,9	62,0	12,9	57,6	6,9	6,5	4,9	7,3	2,5	12,6
G3b	1,8	26,8	4,9	32,7	18,8	15,4	3,3	4,3	1,6	7,1
E-1	0,1	1,0	2,9	16,2	4,1	3,6	3,6	4,5	0,3	1,7
Ra-1	0,2	2,9	0,5	4,4	12,1	11,3	5,2	7,5	0,03	0,2
Rb-2	0,03	0,7	6,3	32,7	6,8	4,9	4,7	5,4	0,2	0,6

Em geral, na modelação, a evolução dos deslocamentos em função do carregamento mostra duas fases. A primeira fase antes da abertura completa de fendas, onde graficamente observa-se um grande declive sinonimo de grande rigidez. Numa segunda fase, após a abertura de fendas, mostra uma perda de rigidez. Sendo este também o comportamento das vigas reais.

As deformações da modelação para um estado limite de serviço mostraram concordância com os valores experimentais reais, relativamente as deformações no estado limite último observou-se uma maior variação, como mostra na Tabela 4.10. A fendilhação observada no estado de serviço mostrou subestimação dos modelos em relação às vigas reais, para as vigas de Santos [2], nas aberturas de fendas dos modelos das vigas de Matos [3] estas já apresentaram valores concordantes na abertura de fendas, isto pode ser causado por alguma imprecisão na definição das características do

betão da modelação. Para o estado limite último a variação de deformações deveu-se à modelação comportar-se linearmente na relação carregamento – deslocamento na fase próxima da rotura. A modelação não descreveu o comportamento apresentado pelos dados experimentais na iminência da rotura, onde observou-se um comportamento descrito pela plastificação do betão. Na modelação deu-se a rotura do betão, tendo atingindo o valor da tensão máxima (ainda contabilizando um estado biaxial), levando ao término da modelação da viga. Assim não foi devolvido o comportamento de plastificação do betão, onde dá-se grande aumento da extensão de compressão do betão sem grande aumento do carregamento.

Outra consequência para uma maior deformação foi o aparecimento de patamares de cedência, onde sem aumento do carregamento houve um aumento da deformação.

As cargas de rotura apresentaram variações entre os resultados da modelação e experimentais reais, como mostra na Tabela 4.10. A determinação da carga última pode-se tornar imprevisível dentro de um intervalo de valores, devido à rotura dar-se pelo esmagamento do betão. Sendo o betão um material anisotrópico e heterogéneo com propriedades particulares resultantes de vários, possíveis, factores.

A criação de hipóteses de confinamento devolvendo uma maior capacidade de resistência e extensão à compressão do betão, para vigas E-1, Ra-1, e introdução de maiores extensões de compressão do betão para vigas G1b, G2a e G3b, conduziu a cargas de rotura mais elevadas e mais próximas entre modelação e dados experimentais reais. Contudo têm-se uma boa aproximação de previsão para as cargas últimas das vigas.

Na análise das reacções foi verificado a existência de distribuição de esforços de uma forma plástica por parte das modelações nas vigas G2a, G3b, Ra-1 e Rb-2, isto resulta da disposição da armadura. A Tabela 4.10 mostra as variações entre as reacções da modelação e as reacções experimentais, com valores concordantes. Em geral a distribuição de esforços obtidos pelas modelações descreveu o mesmo comportamento dos dados experimentais, mas com alguma subestimação da distribuição no sentido dos apoios da extremidade. Sendo possível quantificar parte da distribuição de esforços com a realização de modelações, assim temos uma distribuição menor mas do lado da segurança, sabendo que esta não ultrapassou a distribuição possível.

A comparação entre as tensões dos varões de GFRP, para a modelação e dados experimentais, mostrou alguma variação nos respectivos valores. Em geral as tensões apresentaram uma ordem de grandeza próxima, como apresentado na Tabela 4.11. A maior divergência dos valores das tensões, dos varões de GFRP, deu-se nas tensões do vão. Possivelmente uma consequência da média entre os quatro extensómetros, onde a possível existência de um inferior resultado experimental influencia-se a restante média. Em geral as tensões da modelação subestimaram as tensões dos dados experimentais, o que sugere uma subestimação de 20% para o vão e 10% para o apoio central, devido a esta variação entre os resultados experimentais.

**Tabela 4.11 – Comparação das tensões nos varoes de GFRP.**

Vigas	Carregamento KN	Tensão nos varões de GFRP no vão			Tensão nos varões de GFRP no apoio central		
		Experimental MPa	Modelação MPa	Varição MPa	Experimental MPa	Modelação MPa	Varição MPa
G1b	80	661	526	135	462	413	49
G2a	80	382	332	50	581	520	61
G3b	80	426	325	101	520	537	17

Conclui-se que as modelações das vigas de GFRP devolverem bons resultados podendo-se dar seguimento a mais modelações com diferentes parâmetros.

Esta etapa da modelação foi útil pois, além de validar o modelo, serviu para estabelecer algumas escolhas, tais como refinamento de malhas de elementos finitos, geometria dos elementos finitos, tipos de apoios, incrementos de cargas, número de interacções e dados a monitorizar.

## Capítulo 5

### Análise Paramétrica

A análise paramétrica incidiu sobre vigas de dimensões correntes, para estruturas de betão armado. Os parâmetros sujeitos à análise foram três: os vãos das vigas; a esbelteza da viga; as percentagens de armadura. No primeiro parâmetro estipularam-se três vãos contínuos de 4m, 5m e 8m. O estudo do parâmetro esbelteza foi realizado com duas geometrias de secções transversais. O conceito que levou à atribuição da primeira esbelteza foi a relação  $h \approx L/(10 \text{ a } 12)$ , proveniente das vigas de betão armado com aço. Para a segunda secção, diminuiu-se a esbelteza com o aumento da altura útil. A percentagem de armadura foi estudada através de três grupos de armaduras. A Tabela 5.1 mostra os valores de referência das percentagens de armadura, para esses três grupos, designando-se  $A_{f1}$ ,  $A_{f2}$ ,  $A_{f3}$ , estas percentagens foram baseadas em percentagens usadas em betão armado com varões de aço. Usou-se a mesma área de armadura para as duas secções transversais de betão. Assim, novas percentagens de armadura foram criados automaticamente com a utilização da mesma armadura numa secção menos esbelta.

**Tabela 5.1 – Valores de percentagens de armaduras longitudinais.**

Baixo ( $A_{f1}$ )	Médio ( $A_{f2}$ )	Alto ( $A_{f3}$ )
%	%	%
0,2 a 0,3	0,5 a 1	1,5 a 2

As vigas foram modeladas com estribos de aço, tal como nas vigas de validação. A Tabela 5.2 apresenta as percentagens de armadura de estribos resultantes para as duas larguras de almas existentes na modelação.

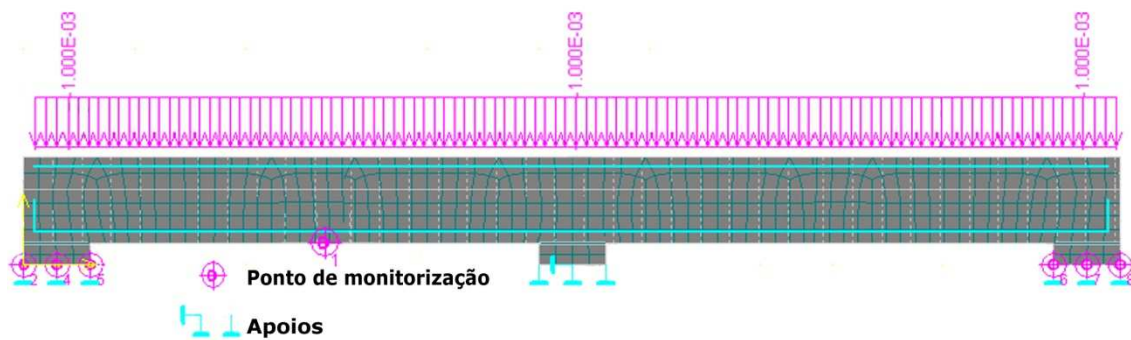
**Tabela 5.2 – Percentagens da armadura de estribos para as modelações**

Largura da alma	Percentagem de armadura de estribos
m	-
0,30	0,0067
0,35	0,0057

Na modelação das vigas definiu-se a altura útil para cada secção como a altura,  $h$ , menos cinco centímetros, sendo  $h - 0.05m$ . Outra definição, comum a todas as vigas,

foi a atribuição de uma área de apoio, pilares. As larguras dos apoios foram de 30cm de comprimento, sendo à largura igual a largura da alma das respectivas vigas.

O modo de carregamento das vigas realizou-se com a aplicação de uma carga distribuída ao longo do comprimento da viga. Em cada passo do carregamento a modelação aplicava um incremento de 1KN/m. A Figura 5.1 mostra o esquema montado no programa ATENA para a modelação, onde contem os elementos: os varões; os pontos de monitorização; os apoios; o carregamento;



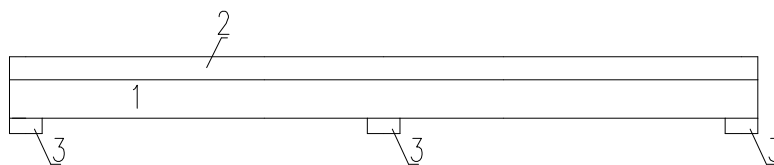
**Figura 5.1 – Modelo do programa ATENA com o carregamento, os pontos de monitorização e apoios.**

A modelação realizou-se para obtenção de carga de dimensionamento, para isto limitou-se a tensão de compressão do betão ao valor de dimensionamento,  $f_{cd}$ . Na modelação não contabilizou-se o efeito do peso próprio, estando este incluído nas cargas últimas obtidas.

## 5.1 Elementos macro e elementos finitos

Na modelação das vigas utilizou-se elementos macro para definir três zonas, a Figura 5.2 indica os elementos macro criados. O elementos macro 1 define a zona da alma, 2 define a zona do banzo e 3 define os apoios.

As dimensões de cada elementos macro são respectivamente as dimensões apresentadas para cada viga, relativamente ao comprimento do elementos macro 1 e 2 foi acrescentado 0.3m devido a dimensão dos apoios. O vão foi considerado de eixo a eixo do apoio.



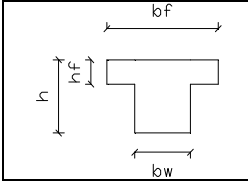
**Figura 5.2 – Elementos-macro para as vigas da modelação.**

A malha de elementos finitos, para elementos-macro 1 e 2, foi atribuída com elementos finitos de dimensões aproximadamente a  $h/6$ , onde  $h$  é a altura da viga. As dimensões dos elementos finitos dos apoios foram iguais em todas as vigas, com dimensão de 0.1m.

## 5.2 Geometria das vigas e armaduras longitudinais

A Tabela 5.3 apresenta os valores das dimensões das secções criadas para a modelação. A pormenorização de cada secção e respectivo alçado pode ser observada no Anexo I.

**Tabela 5.3 – Geometria das secções transversais**

		Dimensões das secções			
		h	$b_w$	$b_f$	$h_f$
		m	m	m	m
Vão 4m	Secção 1	0,4	0,3	0,5	0,15
	Secção 2	0,45	0,3	0,5	0,15
Vão 5m	Secção 1	0,5	0,3	0,5	0,15
	Secção 2	0,55	0,3	0,5	0,15
Vão 8m	Secção 1	0,6	0,35	0,7	0,15
	Secção 2	0,7	0,35	0,7	0,15

As armaduras longitudinais, para momento positivo e negativo, estão presentes na Tabela 5.4, resultado da aplicação das percentagens de armadura indicadas anteriormente, Tabela 5.1. A armadura mínima foi aplicada segundo o ACI 440.1R-06 [8], para tal, a percentagem de armadura,  $\rho_f$ , definida é maior que a percentagem de armadura em equilíbrio com betão,  $\rho_{fb}$ . Assim, a rotura da viga foi dada pelo esmagamento do betão.

As designações das vigas são feitas com uma numeração que indica respectivamente o comprimento do vão em metros, a secção transversal da viga e o grupo de armadura pertencente. Por exemplo “v4-1.2”, em que “v4” significa viga de 4 metros de vão, “1.”

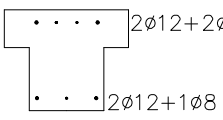
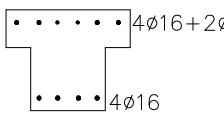
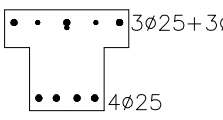
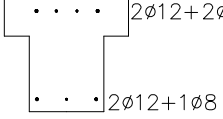
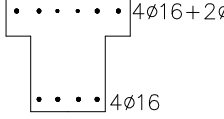
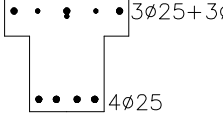
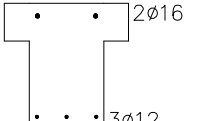
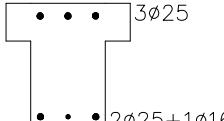
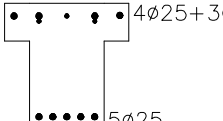
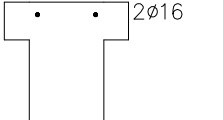
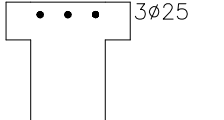
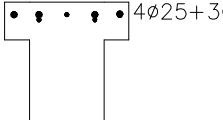
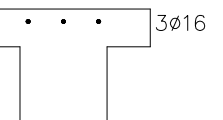
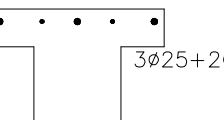
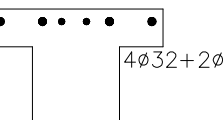
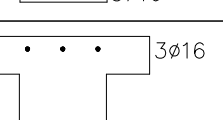
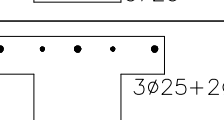
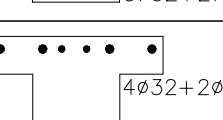
Secção 1 transversal e “2” significa que pertence ao grupo de armadura longitudinal  $A_{f2}$ .

**Tabela 5.4 – Área de armadura longitudinal e respectivas percentagens de armadura**

			Designação da viga	Momento Positivo		Momento negativo		
				$A_f$	$\rho_f$	$A_f$	$\rho_f$	$\rho_{fb}$
				m <sup>2</sup>	(%)	m <sup>2</sup>	(%)	(%)
Vão 4m	Secção 1	$A_{f1}$	v4-1.1	2,76E-04	0,263	3,27E-04	0,311	0,216
		$A_{f2}$	v4-1.2	8,04E-04	0,766	1,03E-03	0,981	0,232
		$A_{f3}$	v4-1.3	1,96E-03	1,870	2,08E-03	1,977	0,376
	Secção 2	$A_{f1}$	v4-2.1	2,76E-04	0,230	3,27E-04	0,272	0,216
		$A_{f2}$	v4-2.2	8,04E-04	0,670	1,03E-03	0,859	0,232
		$A_{f3}$	v4-2.3	1,96E-03	1,636	2,08E-03	1,730	0,376
Vão 5m	Secção 1	$A_{f1}$	v5-1.1	3,39E-04	0,251	4,02E-04	0,298	0,216
		$A_{f2}$	v5-1.2	1,18E-03	0,876	1,47E-03	1,091	0,376
		$A_{f3}$	v5-1.3	2,45E-03	1,818	2,57E-03	1,901	0,376
	Secção 2	$A_{f1}$	v5-2.1	3,39E-04	0,226	4,02E-04	0,268	0,216
		$A_{f2}$	v5-2.2	1,18E-03	0,789	1,47E-03	0,982	0,376
		$A_{f3}$	v5-2.3	2,45E-03	1,636	2,57E-03	1,711	0,376
Vão 8m	Secção 1	$A_{f1}$	v8-1.1	6,03E-04	0,313	6,03E-04	0,313	0,232
		$A_{f2}$	v8-1.2	1,47E-03	0,765	1,87E-03	0,974	0,376
		$A_{f3}$	v8-1.3	3,39E-03	1,763	4,20E-03	2,181	0,376
	Secção 2	$A_{f1}$	v8-2.1	6,03E-04	0,265	6,03E-04	0,265	0,232
		$A_{f2}$	v8-2.2	1,47E-03	0,647	1,87E-03	0,824	0,376
		$A_{f3}$	v8-2.3	3,39E-03	1,492	4,20E-03	1,846	0,376

As pormenorizações das secções com as disposições das armaduras atribuídas podem ser observadas na Tabela 5.5, as secções são constantes ao longo das vigas. Estas pormenorizações verificam a armadura mínima para que o tipo de rotura se dê pelo esmagamento do betão. A percentagem de armadura foi calculada por  $\rho_f = A_f / d \cdot b_w$ , a percentagem de armadura calculada para o momento positivo e negativo respectivamente.

**Tabela 5.5 – Pormenorização das armaduras nas secções**

		Af1	Af2	Af3
Vão 4m	Secção 1			
	Secção 2			
Vão 5m	Secção 1			
	Secção 2			
Vão 8m	Secção 1			
	Secção 2			

## 5.3 Resultados das modelações da análise paramétrica

### 5.3.1 Vigas com vão de 4m

A relação do carregamento-deformação no meio vão, para a secção 1 das vigas de vão 4m, está presente no gráfico da Figura 5.3. Na Tabela 5.6 relaciona-se as deformações, entre os três grupos de armaduras longitudinais, com a percentagem da diminuição da deformação, sendo a carga de comparação a mesma nas três vigas.

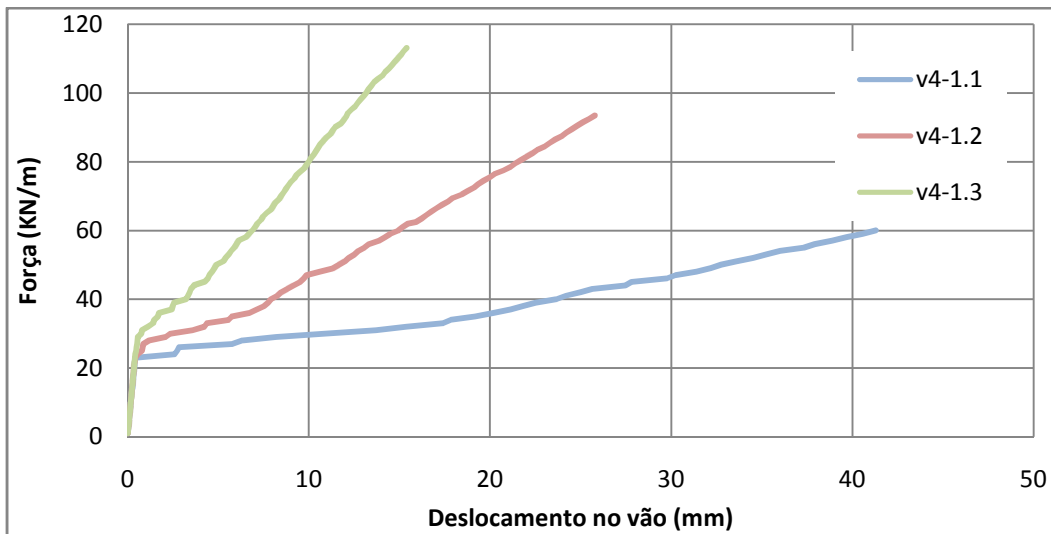


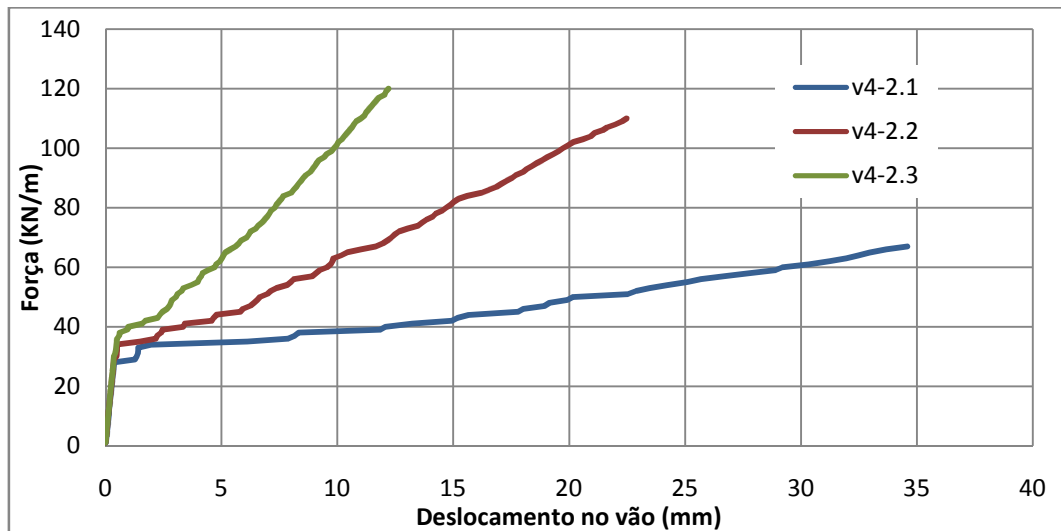
Figura 5.3 – Carregamento-deslocamento para os três grupo de armadura das vigas de secção 1 e vão de 4 metros, v4-1.1, v4-1.2, v4-1.3

Tabela 5.6 - Comparação das deformadas entre os 3 grupos de armaduras, para a secção 1 das vigas com 4m de vão

Carga	Deformação no vão			Diminuição da deformação com o grupo de armadura		
	v4-1.1	v4-1.2	v4-1.3	Grupo 1 - 2	Grupo 2 - 3	Grupo 1 - 3
KN	mm	mm	mm	%	%	%
60	41,29	14,93	6,71	64	55	84

Na Figura 5.4 apresenta-se a relação carregamento-deformação no vão, para a secção 2 das vigas com vão de 4m. A Tabela 5.7 relaciona as deformações dos três grupos de armaduras, para a mesma carga actuante, para a secção 2 das vigas com vão de 4m.

A diminuição da deformação no vão, devido ao aumento da percentagem da armadura longitudinal, mostra diminuições de mais de metade da deformação, para ambas as secções transversais modeladas.

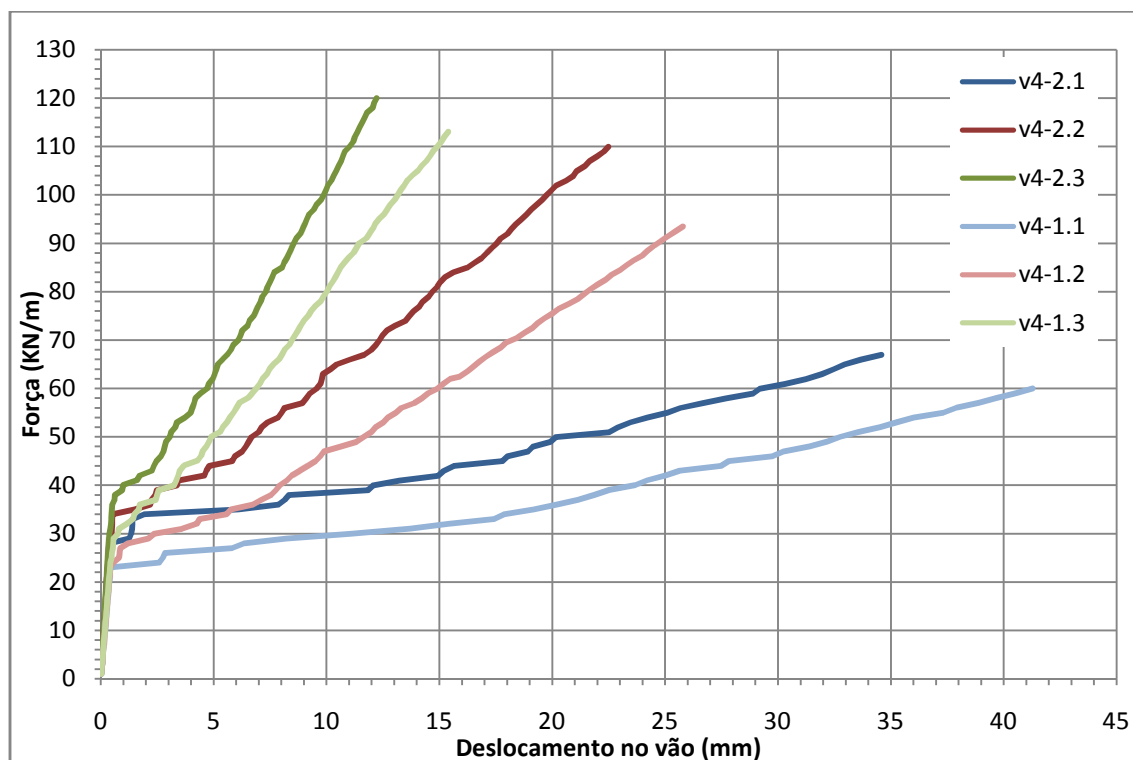


**Figura 5.4 - Carregamento-deslocamento para os três grupo de armadura das vigas de seção 2 e vão de 4 metros, v4-2.1, v4-2.2, v4-2.3**

**Tabela 5.7 - Comparação das deformadas entre os 3 grupos de armaduras, para a secção 2 das vigas com 4m de vão**

Carga	Deformação			Diminuição da deformação com o grupo de armadura		
	v4-2.1	v4-2.2	v4-2.3	Grupo 1 -2	Grupo 2 -3	Grupo 1 -3
KN	mm	mm	mm	%	%	%
67	34,58	11,66	5,614	66	52	84

O aumento da altura útil, em 5 cm da secção 1 para a secção 2, traduziu-se nas relações carregamento - deslocamento no vão apresentadas na Figura 5.5, onde estão presentes os três grupos caracterizados pela armadura. O modo de rotura das vigas de vão 4m foi pelo esmagamento do betão sobre o apoio central.



**Figura 5.5 – Comparação do carregamento-deslocamento entre as vigas de secção 1 e 2 com vão de 4m**

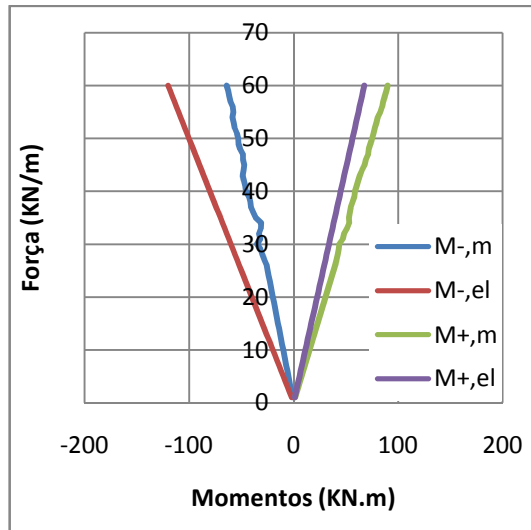
A comparação da carga última e da deformação entre as vigas com diferentes secções e para o mesmo grupo de armadura está presente na Tabela 5.8. Fez-se uma comparação da deformação através de uma percentagem, esta indica a diminuição da deformação para a mesma carga, sendo a carga de comparação a carga última das vigas de secção 1. A comparação da carga última foi apresentada através da percentagem do aumento da carga última da secção 1 para secção 2, conseqüente do aumento da sua altura útil da secção.

**Tabela 5.8 – Comparação da carga última e deformação das vigas com secções 1 e 2 e vão de 4m**

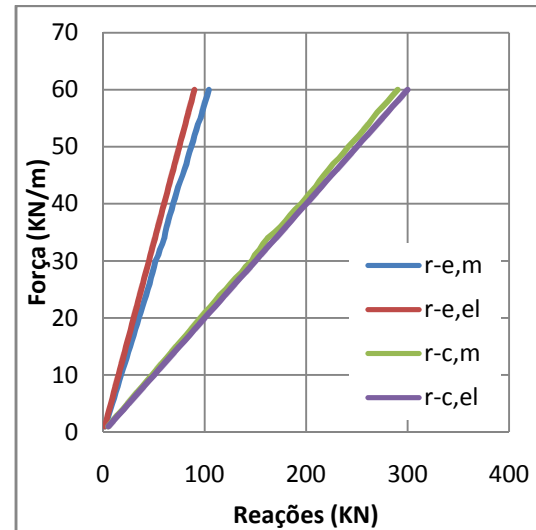
Grupo de armadura	Deformação			Carga Última		
	Secção 1	Secção 2	Percentagem de diminuição	Secção 1	Secção 2	Percentagem do aumento
	mm	mm	%	KN/m	KN/m	%
1	41,29	29,19	-29,3	60	67	11,7
2	25,79	18,18	-29,5	93,5	110	17,6
3	15,39	11,36	-26,2	113	120	6,2

A comparação das evoluções dos momentos flectores da viga v4-1.1, entre os momentos resultantes da modelação,  $M,m$ , e momentos elásticos teóricos,  $M,el$ , estão

presentes na Figura 5.6. As evoluções das reacções, da mesma viga, apresentam-se na Figura 5.7, onde é possível comparar as reacções obtidas na modelação com as reacções elástico-teóricas.



**Figura 5.6 – Comparação da evolução dos momentos flectores da viga v4-1.1, entre a modelação e valores elásticos teóricos**



**Figura 5.7 – Comparação da evolução das reacções da viga v4-1.1, entre a modelação e valores elásticos teóricos**

Através dos gráficos das reacções, que deram origem aos respectivos momentos flectores, observa-se uma distinção entre os resultados obtidos na modelação numérica e os valores elásticos teóricos, isto remete para um equilíbrio das forças não elástico.

Comparando as reacções elástico teóricas com as reacções resultantes da modelação, estas ultimas apresentaram-se maiores nos apoios externos, r-e,m, e menores no apoio central, r-c,m. Isto conseqüente da forma como foi armada a viga, colocando-se uma área de armadura, para o momento flector negativo semelhante à área de armadura do momento flector positivo.

A evolução dos momentos flectores e das reacções, comparando-se entre a modelação e valores elásticos teóricos, das restantes vigas com vão de 4m apresentaram o mesmo comportamento descrito anteriormente. Estes gráficos, para as vigas v4-1.2, v4-1.3, v4-2.1, v4-2.2, v4-2.3, encontram-se no Anexo III.

As tensões instaladas nos varões de GFRP podem ser observadas no gráfico da Figura 5.8, para viga v4-1.1. Na evolução da tensão, com o aumento do carregamento, pode-se observar as fases dos estados da viga, não fendilhado a tensão manteve-se baixa, após

fendilhação houve um aumento acentuado da tensão no varão. A tensão no vão, t-v, demonstrou-se mais baixa que a tensão no apoio central, t-c.

Os restantes gráficos da relação carga aplicada às vigas e tensão nos varões de GFRP, demonstraram um comportamento análogo à viga v4-1.1. No Anexo III apresenta-se os restantes gráficos da tensão dos varões em função do respectivo carregamento da viga.

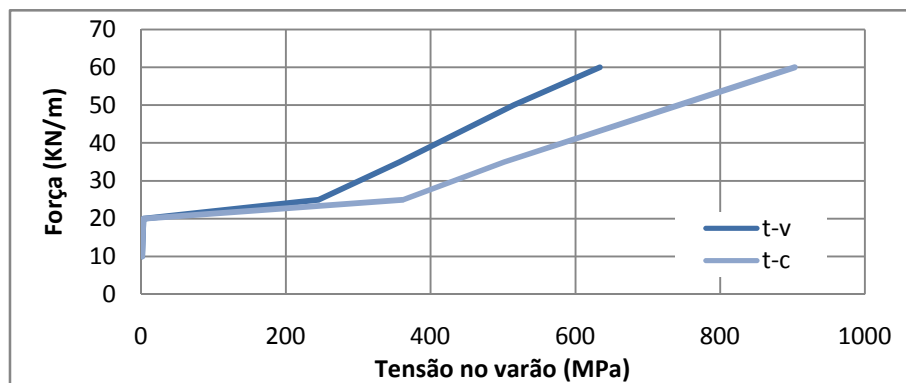


Figura 5.8 – Evolução das tensões nos varões de GFRP na viga v4-1.1

### 5.3.2 Vigas com vão de 5m

Para as vigas com secção 1 e vão de 5m, as relações carregamento-deslocamento no vão estão reunidas na Figura 5.9. A relação entre a deformação dos três grupos de armaduras é exibido na Tabela 5.9, esta relação é feita pela percentagem da deformação que diminui. Esta comparação da deformação fez-se para igual carga, sendo a carga última da viga com menos capacidade resistente.

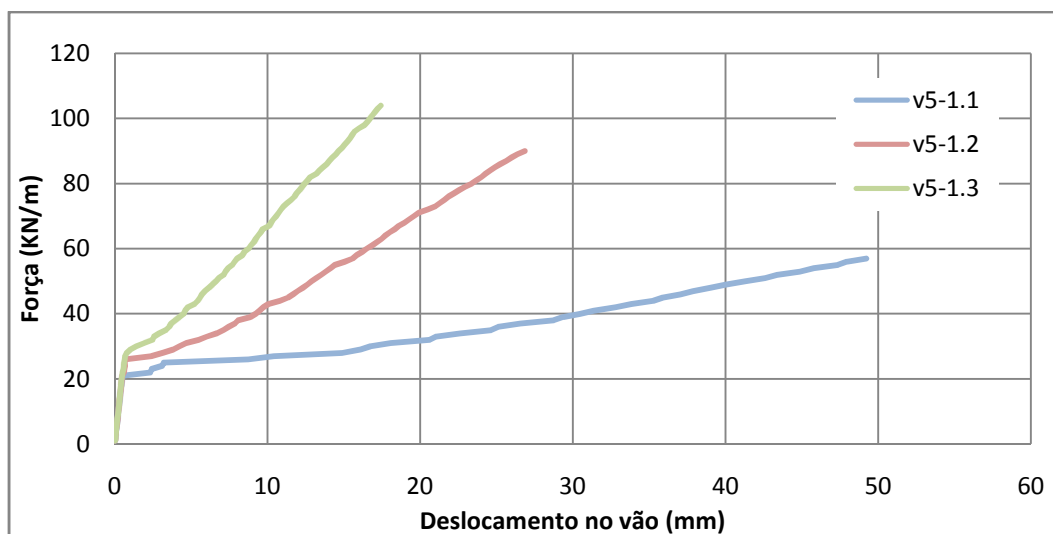
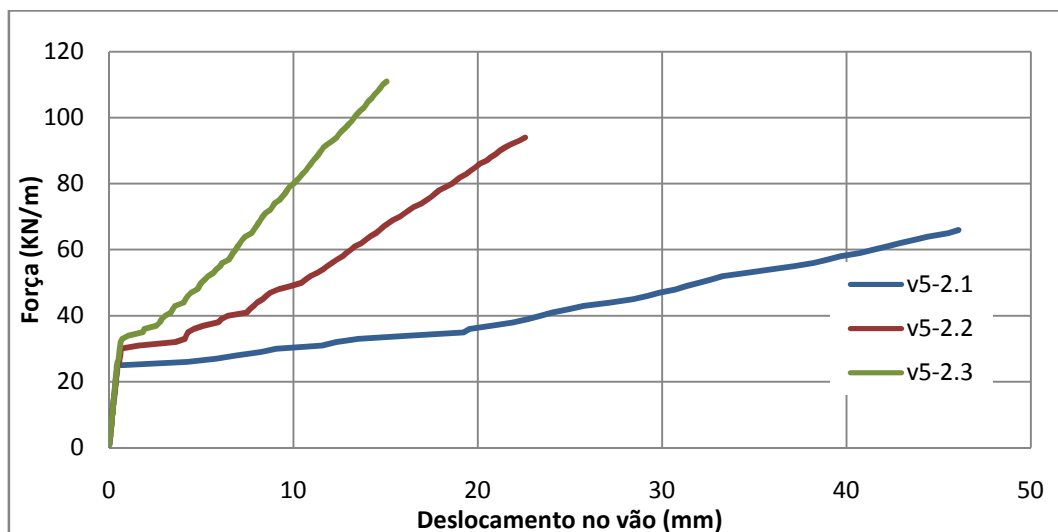


Figura 5.9 - Carregamento-deslocamento para os três grupo de armadura das vigas de secção 1 e vão de 5 metros, v5-1.1, v5-1.2, v5-1.3

**Tabela 5.9 - Comparação das deformadas entre os 3 grupos de armaduras, para a secção 1 das vigas com 5m de vão**

Carga	Deformação			Diminuição da deformação com o grupo de armadura		
	v5-1.1	v5-1.2	v5-1.3	Grupo 1 -2	Grupo 2 -3	Grupo 1 -3
KN	mm	mm	mm	%	%	%
57	49,22	15,58	8,01	68	49	84

Na secção 2 das vigas de vão 5m a relação carregamento-deslocamento apresentam-se na Figura 5.10. A diminuição, em percentagem, da deformação entre os grupos de armaduras estão presentes na Tabela 5.10. Comparação feita para a mesma carga, sendo a carga última da viga com menos capacidade resistente.



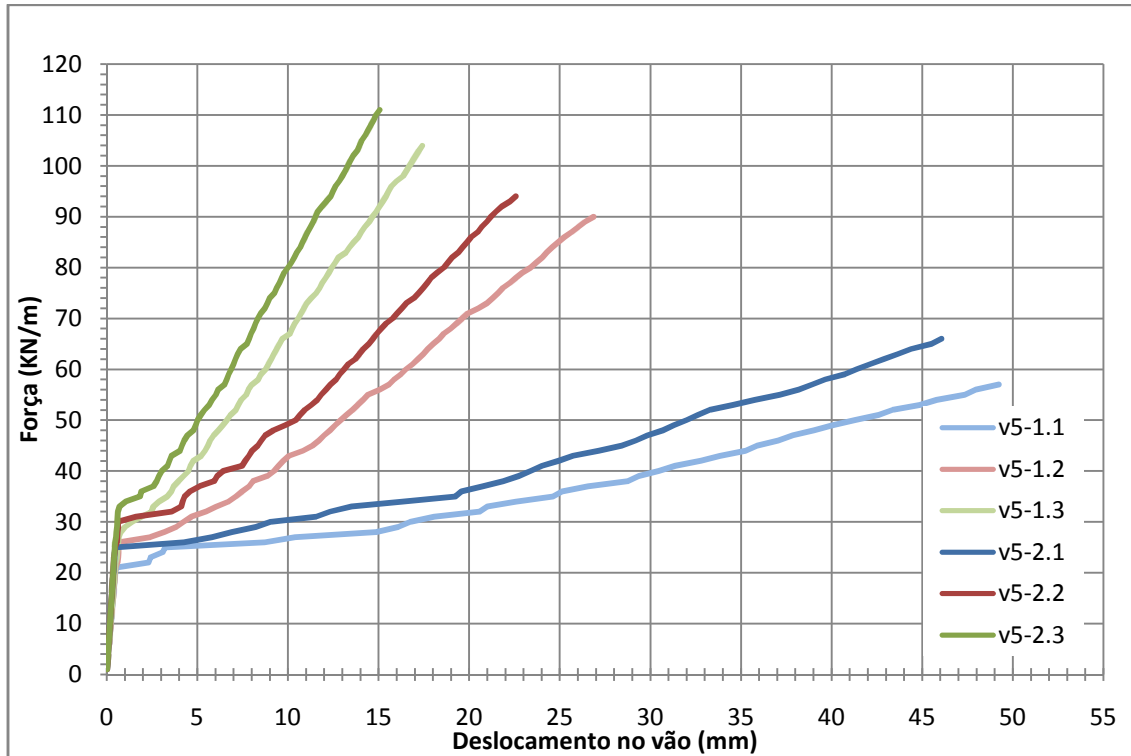
**Figura 5.10 - Carregamento-deslocamento para os três grupo de armadura das viga de secção 2 e vão de 5 metros, v5-2.1, v5-2.2, v5-2.3**

**Tabela 5.10 - Comparação das deformadas entre os 3 grupos de armaduras, para a secção 1 das vigas com 5m de vão**

Carga	Deformação			Diminuição da deformação com o grupo de armadura		
	v5-2.1	v5-2.2	v5-2.3	Grupo 1 -2	Grupo 2 -3	Grupo 1 -3
KN	mm	mm	mm	%	%	%
67	47,16	14,9	7,968	68	47	83

O conjunto das vigas modeladas com vão de 5 metros encontra-se na Figura 5.11, onde é possível comparar as deformações obtidas, entre a secção 1 e secção 2, para o mesmo grupo de armadura. O aumento da altura útil, da secção 1 para secção 2, em 5cm levou ao aumento da resistência da viga e a diminuição da deformada no vão. O modo de

rotura das vigas apresentadas na Figura 5.11 foi pelo esmagamento do betão sobre o apoio central da viga.



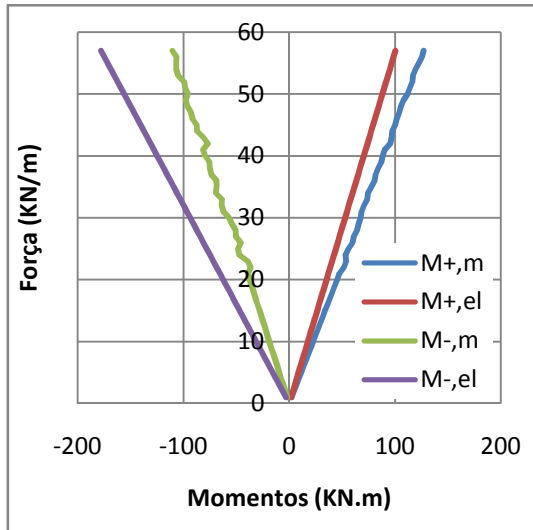
**Figura 5.11 – Comparação do carregamento-deslocamento entre as vigas de secção 1 e 2 com vão de 5m**

Compara-se a deformação e a carga última entre a secção 1 e 2 e apresenta-se na Tabela 5.11. Para comparar a deformação mostrou-se a percentagem da diminuição da deformação, para uma mesma carga. Na carga última mostrou-se a percentagem do aumento da carga, comparando com os mesmos valores para as vigas de vão 4m em média este aumento devido a variação da altura útil foi menor para os vão de 5m.

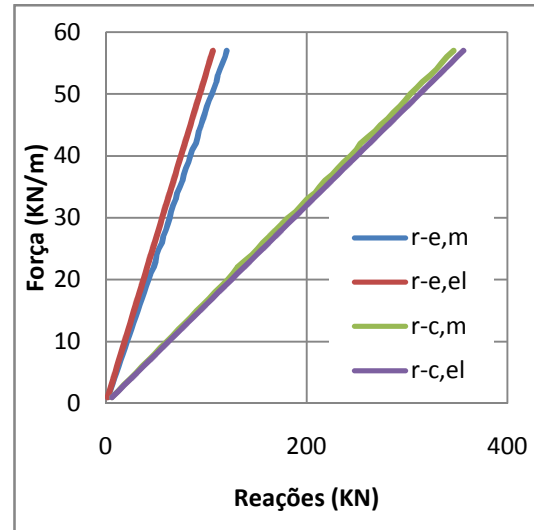
**Tabela 5.11 - Comparação da carga última e deformação entre as secções 1 e 2 para as vigas de vão 5m**

Grupo de armadura	Deformação			Carga Última		
	Secção 1	Secção 2	Percentagem de diminuição	Secção 1	Secção 2	Percentagem do aumento
	mm	mm	%	KN/m	KN/m	%
1	49,22	38,94	-20,9	57	67	17,5
2	26,86	21,2	-21,1	90	94	4,4
3	17,42	13,94	-20,0	104	111	6,7

A evolução dos momentos flectores para viga v5-1.1 encontra-se na Figura 5.12, onde compara-se o momento flector da modelação com momento flector elástico teórico. Relativamente a mesma viga, na Figura 5.13 apresenta-se as evoluções das reacções que deram origem aos momentos flectores, da modelação e elástico teóricos.



**Figura 5.12 - Comparação da evolução dos momentos flectores da viga v5-1.1, entre a modelação e valores elásticos teóricos**



**Figura 5.13 - Comparação da evolução das reacções da viga v5-1.1, entre a modelação e valores elásticos teóricos**

Os momentos flectores da modelação demonstram uma distribuição dos esforços de forma distinta da distribuição elástica. As reacções da modelação mostram que houve uma maior transferência de esforços para os apoios de extremidade comparativamente a uma distribuição elástico teórica.

Os restantes gráficos da evolução dos momentos flectores e reacções das restantes vigas com vão de 5m, v5-1.2, v5-1.3, v5-2.1, v5-2.2, v5-2.3, apresentaram um comportamento igual à viga v5-1.1, estes gráficos encontram-se no Anexo IV.

A tensão nos varões longitudinais para a viga v5-1.1 está presente na Figura 5.14, onde descreve a evolução da tensão com o aumento da carga aplicada à viga. Observa-se uma maior tensão nos varões do apoio central, t-c, que nos varões do vão, t-v. É possível também observar a contribuição inicial do betão para tensão de tracção e que após à fendilhação traduziu-se num aumento acentuado da tensão dos varões de GFRP.

Os demais gráficos da evolução das tensões nos varões de GFRP apresentaram comportamento análogo à viga v5-1.1. Estes, v5-1.2, v5-1.3, v5-2.1, v5-2.2, v5-2.3, estão reunidos no Anexo IV.

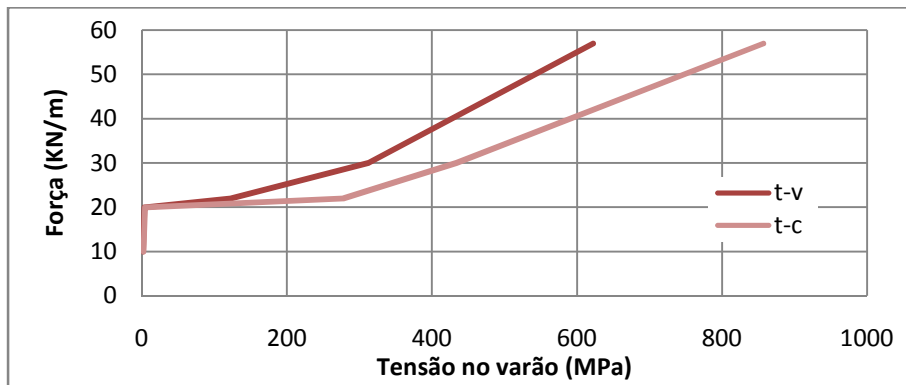


Figura 5.14 - Evolução das tensões nos varões de GFRP na viga v5-1.1

### 5.3.3 Vigas com vão de 8m

As modelações das vigas de vão 8m e secção 1 apresentam-se na Figura 5.15, através da relação carregamento-deslocamento no vão. As deformações foram comparadas entre os três grupos de armaduras e apresentadas na Tabela 5.12. Esta mostra a percentagem da diminuição da deformação para uma mesma carga aplicada, sendo a carga aplicada, a menor das três vigas.

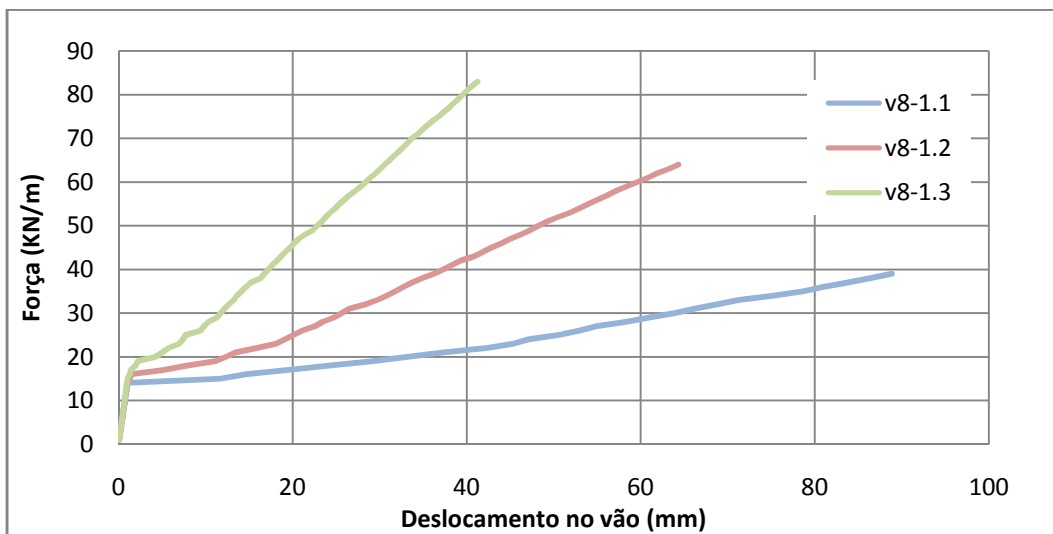
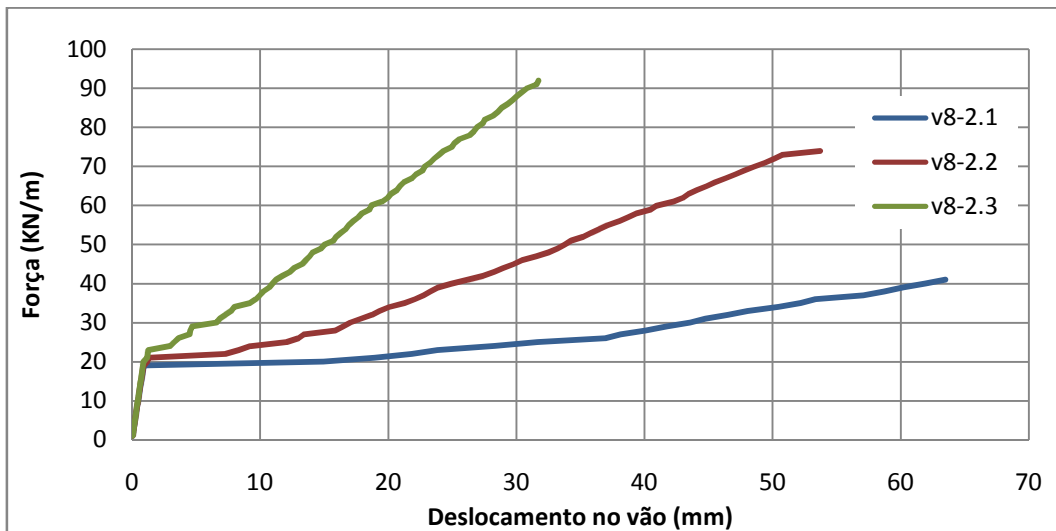


Figura 5.15 - Carregamento-deslocamento para os três grupo de armadura das vigas de secção 1 e vão de 8 metros, v8-1.1, v8-1.2, v8-1.3

Tabela 5.12 - Comparação das deformadas entre os 3 grupos de armaduras, para a secção 1 das vigas com 8m de vão

Carga	Deformação			Diminuição da deformação com o grupo de armadura		
	v8-1.1	v8-1.2	v8-1.3	Grupo 1 -2	Grupo 2 -3	Grupo 1 -3
KN	mm	mm	mm	%	%	%
39	88,83	36,30	16,73	59	54	81

Os resultados da relação carregamento-deslocamento no vão para secção 2 das vigas de vão 8m estão presentes na Figura 5.16. Relacionando-se as deformações entre os três grupos de armaduras, têm-se a Tabela 5.13, onde apresenta a percentagem da diminuição da deformação entre os grupo de armadura.



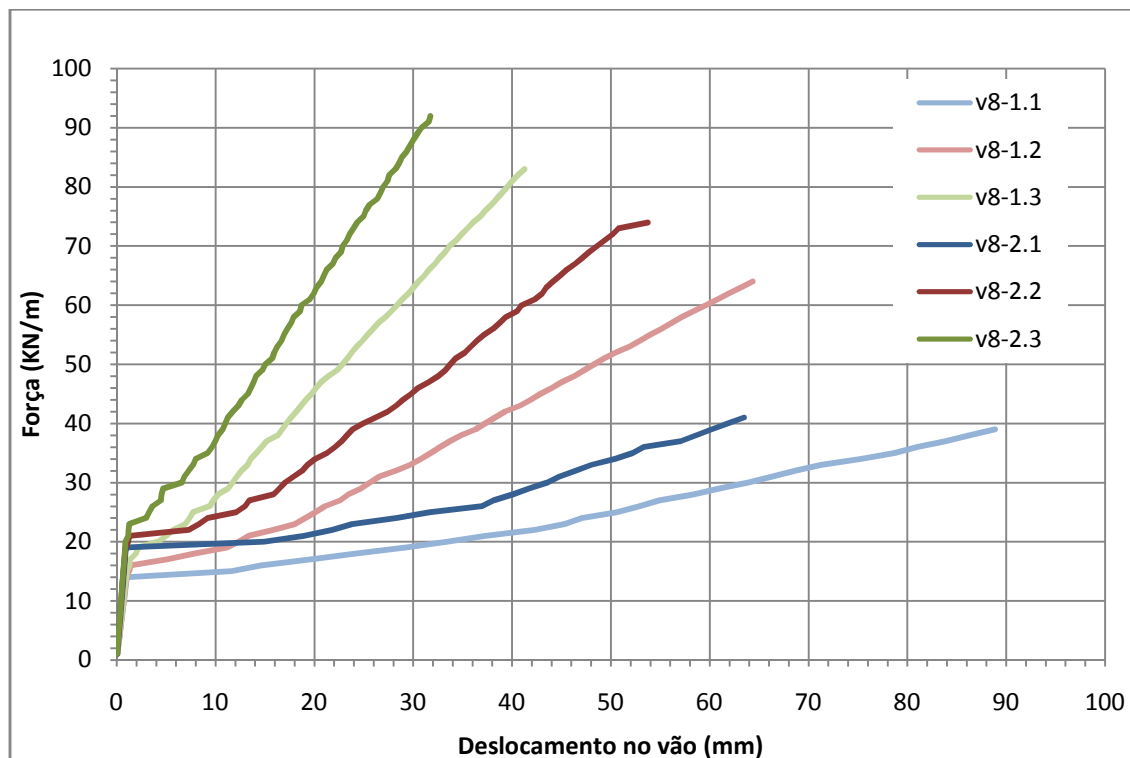
**Figura 5.16 - Carregamento-deslocamento para os três grupo de armadura das vigas de secção 2 e vão de 8 metros, v8-2.1, v8-2.2, v8-2.3**

**Tabela 5.13 - Comparação das deformadas entre os 3 grupos de armaduras, para a secção 2 das vigas com 8m de vão**

Carga	Deformação			Diminuição da deformação com o grupo de armadura		
	v8-2.1	v8-2.2	v8-2.3	Grupo 1 -2	Grupo 2 -3	Grupo 1 -3
KN	mm	mm	mm	%	%	%
41	63	26,21	11,23	59	57	82

Pode-se notar a influência dos três grupos de percentagem de armadura aplicados, para as duas secções. Esta traduz-se num aumento da carga última de dimensionamento e numa diminuição da deformação, ao aumentar as percentagens de armadura. Observou-se diminuições superiores a 50% de deformação comparativamente entre os grupos de armaduras, para ambas as secções.

De forma a comprar-se as evoluções das deformações, com aumento do carregamento, entre a secção 1 e secção 2, para o mesmo grupo de armadura, apresenta-se a Figura 5.17, onde engloba todas as vigas com vão de 8m. Observa-se um aumento da carga última de dimensionamento e da diminuição da deformação, isto devido ao aumento da altura útil da secção 1 para secção 2 em 10 cm.



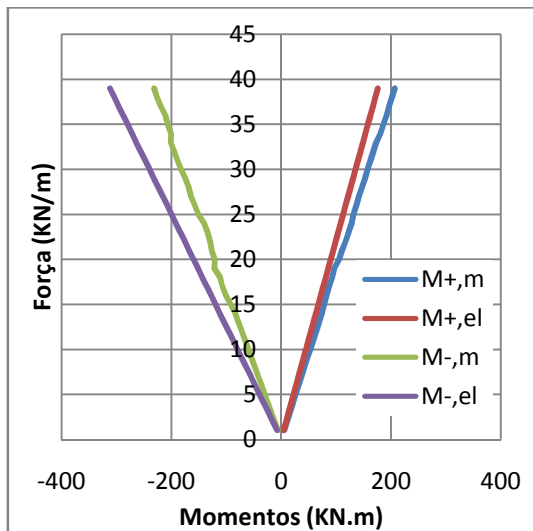
**Figura 5.17 - Comparação do carregamento-deslocamento entre as vigas de secção 1 e 2 com vão de 8m**

Para as vigas de vão 8m as percentagens comparativas apresentam-se na Tabela 5.14, com a percentagem da diminuição da deformação, para uma mesma carga, e a percentagem do aumento da carga última de dimensionamento.

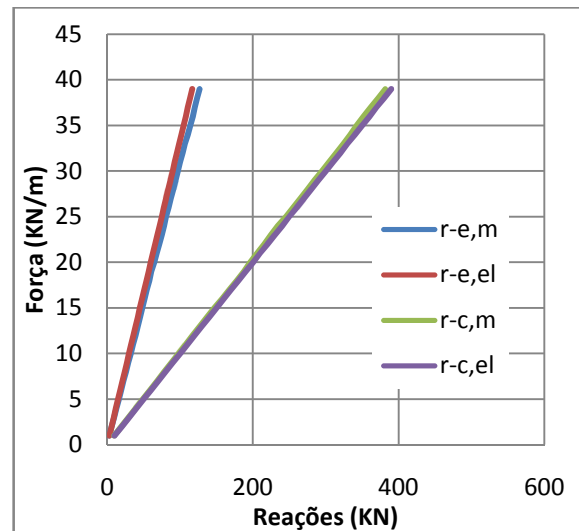
**Tabela 5.14 - Comparação da carga última e deformação entre as secções 1 e 2 para as vigas de vão 8m**

Grupo de armadura	Deformação			Carga Última		
	Secção 1	Secção 2	Percentagem de diminuição	Secção 1	Secção 2	Percentagem do aumento
	mm	mm	%	KN/m	KN/m	%
1	88,83	60,19	-32,2	39	41	5,1
2	64,33	44,09	-31,5	64	74	15,6
3	41,25	28,18	-31,7	83	92	10,8

A evolução dos momentos flectores, com o aumento do carregamento, da viga v8-1.1 apresenta-se na Figura 5.18. Neste gráfico compara-se a evolução do momento flector da modelação com o momento flector elástico teórico. Os momentos flectores foram obtidos a partir das reacções presentes na Figura 5.19.



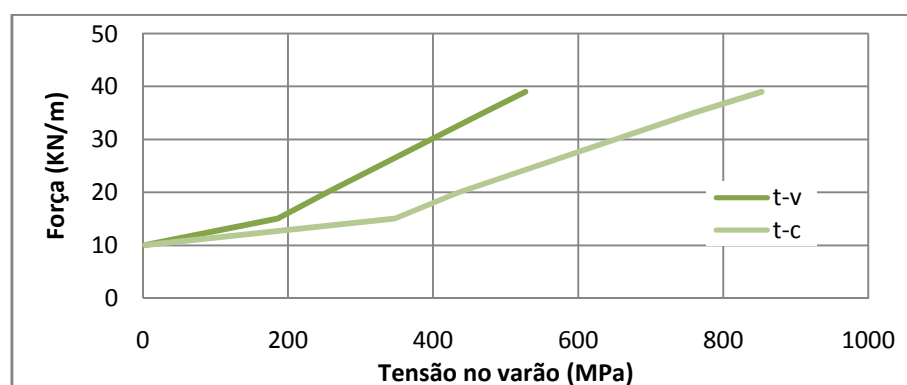
**Figura 5.18 - Comparação da evolução dos momentos flectores da viga v8-1.1, entre a modelação e valores elásticos teóricos**



**Figura 5.19 - Comparação da evolução das reacções da viga v8-1.1, entre modelação e valores elásticos teóricos**

Os restantes gráficos das evoluções dos momentos e das reacções, para as vigas de vão 8m, apresentam um comportamento igual a viga v8-1.1 e encontram-se no Anexo V.

As tensões instaladas nos varões longitudinais de GFRP, da viga v8-1.1, estão representadas no gráfico da Figura 5.20, onde observa-se a evolução da tensão no vão, t-v, e sobre o apoio central, t-c. Nota-se uma maior tensão para os varões sobre o apoio central que para os varões solicitados no vão. Os restantes gráficos da relação tensão e carregamento apresentam comportamento igual e encontram-se reunidos no Anexo V.



**Figura 5.20 - Evolução das tensões nos varões de GFRP na viga v8-1.1**

## 5.4 Tratamento de resultados

Em conjunto com as modelações das vigas, efectuou-se o cálculo da resistência à flexão de acordo com as especificações de cálculo do ACI 440.1R-06 [8] com as propriedades

dos materiais de dimensionamento. Relativamente à resistência à flexão obteve-se o momento resistente da secção para o momento positivo e negativo. Em seguida, efectuou-se uma análise elástica e uma análise plástica para a obtenção da carga última de dimensionamento das respectivas vigas. Esta análise elástica e plástica realizou-se a partir da resistência da secção, utilizando a metodologia do ACI 440.1R-06 [8]. O Anexo II contém os princípios utilizados para os cálculos.

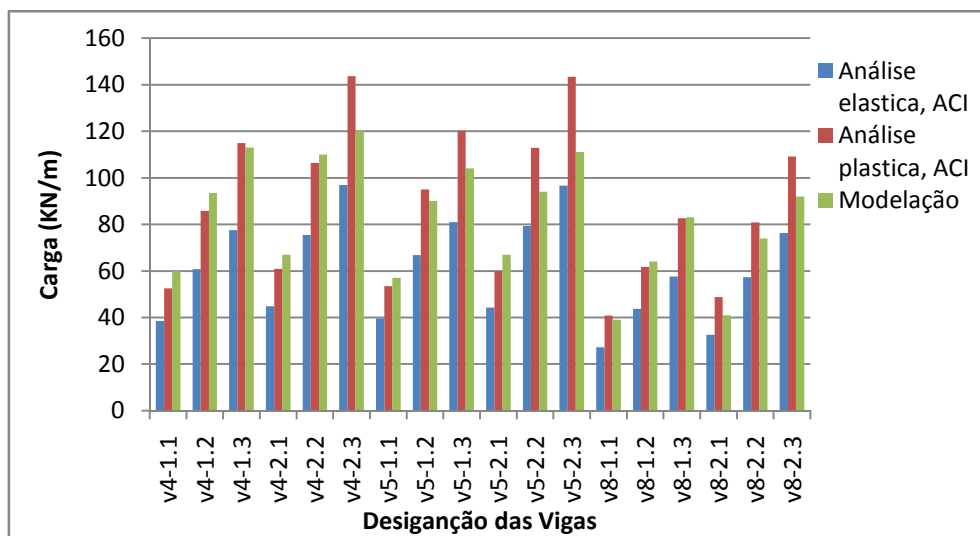
Na Tabela 5.15 apresentam-se os vários resultados dos valores das cargas limite última de dimensionamento (p), respectivamente as cargas obtidas pelos modelos e as cargas obtidas pelos cálculos segundo uma análise elástica e uma análise plástica. As percentagens das cargas “p” das análises, elásticas e plásticas, relativamente aos modelos também foram apresentadas na Tabela 5.15.

**Tabela 5.15 – Valores da carga limite última das vigas para a modelação e segundo metodologia de cálculo do ACI 440.1R-06 [8]**

Designação das vigas	Carga p pela modelação	Carga p pelo ACI			
		Análise Elástica		Análise Plástica	
		Carga p	Percentagem relativa à modelação	Carga p	Percentagem relativa à modelação
		KN/m	KN/m	KN/m	%
v4-1.1	60	38	64	52	87
v4-1.2	93,5	61	65	86	92
v4-1.3	113	78	69	115	102
v4-2.1	67	45	67	61	91
v4-2.2	110	76	69	106	97
v4-2.3	120	97	81	144	120
v5-1.1	57	40	69	54	94
v5-1.2	90	67	74	95	106
v5-1.3	104	81	78	120	116
v5-2.1	67	44	66	60	89
v5-2.2	94	79	84	113	120
v5-2.3	111	97	87	143	129
v8-1.1	39	27	70	41	105
v8-1.2	64	44	68	62	96
v8-1.3	83	58	69	83	100
v8-2.1	41	33	79	49	119
v8-2.2	74	57	77	81	109
v8-2.3	92	76	83	109	119

A carga última de dimensionamento da modelação foi alcançada quando as tensões de compressão do betão atingiam o valor de  $f_{cd}$ . Assim, a carga última de dimensionamento foi governada pela tensão de compressão máxima que ocorreu na zona sobre o apoio central. Assim, a zona do apoio central apresentou-se como a zona condicionante das vigas modeladas.

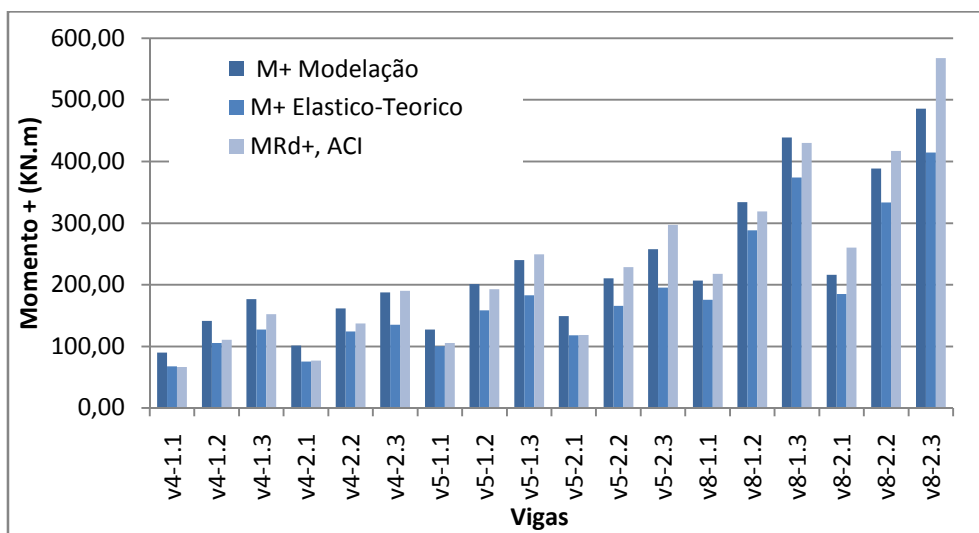
A Figura 5.21 mostra a Tabela 5.15 graficamente, para uma melhor comparação dos resultados. Observa-se as três cargas últimas obtidas para cada viga, onde evidencia-se um padrão de proximidade entre as cargas obtidas pela modelação e pela análise plástica.



**Figura 5.21 – Carga limite última da modelação e análises de acordo com o ACI 440.1R-06 [8]**

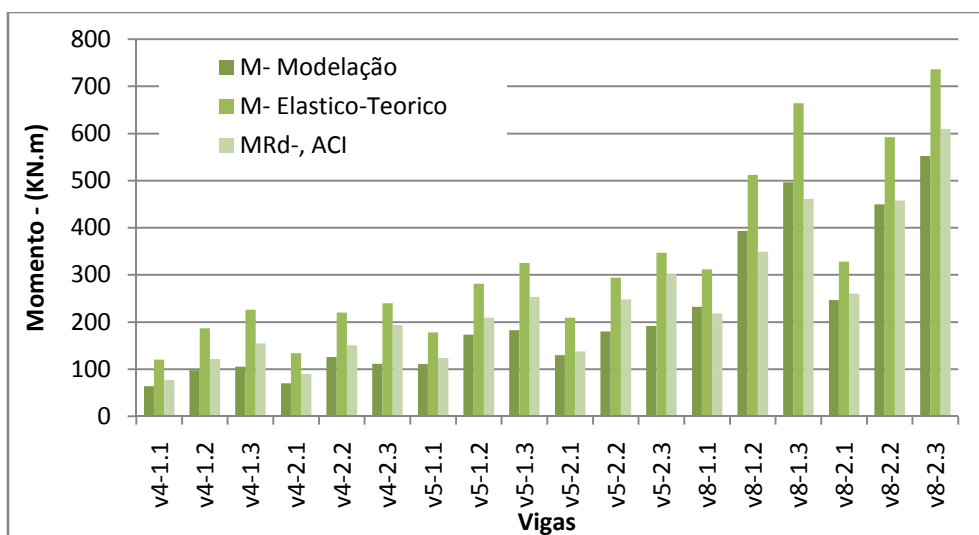
As comparações dos momentos flectores obtidos da modelação, momentos flectores resultantes da análise elástica e momento resistente calculado, apresentam-se na Tabela 5.16. Os momentos flectores provenientes da modelação foram calculados a partir das reacções obtidas através do diagrama de corpo livre. Para os momentos elásticos calculou-se, com a carga obtida na modelação, através das relações elásticas de esforços. O momento resistente foi calculado pela formulação do ACI 440.1R-06 [8], a Tabela II.1 no Anexo II mostra os parâmetros utilizados para obtenção do momento resistente.

A Figura 5.22 e Figura 5.23 exibem graficamente os momentos apresentados na Tabela 5.16 e descritos anteriormente.



**Figura 5.22 – Momentos positivos das vigas modeladas**

Pela interpretação do gráfico da Figura 5.22 observa-se que os momentos positivos da modelação ultrapassam, para todas as vigas, os momentos elásticos teóricos, isto deveu-se a distribuição plástica dos esforços. Os momentos positivos resistentes calculados pelo ACI 440.1R-06 [8], em geral apresentaram-se menores que os momentos das modelações. Para as percentagens de armadura mais elevadas o momento resistente calculado pelo ACI 440.1R-06 [8], foi maior que o momento proveniente da modelação.



**Figura 5.23 – Momentos negativos das vigas modeladas**

Relativamente aos momentos flectores negativos, a Figura 5.23 mostra que os momentos flectores negativos das modelações apresentaram-se sempre menores que os momentos elásticos teóricos e momentos resistentes, à excepção das vigas v8-1.1, v8-

1.2, v8-1.3, que têm maior momento flector para a modelação que para o momento resistente segundo ACI. Os valores dos momentos negativos da modelação e momentos negativos resistentes calculados apresentaram-se próximos e sempre inferiores aos momentos elásticos, este último facto deve-se à distribuição plástica dada nas vigas.

A percentagem exibida na Tabela 5.16 compara a diferença entre os momentos flectores apresentados, sendo a percentagem do aumento ou diminuição do momento elástico necessário para atingir os valores da modelação.

**Tabela 5.16 – Momentos flectores resultantes da modelação e momento flector resistente da secção, segundo ACI 440.1R-06 [8]**

Viga	Momento positivo				Momento negativo			
	Modelação	Elástico Teórico	Diferença	Resistência da secção calculada pelo ACI	Modelação	Elástico Teórico	Diferença	Resistência da secção calculada pelo ACI
	KN.m	KN.m	%	KN.m	KN.m	KN.m	%	KN.m
v4-1.1	107	78	+38	67	-66	-138	-52	77
v4-1.2	141	105	+34	111	-98	-187	-48	122
v4-1.3	177	127	+39	152	-105	-226	-53	155
v4-2.1	146	108	+35	77	-99	-192	-48	90
v4-2.2	162	124	+30	137	-125	-220	-43	151
v4-2.3	188	135	+39	190	-111	-240	-54	194
v5-1.1	127	100	+27	105	-110	-178	-38	124
v5-1.2	201	158	+27	193	-173	-281	-38	209
v5-1.3	240	183	+31	249	-183	-325	-44	253
v5-2.1	149	118	+27	118	-130	-209	-38	138
v5-2.2	210	165	+27	228	-180	-294	-39	248
v5-2.3	257	195	+32	297	-192	-347	-45	302
v8-1.1	207	176	+18	218	-232	-312	-26	218
v8-1.2	334	288	+16	319	-393	-512	-23	349
v8-1.3	439	374	+17	430	-497	-664	-25	461
v8-2.1	216	185	+17	260	-246	-328	-25	260
v8-2.2	388	334	+16	417	-449	-592	-24	458
v8-2.3	486	415	+17	568	-552	-736	-25	610

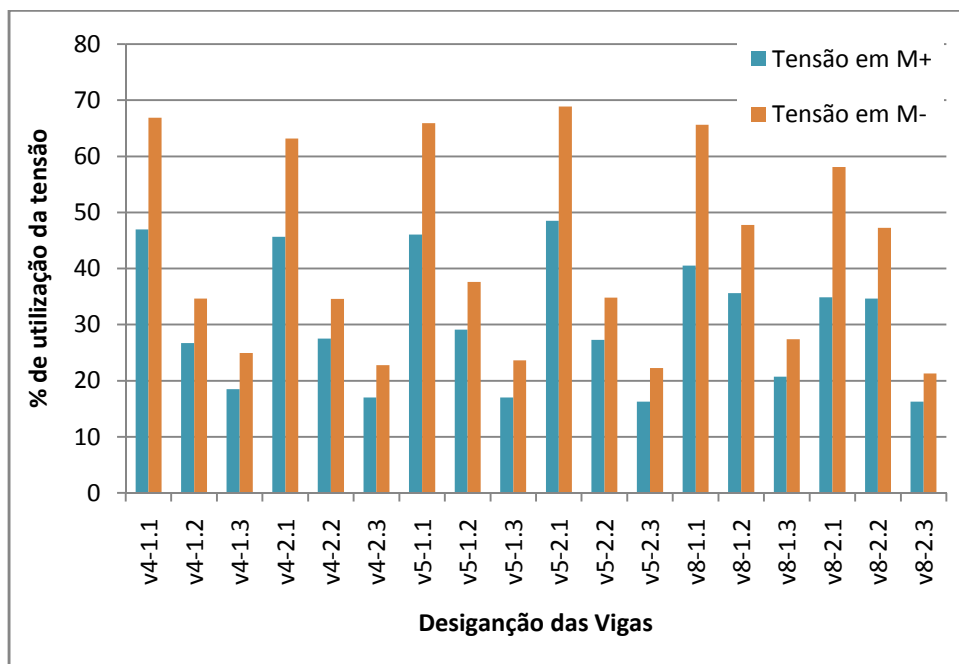
A introdução das duas secções nas modelações das vigas, com o aumento da altura útil, traduziu-se nos resultados apresentados na Tabela 5.17. As percentagens são referentes aos aumentos dos pesos próprios e das cargas últimas, obtidas respectivamente. Nota-se que houve uma maior eficiência do aumento da altura útil para os grupos com

percentagens de armadura menores, à excepção da viga de vão 8m com grupo de armadura 1.

**Tabela 5.17 – Comparação do peso próprio e carga última entre as secções 1 e 2**

		Diferença percentual entre secção 1 e 2	
		Aumento do peso próprio	Aumento da carga última da modelação
		%	%
Vão 4m	A <sub>f1</sub>	10,0	11,7
	A <sub>f2</sub>	10,0	17,6
	A <sub>f3</sub>	10,0	6,2
Vão 5m	A <sub>f1</sub>	8,3	17,5
	A <sub>f2</sub>	8,3	4,4
	A <sub>f3</sub>	8,3	6,7
Vão 8m	A <sub>f1</sub>	13,3	5,1
	A <sub>f2</sub>	13,3	15,6
	A <sub>f3</sub>	13,3	10,8

De forma a controlar as tensões e reservas de resistência dos varões de GFRP, mostra-se na Figura 5.24 a percentagem da tensão, mobilizada pelo carregamento, em relação à sua resistência última disponibilizada pelos varões de GFRP. Na Tabela 5.18 são apresentadas as tensões atingidas pelas modelações na carga limite última.



**Figura 5.24 – Percentagem da tensão nos varões de GFRP em relação à sua capacidade máxima**

**Tabela 5.18 – Tensões instaladas nos varões de GFRP e percentagem de tensão utilizada**

Viga	Tensão instalada no momento de rotura		Tensão última dos varões	
	Vão	Apoio central	Vão	Apoio central
	MPa	MPa	MPa	MPa
v4-1.1	759	1094	1350	1350
v4-1.2	347	450	1300	1300
v4-1.3	185	249	1000	1000
v4-2.1	917	1218	1350	1350
v4-2.2	357	449	1300	1300
v4-2.3	170	228	1000	1000
v5-1.1	622	857	1350	1300
v5-1.2	291	376	1000	1000
v5-1.3	170	237	1000	1000
v5-2.1	655	895	1350	1300
v5-2.2	273	348	1000	1000
v5-2.3	163	223	1000	1000
v8-1.1	527	853	1300	1300
v8-1.2	356	478	1000	1000
v8-1.3	207	274	1000	1000
v8-2.1	453	755	1300	1300
v8-2.2	346	472	1000	1000
v8-2.3	163	213	1000	1000

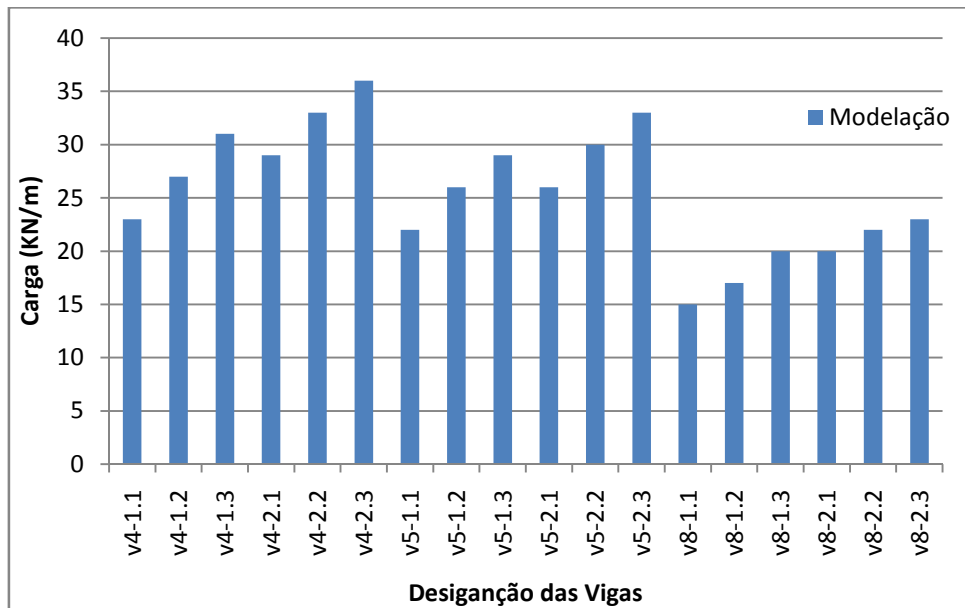
A deformação das vigas no meio vão foi comparada, através da combinação rara, com o valor padrão  $L/250$ . Utiliza-se a combinação rara pelo facto de poder-se calcula-la dividindo a carga última obtida, por 1,5 , onde este é um factor de segurança comum as acções actuantes e peso próprio. A utilização de outra combinação obrigava a definição de sobrecargas, peso próprio e restantes cargas permanentes que são muito particulares de cada estrutura.

**Tabela 5.19 – Comparação das deformações no vão para a combinação rara**

Viga	Carregamento p		Deformação no vão		
	Estado limite último	Combinação rara	L/250	Combinação rara	Verificação
	KN/m	KN/m	mm	mm	
v4-1.1	60	40	16	23,7	Não
v4-1.2	93,5	62		15,5	Ok
v4-1.3	113	75		9,2	Ok
v4-2.1	67	45		17,8	Não
v4-2.2	110	73		13,0	Ok
v4-2.3	120	80		7,3	Ok
v5-1.1	57	38	20	28,8	Não
v5-1.2	90	60		16,5	Ok
v5-1.3	104	69		10,4	Ok
v5-2.1	67	45		28,4	Não
v5-2.2	94	63		13,9	Ok
v5-2.3	111	74		9,0	Ok
v8-1.1	39	26	32	52,9	Não
v8-1.2	64	43		40,8	Não
v8-1.3	83	55		25,4	Ok
v8-2.1	41	27		38,1	Não
v8-2.2	74	49		33,2	Não
v8-2.3	92	61		19,5	Ok

A comparação das deformações das modelações no meio vão, entre a deformação da combinação rara e a deformação padrão,  $L/250$ , Tabela 5.19, mostrou que as deformações atingidas pelos modelos das vigas estão próximos da conformidade com as deformações limites, excepto para as vigas de vãos de 8m com valores superior da deformação, mostrando que para estes vãos as percentagens de armadura do grupo 1 e 2 não foram suficientes para esta verificação. Apesar de a combinação rara estar muito acima de uma combinação de serviço, nota-se que para uma carga de serviço as deformações seriam ainda menores e continuariam a mostrar concordância para os vãos de 4m e 5m.

O aparecimento de fendilhação, e como consequência a perdas de rigidez das vigas, é apresentado na Figura 5.25 através da carga em que surge as fissuras. Observa-se que para as secções 2 a carga em que surge a fendilhação é maior, isto devido ao maior módulo de flexão. Nota-se também a influência da percentagem de armadura na carga de aparecimento da fendilhação, onde maiores percentagens de armadura levam a cargas de fendilhação maiores.



**Figura 5.25 – Carga para a partir do qual se verificou uma perda de rigidez acentuada**

No Anexo VI estão presentes os padrões de fendilhação e valores máximo da abertura de fendas ( $w_{max}$ ) no apoio central das vigas modeladas, para a carga da combinação rara.

A Tabela 5.20 apresenta os valores máximos de abertura de fendas ( $w$ ) no apoio central para a combinação rara das modelações. Comparando-se estas aberturas de fendas com o valor máximo de 0,4mm para a combinação de acções quase permanente segundo a EN 1992-1-1 [43] verifica-se o não cumprimento deste limite. O ACI 440.1R-06 para a abertura de fendas indica os valores de  $w_{m\acute{a}x\_exterior} = 0,5\text{mm}$  e  $w_{m\acute{a}x\_interior} = 0,7\text{mm}$ , comparando-se com os valores presentes na Tabela 5.20 verifica-se o não cumprimento destes limites.

Devido a dificuldade de saber qual a combinação quase permanente das cargas do modelos comparou-se com a combinação rara as aberturas de fissuras, sabendo que a combinação rara apresenta uma carga muito maior que a combinação quase permanente.

**Tabela 5.20 – Abertura de fendas máximas dos modelos**

vigas	Combinação rara	w máximo no apoio central	W máximo nos apoios central (*)
	KN/m	mm	mm
v4-1.1	40	1,3	2,0
v4-1.2	62	0,6	0,9
v4-1.3	75	0,4	0,7
v4-2.1	45	1,0	1,5
v4-2.2	73	0,6	0,9
v4-2.3	80	0,4	0,7
v5-1.1	38	1,1	1,8
v5-1.2	60	0,6	1,0
v5-1.3	69	0,4	0,6
v5-2.1	45	1,6	2,5
v5-2.2	63	0,8	1,3
v5-2.3	74	0,4	0,7
v8-1.1	26	1,8	2,9
v8-1.2	43	1,1	1,8
v8-1.3	55	0,7	1,1
v8-2.1	27	2,4	3,7
v8-2.2	49	1,6	2,6
v8-2.3	61	0,8	1,3

\* Abertura de fendas contabilizando subestimação verificada nos modelos de validação, 63%.

## 5.5 Conclusões

Após as 18 modelações das vigas de dimensões correntes, foi possível observar a influência da variação dos vários parâmetros, vãos, percentagem de armadura e esbelteza da viga. Os resultados das modelações numéricas interpretados e tratados foram: a deformação no vão; o carregamento; as reacções dos apoios; as tensões nos varões longitudinais; a carga última; as extensões e tensões no betão.

Os comportamentos das vigas foram avaliados até à carga limite de dimensionamento. Numa primeira fase, antes de ocorrer a fendilhação, as vigas mantiveram uma maior rigidez, observada pelo maior declive da relação carregamento-deslocamento. Na segunda fase, após a fendilhação e até à carga última de dimensionamento, traduziu-se numa relação carregamento-deslocamento menos acentuada, demonstrando uma perda de rigidez. A evolução da relação carregamento-deslocamento mostrou-se próxima de linear, evidenciando a relação constitutiva linear do varão de GFRP.

A variação da percentagem de armadura mostrou a evolução da rigidez das vigas ao longo dos três grupos de armaduras. Comum a todas as modelações, o aumento da percentagem de armadura traduziu-se numa maior rigidez das vigas e conseqüentemente, menores deformações. Relacionando-se os aumentos das percentagens das armaduras e as diminuições das deformações respectivas, têm-se aumentos na ordem de 3 vezes da percentagem de armadura e diminuições das deformações na ordem de 60%, respectivo ao grupo 1 para o grupo 2. Seguidamente do grupo 2 para 3, verificou-se aumentos de 2,2 vezes da percentagem de armadura e diminuições das deformações na ordem dos 50%.

A variação da esbelteza, com aumento da altura útil, e manutenção da mesma área de armadura de flexão resultou em duas secções, permitindo avaliar a contribuição do aumento da altura útil. A partir da relação da carga última e do peso próprio das vigas, foi possível verificar uma maior eficiência de um aumento da altura útil quando a taxa de armadura é menor. Relativamente aos resultados das deformações com o aumento da altura útil verificou-se que a percentagem da diminuição da deformada manteve-se muito semelhante para os três grupos, não verificando influência da percentagem de armadura.

As deformações das modelações, para a combinação rara, comparadas com a deformação padrão  $L/250$  demonstraram que para o grupo 1 de percentagens de armadura a deformação não verificavam-se. Para os restantes grupos de percentagem de armadura houve verificação excepto para os vãos de 8m onde o grupo 2 de percentagem de armadura não verificou-se, mostrando a necessidade de uma maior percentagem de armadura para vãos superiores.

As deformações das vigas armadas com GFRP apresentam-se grandes para os estados limites últimos, estas deformações podem ser usadas como indicador da proximidade da rotura à semelhança da cedência das armaduras nas vigas armadas com aço

Embora os varões de GFRP não apresentem a ductilidade existente nos varões de aço, que permite uma análise plástica, deu-se um comportamento não elástico nos modelos das vigas. Nas reacções e nos momentos flectores das modelações numéricas reflectiu-se, na generalidade das vigas, uma distribuição de esforços distinta das distribuições elásticas. Isto conseqüência da perda de rigidez das vigas após a fendilhação e da

limitação do momento negativo com atribuição das áreas de armadura longitudinais superior e inferior semelhantes. Também podendo existir contribuição do betão com as suas extensões, propiciando capacidade de rotação da peça.

Analisando as cargas últimas de dimensionamento obtidas pela análise elástica, estas subestimaram os resultados alcançados pela modelação. Em geral, a carga elástica esteve abaixo dos 83% da carga última da modelação. Verificando-se que a menor percentagem da análise elástica foi de 64% da carga última da modelação, onde esta foi da viga mais esbelta de todo o conjunto de vigas modeladas. A média da percentagem da carga elástica atingida foi de 73%, isto remete para a necessidade de obter valores de carga última menos subestimados para uma maior eficiência.

Numa análise geral, nas modelações das vigas, a carga última de dimensionamento apresentou-se próxima das análises plásticas, isto para as taxas de armaduras mais baixas e para as secções mais esbeltas. As vigas com maior taxa de armadura e menos esbeltas obtiveram, para a análise plástica, uma carga última de dimensionamento sobrestimada, divergente da carga obtida pela modelação. A média da percentagem da carga última da análise plástica atinge 105% da carga última obtida pelas modelações.

Os momentos flectores negativos mostraram maiores diferenças entre os resultados da modelação e valores elásticos teóricos, para as vigas de vãos 4 metros, atingindo uma diminuição na ordem dos 50%. Para as vigas de vãos 5 metros a diminuição do momento negativo foi na ordem dos 40% e para as vigas de vãos 8 metros da ordem dos 25%. Mostrando assim a distribuição por limitação, através das disposições das armaduras.

O facto das cargas últimas das análises plásticas apresentarem-se próximas das cargas últimas da modelação para as vigas com menor percentagem de armadura e maior esbelteza, pode indicar para a possibilidade da realização de uma análise plástica, tendo atenção a estes parâmetros.

A reserva de tensão apresentada pelas modelações mostra que, para o grupo 1 de percentagem de armadura, a tensão instalada nos varões aproximou-se da ordem dos 70% da tensão máxima nos varões de GFRP. No grupo 2 de percentagem de armadura e para as vigas com vãos de 4m e 5m as tensões atingiram a ordem de 35%, no vão de 8m

ordem de 45%. Para o grupo 3 com a maior percentagem de armadura as tensões foram na ordem dos 25% da tensão máxima dos varões de GFRP.

Os modelos em geral apresentaram o tipo de rotura governado pelo esmagamento à compressão do betão, devido à atribuição da armadura mínima segundo o ACI 440.1R-06 [8]. Sendo o betão um material anisotrópico e heterogéneo leva a alguma incerteza nas obtenções das cargas limites. Com as reservas de tensão nos varões verifica-se que a modelação esteve do lado da segurança.

## Capítulo 6

### Conclusões Finais

Os estudos e pesquisas realizadas para a introdução de novos conceitos em dimensionamento de estruturas possibilitam um avanço do conhecimento da comunidade científica sobre os novos potenciais materiais, tais como o GFRP. A realização deste trabalho ajuda a um alargar dos horizontes para o dimensionamento deste tipo de estruturas.

O Estado de Arte realizado no seguimento deste trabalho científico mostra a existência de vários estudos e pesquisas na área de estruturas concebidas com utilização do GFRP. Contudo, mostra estudos com vigas simplesmente apoiadas e de escalas reduzidas, havendo pouco estudo em outros modelos de estruturas, tais como em vãos contínuos. A existência de diversas tipologias de varões de GFRP dificulta as investigações do comportamento dos mesmos, o que leva a sugerir normalização para fabrico destes varões formando-se assim um padrão. A diversidade de tipos de varões leva a muitas particularidades nos diversos estudos realizados ao longo dos anos.

A validação dos modelos foi conseguida através das modelações das vigas estudadas por Santos [2] e Matos [3]. A modelação das vigas dos autores mostrou que existiu um estado de confinamento junto ao apoio central.

O principal objectivo deste trabalho de realizar uma análise paramétrica em vigas de escala real com carga distribuída foi atingido, obtendo-se resultados que demonstraram um padrão no comportamento. A análise dos resultados das modelações e sua comparação com resultados teóricos mostrou que uma análise elástica subestimou o dimensionamento. Analisando os resultados com uma análise plástica, foi possível observar melhor concordância para as vigas com maior esbelteza e menor percentagem de armadura.

Nas deformações, a comparação com a deformação padrão limite mostrou que para uma percentagem baixa de armadura esta deformação poderá não vir a verificar-se. Para as vigas de maior vão uma percentagem de armadura média também demonstra a não

verificação. Embora comparando-se com a combinação rara de maior carga que a combinação quase permanente.

No seguimento deste estudo há necessidade de sugerir novos trabalhos nesta área, com os ensaios laboratoriais de vigas de vão contínuo à escala real. Este estudo pode ser usado como ponto de partida para novos ensaios, assim ajudando a estabelecer objectivos. Sugere-se o estudo das vigas mais esbeltas visto estas apresentarem resultados mais próximo da análise plástica. Também sugere-se estudos de estruturas armadas com GFRP submetidas a flexões compostas, para dar início a generalização da aplicação do GFRP. O estudo das estruturas de betão armado com varões de GFRP sobre a acção do fogo é de grande importância visto as suas propriedades físicas, sugere-se então estudos neste campo. Sugere-se também a comparação dos resultados obtidos com o novo Fib Bulletin No. 40, o novo código europeu dedicado ao dimensionamento com FRP.

## Referências Bibliográficas

- [1] Červenka V, Červenka J, Jendele L. Atena program documentation part 1 theory. Prague: Cervenka Consulting Ltd.; 2009.
- [2] Santos P. Avaliação experimental do comportamento de vigas contínuas com secção em t de betão armado com varões de gfrp. Dissertação MSc. Universidade da Madeira, 2010.
- [3] Matos BJSDC. Vigas em betão armado com varões de gfrp - avaliação do comportamento em serviço e na rotura de vigas hiperestáticas. Dissertação MSc. Universidade Técnica de Lisboa, 2010.
- [4] ACI 440R-96. State-of-the-art report on fiber reinforced plastic (frp) reinforcement for concrete structures 2002; American Concrete Institute.
- [5] ISIS Design Manual No.3. Reinforcing concrete structures with fibre reinforced polymers. Canada: 2007.
- [6] Tavares DH. Análise teórica e experimental de vigas de concreto armadas com barras não metálicas de gfrp. São Carlos: Escola de Engenharia de São Carlos; 2006.
- [7] Bakis CE, Bank LC, Brown VL, Cosenza E, Davalos JF, Lesko JJ, Machida A, Rizkalla SH, Triantafillou TC. Fiber-reinforced polymer composites for construction - state-of-the-art review. J. Compos. for Constr. 2002;6:73-87.
- [8] ACI 440.1R-06. Guide for the design and construction of structural concrete reinforced with frp bars. 2006.
- [9] fib Bulletin No. 40. Frp reinforcement in rc structures. The International Federation for Structural Concrete (fib) 2007.
- [10] Barris C, Torres L, Turon A, Baena M, Catalan A. An experimental study of the flexural behaviour of gfrp rc beams and comparison with prediction models. Composite Structures 2009;91:286-295.
- [11] Tavares D, Giongo J, Paultre P. Behavior of reinforced concrete beams reinforced with gfrp bars. Ibracon Structures and Materials Journal 2008; Volume 1:285 - 295.
- [12] Al-Sunna R, Pilakoutas K, Waldron P, Al-Hadeed T. Deflection for frp reinforced concrete beams, Naples, Italy: 2006.
- [13] Ashour A. Flexural and shear capacities of concrete beams reinforced with gfrp bars. Construction and Building Materials 2006;20:1005-1015.
- [14] Saikia B, Kumar P, Thomas J, Rao KN, Ramaswamy A. Strength and serviceability performance of beams reinforced with gfrp bars in flexure. Construction & Building Materials 2007;21:1709-1719.

- [15] IS 456. Plain and reinforced concrete-code of practice. bureau of indian standards. New Delhi, India: 2000.
- [16] Ascione L, Mancusi G, Spadea S. Flexural behaviour of concrete beams reinforced with gfrp bars. *Strain* 2010.
- [17] CNR-DT 203/2006. Guide for the design and construction of concrete structures reinforced with fiber-reinforced polymer bars. CNR – Advisory Committee on Technical Recommendations for Construction. 2007.
- [18] Mohd.Sam AR, Swamy RN. Flexural behaviour of concrete beams reinforced with glass fibre reinforced polymer bars. *Jurnal Kejuruteraan Awam* 2005;17(1):49-57.
- [19] Dave U, Barot U. Comparative performance of beams using gfrp and steel reinforcements. 3rd Fib International Congress - Washington D.C. 2010.
- [20] Grace NF, Soliman AK, Abdel-Sayed G, Saleh KR. Behavior and ductility of simple and continuous frp reinforced beams. *J. Compos. for Constr.* 1998;2:186-194.
- [21] Gravina R, Smith S. Flexural behaviour of indeterminate concrete beams reinforced with frp bars. *Engineering Structures* 2008;30:2370-2380.
- [22] Toutanji H, Deng Y. Deflection and crack-width prediction of concrete beams reinforced with glass frp rods. *Construction and Building Materials* 2003;17:69-74.
- [23] Abdalla HA. Evaluation of deflection in concrete members reinforced with fibre reinforced polymer (frp) bars. *Composite Structures* 2002;56:63-71.
- [24] Benmokrane B, Chaallal O, Masmoudi R. Glass fibre reinforced plastic (gfrp) rebars for concrete structures. *Construction and Building Materials* 1995;9:353-364.
- [25] Alsayed SH. Flexural behaviour of concrete beams reinforced with gfrp bars. *Cement and Concrete Composites* 1998;20:1-11.
- [26] Alsayed SH, Al-Salloum YA, Almusallam TH. Performance of glass fiber reinforced plastic bars as a reinforcing material for concrete structures. *Composites Part B: Engineering* 2000;31:555-567.
- [27] Ferreira AJM, Camanho PP, Marques AT, Fernandes AA. Modelling of concrete beams reinforced with frp re-bars. *Composite Structures* 2001;53:107-116.
- [28] Creazza G, Russo S. Crack width evaluation in frp reinforced concrete members. *Materials and Structures* 2001;34:119-125.
- [29] Bischoff PH, Paixao R. Tension stiffening and cracking of concrete reinforced with glass fiber reinforced polymer (gfrp) bars. *Canadian Journal of Civil Engineering* 2004;31:579-588.
- [30] Sunna R, Waldron P, Pilakoutas K, Hadeed T. Tension stiffening in gfrp reinforced concrete beams. *Measuring, Monitoring and Modeling Concrete Properties* 2006:711-718.

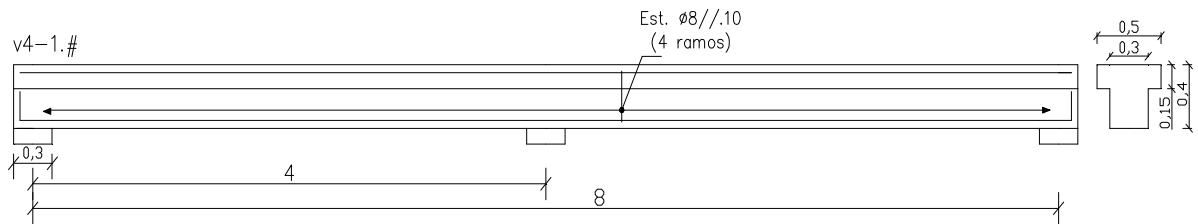
- [31] Kachlakev DI. Experimental and analytical study on unidirectional and off-axis gfrp rebars in concrete. *Composites Part B: Engineering* 2000;31:569-575.
- [32] Moon D, Zi G, Lee S, Oh H. Effective rib height of deformed gfrp rebar. Sydney, Australia: 2009.
- [33] Hao Q, Wang Y, Zhang Z, Ou J. Bond strength improvement of gfrp rebars with different rib geometries. *Journal of Zhejiang University - Science A* 2007;8:1356-1365.
- [34] Weber A, Juette B. New durability concept for frp rebars: combined durability and creep rupture testing allows for higher design values. *Schöck ComBAR* 2009.
- [35] Nkurunziza G, Debaiky A, Cousin P, Benmokrane B. Durability of gfrp bars: a critical review of the literature. *Progress in Structural Engineering and Materials* 2005;7:194-209.
- [36] Mufti A, Onofrei M, Benmokrane B, Banthia N, Boulfiza M, Newhook J, Bakht B, Tadros G, Brett P. Durability of gfrp reinforced concrete in field structures. *7th International Symposium on Fiber-Reinforced (FRP) Polymer Reinforcement for Concrete Structures* 2005;230:1361-1378.
- [37] Wang H, Belarbi A. Flexural behavior of fiber-reinforced-concrete beams reinforced with frp rebars. *7th International Symposium on Fiber-Reinforced (FRP) Polymer Reinforcement for Concrete Structures* 2005;230:895-914.
- [38] Li VC, Wang S. Flexural behaviors of glass fiber-reinforced polymer (gfrp) reinforced engineered cementitious composite beams. *Materials Journal* 2002;99:11-21.
- [39] Lee WK, Jansen DC, Berlin KB, Cohen IE. Flexural cracks in fiber-reinforced concrete beams with fiber-reinforced polymer reinforcing bars. *ACI Structural Journal* 2010;321-329.
- [40] Delalibera R, Giongo J. Análise teórica e experimental de vigas de concreto armado com armadura de confinamento. *Ibracon Structures and Materials Journal* 2008;1:17-30.
- [41] Schöck. Technical information schöck combar 2007.
- [42] Schöck Canada Inc. Schöck combar - technical information schöck combar 2009.
- [43] EN 1992-1-1, 2004. Eurocode 2. design of concrete structures - part 1-1: general rules and rules for building, december, european committee for standardization (cen).
- [44] Cervenka consulting ltd. - online site - <http://www.cervenka.cz> . 2009.
- [45] Biscaia HEC, Silva MG, Chastre C. Caracterização experimental e modelação numérica da ligação gfrp/betão. *Revista Da Associação Portuguesa De Análise Experimental De Tensões* 2008;16.

- [46] França PMM. Reinforced concrete beams strengthened with prestressed cfrp laminates. Lisboa: Tese de Doutoramento. Universidade Técnica de Lisboa, Instituto Superior Técnico; 2007.
- [47] Santos JC. Avaliação dos efeitos de 2ª ordem em edifícios de betão armado. Tese de Doutoramento. Universidade Técnica de Lisboa, Instituto Superior Técnico; 1997.

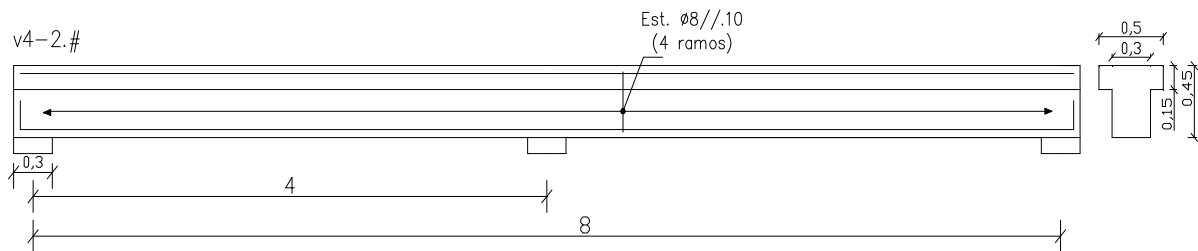


# Anexos

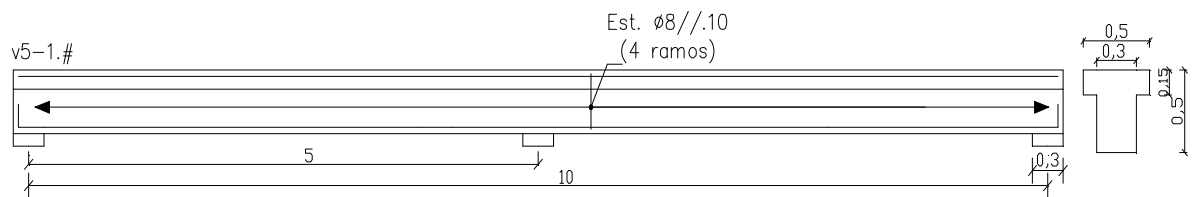
# Anexo I



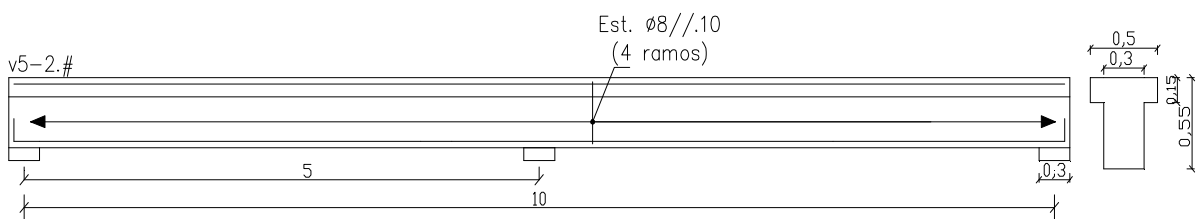
**Figura I.1 – Pormenorização do alçado e da secção transversal, viga “v4-1.#”, unidades em metros.**



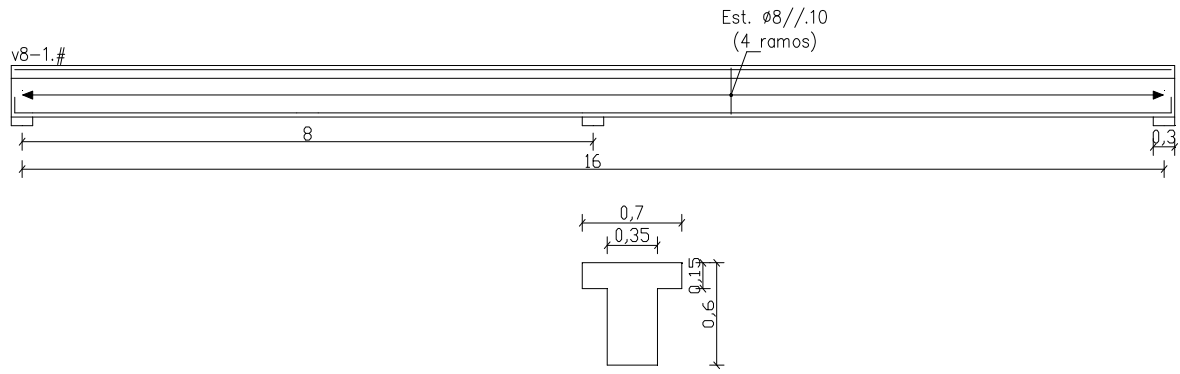
**Figura I.2 – Pormenorização do alçado e da secção transversal, viga “v4-2.#”, unidades em metros.**



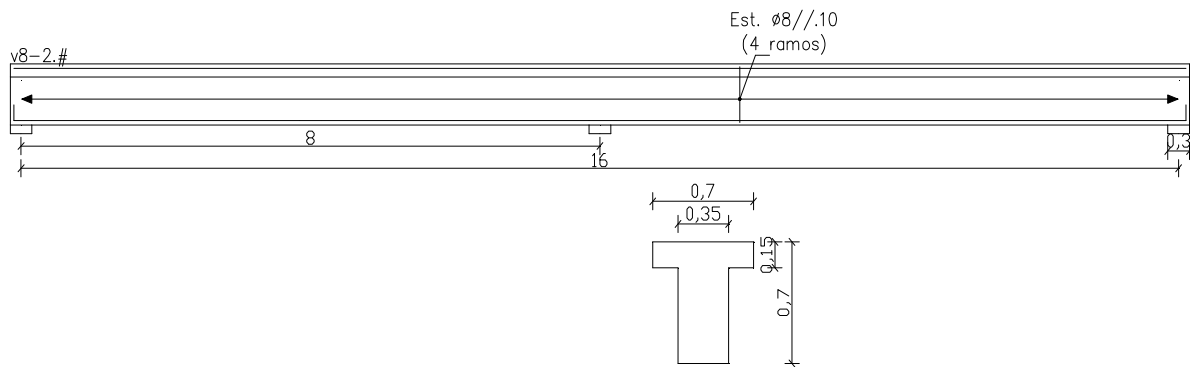
**Figura I.3 – Pormenorização do alçado e da secção transversal, viga “v5-1.#”, unidades em metros.**



**Figura I.4 – Pormenorização do alçado e da secção transversal, viga “v5-2.#”, unidades em metros.**



**Figura I.5 – Pormenorização do alçado e da secção transversal, viga “v8-1.#”, unidades em metro.**



**Figura I.6 – Pormenorização do alçado e da secção transversal, viga “v8-2.#”, unidades em metro.**

## Anexo II

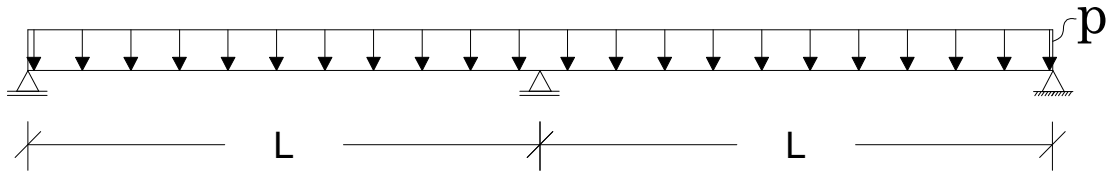


Figura II.1 – Modelo de calculo para as vigas da modelação da análise parametrica

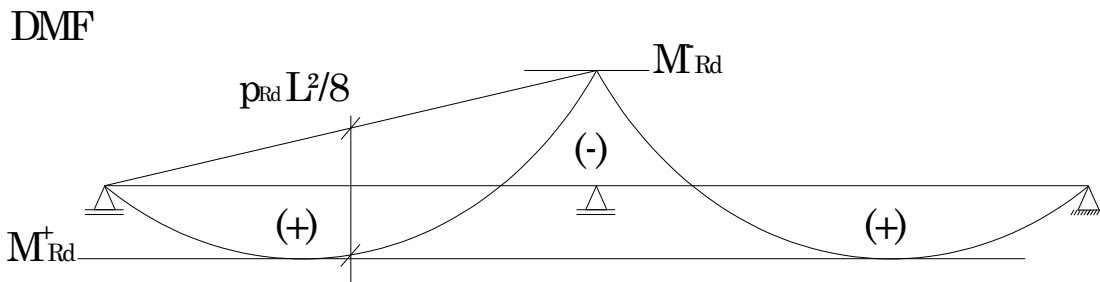


Figura II.2 – Princípio da análise plastica usada para o respectivo calculo da carga ultima, das vigas da analise parametrica.

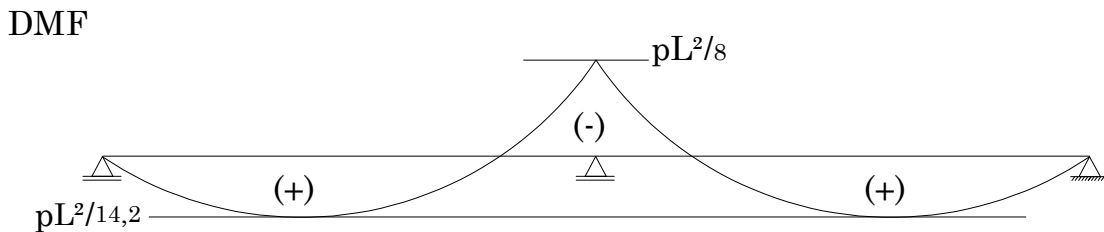


Figura II.3 – Diagrama dos momentos flectores elasticos.

Na análise plástica partiu-se do princípio apresentado pela Figura II.2, que obtêm-se a

$$\text{carga por: } p_{Rd} = \frac{4M_{Rd}^- + 8M_{Rd}^+}{L^2}$$

A carga última obtida de uma análise elástica é limitada pelo maior momento, negativo

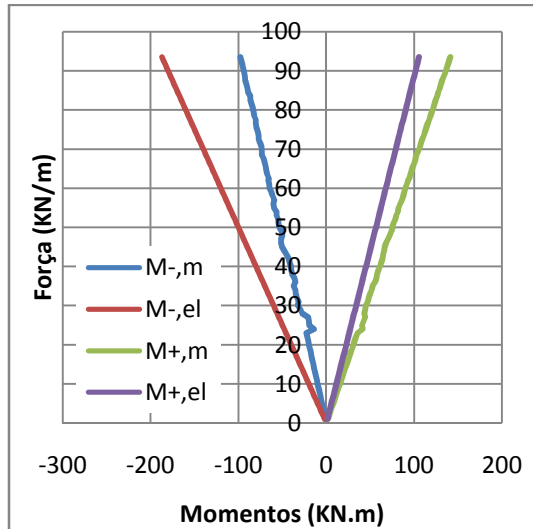
$$\text{no caso da Figura II.3, onde resulta numa carga dado por: } p_{Rd} = \frac{M_{Rd}^- \times 8}{L^2}$$

**Tabela II.1 – Parâmetros utilizados para o cálculo do momento resistente das secções, segundo ACI 440.1R-06 [8]**

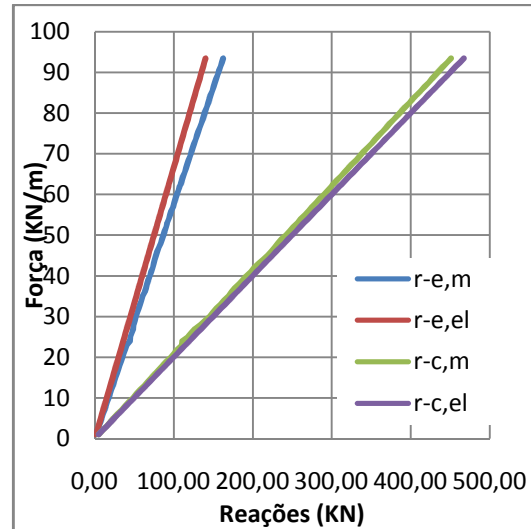
Designação	Betão secção											M+		M-		M+		M-		M+		M-		M+		M-	
	Dimensões da Betão secção				A <sub>f</sub>	M-	d	β <sub>1</sub>	f' <sub>c</sub>	E <sub>f</sub>	ε <sub>c</sub>	f <sub>tu</sub>	M-	ρ <sub>f</sub>	M-	ρ <sub>fb</sub>	M-	f <sub>f</sub>	M-	a	M-	Mn	M-	Ø	M-	Ø	
	h	b <sub>w</sub>	b <sub>f</sub>	h <sub>f</sub>	m <sup>2</sup>	m	(-)	MPa	GPa	(-)	MPa	MPa	(%)	(%)	(-)	(-)	MPa	MPa	m	m	KN.m	KN.m	-	-			
v4-1.1	0,4	0,3	0,5	0,15	2,76E-04	0,35	0,85	30	60	0,0035	1350	1350	0,263	0,311	0,216	0,216	1214	1109	0,044	0,047	67	77	0,60	0,65			
v4-1.2	0,4	0,3	0,5	0,15	8,04E-04	0,35	0,85	30	60	0,0035	1300	1300	0,766	0,981	0,232	0,232	673	584	0,071	0,079	111	122	0,65	0,65			
v4-1.3	0,4	0,3	0,5	0,15	1,96E-03	0,35	0,85	30	60	0,0035	1000	1000	1,870	1,977	0,376	0,376	399	386	0,103	0,105	152	155	0,65	0,65			
v4-2.1	0,45	0,3	0,5	0,15	2,76E-04	0,4	0,85	30	60	0,0035	1350	1350	0,230	0,272	0,216	0,216	1305	1192	0,047	0,051	77	90	0,57	0,61			
v4-2.2	0,45	0,3	0,5	0,15	8,04E-04	0,4	0,85	30	60	0,0035	1300	1300	0,670	0,859	0,232	0,232	726	631	0,076	0,085	137	151	0,65	0,65			
v4-2.3	0,45	0,3	0,5	0,15	1,96E-03	0,4	0,85	30	60	0,0035	1000	1000	1,636	1,730	0,376	0,376	433	419	0,111	0,114	190	194	0,65	0,65			
v5-1.1	0,5	0,3	0,5	0,15	3,39E-04	0,45	0,85	30	60	0,0035	1350	1300	0,251	0,298	0,216	0,216	1245	1136	0,055	0,060	105	124	0,59	0,64			
v5-1.2	0,5	0,3	0,5	0,15	1,18E-03	0,45	0,85	30	60	0,0035	1000	1000	0,876	1,091	0,376	0,376	623	549	0,096	0,106	193	209	0,65	0,65			
v5-1.3	0,5	0,3	0,5	0,15	2,45E-03	0,45	0,85	30	60	0,0035	1000	1000	1,818	1,901	0,376	0,376	406	395	0,130	0,133	249	253	0,65	0,65			
v5-2.1	0,55	0,3	0,5	0,15	3,39E-04	0,5	0,85	30	60	0,0035	1350	1300	0,226	0,268	0,216	0,216	1317	1202	0,058	0,063	118	138	0,56	0,61			
v5-2.2	0,55	0,3	0,5	0,15	1,18E-03	0,5	0,85	30	60	0,0035	1000	1000	0,789	0,982	0,376	0,376	662	584	0,102	0,112	228	248	0,65	0,65			
v5-2.3	0,55	0,3	0,5	0,15	2,45E-03	0,5	0,85	30	60	0,0035	1000	1000	1,636	1,711	0,376	0,376	433	421	0,139	0,141	297	302	0,65	0,65			
v8-1.1	0,6	0,35	0,7	0,15	6,03E-04	0,55	0,85	30	60	0,0035	1300	1300	0,313	0,313	0,232	0,232	1105	1105	0,075	0,075	218	218	0,64	0,64			
v8-1.2	0,6	0,35	0,7	0,15	1,47E-03	0,55	0,85	30	60	0,0035	1000	1000	0,765	0,974	0,376	0,376	673	587	0,111	0,123	319	349	0,65	0,65			
v8-1.3	0,6	0,35	0,7	0,15	3,39E-03	0,55	0,85	30	60	0,0035	1000	1000	1,763	2,181	0,376	0,376	414	364	0,157	0,171	430	461	0,65	0,65			
v8-2.1	0,7	0,35	0,7	0,15	6,03E-04	0,65	0,85	30	60	0,0035	1300	1300	0,265	0,265	0,232	0,232	1209	1209	0,082	0,082	260	260	0,59	0,59			
v8-2.2	0,7	0,35	0,7	0,15	1,47E-03	0,65	0,85	30	60	0,0035	1000	1000	0,647	0,824	0,376	0,376	740	646	0,122	0,136	417	458	0,65	0,65			
v8-2.3	0,7	0,35	0,7	0,15	3,39E-03	0,65	0,85	30	60	0,0035	1000	1000	1,492	1,846	0,376	0,376	457	403	0,174	0,189	568	610	0,65	0,65			

## Anexo III

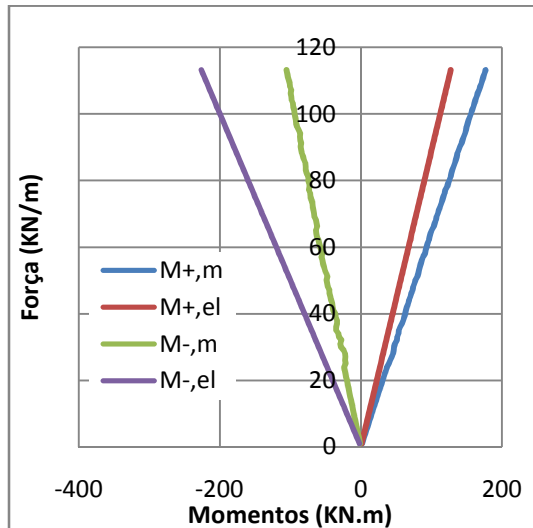
*Evolução dos momentos e reacções das vigas v4-1.2, v4-1.3, v4-2.1, v4-2.2, v4-2.3*



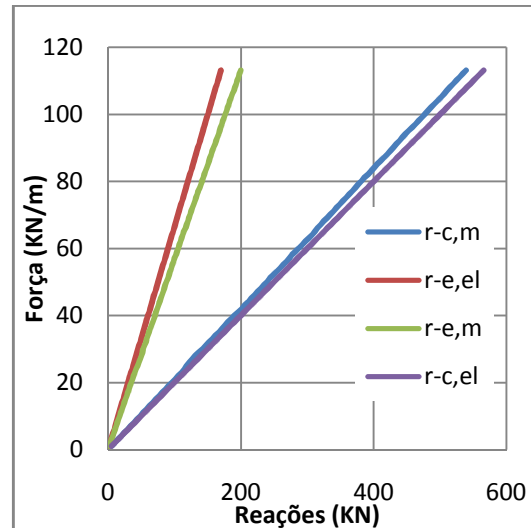
**Figura III.1 - Comparação da evolução dos momentos flectores da viga v4-1.2, entre a modelação e valores elásticos teóricos**



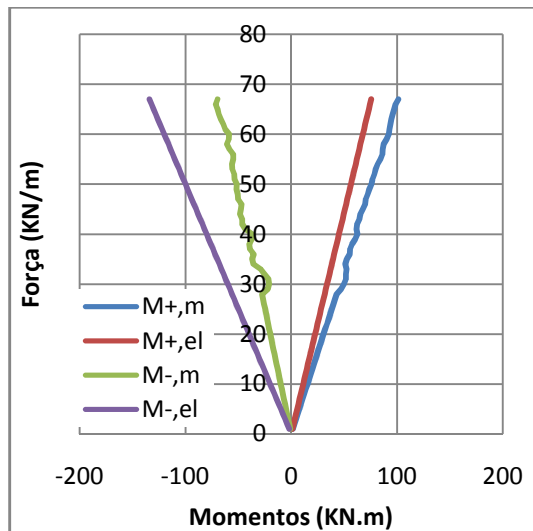
**Figura III.2 - Comparação da evolução das reacções da viga v4-1.2, entre a modelação e valores elásticos teóricos**



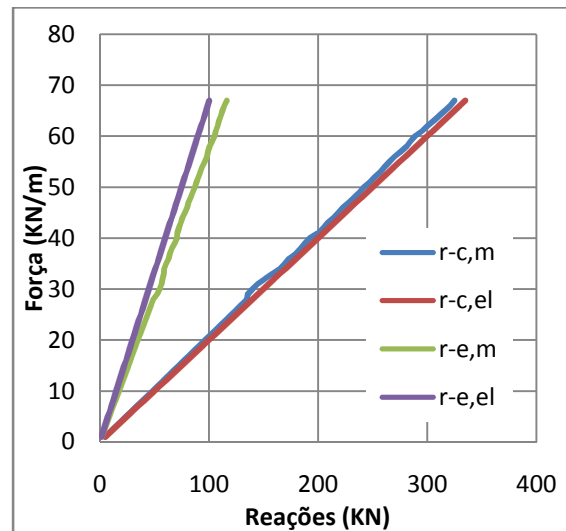
**Figura III.3 - Comparação da evolução dos momentos flectores da viga v4-1.3, para a modelação e valores elásticos teóricos**



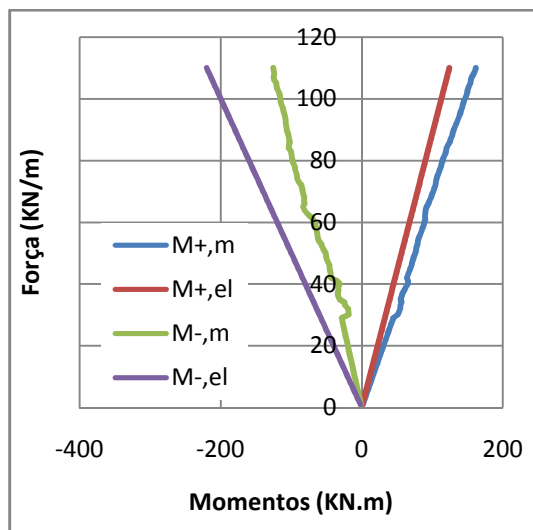
**Figura III.4 - Comparação da evolução das reacções da viga v4-1.3, para modelação e valores elásticos teóricos**



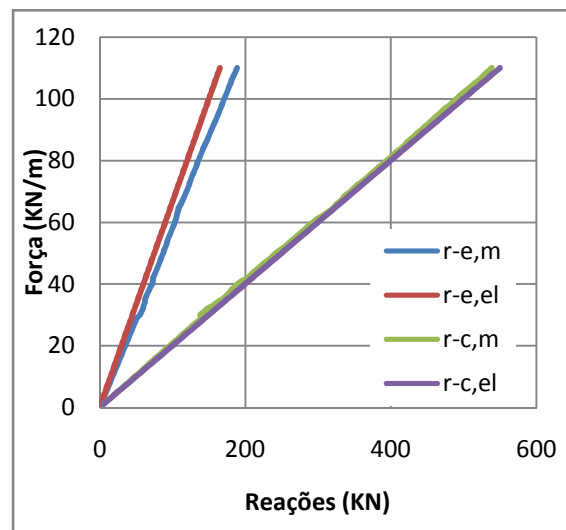
**Figura III.5 - Comparação da evolução dos momentos flectores da viga v4-2.1, para a modelação e valores elásticos teóricos**



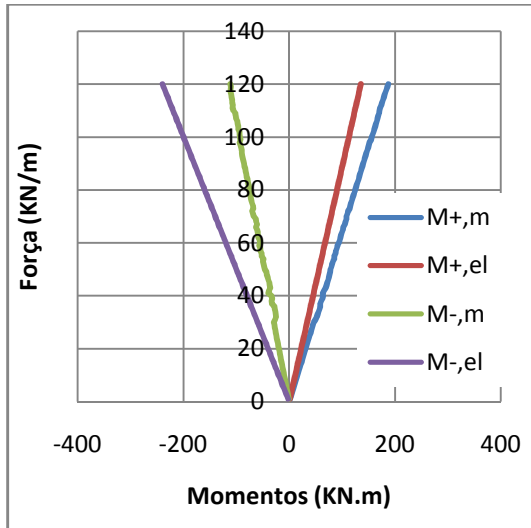
**Figura III.6 - Comparação da evolução das reacções da viga v4-2.1, entre a modelação e valores elásticos teóricos**



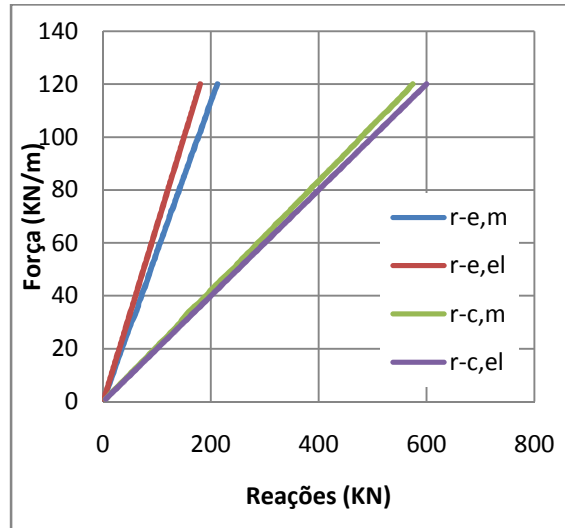
**Figura III.7 - Comparação da evolução dos momentos flectores da viga v4-2.2, entre a modelação e valores elásticos teóricos**



**Figura III.8 - Comparação da evolução das reacções da viga v4-2.2, entre a modelação e valores elásticos teóricos**

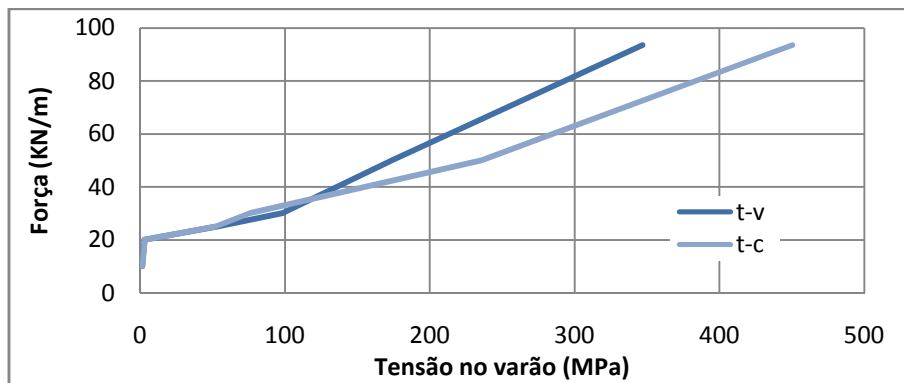


**Figura III.9 - Comparação da evolução dos momentos flectores da viga v4-2.3, entre a modelação e valores elásticos teóricos**

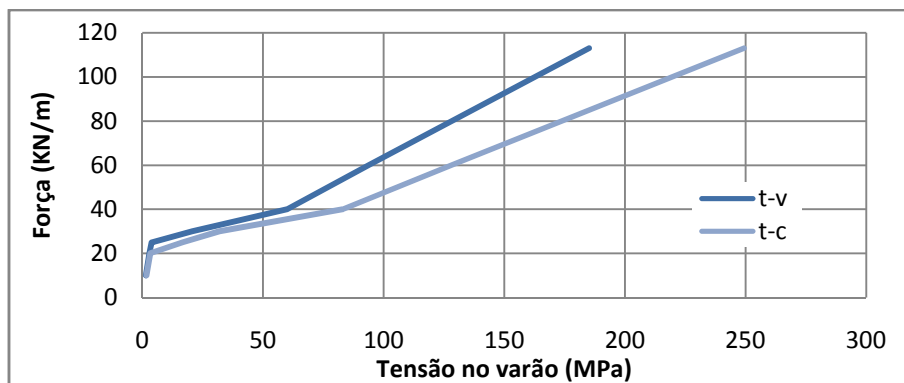


**Figura III.10 - Comparação da evolução das reacções da viga v4-2.3, entre a modelação e valores elásticos teóricos**

*Evolução das tensões nos varões de GFRP das vigas v4-1.2, v4-1.3, v4-2.1, v4-2.2, v4-2.3*



**Figura III.11 - Evolução das tensões nos varões de GFRP na viga v4-1.2**



**Figura III.12 - Evolução das tensões nos varões de GFRP na viga v4-1.3**

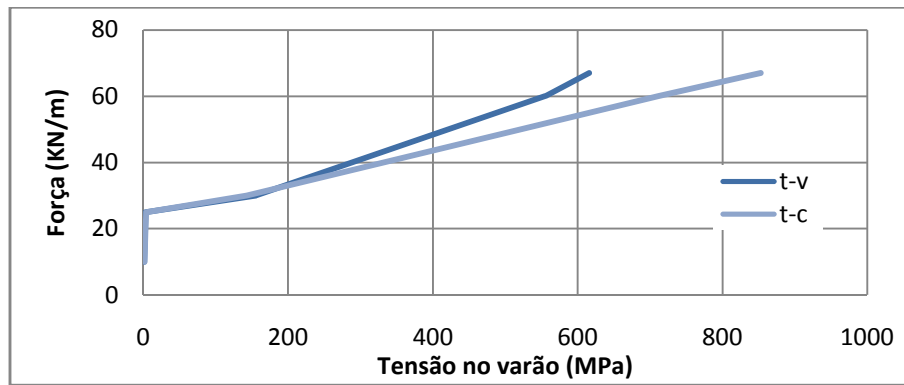


Figura III.13 - Evolução das tensões nos varões de GFRP na viga v4-2.1

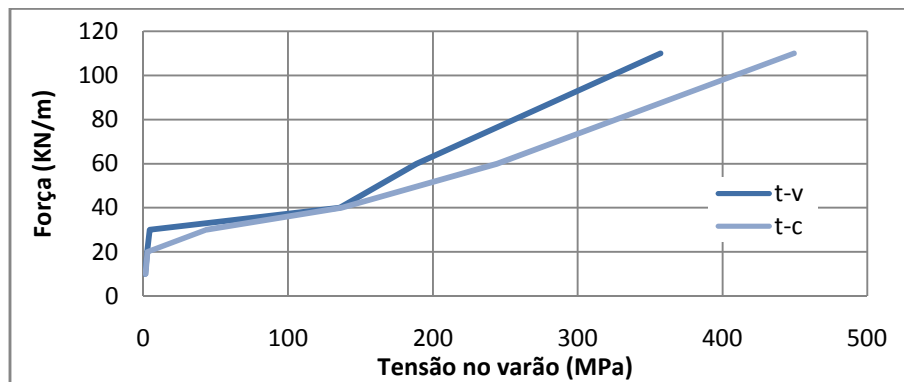


Figura III.14 - Evolução das tensões nos varões de GFRP na viga v4-2.2

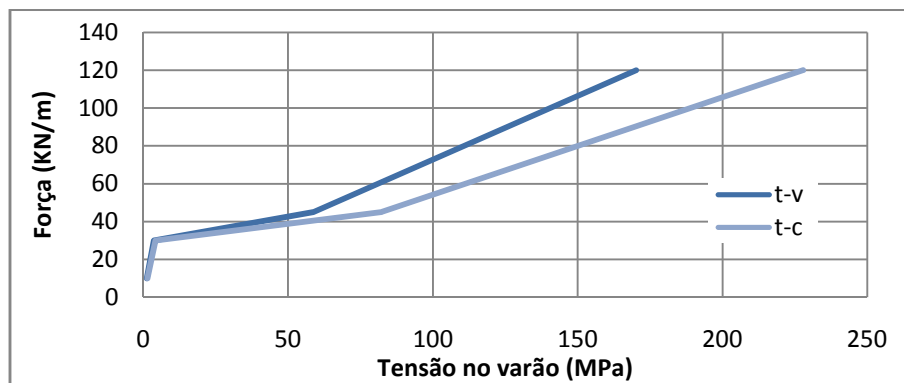
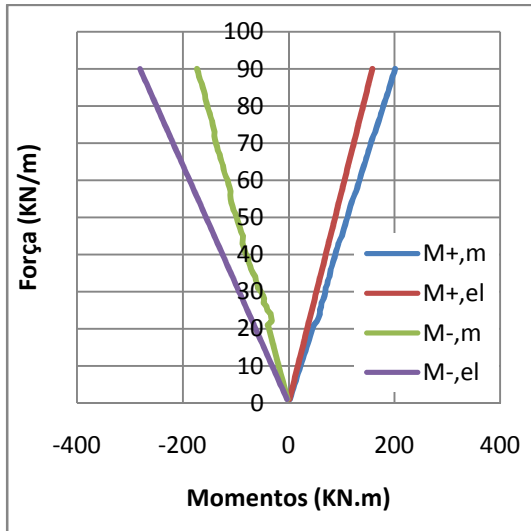


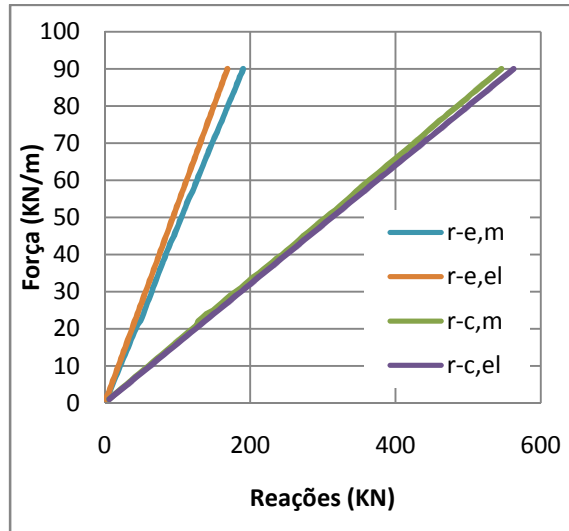
Figura III.15 - Evolução das tensões nos varões de GFRP na viga v4-2.3

## Anexo IV

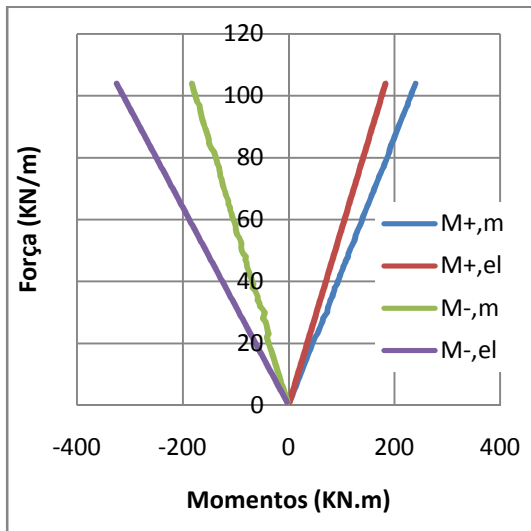
*Evolução dos momentos e reacções das vigas v5-1.2, v5-1.3, v5-2.1, v5-2.2, v5-2.3*



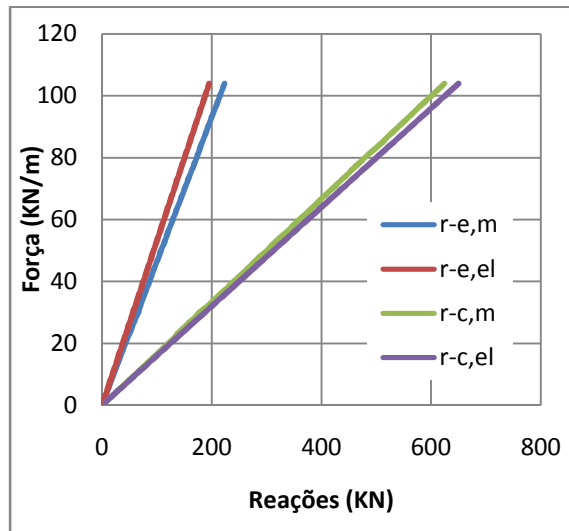
**Figura IV.1 - Comparação da evolução dos momentos flectores da viga v5-1.2, entre a modelação e valores elásticos teóricos**



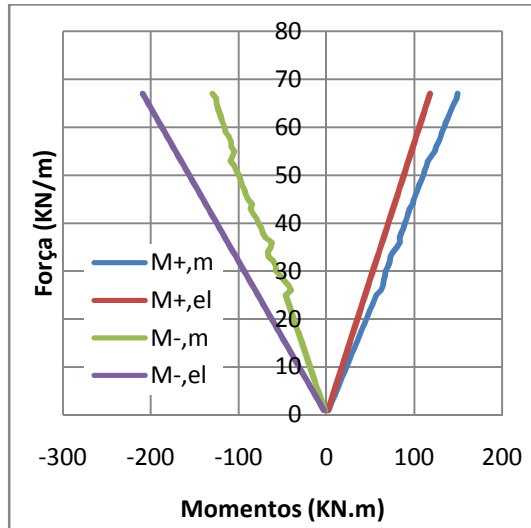
**Figura IV.2 - Comparação da evolução das reacções da viga v5-1.2, entre a modelação e valores elásticos teóricos**



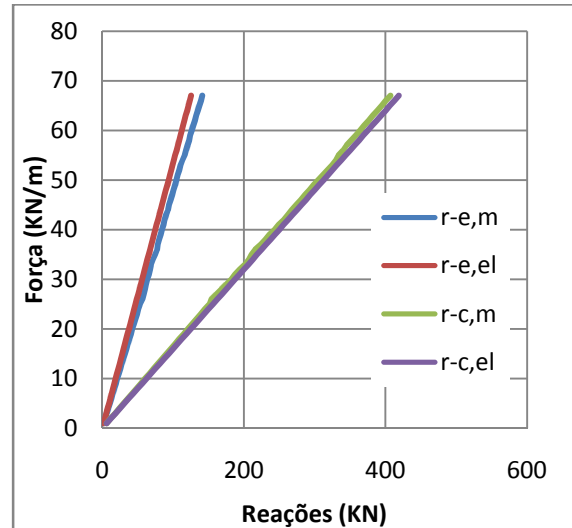
**Figura IV.3 - Comparação da evolução dos momentos flectores da viga v5-1.3, entre a modelação e valores elásticos teóricos**



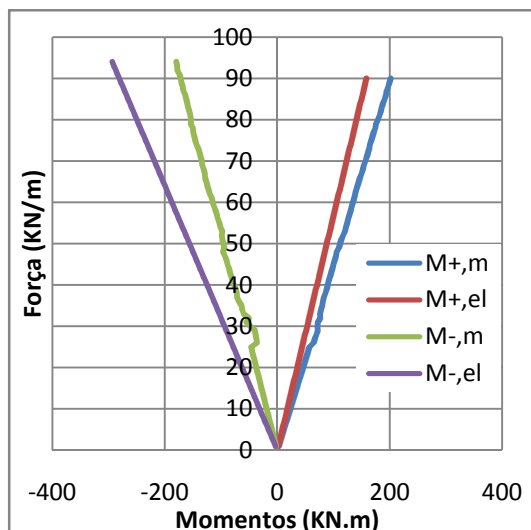
**Figura IV.4 - Comparação da evolução das reacções da viga v5-1.3, entre a modelação e valores elásticos teóricos**



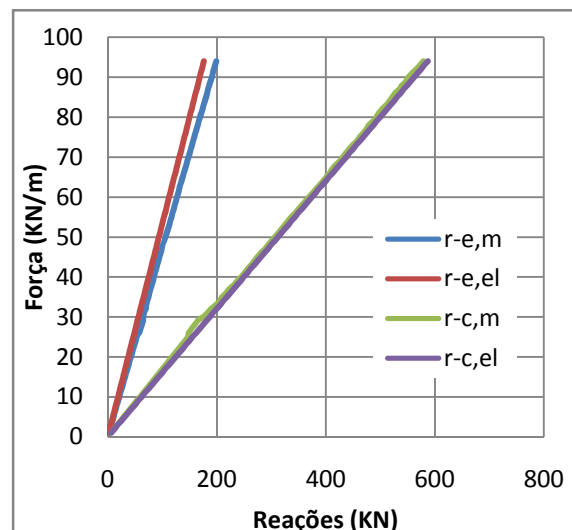
**Figura IV.5 - Comparação da evolução dos momentos flectores da viga v5-2.1, entre a modelação e valores elásticos teóricos**



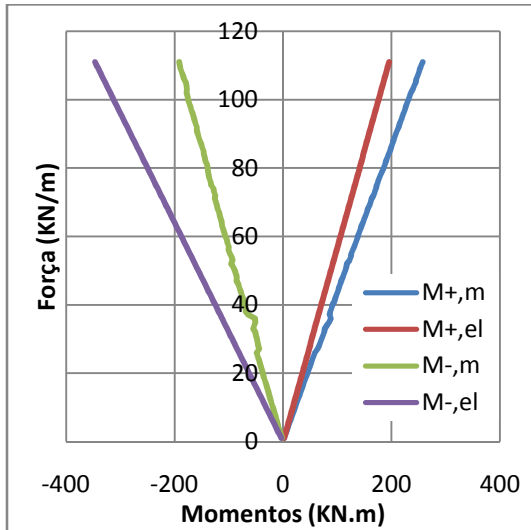
**Figura IV.6 - Comparação da evolução das reacções da viga v5-2.1, entre a modelação e valores elásticos teóricos**



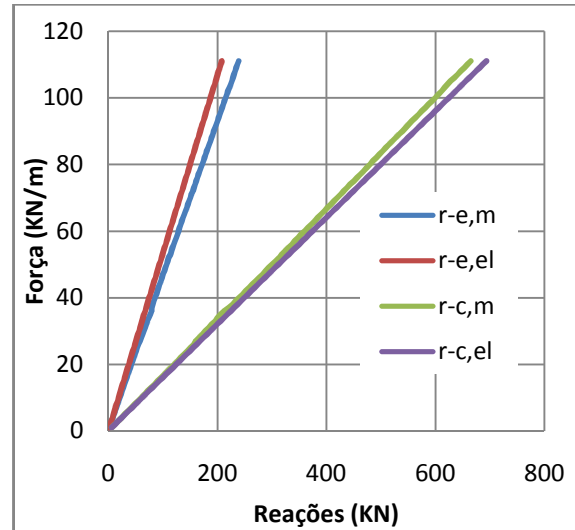
**Figura IV.7 - Comparação da evolução dos momentos flectores da viga v5-2.2, entre a modelação e valores elásticos teóricos**



**Figura IV.8 - Comparação da evolução das reacções da viga v5-2.2, entre a modelação e valores elásticos teóricos**

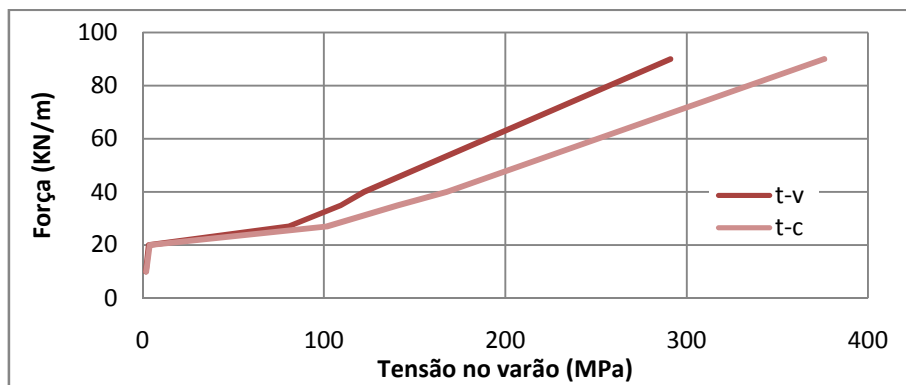


**Figura IV.9 - Comparação da evolução dos momentos flectores da viga v5-2.3, entre a modelação e valores elásticos teóricos**

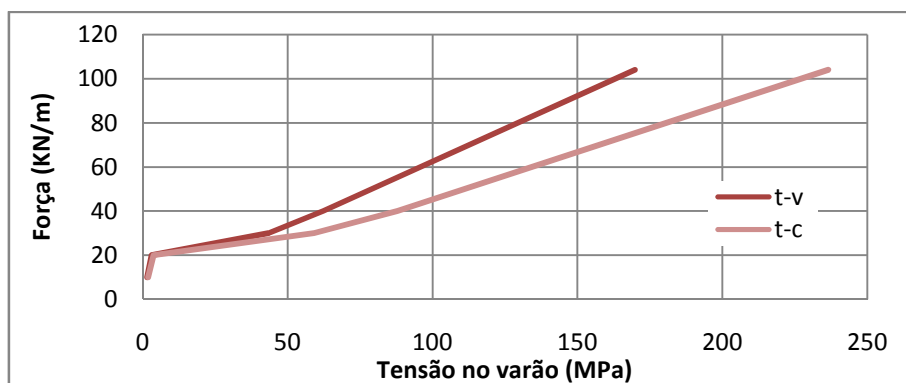


**Figura IV.10 - Comparação da evolução das reacções da viga v5-2.3, entre modelação e valores elásticos teóricos**

*Evolução das tensões nos varões de GFRP das vigas v5-1.2, v5-1.3, v5-2.1, v5-2.2, v5-2.3*



**Figura IV.11 – Evolução das tensões nos varões de GFRP na viga v5-1.2**



**Figura IV.12 – Evolução das tensões nos varões de GFRP na viga v5-1.3**

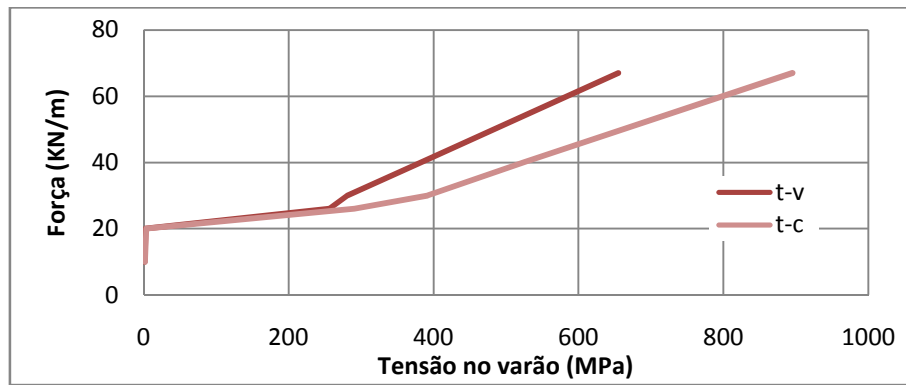


Figura IV.13 – Evolução das tensões nos varões de GFRP na viga v5-2.1

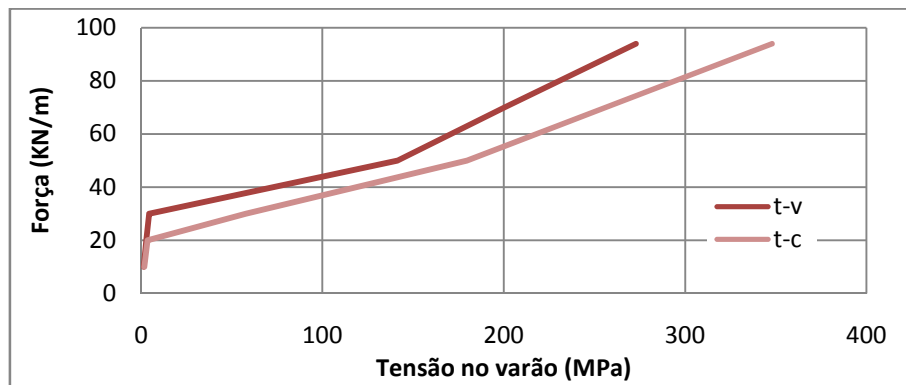


Figura IV.14 – Evolução das tensões nos varões de GFRP na viga v5-2.2

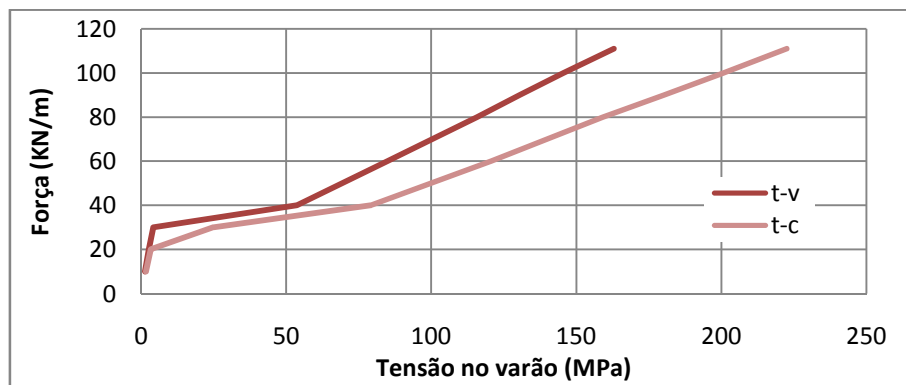
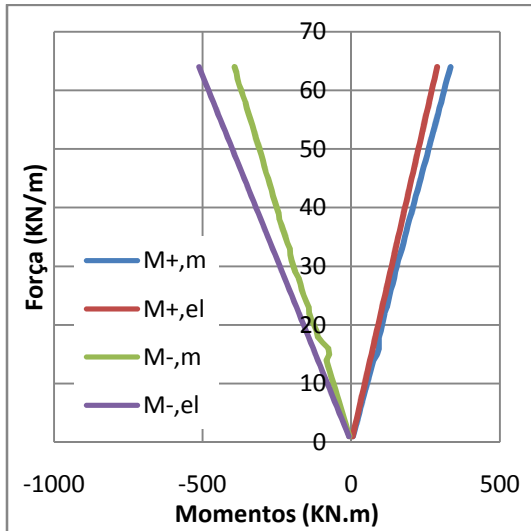


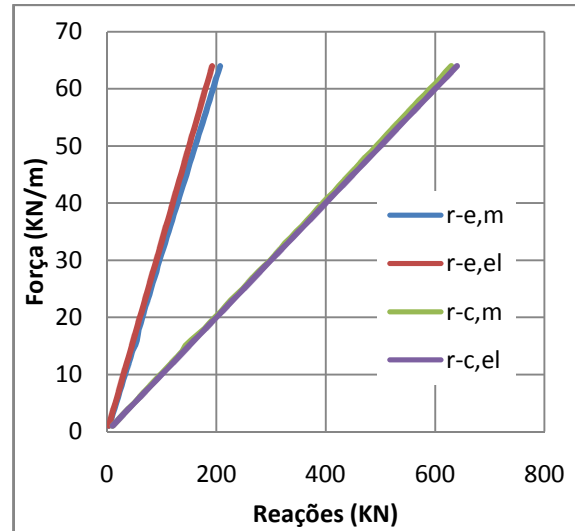
Figura IV.15 – Evolução das tensões nos varões de GFRP na viga v5-2.3

## Anexo V

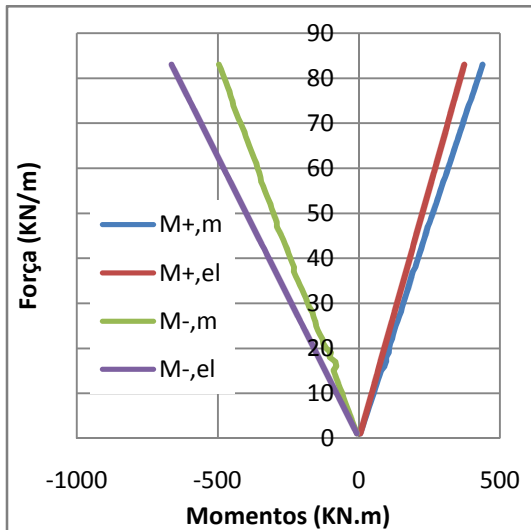
*Evolução dos momentos e reacções das vigas v8-1.2, v8-1.3, v8-2.1, v8-2.2, v8-2.3*



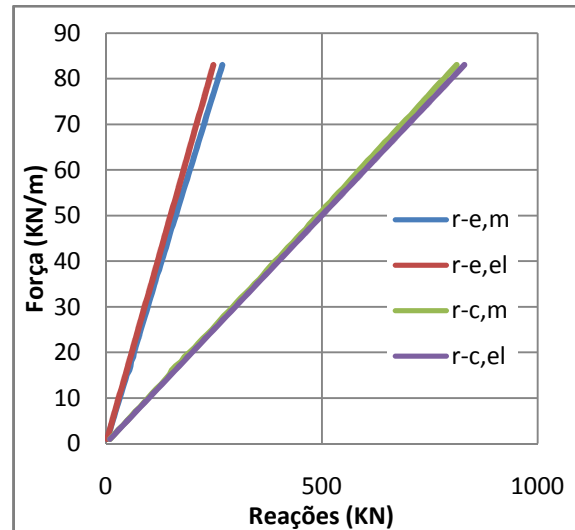
**Figura V.1 - Comparação da evolução dos momentos flectores da viga v8-1.2, entre a modelação e valores elásticos teóricos**



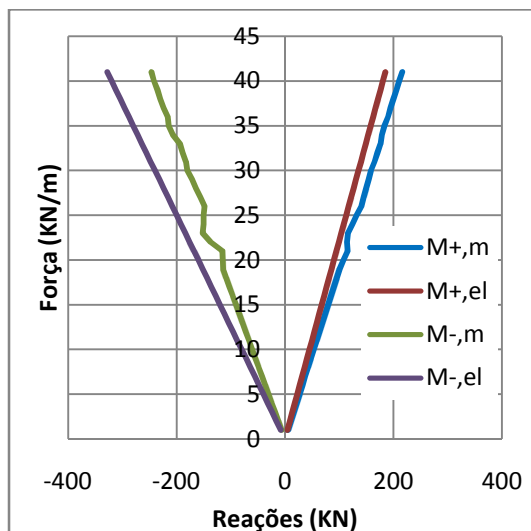
**Figura V.2 - Comparação da evolução das reacções da viga v8-1.2, entre modelação e valores elásticos teóricos**



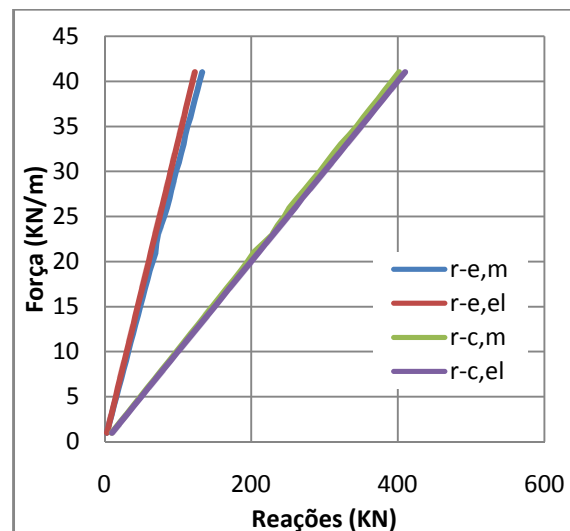
**Figura V.3 - Comparação da evolução dos momentos flectores da viga v8-1.3, entre a modelação e valores elásticos teóricos**



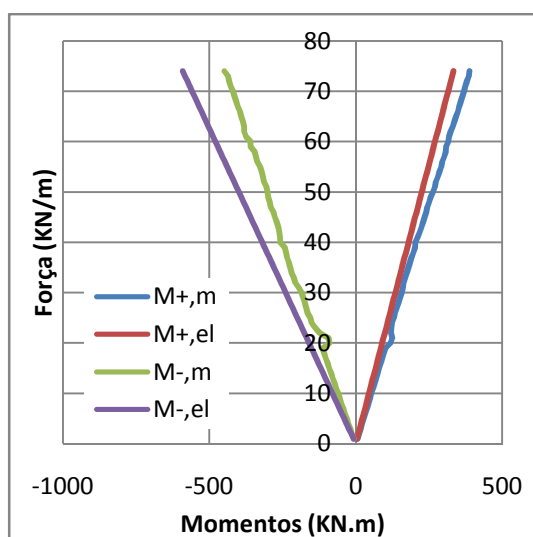
**Figura V.4 - Comparação da evolução das reacções da viga v8-1.3, entre modelação e valores elásticos teóricos**



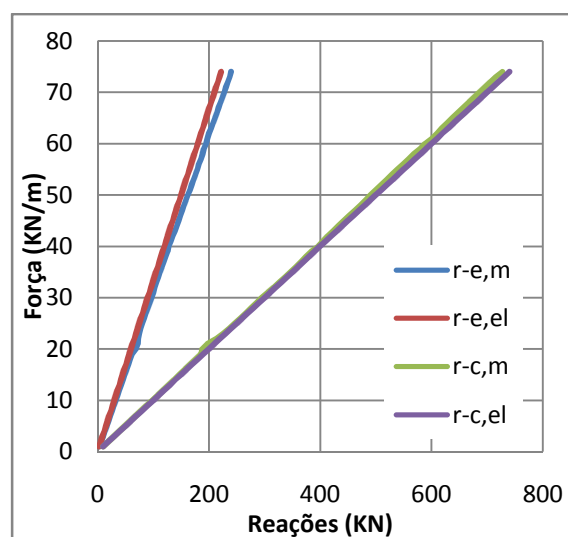
**Figura V.5 - Comparação da evolução dos momentos flectores da viga v8-2.1, entre a modelação e valores elásticos teóricos**



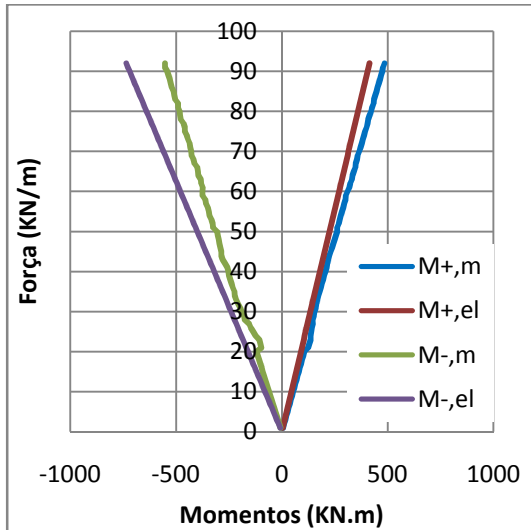
**Figura V.6 - Comparação da evolução das reacções da viga v8-2.1, entre modelação e valores elásticos teóricos**



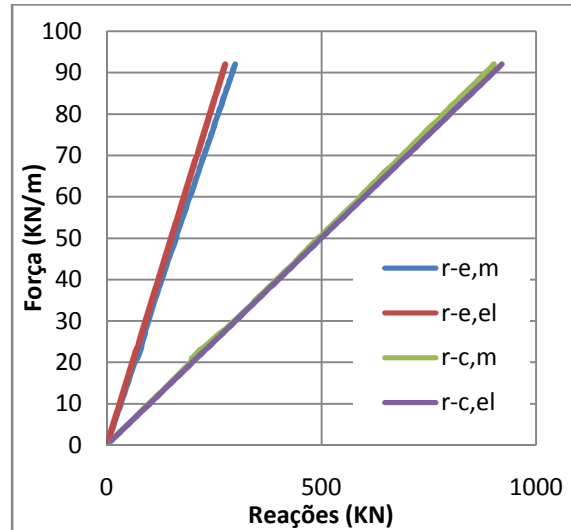
**Figura V.7 - Comparação da evolução dos momentos flectores da viga v8-2.2, entre a modelação e valores elásticos teóricos**



**Figura V.8 - Comparação da evolução das reacções da viga v8-2.2, entre modelação e valores elásticos teóricos**

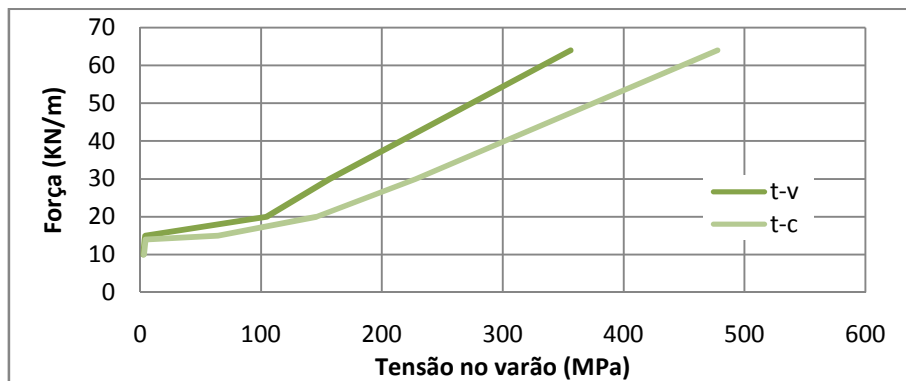


**Figura V.9 - Comparação da evolução dos momentos flectores da viga v8-2.3, entre a modelação e valores elásticos teóricos**

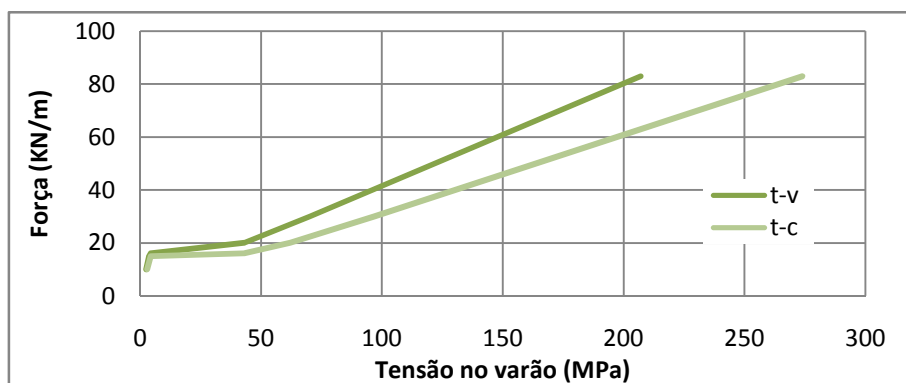


**Figura V.10 - Comparação da evolução das reacções da viga v8-2.3, entre modelação e valores elásticos teóricos**

*Evolução das tensões nos varões de GFRP das vigas v8-1.2, v8-1.3, v8-2.1, v8-2.2, v8-2.3*



**Figura V.11 - Evolução das tensões nos varões de GFRP na viga v8-1.2**



**Figura V.12 - Evolução das tensões nos varões de GFRP na viga v8-1.3**

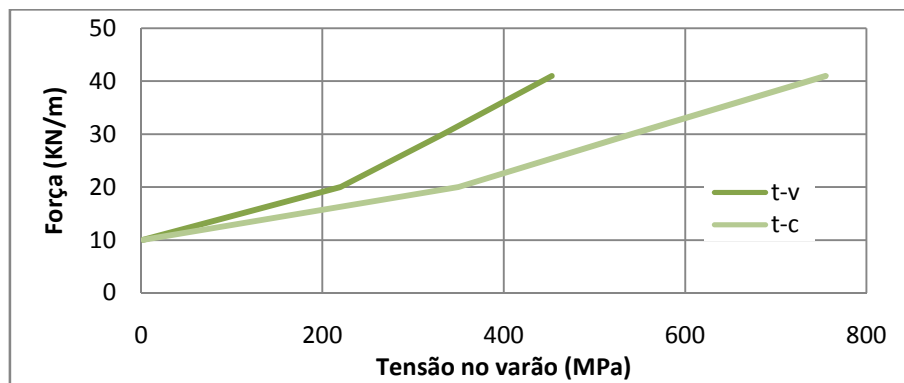


Figura V.13 - Evolução das tensões nos varões de GFRP na viga v8-2.1

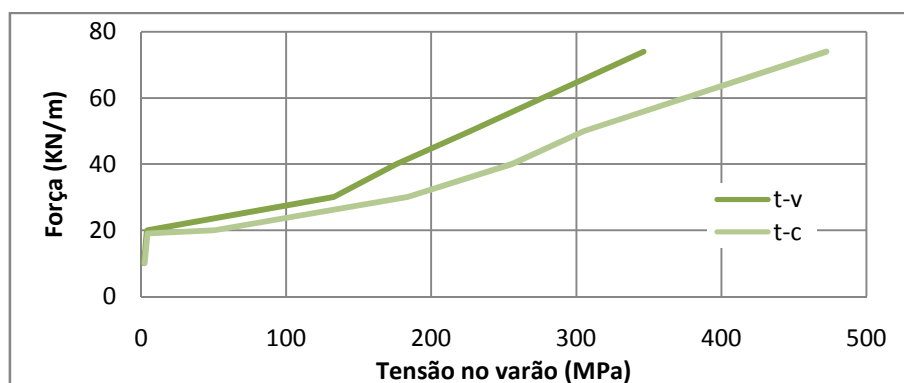


Figura V.14 - Evolução das tensões nos varões de GFRP na viga v8-2.2

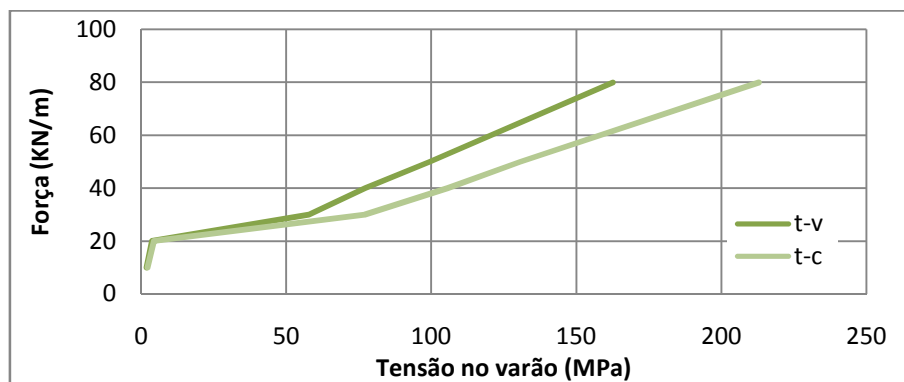


Figura V.15 - Evolução das tensões nos varões de GFRP na viga v8-2.3

## Anexo VI

### *Padrões de fendilhação das vigas com vão de 4m*

w\_max = 1,283E-03 m



**Figura VI.1 - Padrão de fendilhação da viga v4-1.1 para a combinação rara**

w\_max = 5,806E-04 m



**Figura VI.2 - Padrão de fendilhação da viga v4-1.2 para a combinação rara**

w\_max = 4,245E-04 m



**Figura VI.3 - Padrão de fendilhação da viga v4-1.3 para a combinação rara**

w\_max = 9,661E-04 m



**Figura VI.4 - Padrão de fendilhação da viga v4-2.1 para a combinação rara**

w\_max = 5,881E-04 m



**Figura VI.5 - Padrão de fendilhação da viga v4-2.2 para a combinação rara**

w\_max = 4,283E-04 m



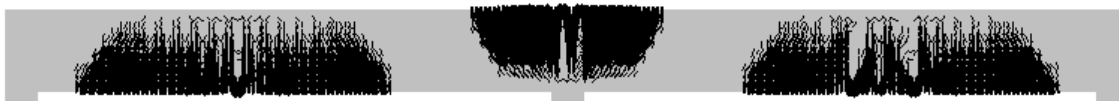
**Figura VI.6 - Padrão de fendilhação da viga v4-2.3 para a combinação rara**

### *Padrões de fendilhação das vigas com vão de 5m*

w\_max = 1,108E-03 m



**Figura VI.7 - Padrão de fendilhação da viga v5-1.1 para a combinação rara**

$w_{max} = 6.191E-04$  m**Figura VI.8 - Padrão de fendilhação da viga v5-1.2 para a combinação rara** $w_{max} = 3.665E-04$  m**Figura VI.9 - Padrão de fendilhação da viga v5-1.3 para a combinação rara** $w_{max} = 1.596E-03$  m**Figura VI.10 - Padrão de fendilhação da viga v5-2.1 para a combinação rara** $w_{max} = 7.911E-04$  m**Figura VI.11 - Padrão de fendilhação da viga v5-2.2 para a combinação rara** $w_{max} = 4.200E-04$  m**Figura VI.12 - Padrão de fendilhação da viga v5-2.3 para a combinação rara**

*Padrões de fendilhação das vigas com vão de 8m*

 $w_{max} = 1.821E-03$  m**Figura VI.13 - Padrão de fendilhação da viga v8-1.1 para a combinação rara** $w_{max} = 1.109E-03$  m**Figura VI.14 - Padrão de fendilhação da viga v8-1.2 para a combinação rara** $w_{max} = 6.859E-04$  m**Figura VI.15 – Padrão de fendilhação da viga v8-1.3 para a combinação rara**

w\_max = 2,364E-03 m



**Figura VI.16 – Padrão de fendação da viga v8-2.1 para a combinação rara**

w\_max = 1,644E-03 m



**Figura VI.17 – Padrão de fendação da viga v8-2.2 para a combinação rara**

w\_max = 8,327E-04 m



**Figura VI.18 – Padrão de fendação da viga v8-2.3 para a combinação rara**