

DM

**Atividades de Natureza Investigativa  
no Estudo de Funções**  
Uma experiência com estudantes de  
Matemática Aplicada às Ciências Sociais

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

**Fátima Celina Fernandes Gonçalves**

MESTRADO EM ENSINO DA MATEMÁTICA NO 3º CICLO DO  
ENSINO BÁSICO E SECUNDÁRIO



UNIVERSIDADE da MADEIRA

*A Nossa Universidade*

[www.uma.pt](http://www.uma.pt)

setembro | 2014

**Atividades de Natureza Investigativa  
no Estudo de Funções**  
Uma experiência com estudantes de  
Matemática Aplicada às Ciências Sociais

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

**Fátima Celina Fernandes Gonçalves**

MESTRADO EM ENSINO DA MATEMÁTICA NO 3º CICLO DO  
ENSINO BÁSICO E SECUNDÁRIO

ORIENTAÇÃO

Elci Alcione Almeida dos Santos

“Ensinar não é transferir conhecimento,  
mas criar as possibilidades para a sua própria produção  
ou a sua construção.”

(Paulo Freire)

# Resumo

O presente estudo visou analisar de que forma a implementação de atividades de natureza investigativa contribuem para a aprendizagem matemática de alunos do ensino secundário.

O estudo incidiu sobre uma turma do décimo primeiro ano de escolaridade do curso de línguas e humanidades. Foram trabalhadas três atividades no âmbito do capítulo Modelos Populacionais. Estas foram desenvolvidas com o auxílio de tecnologia, nomeadamente, calculadora gráfica e computador através da exploração do software Graph 4.4.2, no sentido de motivar os alunos e facilitar a compreensão dos conteúdos abordados.

Tendo em conta que um dos objetivos deste estudo é analisar as atitudes reveladas pelos alunos aquando da realização das propostas, os dados obtidos são constituídos essencialmente por pormenores descritivos de tal forma que foi aplicada uma metodologia de natureza qualitativa através da observação participante.

A utilização da tecnologia motivou os alunos, que se mostraram desde logo entusiasmados com a realização das atividades. Foi também visível, ao longo da realização das propostas, o desenvolvimento de competências como a autonomia, a organização e comunicação de ideias.

**Palavras-chave:** Atividades de natureza investigativa; tecnologia; aprendizagem.

# Abstract

This study aimed to understand how the implementation of investigative nature activities contributes to mathematics learning of high school students.

The study was performed in an eleventh grade class of languages and humanities. Three proposals were carried out under the chapter Population Models. These activities were developed with the aid of technology, namely graphic calculator and computer by tough the usage of the Graph 4.4.2 software, with the purpose of motivating students and facilitate understanding of the content covered.

Given that one of the goals of this study is to analyze the attitudes revealed by the students while doing the activities, the gathered data consists mainly of descriptive details so that a qualitative methodology was applied through observation of participants.

The use of technology, which proved effective, motivated students to implement the challenges. Also noticeable was the fact that as they performed the proposals, they had developed skills such as autonomy, organization and communication of ideas.

**Key-words:** Investigative nature activities; technology; learning.

# Agradecimentos

A concretização deste estudo só foi possível pelo facto de existirem pessoas fantásticas que felizmente fazem parte da minha vida. A todos os que contribuíram e me apoiaram, direta e indiretamente, nesta fase da minha vida, o meu sincero obrigado.

Em particular, gostaria de deixar as minhas palavras de apreço:

À Professora Doutora Elci Alcione Almeida dos Santos por me ter orientado neste trabalho e por ter estado sempre disponível.

Aos meus alunos do décimo primeiro ano que participaram neste estudo e que sempre colaboraram em todo o processo.

À Direção da escola que autorizou o estudo.

À minha amiga e colega de mestrado, Regina Alves, que me levou a abraçar este desafio.

Ao meu marido, pela força e pela paciência.

À minha irmã Dorita Fernandes, pelo apoio, pela compreensão e por estar sempre pronta a me ouvir.

À minha família, que sempre me apoiou.

# Índice

<b>1</b>	<b>Introdução .....</b>	<b>1</b>
1.1	Motivação da investigação .....	2
1.2	Objetivo e questões de investigação .....	3
1.3	Metodologia da investigação.....	4
1.4	Estrutura da dissertação .....	4
<b>2</b>	<b>Fundamentação Teórica .....</b>	<b>5</b>
2.1	As atividades de natureza investigativa no ensino .....	5
2.1.1	A realidade do ensino.....	5
2.1.2	As atividade investigativas e as tarefas exploratórias.....	6
2.1.3	As atividades investigativas no currículo da matemática.....	10
2.1.4	Dinâmica de uma aula com investigações.....	13
2.1.5	A avaliação dos alunos numa aula com investigações.....	15
2.2	Abordagem das TIC no ensino.....	17
2.3	A evolução das TIC aplicadas ao ensino em Portugal.....	17
2.4	Recursos tecnológicos .....	19
2.5	Vantagens e desvantagens das TIC no ensino da matemática.....	21
2.6	O software Graph 4.4.2.....	22
<b>3</b>	<b>Metodologia de Investigação .....</b>	<b>26</b>
3.1	Natureza do estudo.....	26
3.2	Intervenientes no estudo .....	28
3.3	Implementação do estudo.....	28
3.4	Recolha dos dados.....	31
<b>4</b>	<b>Análise e Interpretação dos Resultados.....</b>	<b>33</b>
4.1	Análise da prática matemática dos alunos .....	33
4.2	Análise dos inquéritos.....	53
<b>5</b>	<b>Considerações Finais.....</b>	<b>60</b>

5.1	Reações dos alunos.....	61
5.2	Atividades investigativas aliadas à tecnologia: aprendizagem dos alunos	62
5.3	Vantagens da aplicação deste tipo de propostas.....	65
5.4	Reflexão final.....	66
<b>Referências Bibliográficas .....</b>		<b>70</b>
<b>Anexos .....</b>		<b>72</b>
	Anexo 1 - Inquérito .....	73
	Anexo 2 – Segunda proposta "Andar na escada rolante" .....	78
	Anexo 3 – Terceira proposta "Temperatura de uma chávena de café" .....	81
	Anexo 4 - Inquérito final .....	83

# Índice de Figuras

Figura 1 – Caracterização das tarefas segundo a sua estrutura e o grau de complexidade.....	7
Figura 2 – Tempos de subida e descida do percurso na escada rolante recolhidos por um dos grupos.....	37
Figura 3 – Momento em que os grupos utilizam o software Graph 4.4.2 .....	38
Figura 4 - Número de visualizações de um vídeo musical recolhido por um dos grupos.....	42
Figura 5 – Janela do software Graph 4.4.2 com a representação da função logarítmica .....	43
Figura 6 – Visor da calculadora gráfica com a expressão analítica da função logarítmica .....	43
Figura 7 – Realização da experiência .....	46
Figura 8 – Recolha dos dados da experiência .....	47
Figura 9 – Dados recolhidos por um dos grupos de trabalho na experiência “Temperatura de uma chávena de café” .....	47
Figura 10 – Resolução da primeira questão da atividade “Temperatura de uma chávena de café” por um dos grupos de trabalho.....	48
Figura 11 – Resposta à sexta questão da atividade “Temperatura de uma chávena de café” por um dos grupos de trabalho.....	51
Figura 12 – Resposta à sexta questão da atividade “Temperatura de uma chávena de café” por um dos grupos de trabalho.....	51

Figura 13 – Resposta de um dos grupos de trabalho à sexta questão da atividade “Temperatura de uma chávena de café” .....	52
Figura 14 – Oitava Questão do inquérito final.....	53
Figura 15 – Resposta do aluno 1 à questão presente na figura 14 .....	53
Figura 16 - Resposta do aluno 2 à questão presente na figura 14.....	54
Figura 17 - Resposta do aluno 3 à questão presente na figura 14.....	54
Figura 18 – Décima primeira questão do inquérito final .....	54
Figura 19 - Resposta do aluno 1 à questão presente na figura 18.....	54
Figura 20 - Resposta do aluno 2 à questão presente na figura 18.....	55
Figura 21 - Resposta do aluno 3 à questão presente na figura 18.....	55
Figura 22 - Resposta do aluno 4 à questão presente na figura 18.....	55
Figura 23 - Resposta do aluno 5 à questão presente na figura 18.....	55
Figura 24 – Quinta questão do inquérito final.....	56
Figura 25 - Resposta do aluno 1 à questão presente na figura 24.....	56
Figura 26 - Resposta do aluno 2 à questão presente na figura 24.....	56
Figura 27 - Resposta do aluno 3 à questão presente na figura 24.....	57
Figura 28 - Resposta do aluno 4 à questão presente na figura 24.....	57
Figura 29 - Resposta do aluno 5 à questão presente na figura 24.....	57
Figura 30 – Décima segunda questão do inquérito final .....	57
Figura 31 - Resposta do aluno 1 à questão presente na figura 30.....	58
Figura 32 - Resposta do aluno 2 à questão presente na figura 30.....	58
Figura 33 - Resposta do aluno 3 à questão presente na figura 30.....	58
Figura 34 - Resposta do aluno 4 à questão presente na figura 30.....	59

# Índice de Tabelas

Tabela 1- Papel do professor e do aluno em diferentes abordagens do ensino .....12

# 1 Introdução

---

O meu desempenho na carreira depende de mim, da minha vontade em evoluir e aprender sempre mais, de investir continuamente na minha formação. Ao contrário dos que admitem que apostar numa formação ao longo da vida é uma perda insensata de tempo valioso, acredito precisamente no contrário. Todo o saber é valioso e a minha prática docente constrói-se a cada dia, todos os dias.

Como afirmou Kenski (2010), “sei que aprendo muito ensinando” (p.12) e todos os dias a minha prática de ensinar vai se transformando e enriquecendo, seja através dos relacionamentos com os colegas, a troca de experiências e saberes; seja pelo desafio constante proposto pelos alunos, tentando encontrar a melhor forma de explorar um conteúdo, de transmitir um saber; seja pelo desafio subjacente à evolução das tecnologias em direção a um melhor ensino.

A mudança na área da tecnologia tem sido intensa e veloz. Os desafios propostos pelas novas tecnologias ao serviço do ensino são cada vez maiores, exigindo do corpo docente uma atenção constante e uma mudança de comportamentos. “A ampliação e a banalização do uso de determinada tecnologia impõem-se à cultura existente e transformam não apenas o comportamento individual, mas o de todo o grupo social” (Kenski, 2010, p.21).

Cabe ao professor trazer dinâmica para a sala de aula, seja com recurso à tecnologia, através de atividades de investigação, com a realização de experiências, com visitas de estudo, com trabalhos de pesquisa, formas diferentes de se ensinar matemática que possam conduzir ao sucesso dos alunos.

Em contexto de ensino aprendizagem, investigar é uma forma de construir conhecimento. Segundo Ponte, Brocardo, & Oliveira (2003), “Investigar é procurar conhecer o que não se sabe” (p.13), seja relativamente a uma questão muito simples do dia-a-dia, seja num contexto mais específico, mais elaborado, para o qual haja todo um processo faseado e demoroso. O autor defende que uma experiência de investigação passa por formular questões, elaborar conjeturas, testar, reajustar as questões e as conjeturas, demonstrar e comunicar as

conclusões, tarefas que estão ao alcance dos nossos alunos. As atividades de natureza investigativa requerem o envolvimento ativo do aluno, condição fundamental para a aprendizagem. O aluno aprende quando, a fim de atingir um objetivo, mobiliza os seus recursos cognitivos (Ponte, Brocardo, & Oliveira, 2003).

## **1.1 Motivação da investigação**

A escola é um espaço mágico. Nela existe o poder de ensinar e de aprender. Como tal, deve ser um espaço dotado de infraestruturas, atenta ao mundo envolvente, capaz de acompanhar os avanços tecnológicos, capaz de proporcionar a cada ser que o frequenta todas as ferramentas para que possa abrir-se para o mundo.

Como parte integrante do processo educativo, é constante a minha preocupação em contribuir da melhor forma para a aprendizagem dos alunos. Desta forma, a motivação para este trabalho advém da tentativa de perceber a importância da aplicação de atividades de natureza investigativa (atividades investigativas ou tarefas exploratórias) no desenvolvimento das aprendizagens dos alunos. Segundo Lopes et al. (2005), as aulas de matemática deveriam ser "um dos locais privilegiados para preparar o Homem que a sociedade hoje reclama", um ser capaz de pensar de forma crítica, flexível, eficaz e criativa. É, também, neste sentido que as atividades de natureza investigativa revelam um papel relevante, contribuindo para a formação de um ser autónomo, ao desenvolver competências importantes para a vida futura dos alunos.

Com este trabalho pretendo, igualmente, analisar a importância das tecnologias na aprendizagem e formação dos alunos. Os jovens revelam cada vez mais apetência pelas tecnologias, vivem rodeados pela era digital, são envolvidos pelo mundo da comunicação – revistas, rádio, tv, cinema... - e têm disponível uma nova realidade – as aulas virtuais, as redes sociais, ambientes virtuais. Tendo em vista o uso do computador como ferramenta auxiliar do processo de ensino e de aprendizagem, nomeadamente no tema das funções, optei, de entre vários softwares disponíveis, por um software dinâmico e simples.

Como neste ano letivo estou a lecionar matemática aos oitavos anos e Matemática Aplicada às Ciências Sociais (MACS) ao décimo primeiro ano, a minha escolha foi para a turma do secundário. Esta opção deveu-se ao facto de no ano letivo anterior ter participado no Projeto Construindo o Êxito em Matemática (CEM), pelo que as turmas de oitavo vinham usufruindo deste Projeto desde o sétimo ano. Tal não se verificava com a turma do décimo primeiro ano, que não estava habituada a trabalhar com atividades de natureza investigativa. Por outro lado, a minha experiência com alunos de MACS permite-me afirmar que, no global, estes alunos não revelam gosto pela matemática, sendo que, muitos optam por enveredar pelo curso de Línguas e Humanidades para “fugir à Matemática A”.

A escolha das propostas foi feita tendo em conta o programa da disciplina. Estão inseridas no capítulo dos Modelos Populacionais, sendo atividades que visam mostrar a estes alunos como a matemática está presente na nossa vida quotidiana e possibilitar uma melhor compreensão do conceito de função e da sua interpretação na resolução de problemas.

## **1.2 Objetivo e questões de investigação**

O uso das tecnologias no ambiente de sala de aula tem sido tema de análise e estudo por parte de muitos investigadores. Da mesma forma, a realização de atividades de natureza investigativa no ensino da matemática, também tem tido um papel significativo no que concerne ao sistema educacional. O meu desafio é refletir sobre a aplicação deste tipo de propostas na sala de aula.

Pretendo analisar de que forma a realização de atividades de natureza investigativa, ao nível do secundário, contribuem para a aprendizagem dos alunos na disciplina de MACS.

Nesse sentido formulei algumas questões que pretendo responder ao longo desta investigação:

- Como agem alunos de MACS à realização deste tipo de propostas?
- De que forma as atividades de natureza investigativa aliadas à tecnologia contribuem para a aprendizagem dos alunos?
- Que vantagens surgem da aplicação destas propostas?

### **1.3 Metodologia da investigação**

Dado que o presente estudo visa analisar questões que estão relacionadas com a atitude que os alunos revelam perante a realização de atividades de natureza investigativa em contexto de sala de aula, optei por uma metodologia de natureza qualitativa naturalista.

Segundo Bogdan & Biklen (1994) a investigação qualitativa é descritiva, o investigador deve estar atento a todos os pormenores e analisar os dados de forma indutiva. Naturalista, uma vez que “o investigador frequenta os locais em que naturalmente se verificam os fenómenos nos quais está interessado” (p.17).

### **1.4 Estrutura da dissertação**

O presente estudo encontra-se organizado em cinco capítulos. O primeiro capítulo dá a conhecer as motivações desta investigação, o objetivo e as questões subjacentes ao estudo, uma breve referência à metodologia aplicada e a forma como o mesmo está estruturado.

O segundo capítulo é dedicado à fundamentação teórica, onde é referida a opinião de autores, com base na revisão da leitura bibliográfica, relativamente à implementação de atividades investigativas e tarefas exploratórias no ensino da matemática no secundário. Faz igualmente referência à utilização das novas tecnologias no ensino, nomeadamente, do computador através da exploração de um software matemático, o Graph 4.4.2.

No terceiro capítulo é dada a conhecer a metodologia aplicada nesta investigação, a turma onde foi aplicado o estudo, a forma como foi implementada a investigação e os métodos utilizados na recolha dos dados.

O quarto capítulo refere-se à análise e interpretação dos dados recolhidos. Faz a descrição da implementação das propostas com base nas notas recolhidas da observação informal, nos registos áudio, nas apresentações orais e nos relatórios entregues pelos alunos.

No quinto capítulo são feitas as considerações finais ao trabalho desenvolvido.

## **2 Fundamentação Teórica**

---

### **2.1 As atividades de natureza investigativa no ensino**

A implementação de atividades de natureza investigativa nas aulas de matemática tem sido tema de análise por parte de muitos investigadores ao longo dos últimos anos. Muitos autores defendem que o desenvolvimento deste tipo de tarefas vem permitir que os alunos assumam um papel mais ativo no seu processo de aprendizagem.

#### **2.1.1 A realidade do ensino**

Os profissionais da educação deparam-se diariamente com um leque muito vasto de dificuldades. Entre elas, é de destacar o insucesso dos alunos; a escassez de materiais didáticos numa instituição com restrições orçamentais crescentes; uma sociedade que encara a matemática como uma disciplina tradicionalmente difícil, com uma carga social muito negativa; um programa curricular em constante mudança (o que não permite que se trabalhe o tempo suficiente para tirar o melhor partido do mesmo). Cada vez mais, os profissionais de educação têm vindo a analisar e a tentar encontrar soluções para os problemas com que se deparam.

As tendências curriculares ao longo dos anos têm vindo a se reformular e a defender a ideia de que os objetivos a alcançar não se podem limitar à aquisição de conhecimentos, devendo abranger o desenvolvimento de capacidades/aptidões e de atitudes/valores. É exigido cada vez mais à escola, e nomeadamente à disciplina de matemática, que contribua para desenvolver aspetos relacionados com a aptidão para formular e resolver problemas ou para fazer e testar conjeturas. Nos documentos elaborados pelo Departamento do Ensino Secundário (DES) do Ministério da Educação, programas de Matemática para o ensino secundário, nomeadamente no programa de MACS para o 11<sup>o</sup> ano de escolaridade (2001),

consta que o ensino desta disciplina visa contribuir para uma “abordagem tão completa quanto possível de situações reais, ao desenvolver a capacidade de formular e resolver matematicamente problemas e ao desenvolver a capacidade de comunicação de ideias matemáticas” (p.1).

No entanto, muitas vezes os professores veem-se obrigados a seguir à risca um programa curricular bastante extenso, que não permite cedências para desenvolver em pleno as atividades de natureza investigativa. A implementação destas propostas na sala de aula obrigam o professor a selecionar e planificar muito bem cada atividade de acordo com as especificidades de cada turma, a ter o domínio dos conhecimentos matemáticos, a ser capaz de orientar e despertar a curiosidade e o interesse dos alunos, a promover o debate e a contribuir para o desenvolvimento do poder argumentativo e de discussão dos mesmos.

Constantemente, na minha prática docente, surge o desafio sobre quais as propostas a explorar na sala de aula. Propostas que devem ter em conta a realidade cultural e cognitiva da turma, com o objetivo de lhes proporcionar experiências estimulantes e desafiadoras, apelando ao conhecimento e ao saber. Qual a melhor estratégia para introduzir um novo tema, de forma a lhes despertar a curiosidade e o interesse.

### **2.1.2 As atividade investigativas e as tarefas exploratórias**

Ensinar matemática tem-se revelado um desafio constante, dado que os alunos nem sempre veem a sua utilidade e, perante uma matéria um pouco mais complexa ou um problema relativamente mais ‘elaborado’, a tendência é o aluno desmotivar e desistir. É importante fazer da matemática “uma actividade interessante... para o professor e para o aluno” (Ponte, 2010, p.14).

O ensino da matemática assenta essencialmente numa componente prática, seja através de exercícios, problemas, investigações. Cada tarefa é utilizada com um determinado propósito. Ponte (2010) defende que uma tarefa tem quatro dimensões fundamentais: o grau de complexidade, a estrutura, o contexto referencial e o tempo necessário para a sua resolução. Ao combinar as duas

primeiras dimensões, Ponte (2010), definiu quatro tipos básicos de tarefas que organizou no esquema presente na Figura 1 (p.21):



Figura 1 – Caracterização das tarefas segundo a sua estrutura e o grau de complexidade

Ao analisarmos o esquema anterior, podemos ver que o autor considera os exercícios e os problemas uma estrutura fechada, estabelecendo os exercícios com um grau de complexidade reduzida e os problemas com um grau de complexidade elevada. Por sua vez, faz uma distinção entre atividades de investigação e tarefas de exploração, tendo ambas uma estrutura aberta, sendo as tarefas de exploração de complexidade reduzida e as atividades de investigação de complexidade elevada.

Habitualmente não se faz qualquer distinção entre tarefas de exploração e atividades de investigação, uma vez que não é fácil saber, à partida, qual o grau de complexidade que uma tarefa aberta terá. Para o autor “a análise é mais clara se usarmos uma designação para as tarefas abertas menos complexas (explorações) e

outra designação para as mais complexas (investigações) – isto, tendo por referência a capacidade usual dos alunos de cada nível etário” (Ponte, 2010, p.22).

Perante o exposto, utilizarei no meu trabalho a terminologia ‘atividades de natureza investigativa’ para classificar as tarefas desenvolvidas com os meus alunos, pois a meu ver mais importante do que a distinção entre atividades investigativas ou de exploração, é proporcionar aos estudantes um conjunto de propostas que abranjam os conceitos matemáticos, de forma a dar-lhes oportunidade de experimentar, debater, formular questões, generalizar, provar, explorar ideias e tomar decisões.

A implementação das atividades investigativas na aula de matemática é defendida por vários autores e nos últimos anos tem sido foco de análise por parte de muitos profissionais.

De um modo geral, investigar consiste em procurar compreender algo de modo aprofundado, por vezes recorrendo a um processo, de alguma forma, sistemático. Investigar em matemática, pressupõe, tal como refere Ponte (2010), “a formulação de questões, [...] a produção, a análise, e o refinamento de conjecturas sobre essas mesmas questões. E, finalmente envolve a demonstração e a comunicação dos resultados” (p.15).

O desenvolvimento de uma aula em que os alunos fazem investigação tem características muito próprias e é influenciada por muitos fatores. A preparação da aula em si assume um verdadeiro desafio ao professor, uma vez que pode sempre programar-se o início da atividade de investigação mas não se pode prever como irá terminar.

A escolha da atividade a investigar assume um papel bastante relevante em todo o processo de investigação. A atividade pode surgir da interatividade dos alunos ou pode surgir, que é o mais habitual, por sugestão do professor. É necessário que o professor tenha bem presente que a atividade a ser implementada tem de se ajustar à realidade da turma, devendo proporcionar a todos os alunos o desenvolvimento das suas capacidade intelectuais e cognitivas, sendo desafiante e estimulante, de forma a despertar no aluno o interesse e a motivação para a descoberta e para o saber. Regra geral, o ambiente mais propício para o desenvolvimento deste tipo de atividades é a organização da turma em

pequenos grupos, permitindo assim um ambiente vantajoso à troca de ideias, à partilha de opiniões, contribuindo desta forma para o desenvolvimento do poder de argumentação, uma vez que o medo de falhar é menor.

Segundo Ponte, Brocardo, & Oliveira (2003), a estrutura de uma atividade de investigação desenvolve-se segundo três fases: introdução da tarefa, realização da tarefa e discussão dos resultados (p.25).

A fase da introdução é fulcral para o sucesso da atividade a investigar. O professor pode optar por transmitir o enunciado da tarefa por escrito, através de uma ficha, ou oralmente, inculcando uma atitude investigativa na exploração da mesma. Por vezes, seja porque os alunos não estão familiarizados com este género de atividades, seja pelo nível etário dos alunos, há professores que optam por utilizar os dois métodos referidos, distribuir o enunciado por escrito e em paralelo fazer uma explicação oral do que se pretende com a atividade. Nesta fase surge a necessidade de garantir que toda a turma percebeu o que é pretendido com a atividade em questão, caso contrário, os alunos irão se sentir desmotivados e sem objetivo. O professor deve analisar bem como é que vai ser feita a apresentação da tarefa, uma vez que se explorar demasiado poderá influenciar demasiado a descoberta dos alunos, e se não disser o suficiente, os alunos poderão se sentir desmotivados para a investigação. É importante frisar aos alunos que podem contar com o apoio do professor, mas que a atividade depende essencialmente da sua própria iniciativa.

Após garantir que a tarefa foi entendida pelos alunos, o papel do professor passa a ser menos central. É importante que esteja sempre muito atento a tudo o que se vai desenrolando em cada grupo, de forma a prestar todo o apoio necessário. Os alunos não devem receber do professor a resposta às suas questões, mas é importante que o professor lhes vá dando pistas de forma a saberem se estão no caminho certo, caso contrário, irão desmotivar. Cabe ao professor privilegiar o diálogo entre os alunos, a formulação de questões e conjeturas, incitando para a argumentação e partilha de opiniões. Para tal, o professor deve recorrer muitas vezes à pergunta “Porquê?” de forma a provocar o raciocínio, levando o aluno a refletir sobre certos assuntos, dando origem à procura de relações com outros assuntos.

A fase final, da discussão de resultados, é uma fase importante pois permite uma reflexão sobre a investigação realizada bem como a partilha de conhecimentos. O professor deve estabelecer todas as condições necessárias para que os alunos possam comunicar à turma os resultados obtidos e incentivar os alunos a questionarem-se mutuamente. De facto, estas atividades são um verdadeiro estímulo para o desenvolvimento do poder de argumentação, de reflexão, bem como, da comunicação matemática. Mais uma vez, o professor tem um papel importante como moderador e orientador de toda a discussão.

Fonseca (1999), defende que a realização de atividades de investigação para além de constituir um poderoso meio para a aprendizagem matemática dos alunos, constitui também “um poderoso meio de desenvolvimento profissional e de formação para os professores” (p.11).

### **2.1.3 As atividades investigativas no currículo da matemática**

Em 1980, o *National Council of Teachers of Mathematics* dos Estados Unidos da América (NCTM) elaborava um conjunto de propostas para o ensino da matemática, onde um dos focos era a resolução de problemas. O trabalho realizado anteriormente por George Pólya no estudo e resolução de problemas foi uma referência fundamental nesta nova fase para o ensino da matemática. Nos anos seguintes, muitos autores seguiram uma perspetiva mais ampla baseada na realização de experiências e investigações por parte dos alunos, valorizando o raciocínio matemático, a resolução de problemas, a argumentação. Torna-se importante tentar perceber melhor cada um destes conceitos, a sua metodologia e o papel de cada um dos seus intervenientes.

Uma das definições de problema é “uma situação na qual o indivíduo ou um grupo é chamado a realizar uma tarefa para a qual não há um algoritmo imediatamente acessível que determine completamente o método de solução[...] deve-se acrescentar que se supõe um desejo por parte do indivíduo ou do grupo para realizar a tarefa” (Lester, 1980, p.287). Esta é uma definição que vai ao encontro do currículo de matemática, uma vez que pressupõe um conjunto de procedimentos rotineiros e a aplicação de algoritmos.

Segundo Ernest (1998), dado que uma parte fundamental da matemática é a formulação e a resolução de problemas, e que esta é uma atividade acessível a todos, daqui decorrem importantes consequências para a educação (p.28):

- A matemática escolar para todos deve estar essencialmente relacionada com a formulação e resolução de problemas.
- A inquirição e a investigação devem ocupar um lugar central no currículo de matemática.
- O facto de a matemática ser uma construção falível e em permanente evolução deve ser explicitamente aceite e incorporado no currículo.
- A pedagogia utilizada deve ser centrada nos processos e na inquirição, caso contrário, existe contradição com as implicações anteriores.

As investigações matemáticas implicam processos complexos de pensamento e requerem o envolvimento e a criatividade dos alunos, sendo caracterizadas por se partir de enunciados e objetivos pouco precisos e estruturados e por se exigirem que sejam os próprios alunos a definir o objetivo, conduzir experiências, formular e testar conjectura.

Na resolução de um problema, o aluno tem conhecimento dos dados do problema e do que é suposto descobrir, através do enunciado. O professor também tem conhecimento prévio da solução do problema. Numa investigação matemática a questão de partida não está bem definida, sendo a primeira tarefa do aluno tornar a questão mais precisa. Desta forma, ao envolver o aluno na formulação da questão a investigar, favorecemos o seu envolvimento na aprendizagem. As atividades de investigação implicam também uma grande mudança de comportamentos por parte do professor. Este deixa de ter controlo sobre as respostas, sobre os métodos aplicados pelos alunos, bem como, sobre o próprio conteúdo da aula. No entanto, continua a ter um papel central na orientação das atividades. A abordagem deixa de ser a de debitar conhecimento e passa por ser mais a de orientar e inquirir os alunos, que assumem um papel mais dinâmico na sua aprendizagem.

Segundo Ernest (1998), o papel do professor e dos alunos altera-se perante os métodos de ensino aplicados. O quadro 1 ilustra o papel de cada um dos

intervenientes numa descoberta guiada, até à abordagem investigativa, passando pela resolução de problemas.

Método	Papel do Professor	Papel do Aluno
Descoberta Guiada	Formula o problema ou escolhe a situação com o objetivo em mente. Conduz o aluno para a solução ou objetivo.	Segue a orientação.
Resolução de Problemas	Formula o problema. Deixa o método de solução em aberto.	Encontra o seu próprio caminho para resolver o problema.
Abordagem Investigativa	Escolhe uma situação de partida (ou aprova a escolha do aluno)	Define os seus próprios problemas dentro da situação. Tenta resolver pelo seu próprio caminho.

Tabela 1- Papel do professor e do aluno em diferentes abordagens do ensino

Em 1994, surgiu o projeto “Matemática Para Todos – investigações na sala de aula”, com o objetivo principal de promover a “produção, experimentação e avaliação de propostas de trabalho para a sala de aula que proporcionem aos alunos actividades de exploração e investigação envolvendo ideias e processos matemáticos ” (Abrantes, Leal, & Ponte, 1998, p.3). Este projeto visava perceber quais os desafios na implementação das actividades de investigação na matemática, nomeadamente, o processo desenvolvido pelos alunos na exploração das actividades propostas, a preparação de materiais adequados, a dinâmica de trabalho desenvolvida na sala de aula e a preparação exigida ao professor na orientação dos alunos para a concretização dessas actividades.

As investigações matemáticas bem como a resolução de problemas implicam um maior envolvimento dos alunos. São os alunos que devem conduzir a experiência, formular e testar hipóteses, argumentar e comunicar as suas conclusões. Como defendem Ponte, Brocardo, & Oliveira (2003), “o aluno é chamado a agir como um matemático, não só na formulação de questões e conjeturas e na realização de provas e refutações, mas também na apresentação de resultados e na discussão e argumentação com os seus colegas e o professor”(p.23). É importante que a escola proporcione aos alunos situações de experiências matemáticas, de forma a promover a reflexão individual e em grupo, contribuindo para o desenvolvimento das capacidades matemáticas. Do mesmo modo, vem contribuir para que os alunos sintam necessidade de utilizar a linguagem matemática, e desta forma aprendem a utilizá-la para comunicar, argumentar e conjeturar.

#### **2.1.4 Dinâmica de uma aula com investigações**

A natureza das atividades a serem exploradas na sala de aula é uma questão central. Tendo o aluno um papel importante na exploração das atividades matemáticas, é fundamental que o professor esteja atento ao seu progresso, de forma a poder estimular e orientar o aluno na obtenção do êxito, por mais pequeno que possa parecer. Só assim poderá contribuir para que ao longo da experiência o aluno tenha mais confiança em si e se sinta motivado a continuar.

Podem identificar-se várias fases ao longo de uma atividade investigativa. Segundo Ponte & Matos (1998), as atividades de investigação podem se agrupar em três fases:

1. Formulação de objetivos: uma investigação leva à formulação de uma série de questões. Geralmente os alunos revelam alguma dificuldade na formulação das questões a investigar.
2. Definição de estratégias: ao longo de uma investigação é necessário definir a estratégia a adotar na representação da situação, na sequência de experiências a realizar e quais os instrumentos a utilizar na análise das experiências.

3. Reflexão sobre os resultados das experiências conduzidas e formulação e verificação de conjecturas: desenvolvidas as experiências é feita uma reflexão sobre a situação, podendo levar à formulação de conjecturas e conseqüentemente ao seu teste.

Uma fase muito importante das atividades matemáticas é a discussão em grande grupo. O aluno tem de transmitir a toda à turma e ao professor o raciocínio seguido, o percurso explorado, a conclusão a que chegou. Além de comunicar matematicamente, o aluno tem de saber argumentar.

A grande mudança está também em volta do professor, que assume agora um papel de orientador, deixa de ter controlo sobre os métodos que os alunos aplicam, sobre as respostas e até sobre os conteúdos a serem abordados na sala de aula. O professor deve orientar os alunos sem responder às questões. Deve orientar devolvendo outra questão que seja pertinente e que oriente o aluno, mas que o obrigue a pensar, a raciocinar. Uma das grandes dificuldades dos professores com a implementação de atividades de investigação é conseguir encorajar e apoiar os alunos ao longo das experiências. Não é tarefa fácil apoiar alunos com características tão diversas, com inúmeras dificuldades em matemática, principalmente se o professor tiver a preocupação de não influenciar a orientação da investigação.

Numa sociedade em constante evolução, onde as novas tecnologias fazem parte do quotidiano de todos nós, é importante que a escola não se dissocie deste facto. As Tecnologias de Informação e Comunicação (TIC) contribuíram e têm vindo a contribuir para a evolução e melhoria do processo de ensino e aprendizagem, tendo um papel importante na mudança estrutural das comunidades educativas, tendo em vista a renovação da escola ao nível da organização, da relação com os conteúdos e da metodologia. Na escola o recurso à tecnologia é significativo, nomeadamente a calculadora gráfica e o computador, no caso da matemática.

Mas não é suficiente que as escolas tenham a tecnologia, é muito importante que os professores saibam tirar o máximo partido, usando-a de forma a orientar e estimular os alunos na atribuição de significados e na sua articulação. Cabe ao

professor, orientar o aluno na utilização dos instrumentos tecnológicos de forma a visualizar o raciocínio e a técnica, presentes na exploração dos conteúdos por “métodos manuais”. Ao serem estimulados, desta forma, para articularem os significados e as conjeturas, é possível que, de uma forma mais intuitiva e imediata, apreendam conceitos e propriedades matemáticas. Para Mason (1998) “uma das consequências das calculadoras cada vez mais poderosas e dos programas de computador poderá vir a ser uma população mais informada numericamente e visualmente, mesmo se, tal como as gerações que a precederam, não chegar a adquirir os porquês fornecidos pelas demonstrações”(p.18).

Segundo os documentos elaborados pelo Departamento do Ensino Secundário (DES) do Ministério da Educação, programas de Matemática para o ensino secundário, nomeadamente no programa de MACS para o 11<sup>o</sup> ano de escolaridade (2001), “mais do que pretender que os estudantes dominem questões técnicas e de pormenor, pretende-se que os estudantes tenham experiências matemáticas”. As investigações matemáticas podem ser importantes atividades educativas. Têm um papel importante na aquisição e consolidação de conceitos matemáticos, ajudam a desenvolver o raciocínio e o espírito crítico, contribuindo para a formação de cidadãos críticos e autónomos.

### **2.1.5 A avaliação dos alunos numa aula com investigações**

A implementação de atividades de natureza investigativa numa aula de matemática pressupõe a sua avaliação. Sendo uma atividade de aprendizagem, onde os alunos formulam questões, testam hipóteses, confrontam opiniões e argumentos, aplicam e consolidam conceitos, refletem e desenvolvem o poder de comunicação, é importante proceder à sua avaliação.

Contudo, a avaliação de uma atividade investigativa é mais um desafio que se coloca ao professor. Torna-se difícil para o professor aceder a todas as ideias e raciocínios desenvolvidos pelos alunos ao longo da investigação. Muitas vezes os alunos são possuidores de ideias brilhantes, no entanto têm grande dificuldade em transmitir aos colegas e ao professor, bem como, em transpor essa ideia para o papel.

Numa aula com atividades de natureza investigativa os alunos assumem o papel principal, são eles que lideram a investigação. É importante que o professor esteja atento a tudo o que acontece no espaço sala de aula, às atitudes e capacidades desenvolvidas pelos alunos ao longo da investigação. Ao contrário das aulas expositivas, onde o professor transmite conhecimentos e explica 'como se faz', estas aulas permitem ao aluno desenvolver atitudes (persistência, autoconfiança,...) e capacidades (raciocínio, comunicação, espírito crítico,...).

Para que o professor possa efetuar a avaliação das investigações matemáticas dos alunos torna-se necessário recorrer a instrumentos de avaliação adequados. Segundo Oliveira, Ponte, Santos, & Brunheira (1999) e Ponte, Brocardo, & Oliveira (2003), os relatórios de investigação e a observação direta por parte do professor merecem especial atenção.

Os relatórios escritos podem apresentar não só as conclusões que os alunos alcançaram na realização da proposta, mas também os processos que conduziram a essas conclusões.

Relativamente à observação direta e informal dos alunos, permite passar ao professor informação sobre as atitudes dos alunos, "o modo como os alunos reagem às tarefas de investigação, o modo como as interpretam e a estratégia de trabalho que desenvolvem, os seus processos de raciocínio, bem como os conhecimentos matemáticos que usam", no entanto, nem sempre é fácil para o professor essa recolha de informação pois "torna-se difícil ao professor fazer registos selectivos anotando apenas o que é realmente importante." (Ponte, Brocardo, & Oliveira, 2003, p.125).

Na opinião de Ponte, Brocardo, & Oliveira (2003), as apresentações orais são também um instrumento de avaliação que se coaduna com este tipo de atividades, permitindo "avaliar uma variedade de objectivos, incluindo as atitudes e valores, a compreensão do processo de investigação, a pertinência das estratégias, os processos de raciocínio, o uso de conceitos, as competências de cálculo e a capacidade de comunicação oral." (p.125).

## **2.2 Abordagem das TIC no ensino**

A sociedade atual encontra-se em constante evolução, todos os dias somos bombardeados com inovações tecnológicas. A escola não pode dissociar-se desse facto, pelo que cabe à escola e aos seus intervenientes abraçarem esta área profissional. As TIC contribuíram e têm vindo a contribuir para a evolução e melhoria do processo de ensino e aprendizagem, tendo um papel importante na mudança estrutural das comunidades educativas, tendo em vista a renovação da escola ao nível da organização, da relação com os conteúdos e da metodologia. Na escola combinamos inúmeras tecnologias que contribuem para a otimização do processo de ensino e aprendizagem, que podem ser usadas como ferramentas para promover um ambiente educacional mais enriquecedor.

A evolução tecnológica nos últimos anos tem sido gigantesca, a tecnologia penetra na nossa vida todos os dias e coloca-nos a viver num novo mundo comunicacional que terá reflexos a nível educacional. Diversos organismos internacionais, com destaque para a Unesco, têm alertado para o impacto das TIC na renovação e evolução do sistema educativo. Na escola, as TIC são um importante complemento às práticas pedagógicas, permitindo ao aluno uma participação mais ativa na descoberta do saber.

## **2.3 A evolução das TIC aplicadas ao ensino em Portugal**

No decorrer dos anos, foram várias as medidas legislativas implementadas, com o intuito de introduzir as TIC no currículo escolar. Na década de 80 muitos países, como a França, a Espanha e a Inglaterra, arrancaram com projetos nacionais que visavam a introdução do computador nos sistemas educativos. É por esta altura que surgem em Portugal várias propostas para a introdução das TIC no ensino. O Governo optou pela criação do projeto nacional MINERVA (Meios Informáticos No Ensino: Racionalização, Valorização, Atualização) que operou entre 1985 e 1994 com o objetivo de incluir o ensino das TIC nos planos

curriculares do ensino não superior, promover o uso das TIC como meios auxiliares de ensino e formar professores. Apesar deste projeto ter ficado aquém relativamente aos equipamentos que ficaram disponíveis em cada estabelecimento de ensino, para Ponte (1994), este projeto, entre diversos sucessos, “Encorajou o desenvolvimento de práticas de projeto dentro das escolas, contribuindo fortemente para o estabelecimento duma nova cultura pedagógica, baseada numa relação professor/aluno mais próxima e colaborativa.”

No final de 1996 foi criado o Programa Nónio – Século XXI (1996 – 2002), com o objetivo de apoiar e adaptar o desenvolvimento das escolas às novas exigências colocadas pela Sociedade da Informação: exigências de novas infraestruturas, de novos conhecimentos e de novas práticas. Como consequência deste programa surgem os chamados Centros de Competência que visavam apoiar as escolas e os seus projetos, bem como proporcionar formação nesta área aos professores das escolas abrangidas por este programa.

Um ano mais tarde surge o Programa Internet na Escola (1997 – 2003), coordenado pelo Ministério da Ciência e Tecnologia (MCT), cujo objetivo principal era a ligação de um computador à Internet através da Rede Ciência, Tecnologia e Sociedade (RCTS), em todas as escolas. Desta forma, todos os alunos passam a ter acesso aos recursos informáticos e à Internet.

Inserida neste programa, surge a Unidade de Apoio à Rede Telemática Educativa (UARTE) com o objetivo de apoiar o desenvolvimento da rede comunicativa e educativa, através de atividades desenvolvidas e dos conteúdos propostos no seu Web Site. Este programa teve grande impacto nas escolas do 1º ciclo onde contribuiu muito para o aumento dos meios informáticos. Desta forma registou-se um aumento crescente no intercâmbio com outras escolas, um processo de cooperação, partilha e interação social das aprendizagens.

O Plano Tecnológico da Educação surge no início de 2007, com o objetivo de modernizar o ensino em Portugal sendo composto por 3 eixos de atuação – Tecnologia, Conteúdos e Formação. A parte mais visível deste programa prende-se com a distribuição de computadores portáteis através dos programas: e-escola, e-escolinha, e-professor e e-oportunidades.

É bem visível o esforço que se tem feito para equipar as nossas escolas de infraestruturas capazes de responder ao desafio da tecnologia, introduzindo as TIC no ensino curricular, promovendo assim a capacidade de investigação, iniciativa e espírito crítico nos alunos, não descurando a formação de professores através de políticas de incentivo à formação nesta área.

## **2.4 Recursos tecnológicos**

Os Projetos Nónio e Internet na Escola vieram ajudar a acreditar que as TIC podem favorecer a renovação das práticas letivas e, conseqüentemente, as aprendizagens dos alunos.

Com a implementação destes projetos nas nossas escolas, tornaram-se necessárias uma série de adaptações, nomeadamente a nível dos espaços. Criaram-se nas escolas espaços com recursos tecnológicos, quer em sala própria, quer nas bibliotecas e/ou Centros de Recursos. Muitos professores receberam formação com o intuito de poderem tirar o máximo partido da tecnologia, podendo assim melhorar a sua prática pedagógica, ou mesmo permitindo uma melhoria na execução de tarefas, por exemplo, de direção de turma. A cedência de equipamentos às escolas, com grande destaque para as escolas do 1º ciclo, os programas que permitiram a professores e alunos a aquisição de computadores sob condições mais vantajosas, o acesso das escolas à Internet e a maioria com a sua homepage implementada, o acesso dos alunos à Internet, permitiram uma comunidade educativa mais evoluída e com maior acesso ao conhecimento.

No entanto, não existem apenas aspetos positivos relativamente à implementação destes projetos. A cedência de equipamento, material didático e espaços ficou muito aquém do que seria desejável, de uma forma geral.

Hoje em dia a tecnologia impera nas nossas escolas:

- O uso da Internet, por ser um meio de permitir o contacto com o mundo. Permite aos alunos obterem informação rápida, variada e de uma forma confortável, desenvolvendo no aluno a autonomia e o espírito crítico, ajudando na descoberta do saber. É uma mais-valia para o corpo docente,

valorizando a partilha de materiais, a troca de experiências e o enriquecimento do processo educacional.

- Recurso a softwares. A exploração de softwares tem vindo a crescer e são cada vez mais um recurso potenciador de uma sólida aprendizagem, nomeadamente na área da matemática. A utilização de softwares no processo educativo permite que o aluno explore, investigue e resolva problemas mais complexos, trabalhe conceitos mais elevados de generalização e abstração.
- Uso de tablets em contexto de sala de aula. É um dispositivo pessoal que permite acesso à Internet, visualização de fotos, vídeos, permite a leitura de livros e revistas, é uma ferramenta de fácil transporte e vem facilitar a pesquisa e compilação de informação.
- O computador, cada vez mais sofisticado e completo. Vem permitir uma maior dinâmica nas aulas, permitindo ao aluno o desenvolvimento da autonomia, do pensamento lógico, do espírito crítico, tornando os alunos construtores do seu conhecimento. Cabe ao professor a escolha do software adequado aos objetivos que quer alcançar nas aulas e orientar os alunos na descoberta do conhecimento. O computador assume uma relevância importante, nomeadamente na matemática, na medida em que possibilita ao aluno a visualização rápida de vários assuntos, como é o caso da geometria.
- A plataforma MOODLE que surge no âmbito do E-learning ou ensino à distância. É uma plataforma educacional, que possui uma interface de navegação simples, intuitiva e compatível, permitindo a professores, alunos e encarregados de educação o acesso e a participação. O professor poderá criar a sua disciplina, o seu grupo de alunos e entregar documentos, definir horários, compromissos, entre outros. Esta plataforma possui um espaço destinado à reflexão sobre determinado assunto – o Fórum; possui um Chat que permite uma comunicação síncrona; tem uma ferramenta para a elaboração de testes; permite a elaboração e preenchimento de Questionários; permite a elaboração de textos com a colaboração de vários

intervenientes – Wiki. Tem sido também uma ferramenta muito presente nas formações para professores.

- Smart board ou quadro interativo. É um quadro interativo multimédia que permite uma maior interação entre o professor e os alunos. Apresentar imagens e vídeos relacionados com a disciplina é uma das vantagens desta tecnologia. Todos os conteúdos apresentados no quadro interativo podem ser disponibilizados online.
- O uso da robótica. A criação e montagem de robots, são uma ferramenta de auxílio no ensino de diversas áreas do conhecimento, nomeadamente da matemática, tornando a aprendizagem do aluno mais agradável e estimulante.

## **2.5 Vantagens e desvantagens das TIC no ensino da matemática**

A formação dos professores foi uma das vertentes assumidas na conceção dos projetos. Tornou-se crucial que os professores possuíssem uma cultura tecnológica e de renovação pedagógica, de forma a estarem capacitados para tirar o maior partido das capacidades das TIC. Muitos professores começaram a utilizá-las para a exploração das suas aulas, nas mais variadas matérias. Constatou-se que as mesmas oferecem melhores possibilidades de motivar para a aprendizagem, sendo uma importante ferramenta para a aprendizagem dos alunos, nomeadamente, os alunos com necessidades educativas especiais, podendo assim ajustar a planificação aos seus ritmos de aprendizagem, criar metodologias singulares e variadas, adaptadas ao perfil de cada aluno.

As TIC constituem um instrumento pedagógico que permite articular diferentes programas e métodos de educação e formação. Além disso, vieram facilitar o acesso a diferentes fontes de conhecimento.

Contudo, é importante ressaltar que o recurso às TIC deve ser um complemento ao processo de ensino e aprendizagem, tendo o professor a tarefa de mobilizar as tecnologias de forma equilibrada e articulada com o currículo educativo e com os outros recursos nas escolas.

Com o acesso das escolas à Internet, o intercâmbio entre escolas foi crescendo, seja através de *e-mail*, de chats ou de sites/blogs. Este processo de cooperação e interação social das aprendizagens vem permitir uma maior troca de experiências e saberes, uma abertura aos contextos sociais e culturais das várias escolas espalhadas pelo país.

De facto, em Portugal tem sido valorizado o fornecimento de equipamentos informáticos para as escolas e na formação dos professores. No entanto, a utilização das TIC no ensino implica uma formação muito rigorosa dos professores. Mais do que saber manipular as máquinas, é importante que cada educador tenha um olhar crítico e de análise sobre as TIC e a sua utilização pedagógica. A falta de formação inicial e contínua dos professores poderá ser uma barreira ao uso das tecnologias na sala de aula.

A escassez de tempo para a exploração da tecnologia e na preparação das aulas leva a que muitos professores desistam da sua utilização, bem como a escassez de recursos nos mais variados temas.

## **2.6 O software Graph 4.4.2**

Os softwares educativos são um instrumento facilitador do processo de ensino e aprendizagem quando bem selecionados e utilizados com orientação.

O interesse dos alunos pelas tecnologias é inquestionável, mas o seu uso, em ambiente de sala de aula, deve ter em vista um objetivo pedagógico bem definido e contextualizado.

Com o uso de um software deseja-se que sejam os alunos a percorrer o caminho e a chegar às conclusões pretendidas de uma forma orientada mas ao seu próprio ritmo. Deste modo cada aluno desenvolve capacidades importantes e aprende sem se dar conta.

Ao analisarmos um software educativo precisamos saber até que ponto este nos pode ser útil na orientação dos alunos para a construção e aquisição de conhecimentos. Os alunos aprendem ao interligar e reorganizar conceitos sucessivamente.

Um bom software educativo tem de permitir que o aluno investigue para poder construir o seu próprio conhecimento de uma forma simples e objetiva pois normalmente o seu contato com estas tecnologias, em ambiente de sala de aula, resume-se a algumas horas. Se o software for uma ferramenta complicada deixa de ser para o aluno uma forma agradável de trabalhar o conteúdo pretendido.

Desta forma, a escolha de um software educativo com todos os requisitos necessários para a sua aplicação em contexto de sala de aula implicou a análise de alguns dos muitos softwares disponíveis online.

Um dos primeiros softwares que explorei foi o “Fooplot”. Sistema gratuito e online para desenhar gráficos de todo o tipo de funções, sendo uma alternativa à instalação de um software. Possui uma interface clara, é de fácil manipulação, permite ajustar o tamanho da janela, permite calcular máximos, mínimos, zeros, ocultar ou mostrar os eixos.

No entanto, não permite personalizar as cores ou forma das linhas dos gráficos, não se revelando assim muito apelativo para os alunos. Uma das razões que me fez não optar por este software foi o facto de ter como idioma o inglês.

Um outro software que explorei foi o Winplot. É uma aplicação gratuita para o Microsoft Windows, de instalação fácil, que possui uma versão em português. Permite representar gráficos de uma forma simples sem ser necessário utilizar comandos específicos. Os gráficos podem ser apresentados com diversas cores para facilitar a distinção entre eles. É possível analisar as propriedades dos gráficos: máximos, mínimos, zeros, imagens de pontos, bem como determinar interseções. Permite que sejam feitas animações que facilitam a visualização. As respostas são dadas ao utilizador de forma a que não surjam dúvidas.

Optei por não trabalhar com este software uma vez que o mesmo não possui a função desfazer e, no caso de apagarmos alguma coisa por engano, temos de fazer tudo de novo. Os alunos nem sempre se lembram dos passos dados e seria motivo de distração ter que recomeçar do início.

Analisei também um outro programa gratuito, o Archim 2.0. É de fácil instalação e utilização e permite representar gráficos de todos os tipos de funções. A sua interface é clara e os gráficos de boa qualidade. Possui várias funções pré-

definidas que podem ser alteradas em função dos nossos objetivos. Todas as funções estão disponíveis através dos menus facilitando a sua utilização.

Como não existe tradução para português optei por não utilizá-lo.

O Graph 4.4.2 é um software educativo gratuito direcionado para o ensino da matemática. Para efetuar a sua instalação, que é muito simples, basta fazer o *download* e executar o respetivo programa. É utilizado para representar gráficos num sistema de coordenadas. As representações gráficas podem tomar diferentes aspetos para facilitar a visualização, a interface é apelativa e os comandos encontram-se em português.

Como o objetivo é trabalhar com os alunos, a grande prioridade é verificar se, seguindo instruções, estes conseguirão alcançar os objetivos.

O software possui uma zona onde constam os menus e uma barra de ferramentas onde estão alguns ícones que permitem acesso rápido a várias funções. É possível visualizar a zona de representação de funções constituída por um sistema de eixos coordenados e uma zona à esquerda que vai ficando preenchida com os comandos selecionados.

Após uma análise de todos os menus e da sua exploração com exemplos, o Graph 4.4.2 pareceu um bom recurso para dinamizar as aulas. Analisei as características da sua interface e pensei na influência que pode ter na aquisição de conhecimentos. Pelo que, de uma forma simples, pareceu-me um software capaz de ajudar os alunos a testar hipóteses e a tirar conclusões a partir dos resultados apresentados. O facto de estar em português é uma mais-valia pois desta forma é perceptível por todos.

Com este software é possível abordar conteúdos relativos ao tema Funções: Gráficos e Generalidades para que, de forma orientada, os alunos tirem conclusões e construam conceitos matemáticos. Permite determinar zeros, interseções, extremos, coordenadas de pontos, permite modelar e animar os gráficos das funções para podermos compreender a influência da variação dos parâmetros num gráfico. Disponibiliza uma ficha técnica que, embora esteja em inglês, usa termos simples e facilmente perceptíveis além de imagens.

A simplicidade com que damos instruções e a maneira clara como são dadas as informações faz deste software um instrumento adequado aos alunos do ensino

secundário. A qualidade das imagens é boa sendo que diferentes funções podem ter diferentes traçados para que se distingam bem.

Quanto aos aspetos técnicos, a instalação é fácil e a manipulação e a apresentação visual objetivas. É gratuito e permite promover a aprendizagem numa sociedade cada vez mais desenvolvida tecnologicamente.

A grande variedade de softwares disponíveis na internet podem ser facilitadores do processo de ensino e aprendizagem se despertarem o interesse sem esquecerem os objetivos pedagógicos que motivaram a sua utilização.

Com o uso de um software adequado auxiliamos os alunos a construir o seu próprio conhecimento e damos ao seu dispor a oportunidade de darem novos significados às atividades que são desenvolvidas em ambiente de sala de aula.

## 3 Metodologia de Investigação

---

O ato de investigar implica o conhecimento de técnicas e métodos adequados à situação, de forma a podermos chegar a conclusões e criar novos conhecimentos.

Início este capítulo por apresentar a metodologia adotada de acordo com a natureza da investigação. De seguida farei a descrição das propostas implementadas bem como a apresentação dos dados obtidos.

### 3.1 Natureza do estudo

Dado que o presente estudo pretende analisar a atitude dos alunos perante as atividades de natureza investigativa em contexto de sala de aula, optei por uma metodologia de natureza qualitativa.

Bogdan & Biklen (1994) utilizam a expressão *investigação qualitativa* para agrupar diversas estratégias de investigação que possuem características em comum (p.16): i) os dados recolhidos ... são ricos em pormenores descritivos relativamente a pessoas, locais e conversas, e de complexo tratamento estatístico; ii) as questões a investigar ... são formuladas com o objetivo de investigar os fenómenos em toda a sua complexidade e em contexto natural; iii) a abordagem à investigação privilegia a compreensão dos comportamentos a partir da perspectiva dos sujeitos da investigação; iv) as causas exteriores são consideradas de importância secundária; v) recolhem normalmente os dados em função do contato aprofundado com os indivíduos, nos seus contextos ecológicos naturais.

Sendo a escola o ‘ambiente natural’ da investigação, podemos designar esta investigação qualitativa como naturalista, porque “o investigador frequenta os locais em que naturalmente se verificam os fenómenos nos quais está interessado, incidindo os dados recolhidos nos comportamentos naturais das pessoas” (Bogdan & Biklen, 1994, p.17). O investigador incute nas suas reflexões as suas impressões, irritações e sentimentos, sendo “a subjectividade do investigador e dos sujeitos estudados [...] parte do processo de investigação.” (Flick, 2005, p.6)

Bogdan & Biklen (1994) apresentam cinco características patentes na investigação qualitativa: “a fonte directa de dados é o ambiente natural, constituindo o investigador o instrumento principal.”; é uma investigação descritiva; os investigadores qualitativos “interessam-se mais pelo processo do que simplesmente pelos resultados ou produtos.” e analisam os dados de forma indutiva e o “ significado é de importância vital” (p.47).

No presente estudo, as situações observadas foram retratadas em toda a sua complexidade, de forma a perceber que ligações, que raciocínio os alunos formularam perante as questões que orientaram a investigação. Bogdan & Biklen (1994) denominam um estudo com estas características como ‘observação participante’ onde o investigador “introduz-se no mundo das pessoas que pretende estudar [...] elaborando um registo escrito e sistemático de tudo aquilo que ouve e observa” (p.16). O observar e tentar compreender os sujeitos no seu todo e no contexto em que se inserem, permite uma visão mais completa do decorrer da investigação.

A utilização de um bloco de notas ou diário da investigação foi crucial na análise posterior dos dados. Anotei os comentários, as conclusões a que chegavam, as dúvidas, cada atitude que fui observando. Em paralelo, fiz o registo em áudio que depois foi analisado e convertido em texto. Para Flick (2005) o registo serve três propósitos: “constitui os dados essenciais em que se baseia a descoberta; é a base da interpretação e é o meio fundamental da apresentação e comunicação dos resultados” (p.29).

Na fase inicial da investigação, procurei informar os alunos que teriam um papel diferente ao que estavam habituados. Podiam contar com o meu apoio, no entanto, a investigação devia partir deles, desde a formulação de novas questões, à validação de conjecturas, bem como na defesa e confronto de ideias com os colegas. Ao longo da investigação, fui acompanhando cada grupo de trabalho, por forma a perceber o seu raciocínio, fazendo parte das suas conversas, mas sempre sem apresentar uma resposta direta. Sendo esta uma investigação descritiva, o meu objetivo não era o resultado, mas sim o cruzamento entre os comportamentos observados no seu contexto natural e os pressupostos teóricos que orientaram a investigação.

## **3.2 Intervenientes no estudo**

Este estudo de caso incidiu numa turma do 11<sup>º</sup> ano de Línguas e Humanidades, numa escola Básica e Secundário de Câmara de Lobos, constituída por 23 alunos, 17 do sexo feminino e 6 do sexo masculino. É uma turma onde, à exceção de uma aluna, os restantes estão a frequentar o 11<sup>º</sup> ano pela primeira vez.

Uma vez que estes alunos foram meus no ano letivo anterior, já os conhecia no geral. No entanto, achei pertinente a realização de um inquérito (vide anexo1) com vista a conhecer os alunos um pouco melhor, a que os mesmos responderam antes da realização das atividades. É uma turma muito desmotivada para a aprendizagem, com alguns problemas de comportamento e fraca a nível de aproveitamento. À pergunta “Este curso foi a tua primeira opção?”, aproximadamente 61% respondeu que sim, e destes, apenas 21%, aproximadamente, afirmaram que este é o curso certo para a profissão que pretendem seguir, contra os 29%, aproximadamente, que admitiram que a sua escolha recaiu para o facto de este curso “ser mais fácil” ou “não ter Matemática A”. Constatei que a maioria, aproximadamente 91% dos alunos da turma, tem computador em casa e com ligação à Internet, no entanto, apenas uma percentagem à volta dos 35% dos alunos tem calculadora gráfica. Muitos destes alunos, aproximadamente 57%, já estiveram retidos um ou mais anos, pelo que o nível etário da turma varia entre os quinze anos e os dezanove anos.

## **3.3 Implementação do estudo**

Na aplicação de uma atividade de natureza investigativa pode programar-se o seu começo mas nunca se sabe ao certo o rumo que irá tomar e como irá acabar. A atitude, os percursos, as conclusões a que os alunos vão chegar dependem de uma série de fatores, e são muitas vezes imprevisíveis numa aula de investigação, pelo que implica uma organização e planificação muito grande por parte do professor.

Segundo Ponte, Brocardo, & Oliveira (2003), uma atividade de investigação percorre três fases: (i) introdução da tarefa, onde o professor transmite à turma o que se pretende realizar, seja oralmente ou por escrito, (ii) realização da investigação, seja individualmente ou dividindo a turma em grupos, (iii) discussão dos resultados, onde os alunos deverão dar a conhecer à turma as conclusões a que chegaram (p.25).

No entanto, a escolha das propostas a implementar é uma fase muito importante, como refere Fonseca (1999), pois estas devem ser “potencialmente ricas” de forma a “estimulem o pensamento matemático dos alunos”. Cabe ao professor “fazer uma pesquisa em torno de vários materiais que podem variar entre manuais escolares, livros com propostas de problemas e investigações e, mais recentemente, o mundo da Internet.” (p.7). É importante não descuidar a turma alvo, o seu nível etário e a sua predisposição para este tipo de tarefas, de forma a garantir o sucesso da tarefa.

Após um período de pesquisa e indo ao encontro dos temas que abarcam o programa de MACS do décimo primeiro ano acabei por selecionar três propostas de natureza investigativa. Todas as propostas enquadram-se no tema de Modelos Matemáticos, no capítulo dos Modelos Populacionais.

A turma foi dividida em grupos que se mantiveram ao longo da realização das várias propostas.

A primeira proposta foi dada a conhecer aos alunos ainda antes de dar início ao capítulo dos Modelos Populacionais, intitulada “Número de Visualizações”. Esta proposta pretendia o registo diário, durante um período considerável de tempo, no mínimo duas semanas, de um vídeo partilhado na Internet. Optei por apresentar esta tarefa oralmente, esclarecendo que tinham de registar todos os dias o número de visualizações, que teriam de ter muita atenção ao vídeo escolhido, e que mais tarde íamos analisar os dados e perceber se existia ou não alguma relação nos dados recolhidos. O registo dos dados foi feito pelos alunos fora do contexto de sala de aula, mas a análise dos dados, a sua modelação com o auxílio da calculadora gráfica e a apresentação dos resultados teve lugar em duas aulas de noventa minutos, mas em paralelo com a segunda proposta.

A segunda proposta apresentada foi “Andar na escada rolante” sugerida por Backes (2008). Optei por elaborar uma ficha com a descrição da tarefa a realizar, bem como, os passos básicos na utilização do software dinâmico Graph 4.4.2 (vide anexo 2). Esta tarefa foi estruturada em duas fases. Numa primeira fase, os alunos teriam de se deslocar a um estabelecimento com escadas rolantes, para a obtenção dos vários tempos ao subirem alguns degraus da escada no percurso. Foi pedido que tomassem nota dos tempos e que gravassem em vídeo toda a realização da atividade. Numa segunda fase, foi agendada uma aula de noventa minutos para a análise dos dados através do software Graph 4.4.2 bem como com recurso à calculadora gráfica. Pretendia-se descobrir o modelo que melhor se adaptava aos dados recolhidos, relacionando assim uma situação da vida real com a matéria lecionada.

O momento inicial da tarefa é crucial, pois o professor tem de ter a certeza de que todos os alunos sabem o que é suposto fazer. Desta forma, na atividade denominada “Temperatura de uma chávena de café”, baseada numa publicação da APM (1999), optei por distribuí-la em papel (vide anexo 3), para que os alunos a lessem e discutíssemos no grande grupo o que era pretendido com a atividade sem entrar em grandes detalhes.

Informei quanto tempo tinham para a realização da atividade, e que no fim, teriam de discutir com os colegas as conclusões a que chegaram. Segundo Ponte, Brocardo, & Oliveira (2003), o facto de tornar público o trabalho que cada aluno realizou, constitui para ele “um estímulo e uma valorização pessoal” (p.29).

Para a realização da atividade foi necessário uma chaleira, uma chávena, um sensor de temperatura e uma calculadora gráfica, que neste caso foi a TI-Nspire. Uma vez que só havia material para um grupo realizar a experiência de cada vez, requisitei uma sala de informática onde os restantes grupos podiam utilizar os computadores para explorar mais um pouco o software Graph 4.4.2. Esta proposta foi realizada em duas aulas de noventa minutos.

Nesta última proposta pretendia-se que cada grupo, de uma forma mais ou menos autónoma e com o apoio do enunciado distribuído, fosse capaz de perceber que um objeto ao ser colocado num ambiente com uma temperatura diferente da sua, tende a procurar um equilíbrio térmico. Caso a temperatura do objeto seja

superior, este irá arrefecer, caso contrário irá aquecer. Os grupos tinham uma série de questões que iriam guiar a exploração da tarefa e no fim teriam de traduzir os dados registados através de um modelo matemático. A atividade ficava concluída com a apresentação dos dados recolhidos e conclusões obtidas pelos colegas à turma.

### **3.4 Recolha dos dados**

Segundo Bogdan & Biklen (1994) “o termo ‘dados’ refere-se aos materiais em bruto que os investigadores recolhem do mundo que se encontram a estudar; são elementos que formam a base da análise” (p.149).

A recolha de dados para o presente estudo foi feita entre dezembro de 2013 e maio de 2014. Sendo esta uma investigação qualitativa, teve lugar em ambiente de sala de aula, baseada na observação informal dos alunos durante a realização e apresentação das propostas desenvolvidas. Essa observação era anotada num bloco de apontamentos e apoiada com equipamentos de áudio. De forma a complementar toda a informação recolhida, foram pedidos aos alunos a elaboração de relatórios.

Na primeira proposta – Número de Visualizações – a recolha de dados foi feita através da observação informal dos alunos na realização e apresentação da tarefa na sala de aula, com o apoio de um gravador e através do relatório entregue. No entanto, o relatório entregue foi muito sucinto, não permitindo a obtenção dos dados pretendidos.

A segunda proposta foi desenvolvida em paralelo com a primeira. Uma vez que os alunos tiveram de se deslocar a um estabelecimento com escadas rolantes, foi-lhes pedido que gravassem em vídeo a realização da experiência. Na parte da tarefa a ter lugar na sala de aula, foi utilizado o registo escrito da observação informal dos alunos nas aulas e da apresentação oral dos vários grupos, o registo áudio e foi pedido a entrega de um relatório escrito.

Terminadas estas duas propostas, apercebi-me que os relatórios estavam muito longe do pretendido, uma vez que apresentavam apenas os valores

recolhidos pelos alunos e a função que melhor se ajustava aos mesmos. Senti necessidade de alertar os alunos para o que um relatório deve conter.

Segundo Ponte, Brocardo, & Oliveira (2003) um relatório poderá ser estruturado da seguinte forma: em primeiro lugar, descrever os passos utilizados ao longo da realização da proposta; em segundo lugar, descrever, de uma forma resumida, o que aprendeu; por fim, deve apresentar um comentário geral em relação a tudo o que foi feito (p.111).

Assim, na terceira proposta além de poder observar os alunos durante a realização da atividade e fazer o registo no meu bloco de apontamentos, os alunos entregaram um relatório adequado. Nesta atividade também foram utilizados dois gravadores áudio e o registo escrito das apresentações orais dos alunos.

Ao longo da realização das propostas, procurei registar por escrito as minhas impressões sobre cada momento e sobre o comportamento evidenciado pelos alunos. Fui registando informações num caderno que mais tarde veio a ser importante para a análise e reflexão do trabalho desenvolvido pelos alunos.

Os registos áudio foram transcritos para posterior análise.

Neste estudo foi realizado ainda um inquérito final, aplicado a cada aluno, de forma a conhecer a opinião dos alunos relativamente às propostas implementadas, bem como à realização de aulas deste tipo.

## 4 Análise e Interpretação dos Resultados

---

A análise dos dados é o processo de organização e interpretação de todos os materiais que foram sendo acumulados ao longo da investigação e “envolve o trabalho com os dados, a sua organização, divisão em unidades manipuláveis, síntese, procura de padrões, descoberta dos aspectos importantes e do que deve ser aprendido e a decisão sobre o que vai ser transmitido aos outros.” (Bogdan & Biklen, 1994, p.205).

Neste capítulo procederei à análise e interpretação dos dados recolhidos ao longo da aplicação das três propostas. Esta análise teve por base os vídeos, as gravações áudio, as notas de campo, a observação direta durante a realização das atividades, os relatórios elaborados pelos alunos bem como as apresentações orais realizadas pelos grupos.

A formação dos grupos de trabalho foi deixada a cargo dos alunos, uma vez que existiam alguns desentendimentos entre alguns alunos da turma. Este foi, para a grande maioria destes alunos, o primeiro contacto com atividades deste género.

As tarefas foram selecionadas de acordo com o programa da disciplina, tendo em conta a turma e o nível etário dos alunos, mas também com vista a proporcionar aos alunos um maior contacto com as novas tecnologias. Assim, as três propostas surgiram no âmbito do capítulo Modelos Populacionais, a lecionar durante o segundo período.

Os aspetos mais relevantes desta investigação serão descritos ao longo deste capítulo.

### 4.1 Análise da prática matemática dos alunos

Antes de dar a conhecer a primeira proposta, foi necessário proceder à formação dos grupos de trabalho, ficando a turma dividida em 5 grupos.

A primeira proposta, “Número de Visualizações”, foi realizada em duas fases, sendo a primeira fase dada a conhecer oralmente aos alunos durante o primeiro período. Foi pedido que escolhessem um vídeo da Internet e que durante um período considerável de tempo, no mínimo duas semanas, teriam de tomar nota diariamente do número de visualizações. Posteriormente, os dados seriam analisados na sala de aula, apresentados os resultados à turma e teriam de entregar um relatório com a descrição de toda a tarefa.

Uma vez que os grupos já haviam sido constituídos e dado que o mundo da Internet é uma realidade muito presente no dia a dia destes adolescentes, as sugestões de vídeos a seguir foram muitas. No entanto, foi necessário explicar que o objetivo seria seguir um vídeo que tivesse sido colocado na Internet recentemente e com potencial para fazer disparar o número de visualizações. Uma aluna, nesse momento, perguntou: “Tipo um vídeo dos 4Litro?”. Expliquei que uma vez que os 4Litro eram um grupo cómico madeirense, o universo de visualizações seria relativamente pequeno. O pretendido seria um vídeo à escala mundial. Achei que os alunos deviam ter algum tempo para pensar no vídeo a escolher pelo que agendei para a aula seguinte, que só seria na semana a seguir, para me informarem do vídeo selecionado.

Na aula seguinte, reuni a turma em grupos para que pudessem eleger o vídeo a seguir. Apercebi-me que em dois grupos não tinham feito a pesquisa, pelo que escolheram seguir um vídeo de uma música que fosse lançada na altura da recolha dos dados, mas que não sabiam ainda qual era o cantor. Um dos grupos já trazia a informação do número de visualizações de um vídeo musical que tinha sido lançado na Internet uns dias antes. Um outro grupo acabou por escolher estar atento a um grupo cómico brasileiro que coloca vídeos na Internet. E o último grupo, porque vários elementos eram fãs de uma cantora que estava a lançar o novo CD optaram por aguardar pelo seu próximo vídeo na Internet.

Dado que as aulas de primeiro período estavam quase a terminar e não havia certeza do lançamento de alguns dos vídeos musicais, alertei que teriam de decidir o vídeo a seguir o mais rapidamente possível. Cada elemento do grupo teria de colaborar, pelo que, deveriam elaborar uma escala para que cada aluno tivesse

um dia onde seria responsável por tomar nota do número de visualizações do vídeo escolhido.

Foi já no segundo período, com o estudo do capítulo Modelos Populacionais, que a segunda fase da tarefa foi levada a cabo, acabando por ser implementada em conjunto com a segunda proposta.

A segunda proposta realizada, “Andar na escada rolante”, foi dada a conhecer por escrito (vide anexo 2) e foi acompanhada por uma explicação oral da mesma. Seria uma tarefa onde os alunos teriam de se deslocar a um estabelecimento com escadas rolantes, uma vez que o objetivo desta atividade era o registo dos tempos de subida/descida gastos no percurso da escada rolante. A atividade era então repetida, mas subindo um degrau de cada vez e fazendo o registo de todos os tempos, até à situação final onde o aluno contabilizava o tempo gasto no percurso mas subindo todos os degraus.

Os alunos manifestaram grande entusiasmo com a realização desta tarefa, uma vez que teriam de se reunir fora do ambiente escolar e seria um pretexto para uma ida ao centro comercial. Referi que teriam de gravar toda a atividade, registar os tempos obtidos e que depois da análise a realizar na sala de aula teriam de apresentar as conclusões à turma bem como elaborar um relatório da atividade. Já tinha sido combinado com os alunos, que estes deveriam trazer os dados recolhidos (da primeira e da segunda proposta) e foi-lhes informado que a aula teria lugar numa sala de informática. Uma vez que muitos destes alunos não possuem calculadora gráfica, requisitei, como faço habitualmente, as calculadoras gráficas da escola para o dia da aula.

No dia da aula, a turma estava mais irrequieta do que o habitual. Começaram por se juntar em grupos e por ligar os computadores. Informei que iríamos iniciar a aula com a realização da segunda proposta e que deveriam ter presente o enunciado da mesma, bem como, os dados por eles recolhidos dos tempos obtidos nas escadas rolantes. Foi pedido aos alunos que seleccionassem o ícone do software Graph 4.4.2 instalado nos computadores e que voltassem a ler o enunciado da segunda tarefa, onde constavam os passos a seguir na exploração do software.

A turma passou rapidamente à leitura da ficha e à execução dos primeiros passos. A primeira dúvida surgiu ao introduzirem os dados recolhidos.

Aluno 1: Professora, quais são os valores que meto?

Professora: Os tempos que vocês recolheram.

Aluno 1: Mas se esses forem os valores de  $x$  quais os que coloco em  $y$ ?

Professora: Que estão vocês a relacionar? Que dados recolheram?

Aluno2: Tempos da subida na escada rolante...

Professora: E porque têm valores diferentes? Referem-se a quê?

Aluno 1: Aos degraus que fomos subindo...

Aluno 3: Então, metemos as escadas de um lado e os tempos do outro, certo?

Professora: Experimentem.

O diálogo anterior acabou por se repetir por vários grupos, que sentiram as mesmas dificuldades. Ao me deslocar entre os grupos apercebi-me que estes estavam a introduzir os dados sem terem em atenção se os valores eram da variável dependente ou independente. Resolvi lançar para a turma a questão: “O que é uma variável dependente e uma variável independente?”

Aluno 1: Hum... Não faço ideia.

Aluno 2: É que uma depende da outra e a outra não.

Aluno 3: Eh, já não me lembro...

Professora: Cada imagem depende do objeto.

Aluno 4: Imagem e objeto... Eu lembro-me disso...

Professora: E quem são os objetos e quem são as imagens?

Aluno 4: Objetos são os do  $x$  e imagens do  $y$ . Não é?

Professora: Sim... Objetos são os valores que a variável  $x$  toma e imagens os valores que a variável  $y$  toma. Sendo assim, chama-se variável dependente ao...?

Aluno 4:  $y$  é independente ao  $x$ .

Aluno 2: Então os tempos meto no  $x$  ou no  $y$ ?

Aluno 4: No  $x$ . Não é, Professora?

Professora: O que é que vocês acham? [dirigindo-me para a turma.]

Aluno 5: Eu acho que é no y. O tempo depende dos degraus que subimos. Não é?

Por instantes, fez-se silêncio e a minha expressão facial foi sinónimo de questionar a turma se concordavam com a afirmação do aluno 5. Alguns alunos manifestaram que fazia sentido, mas a maioria da turma apenas abanou a cabeça assertivamente e deram início ao lançamento dos dados no computador.

Apesar da explicação anterior, apercebi-me, ao circular pelas mesas, que um dos grupos estaria a introduzir os dados de forma incorreta. O grupo tinha recolhido os tempos de subida e descida do percurso na escada rolante, como é ilustrado na tabela da Figura 2, presente no relatório entregue pelo grupo.

Nº de Escadas	Subida	Descida
0	00:00:22:38	00:00:22:05
1	00:00:21:44	00:00:21:06
2	00:00:20:03	00:00:20:04
3	00:00:19:54	00:00:19:26
4	00:00:18:44	00:00:18:30
5	00:00:18:09	00:00:18:03
6	00:00:17:77	00:00:17:41
7	00:00:16:75	00:00:17:00
8	00:00:16:21	00:00:15:95
9	00:00:15:16	00:00:14:42
10	00:00:13:91	00:00:13:53
11	00:00:13:46	00:00:13:01
12	00:00:12:75	00:00:12:54
13	00:00:11:77	00:00:11:77
14	00:00:10:91	00:00:11:07
15	00:00:09:96	00:00:09:76
16	00:00:09:54	00:00:08:39
17	00:00:08:44	00:00:07:60
18	00:00:06:87	00:00:05:79

Figura 2 – Tempos de subida e descida do percurso na escada rolante recolhidos por um dos grupos.

Desta forma estavam a introduzir no eixo das abcissas os valores dos tempos obtidos na subida e no eixo das ordenadas os valores dos tempos obtidos na descida. Após terem introduzido os dados, passaram à visualização do gráfico (Figura 3) e surgiram as dúvidas:

Aluno 1: Olha, onde está o gráfico?

Aluno 2: Não aparece nada.

[De forma imediata, viraram-se para o grupo que trabalhava ao seu lado e questionaram-no sobre o seu trabalho.]

Aluno 1: Como é que vocês conseguem ver o gráfico?

Aluno 3: Hum... Como assim?

Aluno 2: Nós não conseguimos ver o gráfico... Professora, venha cá?

Professora: Então, que se passa?

Aluno 2: O nosso gráfico não aparece.

Professora: Quais foram os dados que vocês introduziram?

Aluno 3: Estes... [Apontando para os dados da subida e da descida.]

Professora: Já repararam nos valores que as variáveis tomam?

Variam entre...

Aluno 1: Hum, 22 e... 6... Ah, temos de fazer Zoom.



Figura 3 – Momento em que os grupos utilizam o software Graph 4.4.2

E de forma intuitiva, sem seguir o enunciado da tarefa onde constavam os passos para trabalhar com o software, o aluno selecionou o botão zoom out da barra de ferramentas até visualizar os pontos que haviam sido introduzidos.

Uma vez que os dados não estavam corretos, achei importante intervir:

Professora: Reparem nas coordenadas desses pontos e façam-me uma interpretação do gráfico.

Aluno 1: Como assim?

Professora: Que representam as variáveis que constam nos vossos eixos?

Aluno 1: Hum, os tempos...

Aluno 2: Sim, os tempos...

Professora: Tempos de quê?

Aluno 1: Da subida e da descida.

Professora: E então? Como é que se lê o gráfico?

Aluno 1: Por exemplo, demoramos 6,87 segundos a subir e 5,79 a descer as escadas. [Referindo-se ao primeiro ponto que aparece o gráfico.]

Professora: E o que é pedido no enunciado?

Aluno 3: [Lendo o enunciado] "...tempo gasto num escada rolante sem subir qualquer degrau, subindo 1 degrau, subindo 2 degraus, etc.".

Aluno 2: Quer dizer que não é para introduzir os dados da subida e da descida?

Professora: Que vos parece?

Aluno 3: Mas se é para introduzir só os dados da subida, que valores vamos colocar no outro eixo?

Aluno 1: O 0, 1, 2, 3,... até 18. Não é, Professora?

Professora: Que vos parece? [Questionando o resto do grupo.]

Aluno 2: Faz sentido.

Aluno 3: Só pode ser.

Aluno 4: Vamos, experimenta.

Pelo diálogo anterior, é possível constatar que o papel da professora foi de orientar os alunos a prestarem mais atenção ao enunciado e terem sempre um espírito crítico perante os desafios com que se depararam.

Após terem introduzido corretamente os dados, quis comprovar que todos os elementos do grupo tinham percebido os valores que cada variável tomava. Assim, questionei o grupo:

Professora: Então como fazemos agora a leitura do gráfico?

Aluno 1: Sem subir nenhuma escada demoramos 22,38 segundos; subindo uma escada demoramos...

Aluno 2: ... 21,44 segundos e por aí fora...

[Ao observar os restantes elementos do grupo, apercebi-me que só com esta explicação dos colegas perceberam a relação entre os dados lançados.]

Ultrapassada a primeira etapa de lançamento dos dados no computador, os grupos teriam de encontrar um modelo que melhor se adaptasse àquele conjunto de pontos. A maioria dos grupos percebeu logo que a função que melhor se ajustava a este conjunto de pontos era o modelo linear, pois os pontos encontravam-se relativamente alinhados em linha reta.

Enquanto circulava por entre os grupos, apercebi-me que estavam a tomar nota da expressão do modelo linear que obtiveram e nada mais. Foi necessário chamar à atenção da turma para essa situação: “Antes de passarem para a calculadora gráfica, verifiquem o que representam os valores de “ $a$ ” e “ $b$ ” na expressão do modelo linear  $y = ax + b$ ”.

Perante esta chamada de atenção, apercebi-me que a maioria dos alunos “perdeu” o entusiasmo, foram surgindo conversas paralelas, e eram apenas os melhores alunos que prosseguiam com o trabalho de investigação.

Enquanto me deslocava pelos grupos fui referindo que o trabalho não era individual mas de grupo, que todos os elementos deviam colaborar de forma a poderem tirar as conclusões e apresentar à turma.

Passado algum tempo, a maioria dos grupos já tinha percebido que “ $b$ ” representava a ordenada na origem, a interseção da reta com o eixo das ordenadas, mas ainda nenhum grupo havia determinado o que representava o valor “ $a$ ”.

Num dos grupos discutia-se as possibilidades para o “ $a$ ”:

Aluno 1: Ele deve ter a ver com o tempo de cada degrau... [E pegando na calculadora gráfica, fez a diferença entre tempos consecutivos.]

Aluno 2: E então?

Aluno 1: Não é. Dá valores diferentes... 0,94; 1,41; 0,49...

Aluno 2: E se fizermos o total?

Aluno 3: Como assim? Total?

Aluno 1: Calcular o tempo total e dividir pelos degraus? Sim, deve dar o tempo gasto em cada.

Aluno 4: Seria 22,38 a dividir por 18 que dá 1,24... Não é.

Aluno 1: Fizeste mal. Não é 22,38, tens de tirar 6,87. É 15,51 a dividir por 18 que dá 0,86. Quanto é o "a"?

Aluno 3: 0,8094, aproximadamente 0,81. Deve ser, é muito próximo.

Aluno 1: Boa!

Nesta conversa é visível a formulação de conjeturas. Este grupo conseguiu atingir o que era pretendido e aquando a sua apresentação oral, tiveram oportunidade de transmitir à turma o trabalho realizado.

Uma das minhas preocupações como professora, é permitir aos meus alunos a possibilidade de lidar com variadas ferramentas que os ajudem a progredir na disciplina. Assim, pareceu-me importante que os alunos utilizassem a calculadora gráfica, com a qual já estão familiarizados, para repetir a experiência anterior. Desta forma, os alunos poderiam ter mais facilmente a perceção de qual dos instrumentos é mais fácil manusear e com qual gostam mais de trabalhar.

Ainda nesta aula foram introduzidos os dados da primeira tarefa exploratória "Número de visualizações" no computador e na calculadora gráfica. Os alunos puderam seguir os passos na utilização do software Graph 4.4.2 presentes no enunciado da tarefa "Andar na escada rolante" e desta forma encontrar a função que melhor se adaptava ao conjunto de pontos obtidos.

Os alunos foram muito mais rápidos a dar início a esta tarefa, em parte, por já conhecerem o software e quase não ser necessário seguir os passos que constavam no enunciado.

No entanto, os dados recolhidos nesta tarefa eram valores relativamente grandes, pelo que, os vários grupos sentiram dificuldade em encontrar a janela adequada. Um dos grupos anotou o número de visualizações do vídeo *Adore You* da

cantora americana Miley Cyrus aquando o seu lançamento na Internet, como está patente na Figura 4:

Dias	Visualizações
1	5.850.505
2	16.041.954
3	21.364.797
4	25.875.135
5	27.454.566
6	31.557.172
7	32.806.874
8	33.919.392
9	34.595.032
10	35.345.893
11	36.564.042
12	37.045.852
13	37.965.148
14	38.345.962

Figura 4 - Número de visualizações de um vídeo musical recolhido por um dos grupos

Alguns grupos optaram por recorrer ao ícone presente na barra de ferramentas de reduzir o Zoom, mas como a redução era feita em paralelo nos dois eixos, não permitia visualizar corretamente os pontos marcados. Alertei para o enunciado da tarefa onde constavam os passos a seguir na exploração do software.

Uma das vantagens do computador relativamente à calculadora gráfica é o facto de podermos visualizar o aspeto gráfico dos vários modelos de funções. Apercebi-me que os alunos, ao visualizarem a série de pontos assinalados no sistema de eixos e ao compararem com os vários modelos apresentados na janela de visualização do software, facilmente perceberam qual a função que melhor se adaptava à série de pontos. No entanto, o aspeto com que a expressão analítica da função aparece não era muito familiar para os alunos, como está presente na Figura 5, e foi com recurso à calculadora gráfica (Figura 6) que perceberam quais os valores que as constantes “ $a$ ” e “ $b$ ” tomavam na expressão geral da função logarítmica  $y = a + b \ln x$ .

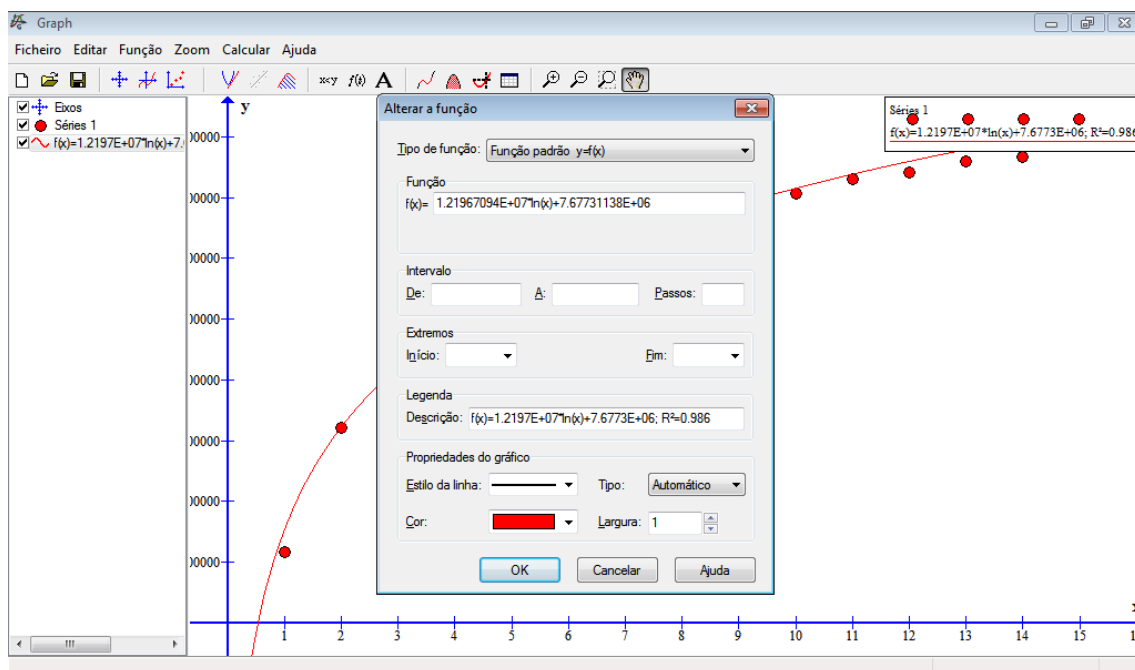


Figura 5 – Janela do software Graph 4.4.2 com a representação da função logarítmica

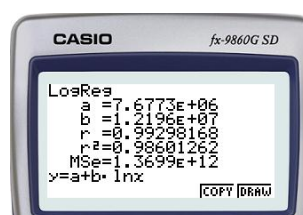


Figura 6 – Visor da calculadora gráfica com a expressão analítica da função logarítmica

Foi pedido aos alunos que entregassem, na semana seguinte, um relatório que descrevesse as dificuldades sentidas, os raciocínios utilizados, as descobertas alcançadas na realização das duas propostas.

Na aula da apresentação oral cedi 20 minutos, no início da aula, para que os grupos pudessem reunir e definir estratégias. Os grupos foram apresentando pela ordem com que estavam sentados na sala de aula. Também foi notório um certo nervosismo, principalmente quando os alunos eram questionados, quer pelos colegas quer pela professora.

No geral os alunos souberam identificar corretamente as funções que melhor se ajustavam a cada conjunto de dados, no entanto, as apresentações foram

muito sucintas onde nem todos os elementos do grupo participaram na apresentação.

Apercebi-me ao longo das apresentações, que a maioria dos alunos adquiriu os conhecimentos matemáticos inerentes a estas duas propostas, nomeadamente a expressão analítica e o aspeto gráfico das funções linear e logarítmica. No entanto, ao questionar os grupos sobre o aspeto geral de cada modelo, como evoluem, a sua utilização em situações da vida real, fez-me perceber que seria importante debater com a turma algumas ideias. A conversa seguinte reflete parte desse debate:

Professora: Porque é que acham que o modelo que melhor se adaptou a esta situação foi o modelo linear? [Questão direcionada para o grupo que estava a fazer a apresentação oral.]

Aluno 1: Hum... foi a 'linha' que melhor se adaptou.

Aluno 2: Das várias funções, esta encaixava melhor.

Professora: Compreendo. Mas já pensaram, perante a situação do tempo gasto nas escadas, porque é que esta é a melhor?

Aluno 3: Porque são escadas, sempre em linha reta...

Professora: Vamos aguardar pelas próximas apresentações e ver o que os vossos colegas têm a dizer sobre isto. [Dado que os outros grupos iriam apresentar, achei melhor não insistir na explicação.]

Apesar do tempo que os restantes grupos tiveram para tentar responder à questão colocada no diálogo anterior, apenas um grupo conseguiu perceber e explicar à turma a relação do modelo linear com a tarefa realizada.

Relativamente à função logarítmica foi mais evidente para os alunos a evolução da situação. Vejamos o que um dos grupos alegou:

Aluno 1: A função logarítmica é a que melhor se adapta a esta situação porque quando o vídeo vai para a Internet muita gente o vê, mas com o passar do tempo o crescimento é mais lento... Não sei se me fiz entender?

Aluno 2: As pessoas vão deixando de ver o vídeo porque já não é novidade, mas há sempre alguém que vê.

Os relatórios entregues pelos grupos estavam muito aquém do que havia sido solicitado. Não apresentavam as dificuldades que os mesmos sentiram ao longo da realização das tarefas, os erros e as tentativas frustradas pelas quais passaram, a relação entre os modelos estudados e a realidade estudada nem mesmo um comentário acerca do que tinha sido a experiência vivenciada.

A terceira proposta realizada com a turma foi a experiência da “Temperatura de uma chávena de café” distribuída em papel a cada aluno (vide anexo 3). Para esta atividade foram necessários alguns materiais: uma chaleira, uma chávena, um sensor de temperatura e a calculadora gráfica TI-Nspire. Dado que não foi possível um café acabadinho de fazer, a experiência foi realizada com água fervida numa chaleira. O objetivo desta tarefa era levar os alunos a investigar e a conjecturar sobre a propagação térmica através do arrefecimento de uma chávena de café. Teriam de descobrir qual o modelo matemático que melhor se adaptava ao conjunto de dados recolhidos e explorar as potencialidades da calculadora gráfica estabelecendo um paralelo com a expressão analítica da função.

Devido à falta de material, a experiência só podia ser realizada por um grupo de cada vez, o que levou a que esta atividade tivesse lugar em duas aulas de noventa minutos. Os alunos não estão habituados a utilizar a calculadora gráfica TI-Nspire pelo que antes de dar início à experiência tive de lhes dar algumas noções dos passos a seguir. O primeiro passo desta atividade implicava medir a temperatura ambiente da sala de aula, para o qual foi utilizado um smartphone com um dispositivo para o efeito.

Tal como na segunda tarefa, apercebi-me que um dos grupos não havia lido, na íntegra, o enunciado distribuído.

Professora: Aqui [num dos passos a definir na calculadora gráfica] vocês definem o modo de recolha. Já está predefinido mas podem alterar se necessário?

Aluno 1: Não é preciso. Pode ficar assim.

Professora: Mas já leram no enunciado a recolha dos dados de quanto em quanto tempo deve ser feita?

Aluno 2: Ah, de 30 em 30 segundos. [Olhando para o enunciado da proposta.]

Professora: Então é preciso alterar.

No geral, os alunos ficaram muito curiosos por ver o que lhes ia aparecer no ecrã da calculadora aquando a recolha da temperatura (Figura 7). Conforme a calculadora ia desenhando a curva com os dados do tempo e da temperatura, os alunos iam conversando entre si.

Aluno 1: E, olha... tá a descer. [Apontando para a curva que estava a ser desenhada no ecrã da calculadora.]

Aluno 2: É mesmo...

Professora: A descer. E porquê?

Aluno 1: A temperatura deve estar a diminuir.

Aluno 3: Tá a arrefecer.

Aluno 1: Fixe!



Figura 7 – Realização da experiência

Após terem tomado nota dos dados recolhidos pela calculadora gráfica (Figuras 8 e 9) sentaram-se em grupo para poderem analisar e responder às questões presentes no enunciado. Entretanto os restantes grupos realizavam a experiência.



Figura 8 – Recolha dos dados da experiência

x	y
0	87,1
30	82,6
60	79,9
90	77,9
120	76,6
150	75
180	73,6
210	72,2
240	71,7
270	70,7
300	69,7

Figura 9 – Dados recolhidos por um dos grupos de trabalho na experiência “Temperatura de uma chávena de café”

Apesar de já terem os conhecimentos necessários para a resolução da primeira questão da atividade, a complexidade da mesma levou a que todos os grupos tivessem dúvidas na sua resolução.

Aluno 1: Professora, como é que vou descobrir os valores de “a” e de “b”?

Professora: Que informações recolheram até agora?

Aluno 1: A temperatura...

Professora: Só?

Aluno 2: Temos a temperatura ambiente, 22 graus.

Professora: Então têm o valor da temperatura ambiente e vários pares ordenados  $(x; y)$  que podem utilizar. Vamos...

Aluno 1: Substituir?...

Aluno 3: Sim, substituir. É o que fazemos sempre...

Os alunos foram resolvendo esta questão com o apoio do caderno diário e do manual. De seguida podemos visualizar, na Figura 10, a resolução de um dos grupos:

The figure shows two boxes containing handwritten mathematical work. The left box shows the derivation of parameter 'a' from the equation  $y = a \times e^{-bx} + 22$  using the point (0, 83.1). The right box shows the derivation of parameter 'b' using the point (30, 56.1) and logarithmic manipulation.

$$y = a \times e^{-bx} + 22$$

$$83,1 = a \times e^{-b \times 0} + 22 \Rightarrow 61,1 = a \times e^{-b \times 0}$$

$$\Rightarrow 61,1 = a$$

$$y = 61,1 \times e^{-bx} + 22$$

$$56,1 = 61,1 \times e^{-b \times 30} + 22$$

$$34,1 = 61,1 \times e^{-b \times 30}$$

$$0,558118 = e^{-b \times 30}$$

$$\ln 0,558118 = -b \times 30$$

$$\ln 0,558118 = -30b$$

$$2,8447 \times 10^{-3} = b$$

$$b = 0,0028447$$

Figura 10 – Resolução da primeira questão da atividade “Temperatura de uma chávena de café” por um dos grupos de trabalho

Durante a resolução anterior apercebi-me de uma interajuda entre os elementos dos vários grupos, dado que eram necessários muitos conhecimentos matemáticos, nomeadamente saber resolver uma equação e aplicar as regras dos logaritmos. Regra geral, os alunos com melhor aproveitamento resolviam as equações e depois explicavam aos restantes elementos os passos que estes não tinham conseguido acompanhar.

Num dos grupos, discutia-se o que acontecia à água se deixássemos passar bastante tempo.

Aluno 1: Professora, como vamos responder à questão 5?

Professora: O que é que vocês acham?

Aluno 1: Não sabemos, por isso estamos a perguntar.

Professora: Eu percebi, mas já pensaram um pouco no que estava a acontecer à água.

Aluno 2: Estava a ficar fria.

Professora: Estava a arrefecer. Certo. Mas será que vai ficar gelada?

Aluno 3: Não,...

Aluno 1: Não, porque não está no frigorífico. [Risos.]

Aluno 4: É como quando bebemos água da torneira...

Professora: Tens razão, ela normalmente está a que temperatura?

Aluno 2: Não faço ideia... Tá normal.

Aluno 3: 22 graus! À temperatura do ar.

Professora: À temperatura ambiente. Muito bem! E como podemos verificar que essa suposição é verdadeira?

Após algum silêncio, um dos alunos sugeriu introduzir a expressão da função na calculadora gráfica e ajustar a janela por forma a visualizar o que acontecia ao gráfico da função. Num outro grupo, optaram por recorrer a uma tabela de valores.

Aluno 1: E agora?

Aluno 2: Vamos à tabela.

Aluno 1: Menu... Table... Está a dar erro... Professora venha cá.  
Professora: Então?  
Aluno 1: Tá a dar erro. [Mostrando o ecrã da calculadora gráfica.]  
Professora: Ajustaram os valores da tabela...Set...  
Aluno 2: Quanto é que meto no Start?  
Professora: Que valores querem analisar para a variável x?  
Aluno 3: 0 a 300?  
Professora: Experimentem.  
Aluno 3: Já tá a dar! Mas termina em 48,026... graus.  
Aluno 2: Eu meti até 500 e termina em 38 graus, mais ou menos.  
Aluno 3: Vou pôr 1000... 25,6. Vou pôr 5000!  
Aluno 4: Eu meti 2500 e deu 22,05.  
Aluno 3: A partir dos 3000 dá sempre 22 graus.  
Professora: E o que eram os 22 graus Celsius?  
Aluno 2: A temperatura da sala. Que medimos no início.  
Aluno 1: Pois foi!  
Professora: Então está provada a vossa conjectura de que a temperatura da água tende para a temperatura ambiente. Muito bem!

Os relatórios entregues pelos alunos relativos a esta proposta revelaram-se muito pouco desenvolvidos, apesar de em alguns deles, já constarem algumas das dificuldades vivenciadas pelos alunos. Embora tenha pedido que referissem os processos desenvolvidos ao longo da investigação.

No geral, estes relatórios eram concisos, apresentavam algumas das dificuldade com que os alunos se depararam ao longo da investigação e as respostas às questões presentes no enunciado da proposta. No entanto, foi visível como poucas foram as dificuldades registadas, o que demonstra um comportamento característico, onde os alunos tentam mostrar as suas 'vitórias' e não as suas 'derrotas'.

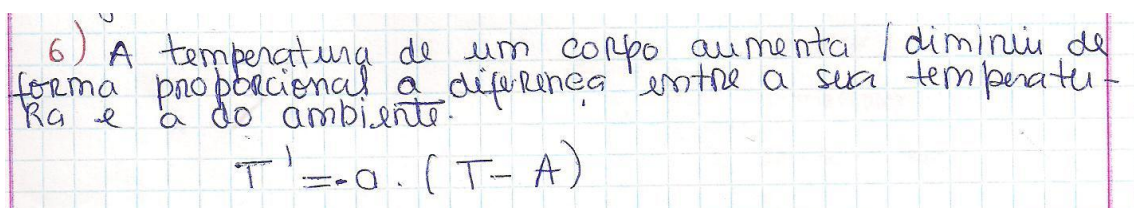
Embora esta turma seja do curso de línguas e humanidades apresentam muitas lacunas a nível do português e da comunicação escrita. Os relatórios

refletiram essas falhas a nível da construção frásica bem como alguns erros na utilização de conceitos matemáticos.

A apresentação oral teve lugar na aula do dia seguinte, nos últimos quarenta e cinco minutos. Esta etapa surge com o objetivo de estimular a comunicação, levando os alunos a terem de expor as suas ideias e desenvolverem a sua capacidade de argumentar.

Ao contrário das apresentações realizadas na primeira e segunda propostas, desta vez os alunos souberam se coordenar no grupo para que todos os elementos participassem na discussão.

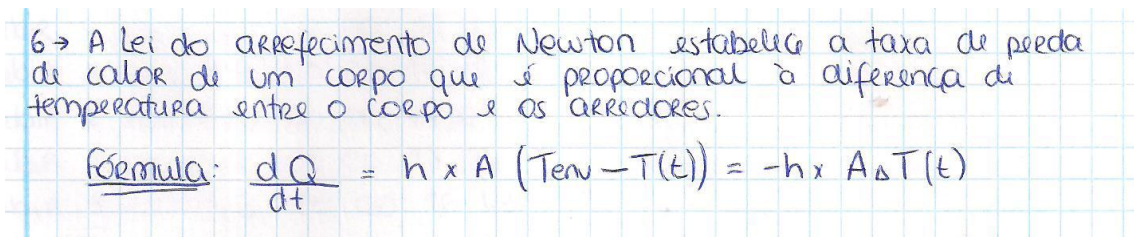
Embora os alunos tivessem demonstrado a aquisição dos conhecimentos matemáticos subjacentes à atividade, poucos foram os grupos que souberam explicar a Lei do arrefecimento de Newton, última questão da atividade. Como estas aulas tiveram lugar numa sala de informática com Internet disponível, incentivei os alunos a recorrerem à Internet para ajudar a perceber a Lei do arrefecimento de Newton. Constatei que os alunos limitaram-se a copiar informação da Internet sem perceber o seu significado. Vejamos duas respostas:



6) A temperatura de um corpo aumenta / diminui de forma proporcional a diferença entre a sua temperatura  $R_a$  e a do ambiente.

$$T' = -a \cdot (T - A)$$

Figura 11 – Resposta à sexta questão da atividade “Temperatura de uma chávena de café” por um dos grupos de trabalho



6 -> A Lei do arrefecimento de Newton estabelece a taxa de perda de calor de um corpo que é proporcional à diferença de temperatura entre o corpo e os arredores.

Fórmula:  $\frac{dQ}{dt} = h \times A \cdot (T_{env} - T(t)) = -h \times A \cdot \Delta T(t)$

Figura 12 – Resposta à sexta questão da atividade “Temperatura de uma chávena de café” por um dos grupos de trabalho

No momento da apresentação, os grupos anteriores limitaram-se a ler a informação que haviam recolhido. Ao serem questionados sobre em que consistiam as fórmulas, não souberam responder e admitiram não terem percebido aquilo que transcreveram para o papel. Chamei à atenção da turma, e dos grupos em particular, para o facto de terem de ter sempre um espírito crítico perante aquilo que pesquisam na Internet e acima de tudo ir à procura do saber, ser persistente e procurar sempre esclarecer as dúvidas que vão surgindo.

Acredito que o factor tempo não ajudou na plena concretização desta atividade. O facto de ter um programa para cumprir e ter de preparar estes alunos para o exame nacional da disciplina, fez com que me sentisse pressionada e não disponibilizasse mais tempo para que os alunos pudessem investigar e concluir esta proposta.

Durante as apresentações orais os alunos trocaram ideias e concluíram, de uma forma muito simples, em que consistia a Lei do arrefecimento de Newton. Aquando a entrega do relatório, alguns grupos corrigiram e/ou completaram as suas respostas, como podemos ver na resposta seguinte:

Assim, um objeto quando colocado num ambiente com uma temperatura diferente da sua, tende a entrar em equilíbrio térmico com a vizinhança. Esse equilíbrio térmico segue a seguinte lógica: se este objeto estiver a uma temperatura mais alta do que a sua vizinhança, ele perderá calor para o ambiente e esfriará; caso contrário, esquentará. Dessa forma, a taxa de arrefecimento de um objeto depende da diferença de temperatura entre este e o ambiente. A lei do arrefecimento de Newton afirma que, para pequenas diferenças de temperaturas, a taxa de arrefecimento é aproximadamente proporcional à diferença de temperatura.

Figura 13 – Resposta de um dos grupos de trabalho à sexta questão da atividade

“Temperatura de uma chávena de café”

Apesar do texto anterior ser esclarecedor, não deixa de ser bem visível o uso de palavras do português do Brasil, como “esfriará” ou “esquentará”. Os alunos foram chamados à atenção para a importância de não transcreverem o que encontram na Internet, mas elaborarem a sua resposta.

## 4.2 Análise dos inquéritos

Dado que o presente estudo visa analisar de que forma as atividades de natureza investigativa contribuem para a aprendizagem dos alunos, elaborei um inquérito no sentido de compreender qual o sentimento dos alunos em relação à realização das propostas.

Uma das questões presentes no inquérito estava orientada para saber qual a opinião dos alunos relativamente à exploração de atividades investigativas na sala de aula.

Na tua opinião, as aulas com a exploração de atividades de investigação, são mais vantajosas? Porquê? \_\_\_\_\_

Figura 14 – Oitava Questão do inquérito final

A maioria dos alunos referiu preferir as aulas com a exploração de atividades de investigação, uma vez que estas tornam-se mais interessantes e estes sentem-se mais entusiasmados e mais atentos à matéria.

Selecionei três respostas que me pareceram reunir os argumentos apresentados pela turma no geral.

vantajosas? Porquê? *sim, porque é uma outra maneira de nos facilitar na compreensão da matéria, é uma maneira criativa de e diferente de aprender. E também porque nos incentiva; dá-nos mais interesse na em aprender a matéria.*

Figura 15 – Resposta do aluno 1 à questão presente na figura 14

São propostas que estimulam a atenção e a curiosidade dos alunos.

vantajosas? Porquê? Sim, estamos mais em contacto com a turma. O facto de estarmos a explorar capta-nos a atencao e ficamos curiosos.

Figura 16 - Resposta do aluno 2 à questão presente na figura 14

vantajosas? Porquê? Sim! Leva-nos a ir até à "Cruz do problema!" São aulas diferentes e interessantes.

Figura 17 - Resposta do aluno 3 à questão presente na figura 14

Perante um estudo onde se pretende analisar a influência das atividades de natureza investigativa na aprendizagem dos alunos, achei pertinente incluir no inquérito distribuído à turma, a seguinte questão:

Na tua opinião, as aulas com atividade de investigação beneficiam a tua aprendizagem comparativamente às aulas habituais?

Figura 18 - Décima primeira questão do inquérito final

A maioria dos alunos respondeu afirmativamente à questão, argumentando que o facto de as aulas serem diferentes das habituais, tornavam-se mais interessantes e conseqüentemente captava-lhes mais a atenção e o interesse.

Das respostas dadas pelos alunos selecionei duas por estarem mais completas:

Sim, porque o interesse pelas aulas já era bom e com essas actividades o meu interesse aumentou, não só por ser aulas diferentes mas também por nos ajudarem na compreensão dos métodos.

Figura 19 - Resposta do aluno 1 à questão presente na figura 18

Contribuim, pois se tivermos mais interesses,  
como foi o meu caso, aprendemos mais facilmente  
a matéria.

Figura 20 - Resposta do aluno 2 à questão presente na figura 18

Alguns alunos justificaram a preferência por estas aulas recorrendo a argumentos que me pareceram diferentes. Referiram a importância de trazer para a sala de aula “casos reais”, temática abordada e valorizada pelo programa da disciplina e o facto de se explorar as questões ao máximo.

Sim, pois recorremos a casos reais para  
aprender e desenvolver capacidades.

Figura 21 - Resposta do aluno 3 à questão presente na figura 18

sim, porque nas aulas com atividades de  
investigação procuramos sempre saber mais  
sobre o assunto em questão.

Figura 22 - Resposta do aluno 4 à questão presente na figura 18

No entanto um aluno da turma referiu preferir as aulas habituais porque “ninguém conversa”.

Nestas aulas não mais, aprendemos mais porque  
ninguém conversa.

Figura 23 - Resposta do aluno 5 à questão presente na figura 18

A exploração das propostas através da utilização da calculadora gráfica e do computador permitiu um olhar mais atento à importância da exploração da

tecnologia no processo de ensino e de aprendizagem. Dado que uma das questões colocadas neste trabalho prende-se com esta situação, resolvi incluir algumas questões no inquérito aplicado à turma, sobre a utilização e exploração da calculadora gráfica e do computador, através do software Graph 4.4.2, para realização das propostas.

Uma das questões que constava do inquérito era a seguinte:

Relativamente à utilização da calculadora gráfica e do computador (através do software Graph 4.4.2), qual o que mais gostaste de trabalhar? Porquê?

Figura 24 – Quinta questão do inquérito final

A maioria dos alunos da turma referiu preferir trabalhar com a calculadora gráfica. Tal deve-se essencialmente ao facto destes alunos trabalharem diariamente com calculadora gráfica nas aulas, pelo que, estão mais familiarizados com a mesma tornando-se mais fácil de manusear.

Gostei mais de trabalhar com a calculadora gráfica pois já estou habituado a trabalhar com ela.

Figura 25 - Resposta do aluno 1 à questão presente na figura 24

Gostei mais da calculadora, porque apesar de ter sido uma nova experiência trabalhar com o computador, já estava mais habituado com a calculadora, fazendo com que fosse mais de trabalhar.

Figura 26 - Resposta do aluno 2 à questão presente na figura 24

Alguns alunos, no entanto, preferiram trabalhar com o computador através da exploração do software Graph 4.4.2. Selecionei três respostas que me parecem apresentar argumentos particulares.

Do computador, pois podíamos fazer mais experiências em relação aos valores e aos modelos.

Figura 27 - Resposta do aluno 3 à questão presente na figura 24

Gostei mais do computador. A acessibilidade era outra e os dados a nível das funções eram mais fáceis de interpretar.

Figura 28 - Resposta do aluno 4 à questão presente na figura 24

A utilização do computador foi diferente; sendo que nas aulas de MACS usa-se sempre a calculadora.

Figura 29 - Resposta do aluno 5 à questão presente na figura 24

Achei pertinente questionar os alunos relativamente ao trabalho realizado em grupo. Saber se gostam de trabalhar em grupo e se o consideram benéfico para a aquisição de conhecimento. No inquérito distribuído, constava a questão:

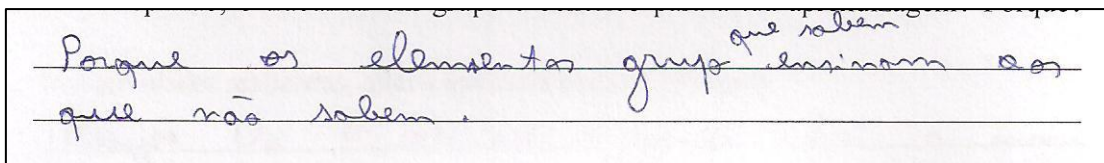
Na tua opinião, o trabalhar em grupo é benéfico para a tua aprendizagem? Porquê?

Figura 30 - Décima segunda questão do inquérito final

A grande maioria dos alunos respondeu que gostavam de trabalhar em grupo uma vez que permitia a partilha de conhecimentos e ideias entre colegas.

Das respostas dadas pelos alunos, selecionei três que me pareceram apresentar argumentos diferentes da maioria das respostas apresentadas.

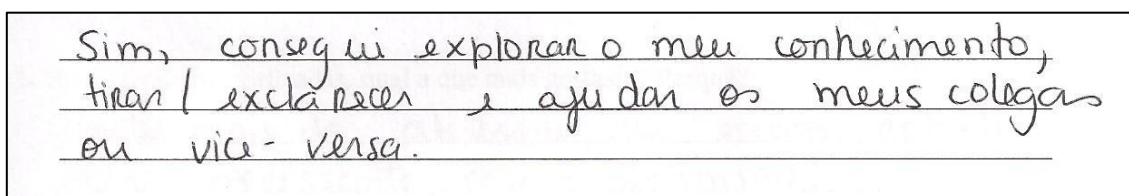
A primeira resposta evidencia a ajuda entre colegas. Nas propostas desenvolvidas na sala de aula, evidenciou-se muitas vezes os bons alunos a explicarem e ajudarem os colegas de grupo considerados mais fracos.



Porque os elementos grupo <sup>que sabem</sup> ensinam os que não sabem.

Figura 31 - Resposta do aluno 1 à questão presente na figura 30

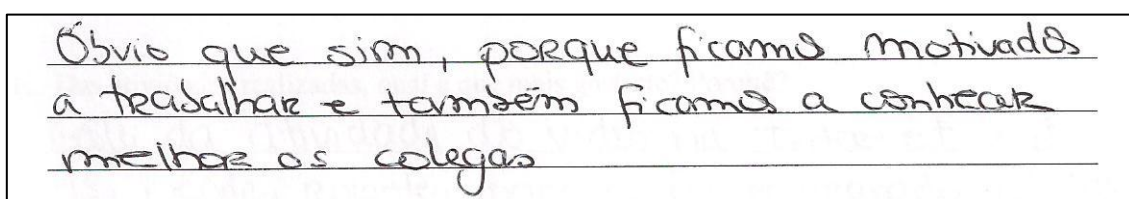
Os alunos aprendem através da exploração e da descoberta, tendo um papel mais ativo e central no seu processo de aprendizagem.



Sim, consegui explorar o meu conhecimento, tirar / esclarecer e ajudar os meus colegas ou vice-versa.

Figura 32 - Resposta do aluno 2 à questão presente na figura 30

O facto de os alunos estarem a trabalhar com os colegas, faz com que se sintam mais à vontade para colocar questões, pensar, explorar as suas ideias. Desta forma, acabam por se sentir mais entusiasmados e motivados para aprender.



Óbvio que sim, porque ficamos motivados a trabalhar e também ficamos a conhecer melhor os colegas

Figura 33 - Resposta do aluno 3 à questão presente na figura 30

Embora a maioria goste de trabalhar em grupo, uma aluna da turma referiu que nem sempre gosta de trabalhar em grupo.

Nem sempre, porque há sempre alguns que trabalham mais que outros, mas por outro lado sim, porque partilhámos as coisas divididas.

Figura 34 - Resposta do aluno 4 à questão presente na figura 30

## 5 Considerações Finais

---

Numa sociedade em constante mudança, onde as inovações tecnológicas fazem parte do nosso cotidiano, a escola tem de abrir horizontes e estar atenta ao mundo que a rodeia de forma a acompanhar essa evolução. O processo educativo passa, cada vez mais, por atividades que estimulem a aprendizagem ajudando os alunos a pensar e a tomar decisões. Assim, cabe à escola o papel de proporcionar aos alunos oportunidades de viver experiências que ajudem a formar cidadãos conscientes, críticos, confiantes e autónomos. Ao professor cabe a tarefa de proporcionar aos alunos o acesso à informação e aos recursos.

Dentro das atividades que a escola pode proporcionar, encontram-se as atividades de natureza investigativa. Estas são atividades onde o aluno é chamado a assumir um papel mais ativo do que numa aula expositiva, promovendo desta forma a troca de ideias, a argumentação e a comunicação. A experimentação destas atividades contribui para a construção do saber onde os alunos vão ganhando maior autoconfiança e autonomia. No entanto, o professor continua a assumir um papel muito importante na orientação pela procura do saber e do conhecimento.

Neste contexto, a presente dissertação baseia-se num estudo que visou analisar de que modo a implementação de atividades de natureza investigativa, no caso concreto do ensino da matemática no secundário, contribuiu para a aprendizagem dos alunos. A análise foi feita tendo em conta a forma como os alunos reagiram à aplicação deste tipo de atividades, que vantagens experienciaram e qual o contributo para a aprendizagem dos mesmos.

## 5.1 Reações dos alunos

Sendo o objetivo desta investigação analisar de que forma a realização de atividades de natureza investigativa, ao nível do secundário, contribuem para a aprendizagem dos alunos na disciplina de MACS é importante perceber as atitudes demonstradas pelos alunos ao longo da implementação das atividades.

Após uma análise exaustiva de todo o material recolhido, notas recolhidas da observação informal, apresentações orais, relatórios escritos entregues pelos alunos, registos áudio e os dados do inquérito implementado no final da realização das propostas, considero que estas propostas são uma mais-valia para o desenvolvimento cognitivo e formação dos nossos alunos. A sua implementação possibilita o desenvolvimento dos alunos, quer a nível de atitudes e valores, quer a nível do conhecimento, capacidades e aptidões.

Ao longo da realização das propostas, os alunos foram demonstrando uma maior participação e motivação na investigação. Aos poucos, a envolvimento dos vários elementos constituintes dos grupos de trabalho era maior. Na realização da segunda proposta, os alunos mostraram-se entusiasmados com a ida ao centro comercial e com a criação do vídeo que seria posteriormente apresentado à turma. De igual modo, aquando da realização da terceira proposta, a turma revelou estar atenta e curiosa com a experiência em curso.

Com a realização destas propostas os alunos tiveram a oportunidade de trabalhar com a calculadora gráfica, como é habitual nas aulas de matemática, bem como com o software educativo Graph 4.4.2. Os alunos familiarizaram-se rapidamente com o software e interessaram-se pela sua exploração. No inquérito final os alunos exprimiram a sua opinião em relação à utilização destas tecnologias. Dos seus comentários, ressalta o facto destes considerarem que a utilização de tecnologias nas aulas as tornar mais interessantes e motivadoras. Deste facto resulta um aumento de atenção e interesse pela disciplina de MACS, conforme foi possível constatar no decurso das aulas.

Nestas aulas foi notório o companheirismo e a interajuda dos alunos especialmente durante a realização da terceira proposta. O grau de dificuldade da mesma e o facto de os alunos precisarem de comunicar à turma os resultados, fez

com que alunos com diferentes níveis de competências colaborassem entre si. Para além disto, verificou-se uma maior interação aluno-aluno em detrimento da interação professor-aluno (habitual nas aulas expositivas). A evidência recolhida em relação a este facto está em linha com o que é defendido por Tudella et al. (1999), já que estes autores afirmam que esta é uma característica patente nas aulas com atividades investigativas (maior interação aluno-aluno em detrimento da interação professor-aluno). Apesar de inicialmente os alunos solicitarem o professor com alguma frequência, quer para confirmar conclusões, quer para esclarecer dúvidas, aos poucos aperceberam-se que a investigação devia partir deles e o aumento de autonomia foi gradual e crescente. Deste modo, foi possível verificar *in loco* que o facto de o aluno assumir um papel mais dinâmico, potencia a sua confiança e autoestima, o que estimula o seu interesse e atenção na aula, o que potencia maiores níveis de aprendizagem e, conseqüentemente, maior sucesso no trabalho do professor. A corroborar estes indicadores está o facto dos alunos demonstrarem sempre uma atitude bastante positiva perante este tipo de aulas e cerca de 96% dos alunos envolvidos terem respondido que gostariam de realizar este tipo de atividade mais vezes ao longo das aulas.

As apresentações orais também têm um papel fundamental na formação destes alunos, contribuindo para o desenvolvimento da capacidade de argumentação e comunicação, atributos cada vez mais importantes para a sua vida futura. Como era expectável, as duas primeiras apresentações orais foram muito pouco desenvolvidas, onde nem todos os alunos participaram e o nervosismo imperava. Com orientação e reforço positivo, verificou-se que na apresentação oral da terceira proposta, todos os alunos acabaram por intervir e alguns já manifestavam à vontade perante a turma.

## **5.2 Atividades investigativas aliadas à tecnologia: aprendizagem dos alunos**

A revisão bibliográfica sobre o tema em estudo permitiu-me constatar que vários autores defendem que as atividades de natureza investigativa propiciam o

desenvolvimento de atitudes e capacidades nos alunos e conseqüentemente contribuem para o enriquecimento da sua aprendizagem.

Após a análise de toda a informação recolhida ao longo deste estudo foi possível constatar o recurso a vários saberes. Ao longo das várias propostas aplicadas, os alunos mobilizaram conhecimentos que já possuíam, o que permitiu a prática e a consolidação de conceitos e de ideias matemáticas anteriormente apreendidos. Esta mobilização de saberes é também sustentada por Ponte (2010). No domínio específico das funções, sobre o qual versa este estudo, nomeadamente na realização da segunda proposta, os alunos puderam rever os conceitos de variável dependente, variável independente, objeto e imagem, como consta no diálogo transcrito no subcapítulo 4.1 deste trabalho. Ainda na sequência da proposta referida anteriormente, os alunos tiveram a oportunidade de rever a expressão do modelo linear e a sua representação gráfica, bem como identificar e analisar a ordenada na origem. Na realização da terceira proposta puderam rever as regras para a resolução de uma equação do primeiro grau. Todas as tarefas realizadas permitiram trabalhar as noções de função, gráfico, para além de identificar e marcar pontos num sistema de eixos.

Com a realização destas propostas foram estabelecidas ligações entre vários ramos da matemática, nomeadamente Álgebra, Aritmética e Geometria, potenciando assim um modo de pensamento holístico. Esta abordagem também é defendida por Oliveira, Ponte, Santos, & Brunheira (1999) e essencial ao raciocínio matemático.

Foram igualmente estimuladas competências ligadas à utilização da calculadora gráfica e do computador. Ao longo da realização das propostas os alunos puderam explorar as potencialidades da calculadora gráfica, ferramenta crucial no ensino secundário, na disciplina de matemática. Com a realização da terceira proposta, os alunos puderam utilizar um modelo de calculadora gráfica diferente do que estavam habituados, a TI-Nspire, bem como o sensor de temperatura. Foi benéfico, uma vez que permitiu o contacto com ferramentas diferentes e, desta forma, veio abrir horizontes em relação à forma como olham a calculadora, apercebendo-se das muitas potencialidades inerentes a uma calculadora gráfica. Esta tarefa permitiu-lhes, igualmente, aprofundar as

potencialidades da calculadora gráfica frequentemente utilizada na sala de aula, uma vez que os alunos puderam utilizar diferentes funcionalidades para responder ao pretendido. O computador, por sua vez, mostrou-se um instrumento muito útil na condução da investigação matemática. Os alunos aprenderam a manusear uma nova ferramenta, o software Graph 4.4.2, que suscitou uma maior motivação da turma pois assumiram-no como um desafio, levando ao desenvolvimento de atitudes como a persistência, autoconfiança e autonomia além de capacidades como o raciocínio e a comunicação. Esta estratégia de utilização do computador na sala de aula é defendida por autores como Ponte & Matos (1998) há mais de uma década.

A defesa de um ensino onde o aluno deve ter um papel central na construção do seu conhecimento é sustentada por vários autores, como é o caso de Rocha (1998) e Tudella et al. (1999) por exemplo, que apoiam a adoção de estratégias que envolvam o estudante na sua própria aprendizagem de modo a torná-lo agente dessa aprendizagem. A realização de atividades de natureza investigativa contribuiu para estimular o envolvimento dos alunos, para a troca de opiniões, para a procura de informação, para o desenvolvimento da argumentação e comunicação matemática. Consta igualmente nos programas de Matemática para o ensino secundário, nomeadamente no programa de MACS (2001), como capacidades que a disciplina visa ajudar a desenvolver nos alunos.

Foi visível como a turma foi mudando a sua postura e atitudes ao longo da realização das propostas. Inicialmente foi complicado conseguir que os alunos partilhassem e discutissem entre si ideias e opiniões, pois constantemente pediam ajuda ao professor, mas na realização da terceira proposta a comunicação entre os elementos do grupo de trabalho fluiu mais facilmente. Da mesma forma, a comunicação à turma dos resultados no término de cada tarefa foi melhorando e os alunos conseguiram expressar melhor as suas opiniões.

A evidência obtida nestas aulas corrobora o que é afirmado por outros autores, que referi anteriormente, e que apontam no sentido de que a realização desta experiência contribui para desenvolver um leque de capacidades e competências quer a nível da matemática quer a nível social.

### 5.3 Vantagens da aplicação deste tipo de propostas

Sendo o foco do presente estudo a aprendizagem dos alunos, pareceu-me importante compreender que competências foram desenvolvidas e trabalhadas ao longo da realização da investigação.

Estas propostas mostraram-se benéficas para os alunos pois possibilitaram relacionar vários conceitos matemáticos, importante para o raciocínio e aprendizagem matemática. De igual forma contribuiu para a consolidação de conceitos e ideias matemáticas anteriormente apreendidos, que não fazendo parte especificamente do programa da disciplina para este nível de ensino, assumem-se como importantes para o seu sucesso.

Conforme referi anteriormente, durante as aulas em que foram implementadas as atividades, foi possível observar uma maior interação aluno-aluno. O trabalho de grupos incitou a um maior diálogo e partilha de ideias, onde a necessidade de convencer o colega sobre um resultado veio contribuir para o desenvolvimento de competências, nomeadamente, a elaboração de estratégias, a argumentação e a comunicação matemática. O facto de este diálogo ter lugar entre alunos deixa-os mais à vontade pois o medo de falhar é menor. Ao longo da realização das propostas os alunos aprenderam a comunicar as suas ideias, as suas opiniões e os seus resultados, numa primeira fase em pequenos grupo e numa segunda fase em grande grupo, através das apresentações orais. Nas duas primeiras apresentações nem todos os alunos falaram à turma e as apresentações foram muito sucintas, sem grandes intervenções da turma. Na apresentação da terceira proposta, todos os elementos intervíram e a restante turma assumiu um papel mais inquiridor o que permitiu a realização de debates dinâmicos e interessantes. Foi visível como alguns alunos adotaram uma postura mais confiante e apresentaram um discurso mais desenvolvido.

Também a elaboração dos relatórios escritos, após a realização de cada proposta, contribuiu para o aperfeiçoamento da comunicação oral e escrita. No entanto ficaram sempre aquém do pretendido, o que faz transparecer a falta de hábito que os alunos têm em escrever.

A implementação destas propostas permitiu proporcionar aos alunos o contacto com as tecnologias, nomeadamente o computador, contribuindo para o processo de ensino e de aprendizagem da matemática. As TIC vêm contribuir para o desenvolvimento de competências, ajudando assim na formação de jovens com espírito crítico, com capacidade de iniciativa e de trabalho cooperativo.

No âmbito da segunda proposta, os alunos tiveram de se deslocar a um centro comercial e realizar parte da tarefa num espaço público. Demonstraram maturidade na sua forma de agir, souberam dividir as tarefas pelos vários elementos do grupo e planear a sua execução. Na apresentação da proposta à turma, todos os grupos apresentaram um vídeo onde a criatividade imperou. Alguns vídeos contavam uma história, outros mostravam os protagonistas da experiência como se de um filme se tratasse, todos com música de fundo a acompanhar, bem realizados e um deles até apresentava uns slides com percalços que haviam acontecido enquanto estiveram no centro comercial a realizar a tarefa. Foram apresentações engraçadas e que refletiram trabalho, criatividade, motivação e autonomia.

Como professora pretendo que os meus alunos tenham gosto por aprender, que façam as coisas com dedicação, empenho e atitude. Estas atividades constituem uma boa oportunidade para os alunos desenvolverem a capacidade para enfrentar desafios. Como consta nos programas de Matemática para o ensino secundário, nomeadamente no programa de MACS (2001), onde é afirmado que se pretende uma educação para a cidadania, é importante fornecer aos jovens as ferramentas necessárias para mais facilmente responderem às solicitações do meio em que se integram. De acordo com esta perspetiva, a implementação das atividades de natureza investigativa na aula de matemática podem desempenhar um papel de relevo.

## **5.4 Reflexão final**

Como professora de matemática, para além de transmitir conhecimento matemático, preocupo-me em proporcionar aos meus alunos o contacto com

experiências diferentes, com ferramentas diferentes, procurando contribuir para o desenvolvimento das competências e capacidades de cada aluno.

As tecnologias usadas na educação são ferramentas de apoio importante, na medida em que facilitam o processo de ensino e de aprendizagem. Para além de que funcionam como um elemento motivador e estimulam os alunos.

Assim, a implementação de atividades de natureza investigativa com o apoio de tecnologia pareceu-me um tema interessante e que vai ao encontro daquilo que defendo para o ensino.

Foi uma experiência gratificante, no entanto, foram vários os fatores que limitaram a sua plena concretização, relacionados principalmente com o tempo disponível para o estudo.

Apesar da revisão bibliográfica efetuada, a curiosidade diz-me que certamente haveria mais para ler e aprofundar e que, hipoteticamente, essas outras referências teriam contribuído para consolidar esta investigação. Ainda assim, acredito que foram cobertas as principais fontes.

Consciente da importância da seleção das propostas investigativas a apresentar e após ter analisado e explorado de forma sistemática as tarefas selecionadas, estou satisfeita com a sua implementação, por terem sido desafiadoras, motivadoras, pertinentes para a matéria e estarem ao alcance de todos os alunos.

Com a implementação deste estudo, surgiram questões a meu ver pertinentes, que poderiam ser mote para futuras investigações. Por exemplo, seria interessante perceber se as atividades de natureza investigativa são lideradas pelos alunos com melhores resultados académicos ou se os alunos com uma maior apetência por tarefas práticas assumem maior destaque neste tipo de atividades. Esta análise teria de ser feita com muito material de apoio, nomeadamente áudio e vídeo, e com mais um professor, no mínimo, na sala de aula, de forma a apoiar a investigação. Uma outra questão que me surgiu durante a investigação prende-se com a importância de analisar de que forma a mediação do professor é essencial à construção do conhecimento.

Quanto a aspetos a melhorar, a elaboração dos relatórios escritos é, definitivamente, um aspeto que pode ser melhorado, dado que a meu ver correu

menos bem. Isto porque os alunos sentiram muita dificuldade em perceber o que devia conter um relatório deste tipo de atividades, claramente por falta de experiência. Desta forma, numa situação futura é importante disponibilizar um modelo, onde conste o que deve conter um relatório deste tipo. Isto tem duas valências: por um lado ajuda os alunos a serem mais sistemáticos e por outro guia-os ao longo do processo investigativo, por forma a que estejam atentos e tirem notas do que devem posteriormente incluir no relatório final. Esta disciplina de procedimentos pode ajudar a melhorar o sucesso da aprendizagem. Para além disto, MACS é uma disciplina onde o programa valoriza a comunicação matemática, é importante inculcar nos nossos alunos o hábito de elaborar relatórios, mesmo que seja de pequenas tarefas desenvolvidas ao longo das aulas. Os alunos inicialmente irão demonstrar alguma dificuldade e demorarão algum tempo na sua elaboração, mas com a prática, tudo flui mais rapidamente e reflete-se no seu desempenho.

Ao longo das apresentações orais os alunos foram mostrando uma evolução satisfatória, no entanto, o tempo dedicado para a reflexão deveria ter sido mais longo. Acredito que a fase de discussão é muito rica, onde o professor assume o papel de moderador e orientador, incentivando a comunicação, encorajando os alunos a se questionarem mutuamente e argumentarem em defesa das suas ideias. Para tal, era necessário ter dispensado mais tempo para a realização destas atividades e assim criar mais espaço para discussão.

Adicionalmente, pretendo incluir nas minhas aulas futuras a elaboração de relatórios e proporcionar a realização de mais apresentações orais e debates. Apesar de termos a restrição do tempo, pois temos um programa a cumprir, acredito que a quantidade de valências que acabam por se trabalhar em paralelo é imensa. Estas propostas permitiram trabalhar um leque de competências que vão além do que havia antecipado inicialmente e compensa o tempo disponibilizado para a sua realização.

De referir ainda que o desafio de implementar atividades de natureza investigativa nas aulas de matemática não é uma tarefa fácil, pois obriga a um esforço considerável por parte do professor, de forma a que estas atividades possam ser desenvolvidas em todas as suas potencialidades, onde um planeamento

cuidado é fundamental para o sucesso da mesma. Mas este esforço, sem dúvida, é compensado pelo envolvimento, interesse e aprendizagem dos alunos.

Ao concluir este estudo, posso afirmar que contribuí para o desenvolvimento de competências e capacidades nos meus alunos a vários níveis, apesar de ter a consciência que o desenvolvimento das atitudes e capacidades dos alunos requer tempo e ocorre de diferentes formas e a diferentes ritmos.

# Referências Bibliográficas

---

- Abrantes, P., Leal, L. C., & Ponte, J. P. (1998). *Investigar para Aprender Matemática (textos selecionados)*. Grupo "Matemática Para Todos - investigações na sala de aula" (CIEFCUL) e Associação de Professores de Matemática.
- Backes, L. H. (2008). *Resolução de problemas: Uma Alternativa para o Ensino de Funções*. Porto Alegre.
- Bogdan, R., & Biklen, S. (1994). *Investigação qualitativa em Educação: uma introdução à teoria e aos métodos*. Porto: Porto Editora.
- Ernest, P. (1998). Investigações, Resolução de Problemas e Pedagogia. In P. Abrantes, L. C. Leal, & J. P. Ponte, *Investigar para Aprender Matemática* (pp. 25-48). Grupo "Matemática Para Todos - investigações na sala de aula" (CIEFCUL) e Associação de Professores de Matemática.
- Flick, U. (2005). *Métodos qualitativos na investigação científica*. Lisboa: Edições Monitor.
- Fonseca, H., Brunheira, L., & Ponte, J. (1999). *As actividades de investigação, o professor e a aula da Matemática. Actas do ProfMat- Portimão*. Obtido em 02 de 06 de 2014, de <http://www.amma.com.pt/cm/af29/trabalhos/s7/Textos/texto18.pdf>
- Kenski, V. M. (2010). *Tecnologias e ensino presencial e à distância*. Campinas: Papyrus Editora.
- Lester, F. K. (1980). Research on Mathematical Problem Solving. In R. J. Shumway, *Research in Mathematics Education* (pp. 286-323). Reston, Virginia: National Council of Teachers of Mathematics.
- Lopes, A. V., Bernardes, A., Loureiro, C., Varandas, J. M., Oliveira, M., Delgado, M., et al. (2005). *Atividades Matemáticas na Sala de Aula*. Lisboa: Texto Editores, Lda.
- Mason, J. (1998). O "quê" , o "porquê" e o "como" em matemática. In P. Abrantes, L. Leal, & J. Ponte, *Investigar para Aprender Matemática* (pp. 15-23). Grupo "Matemática Para Todos - investigações na sala de aula" (CIEFCUL) e Associação de Professores de Matemática.
- Ministério da Educação. (2001). *MACS: Programa 11º ano*. Lisboa: Ministério da Educação, Departamento do Ensino Secundário.
- Oliveira, H., Ponte, J. P., Santos, L., & Brunheira, L. (Junho 1999). Os Professores e as Actividades de Investigação. In P. Abrantes, J. P. Ponte, H. Fonseca, & L. Brunheira, *Investigações matemáticas na aula e no currículo* (pp. 97-110). Grupo "Matemática

Para Todos - investigações na sala de aula" (CIEFCUL) e Associação de Professores de Matemática.

- Ponte, J. P. (1994). *João Pedro da Ponte*. Obtido em 12 de Novembro de 2013, de Relatório do Projeto MINERVA, Introduzindo as NTI na educação em Portugal: [http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/ind\\_uk.htm](http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/ind_uk.htm)
- Ponte, J. P. (2010). Explorar e Investigar Matemática: Uma Actividade Fundamental no Ensino e na Aprendizagem. *UNIÓN - Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 21, pp. 13-20.
- Ponte, J. P., & Matos, J. F. (1998). Processos Cognitivos e Interações Sociais nas investigações matemáticas. In P. Abrantes, L. C. Leal, Ponte, & J.P., *Investigar para aprender matemática (textos seleccionados)* (pp. 119-137). Grupo "Matemática Para Todos - investigações na sala de aula" (CIEFCUL) e Associação de Professores de Matemática.
- Ponte, J. P., Brocardo, J., & Oliveira, H. (2003). *Investigações Matemáticas na Sala de Aula-Coleção Tendências em Educação Matemática*. Belo Horizonte: Autêntica Editora.
- APM. (Julho 1999). *Modelação no Ensino da Matemática, Calculadora, CBL e CBR*. Lisboa: Associação de Professores de Matemática.
- Rocha, H. (1998). Investigando com a calculadora gráfica. In P. Abrantes, L. Leal, & J. P. Ponte, *Investigar para Aprender Matemática* (pp. 183-191). Grupo "Matemática Para Todos - investigações na sala de aula" (CIEFCUL) e Associação de Professores de Matemática.
- Tudella, A., Ferreira, C., Bernardo, C., Pires, F., Fonseca, H., Segurado, I., et al. (Junho 1999). Dinâmica de uma aula com investigações. In P. Abrantes, L. C. Leal, & J. P. Ponte, *Investigar para Aprender Matemática* (pp. 87-96). Grupo "Matemática Para Todos - investigações na sala de aula" (CIEFCUL) e Associação de Professores de Matemática.

# ANEXOS

## Anexo 1 – Inquérito

## Inquérito aos alunos

Este inquérito é confidencial. Responde com sinceridade.

DADOS BIOGRÁFICOS
Ano:
Data de nascimento:    /    /    Idade:                      Naturalidade:
Morada:
Concelho:

ENCARREGADO DE EDUCAÇÃO
Parentesco:
Idade:                      Naturalidade:
Morada:
Concelho:
Profissão:
Situação Profissional Actual: (Assinala com um x) Efetivo <input type="checkbox"/> Contratado <input type="checkbox"/> Reformado <input type="checkbox"/> Desempregado <input type="checkbox"/>

PAI
Idade:
Profissão:
Habilitações académicas do pai: _____ 1.º ciclo/4.ª classe 2.º ciclo /2.º ano Preparatório 3.º ciclo / 5.º liceu Secundário / 7.º liceu Bacharelato / Curso Médio Licenciatura Mestrado Doutoramento
Situação Profissional Actual: (Assinala com um x) Efetivo <input type="checkbox"/> Contratado <input type="checkbox"/> Reformado <input type="checkbox"/> Desempregado <input type="checkbox"/>

MÃE
Idade
Profissão:
Habilitações académicas da mãe: _____ 1.º ciclo/4.ª classe 2.º ciclo /2.º ano Preparatório 3.º ciclo / 5.º liceu Secundário / 7.º liceu Bacharelato / Curso Médio Licenciatura Mestrado Doutoramento
Situação Profissional Actual: (Assinala com um x) Efetivo <input type="checkbox"/> Contratado <input type="checkbox"/> Reformado <input type="checkbox"/> Desempregado <input type="checkbox"/>

**AGREGADO FAMILIAR**

N.º de irmãos:

Pessoas com quem vives:

Os teus pais:

estão ausentes  estão separados  outra: \_\_\_\_\_**DESLOCAÇÃO PARA A ESCOLA**

Tempo gasto na deslocação para a escola:

Tipo de transporte utilizado:

autocarro  carro particular  mota  a pé  outro: \_\_\_\_\_**Ação Social Escolar**És beneficiário do SASE? Sim  Não **CALCULADORA GRÁFICA E COMPUTADOR**

Tens calculadora gráfica própria?

Sim  Não 

Se respondeste não, a calculadora gráfica que utilizas é:

da escola  de um amigo/conhecido Tens computador em casa? Sim  Não Com ligação à internet? Sim  Não Utilizas o computador fora de casa? Sim  Não Onde? Escola  Café  Casa de amigos  Casa de familiares  Biblioteca municipal 

Em média, quantas horas por dia passas na Internet? \_\_\_\_\_

Tens facebook? Sim  Não 

Quantas horas passas nas redes sociais por dia? \_\_\_\_\_

Usas o facebook para:

Saber que fazem os teus amigos Jogar Comunicar Partilhar informação Desabafar Troca de materiais 

Outra: \_\_\_\_\_

Tens telemóvel? Sim  Não 

Se sim, há quanto tempo? \_\_\_\_\_

Utilizas a internet no telemóvel? Sim  Não 

Costumas usar a Internet para:

Pesquisas escolares Notícias atuais Jogos E-mail Redes sociais 

Outra: \_\_\_\_\_

Tens tablet? Sim  Não 

Se sim, costumavas usar o tablet para fazer o quê? \_\_\_\_\_

PERCURSO ESCOLAR		(Assinala com um x e, depois, responde brevemente)	
Frequentaste o Ens. Pré-Escolar?	Sim	Não	Quantos anos?
Ficaste retido algum ano?	Sim	Não	Qual(is)?
Estudas todos os dias?	Sim	Não	Quanto tempo?
Estudas habitualmente em casa?	Sim	Não	Em que local?
Alguém te ajuda a estudar?	Sim	Não	Quem?
Tiveste algum apoio pedagógico?	Sim	Não	A que disciplina(s)?
Tiveste negativas no ano anterior?	Sim	Não	Em que disciplina(s)?
Tiveste alguma falta disciplinar?	Sim	Não	Quantas?
Esta escola é a que mais te interessa?	Sim	Não	Por que motivo?
Este curso foi a tua primeira opção?	Sim	Não	Por que motivo?

OCUPAÇÃO DE TEMPOS LIVRES
Como ocupas os teus tempos livres:
Praticar desporto <input type="checkbox"/>
Conviver com amigos <input type="checkbox"/>
Ver televisão <input type="checkbox"/>
Ouvir música <input type="checkbox"/>
Ler <input type="checkbox"/>
Navegar na internet <input type="checkbox"/>
Conversação online <input type="checkbox"/>
Jogos online <input type="checkbox"/>
Passear <input type="checkbox"/>
Ajudar os pais <input type="checkbox"/>
Outra: _____
Programas de televisão preferidos:
Tipo de leitura preferida:
Desportos preferidos:
Grupo musical favorito:
Tipo de música preferida:

NA ESCOLA
Gostas de estudar? Sim <input type="checkbox"/> Não <input type="checkbox"/> Às vezes... <input type="checkbox"/> Quando? _____
Gostas da tua escola? Sim <input type="checkbox"/> Não <input type="checkbox"/> Porquê? _____
Quais as disciplinas preferidas? _____
Quais as de que gostas menos? _____
Até quando pensas estudar? até ao 12º ano <input type="checkbox"/> Ens. Sup. <input type="checkbox"/> Licenciatura <input type="checkbox"/> Mestrado <input type="checkbox"/>
Tipo de actividade que preferes ver dinamizada nas aulas:
Trabalho de grupo <input type="checkbox"/> Aulas expositivas <input type="checkbox"/> Fichas de trabalho <input type="checkbox"/> Pesquisa <input type="checkbox"/>
Trabalho de pares <input type="checkbox"/> Aulas com interacção professor – aluno e aluno – aluno <input type="checkbox"/>
Aulas com material áudio/vídeo <input type="checkbox"/> Outras: _____
Clube em que gostarias de participar:
Actividade que gostarias de fazer:

Assinala com um X os sete factores principais que, na tua opinião, mais contribuem para o insucesso dos alunos:

falhas na compreensão da linguagem dos professores

falta de hábitos de estudo

falta de oportunidade para esclarecimento de dúvidas

conteúdos difíceis

rapidez no tratamento dos assuntos

indisciplina na sala de aula

falta de bases falta de motivação

pouco tempo para estudar

existência de outro tipo de solicitações

falta de atenção / concentração nas aulas

esquecimento rápido do que foi trabalhado

desinteresse pela disciplina

antipatia do professor

mudança de professores

falta de ambiente em casa

outra : \_\_\_\_\_

#### EXPETATIVAS RELATIVAS À ESCOLA

Bom ambiente

Bom relacionamento entre colegas

Bons professores

Elevado grau de exigência

Diversidade de atividades extracurriculares

Bom apoio educativo

Outra: \_\_\_\_\_

#### SAÚDE / ALIMENTAÇÃO

Tipo de dificuldades? Visuais  Auditivas  Motoras  Fala  Linguagem

Outra(s) – qual(is)?

Tipo de alergias:

A que horas te costumavas deitar? Número de horas de sono:

Onde tomas o pequeno-almoço? Em casa  Na escola  Não tomas pequeno-almoço

Onde almoças normalmente? Em casa  Em casa de familiares  Na escola  Num café

Noutro local – Onde? \_\_\_\_\_

#### Profissão

Que pretendes ser no futuro? Porquê?

## Anexo 2 – Segunda proposta “Andar na escada rolante”



Escola Básica e Secundária Dr. Luís Maurílio da Silva Dantas

Ano Letivo 2013 / 2014

11º Ano – Turma 2

Nome: \_\_\_\_\_ Nº \_\_\_\_\_ Data: \_\_\_/\_\_\_/\_\_\_

### Andar na escada rolante

Pessoas apressadas podem diminuir o tempo gasto numa escada rolante subindo alguns degraus da escada no percurso. Vamos tomar nota do tempo gasto numa escada rolante sem subir qualquer degrau, subindo 1 degrau, 2 degraus, etc, e tomar nota dos valores.

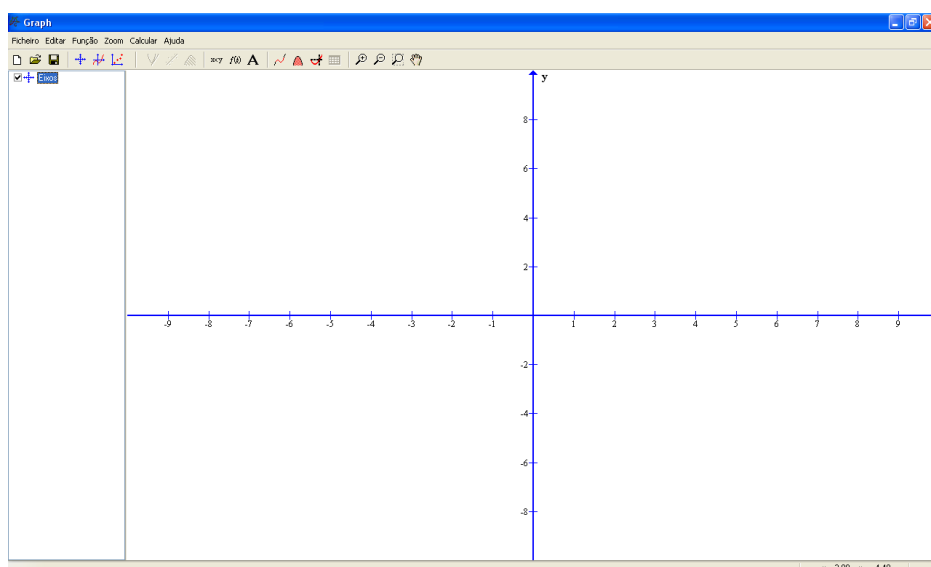


Software Graph 4.4.2

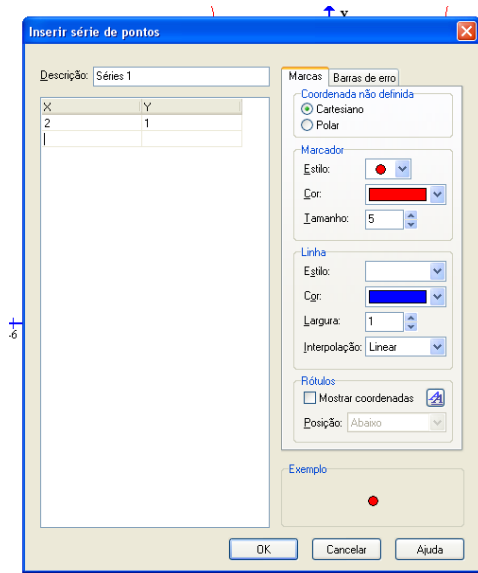
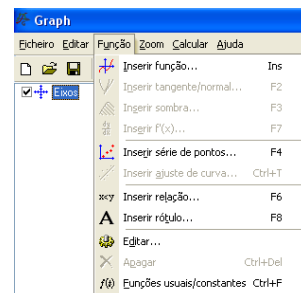
O Graph 4.4.2 é um software educativo gratuito direcionado para o ensino da matemática. Para efetuar a sua instalação, que é muito simples, basta fazer o download e executar o respetivo programa.

Recorrendo ao programa Graph 4.4.2 vamos introduzir a tabela de valores obtida.

Janela inicial do programa

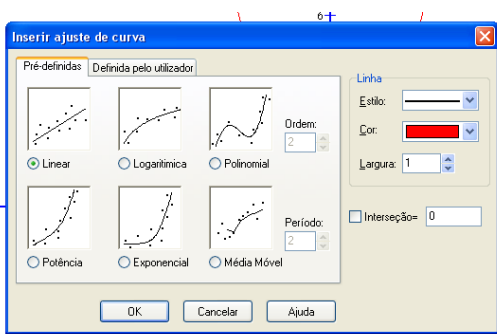
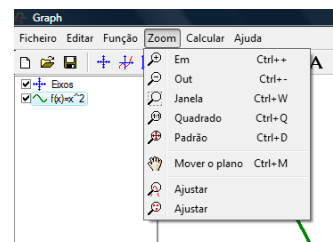


Seleciona o menu **FUNÇÃO** e a opção **Inserir série de pontos**.



Vai surgir uma tabela como a da figura ao lado. Introduz os dados que recolheste ao subires a escada rolante.

No menu **ZOOM** podes ajustar a tua janela de visualização através da opção **Ajustar**.



Vamos encontrar um modelo que se ajuste ao conjunto de pontos que introduziste. Seleciona no menu **FUNÇÃO - Inserir ajuste de curva**.

**Bom trabalho!**

A professora: Fátima Gonçalves

**Tarefa adaptada de:** Backes, L. H. (2008). *Resolução de Problemas: Uma alternativa para o ensino de funções, 100 problemas propostos.*

Anexo 3 – Terceira proposta “Temperatura de uma chávena de café”



Escola Básica e Secundária Dr. Luís Maurílio da Silva Dantas

Ano Letivo 2013 / 2014

11º Ano – Turma 2

Nome: \_\_\_\_\_ Nº \_\_\_\_\_ Data: \_\_\_/\_\_\_/\_\_\_

### Temperatura de uma chávena de café

Vamos estudar a evolução da temperatura de um café desde que é tirado até arrefecer.

Para isso vamos utilizar água a ferver e um sensor de temperatura ligado à calculadora gráfica. Vamos fazer a medição em intervalos de tempo constantes: de 30 em 30 segundos.

A evolução da temperatura  $T$  (em graus Celsius) em função do tempo  $x$  (em segundos) é dada através da seguinte expressão:  $T(x) = a.e^{-bx} + T_a$ , onde  $T_a$  representa a temperatura ambiente. Vamos começar por determinar a temperatura ambiente na sala de aula.



1. Através dos dados recolhidos com a ajuda do sensor de temperatura, determina os valores de  $a$  e  $b$  na expressão  $T(x) = a.e^{-bx} + T_a$ .
2. Qual a temperatura do café no momento que é tirado?
3. Quem gosta de tomar o café a 60º quanto tempo tem de esperar?
4. O arrefecimento é mais acentuado nos primeiros dois minutos ou nos dois minutos seguintes?
5. O que acontece se deixarmos o café arrefecer muito tempo?
6. Investiga sobre a Lei do arrefecimento de Newton.

**Bom trabalho!**

A professora: Fátima Gonçalves

**Tarefa adaptada de:** APM (1999). *Modelação no Ensino da Matemática, Calculadora, CBL e CBR.* APM

## Anexo 4 – Inquérito final

## Inquérito

Este inquérito visa saber a tua opinião relativamente às atividades de natureza investigativa realizadas na disciplina de MACS, bem como o teu parecer sobre este género de aulas.

As tarefas realizadas envolveram a recolha e análise:

- do número de visualizações de um vídeo na Internet, durante um período de tempo.
- do tempo gasto numa escada rolante subindo alguns degraus da escada no percurso.
- da temperatura de uma chávena de café.

1. Das atividades realizadas, qual a que mais gostaste? Porquê?

---

---

2. Das atividades realizadas, qual a que menos gostastes? Porquê?

---

---

3. Das atividades realizadas, qual a que tiveste mais dificuldade? Porquê?

---

---

4. Relativamente às três atividades exploradas, que dificuldades tiveste?

---

---

5. Relativamente à utilização da calculadora gráfica e do computador (através do software Graph 4.4.2), qual o que mais gostaste de trabalhar? Porquê?

---

---

6. Que dificuldades sentiste na utilização do software Graph 4.4.2?

---

---

7. Numa escala de 1 a 10, sendo 1 muito difícil e 10 muito fácil, como classificas a utilização do software Graph 4.4.2?

<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

Porquê?

---

---

8. Na tua opinião, as aulas com a exploração de atividades de investigação, são mais vantajosas? Porquê? \_\_\_\_\_

---

---

9. Na tua opinião, as aulas com utilização de tecnologia, nomeadamente calculadora gráfica e computador, são mais vantajosas para a tua aprendizagem? Porquê?

---

---

10. Consideras que as atividades investigativas aliadas à tecnologia contribuíram para a compreensão e aplicação dos conceitos no estudo dos métodos populacionais? \_\_\_\_\_

---

**11.** Na tua opinião, as aulas com atividade de investigação beneficiam a tua aprendizagem comparativamente às aulas habituais?

---

---

**12.** Na tua opinião, o trabalhar em grupo é benéfico para a tua aprendizagem? Porquê? \_\_\_\_\_

---

**13.** Gostarias que a realização deste tipo de atividades fosse mais vezes desenvolvida durante as aulas? \_\_\_\_\_

---

Obrigada pela tua participação!