GeoGebra
Um instrumento auxiliar no processo ensino/aprendizagem da Matemática

RELATÓRIO DE ESTÁGIO DE MESTRADO

Letícia Catarina Teixeira Gonçalves

MESTRADO EM ENSINO DA MATEMÁTICA
NO 3º CICLO DO ENSINO BÁSICO E SECUNDÁRIO

UNIVERSIDADE da MADEIRA
A Nossa Universidade
www.uma.pt

junho | 2012

GeoGebra
Um instrumento auxiliar no processo ensino/aprendizagem da Matemática

RELATÓRIO DE ESTÁGIO DE MESTRADO

Letícia Catarina Teixeira Gonçalves
MESTRADO EM ENSINO DA MATEMÁTICA
NO 3º CICLO DO ENSINO BÁSICO E SECUNDÁRIO

ORIENTAÇÃO

Custódia Mercês Reis Rodrigues Drumond

Resumo

Este relatório foi elaborado no âmbito da unidade curricular de Prática de Ensino Supervisionado, do Mestrado em Ensino da Matemática no 3º Ciclo do Ensino Básico e Secundário, da Universidade da Madeira, no ano letivo de 2011/2012.

Neste relatório descrevo, de forma sumária, todo o trabalho desenvolvido por mim e pela minha colega de grupo, ao longo de todo o estágio pedagógico, e faço uma breve reflexão.

Apresentarei uma análise e uma reflexão acerca da introdução das Tecnologias de Informação e Comunicação (TIC), nomeadamente o software de geometria dinâmica GeoGebra no processo ensino/aprendizagem.

Atualmente os alunos estão em quase permanente contacto com os computadores e com programas informáticos. Esse contacto pode ser estabelecido fazendo pesquisas na internet, a título pessoal ou para realizar trabalhos escolares ou, em muitos casos, como recreação. Muitas vezes a escola traz poucos estímulos aos alunos, pelo que, com este estudo, pretendo estabelecer uma ligação entre a aprendizagem de conceitos matemáticos e os conhecimentos que os alunos têm com as TIC. Nesta experiência, procurarei verificar se o software GeoGebra pode contribuir como ferramenta eficaz no ensino/aprendizagem da matemática.

Palavras – chave: Matemática; Software GeoGebra; TIC; Ensino/Aprendizagem.

Abstract

This paper was written as part of the curricular unit of Supervised Teaching Practice, of the Masters in Teaching Mathematics in the middle and high school, at the University of Madeira, in the academic year of 2011/2012.

In this paper, I describe, very briefly, the entire work developed by my colleague and me throughout the teaching practice, and do a brief reflection.

I will present an analysis and a reflection on the introduction of Information and Communication Technologies (ICT), including the dynamic geometry software GeoGebra in teaching / learning process.

Nowadays, students are in almost constant contact with computers and computer programs. Such contact may be done by researching on the Internet, either personally or to do school works, or in many cases as recreation. Often school provides few stimuli to students, so I intend, with this study, to establish a link between the learning of mathematical concepts and the knowledge students have in ICT. In this experience, I will try to verify if the software GeoGebra can contribute as an effective tool in the teaching/learning mathematics.

Keywords: Mathematics; GeoGebra Software, ICT, Teaching/Learning.

Agradecimentos

Começo por agradecer à Professora Doutora Custódia Drumond por toda a aprendizagem que me proporcionou nestes últimos quatro anos. Muito obrigada por todo o apoio e dedicação dispensado na elaboração deste relatório e por me ter apresentado e convidado para o projeto da Casa das Ciências. Assim, tive a oportunidade de conhecer, explorar e dar a conhecer o software GeoGebra. Agradeço-lhe profundamente.

Agradeço à Professora Doutora Elsa Fernandes, por ao longo dos dois anos, mostrar que existem outros métodos de ensino, para além daquele que eu conheci enquanto estudante, e por ser uma verdadeira "mestre".

Um muito obrigada à Dr.ª Merícia Gouveia, por toda a dedicação, apoio, compreensão e pelas suas críticas construtivas. Obrigada pela confiança ao longo de todo o estágio e pela preocupação em nos apresentar a toda a Comunidade Educativa, de forma a sentirmo-nos integradas.

Aos professores Aureliano Barreto e Odília Fernandes da Escola da Torre, pela compreensão em emprestar-nos semanalmente o seu próprio projetor. O que seria de nós sem a vossa ajuda?

Um bem-haja à professora Fátima Félix, pela ajuda na Língua Portuguesa e pela correção linguística deste trabalho.

Um agradecimento muito peculiar aos alunos do 8º ano e do Curso Técnico de Bar pela forma como fui recebida, pela amizade, pelo apoio e esforço, o que permitiu um ótimo ambiente na sala de aula e fora dela. Sem vocês este trabalho não seria possível!

Muito agradeço à minha amiga e colega de estágio, Fernanda Santos, uma mulher "de pulso forte"; por todos os momentos que passámos juntas, pela partilha, pela confiança e por acompanhar-me nesta caminhada. Por termos conseguido chegar até aqui. Um enorme obrigado por tudo e pelas inúmeras boleias.

Um agradecimento muito especial às pessoas que me criaram, educaram e fizeram de mim a pessoa que sou hoje. Assim, agradeço aos meus queridos pais por serem pessoas maravilhosas, sem vocês não teria sido possível, pois tudo fizeram para que nada me faltasse. Muito obrigada por tudo!

Ao meu irmão Octávio, por ser o meu ombro amigo nos dias em que estava mais "rabugenta". Muito obrigada por me ouvires, divertires e principalmente alegrar.

Agradeço ao meu avô José, por ser um homem muito trabalhador e por me incutir esse valor. Nunca esquecendo os meus avós falecidos, mas que sempre olharam por mim.

Um agradecimento particular às minhas amigas e colegas de mestrado, Érica Serrão e Margarida Diniz, pelos dois anos intensos em que convivemos e aprendemos muito umas com as outras.

Um agradecimento exclusivo ao professor Elias Rodrigues, por ser uma pessoa a quem posso recorrer sempre que tenho alguma dúvida, e por ser uma das pessoas mais generosas que já conheci.

Por fim, agradeço a todos os professores e colegas com os quais trabalhei e com quem muito aprendi ao longo de todo o meu percurso académico.

Aos meus amigos e amigas pelos momentos de diversão e boa disposição que me proporcionaram, e por acreditarem nas minhas capacidades, sempre demonstrando disponibilidade para me ajudarem.

Letícia Gonçalves

Índice

Índice de Ilustrações

Índice de Tabelas

1. Introdução

A matemática, é uma disciplina que tem, e sempre teve, um papel fundamental no meio escolar. Para além do seu historial, as pessoas têm a tradição de atribuir-lhe um papel de destaque e de grande importância. Como tal, os resultados desta disciplina, estão sobre um maior e mais atento olhar.

Contudo, tem-se obtido resultados fracos, na matemática. Deste modo, ela está associada ao insucesso.

Desde a Grécia antiga, que os currículos foram estruturados não só, com a intenção de haver uma transmissão de saberes, como também de preparar os jovens para a sua integração na vida em comunidade, embora saibamos, que os objetivos de cada sociedade são diferentes.

A sociedade atual ou moderna, está cada vez mais dependente das novas tecnologias. Podemos começar por observar, que nas nossas casas, os eletrodomésticos têm cada vez mais potencialidades, os meios de transportes estão mais informatizados, bem como, os meios de comunicação, sejam eles telemóveis, internet, entre outros. Como tal, os jovens estão assistindo ao crescimento e desenvolvimento exponencial da tecnologia e usufruindo dela.

Existe um provérbio chinês que diz: “não me dê peixe, ensine-me a pescar”. Numa analogia à vida profissional dos professores e dos alunos, este provérbio aplica-se muito bem, porque o futuro dos jovens, está dependente dos meios que os professores possibilitam aos alunos. Se os meios tecnológicos estão presentes na nossa sociedade, nada mais natural que incorporá-los na sala de aula, onde os alunos possam “pescar” por eles próprios fazendo aprendizagens significativas.

Foi com o apoio da matemática que se desenvolveu a tecnologia, mas também com o seu auxílio podemos construir matemática. Atualmente, procuram-se encontrar elementos motivadores, capazes de quebrar rotinas e facilitar a aprendizagem da disciplina de matemática, recorrendo à tecnologia, fazendo uma ligação entre os conhecimentos matemáticos e os recursos tecnológicos, pois verificou-se que, métodos de ensino centrados no professor e na exposição de matéria e conteúdos não correspondem às expetativas dos alunos.

Os professores são diferentes, os jovens também são diferentes uns dos outros. Assim sendo, não se pode ensinar todos da mesma forma. Há a necessidade de diversificar as metodologias para corresponder aos interesses e necessidades de cada um.

É importante referir que, atualmente, em quase todas as profissões, é necessário saber dominar minimamente as novas tecnologias. Portanto, é impensável haver um ensino onde não sejam utilizadas, embora considere, que o professor não deve utilizar os meios tecnológicos unicamente por uma questão de atualidade, mas sim de utilidade.

Verifica-se que os jovens não sentem grandes dificuldades no domínio das tecnologias, por experiência própria. Muitas vezes, quando se compra um aparelho tecnológico não se lê o manual de instruções; começa-se logo por descobrir como funciona o aparelho e passado pouco tempo, já dominamos as ferramentas básicas. Os alunos fazem da mesma forma, o que facilita a utilização de meios tecnológicos na sala de aula.

Este estudo foi desenvolvido, nesse pressuposto de que novos métodos e novos recursos, entre os quais as TIC, poderão ajudar o processo ensino/aprendizagem.

Este trabalho está estruturado em sete capítulos, sendo o primeiro a introdução.

No segundo capítulo é descrito, de forma sintética, todo o percurso do meu grupo de estágio, constituído por mim e pela minha colega, Fernanda Santos. Constam nele as atividades desenvolvidas dentro e fora da sala de aula. São feitas referências aos materiais utilizados na lecionação das aulas, aos instrumentos empregados na avaliação dos alunos e à envolvência com a restante comunidade educativa.

No terceiro capítulo é explanada a importância das tecnologias, nomeadamente a utilização do software de geometria dinâmica, GeoGebra, na sala de aula na disciplina de matemática. Este capítulo é baseado nas opiniões de autores e estudiosos que estudaram e investigaram sobre o uso das tecnologias na aprendizagem matemática. Este capítulo está subdividido em vários subcapítulos:

- História dos computadores no ensino;
- Geometria dinâmica;
- As TIC e a ação do professor;
- A importância das TIC nas aulas de matemática;
- As TIC: presença no programa de Matemática.

No quarto capítulo, é descrita a metodologia aplicada no estudo e são apresentados os intervenientes e os materiais utilizados no estudo.

No capítulo seguinte faz-se a análise e interpretação dos dados.

No sexto capítulo são feitas as considerações gerais e por fim, são expostas as referências bibliográficas que serviram de base para este trabalho e os anexos.

2. Estágio Pedagógico - Visão geral

O Estágio Pedagógico iniciou-se em setembro de 2011 e teve o seu términus em março de 2012, na Escola Básica do 2º e 3º Ciclos da Torre, no concelho de Câmara de Lobos. Nesta escola, são lecionadas turmas do 5º ao 9º ano, os cursos de Educação e Formação (C.E.F.) tipo 2, equivalente ao 9º ano de escolaridade e os cursos de Educação e Formação para Adultos em regime noturno (E.F.A.). A escola foi projetada para a capacidade de 600 alunos, no entanto, está a suportar cerca de 1000.

O grupo de estágio foi composto por duas professoras estagiárias, a minha colega Fernanda Santos e eu, pela orientadora pedagógica, Dr.ª Merícia Gouveia e pela Professora Doutora Elsa Fernandes da Universidade da Madeira.

A orientadora pedagógica tinha três turmas para trabalhar: uma de 8º ano e duas dos Cursos de Formação e Educação (C.E.F.). Visto que uma das turmas do CEF tinha aulas de matemática à sexta-feira, essa turma, ficou de parte, porque nesse dia, tínhamos aulas na universidade, durante o 1º semestre. Como tal, foi-nos dada a oportunidade de lecionar em duas turmas: a turma C do 8 ano e uma turma dos CEF, Tipo II, nível II – via profissionalizante (Bar).

Na primeira visita à escola, a nossa orientadora apresentou-nos à Presidente da escola e aos seus colegas, e mostrou-nos as instalações. Constatámos que a escola não tem muitos espaços disponíveis, o que propiciou que trabalhássemos muitas vezes na biblioteca ou na sala dos coordenadores.

Antes de se iniciarem as aulas, reunimos com a nossa orientadora pedagógica, e ficou decidido, que cada uma de nós iria lecionar a mesma quantidade de aulas em cada turma. No início do primeiro período (as 2 primeiras semanas), a orientadora pedagógica é que lecionou; nós observámo-la apenas, podendo cooperar em alguma atividade prática, de modo a adaptarmo-nos à turma, ou seja, a conhecermos suficientemente os alunos com quem iríamos trabalhar ao longo dos dois períodos. Conhecer principalmente as suas maiores dificuldades, as suas relações com os colegas, entre outros aspetos, que considerássemos relevantes.

Achei importante esta parte, porque ficámos com uma noção mais clara acerca destes e vice-versa. Deste modo, os alunos iam ficando mais à vontade connosco e assim procuravam expor as suas dúvidas. No final do 1º período e no início do 2º, a orientadora lecionou todas as aulas; tendo o restante tempo ficado a nosso cargo. Cinco semanas de lecionação em cada uma das turmas nos dois períodos, ficaram à nossa responsabilidade. A ordem pela qual se lecionou, foi tirada meramente à sorte.

No 2º período tive a oportunidade de lecionar algumas aulas em cada uma das turmas, sem a colaboração da minha colega e da nossa orientadora, o que acabou sendo uma experiência realista e enriquecedora, pois no futuro, possivelmente trabalharemos sem o auxílio de outros professores.

As planificações a longo e a médio prazo foram definidas pelo grupo de matemática, e planificámos as nossas aulas, seguindo as orientações do Ministério da Educação. Ao longo do estágio, a preparação das aulas foi feita em conjunto (com a minha colega de estágio), sob a orientação da Dr.ª Merícia Gouveia. A parte da escrita do plano foi de caráter individual, sendo o mesmo elaborado pela professora responsável pela aula.

Na elaboração das planificações diárias, tivemos o cuidado de preparar fichas de trabalho que contemplassem capacidades transversais, tais como: a resolução de problemas; a comunicação matemática; o raciocínio matemático. Sempre que possível, recorríamos à história da matemática para explicarmos a origem de determinados conceitos e recordar a vida e obra de matemáticos conceituados.

No início das aulas, ouvimos várias vezes que: "*a disciplina de matemática é chata*", "*não tem nada de interessante*". Para colmatar a ideia depreciativa que os alunos tinham da matemática, e contribuir para que a mesma não continue a ser o "calcanhar de Aquiles", da maioria das alunos, tentámos levar para a sala de aula fichas de trabalho diversificadas, em que os alunos tinham oportunidade de trabalhar os conceitos matemáticos, com recurso à tecnologia e aos materiais manipuláveis, de forma a aprenderem, compreenderem e assimilarem, dando-lhes a oportunidade de construírem o seu próprio conhecimento matemático, contribuindo assim, para uma aprendizagem mais significativa. Pudemos constatar pelos comentários dos alunos ao longo dos dois períodos que a ideia inicial foi diminuindo, chegando, por fim, a afirmar que "*as aulas de matemática agora são fixes*".

Para avaliarmos os discentes, utilizámos uma grelha diária baseada na observação, que incluíam os seguintes parâmetros: interesse, empenho, comportamento, pontualidade, assiduidade e trabalhos de casa. Os outros instrumentos de avaliação que também utilizámos, foram os testes tradicionais, testes a duas fases, relatórios, portefólios e apresentações orais.

Assim sendo, passo a descrever de uma forma breve, como foi trabalhado cada um dos temas nas duas turmas e como foram feitas as avaliações. Todas as planificações, podem ser consultadas no CD interativo.

2.1 Descrição dos temas trabalhados no 8º ano

A sequência adotada pela escola para o novo programa de matemática do 8º ano, foi organizada da seguinte forma:

- **Unidade 1**: Números racionais;
- **Unidade 2**: Isometrias;
- **Unidade 3**: Funções;
- **Unidade 4**: Equações e sistemas;
- **Unidade 5**: Planeamento Estatístico;
- **Unidade 6**: Expressões algébricas. Operações com polinómios.

2.1.1 Unidade 1: Números racionais

Esta primeira unidade serviu principalmente para reforçar conhecimentos adquiridos no ano anterior (7º ano), adicionando alguns novos conhecimentos.

Inicialmente, utilizámos algumas fichas de trabalho baseadas em situações reais, para cativar a atenção e o interesse dos alunos na sua resolução, nomeadamente no estudo dos conjuntos, com especial destaque para o conjunto $\mathbb{Q}$. Na revisão destes conjuntos, contámos de forma breve, a evolução dos números e quais as motivações para a sua existência. Exemplificámos a utilidade dos diferentes números, recorrendo a situações do dia-a-dia. Utilizámos também um applet que está disponível na internet, para os alunos trabalharem a adição e a subtração de números racionais. Verificámos que os alunos não se recordavam das regras operatórias com potências. Assim sendo, levámos fichas de trabalho, em que os alunos redescobriam com alguma

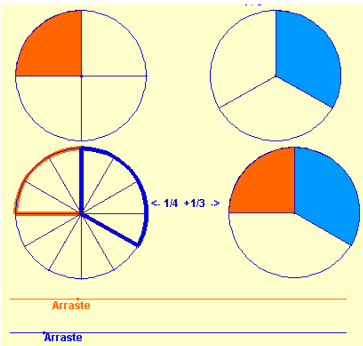


Figura 1: Exemplo do *applet*.

orientação/ajuda as ditas regras.

Para utilizar as propriedades das operações em $\mathbb{Q}$, elaborámos fichas de trabalho e recorremos também a um jogo lúdico: Números Negativos do TIO PAPEL. Com este jogo, verificámos o entusiasmo dos alunos, tanto que, assim que tocou a saída, os alunos nem queriam acreditar que a aula já tinha acabado. Alguns alunos perguntavam: "*Vão haver mais aulas com estes jogos? É que assim até vale a pena fazer contas!*"

O conteúdo que os alunos ainda não tinham estudado nos anos anteriores, foi a notação científica. Nesta parte privilegiámos exemplos que acontecem em contextos científicos, tecnológicos e da vida quotidiana, para mostrar a importância da notação científica. Para a consolidação dos conhecimentos, utilizámos fichas de trabalho com problemas reais de fácil resolução, quando utilizamos a notação científica, situações comprovadas pelos alunos.

Ainda nesta parte, recorremos muito às calculadoras, para que reconhecessem como é que esta representa os números em notação científica.

Ao longo de toda a unidade, foram ainda sugeridos alguns exercícios, que estavam no manual adotado pela escola.

2.1.2 Unidade 2: Isometrias

Nesta unidade, começámos por utilizar uma proposta do *Projeto Construindo o Êxito em Matemática - 8ºano.* Esta proposta, tinha como objetivo identificar e descrever uma translação e compreender a noção de vetor. Na proposta, os alunos tinham que usar blocos lógicos para construírem uma figura, e de forma indireta, também construíam o transformado da figura, por meio de uma translação.

Usámos ainda, outras duas propostas do referido projeto, que serviram para identificar e descrever reflexões, reflexões deslizantes e rotações. Nas propostas, foram utilizados materiais manipuláveis, blocos lógicos, miras, transferidores e réguas.
Para a composição de vetores, usámos uma ficha de trabalho, em que os alunos tiveram o seu primeiro contacto com o software GeoGebra. Com o mesmo software, elaborámos fichas de trabalho; a oportunidade de trabalhar as propriedades comuns das isometrias e o Teorema de Tales, proporcionou-se.

Para a aplicação das noções de translação, reflexão, reflexão deslizante, rotação, respetivas propriedades e composição de vetores, usámos o manual, pois continha muitos exercícios interessantes e fichas de exercícios.

Visto que, estávamos a chegar ao Natal (e ainda nesta unidade), sugerimos aos alunos que elaborassem uma rosácea, ou um friso ou um padrão com motivos natalícios. E abordámos de forma rápida, figuras formadas por um conjunto de simetrias. Para encontrarem eixos de simetria, levámos polígonos e não polígonos para dobrarem e verificarem se existiam (e quantos) eixos de simetria.

Figura 2: Exemplo de um friso construído por uma aluna.

2.1.3 Unidade 3: Funções

Começámos a unidade, entregando aos alunos uma ficha de trabalho sobre conceitos já aprendidos em anos anteriores, como por exemplo: o que é o domínio e o contradomínio de uma função; o conjunto de chegada de uma função; a variável dependente e a variável independente de uma função; pois muitos destes conceitos fundamentais iriam ser trabalhados ao longo da unidade.

Utilizámos também uma ficha de trabalho sobre dois diferentes tarifários de telemóveis, em que os alunos tinham que encontrar as expressões algébricas que representavam os custos das chamadas, em função da quantidade de minutos de duração das mesmas. A ficha serviu essencialmente, para explanar a diferença entre função afim e função linear, mas também foi explorada, para apelar a uma matemática crítica, pois os alunos tiveram que interpretar os tarifários, verificar e determinar em que situações um é mais vantajoso do que o outro. A ficha também serviu para formalizar a expressão de uma função afim.

Foi interessante verificar o entusiasmo dos alunos nesta proposta, tanto que começaram a comparar os dois tarifários apresentados na ficha, com o do seu próprio telemóvel, fazendo comentários do género: "*O tarifário **B** é melhor do que o meu, se falarmos menos de 20 minutos por mês mas o meu é melhor a partir dos 20 minutos.*" Para a compreensão da influência dos parâmetros a e b, numa função do tipo $y = \mathrm{a}x + \mathrm{b}$ construímos uma ficha de trabalho, em que os discentes trabalhavam a partir do software GeoGebra.

No final desta unidade fizemos um teste a duas fases, ou seja, consistiu num teste que foi realizado em dois momentos, ambas cotadas a 100%. Na primeira fase, os alunos responderam às questões do teste e consequentemente entregaram-nos; na segunda fase o professor devolveu-lhes o teste dando-lhes a oportunidade de corrigirem e completarem as respostas que deram na primeira fase, seguindo os comentários e sugestões do professor. Para a avaliação final, a classificação obtida na 1ª fase contabilizou 60% e a obtida na 2ª fase contabilizou 40%.

2.1.4 Unidade 4: Equações

Para recordarmos quais os princípios que se utilizam na resolução de equações do 1º grau a uma incógnita, entregámos aos alunos uma ficha, em que eles tinham que recorrer a um applet de balanças interativas, com o objetivo de recordar os princípios de equivalência da adição e da multiplicação.

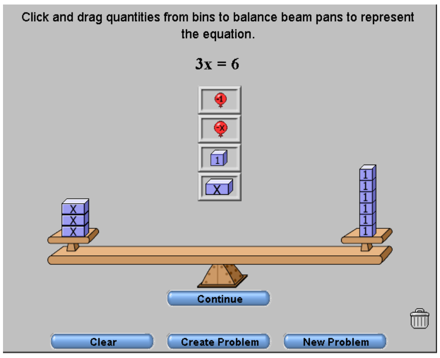


Figura 3: Exemplo de uma equação no *applet.*

Usámos uma ficha de trabalho, com o intuito dos alunos escolherem qual o método que melhor se ajustava à resolução de equações com denominadores. Entregámos uma outra ficha, para que resolvessem equações literais em ordem a uma das incógnitas. A ficha era composta por problemas, em que se fazia uma conexão à geometria, física, história e educação física.

Para os alunos compreenderem o que é um sistema de equações, elaborámos uma ficha com um único problema, utilizando as personagens dos desenhos animados Simpsons, na qual decorria um diálogo entre o Bart e a Lisa Simpson, a partir do qual os alunos iam compreendendo o significado e a necessidade da conjunção de duas condições (equações), para a resolução do problema. A estratégia seguida permitia também que os alunos compreendessem, que o problema poderia ter sido resolvido de outra forma, mas que, o sistema de equações é muito mais útil e prático, e que não precisamos de encontrar a solução por tentativas e erro.

Na resolução de sistemas de duas equações, pelo método de substituição, adaptámos uma proposta do Ministério da Educação, que sugeria que os alunos seguissem determinados passos e através deles chegassem aos valores das incógnitas. Por fim, tinham que interpretar os valores obtidos. Deste modo, chegavam à conclusão, que esses valores eram a solução do sistema. Na mesma proposta, foi sugerida mais do que uma forma de resolução de um sistema por substituição.

A classificação de sistemas e a sua resolução pelo método gráfico foi explorada através de uma ficha de trabalho com o auxílio do software GeoGebra. O objetivo desta proposta, foi que os alunos compreendessem o significado da solução de um sistema através da sua representação gráfica e que reconhecessem, a partir das representações gráficas, sistemas possíveis determinados, sistemas possíveis indeterminados e sistemas impossíveis.

Para finalizar este capítulo, entregámos-lhes uma ficha de trabalho com problemas um pouco complexos, em que todos eles ou eram baseados em situações do dia-a-dia ou eram problemas famosos antigos. Foi-lhes sugerido, que se juntassem em grupos de 3 ou 4 elementos e resolvessem um problema dos que lhes tinham sido entregues, apresentando à turma a resolução do mesmo, utilizando um sistema de equações e escolhendo uma forma de os resolver, pelo método de substituição ou pelo método gráfico e que também o resolvessem, como se ainda não conhecessem os sistemas de equações utilizando as estratégias que quisessem.

Também foram realizados exercícios variados e problemas do manual, que considerámos interessantes e úteis, e que ajudaram a complementar e praticar os conceitos aprendidos, visto que os alunos, sentiram muitas dificuldades nesta parte da matéria.

2.1.5 Unidade 5: Planeamento estatístico

Nesta unidade, não trabalhámos de forma contínua, ou seja, numa aula de 90 minutos entregámos diversas propostas de trabalho. Cada grupo escolheu a proposta que lhe despertou mais interesse, ou também, como aconteceu, puderam escolher um tema da sua preferência. Nesta aula, os alunos para além de escolherem o tema, elaboraram um questionário (na sua maioria), que serviu de base para o estudo estatístico. Depois, apresentaram o seu trabalho sob a forma de um relatório escrito e fizeram também uma pequena apresentação oral. Para tal, entregámos uma ficha informativa com todas as etapas que tinham de apresentar no seu relatório escrito.

Posteriormente, em algumas aulas, fomos reservando os últimos 15 minutos para o esclarecimento de dúvidas que foram surgindo na elaboração do estudo. Ao longo do tempo, verificámos que os alunos estavam a construir todos os gráficos manualmente, e não sabiam manipular o software Excel. Decidimos então, dedicar uma aula ao ensino e exploração do software Excel.

No final do trabalho, constatámos que: os alunos aplicaram-se muito, revelaram muito interesse e apresentaram trabalhos muito interessantes, embora tivessem tido algumas dificuldades em relacionar as variáveis em estudo.

2.1.6 Unidade 6: Expressões algébricas. Operações com polinómios

Começámos por criar uma ficha de trabalho sobre uns terrenos por cultivar, e através deles, introduzimos as noções de polinómio, monómio e de expressões algébricas equivalentes. Como o manual adotado pela escola, não aborda as sequências e visto que é um dos tópicos que o programa de 8º ano refere, optámos por criar uma ficha de trabalho, que relacionava monómios/polinómios com sequências.

Criámos outras fichas de trabalho sobre as operações com polinómios, nomeadamente a adição e a multiplicação, pois na realidade, este capítulo exige especialmente um conhecimento de regras e a interiorização das mesmas através de exercícios. Para a descoberta, compreensão e utilização do caso notável da multiplicação do binómio, nomeadamente do quadrado do binómio, construímos uma ficha de trabalho sobre um projeto de ampliação da capacidade da escola da Torre. Os alunos demonstraram grande interesse por ser um terreno conhecido por eles.

2.2 Descrição dos temas trabalhados no CTB

Na turma de Cursos de Educação de Formação tipo II (C.E.F.), a orientadora é que escolheu a sequência pela qual pretendia trabalhar os vários conteúdos, embora tivesse acesso ao programa do Ministério da Educação com orientações gerais. No entanto, a orientadora decidiu seguir a sequência dos módulos que estava no livro do CEF da Porto Editora, acrescentando (sempre que achava importante), algum tópico que considerava relevante e que não estava contemplado. Assim sendo, a sequência adotada foi a seguinte:

- **Módulo 8:** Geometria Intuitiva;
- **Módulo 9:** Das Equações aos Números;
- **Módulo 10:** Do Plano ao Espaço.

2.2.1 <u>Módulo 8: Geometria Intuitiva</u>

Iniciámos este módulo, realizando atividades com os alunos sobre a construção de *poliminós* e *polidiamantes*. Para tal, entregámos aos alunos cubos de madeira e uma ficha de trabalho. Também, entregámos fichas de trabalho, em que tiveram de utilizar os polydrons para determinarem as várias planificações possíveis de um cubo, as planificações dos sólidos platónicos e chegarem à *Fórmula de Euler*. Para além destes materiais, utilizámos aplicações retiradas da internet que ilustravam os sólidos platónicos e os seus duais e ainda os sólidos geométricos, para exemplificar a distinção entre prismas e pirâmides.

Para introduzirmos o conceito de volume, utilizámos exemplos que emergem do quotidiano, tais como um pacote de leite, a quantidade de água numa piscina, a quantidade de algodão num saco, entre outros. Para mostrarmos a correspondência entre 1 litro e $1dm^3$ levámos um cubo de lado 1dm e 1 litro de água de forma a mostrarmos que, ocupam o mesmo espaço; fizemos questão de referir que a noção de capacidade é diferente da noção de volume, mas como normalmente, o valor da capacidade é muito próximo do volume, considerámos o valor do volume, o valor da capacidade.

Numa ficha de trabalho tiveram que utilizar os sólidos geométricos e arroz para estabelecerem: a relação entre o volume de um prisma e o volume de uma pirâmide, com a mesma altura e bases congruentes; a relação entre o volume do cilindro e o do cone, com a mesma altura e com o mesmo raio nas bases; e a relação entre o volume do cilindro e o da semiesfera de raios iguais e com a altura do cilindro igual ao dobro do raio e consequentemente deduzir a fórmula da esfera através do volume do cilindro. Esta ficha será apresentada e explorada ao pormenor pela minha colega de estágio Fernanda Santos. Ao longo do módulo, elaborámos fichas de trabalho, de modo que os alunos praticassem exercícios e problemas relacionados com a matéria em questão. Terminado este módulo os alunos efetuaram uma ficha de avaliação.

Figura 4:Árvore de Natal enfeitada com os sólidos construídos pelos alunos.

Ainda neste módulo, foi sugerido, aos alunos que construíssem um sólido com motivos natalícios para ser colocado na árvore de Natal, que seria exposta a toda a Comunidade Educativa. A professora Isabel Cantanhede Galeano responsável pelas disciplinas de Cidadania e Mundo Atual e Legislação Hoteleira e Laboral colaborou connosco nesta atividade.

2.2.2 Módulo 9: Das equações aos Números

Para que os alunos recordassem ou aprendessem, o que são os números primos, recorremos ao Crivo de Eratóstenes.

Entregámos uma outra ficha de trabalho para trabalharem a decomposição de números em produto de fatores primos e os conceitos de divisor e múltiplo, pois são noções indispensáveis para introduzirmos os conceitos de máximo divisor comum (m.d.c) e de mínimo múltiplo comum (m.m.c). Para a aplicação dos mesmos, criámos uma ficha de problemas.

Para trabalharmos os conjuntos numéricos, produzimos fichas de trabalho para os alunos colocarem em prática o uso da simbologia inerente aos conjuntos. Insistimos muito no conjunto dos números inteiros visto que, existiam alunos que vinham do sexto ano e não conheciam esse conjunto e muitos (que já tinham frequentado o 7º e 8º anos) também tinham grandes dificuldades em operar no conjunto $\mathbb{Z}$. Para a introdução da soma e subtração de números inteiros relativos, construímos Ábacos que levámos para a sala de aula, e através deles e de uma ficha de trabalho os alunos foram tirando as suas conclusões, embora a ficha não tenha surtido o efeito desejado nos conhecimentos deles. Por isso, nós sentimos a necessidade de propor aos alunos outras formas de efetuar operações no conjunto $\mathbb{Z}$.

Foram trabalhadas frações e para tal, criámos fichas de trabalho. Também foi sugerido aos alunos, que jogassem o Jogo das *Frações Equivalentes* que permitia praticar o conceito de frações equivalentes, de forma lúdica. Neste jogo, tiveram que construir frações e depois encontrar uma equivalente no tabuleiro dado. O vencedor, seria quem conseguisse colocar três marcadores seguidos sobre o tabuleiro na posição vertical, horizontal ou

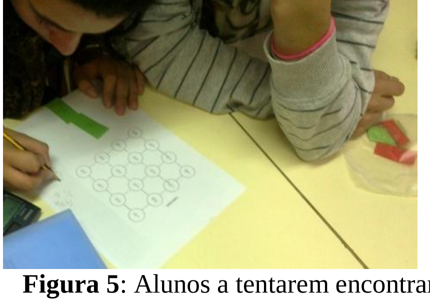


Figura 5: Alunos a tentarem encontrar uma fração equivalente.

diagonal.

Para a soma e subtração de frações, utilizámos uma proposta do *Projeto Construindo o Êxito em Matemática - 6ºano*, em que através dos Cuisenaires e das peças do tangram, os alunos deduziam as regras para adicionar e subtrair frações.

Na multiplicação e divisão de frações, usámos uns vídeos, que ajudaram a visualizar o significado geométrico das multiplicações e divisões de frações. Depois, viram como funcionavam os respetivos algoritmos.

Fizemos uma pequena abordagem à noção de percentagem e à sua utilidade. Para isso, levámos panfletos de publicidade sobre produtos da Worten, no qual constava o preço original e o respetivo desconto. Os alunos tiveram que calcular e indicar os valores dos descontos e os preços dos produtos com os descontos apresentados.

Para a introdução da noção de equação e dos princípios de equivalência: Princípio da Adição e Princípio da Multiplicação, os alunos utilizaram uma balança de pratos (construída com peças de Lego) e um conjunto de peças de Lego, proporcionando-lhes a oportunidade de manipulá-la e associar a balança em equilíbrio a uma equação e deduzir os dois princípios de equivalência das equações. Para consolidarem a notação das equações, criámos fichas de trabalho baseadas em problemas do quotidiano, para praticarem os seguintes termos: solução de uma equação, incógnita, membros, termos (in)dependentes e equações equivalentes.

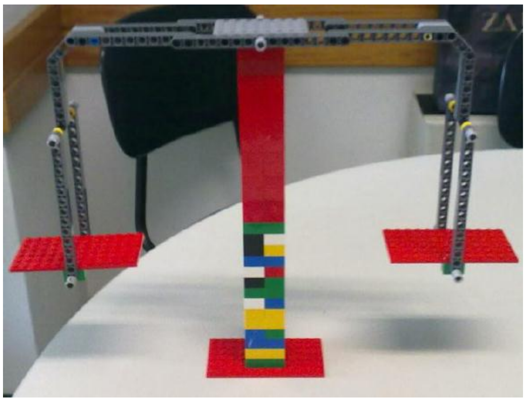


Figura 6: Balança de Legos.

Na classificação das equações, estabelecemos uma conexão com a geometria, nomeadamente com os triângulos, para exemplificação dos três casos: impossíveis; possíveis determinadas e possíveis indeterminadas.

Para finalizar a parte das equações, pedimos-lhes que se organizassem em grupos, criassem um problema, traduzissem para linguagem matemática e depois o resolvessem. Posteriormente, entregavam-no a outro grupo, e esse grupo iria ao quadro resolvê-lo, ficando o grupo que o criou responsável pela sua correção.

Na classificação de sistemas, optou-se por entregar-lhes uma ficha de trabalho com um problema sobre pastéis de nata e queijadas. Através deste problema, tiveram a noção do que é um sistema de equações e compreenderam a sua necessidade para a resolução do problema.

Ao longo de todo o módulo, fomos entregando fichas de trabalho de forma a consolidarem e colocarem em prática todos os conhecimentos adquiridos. Durante este módulo optámos por impor vários mini-testes. Deste modo obrigá-mo-los a estudarem com mais regularidade, não havendo uma sobrecarga de matéria para o teste. Inicialmente os alunos não estavam muito recetivos a esta forma de avaliação, mas ao longo do tempo, verificaram que era uma forma eficaz de aprenderem e consequentemente de conseguirem obter uma classificação positiva.

2.2.3 Módulo 10: Do Plano ao Espaço

Neste módulo, começámos por abordar as isometrias. Trabalhámos três isometrias: translação, reflexão e rotação.

Na ficha introdutória à isometria translação, começámos por pedir-lhes que decalcassem determinadas figuras, deslocando um determinado número de quadrículas. Posteriormente é que associámos esse deslocamento a um vetor.

Para trabalharmos a isometria reflexão, adaptámos uma ficha do *Projeto Construindo o Êxito em Matemática - 8ºano* em que os alunos utilizavam Miras e blocos lógicos para construírem figuras e a sua reflexão.

A isometria rotação, foi introduzida, entregando aos alunos três figuras em cartolina e uma ficha de trabalho, que orientava-os no sentido de verificarem quais os elementos que definem uma rotação e quais as propriedades das mesmas.

De modo a que, verificassem as propriedades que são comuns às três isometrias, entregámos-lhes uma ficha de trabalho em que eles tiveram que recorrer ao software GeoGebra para tirarem as suas conclusões. Foi a primeira vez que trabalharam com este software, mas conseguiram realizar a ficha tendo-se empenhado bastante.

Após a exploração de cada isometria, entregámos fichas de trabalho, de forma a que, os alunos consolidassem as construções de figuras, usando as três isometrias e as suas propriedades. Na conjugação das várias isometrias, mostrámos um PowerPoint, em que se visualizavam vários exemplos de frisos, padrões e rosáceas. Para que construíssem rosáceas, frisos e padrões, entregámos uma ficha com várias formas de construir rosáceas e frisos e entregámos vários motivos para construírem padrões. Entre as opções, os discentes tiveram que escolher uma das formas de que mais gostaram, e depois decoraram-na de forma original.

Com o objetivo de constatarem a presença das isometrias em locais e objetos que veem diariamente, organizámos uma visita de estudo à cidade do Funchal, com o intuito de fazerem um levantamento fotográfico dos azulejos, calçadas ou monumentos, em que era visível algum tipo de isometria. Em aulas posteriores, o levantamento foi apresentado à turma, fazendo a descrição da isometria presente.

Figura 7: Exemplos de isometrias no Funchal.

Assim que terminou o estudo das isometrias, passámos às escalas. Começámos por mostrar vários exemplos de escalas. Para exemplificarmos, levámos para a sala de aula mapas com diferentes tipos de escala, mostrando desta forma escalas numéricas e gráficas. Mostrámos também, uma das aplicações das escalas.

Para aplicação das escalas, criámos uma ficha de trabalho com problemas reais, entre os quais, a determinação da distância da escola à casa de um dos alunos. Na ficha, tinha a fotografia de um dos alunos da turma do C.T.B. (a escolha do aluno foi feita dentro da sala, começámos por explicar aos alunos que precisávamos de uma fotografia deles na sala de aula para colocarmos numa ficha, voluntariaram-se dois alunos, como uma das fotografias não ficou nítida, excluímos esse aluno). Os alunos teriam que determinar a altura dele a partir das medidas que estavam no quadro e medir a altura da porta da sala. Outro problema consistiu na elaboração do desenho da planta da sala à escala, entre outros problemas. Para a realização da ficha o material necessário foi a régua e a fita métrica.

Posto isto, os alunos passaram a estudar figuras semelhantes. Na introdução, tivemos a preocupação de reforçar a ideia com os alunos de que, em matemática, figuras "parecidas" não são figuras semelhantes. Então, para verificar se os alunos estavam a compreender, projetamos fotografias da escola de diferentes vistas, com ampliações/reduções das mesmas e outras imagens para esse efeito. Para aplicação dos conceitos de figuras semelhantes, produzimos fichas de trabalho.

Os alunos, também trabalharam a construção de figuras semelhantes por dois métodos: pelo método da quadrícula e pelo método da homotetia.

Foram trabalhados os casos especiais, de quando dois triângulos são congruentes (ou geometricamente iguais), a partir de uma ficha do *Projeto Construindo o Êxito em Matemática - 7ºano*. Nesta proposta, os alunos construíram vários triângulos e a partir deles, tiraram as conclusões sobre os critérios de congruência de triângulos. Para finalizar este capítulo, os alunos utilizaram o software *GeoGebra*, com o objetivo de descobrirem os três critérios de semelhança de triângulos.

Foram realizados vários mini-testes à semelhança do módulo anterior, com o objetivo de não acumularem os conteúdos ministrados, terem um bom aproveitamento e assimilarem melhor a matéria.

2.3 Participação nas reuniões do Conselho de Turma e do Departamento

Na condição de estagiárias, foi-nos dada autorização para participar nas reuniões do conselho de turma e do grupo de matemática. Como tal, participámos no primeiro conselho de turma do 8º ano e na primeira reunião do CTB. Nestas reuniões, tivemos a oportunidade de observar a troca de informações sobre os alunos de cada turma. Participámos em apenas uma reunião do grupo de matemática. Nela, pudemos cooperar na elaboração da planificação a médio prazo. Tivemos a oportunidade de perceber que, a estrutura das reuniões é sempre muito semelhante; existe uma ordem pela qual são debatidos os assuntos.

Apesar de, termos participado apenas em algumas reuniões, a nossa orientadora, fazia questão de nos informar acerca de tudo o que era necessário saber.

2.4 Reflexão pessoal do estágio

Ser Professora de matemática é algo que sempre desejei, desde o momento em que comecei a pensar na profissão que queria, embora nunca tenha parado para pensar na grande responsabilidade que é ser professor, mas neste último ano, tive a oportunidade de vivenciar, tal experiência.

Aquando o início do ano letivo, eu estava muito nervosa e ansiosa, pois era praticamente (exceto nas experiências que tivemos em algumas unidades curriculares, durante o primeiro ano do mestrado) a primeira vez que iria dar aulas; para mim, tudo era novidade. Iria conhecer o meu local de trabalho, as pessoas com quem iria trabalhar e conviver ao longo do ano letivo.

Posso afirmar que, todo o pessoal docente, não docente e os alunos foram muito simpáticos e pacientes comigo, e ajudaram-me em tudo o que precisei. Penso que tivemos tal recetividade, por ser muito raro haver professores a estagiar naquela escola.

Por ser uma escola com alguns problemas, pensei que teria menos materiais didáticos; contudo o que realmente falta à escola são mais espaços livres. Eu e a minha colega de estágio, muitas vezes tivemos que trabalhar perto da saída da escola, o que por vezes, era incomodativo pelo ruído natural que os alunos faziam.

Apesar desta situação posso afirmar que, se tivesse a opção de escolher de novo um estabelecimento de ensino para estagiar, escolheria esta escola!

No primeiro dia, em que fomos apresentadas às turmas, os alunos ficaram um pouco reticentes por saberem que iriam ter três professoras de matemática dentro da sala; seriam mais professores a "controlá-los", mas ao longo do tempo aceitaram-nos com muito gosto e satisfação, pois sentiam que a nossa presença era importante para que conseguissem ultrapassar as suas dificuldades. Embora ache que, por sermos três professoras, os alunos não se tornaram muito independentes, como desejaríamos. Criámos relações de amizade entre e com os alunos, o que acabou por ser um fator favorável no processo ensino/aprendizagem. Sentiam-se à vontade connosco, de modo a colocarem-nos qualquer dúvida, assim como se sentiam à vontade para contar algum problema pessoal. Ser Professor, não é apenas debitar matéria. Considero importantíssimo um professor dominar os conteúdos que pretende que os alunos adquiram, no entanto também é necessário, e não menos importante, manter uma relação saudável com eles; é preciso ser um educador, pois estamos a trabalhar com pessoas e neste caso, numa fase complexa da sua vida, a adolescência. De início, foi um pouco assustador saber que iríamos trabalhar com turmas diferentes, e uma das turmas com o rótulo de "complicada". Mas foi muito positivo e proveitoso termos trabalhado com turmas e alunos tão distintos, pois assim estamos mais preparadas para iniciarmos a nossa atividade profissional.

Considero que o estágio, no geral, correu bem, porque houve uma equipa "a remar para o mesmo lado", com uma constante troca de opiniões e sugestões. A minha colega, eu e a nossa orientadora, Dr.ª Merícia Gouveia, aproveitámos o que cada uma de nós tinha de melhor, para podermos evoluir como profissionais e como pessoas, sempre com o espírito de reciprocidade. O primeiro semestre foi mais trabalhoso, porque tivemos que conciliar as aulas na universidade com a experiência e a novidade de ministrar aulas. A partir do segundo semestre, já estávamos mais integradas na Comunidade Escolar, o que se tornou mais fácil. Com o estágio, fiquei a conhecer melhor a realidade de um professor, e acho que esta etapa foi muito relevante e altamente enriquecedora. Marcou a minha vida por bons motivos, e por ser o começo de uma vida laboral que me espera, espero que para breve.

3. Fundamentação teórica

Estamos assistindo a um mundo cada vez mais informatizado em que os indivíduos estão cada vez mais capacitados nesta área.

No ensino/aprendizagem da matemática têm-se notado algumas mudanças nesse sentido. Ao longo deste capítulo procurei mostrar as ideias de diversos investigadores/pensadores acerca deste assunto e enumerar quando e como surgiu o computador nas salas de aula.

3.1 História dos computadores no ensino

O computador está presente na maioria das casas e das escolas, embora nem sempre em número suficiente, mas quando ele começou a ser usado, apenas era utilizado como processador de texto, base de dados, representação gráfica e pouco mais.

Ao longo dos anos o computador foi ganhando um estatuto distinto no ensino. O computador, por exemplo, é visto de forma diferente da televisão e da rádio, por que se não interagirmos com ele, deixa de ser um meio de comunicação.

Nos Estados Unidos da América, na década de 50, os psicólogos investigadores Skinner, Holland e Crowder encontraram diversas potencialidades no computador. "Era o período do Ensino Assistido por Computador, perspetiva que viria, durante algum tempo, a ser objeto de diversas experiências e a provocar acesa discussão" (Ponte, J. P. & Canavarro 1997).

Este ensino consistia em máquinas que utilizavam programas predefinidos. Esta perspetiva de uso do computador, pode ser comparada à instrução que acontece na sala de aula, segundo a visão Behaviorista “o computador como uma plataforma para a entrega de instrução programada” (Machado, 1997).

Antes da filosofia do “Ensino Programado” já tinham surgido máquinas com o propósito de corrigir testes de escolha múltipla pelo professor S. Pressey.

Contudo “existe sempre qualquer coisa de antinatural nestes programas. A única possibilidade é ir seguindo obedientemente a sequência que foi pré-programada. Quem controla todo o processo é o computador” (Ponte, J., 1992, p. 87). Este processo de aprendizagem obrigava a que o aluno fosse um elemento dependente e passivo na sua aprendizagem.

O recurso aos computadores só passou a ser considerado realmente educativo nos anos 1967 e 1968 com a realização de experiências pedagógicas orientadas pelos investigadores americanos Papert[1] e Feuerzeug.

As experiências implementadas por estes investigadores destinavam-se a crianças e era usado o sistema LOGO. O sistema LOGO é uma linguagem de programação dirigida para o ensino da matemática e foi desenvolvida pelo matemático Papert. Para o software LOGO funcionar é necessário um computador, um teclado e o software. O sistema consistiu em tartarugas cibernéticas, em homenagem às máquinas de Grey Walter, que foi um neurofisiologista e roboticista.

As tartarugas deslocam-se através das ordens que o utilizador (aluno) dá, por meio do teclado. À medida que os alunos vão dando ordens, a tartaruga forma diferentes figuras no ecrã.

Com o sistema LOGO, é dada aos alunos a possibilidade de aprenderem conceitos de geometria de forma lúdica, podendo os alunos juntar conhecimentos

[1] Nasceu a 1 de março de 1928, na África do Sul.

científicos com a imaginação e a criatividade de cada um, usando uma linguagem de programação simples e intuitiva.

Papert tal como Vygotsky acreditam que o conhecimento desenvolve-se de forma natural, ou seja, está dependente do meio em que a criança está inserida e das experiências que a criança vivencia. Sendo assim, segundo estes autores, o meio ambiente é um fator crítico no desenvolvimento cognitivo da criança. Portanto, se o computador estiver presente na vida da criança possibilita-lhe um conjunto de novas experiências cognitivas e verdadeiramente estimulantes.

Na década de 80 assistiu-se por toda a Europa, a várias tentativas de implementação do computador na escola. Tanto que, em 1980 o National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) dos EUA publicava um artigo com 8 recomendações, uma das quais dizia: "que os programas de Matemática tirem todas as vantagens das capacidades das calculadoras e dos computadores em todos os níveis de ensino" (Borrões, 1998).

Portugal também seguiu a "moda" dos anos 80 e criou projetos em escolas e universidades de forma a possibilitar a familiarização das novas tecnologias no seio da comunidade educativa.

A primeira iniciativa foi proposta pelo Despacho 68/SEAM/84, sendo posteriormente criado um grupo de trabalho denominado *Relatório Carmona* que elaborou um documento sobre a introdução das novas tecnologias no ensino.

Mas foi no ano de 1985 que verdadeiramente se começou a introduzir o computador nas escolas e foram feitas as primeiras experiências pedagógicas, com o projeto MINERVA (Meios Informáticos No Ensino: Racionalização, Valorização, Atualização). A principal finalidade deste projeto era "promover a introdução racionalizada dos meios informáticos no ensino, num esforço que permitisse valorizar o próprio sistema educativo” (Despacho 206/ME/85 cit. por Sousa, 2006).

De entre alguns dos objetivos do projeto realçam-se os seguintes:

- Incluir as tecnologias de informação nos planos curriculares das escolas primárias e secundárias;

- Potenciar as tecnologias de informação como meios auxiliares no ensino;

- Formar professores e orientadores para o ensino das tecnologias da informação e para a sua utilização como meios auxiliares de ensino;

Foi considerado o projeto mais relevante na introdução e investigação das novas tecnologias no ensino e teve um grande impacto em todo o país. Chegou a ter mais de 20 núcleos por todo o Continente e Ilhas.

O término do projeto data do ano letivo 1993/94, entre os coordenadores do projeto esteve o matemático João Ponte, que durante esse período desenvolveu um software direcionado para a representação de gráficos, denominado por PARAQUEDAS e o matemático Paulo Abrantes que também desenvolveu um software denominado ESTIMATEMP.

Ainda com o projeto MINERVA foi dada, aos professores, a possibilidade de participarem num programa de formação, o FORJA. Outro programa desenvolvido pelo projeto MINERVA foi o IVA que tinha como objetivo equipar as escolas com equipamento informático, formar professores e preparar os alunos para a vida ativa.

De forma a dar continuidade ao projeto MINERVA foi criado, pelo Ministério da Educação, em 1996, o programa Nónio – Século XXI, em que foi dividido em quatro subprogramas.

Outra das atividades realizadas pelo projeto Nónio – Século XXI consistiu na coordenação da Rede Nacional de Escolas Inovadoras e na adesão a projetos europeus tais como a Rede telemática Europeia para a Educação, a European Schoolnet e a Netd@ys.

O programa estava inicialmente previsto para quatro anos, no entanto funcionou até 2005. As iniciativas mais recentes pertencem ao projeto CRIE (Equipa de Missão Computadores, Rede e Internet na Escola), que foi criado no ano 2005.

Neste projeto pretendeu-se desenvolver, concretizar e avaliar as iniciativas mobilizadoras e integradoras no domínio do uso dos computadores, redes e Internet nas escolas e nos processos de ensino/aprendizagem.

No ano de 2008 o projeto CRIE alterou a sua denominação e passou a denominar-se por ERTE/PTE (Equipas de Recurso e Tecnologias Educativas/ Plano Tecnológico de Educação). Através deste projeto surgiram os programas e - escolas e e - escolinhas.

Ao longo destes anos tem-se verificado que o acesso e o desenvolvimento das TIC têm sido feitos de forma gradual e progressiva. Cada vez mais os computadores estão presentes no nosso quotidiano. E estamos cada vez mais dependentes deles e por consequência o ensino necessita muito do computador pelo seu valor educativo. Constata-se pela descrição acima, que o computador pode ser utilizado como instrumento a estudar, mas também deve ser usado como suporte a softwares e programas facilitadores da aprendizagem dos alunos, a que os alunos podem recorrer para explorar e desenvolver atividades. Um dos softwares que pode ser utilizado no ensino é o GeoGebra, a que será dado especial destaque neste trabalho por diversos motivos que serão referidos adiante.

3.2 Geometria Dinâmica

O termo "Geometria Dinâmica (GD)" é utilizado para representar a geometria que é implementada no computador, na qual há a possibilidade de mover e criar os objetos sem que haja alterações nas relações matemáticas entre eles (Isotani & Brandão, 2006).

O cariz "dinâmico" do software é que o torna desafiador e interessante no processo de aprendizagem (Isotani, Sahara & Brandão, 2001). Os alunos ao explorarem e ao investigarem determinadas situações estão-se a colocar na situação de um matemático de profissão, o que promove a alteração da mentalidade dos alunos acerca da investigação em matemática.

As principais características dos softwares de GD prendem-se com o facto de permitirem o desenho de figuras que à partida seriam muito complicadas de construir no papel (Silva, s.d.). Outra característica é a possibilidade de manipular e construir objetos geométricos, facilitando a exploração de conjeturas e promovendo a investigação das relações que advêm do uso do raciocínio formal (Ponte, J, P., Brocardo & Oliveira, 2003).

Nesta linha de raciocínio, o programa dos Cursos de Educação e Formação (2005, p. 9) elogia e sugere que os softwares de GD sejam usados nas aulas pois:

> o computador, pelas suas potencialidades, nomeadamente nos domínios da Geometria Dinâmica (…) permite atividades não só de exploração e pesquisa como de recuperação e desenvolvimento, pelo que constitui um valioso apoio a estudantes e professores, devendo a sua utilização considerar-se obrigatória neste programa.

3.3 As TIC e a ação do professor

Em 1994 as NCTM publicavam um artigo em que afirmavam que era preciso que os professores de matemática soubessem usar na sua prática letiva as TIC e essencialmente software educacional próprio.

Com o desenvolvimento das TIC o professor vê-se obrigado a refazer o seu perfil, vai deixar de ter um estatuto de detentor do poder, de depositário de saberes, do centro de atenções no ato educativo, para passar a ter uma postura de facilitador, orientador, coordenador, promotor e animador de atividades de ensino e de aprendizagem diversificadas (Ponte, J. P., 2000).

Ser professor de matemática não é preocupar-se em ser um especialista em informática, apenas deve saber usar a tecnologia de forma refletida e pensada aos níveis que irá lecionar, utilizando-as como meio educacional para apoiar as aprendizagens dos alunos (Varandas, Oliveira & Ponte, J. P., s.d.).

O investigador brasileiro Valente considera que o melhor seria que os conhecimentos técnicos e pedagógicos dos professores no domínio das TIC crescessem simultaneamente, absorvendo novas ideias um do outro. Segundo o autor, o domínio das técnicas surge por necessidade e exigência do pedagógico, e as "novas possibilidades técnicas criam novas aberturas para o pedagógico, constituindo uma verdadeira espiral de aprendizagem ascendente na sua complexidade técnica e pedagógica" (Valente, 2005).

Para o domínio das TIC, identificam-se as seguintes capacidades que os professores devem ter: conhecer as implicações sociais das TIC; Usar um software utilitário; Usar e avaliar o software educativo; Usar as TIC em situações de ensino/aprendizagem (Ponte, J. P., Oliveira & Varandas, 2002).

Os pontos referidos acima são muito importantes para a correta integração das TIC, porque, muitos dos programas utilitários não foram feitos tendo em conta as especificidades do processo educativo, nos vários níveis etários, e, por outro lado, nem sempre é fácil a sua integração curricular (Ponte J. P., 2000).

Com a constante evolução da tecnologia é urgente que o professor se vá atualizando, portanto tem de estar disponível para investir no seu próprio conhecimento e na sua formação.

A falta de conhecimentos e atualização dos professores na área das TIC pode criar constrangimentos nos alunos, pois eles normalmente têm um maior conhecimento técnico do que os professores (Dawes, 1999, Paiva, 2002, Area, 2010, cit. por Ricoy & Couto, 2011).

Quando se pensa em levar novas tecnologias, no caso particular, o computador, para a sala de aula, não se pode ter a visão de que o computador é o substituto do professor.

Para os alunos o computador deve ser "o consultor para assistir nas suas investigações e nos seus projetos" (Ponte, J., 1992, p. 58). O professor continua a ter uma posição muito importante no entanto com novos papéis. Ele passa a ser o "organizador e coordenador das diversas atividades" (Ponte, J., 1992, p. 58).

Mais ainda, o professor torna-se muito importante no estabelecimento dos diálogos entre os alunos, na estimulação dos alunos a raciocinar, e, sempre que possível, na condução dos alunos à descoberta, pois todos os alunos são capazes de desempenhar o papel de construtor no seu conhecimento (Dias, 2007).

Para Ponte, J. P. (2000) "o professor desempenha um papel fundamental no processo de ensino/aprendizagem, não só pela relação afetiva e emocional que estabelece com o aluno, mas também pela constante negociação e renegociação de significados que vai realizando com ele."

Assim, os professores têm de preocupar-se em construir propostas de trabalho direcionadas para a descoberta, a novidade e a imaginação, promovendo a comunicação, o desenvolvimento de novas ideias e sendo capazes de prestar auxílio perspicaz a todos os alunos. Este tipo de abordagem pode criar alguns constrangimentos ao professor porque, por exemplo, um aluno pode fazer alguma descoberta que o professor ainda não tivesse feito o que pode provocar algum stress e consequentemente alguma desestabilização na condução da aula.

Com estes novos papéis o professor não se deve opor ao computador, e vice-versa, a conjugação dos dois, ambos no máximo das suas possibilidades é que vai permitir um maior sucesso da parte do aluno e satisfação aos professores (Dias, 2007).

Os sujeitos do processo de ensino/aprendizagem, professores e alunos, passam a ser construtores e reconstrutores do conhecimento. Esta filosofia faz com que a escola seja um lugar de trabalho, onde há "um movimento de interação entre sujeitos que lidam com a informação, seguem determinada metodologia e buscam resultados significativos" (Laudares & Lachini, 2000).

O professor nesta metodologia aproxima-se dos alunos, porque também está sempre a aprender. O professor deixa de ser a autoridade incontestável e passa, muitas vezes a ser o elemento que menos sabe, contudo, a sua responsabilidade não diminui (Ponte, J. P., 2000).

Constatou-se que os professores têm de ter determinados conhecimentos para incluir tecnologias nas suas aulas. Mas nas suas práticas pedagógicas, também devem ser capazes de incluir o computador no processo de avaliação dos alunos.

Na avaliação, os autores Ponte, J. P., & Canavarro (1997) defendem que os professores devem propor aos alunos, para além do momento de avaliação mais "formal" também devem propor um momento de avaliação em que alunos usem o computador, visto que trabalharam com esse instrumento nas aulas.

Esse momento de avaliação pode ser individual ou em grupo, o importante é que nessas avaliações os professores proponham alguma situação de cariz investigativo, podendo a avaliação ser feita através de um teste ou de um trabalho ou em qualquer outra situação que o professor considere apropriada.

3.4 A importância das TIC nas aulas de matemática

"*Espalhado pelo mundo, existe um apaixonado caso de amor entre crianças e computadores."* (Papert, 1997)

A sociedade está em constante crescimento e desenvolvimento, existem cada vez mais inovações, por consequência as novas tecnologias seguem esse rumo. Através das TIC distribui-se o conhecimento mais depressa que por qualquer outro meio, portanto a escola passa a não ser obrigatoriamente a primeira fonte de informação (Pozo, 2004 cit. por Soares, Almeida & Azeredo, 2008).

Os autores Ponte, J.P., Oliveira e Varandas (2002) referem que para tornar o processo de ensino/aprendizagem mais inovador será necessário ter a preocupação de "criar situações de aprendizagens estimulantes, desafiando os alunos a pensar apoiando-se no seu trabalho, por meio da diversificação dos recursos de aprendizagem."

Cada vez mais as pessoas estão dependentes dos meios tecnológicos, porque também não utilizá-los no meio escolar? Uma das justificações é o facto de a escola ser "uma instituição mais tradicional que inovadora. A cultura escolar tem resistido bravamente às mudanças. Os modelos de ensino focados no professor continuam predominando, apesar dos avanços teóricos em busca de mudanças do foco do ensino para o de aprendizagem" (Morin, 2007, cit. por Soares et al., 2008).

A disciplina de matemática há muito que dizem que está em crise portanto, os professores têm de criar estratégias para incentivar e cativar o interesse dos alunos e uma das formas pode ser levando materiais tecnológicos, por exemplo, os softwares de geometria dinâmica.

Ao utilizarem softwares de geometria dinâmica os alunos conseguem mais facilmente exemplificar, conjeturar e trabalhar múltiplas representações do mesmo conceito, num intervalo de tempo mais diminuto e sem a inquietação da possibilidade de haver erros no seu trabalho, reforçando a sua confiança, autonomia e o espírito de tolerância e cooperação. Ao longo do tempo em que os alunos vão trabalhando poderão ainda testar as suas conjeturas, corrigi-las ou ampliá-las conforme os exemplos que construírem.

Nesta linha de pensamento, a utilização das tecnologias é muito boa, porque cada aluno tem as suas particularidades, e cada turma é diferente, logo através delas, permite a diferenciação pedagógica (Zulatto, 2002).

A autora Ripplinger (2006) afirma que os softwares de geometria dinâmica são:

> Fontes excelentes como apoios pedagógicos para o processo ensino e aprendizagem de Geometria. Quando saímos da construção no papel ou no quadro negro, para construções na tela do computador por meio de softwares de geometria dinâmica, mudamos de um referencial estático para um referencial dinâmico.

Cabrita e Vizinho (2002) citado por Ferreira (2010) reforçam que o aspeto da motivação é importantíssimo na disciplina de matemática:

> A motivação para a aprendizagem da matemática é um aspeto fundamental e o computador pode, aí, representar um papel fundamental….pode tornar a disciplina de matemática como uma disciplina mais criativa e mais dinâmica e pode ajudar o professor a diversificar as atividades que propõe.

Num estudo realizado nas disciplinas de Cálculo Diferencial e Integral, Geometria Analítica, Estatística e Cálculo Numérico numa Universidade do Brasil, em que foi utilizado o software LABCAL, a utilização do computador foi muito produtiva para a verificação de resultados e aprendizagens e para simulações de modelos matemáticos (Laudares & Lachini, 2000).

Ainda segundo este estudo foi possível averiguar que, com a utilização de softwares no ensino da matemática, consegue-se estabelecer uma pedagogia Socrática, que está direcionada para o questionamento, recorrendo muitas vezes à questão: "E se…?". Com a utilização dos softwares matemáticos damos aos alunos a possibilidade de simular, perguntar e investigar.

Neste estudo verificou-se também que os alunos mostravam-se muito interessados e motivados nas propostas, pois não estavam apenas a ouvir as explicações que o professor fazia, os alunos construíam e verificavam todas as conclusões a que o professor se referia. Noutro estudo usando o sofware GeoGebra os investigadores chegaram às mesmas conclusões, chegando mesmo a afirmar que "a descontração e inteira participação dos alunos nas atividades demonstraram o quanto é importante essa ligação da tecnologia com o ambiente escolar" (Pereira & Kopke, 2010).

Com o tipo de tarefas em que os alunos estão ligados às tecnologias o aluno para além de ser o construtor do seu conhecimento é o ator principal neste processo de ensino/ aprendizagem (Papert, 1994).

Corroboram desta mesma opinião os investigadores Ponte, J. P. e Canavarro, (1997) pois consideram que o computador desenvolve nos alunos a curiosidade e o gosto por aprender.

Segundo Ponte J. (1995) a utilização do computador na aula de matemática tem como grandes vantagens:

- Relativizar a importância das competências do cálculo e da manipulação simbólica uma vez que os computadores são muito mais eficientes que os humanos (em alguns casos menos eficazes);
- Incentivar os alunos a desenvolver as capacidades intelectuais de raciocinar, de resolver problemas e criticar, indo além do cálculo e da simples compreensão dos conceitos matemáticos;
- Valorizar o papel da linguagem gráfica e das diversas formas de representar, com especial destaque na parte gráfica, indo além dos processos formais do tipo algébrico ou analítico;
- Promover a realização de atividades e projetos de modelação onde os alunos podem investigar e explorar;
- Proporcionar aos alunos um envolvimento maior nas atividades matemáticas, de forma que desenvolvam atitudes positivas em relação à disciplina e fiquem mais próximos da sua verdadeira natureza (Ponte, J. P. & Canavarro, 1997).

Para além das razões apresentadas acima, os mesmos autores referem que a utilização do computador no ensino da matemática torna a disciplina mais acessível aos alunos, tanto que, os alunos que normalmente têm mais dificuldade no cálculo numérico ou algébrico, não ficam impossibilitados de compreender e trabalhar ideias matemáticas importantes. Desta forma, há uma maior possibilidade dos alunos serem bem sucedidos na aprendizagem matemática, sem prejuízos de aprendizagem dos que habitualmente têm menos dificuldades.

Desta forma, as tecnologias permitem um ensino da matemática verdadeiramente inovador, onde há um reforço do papel da linguagem gráfica e de novas formas de representação, não dando tanta importância ao cálculo (Varandas, J. et al., s. d.).

Assim, as TIC permitem que os alunos tenham uma participação mais ativa no seu conhecimento, havendo nas experiências matemáticas que fazem, a possibilidade de investigar, discutir e comunicar matematicamente (Cunha, Duarte & Martins, s. d.).

Contudo existem alguns pontos que podem ser considerados como condicionantes à utilização das TIC no ensino, entre eles o facto de, em determinadas escolas não existirem condições disponíveis para o uso dos computadores, a falta de formação e motivação dos professores na utilização das TIC em contexto de sala de aula (Paiva, 2002).

Uma desvantagem que também pode advir do uso das TIC na sala de aula é o facto de provocar uma certa desigualdade social em determinadas situações, pois existem alunos que pertencem a estratos sócio - económicos baixos, o que não permite que os alunos tenham computador em casa. Nesta situação os alunos acabam por ficar mais limitados do que no “ensino tradicional”, pois acabam por não ter recursos, para poderem explorar em casa. Assim as suas investigações acabam por limitarem-se à sala de aula.

3.5 As TIC: presença no programa de Matemática

As TIC podem ser utilizadas na matemática, pois são um meio auxiliar nas aprendizagens dos alunos. Mas em que temas as podemos usar?

Segundo o programa do ensino básico (2007):

> Deve tirar-se partido das possibilidades de experimentação que os computadores oferecem nos domínios geométrico e numérico, e no tratamento de dados. A utilização adequada de recursos tecnológicos como apoio à resolução de problemas e à realização de atividades de investigação permite que os alunos se concentrem nos aspetos estratégicos do pensamento matemático.

Segundo Ponte, J. P. e Canavarro (1997) as TIC podem e devem ser usadas nos quatro grandes temas: números e cálculo, funções, geometria, estatística e probabilidades.

No capítulo dos números e cálculo, há uma desvalorização do cálculo de algoritmos, as novas tecnologias passam a desempenhar um papel de investigação de relações e propriedades numéricas e deste modo as tecnologias servem para justificar determinadas relações, testar conjeturas e principalmente para os alunos terem uma postura crítica em relação aos resultados apresentados.

No entanto, o programa do ensino básico alerta para o facto de o computador não ser "usado para a realização de cálculos imediatos ou em substituição de cálculo mental" (Ponte, J. P. & Canavarro, 1997).

As TIC são muito úteis na abordagem do capítulo das funções, pois permitem que os alunos valorizem os aspetos intuitivos na construção de conceitos e na respetiva formalização.

Torna-se muito interessante e ativa a utilização das TIC no estudo da geometria, num ambiente experimental e investigativo, pois permite que os alunos criem e manipulem objetos matemáticos, "quando apoiados por *software* que funcione como ambiente geométrico dinâmico" (Ponte, J. P. & Canavarro, 1997), onde podem formular e testar conjeturas.

No tema das probabilidades e estatística o uso do computador tem um papel muito importante na variedade de representações gráficas que permite criar, desprezando a parte mecânica do tratamento e representação da informação. Outra das grandes vantagens do computador neste tema é a possibilidade de gerar valores aleatórios e fazer muitas simulações.

4. Metodologia

Eu, tal como a minha colega e a nossa orientadora, estivemos presentes em todo o trabalho que os alunos realizaram. Colaborámos ativamente com eles, de forma a levá-los a pensar, explorar e a tirar as suas próprias conclusões acerca dos conteúdos abordados. Por isso, descreverei o material de ensino utilizado na sala de aula, farei uma caracterização dos participantes do estudo, assim como explicarei a forma como foram recolhidos os dados. Como se poderá constatar ao longo do trabalho, optou-se por uma metodologia de natureza qualitativa.

Para Bogdan e Biklen (1994), uma investigação qualitativa tem cinco características: a fonte direta dos dados é o ambiente natural, neste caso é a sala de aula e o investigador/professor é o principal agente na recolha dos dados; os dados que o investigador/professor recolhe são essencialmente de caráter descritivo; os investigadores/professores interessam-se mais pelo processo em si do que propriamente pelos resultados; a análise dos dados é feita de forma indutiva; e o investigador/professor interessa-se, acima de tudo, por tentar compreender o significado que os participantes atribuem às suas experiências (Martins, 2006).

4.1 Objetivo do estudo

Ao longo do estágio, tivemos que desenvolver um estudo numa área à nossa escolha e portanto ao nosso gosto, em que principalmente acreditássemos que, poderia ser interessante e útil nas aprendizagens dos alunos. Assim, optei por escolher as tecnologias, visto que sou uma grande fã das mesmas, e por considerar que podem servir como instrumentos motivadores e auxiliares na aprendizagem da matemática. Tenho verificado que, o ensino e as suas práticas atuais, estão passando por uma crise sem que a maioria dos professores altere os seus métodos.

Deste modo, foi decidido que este estudo tinha como linhas orientadoras as seguintes questões:

- ✓ *Será que as TIC são imprescindíveis na aprendizagem da matemática?*
- ✓ *Será que a utilização do software GeoGebra pode contribuir para uma aprendizagem mais significativa, tornando os alunos mais autónomos e interessados?*

4.2 Caracterização dos participantes

Quando analisamos uma situação, temos que considerar o contexto em que estão inseridos, quem são e como são os intervenientes, para podermos perceber as suas reações. Segundo Merriam (1988), citado por Martins (2006), nas metodologias qualitativas, os intervenientes da investigação não são reduzidos a variáveis isoladas mas vistos como parte de um todo no seu contexto natural.

Como já foi referido anteriormente, ficámos responsáveis por duas turmas: a turma C do 8º ano e a turma do Curso Técnico de Bar da Escola Básica do 2º e 3º Ciclos da Torre. Portanto, os alunos destas duas turmas foram os protagonistas deste estudo.

A turma do 8º ano era constituída por 20 alunos dos quais 12 raparigas e 8 rapazes. A faixa etária situou-se entre os 13 e os 17 anos, como se pode observar na tabela seguinte:

Sexo	**Idades**				**Total**
	13	**14**	**15**	**17**	
Masculino	2	4	1	1	8

Feminino	8	4	0	0	12
Total	10	8	1	1	20

Tabela 1: Idades dos alunos do 8º ano.

A maioria dos alunos nunca esteve retida, apenas 2 alunos tinham reprovações. Um dos alunos repetiu um ano letivo (2º ano) e um outro repetiu 3 vezes (o 1º ano, o 5º ano e 6º ano, uma vez cada um destes níveis). A disciplina com mais retenções é a matemática (7) seguida de Físico-Química (6) e Português (4).

De acordo com o trabalho estatístico realizado pelos alunos da própria turma, a maioria dos agregados familiares é composto por 4 elementos (os dados foram confirmados com a diretora de turma): aluno, irmã(o) e pais. Existem situações esporádicas, em que os alunos vivem em casa de familiares chegando o agregado familiar a ser composto por 10-11 pessoas.

Na turma (8º C) existia um aluno com Necessidades Educativas Especiais, embora só o tenham colocado no final do 2º período, havendo cinco alunos da turma com Apoio Pedagógico na disciplina de matemática.

A turma é um pouco díspar. Existe um grupo de 5 alunos com um rendimento escolar elevado; existe um grupo mediano que trabalha, embora tenham menor rendimento; existe um grupo de 4 a 5 alunos com maiores dificuldades.

Quanto ao gosto pelo estudo da matemática, metade da turma demonstra interesse e bastante empenho, tanto que, na participação oral há uma pequena competição, onde por vezes, “se atropelam” uns aos outros. A outra metade da turma, necessita de mais motivação para trabalhar, por considerar a matemática um “bicho de sete cabeças”, e por se mentalizarem que não são capazes. Na pluralidade, os alunos gostam de trabalhar em grupo, embora nem sempre saibam trabalhar dessa forma. No entanto, existe um conjunto de alunos (incluindo alguns dos “melhores”), que não gostam de trabalhar em grupo.

Como principais problemas da turma, assinalam-se a falta de responsabilidade na execução dos trabalhos de casa e por vezes um comportamento pouco razoável.

É uma turma com ambições, pretendem continuar a estudar, fazer o Secundário e se possível ingressar no Ensino Superior, pois muitos deles, sonham ser engenheiros, professores, médicos, veterinários, advogado, entre outras profissões.

Relativamente às habilitações literárias dos pais dos alunos, oscilam na maioria entre o 4º ano de escolaridade e o 2º, 3º ciclo e Secundário completo (apenas uma minoria completou este último) e há três pais que concluíram o Ensino Superior.

A turma do CTB era composta por 17 alunos, mas no final do primeiro mês de aulas, uma aluna foi transferida para uma turma do ensino normal. Dos 16 alunos que ficaram, 7 eram raparigas e 9 eram rapazes. As suas idades variavam entre os 15 e os 19 anos.

Sexo	**Idades**					**Total**
	15	**16**	**17**	**18**	**19**	
Masculino	2	2	1	3	1	9
Feminino	1	4	2	0	0	7
Total	3	6	3	3	1	15

Tabela 2: Idades dos alunos do CTB.

Por ser uma turma dos CEF nem todos os alunos vieram do mesmo ano de escolaridade: 10 alunos vieram do 6º ano; 3 alunos do 7º ano; 3 alunos do 8º ano.

Os alunos integraram esta turma, porque estiveram retidos vários anos. Essas retenções, deveram-se em alguns casos, ao excessivo número de faltas, noutros casos, ao incorreto comportamento ou a dificuldades na aprendizagem. Verificou-se que quase todos os alunos, enquanto frequentaram o ensino normal tiveram acesso ao plano de Apoio Acrescido Pedagógico (A.P.A), no sentido de recuperá-los, no entanto, não resultou o efeito esperado. Os alunos continuaram com os mesmos problemas: falta de interesse e de motivação.

Na turma existem 3 alunos que pertencem ao Ensino Especial. Os problemas desses alunos prendem-se com Dificuldade Centrada a Nível do Funcionamento Intelectual (2 alunos) e Dificuldade Específica de Aprendizagem, nomeadamente a Dislexia (1 aluno). Cada um deles tem um plano especial. Apesar de pertencerem ao Ensino Especial não têm qualquer vantagem na avaliação.

Quase na globalidade, os alunos vivem com um dos pais e irmãos. Há no entanto, uma aluna que já é mãe e vive na Instituição Centro da Mãe, juntamente com a sua filha, de um ano. Constata-se que, uma grande parte dos agregados familiares, passa por muitas dificuldades financeiras. Os pais na generalidade completaram o 4º ano e alguns o 6º ano de escolaridade. A maior parte das vezes não incentivam os filhos a estudar por acharem que não há necessidade. Em muitos casos os Encarregados de Educação (na sua totalidade é a figura feminina), não trabalham e passam os dias em casa. A maior parte dos Encarregados de Educação quer que o seu educando entre para o mundo do trabalho mais cedo, de forma a poderem contribuir financeiramente para a vida familiar, a fim de racionalizarem as despesas do agregado familiar.

Por vezes, os alunos demonstram pouco interesse em aprender, têm muitas dificuldades ao nível do raciocínio matemático e em cálculos básicos. Mas, se os motivarmos, tornam-se muito empenhados e competitivos.

Constatámos que, muitos alunos desta turma não sentem interesse em estudar, porque não veem a utilidade da matemática na sua vida diária.

Ao longo do ano participaram bastante, oralmente, mas muitas vezes, mostraram desrespeito pela opinião dos colegas. Existe uma grande disputa entre os “melhores” alunos da turma e muitas vezes, menosprezam as opiniões dos colegas que consideram menos capacitados.

Todos os alunos gostaram muito de trabalhar em grupo. Por vezes, alguns aproveitaram-se desta estratégia para brincar e não trabalhar. Em alguns desses casos, fomos forçadas a redistribuir os alunos por outros grupos. Raramente faziam os trabalhos de casa e não demonstravam interesse e empenho nos trabalhos individuais, um exemplo disso, foi a elaboração de um portefólio, em que nem todos fizeram, e em que nós dissemos que tinha a mesma cotação que um teste e dedicámos muitas aulas à elaboração do mesmo.

Foi na avaliação, que mostraram a sua maior rivalidade, comparando as notas e refilhando com a professora, quando esta atribuiu uma nota superior a um aluno, que consideraram que deveria ter uma nota inferior.

Em relação à disciplina de Matemática, grande parte dos alunos disse que não gostava de matemática e que não percebia, chegando um aluno no início do 1º período, a afirmar que, “*eu nunca percebi matemática não vai ser agora que vou perceber!*”. Quanto ao futuro, pretendem terminar o curso para terem equivalência ao 9º ano e em seguida começarem a trabalhar na área da Restauração. Em alguns casos, pretendem emigrar para a Inglaterra ou França.

De modo a podermos compreender, as realidades vivenciadas pelos alunos e as suas motivações, temos de ter em atenção o meio em que estão inseridos. Como já referi a escola situa-se em Câmara de Lobos e agrega alunos das suas redondezas e de três bairros sociais muito problemáticos, em que muitas famílias, são dependentes dos apoios Regionais, pois têm muitas dificuldades financeiras. É uma zona muito afetada pela problemática da toxicodependência, do álcool, do vandalismo entre outras.

Há uma espécie de negligência à cultura e aos valores morais e sociais. O processo académico, não faz parte das suas preocupações. O absentismo escolar é gritante e as gravidezes precoces não são esporádicas.

A figura materna, tem uma representatividade excessiva para os alunos e a sua "cultura" também. Contrariar estes padrões enraizados, é contribuir largamente para a desmotivação destes alunos.

4.3 Materiais de Ensino Utilizados

Como foi referido anteriormente, no enquadramento teórico, o ensino/aprendizagem da matemática é um processo complexo e muito exigente. Como tal, o programa de Matemática do Ensino Básico, sugere que utilizemos metodologias diversificadas e sempre que possível os professores devem recorrer aos recursos tecnológicos e materiais disponíveis, tal como afirma o currículo nacional: "o aluno deve ter diversos tipos de experiências matemáticas", com o objetivo de os alunos construírem a capacidade de investigar, formular conjeturas e a partir destes momentos, adquirirem um verdadeiro conhecimento com significado para eles.

4.3.1 Software GeoGebra

Nesta linha, foi utilizado o software de geometria dinâmica GeoGebra e por consequência o computador, por considerar que com este recurso, consegue-se criar uma metodologia de ensino diferente do tradicional, que tem as suas qualidades. Mas como foi referido no enquadramento teórico, existem muitas potencialidades no uso de softwares de geometria dinâmica, nomeadamente no GeoGebra, em atividades matemáticas, e que contribui para o desenvolvimento de várias competências.

O software de geometria dinâmica GeoGebra foi criado pelos austríacos Markus Hohenwarter e Judith Hohenwarter, enquanto desenvolviam um trabalho de investigação na Universidade de Salzburg e desde então, tem sido desenvolvido pela Florida Atlantic University.

O software é gratuito e de multiplataforma, ou seja, há uma versão para diferentes sistemas operativos, o Windows, o Mac OS e o Linux. Por ser livre, os colaboradores podem fazer alterações nos seus códigos fonte, sempre que acharem necessário, para melhorar e aperfeiçoar os comandos do GeoGebra. Estes aperfeiçoamentos também são feitos de forma gratuita.

A primeira versão deste software foi o GeoGebra 1.0 em 2001, mas ao longo do tempo evoluiu para o GeoGebra 2.0 (em 2004), GeoGebra 3.0 (em 2009), GeoGebra 3.2 (em 2009) e em 2011, foi editado o GeoGebra 4.0. Atualmente estão em fase de experimentação as versões GeoGebra 4.2 e GeoGebra 5, esta última em 3D.

O GeoGebra tem muitos recursos interessantes, para além do software. Existe um recurso, o GeoGebra Pre-Release, que consiste num programa que propicia o acesso via internet (www.geogebra.org/cms/) e que permite que o utilizador (aluno ou professor) usufrua do software GeoGebra sem que tenha necessariamente de instalá-lo no seu computador, ou seja, o utilizador pode estar na escola, em casa, ou em qualquer sítio, desde que tenha acesso à internet e o Java instalado no computador pode trabalhar com o GeoGebra.

Outro recurso muito interessante é o site GeoGebraWiki (www.geogebra.org/en/wiki/index.php/Main_Page). Neste site há uma variedade de materiais educativos construídos através do GeoGebra e que estão disponíveis para quem os quiser utilizar. A maioria dos materiais está em inglês, mas existe uma secção que está em português.

Existem outros sítios onde se podem encontrar materiais construídos em GeoGebra, que vão desde sites construídos por estudantes, professores, até mesmo por grupos de estágio. Outro sítio onde realmente se encontra materiais de uso livre, é na Casa das Ciências, um projeto financiado pela Fundação Calouste Gulbenkian. Neste portal, todos os materiais antes de serem publicados, passam por um processo de avaliação, em que o júri é constituído por docentes dos Ensinos Básicos e Secundário e por professores catedráticos do Ensino Superior, o que os torna mais credíveis pedagógica e cientificamente. Neste portal podem ser encontrados materiais adaptados a todos os níveis de ensino, desde o pré-escolar ao Ensino Superior, e estão agrupados por disciplina e ano de escolaridade, podendo também ser pesquisados por temas.

Outra das mais-valias do software GeoGebra é a possibilidade de incorporar os materiais para uma página em html.

O programa contém três diferentes vistas dos objetos matemáticos: a zona gráfica, a zona algébrica e a folha de cálculo. O criador do GeoGebra, Hohenwarter (2007) afirmou que, “a característica mais destacável do Geogebra é a perceção dupla dos objetos: cada expressão na janela de Álgebra corresponde a um objeto na Zona de Gráficos e vice-versa” (Hatum, Guirado & Maioli, s.d.).

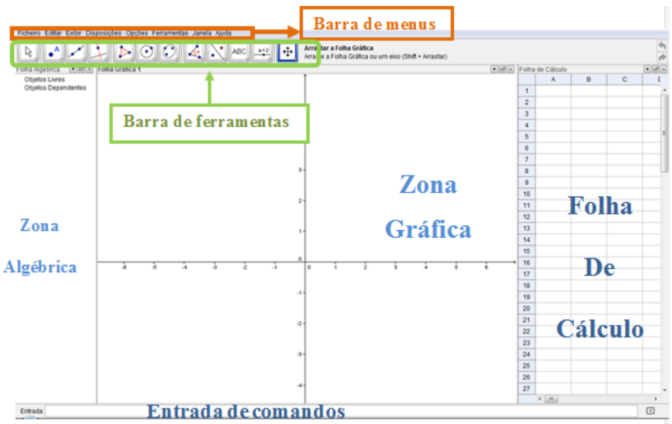


Figura 8: Janela do GeoGebra.

Existe uma grande quantidade de comandos já predefinidos, os quais englobam conteúdos de várias áreas da matemática.

Da minha experiência com o GeoGebra, é possível explorarmos as noções de quaisquer tipos de funções pois este contém o referencial cartesiano, podendo contudo alterar-se para coordenadas polares. Também é possível trabalhar a interseção de representações gráficas, a derivação, a integração de funções, a determinação de tangentes, entre outros conceitos.

As equações também podem ser trabalhadas através do software, pois ele trabalha com variáveis, podendo estas representar números, vetores ou pontos.

A geometria do plano é o tema para o qual o software é mais direcionado, logo é neste tema que existe uma panóplia maior de aplicações. Alguns dos conteúdos que podem ser abordados são, a semelhança, a congruência, a representação de figuras planas, etc. A trigonometria num triângulo retângulo também pode ser trabalhada. Ainda é possível trabalhar a interseção e a posição relativa de figuras planas.

Os conteúdos que envolvem comprimentos, perímetros e áreas de figuras também podem ser explorados através do software.

Por ser um software multifacetado, muito didático e gratuito tem sido reconhecido internacionalmente, tendo recebido vários prémios:

- **EASA 2002:** Prémio Europeu de Software Académico (Ronneby, Suécia);
- **Learnie Award 2003:** Prémio de Software Educacional Austríaco (Vienna, Áustria);
- **Digita 2004:** Prémio de Software Educacional Alemão (Cologne, Alemanha);
- **Comenius 2004:** Prémio de Mídia Educacional Alemão (Berlin, Alemanha);
- **Learnie Award 2005:** Prémio de Software Educacional Austríaco em "Spezielle Relativitätstheorie mit GeoGebra" (Vienna, Áustria);

- Trophées du Libre 2005: Prémio Internacional de Software Livre na categoria de Educação (Soisson, França);

- Twinning Award 2006: 1º Prémio em "Crop Circles Challenge" com GeoGebra (Linz, Áustria);

- Learnie Award 2006: Prémio de Software Educacional Austríaco em "Wurfbewegungen mit GeoGebra" (Vienna, Áustria).

Segundo especialistas, o software pode ser classificado como instrucionista ou contrucionista. A abordagem instrucionista pode ser feita, porque o professor pode usá-lo como ferramenta de apoio para a transmissão do conhecimento e a construcionista quando é o aluno a manipular o software, de modo a chegar ao seu conhecimento.

4.3.2 Integração do software GeoGebra na sala de aula

Na escola da Torre existem as "salas abertas" (salas com computadores), onde podemos levar os alunos para trabalharem com o auxílio dos computadores. Para usufruirmos destes equipamentos, temos que os requisitar antecipadamente. No entanto, existem aulas de informática, marcadas para essas salas, pelo que existem grandes restrições nos horários. Por acaso, o horário das aulas de matemática, em ambas as turmas, coincidiu com o horário das aulas de informática, o que impossibilitou trabalharmos com tais computadores.

Existe na escola, o Projeto Aprender a Ensinar em Equipa (P.A.E.E.) e este grupo de trabalho tem à sua disposição um laboratório móvel. Como tal, emitimos um pedido à responsável pelo projeto para que permitisse que, em determinadas aulas, pudéssemos usá-los (este laboratório é destinado apenas às turmas que pertencem ao projeto o que não era o caso das nossas turmas). A docente responsável autorizou, pois sabia que éramos estagiárias e alertou-nos para o facto de que, em caso de alguma turma do P.A.E.E. vir a precisar, no mesmo horário, teria prioridade. Houve uma ótima compreensão por parte destes professores, o que permitiu que utilizássemos os computadores sempre que necessitámos.

Para além de precisarmos dos computadores, necessitávamos também do software GeoGebra, mas como este não estava instalado, falámos com a responsável pelo projeto, no sentido de solicitar a sua instalação. Esta referiu que uma das professoras que integra o projeto, iria instalá-lo uma vez que trabalharia com os seus alunos com o referido software. Assim, quando levámos os computadores para a nossa sala de aula, o software já se encontrava instalado.

4.3.3 Fichas de trabalho

Para além do software GeoGebra, foram usadas várias fichas de trabalho (em anexo e no CD), a serem realizadas com o auxílio do mesmo. O software pode ser muito bom, mas se não há uma ficha orientadora torna-se infrutífero. Todas as fichas, antes de terem sido entregues aos alunos, foram devidamente analisadas e debatidas com a nossa orientadora pedagógica. Para a elaboração destas, tentámos colocar questões de forma a que os alunos visualizassem, transformassem, analisassem e generalizassem alguns conceitos matemáticos, ou seja, que tivessem a oportunidade de encontrar relações e formular conjeturas, de forma a que conseguissem construir o seu próprio conhecimento.

Para além das fichas que serão detalhadas neste trabalho, foram trabalhados mais conceitos com o GeoGebra. Estas fichas foram selecionadas, por considerar que através delas os alunos conseguiram construir o seu próprio conhecimento, que me pareceu solidificado.

Serão analisadas 3 fichas (n^{os} 14, 19 e 28); duas foram trabalhadas na turma do 8º ano e a outra foi aplicada no CTB. As fichas do 8º ano, incidiram nos capítulos: **Funções** e **Equações e Sistemas** e a do CTB compreendeu o **Módulo 10: Do plano ao espaço**.

Das fichas entregues à turma do 8º ano, uma foi realizada no 1º período e a outra decorreu durante o 2º período. A ficha entregue ao CTB foi realizada no 2º período.

A ficha de trabalho nº 14 incide sobre a variação dos parâmetros de uma função afim (Anexo I) e foi realizada durante a unidade temática *Funções*. Esta ficha surgiu, depois de os alunos terem estado a recordar algumas noções de funções e depois de terem resolvido alguns problemas, envolvendo uma função do tipo afim. A ficha foi elaborada, com o intuito dos alunos verificarem os efeitos da mudança dos parâmetros, k e b em funções definidas por expressões do tipo $y = \mathrm{k}x + \mathrm{b}$ e para isso tiveram que manipular os parâmetros k e b.

No programa de Matemática do Ensino Básico é feita a seguinte recomendação em relação a este tema: "Os alunos devem compreender a influência da variação dos parâmetros a e b (na expressão $y = ax + b$), no gráfico da função."

A segunda ficha de trabalho (nº 19) a ser aqui analisada visava explorar a representação gráfica da solução de um sistema de equações (Anexo II) e estudar a classificação de sistemas, temas incluídos na unidade temática *Equações e Sistemas*. O objetivo da ficha, era que os alunos deduzissem, através das soluções das equações que resolvessem que, se existia uma solução em comum às equações, então essa solução é usualmente denominada solução do sistema e graficamente é o ponto de interseção das duas retas. Outro dos objectivos, era que os alunos indicassem as características de cada sistema e a partir do mesmo, conseguissem classificar qualquer sistema de equações, dada a sua representação gráfica.

É de salientar que no programa de Matemática do Ensino Básico consta o seguinte comentário: “Na interpretação gráfica de sistemas de equações, tratar os casos de sistemas possíveis (determinados e indeterminados) e impossíveis.”

Na turma do CTB a ficha de trabalho (nº 28) que entregámos aos alunos, explorava as propriedades das isometrias (Anexo III) estudadas (translação, rotação e reflexão). Esta ficha inseria-se no módulo: *Do Plano ao Espaço*. Nesta, pretendia-se que os alunos construíssem uma figura e a sua transformação geométrica, a partir da qual, teriam que caracterizar as isometrias. Também se pretendia que ao construírem e manipularem as figuras e os seus transformados, conseguissem definir o conceito de isometria.

O programa de Matemática Aplicada contém o seguinte comentário, em relação a este tema: os alunos devem ter “aptidão para visualizar e descrever propriedades e relações geométricas, através da análise e comparação, para fazer conjetura e justificar os seus raciocínios”.

4.4 Recolha e registo de dados

Começámos por elaborar duas declarações: uma para ser entregue à Presidente do Conselho Diretivo (Anexo IV) e outra para ser entregue aos encarregados de educação (Anexo V), a pedir autorização para recolher e registar dados sobre as atividades desenvolvidas pelos alunos dentro da sala de aula.

Posto isto, passámos a recolher os dados que pretendíamos para o nosso estudo. Essa recolha, foi feita nas duas turmas, (8ºC e CTB) através de vídeo-gravação, fotografias e recolhendo as fichas que cada grupo resolveu sobre o tema em estudo e algumas construções realizadas no GeoGebra. Alertámos os alunos que algumas aulas seriam gravadas, explicando-lhes o porquê da gravação.

Todas as fichas de trabalho foram realizadas na sala de aula, o que permitiu observar diretamente e participar no trabalho realizado pelos alunos. Desta forma, logo que terminavam as aulas, foram feitos alguns apontamentos que considerei pertinentes, não esquecendo os comentários feitos pela orientadora pedagógica e pela minha colega, uma vez que também participaram.

5. Análise de dados

Neste capítulo, irei descrever, analisar e interpretar pormenorizadamente como é que os alunos obtêm conhecimento matemático utilizando o software de geometria dinâmica, GeoGebra, de modo, a que haja uma maior compreensão. Pretendo, com a implementação desta ferramenta na sala de aula averiguar de que modo o GeoGebra pode favorecer a assimilação do conhecimento matemático por parte dos alunos.

Será descrita a forma como foi feita a implementação das fichas, mostrando como foi vivida a entrada de uma metodologia diferente da habitual por parte dos alunos e qual a dinâmica dentro da sala de aula.

Antes de começar a descrever a construção do conhecimento feito pelos alunos utilizando o software, tenho de reconhecer que estava um pouco nervosa (para além do habitual), aquando da entrega da primeira ficha no software GeoGebra, pois não sabia como é que os alunos reagiriam ao uso de computadores e em particular, a uma nova ferramenta de trabalho, o software GeoGebra, visto que a grande maioria nunca tinha trabalhado com estes recursos numa aula de matemática.

Na turma do 8º ano a aceitação inicial foi quase total, demonstrando um grande entusiasmo por saberem que trabalhariam com os computadores, embora pense que, alguns alunos, deduziram que não iriam trabalhar (no verdadeiro sentido da palavra), porque muitas vezes estes associam os computadores à diversão. Contudo, no meio do entusiasmo, um dos alunos faz o seguinte comentário: "*Hoje vai ser aula de matemática ou de informática?*". Por curiosidade, é um dos alunos menos interessados nas aulas.

Na turma do CTB a aceitação foi total. Todos ficaram surpresos, pois não estavam à espera que numa aula de matemática, fosse necessário e possível usar computadores e o software GeoGebra. Nesta turma havia um aluno que já tinha trabalhado com o GeoGebra. Quando foi referido que trabalharíamos com este software esse aluno ficou contente, o que mostrou à partida, que havia gostado de ter trabalhado com o referido software.

No primeiro dia em que os alunos de ambas as turmas tiveram o seu primeiro contacto com o GeoGebra, nós não entregámos nenhum manual de instruções. Deixámos que os alunos explorassem, durante algum tempo, este software. Nessas aulas estavam muito inquietos, mas muito trabalhadores porque era a primeira vez que estavam trabalhando daquela forma. Eles estavam quase constantemente a pedir-nos ajuda, porque tinham dúvidas acerca do manuseamento do software, o que é normal, pois nunca tinham estado numa situação idêntica a esta.

Considero que, foi mais difícil para os alunos do 8º ano desprenderem-se da metodologia tradicional, do que os alunos da turma do CTB. Penso que, pelo facto da turma do 8º ano ser "dita normal", os professores não utilizam tanto, metodologias diversificadas. Ao invés, nas turmas dos Cursos de Educação e Formação (C.E.F.), os professores tentam encontrar outras formas de trabalhar, porque os alunos não têm as mesmas motivações do que os alunos de uma turma dita "normal". Por isso, ouvi de um dos "melhores alunos" da turma do 8º ano, um comentário que transcrevo: "*Professora, eu prefiro quando explica no quadro a matéria.*" Contudo, foram casos isolados. Ao longo de todas as aulas, na generalidade, fui constatando que os alunos, estavam com muita predisposição para trabalhar, empenhados e motivados, mesmo o que tinha feito o comentário anterior. Em algumas aulas, senti que os alunos estavam ansiosos por sair, desejando ouvir o toque de saída, mas nestas aulas, isso não aconteceu, estavam concentrados no trabalho que estavam fazendo e muitas vezes, se os encontrássemos fora da sala de aula perguntavam quando voltariam a trabalhar no computador.

Figura 9: Alunos do 8º ano.

Figura 10: Alunos do CTB.

5.1 Ficha de trabalho nº 14: Função afim (8º ano)

A ficha de trabalho nº 14 (Anexo I) estava dividida em duas partes. Na primeira parte, os alunos tiveram que a resolver sem recorrer ao software. Esta parte, consistia num problema em que três amigos iam passear a uma velocidade constante. Na ficha estava a representação gráfica de cada amigo durante a viagem. Os alunos nesta parte, estavam a trabalhar questões relacionadas com a interpretação de enunciados e de gráficos, como também, a representação gráfica de uma função afim.

Esta parte da ficha, surge na sequência das funções de proporcionalidade direta, pois nas aulas anteriores, os alunos estiveram a relembrar a noção de função de proporcionalidade direta e tinha sido introduzida intuitivamente a noção de função afim. Por isso, é que no mesmo gráfico, tiveram a possibilidade de visualizar os gráficos de funções afins e em particular uma função linear.

Na parte II, os alunos usaram o software GeoGebra com o objetivo de, reconhecerem que as funções lineares e as funções constantes, são casos particulares de funções afins e estudarem o efeito dos parâmetros k e b na representação de uma função do tipo y = kx + b. Para a resolução da ficha, formaram grupos de 2 elementos. Como a disposição da sala proporcionava que os alunos trabalhassem aos pares, os grupos que formaram para trabalhar, foram constituídos pelos colegas que estavam mais próximos entre si, e só depois da discussão da Parte I, é que lhes foram entregues os computadores.

Na parte I, os alunos tiveram que arranjar uma estratégia para poderem justificar as afirmações que eram feitas no enunciado da primeira tarefa. Nesta parte, denotaram uma grande dificuldade na interpretação dos gráficos representativos de cada situação. Concluiu-se, que os alunos conseguem observar os gráficos e retirar deles os valores matemáticos pretendidos, mas não conseguem associar os gráficos ao contexto do problema. Apresento abaixo, um desses exemplos, sobre os comentários que os alunos fizeram, enquanto tentavam resolver a primeira questão:

Aluna F: Professora, nós não conseguimos fazer nada, porque no problema não é dito qual a função de cada amigo.

Professora: Mas, a intenção do problema não é vos dizer qual o gráfico de cada um. Terão que justificar as afirmações do enunciado. Por exemplo, a função *f* refere-se à viagem da Beatriz, porquê?

As alunas depois de algum tempo a relerem o enunciado do problema:

Aluna F: É porque ela anda devagar.

Professora: E como é que sabem que o gráfico f diz-nos que anda mais devagar?

Aluna F: Oh professora, tem de ser o gráfico f porque está escrito na ficha.

Aluna C: Eu acho que é porque a função está mais deitada.

Professora: E porque associas a uma função que está deitada, uma pessoa que anda mais devagar?

Aluna C: Porque durante 3 segundos a Beatriz andou 10 metros.

Interrompe a **Aluna F** afirmando que:

Aluna F: Não pode ser. No gráfico verde aos 10 metros já tinha quase 4 segundos [o gráfico verde refere-se ao gráfico do Duarte].

Professora: Pois é, mas quando é que os segundos começaram a ser contabilizados no gráfico verde?

Aluna C: Só aos 3 segundos é que a pessoa do gráfico verde começa a andar.

Professora: Exato. E ao fim de 4 segundos, quantos segundos tinham passado, desde a partida da pessoa do gráfico verde?

Aluna F: 1 segundo.

Professora: Muito bem. E quantos metros tinha andando aos 4 segundos a pessoa do gráfico verde?

Aluna F: 10 metros e tal.

Professora: E a pessoa do gráfico vermelho?

Aluna C: A mesma quantidade do gráfico verde. Só que a do gráfico vermelho demorou 4 segundos e a do gráfico verde 1 segundo.

Pela discussão deste grupo, verifica-se que os alunos têm os referidos problemas de interpretação, mas depois de algum questionamento, conseguem chegar aos resultados pretendidos.

Embora os alunos não tivessem conseguido responder à primeira questão, eles conseguiam prosseguir a sua resolução, porque o que era necessário para resolver as questões seguintes, estava de forma implícita na primeira questão. Este comportamento, só volta a demonstrar a principal dificuldade destes alunos: interpretação dos enunciados e associação a uma representação gráfica.

Para concluírem a Parte I e ser feita a sua discussão demorou-se cerca de 70 minutos. Aos primeiros grupos que terminaram de resolver a Parte I, foram-lhes entregues computadores para começarem a resolver a Parte II, mesmo antes de fazermos a discussão da primeira parte. A cada grupo de 2 elementos foi entregue um computador.

Depois de ter sido feita a discussão da Parte I, os alunos iniciaram a resolução da Parte II. Começaram por colocar as funções que estavam na primeira tarefa da Parte II. Nesta altura, tinham bem presente, a expressão de uma função afim e de uma função linear, porque em aulas anteriores e ainda na mesma aula insistimos nesses termos pois seriam importantes ao longo de toda a aprendizagem do capítulo.

No início da primeira questão, um grupo, ao tentar responder às questões, tem a seguinte discussão com a professora.

Professora: O que podem dizer acerca destas três retas?

Aluno P: São paralelas

Professora: Sim, e observando as expressões algébricas o que têm em comum?

Aluno P e aluno T: O $2x$.

Professora: Que nome se dá a funções deste género?

Aluno P: Função linear.

Professora: Então são três funções lineares?

Aluno T: Não, só a do meio.

Professora: Porquê?

Aluno T: Porque passa na origem e é uma reta.

Professora: Que nome se dá às outras funções?

Aluno T: Funções afins.

Professora: Certo! Sabem que expressão algébrica define uma função do tipo afim?

Aluno P: É…

Aluno T: É $y = \mathrm{k}x + \mathrm{b}$.

Professora: Sim. E a **aluna P** sabe dizer-me qual o número que representa o k nas funções que inseriram?

Aluno P: É o 2.

Professora: Alterem o valor do parâmetro k e escrevam lá o que acontece.

Passados alguns minutos.

Aluno P: As funções continuam paralelas.

Professora: Que conclusões conseguem tirar?

Aluno T: Quando o k é igual as funções ficam todas paralelas.

Podemos observar pelo início do diálogo, que o **aluno P** ainda não tinha assimilado que, as funções lineares são apenas aquelas que passam pela origem do referencial cartesiano e são retas, pois estava a considerar que qualquer reta é uma função linear. Quanto ao propósito da questão, as alunas não demonstraram dificuldades em chegar ao resultado pretendido. Tal como este grupo, os outros chegaram à conclusão que, funções com o mesmo declive, ou seja, com o parâmetro k igual, numa expressão do tipo $y = kx + b$, são paralelas entre si.

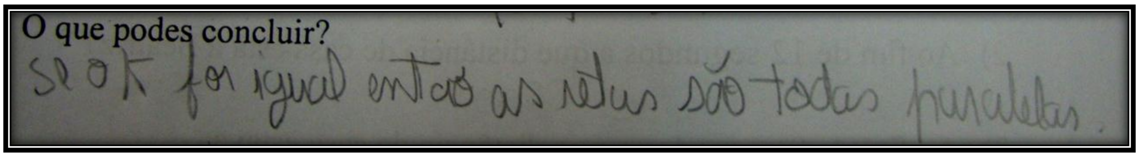


Figura 11: Exemplo de uma resposta dada por um aluno à última questão da 1ª tarefa.

Esta imagem ilustra, que os alunos perceberam que o parâmetro k teria que ser igual para as funções serem paralelas, mas esqueceram-se de referir o que queria dizer o k. Ao constatarmos este facto em vários grupos, na discussão foi reforçado que a resposta não estava completamente correta. Seria necessário referir, o tipo de expressão em que estavam a trabalhar. Desta forma, os alunos estavam a reforçar a escrita matemática, que é um dos pontos fracos da turma.

A segunda questão orientava-se na mesma linha que a primeira. Portanto, os alunos primeiro colocavam as funções dadas no enunciado, e depois chegavam a uma conclusão. Em seguida foi sugerido que generalizassem. Para isso, tiveram a oportunidade de inserir outras funções com as caraterísticas dadas no enunciado.

Apresento algumas respostas dadas pelos alunos. Entre elas estão respostas diferentes, mas todas na mesma direção:

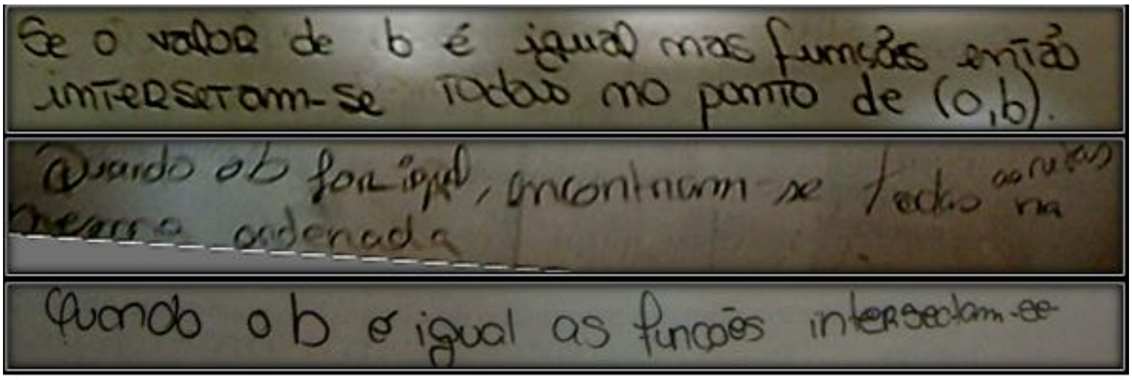


Figura 12: Exemplos de respostas dadas pelos alunos à 2ª tarefa.

Pela observação, constata-se que, cada grupo deu uma resposta de acordo com aquilo que era pretendido. No entanto, alguns alunos, para além de afirmarem que numa função do tipo y = kx + b, quando o parâmetro b é igual, as funções intersetam-se; um outro grupo verificou que intersetam-se no ponto (0, b).

Para a resolução da tarefa 3, alguns alunos responderam de forma direta, sem terem necessidade de inserir no GeoGebra, o que demonstra que conseguiram passar da fase de observação para a abstração. Foi suficiente a tarefa nº 2 para compreenderem. Como conseguiram obter um bom apoio com a tarefa 2, a tarefa seguinte saiu como consequência.

Assim é a matemática, se compreendermos as ideias, os conceitos, tudo o que se segue, torna-se mais claro e óbvio. Alguns alunos, até chegaram a perguntar: "*Professora, a gente pode responder a uma só pergunta?*" E para minha surpresa, perguntei: Porquê? E eles responderam: "P*orque é o mesmo!*" Embora certos grupos, sentissem necessidade de voltar a colocar as expressões das funções dadas e a partir daí tirarem as suas conclusões. Por lapso nosso, esquecemos de informar na ficha, que ao inserirem as funções, mudassem a cor de cada uma, para depois saberem cada expressão a que função se referia. Por isso, a partir do momento em que nos apercebemos de tal, interrompemos a aula para explicarmos como se identificava cada função), embora alguns alunos já as tivessem identificado. No diálogo abaixo está parte de uma discussão entre os elementos de um grupo e a professora durante a resolução da tarefa 3.

Professora: Qual é a ordenada do ponto de interseção de cada uma das retas com o eixo das ordenadas?
Aluno D: É este! [Apontando para o ponto de interseção com o eixo dos *yy*'s]
Professora: Diz-me o valor.
Aluno D: Nesta função (2x) é zero, zero. [(0, 0)]
Professora: Mas é pedida apenas a ordenada.
Aluno C: É o zero.

Professora: E nas restantes funções?
Aluno D: $3x – 4$ é o – 4, na $- 5x + 3$ é o 3 e na $- x – 2$ é – 2.
Professora: Observando as expressões algébricas, sabem responder-me à questão anterior?
Aluno D: Não, temos de desenhar para saber.
Professora: Observem os valores que encontraram pela observação do gráfico e observem as respetivas expressões. O que conseguem observar?
Aluno C: Ah… O valor do b é igual ao valor que interseta o gráfico no eixo dos *yy*'s.
Professora: Então, se eu vos der uma expressão de uma função afim, sabem dizer-me qual é o ponto que interseta o eixo dos *yy*'s?
Aluno D: Acho que sim.
Professora: Considerem a função $y = 7x + 4$. Qual a ordenada do ponto que interseta o eixo dos *yy*'s? [Escrevi na ficha de uma das alunas a expressão]
Aluno C e aluno D: 4.
Professora: E se for $y = - 4x$?
Aluno C: Acho que é zero.
Professora: E porque achas que é zero?
Aluno D: Porque não tem nenhum número sem *x*.

Após a resolução das tarefas, foi formalizada a noção de **ordenada na origem**. Na discussão, os alunos não tiveram dificuldade em participar, e até foi interessante verificar o seu entusiasmo, ao darem exemplos, para os colegas encontrarem a respetiva **ordenada na origem**. Verificou-se assim, que a manipulação foi significativa e produtiva.

Para finalizar a ficha, os alunos construíram uma aplicação, em que foi possível verificar a alteração dos parâmetros k e b, na expressão $y = kx + b$. Para a construção da aplicação, tiveram alguma dificuldade, no entanto, conseguiram construir.

Na aplicação, os discentes construíram um seletor. Sempre que o moviam, conseguiam visualizar as alterações. Relativamente às conclusões, os alunos não tiveram dificuldade em identificar as funções, quando o parâmetro b = 0 e quando o k = 0, em funções do tipo $y = kx + b$. Na análise que fizeram à aplicação, sentiram dificuldades em descrever o que acontece quando o k é positivo/negativo, pois não tinham presente a noção de função crescente e decrescente. Antes de fazermos a discussão final, foi necessário, começar por explicar que, uma função é decrescente ou crescente se "desce" ou "sobe", respetivamente, e que a sua leitura é feita da esquerda para a direita. Nesta parte, foi muito útil termos pedido aos alunos, que mudassem a cor das funções, sempre que o k era positivo ou negativo, pois associavam às funções azuis, funções crescentes e às funções vermelhas, funções decrescentes.

Assim, o processo realizado pelos alunos ao longo das tarefas, através do software GeoGebra, após introduzirem as expressões necessárias, foi visualizar, manipular, compreender, raciocinar, finalmente e fundamental construindo conhecimento, portanto aprendendo.

5.1.1 Avaliação de desempenho e resultados

Ao longo das aulas observámos a performance dos alunos através da observação direta, tendo por base uma grelha de avaliação com parâmetros relativos às atitudes e com parâmetros relativos à atividade matemática realizada. Como forma de consolidar este estudo, foi para trabalho de casa, um problema e um exercício (do manual) que envolviam estes conceitos. Foi notório o empenho dos alunos, visto que quase todos eles fizeram o trabalho de casa e alguns disseram que ao resolver o trabalho, tinham comparado com a aplicação. Numa das questões do problema os alunos tinham de apresentar argumentos que justificassem que o gráfico apresentado não correspondia à expressão apresentada (a expressão representativa do problema). Uma aluna chegou a afirmar: "*Quando tinha alguma dúvida ia ao GeoGebra experimentar*". Foi bom ter ouvido isso, porque embora o objetivo do trabalho não fosse resolvê-lo com recurso ao software, isto significa que os alunos tentaram obter informação e conhecimento por eles próprios.

5.2 Ficha de trabalho nº 19: Representação Gráfica e Classificação de Sistemas (8º ano)

A ficha de trabalho nº 19, realizada com o apoio do software GeoGebra, consistiu em 5 tarefas, que tinham como objetivo interpretar graficamente as soluções de um sistema de equações do 1.º grau com duas incógnitas e reconhecer, a partir de representações gráficas, sistemas possíveis (determinados e indeterminados) e impossíveis. Como principais pré-requisitos, os alunos teriam de conhecer a posição relativa de duas retas no plano e compreender o significado da conjunção de condições.

Neste momento, os alunos já conheciam o termo solução de um sistema, embora não o soubessem determinar graficamente, pois toda a matéria que antecede este tema, compreende as equações e os sistemas de equações, e nas aulas precedentes, o conteúdo estudado foi a solução de um sistema. Todo o trabalho realizado pelos alunos foi feito aos pares, com um computador por cada grupo.

Passo a descrever e a analisar o trabalho realizado pelos alunos no decorrer da ficha. As primeiras questões da primeira tarefa, consistiram na resolução de duas equações em ordem à incógnita y e posteriormente, na determinação das soluções de cada uma dessas equações (que deveriam colocar numa tabela). Como em aulas anteriores, estiveram a trabalhar com equações literais, não sentiram muita dificuldade na resolução destas questões. No entanto, ainda demoraram algum tempo a resolvê-las.

Posteriormente, tentaram responder às questões seguintes. Surgiram dúvidas. Embora o trabalho fosse para ser realizado aos pares, houve um grupo que não respeitou essa regra, e decidiu que cada uma das alunas encontraria sozinha, soluções para cada uma das equações. O diálogo seguinte demonstra a situação.

Professora: E então, há alguma solução comum?

Aluno A: Eu não tenho!

Aluno S: Eu tenho é (-1, 1).

Professora: E no GeoGebra, quais foram os pares ordenados que colocaram?

Aluno A: Os meus.

Professora: Já inseriste os pontos todos?

Aluno S: Já!

Professora: Então agora insiram as equações que encontraram.

Dado algum tempo às alunas para inserirem as expressões, dizem:

Aluno S e aluno A: As retas intersetam-se.

Professora: Em que ponto?

Aluno S: Neste. [Apontando para o ponto de interseção das duas retas]

Professora: E quais são as coordenadas desse ponto?

Aluno S: (-1, 1).

Professora: E o ponto (-1, 1) o que é para as duas equações?

Aluno A: É uma solução das duas equações.

Aluno S: Mas não é solução da equação do **aluno A** porque ela não escolheu o -1 para fazer as contas.

Professora: Pois, o **aluno A** não escolheu como abcissa o -1, mas se ela tivesse escolhido, teria dado o mesmo par ordenado?

Aluno S: Penso que sim.

Professora: É claro que daria. A não ser que, ao fazer os cálculos, se enganassem. Como viram, vocês escolheram valores diferentes para as abcissas. Por isso, é que deu pares ordenados diferentes, mas com abcissas iguais, daria o mesmo par. Agora, **aluno S** insere os teus pares.

Depois de alguns segundos:

Aluno A: As duas retas continuam a intersetarem-se no mesmo ponto.

Professora: Como podem verificar, independentemente das soluções das equações que escolheram, as funções intersectam-se no mesmo ponto. Quando encontramos uma solução que é solução das duas equações do sistema, o que podemos dizer?

Aluno S: É solução do sistema.

Verifica-se ao longo do diálogo, que as alunas, embora não tenham preenchido a tabela em conjunto, conseguiram compreender porque é que num dos casos havia soluções em comum e noutro não havia. Este episódio teve o seu lado positivo, pois os alunos aperceberam-se que num sistema de equações, é possível encontrar várias soluções para cada equação, mas que neste caso, havia apenas uma em comum. Ao inserirem no GeoGebra a equação, verificaram que elas formavam duas retas oblíquas. Logo, só se intersetavam uma vez.

Vários grupos, resolveram as equações em ordem a *y*, e chegaram a afirmar que eram funções afins, com declives contrários (um positivo e outro negativo). Deste modo, verifica-se que conseguiram relacionar com funções. Os grupos não tiveram dificuldade em encontrar a solução do sistema, pois constataram que as retas apenas intersetavam-se uma única vez. Ao longo da discussão no grande grupo eles referiram que a solução em comum era a solução do sistema.

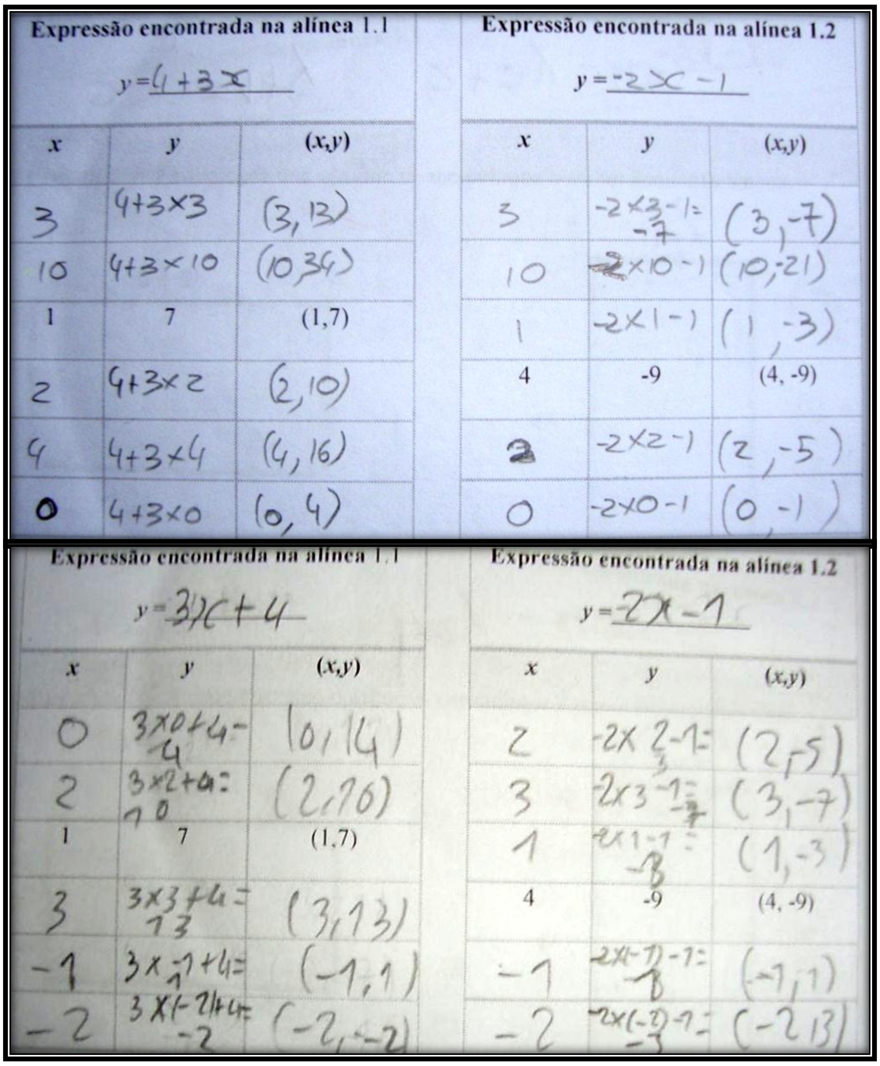


Figura 13: Exemplos de tabelas preenchidas pelos alunos.

Uma situação interessante que ocorreu, foi quando um grupo de duas alunas chamou a professora para esclarecer uma dúvida. Alguns pares ordenados não estavam a ficar em cima da reta. Assim, pudemos ver uma das vantagens dos alunos inserirem os pontos determinados e as funções no GeoGebra, pois se o tivessem feito manualmente, uniriam os pontos e não descobririam que tinham cometido qualquer erro.

Aluno M: Professora, os pontos que a gente tem na folha não ficaram em cima da reta.
Professora: E têm que ficar?
Aluno D: Sim, porque estes pontos são desta equação. [Da equação $y = - 2x - 1$]
Professora: E agora o que se pode fazer?
Aluno M: Não sei, é para isso que a professora serve.
Professora: Eu não sirvo só para dar respostas. Mas, pensem lá o que será que aconteceu aos pontos, para que eles não ficassem em cima da reta?
Aluno D: Não sei, mas deve ser porque não escrevemos direito a equação no GeoGebra...
Professora: Sim, pode ser que não tenham escrito direito, mas já confirmaram as contas dos pares ordenados que utilizaram?
Aluno D: Ah não! Já vamos confirmar!
Passados alguns minutos a rever cálculos e a inserir de novo a expressão da função.
Aluno D: Professora, já encontramos o erro. A **aluna M** tinha feito mal umas contas. Ela fez $-2\times0 = 1$.
Professora: Mas o trabalho é para ser feito aos pares.
Aluno D: Sim professora, mas nós fizemos separado para acabarmos primeiro do que o **aluno X**. Ela fez uma tabela e eu outra.

Através desta discussão, pudemos observar que as alunas estavam muito empenhadas, e queriam acabar primeiro do que um colega (é um dos alunos com melhor rendimento a matemática). Com esta metodologia, todos os alunos, com orientação, são capazes de realizar as tarefas. Os alunos que por vezes, são rotulados de menos capacitados, tendem a se interessarem e a se empenharem, pois sentem que conseguem "andar" ao ritmo dos considerados melhores alunos.

Visto que, o GeoGebra permite inserir equações, a primeira questão da tarefa 2, foi para “obrigar” os alunos a resolver uma equação em ordem a uma variável. Eles resolveram a tarefa 2 razoavelmente bem, e em alguns grupos os alunos, afirmaram que as retas eram paralelas, porque tinham o mesmo declive. Isto demonstra, que o estudo que efetuaram no estudo da função afim, ficou bem solidificado. Contudo, em alguns grupos, foi necessário questioná-los de forma a chegarem a essa conclusão.

Na tarefa 3, os alunos tiveram que começar por escrever, condições que obrigassem os retângulos apresentados a ser geometricamente iguais. Verificaram que, eram necessárias duas condições. Reforçámos assim a ideia de que, quando são necessárias duas ou mais condições com igualdades para solucionar um problema, em matemática, dizemos que estamos perante um sistema de equações. Assim, passaram a inserir as expressões que encontraram no GeoGebra. Na visualização das funções no software GeoGebra, surgiram algumas dúvidas. Alguns alunos, pensaram que uma das funções não estava a surgir no ecrã; para tentarem encontrá-la, começaram a usar o “zoom”. De forma a esclarecer quaisquer dúvidas, pedimos aos alunos que resolvessem a equação em ordem à variável *y*. Depois de esclarecida essa dúvida, começaram a surgir respostas do género: “*Está uma em cima da outra*.” As dificuldades dos alunos, consistiram em descrever o nome de duas retas que coincidem. Não sabiam classificá-las. Quanto ao objetivo da tarefa compreenderam que um sistema de duas equações, em que a sua representação, são duas retas coincidentes tem infinitas soluções. No entanto, ao passar por um dos grupos deparo-me com a seguinte resposta:

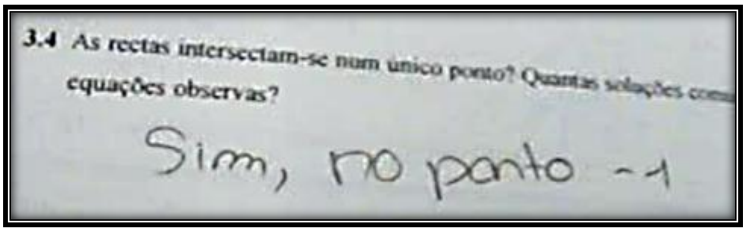


Figura 14: Resposta dada por uma aluna.

Para meu espanto, tenho o seguinte diálogo com as alunas do grupo.

Professora: As duas retas intersetam-se só no ponto -1? Porquê esse ponto?
Aluno L: Porque passa no eixo dos *yy*'s.
Professora: Mas, o que o enunciado está perguntando é: quantas soluções existem em comum entre as duas retas que vocês inseriram. Primeiro, quais foram as retas que inseriram?
Aluno C: Foram duas retas iguais.
Professora: Então, são retas coincidentes. Quantas soluções tem a equação $y = 2x - 1$? E quantas soluções tem a outra equação?
Aluno L: As duas têm muitas soluções.
Professora: E quantas delas são comuns?
Aluno L: São todas.
Professora: E agora já perceberam o que era pedido na questão?
Aluno L: Sim. Então quando as retas são coincidentes tem muitas soluções em comum.
Professora: Que podes dizer acerca das soluções deste sistema?
Aluno L: Tem uma quantidade grande de soluções.
Professora: Porquê?
Aluno C: Porque as duas retas estão sempre intersetando.

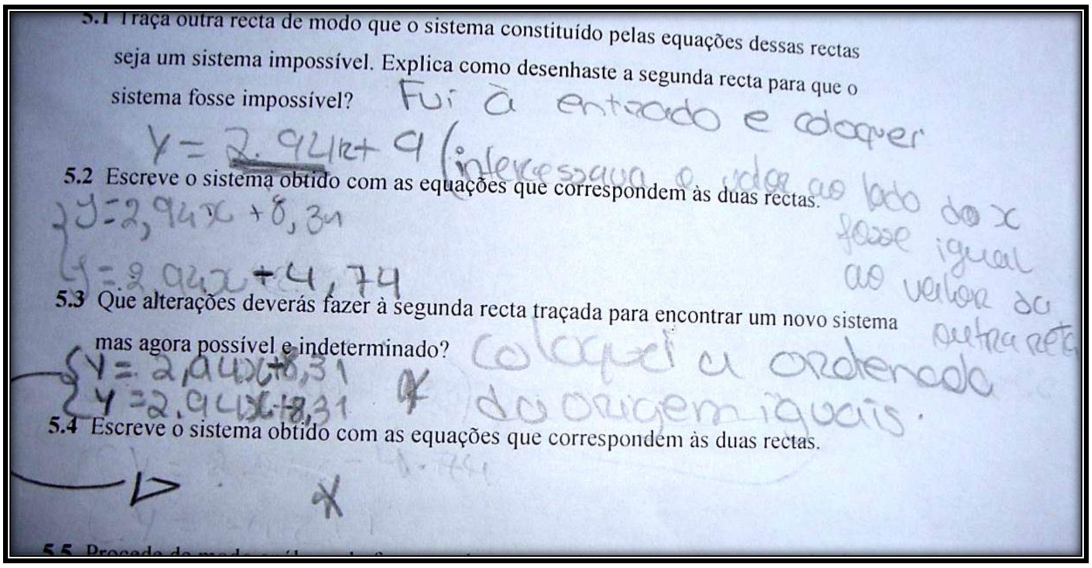
Este grupo não percebeu muito bem as questões e responderam a pensar em que ponto a reta intersetava o eixo das ordenadas. Este texto só demonstra, uma das suas principais dificuldades, que é a interpretação das questões e que têm alguma dificuldade em utilizar o vocabulário matemático.

Finalizadas as três tarefas, passámos à discussão, como forma de sintetizar/esquematizar tudo aquilo que os alunos fizeram. Com esta metodologia, cada grupo "vai à sua velocidade" portanto, enquanto alguns grupos já tinham terminado outros não. Por isso mesmo, sem nós (professoras) termos mandado os alunos fazerem, os que já tinham terminado, começaram a resolver a tarefa 4 e alguns a tarefa 5. Estas tarefas, consistiam em aplicarem os conhecimentos já adquiridos ao longo da ficha, recorrendo ao GeoGebra. Notámos que muitos grupos conseguiram fazer sozinhos. Porém, foi necessário dar uma ajuda a outros.

Na tarefa 5 foi pedido aos alunos para desenharem uma reta. A partir dessa reta, tiveram que escrever um sistema de equações possível (determinado e indeterminado) e impossível. Por isso, antes de entregarmos a ficha, pensei que para resolverem a tarefa, teriam que escrever na linha de comandos, funções com o mesmo declive (se fosse para encontrar um sistema impossível), ou equações equivalentes (se fosse para encontrar um sistema possível indeterminado). Mas, pude presenciar que alguns grupos, foram pelo processo inverso, como por exemplo, se era pedido um sistema impossível, escolhiam a ferramenta do GeoGebra "desenhar uma reta paralela", pois sabiam que para um sistema ser impossível a representação gráfica tem de ser duas retas paralelas. Só depois escreviam as expressões das duas funções (que são fornecidas pelo GeoGebra), onde podiam recordar que para duas retas serem paralelas têm de ter o mesmo declive. Fiquei surpreendida, pois não tinha pensado desta forma, chegando, a questionar um grupo: O que estão fazendo? Eles responderam: "*Estamos à procura da reta paralela, a que nós fizemos*." E eu voltei a questionar, pois não estava compreendendo, porque estavam à procura de uma reta paralela, quando precisavam da expressão de uma reta paralela à desenhada: Porquê? Aqui, explicaram o seu pensamento: "*Desenhamos a reta paralela, porque é pedido um sistema impossível e depois o GeoGebra dá-nos a expressão da reta!*".

Com esta resposta, fiquei elucidada e percebi realmente, que os alunos conseguem arranjar estratégias de resolução se estiverem motivados e empenhados, mesmo quando não se recordam de determinadas propriedades matemáticas. Embora, estes alunos não se recordassem que para duas retas serem paralelas é necessário ter o mesmo declive, questionei-lhes no sentido de verificarem/recordarem essa propriedade.

As imagens seguintes ilustram as duas formas, que os alunos encontraram para resolverem as primeiras questões da tarefa 5.



5.1 Traça outra recta de modo que o sistema constituído pelas equações dessas rectas seja um sistema impossível. Explica como desenhaste a segunda recta para que o sistema fosse impossível? Fui à entrada e coloquei y = 2.94x + 4 (intercessão o valor ao lado do x fosse igual ao valor da outra reta

5.2 Escreve o sistema obtido com as equações que correspondem às duas rectas.

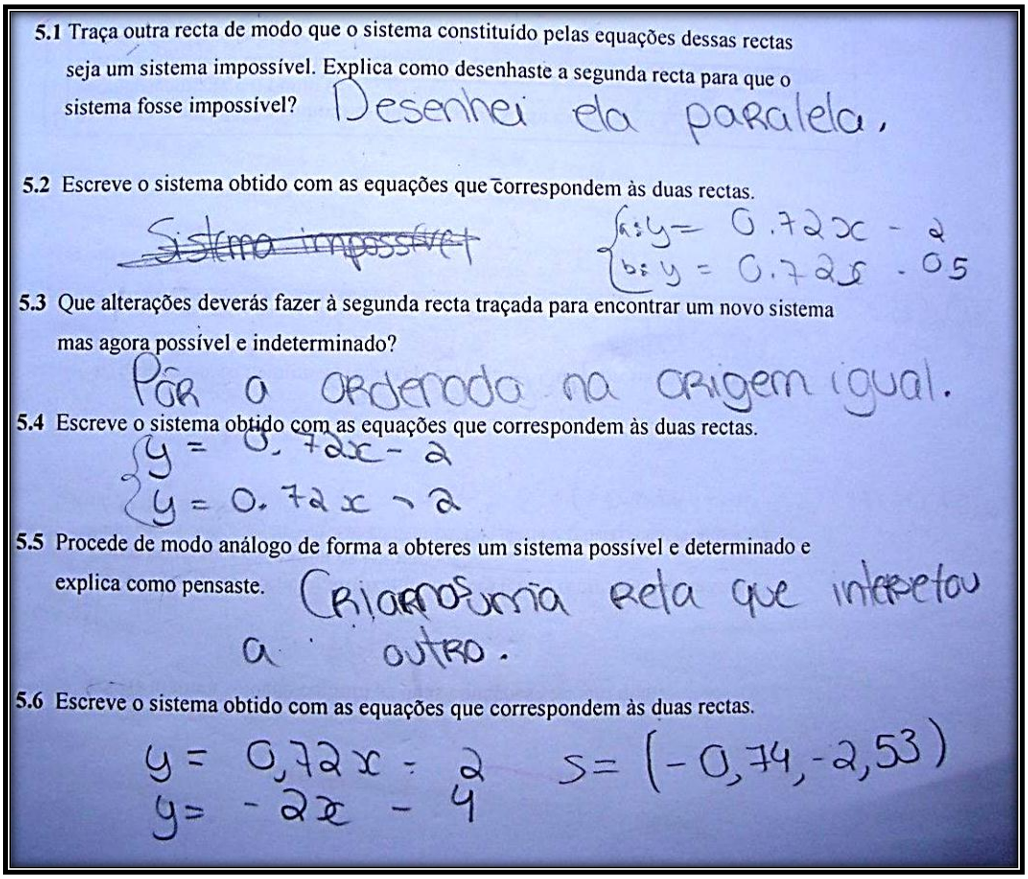
$$\begin{cases} y = 2{,}94x + 8{,}31 \\ y = 2{,}94x + 4{,}74 \end{cases}$$

5.3 Que alterações deverás fazer à segunda recta traçada para encontrar um novo sistema mas agora possível e indeterminado? Coloquei a ordenada da origem iguais.

$$\begin{cases} y = 2{,}94x + 8{,}31 \\ y = 2{,}94x + 8{,}31 \end{cases}$$

5.4 Escreve o sistema obtido com as equações que correspondem às duas rectas.

Figura 15: Grupo de alunos que resolveram a tarefa inserindo expressões das funções



5.1 Traça outra recta de modo que o sistema constituído pelas equações dessas rectas seja um sistema impossível. Explica como desenhaste a segunda recta para que o sistema fosse impossível? Desenhei ela paralela.

5.2 Escreve o sistema obtido com as equações que correspondem às duas rectas.

~~Sistema impossível~~

$$\begin{cases} a: y = 0.72x - 2 \\ b: y = 0.72x - 0.5 \end{cases}$$

5.3 Que alterações deverás fazer à segunda recta traçada para encontrar um novo sistema mas agora possível e indeterminado?

Pôr o ordenada na origem igual.

5.4 Escreve o sistema obtido com as equações que correspondem às duas rectas.

$$\begin{cases} y = 0.72x - 2 \\ y = 0.72x - 2 \end{cases}$$

5.5 Procede de modo análogo de forma a obteres um sistema possível e determinado e explica como pensaste. Criamos uma reta que interpetou a outro.

5.6 Escreve o sistema obtido com as equações que correspondem às duas rectas.

$$y = 0{,}72x - 2 \qquad S = (-0{,}74, -2{,}53)$$
$$y = -2x - 4$$

Figura 16: Grupo de alunos que resolveram a tarefa usando a ferramenta do GeoGebra "desenhar uma reta paralela".

5.2.1 Avaliação de desempenho e resultados

Como em todas as fichas que entregámos, fizemos uma observação direta e anotámos numa grelha, quais as atitudes e os objetivos que foram cumpridos. Notámos que por esta ficha, ter sido entregue aos alunos a meio do 2º Período, foi a primeira vez que estiveram em contacto com o software nesse período, por isso, pudemos verificar o entusiasmo deles, enquanto transportávamos os computadores para a sala. Perguntaram-nos, se iriam trabalhar com os computadores e em concreto, com o software GeoGebra, de forma apreciativa.

No teste escrito vieram duas questões relacionadas com o conteúdo da ficha de trabalho nº 19. Os alunos conseguiram usar bem os conhecimentos, a maior dificuldade que notámos por parte dos alunos foi o rigor na representação das coordenadas e o desenho das funções no referencial.

5.3 Ficha de trabalho nº 28: Propriedades das Isometrias (C.T.B.)

A ficha de trabalho nº 28 foi a primeira que entregámos à turma do CTB, em que os alunos recorreram ao software GeoGebra. O objetivo desta ficha era que os alunos, através das construções que fizessem e seguindo os passos indicados na ficha, estudassem/revissem as propriedades de cada isometria (translação, reflexão e rotação), e por fim caracterizassem a noção de isometria. Por isso, tiveram que verificar quais as propriedades que se mantinham e quais as que são intrínsecas de cada transformação geométrica. Como pré-requisitos, tiveram que saber a noção de reta, semirreta, de ângulo orientado e amplitude de um ângulo. Estas noções foram-lhes familiares, porque nas aulas anteriores tinham estudado as três isometrias.

A atividade foi realizada em grupos de dois (na maioria) e de três elementos. Os grupos foram formados, com os alunos a escolherem o(s) colega(s) com os quais queriam trabalhar. Normalmente, não escolhiam os colegas de carteira, pois a distribuição dos alunos pela sala, foi feita em conselho de turma, de forma que não ficassem próximos daqueles com quem são mais confidentes, por considerarem que têm mais tendência para se distraírem e não trabalharem.

A ficha de trabalho estava dividida em 4 questões. Na primeira, tiveram que estudar as propriedades da isometria reflexão; na segunda, as propriedades da isometria translação; na terceira as propriedades da isometria rotação e na última questão tiveram que fazer uma composição para descreverem quais as propriedades comuns e quais as características (se houvessem), que são particulares de cada isometria, de modo a introduzir o conceito de isometria.

Ao longo da realização da ficha, os alunos tiveram dificuldades em efetuar algumas construções, nomeadamente a rotação, pois exigia que construíssem uma figura, um centro e um seletor de forma interligada, para depois poderem mover as figuras. Portanto, foi necessário darmos um maior apoio técnico.

Na fase da exploração do software, um dos grupos chamou a professora e referiu que não estava conseguindo fazer o que era pedido na ficha. Perguntámos: Em quê? E responderam: *não conseguimos construir esta imagem que está na ficha.* A imagem a que se referiam, era a ilustração das barras de menus do software GeoGebra. Com este comentário, conseguimos perceber uma das lacunas destes alunos. Os alunos sabem ler, no entanto, por vezes têm dificuldade em interpretar o que está escrito. Não conseguiam perceber quando era feita uma questão, ou quando era apenas uma informação.

Quanto à ficha, os alunos tinham que ser estimulados para chegarem às conclusões pretendidas, ou seja, tivemos que questioná-los permanentemente. Contudo, após o questionário, os alunos conseguiram chegar às conclusões. A maior dificuldade era transcrever para a ficha, todas as conclusões a que chegavam. Temos que ter em consideração, que os alunos desta turma têm dificuldades acrescidas em exprimirem-se, quer oralmente, quer pela escrita, mas empenham-se quando a tarefa os cativa. Após a conclusão das tarefas no GeoGebra, muitos deles questionavam as professoras, perguntando: “*professora o que escrevo na ficha?*”.

O diálogo seguinte, demonstra que estes alunos “têm de ver para crer”, ou seja, têm de medir e verificar o que realmente acontece, acabando por serem críticos e atentos a possíveis e “supostos” erros que possam detetar, embora às vezes esses “supostos” erros, advenham de falhas que eles possam ter. Demonstram pouca convicção naquilo que dizem e fazem. Este diálogo aconteceu durante a discussão da isometria reflexão.

Professora: O que podem dizer acerca dos comprimentos dos segmentos da figura?

Aluno E: Parece que são iguais!

Professora: São ou não são? Meçam primeiro, para depois afirmarem se são ou não são iguais.

Aluno D: E quais os segmentos que medimos?

Professora: Os que vocês quiserem.

Aluno E: Então vamos medir o BE.

Professora: E vais comparar com que segmento?

Aluno E: B’E’

Aluno D: São iguais.

Professora: E agora move algum ponto da figura.

Aluno D: Oh… Mas está alterando o valor!

Professora: Onde está alterando? Só numa figura?

Aluno D: Ah, não! São nas duas.

Professora: E quais são os valores dos comprimentos dos segmentos?

Aluno D: São os mesmos.

Professora: Então?

Aluno E: Os segmentos são iguais.

Professora: Será que acontece o mesmo com os outros segmentos correspondentes?

Aluno E e aluno D: Sim! Tem sempre o mesmo comprimento.

Professora: E os ângulos?

Depois de indicarmos como se calcula a amplitude de um ângulo.

Aluno E: São iguais.

Este grupo, como outros, manipulou os objetos e constatou que propriedades como: um segmento de reta é transformado num segmento com o mesmo comprimento, assim como um ângulo é transformado num ângulo com a mesma amplitude, são válidas na isometria reflexão. Quanto à orientação dos ângulos, em quase todos os grupos, os alunos demonstraram dificuldade.

Houve grupos que não foram assim. Alguns verificavam uma regularidade, por exemplo, constatavam que dois ângulos correspondentes tinham a mesma amplitude e já chegavam a fazer conjeturas, sem antes verificarem em outros segmentos ou, sem efetuarem nos mesmos segmentos várias manipulações. Afirmavam que a conjetura era sempre válida. Nestes casos, fomos forçadas a pedir-lhes que verificassem nos restantes casos, pois não era suficiente uma só experiência. Seriam necessárias várias experiências, para poderem conjeturar.

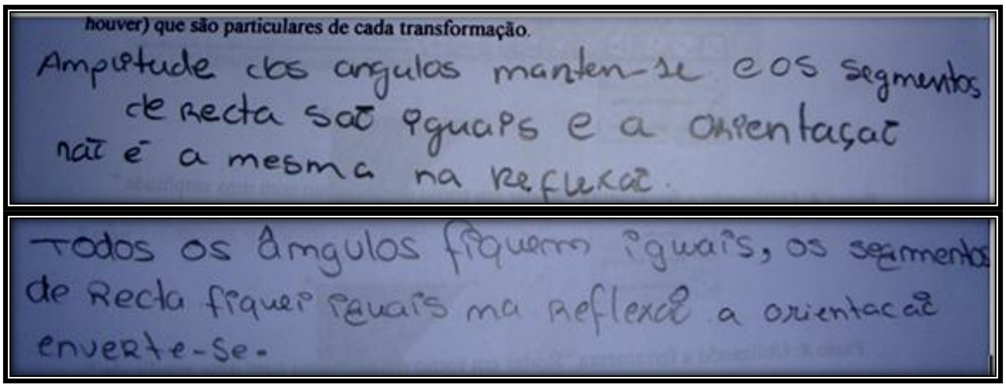
Nas isometrias translação e rotação, aconteceu o mesmo que na isometria reflexão. Os alunos chegaram às propriedades acima referidas. Em alguns grupos, não se recordaram da denominação de cada isometria. Na translação, para além dessas propriedades verificaram que o comprimento do vetor correspondia à distância entre a figura e a figura transladada.

Houve grupos, que colocaram o vetor sobre um dos vértices da figura, o que tornou fácil visualizar que a distância entre as figuras era sempre a mesma e que essa distância era a norma (comprimento) do vetor; a dificuldade surgiu, quando os grupos colocaram o vetor fora dos vértices. Nestes casos, os alunos tiveram mais dificuldade em confirmar que era a mesma distância. Por isso, “arrastaram o vetor” (que é uma das vantagens de usarmos um software de geometria dinâmica), ou em alguns casos sugerimos que medissem a distância entre as figuras e a comparassem com o comprimento do vetor.

Foi importante os alunos visualizarem a isometria rotação no GeoGebra, pois tiveram a oportunidade de visualizar o movimento da figura em torno de um ponto fixo, o centro da rotação, ficando assim, com uma ideia mais clara. Um dos alunos referiu: "*agora sim, consegue-se ver o boneco a rodar*", pois só assim, conseguiam visualizar o movimento. Estes alunos, têm muita dificuldade de abstração, por isso, tudo o que promova a visualização no concreto só os favorece. Os alunos sabiam o que era uma rotação (conceito dado na aula anterior), no entanto, nas experiências que realizaram usaram umas figuras entregues por nós e tiveram que as decalcar em torno de um ponto dado. Na altura, os alunos perceberam como se obtinha uma rotação, rodando, mas não conseguiam, imaginar muito bem a figura a rodar. Assim como na rotação, os alunos demonstravam muito interesse e curiosidade nas construções (feitas no GeoGebra) da isometria translação pois conseguiam observar o movimento das figuras.

Acho que, a ficha foi mais importante nas isometrias translação e rotação, pois são nestas noções, que os alunos têm mais dificuldade em se abstrair, porque subentendem movimento, embora tenham denotado dificuldade em construir figuras por meio de uma reflexão.

Quanto à última questão da ficha, os alunos escreveram apenas algumas das conclusões a que tinham chegado, ao longo das primeiras três questões. Nela, tiveram a oportunidade de descrever as propriedades em comum e as particulares. As imagens seguintes, ilustram algumas das respostas dadas pelos alunos.


houver) que são particulares de cada transformação.

Amplitude dos angulos manten-se e os segmentos de recta saõ iguais e a orientaçaõ naõ é a mesma na reflexaõ.

Todos os ângulos fiquerm iguais, os segmentos de Recta fiquer iguais na reflexaõ a orientaçaõ enverte-se.

Figura 17: Respostas de dois grupos de alunos

Podemos observar pelas imagens, que os alunos cometeram algumas incorreções a nível da escrita, mas percebe-se que, descobriram quais as propriedades que se mantêm constantes nas três isometrias. No segundo comentário, o grupo deveria ter escrito amplitudes iguais em vez de "*ângulos … iguais*".

Relativamente às características que são particulares de cada isometria, os alunos sentiram mais dificuldade. Assim como estes grupos, os outros referiram que, na reflexão a orientação dos ângulos é contrária. Nenhum grupo referiu que a translação é a única isometria que conserva as direções.

Durante a discussão da ficha, projetámos no PowerPoint umas tabelas com propriedades das isometrias, que os alunos tinham de identificar a que tipo ou tipos de isometrias estavam associadas justificando convenientemente.

Após a discussão das propriedades, formalizámos o conceito de isometria, pedindo aos alunos que registassem no caderno a sua definição. Não sentiram dificuldade em perceber o que é uma isometria, pois já tinham verificado que, existiam propriedades que se mantinham nas três transformações geométricas.

Através da ficha, pudemos observar ao longo dos diálogos que travámos com os alunos, que esta metodologia só os estava a ajudar com uma aprendizagem mais ativa e concreta.

5.3.1 Avaliação de desempenho e resultados

Durante a aula observámos o comportamento e o empenho dos alunos. Estes demonstraram grande interesse e surpresa, por estarem a trabalhar com o software GeoGebra. Desde o primeiro momento que entregámos os computadores, mostraram-se muito motivados.

Os alunos não ficaram sujeitos a uma avaliação por escrito (teste), porque ao longo do módulo, optámos por fazer uma avaliação baseada nos trabalhos e no empenho demonstrado ao longo das atividades. Apenas registámos as suas atitudes ao longo da realização da atividade e se os objetivos para a aula, foram cumpridos.

5.4 Análise às duas turmas sobre a ficha das isometrias

A ficha de trabalho entregue ao CTB e descrita neste trabalho, também foi entregue à turma do 8º ano. Constatámos que ao nível do manuseamento do software GeoGebra os alunos do 8 º ano estiveram melhor. É compreensível porque, aquando da entrega da ficha, já tinham trabalhado em algumas fichas com o software, enquanto que, na turma do CTB foi a primeira vez que trabalharam com ele.

Quanto à exploração dos conhecimentos matemáticos, em ambas as turmas os alunos conseguiram chegar às conclusões gerais: um segmento de reta é transformado num segmento com o mesmo comprimento; uma reta é transformada numa reta; uma semirreta é transformada numa semirreta; um ângulo é transformado num ângulo com a mesma amplitude. No entanto, na turma do CTB houve por exemplo, uma propriedade da isometria translação, em que não conseguiram observar: "numa translação, um segmento de reta é transformado num segmento de reta paralelo ao primeiro, logo todos os segmentos mantêm a mesma direção". Relativamente à orientação dos ângulos, ambas as turmas demonstraram dificuldade em distinguir o sentido positivo e o sentido negativo.

Foi gratificante ver o empenho, entusiasmo e motivação, dos alunos. Não podemos diferenciar ambas as turmas nestes aspetos. Cada uma ao seu ritmo, mas focadas no trabalho que estavam fazendo.

6. Considerações finais

Papert, em 1992, inicia um dos seus livros, utilizando uma “parábola” para descrever a reação de um grupo de viajantes, constituído por professores e médicos, do século XIX que conseguiram visitar-nos no final do século XX. Papert narra que o grupo de médicos, ficaria espantado com o avanço da medicina e dos meios utilizados e que dificilmente conseguiriam exercer a mesma profissão com os conhecimentos que tinham. Por sua vez, os professores entrariam no meio escolar, apenas sem conhecer alguns materiais novos, mas não teriam dificuldade em lecionar. Esta “parábola” é uma crítica ao ensino atual. Pois, foram inseridos alguns materiais novos, mas em grande parte continua-se com as mesmas práticas, embora os alunos sejam outros e com vivências completamente diferentes das do século XIX.

Não é suficiente inserir materiais. É necessário adotar uma metodologia, de modo a ir ao encontro dos interesses dos alunos, das suas caraterísticas e da sociedade em que estão inseridos, por isso é que Papert, assim como outros autores consideram que devemos inserir os computadores no ensino atual, pois eles estão presentes no quotidiano dos alunos. Com o trabalho que fiz pude comprovar isso mesmo, os alunos estão interessados e empenhados se lhes propormos atividades que sejam para ser realizadas no computador, em especial, no software GeoGebra, pois a “descontração e inteira participação dos alunos nas atividades demonstraram o quanto é importante essa ligação da tecnologia ao com o ambiente escolar” (Pereira & Kopke, 2010). Embora tenha noção que, nem todas as turmas, nem todos os alunos, necessitam que se mude de metodologia, para que estejam motivados e preparados. Na minha curta experiência de lecionação pude constatar isso. Temos de ter em atenção os alunos com os quais estamos trabalhando e principalmente quais são as suas motivações.

Como afirma Zulatto (2002), compreendi que cada aluno, tem o seu ritmo de trabalho o que faz com que nem todos estejam no mesmo patamar ao mesmo tempo, por isso as tecnologias e neste caso o software GeoGebra permite a diferenciação pedagógica.

Pude constatar, que existem alunos que o que lhes falta é confiança e autoestima, por isso é importante que, quando o professor detete essas dificuldades, tente arranjar estratégias para os incentivar a estudar matemática, a acreditar nas suas capacidades e a desenvolverem pouco a pouco, a sua autoestima.

Durante as tarefas propostas inicialmente aos alunos, no nosso estágio, comprovei que estes tinham a ideia pré-definida de que cada problema tem solução única. Estavam acostumados a serem "uniformizados". Por isso, foi importante reforçar que, em matemática, nem tudo é linear. Outro aspeto interessante, é quererem saber se as respostas dadas estavam corretas ou erradas, pois para eles era apenas importante o resultado final e não todo o processo. Por isso, é importantíssimo o professor conhecer os seus alunos e explicar-lhes que, os raciocínios são muito importante e não apenas o resultado final.

Embora se pretenda que os alunos, com o auxílio dos softwares de geometria dinâmica, tornem-se autónomos, o professor nestas atividades é muito importante, como refere Ponte J. (1992) pois ele é "o consultor para assistir nas investigações e nos projetos", porque para os alunos é a pessoa que acompanha, orienta e corrige. Nas tarefas realizadas, pude observar, nas duas turmas (8º C e CTB), que os alunos não teriam chegado aos mesmos resultados se não tivéssemos estado presentes, pois, por várias vezes, tivemos que incentivá-los, incutir-lhes confiança e dar-lhes indicações necessárias para poderem refletir, evoluir, independentemente do seu ritmo de trabalho. Uma das minhas dificuldades, assim como uma das minhas preocupações, na parte de lhes dar indicações, foi não fazer comentários que indiciassem uma resposta que poderiam dar.

Introduzir estes tipos de metodologia nem sempre é fácil, porque se trabalharmos "sozinhas" (que é o mais provável), seremos mais solicitadas, pois dentro da sala teremos mais grupos a quem dar apoio e não teremos outros professores com quem partilhemos essa tarefa o que será mais complicado dá-lo no tempo oportuno aos vários grupos. Por vezes, acontecem imprevistos quando se utiliza material tecnológico, o que pode desestabilizar a aula, se não tivermos um "plano B". Teremos de chegar um pouco antes do toque de entrada para preparar os computadores, mas penso que o tempo, dar-nos-á experiência, o que nos permitirá dominar todos estes aspetos.

Para além dos alunos terem usado o software GeoGebra, como instrumento na construção do seu conhecimento, foram várias as vezes em que usámos o GeoGebra para ilustrar e exemplificar situações que seriam mais complicadas de abordar, se não tivéssemos acesso a ele. Uma dessas situações, foi quando recorremos ao software, em ambas as turmas, para explicarmos na isometria rotação, a diferença entre a figura rodar no sentido positivo (anti-horário) e rodar no sentido negativo (horário).

Os computadores e os softwares de geometria dinâmica são importantes, mas também tenho consciência que, em determinadas situações, podem acabar por ser desfavoráveis a algumas camadas socias, pois, por exemplo, nem todos têm capacidades financeiras para terem em casa um computador, o que acaba sendo uma desvantagem para esses alunos. Na escola em que estagiámos, verificámos isso mesmo. Na turma do 8º ano, quase todos os alunos tinham computador, ou tinham acesso a um (em alguma casa de familiares, relativamente próxima da deles).

Já na turma do CTB havia alguns alunos que não tinham acesso em casa aos computadores e à internet, por isso nestas situações, convém ter um pouco de sensibilidade para, por exemplo não enviar trabalhos para casa, a realizar no GeoGebra. Mas por outro lado propiciar o contacto com computadores a estes alunos também traz benefícios, porque eles ficam motivados para estudarem matemática pois estão a trabalhar com algo que em casa não têm oportunidade, para além, de melhor preparados para no futuro utilizarem tecnologias.

Deste modo, juntámos a curiosidade e a envolvência inerente ao uso de computadores e dos softwares para depois direcionarmos os alunos na aprendizagem matemática.

Quanto à escolha do software GeoGebra para o tipo de atividades realizadas, foi bem sucedida, porque contém todas as ferramentas necessárias para o estudo de funções e isometrias, assim como permite o movimento quer de funções, quer de objetos, mantendo as mesmas características, tal como afirma Ripplinger (2006) são "fontes excelentes como apoios pedagógicos para o processo ensino e aprendizagem".

Outra das minhas maiores dificuldades, foi saber qual o tempo a dispensar em cada atividade, mas com o decorrer das aulas fui melhorando e percebendo que, por vezes, temos de, propor, por exemplo, alguns exercícios aos grupos que já terminaram, enquanto os restantes terminam a atividade. Temos que ter em consideração os diferentes ritmos dos alunos, porque só assim estaremos a ajudar no processo ensino/aprendizagem, portanto temos de ir preparados para apoiar todos os tipos de alunos.

Relativamente à primeira questão que delineei para estudo: será que as TIC são imprescindíveis na aprendizagem da matemática? Não posso afirmar que são imprescindíveis, mas posso afirmar que foi um instrumento favorável à aprendizagem da matemática em qualquer uma das duas turmas em que lecionei ao longo do estágio pedagógico. Através do software GeoGebra, os alunos iam construindo o seu conhecimento, tornando-se sujeitos ativos e nos momentos de avaliação constatei que o conhecimento ficou consolidado, embora tenham denotado algumas carências na linguagem matemática.

Quanto à segunda questão: será que a utilização do software GeoGebra pode contribuir para uma aprendizagem mais significativa, tornando os alunos mais autónomos e interessados? Os alunos ao trabalharem com o software, estavam mais interessados e motivados, o que permitiu que, com a orientação do professor, e com o entusiasmo, raciocinassem, comunicassem, procurassem relações e encontrassem justificações, contribuindo para uma aprendizagem mais significativa e consolidada, ao invés de ser o professor a debitar a matéria.

O software beneficiou o desempenho dos alunos. Para além de em todas as tarefas estarem motivados e empenhados, estavam a aprender e a construir o seu próprio conhecimento, tal como corrobora o investigador Seymour Papert.

Estou convicta de que as pessoas responsáveis pela educação e pela escola, propuseram a introdução das TIC e de outros materiais no ensino, não apenas por uma questão de atualidade, mas por verificarem que as metodologias em prática, não estavam a corresponder às características e necessidades dos alunos, o que estava a concorrer para um baixo desempenho na classificação destes.

Tal como referem Cabrita e Vizinho (2002), citado por Ferreira (2010), acredito que “a motivação para a aprendizagem da matemática é um aspeto fundamental e o computador pode, aí, representar um papel fundamental”. Para que a atividade matemática seja proveitosa é necessário, antes de mais, motivar os alunos para a aprendizagem e o software GeoGebra pode ser um instrumento precioso de motivação.

Apesar da minha curta experiência, creio poder afirmar que por vezes é muito difícil motivar os alunos, mas procurarei, ao longo da minha profissional futura que isso aconteça.

7. Referências bibliográficas

Papert, S. (1994). *A máquina das Crianças: repensando a escola na era da informática.* Porto Alegre, Artes Médicas;

Ponte, J. (1992). *O computador: Um instrumento da educação*. Lisboa, Texto Editora;

Ponte, J. P., Brocardo, J., & Oliveira, H. (2003). *Investigações matemáticas na sala de aula*. Belo Horizonte, Autêntica;

Ponte, J. P., & Canavarro, P. (1997). *Matemática e novas tecnologias.* Lisboa, Universidade Aberta.

Sítios da internet

Borrões, M. (1998). *O computador na educação matemática.* Consultado a 8 de dezembro de 2011, em http://www.apm.pt/apm/borrao/matematica.PDF

Coutinho, C. & Lisbôa, E. (2011). *Perspetivando modelos de formação de professores que integram as TIC nas práticas letivas: um contributo para o estado da arte.* Proceedings of ICEM&SIIE'11 Joint Conference. Universidade do Minho. Consultado a 28 de dezembro de 2011, em http://repositorium.sdum.uminho.pt/bitstream/1822/14800/1/icemsiie2011_ProceedingsCoutinhoLisboa.pdf

Cunha B., Duarte, E. & Martins J. (2010). *A matemática com as TIC no processo de ensino/aprendizagem: construção de uma unidade didáctica.* Pós-Graduação em TIC em contextos de aprendizagem. Escola Superior de educação de Paula Frassinetti. Porto. Consultado a 2 de janeiro de 2012, em http://repositorio.esepf.pt/bitstream/handle/10000/377/PG-TIC-2010_BrunaCunhaElisabeteDuarteJoanaMartins.pdf?sequence=1

Dias, P. (2007). *A pertinência das tarefas na sala de aula.* Educação e Matemática – Revista da associação de professores de Matemática nº 93. Consultado a 2 de dezembro de 2012, em http://sites.google.com/site/paulodias7/investiga%C3%A7%C3%A3o

Ferreira, J. (2010). *Relatório da prática de ensino supervisionado*. Relatório de Estágio para a obtenção do Grau de Mestre em Ensino do 1º Ciclo do Ensino Básico. Instituto Politécnico de Bragança, Escola Superior de Educação. Consultado a 2 de janeiro de 2012, em http://bibliotecadigital.ipb.pt/bitstream/10198/3717/1/%C3%BAltimo%20trabalho.pdf

Hatum, M., Guirado, J., & Maioli, M. (s.d.). *Funções utilizando recursos tecnológicos.* Consultado a 2 de dezembro de 2012, em http://www.gestaoescolar.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/producoes_pde/artigo_maria_jussara_sobenko_hatum.pdf

Isotani, S., Sahara, R., & Brandão, L. (2001). *iMática: ambiente interativo de apoio ao ensino de matemática via internet.* Universidade de São Paulo. Consultado a 22 de novembro de 2011, em http://www.ei.sanken.osaka-u.ac.jp/~isotani/artigos/imatica-siicusp.pdf

Isotani, S., & Brandão, L. (2006). *Como Usar a Geometria Dinâmica? O Papel do Professor e do Aluno Frente às Novas Tecnologias.* Anais do XXVI Congresso da SBC - XII Workshop de Informática na Escola. Campo Grande. Consultado a 22 de novembro de 2011 em http://www.ei.sanken.osaka-u.ac.jp/~isotani/artigos/WIE06_GD.pdf

Laudares, J. & Lachini, J. (2000*). O uso do computador no ensino de matemática na graduação.* 23ª Reunião Anual da Associação Nacional de Pós-Graduação e Pesquisa em Educação. Consultado a 2 de dezembro de 2011 em http://168.96.200.17/ar/libros/anped/1931T.PDF

Machado, M. (1997). *Ensino de matemática financeira por CBT – uma abordagem metodológica.* Dissertação de mestrado, Curso de Especialidade em Engenharia de Produção, Universidade Federal de Santa Catarina. Consultado a 5 de janeiro de 2011 em http://www.eps.ufsc.br/teses98/mardem/

Martins, V. (2006). *Avaliação do valor educativo de um software de elaboração de partituras: um estudo de caso com o programa Finale, no 1º Ciclo.* Tese de mestrado pela Universidade do Minho. Consultado a 6 de maio de 2012 em http://repositorium.sdum.uminho.pt/bitstream/1822/6326/6/F-%20Cap%C3%ADtulo%203.pdf

Ministério da Educação (2005). *Programa da Componente de Formação Científica da Disciplina de Matemática Aplicada.* Consultado a 2 de novembro de 2011 em www.sitio.anq.gov.pt/programas%5Ci005786.pdf

Ministério da Educação (2007). *Programa de Matemática do Ensino Básico.* Consultado a 2 de novembro de 2011 em http://sitio.dgidc.min-edu.pt/matematica/Documents/ProgramaMatematica.pdf;

Paiva J. (2002). *As tecnologias de informação e comunicação: utilização pelos professores.* Consultado a 2 de novembro de 2011 em http://nautilus.fis.uc.pt/cec/estudo/dados/comp.pdf;

Pereira, T. & Kopke, R. (2010). *Atividades Investigativas em Geometria Dinâmica: o caso dos triângulos.* Consultado a 21 de dezembro de 2011 em http://www.ebrapem.com.br/meeting4web/congressista/modulos/trabalho/trabalho/b65edaa6880874783b4c59f053320f54.pdf

Ponte, J. P., Oliveira, H., & Varandas, J. M. (2002). *As novas tecnologias na formação inicial de professores: Análise de uma experiência.* Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa. Consultado a 2 de dezembro de 2011 em http:educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/artigos_pt.htm

Ponte, J. P. (2000). *Tecnologias de informação e comunicação na formação de professores: Que desafios?* Revista Ibero – Americana de Educação, nº 24. Consultado a 21 de dezembro de 2011 em http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/docs-pt/00-Ponte-TIC%20%28rie24a03%29.pdf

Ricoy, C. & Couto, S. (2011). *As TIC no ensino secundário na matemática em Portugal: A perspectiva dos professores.* Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa nº 14. Consultado a 2 de dezembro de 2011 em www.clame.org.mx/relime/20110104.pdf

Ripplinger, H. (2006). *A Simetria nas Práticas Escolares.* Dissertação de Mestrado em Educação Matemática. Universidade Federal do Paraná, Curitiba. Consultado a 21 de dezembro de 2011 em http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/diaadia/diadia/arquivos/File/conteudo/artigos_teses/MATEMATICA/Grzybowski_RipplingerHM.pdf

Silva, G. (s.d). *O trabalho docente com geometria dinâmica em uma perspetiva investigativa.* São Paulo. Consultado a 2 de dezembro de 2011 em http://www.docstoc.com/docs/24823998/O-Trabalho-Docente-com-Geometria-Din%C3%A2mica-em-uma-Perspectiva

Soares, E., Almeida, P. & Azeredo. (2008). *O estudo de isometrias: visão artística e matemática.* Centro Federal de Educação Tecnológica de Campos. Campos dos

Goytacazes. Consultado a 22 de novembro de 2011 em http://www.es.iff.edu.br/softmat/projetotic/download/leitu/_monografia.pdf

Sousa, S. (2006). *A integração das TIC, nas aulas de Matemática, no Ensino Básico.* Tese de mestrado pela Universidade do Minho. Consultado a 2 de dezembro de 2011 em http://repositorium.sdum.uminho.pt/bitstream/1822/6213/1/TESE1.pdf

Valente, J. (2005). *Integração das tecnologias na educação: Salto para o futuro.* Consultado a 2 de janeiro de 2012 em http://tvescola.mec.gov.br/images/stories/publicacoes/salto_para_o_futuro/livro_salto_tecnologias.pdf

Varandas, J., Oliveira, H., & Ponte, J. P. (s.d). *As Tecnologias de Informação e comunicação na Formação Inicial de Professores de Matemática: Uma Experiência Baseada na Internet.* Consultado a 2 de dezembro de 2011 em http://www.educ.fc.ul.pt/recentes/mpfip/pdfs/jpponte-tic.pdf

www.wikipedia.org, consultado a 1 de novembro de 2011

Zulatto, R. (2002). *O perfil dos professores de Matemática que utilizam softwares de geometria dinâmica em suas aulas.* Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática – UNESP – Rio Claro. Consultado a 2 de dezembro de 2011 em http://tecmat-ufpr.pbworks.com/f/GT6_T11.pdf

Anexos

Anexo I

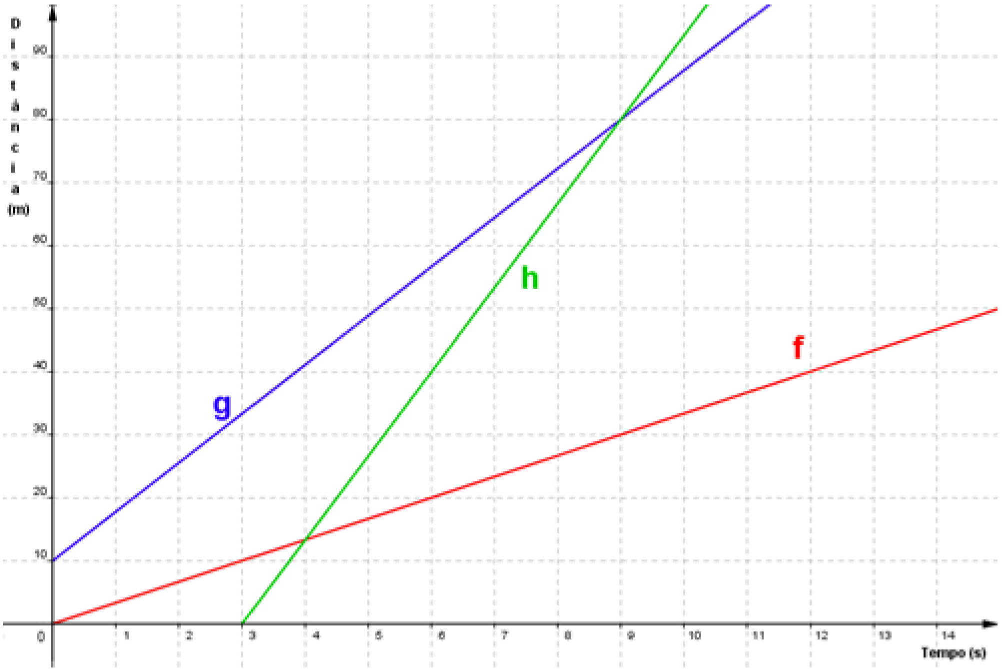
Escola Básica do 2º e 3º Ciclos da Torre
Ficha de trabalho nº 14
(Atividade Investigativa)
Unidade temática: Funções

Núcleo de estágio da Escola da Torre

Nome:____ **Data:** __/__/____

Parte I

1) Três amigos, a Beatriz, o Joel e o Duarte, decidiram dar um passeio pela mesma estrada, em Santa Cecília, em Câmara de Lobos. O gráfico da figura 1 mostra o início desse passeio através das representações gráficas das funções f, g e h. Admite-se que a velocidade de cada um, durante o passeio, foi constante. A Beatriz anda mais devagar do que os outros. O Duarte é irmão da Beatriz e saíram da mesma casa.



1.1) De acordo com o enunciado, justifica as seguintes afirmações:

- O gráfico da função f refere-se ao passeio da Beatriz;

- O gráfico da função g refere-se ao passeio do Joel;

- O gráfico da função h refere-se ao passeio do Duarte;

2) Ao fim de 12 segundos, a que distância de casa estava a Beatriz?

3) Ao fim de 9 segundos a que distância de casa estava:

3.1) O Duarte?

3.2) O Joel?

4) Quanto tempo demorou a Beatriz a percorrer 50 metros?

5) A 85 metros de distância da casa dos dois irmãos está localizado um marco de correio.

5.1) Quem passou primeiro pelo marco do correio? Explica como obtiveste a tua resposta.

5.2) A Beatriz também passou pelo marco do correio. Determina o tempo que levou a chegar lá.

6) Qual das funções dadas é uma função linear ou de proporcionalidade direta? Justifica.

7) Representa algebricamente a função f.

8) Representa graficamente a função $f(x) = 2x - 2$.

*A **Parte I** foi adaptada do Manual Matemática – 8º Ano, de Maria Augusta Ferreira Neves, António Pinto Silva, Maria José Raposo e Jorge Nuno Silva da Porto Editora.*

Parte II

1) Abre o software GeoGebra e insere as seguintes funções: f(*x*) = 2*x*; g(*x*)= 2*x* + 4; h(*x*) = 2*x* – 2.

Para tal deves inserir as funções na linha de comandos, que está representada da seguinte forma e de seguida clicar no **enter**:

1.1) O que podes dizer acerca das representações gráficas das funções?

1.2) O que têm em comum as respetivas expressões algébricas?

1.3) Insere no GeoGebra funções do tipo *y* = k*x* + b, atribuindo a k o mesmo valor (mas diferente de 2). O que verificas?

1.4) O que podes concluir?

2) Abre uma nova página no software GeoGebra e insere as seguintes funções:

f(*x*) = - *x* + 3; g(*x*) = *x* + 3; h(*x*) = 12*x* + 3.

2.1) O que têm em comum as três representações gráficas das funções dadas?

2.2) O que têm em comum as expressões algébricas dadas?

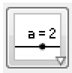
2.3) Insere no GeoGebra funções do tipo *y* = k*x* + b, atribuindo a b o mesmo valor (mas diferente de 3). O que verificas?

2.4) O que podes concluir?

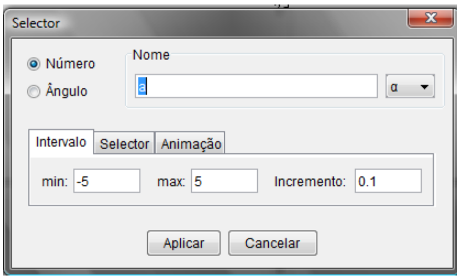
3) Abre uma nova página no software GeoGebra e insere as seguintes funções: f(x) = 2x; g(x) = 3x – 4; h(x) = - 5x + 3; i(x) = - x - 2.
Qual é a ordenada do ponto de interseção de cada uma das retas com o eixo das ordenadas?

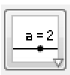
Por observação direta da expressão que define a função, será possível responder à questão anterior?

Definição: À ordenada do ponto de interseção de uma reta com o eixo das ordenadas chama-se **ordenada na origem.**

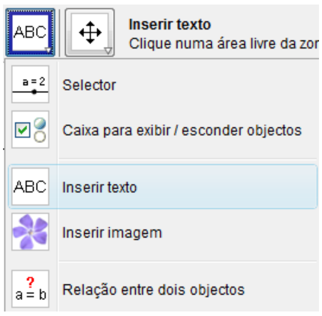
4) Cria um seletor "*k*". Para tal deves clicar no ícone 

. Aparecerá a janela de visualização.



- Nessa janela escolhe números e coloca como mínimo e máximo, respetivamente os valores -6 e 6 e incremento 0.1.
- Cria um novo seletor "*b*" com os mesmos valores mínimos e máximos do seletor *k*;
- Na linha de comandos insere a expressão: y = k*x + b e em seguida clica no enter;
- Cria um texto com a expressão da função que criaste. Para tal, deves clicar no ícone 

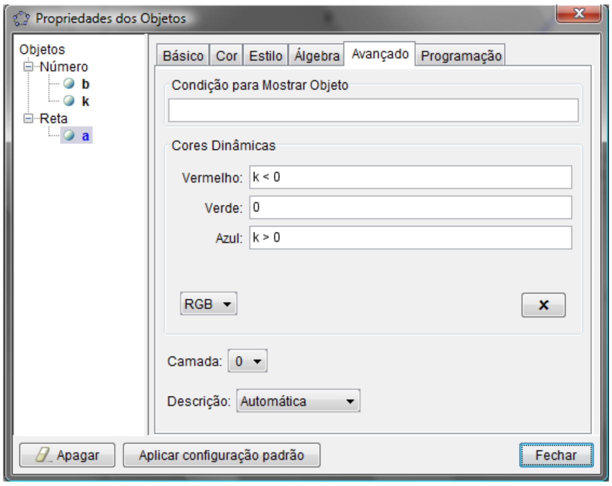
, depois escolhe a opção "inserir texto" como ilustra a figura:



- Após teres selecionado a opção anterior escreve o seguinte texto:

  "f(x) = k*x* + b = " + a + "*x*" + b

- Para poderes tornar a aplicação mais intuitiva atribui uma cor diferente, consoante os valores que o seletor toma. Clica sobre o gráfico, com o botão direito em cima do gráfico da função f e seleciona as condições da definição de cores em *avançado*, como mostra a figura abaixo:



Move os seletores *k* e *b* e responde às seguintes questões:

4.1) Tira conclusões quando o valor de k é positivo.

4.2) Tira conclusões quando o valor de k é negativo.

4.3) Como classificas o tipo de funções em que b = 0?

4.4) Como classificas o tipo de funções em que k = 0?

Bom trabalho!

As professoras: Fernanda Santos, Letícia Gonçalves e Merícia Gouveia.

Anexo II

Escola Básica dos 2º e 3º Ciclos da Torre
Ficha de trabalho nº 19
(Atividade investigativa)
Unidade temática: Sistema de Equações

Núcleo de estágio da Escola da Torre

Nome:_______________________________________ **Data:** __/__/____

1. Resolve cada uma das equações seguintes em ordem a y.

1.1 $3y - 9x = 12$

1.2 $2y + 4x + 2 = 0$

1.3 Preenche as tabelas com algumas soluções de cada uma das equações.

Expressão encontrada na alínea 1.1

$y =$____________

x	y	(x, y)
1	7	(1, 7)

Expressão encontrada na alínea 1.2

$y =$____________

x	y	(x, y)
4	-9	(4, -9)

1.4 Representa, num referencial cartesiano, utilizando o programa GeoGebra, os pontos (x, y) que encontraste na alínea anterior.

Nota: Para tal deves introduzir os pares ordenados na parte inferior da janela (Entrada), com é ilustrado na figura e em seguida clicar no **enter**:

1.5 Há alguma solução comum às duas equações? Se sim, qual?

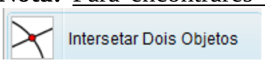
1.6 No mesmo referencial, utilizando o GeoGebra, representa as retas que correspondem a cada uma das equações.

Nota: <u>Deves colocar as equações na parte inferior da janela (Entrada) como na alínea **1.4**</u>

O que observas?

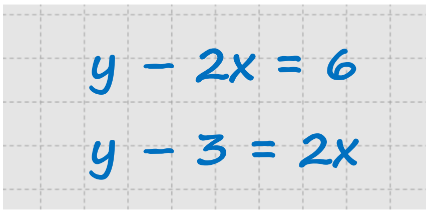
1.7 Qual o ponto comum às retas representadas? Que representa esse ponto para as equações?

Nota: <u>Para encontrares o ponto comum às retas deves clicar no botão</u>  <u>e escolher a opção</u>



Se existe uma única solução comum às duas equações, ela é a **<u>solução do sistema</u>**, geometricamente é o ponto de ______________________________ <u>das retas</u> correspondentes a cada uma das equações. Dizemos que este **<u>sistema de equações é possível e determinado</u>**.

2. A Cátia escreveu duas equações no seu caderno.



2.1 Em cada equação, escreve o valor de y em função de x.

2.2 Representa, no GeoGebra, as retas correspondentes às equações que deduziste na questão **2.1**.

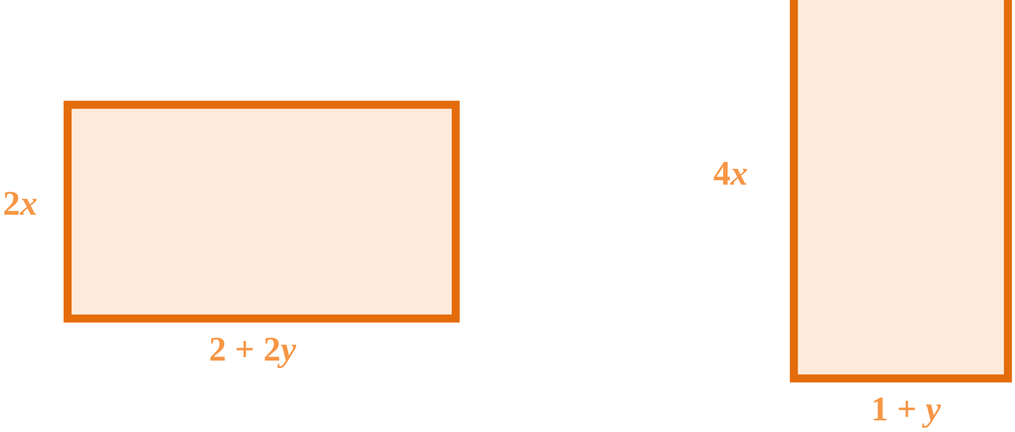
2.3 Existe algum ponto comum às duas retas obtidas? Porquê? O que é que nas equações te indica a posição relativa das retas?

2.4 Há alguma solução comum às duas equações? Se sim, qual?

Se não existe uma solução comum às duas equações, o sistema **não tem solução**

(as retas são____________________) diz-se que o **sistema é impossível**.

3. Nas figuras abaixo estão representados dois retângulos.



3.1 Escreve duas condições que obriguem os retângulos a serem geometricamente iguais.

3.2 Representa, no GeoGebra, as retas correspondentes às equações que encontraste. O que observas?

3.3 Qual a posição relativa das duas retas traçadas?

3.4 As retas intersetam-se num único ponto? Quantas soluções comuns às duas equações observas?

Se têm uma infinidade de soluções comuns o **sistema é possível indeterminado**

(as duas retas são ______________________).

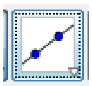
4. Recorrendo ao GeoGebra, resolve graficamente cada um dos seguintes sistemas de equações, indicando a solução do sistema, caso exista e classifica-os:

4.1 $\begin{cases} \boldsymbol{x + y = 8} \\ \boldsymbol{y = 2 - x} \end{cases}$

4.2 $\begin{cases} \boldsymbol{y = 2x + 3} \\ \boldsymbol{x + y = -9} \end{cases}$

4.3 $\begin{cases} \boldsymbol{-3x + 2y = 2} \\ \boldsymbol{y = 1{,}5x + 1} \end{cases}$

5. No GeoGebra, traça uma reta qualquer. Para traçares uma reta deves clicar no ícone

.

Com a "Zona Algébrica" ativada, procura a equação da reta que traçaste. Se não tiveres a Zona Algébrica ativa, clica na barra de opções o comando "Exibir" e seleciona a opção "Folha algébrica".

5.1 Traça outra reta de modo que o sistema constituído pelas equações dessas retas seja um sistema impossível. Explica como desenhaste a segunda reta para que o sistema fosse impossível?

5.2 Escreve o sistema obtido com as equações que correspondem às duas retas.

5.3 Que alterações deverás fazer à segunda reta traçada para encontrar um novo sistema mas agora possível e indeterminado?

5.4 Escreve o sistema obtido com as equações que correspondem às duas retas.

5.5 Procede de modo análogo de forma a obteres um sistema possível e determinado e explica como pensaste.

5.6 Escreve o sistema obtido com as equações que correspondem às duas retas.

Anexo III

Escola Básica dos 2º e 3º Ciclos da Torre
Ficha de trabalho nº 19
(Atividade investigativa)
Unidade temática: Sistema de Equações

Nome:____ **Data:** __/__/____

O Software GeoGebra

Criado por Markus Hohenwarter, o GeoGebra é um software gratuito de matemática dinâmica que reúne recursos de geometria, álgebra e cálculo. Com o GeoGebra podes desenhar pontos, segmentos, retas, vetores, secções cónicas, e ainda, permite os alterares.

Nesta atividade vais usar o software **GeoGebra** que é um software gratuito e de fácil manipulação. Se quiseres instalá-lo no teu computador deves primeiro instalar o Java1.4.2 (ou versão superior) e em seguida dirige ao seguinte site http://www.geogebra.org/cms/en/installers e descarrega o programa.

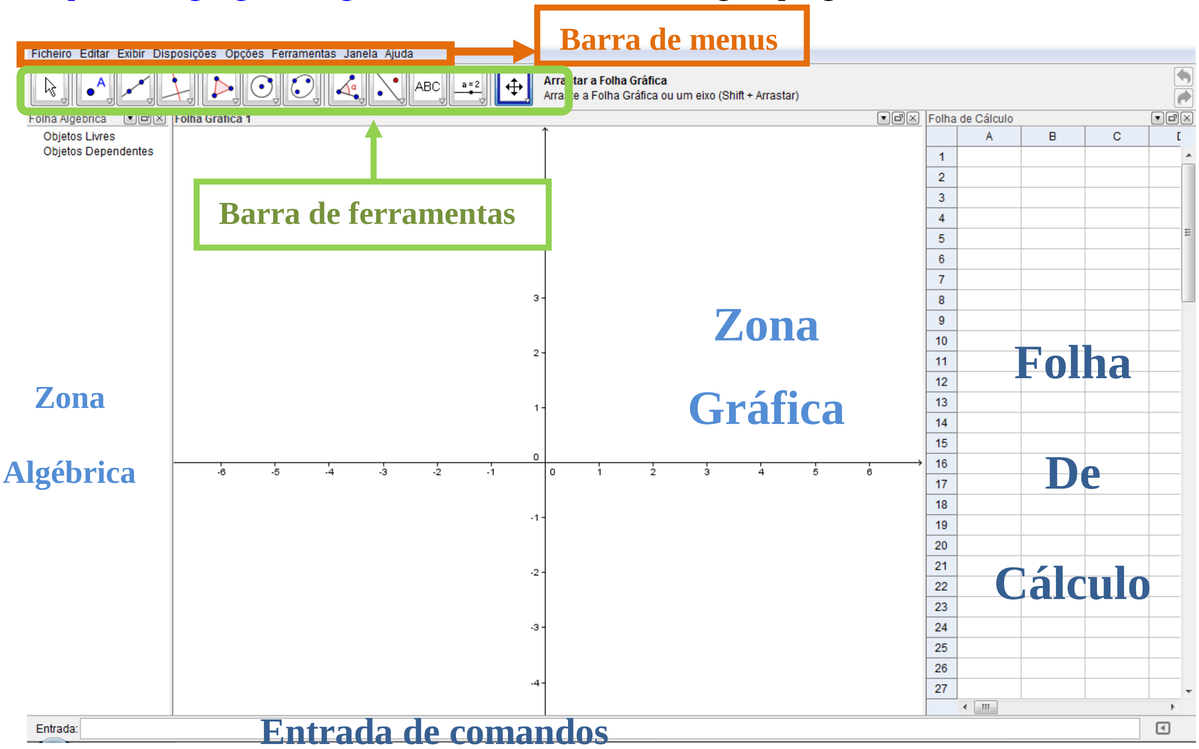
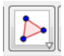


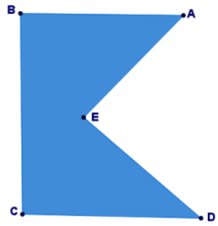
Figura 1: Janela do GeoGebra

Vais investigar as propriedades das isometrias!

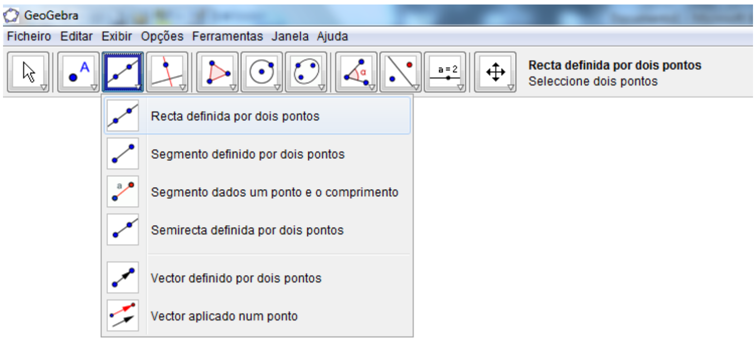
➢ Abre o software GeoGebra.

1) Reflexão

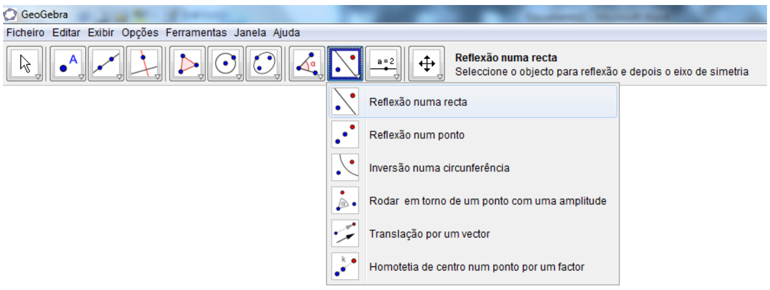
Passo 1: Seleciona  e desenha o seguinte polígono.



Passo 2: Cria uma reta, definida por dois pontos.



Passo 3: Utilizando a ferramenta "Reflexão numa reta" cria a imagem da figura por reflexão cujo de eixo de simetria é a reta que criaste na alínea anterior.



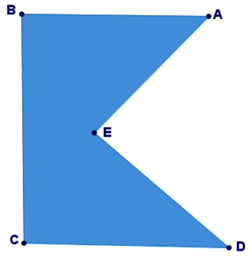
Manipula a tua construção (move os pontos da figura original).

O que observas no transformado da figura? Tem em conta os ângulos (amplitude e orientação), os segmentos (direção e comprimento) e o que achares importante.

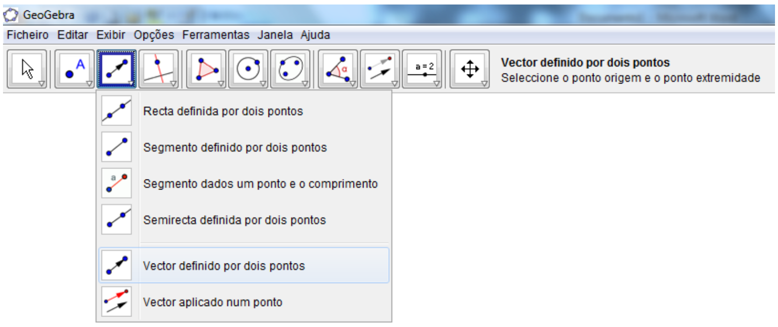
➢ Abre uma nova janela para construíres outra transformação geométrica.

2) Translação

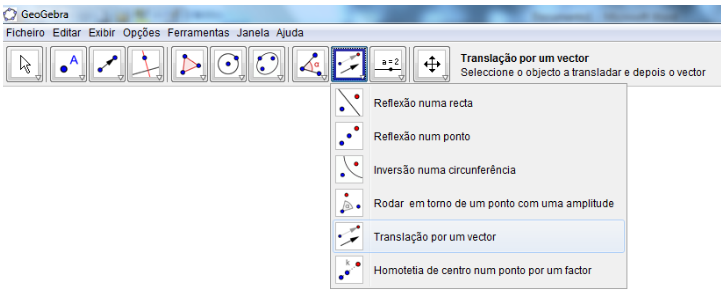
Passo 1: Desenha o seguinte polígono.



Passo 2: Cria um vetor definido por dois pontos.



Passo 3: Utilizando a ferramenta "Translação por um vetor" cria a imagem da figura na translação associada ao vetor que criaste.



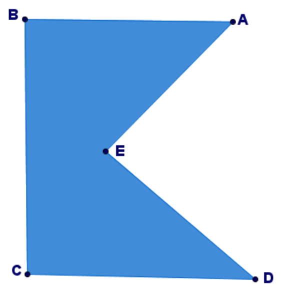
Manipula a tua construção (move os pontos da figura original).

O que observas no transformado da figura? Tem em conta os ângulos (amplitude e orientação), os segmentos (direção e comprimento) e o que achares importante. Altera a direção e o comprimento do vetor e observa o que acontece.

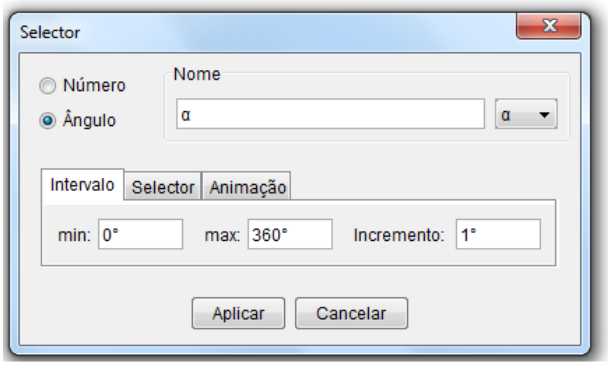
➢ Abre uma nova janela para construíres outra transformação geométrica.

3) Rotações

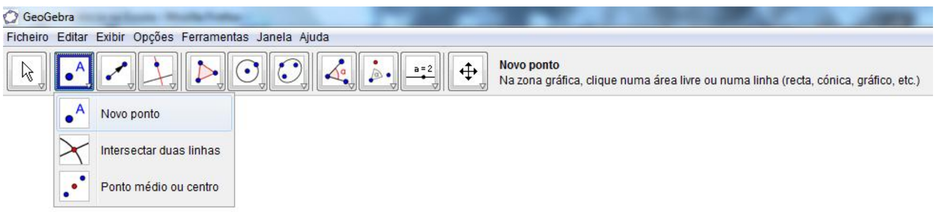
Passo 1: Desenha o seguinte polígono.



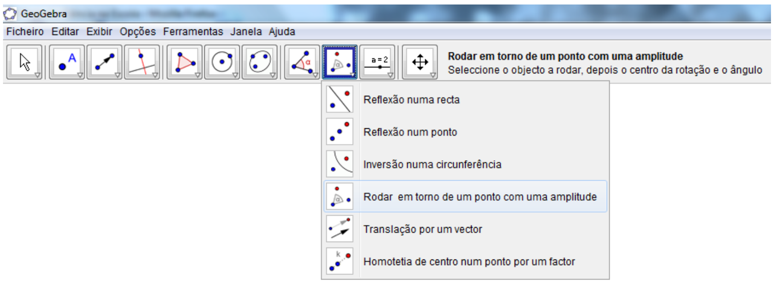
Passo 2: Define um seletor α, que ao movê-lo, permita realizar várias rotações do polígono. Para tal, utiliza a ferramenta "seletor" e depois clica na zona gráfica e preenche a caixa de diálogo que se segue.



Passo 3: Cria um ponto O.

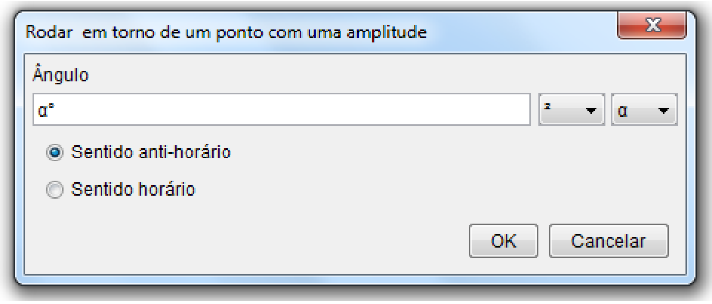


Passo 4: Utilizando a ferramenta “Rodar em torno de um ponto com uma amplitude ” cria a imagem da figura na rotação de centro O (ponto que criaste) e o ângulo α.



Para tal, seleciona nesta ordem:

1º. O polígono;
2º. O ponto O;
3º. Indica o ângulo α, preenchendo a janela que aparece, como mostra a figura abaixo.



Manipula a tua construção (move os pontos da figura original).

O que observas no transformado da figura? Tem em conta os ângulos (amplitude e orientação), os segmentos (direção e comprimento) e o que achares importante. Move o *seletor* α e altera a posição do ponto O, centro de rotação. Observa o que acontece.

4. Elabora um pequeno texto que descreva as propriedades comuns das transformações geométricas que estudaste nas situações anteriores. Refere ainda quais as características (se houver) que são particulares de cada transformação.

Bom trabalho!

As professoras: Fernanda Santos, Letícia Gonçalves e Merícia Gouveia.

Anexo IV

Escola Básica do 2º e 3º Ciclos da Torre

Câmara de Lobos, 03 de outubro de 2011

Exma. Sra. Presidente do Conselho Executivo, Prof. Zulay Freitas

No âmbito do Mestrado em Ensino da Matemática da Universidade da Madeira, o grupo de estágio está a desenvolver um estudo sobre a utilização de materiais manipuláveis, como mediadores na aprendizagem da Matemática e a utilização do software Geogebra no processo ensino/aprendizagem da Matemática. Esta investigação visa encontrar e aprofundar métodos que incentivem a aprendizagem de cada aluno, relativamente à disciplina de Matemática.

Para este efeito, precisamos de observar e recolher dados sobre o trabalho dos alunos nas aulas de Matemática, especialmente preparadas neste sentido. A recolha de dados consistirá na observação e gravação em vídeo e áudio das aulas da turma C do 8º ano e da turma do Curso de Educação e Formação C.T.B.

Como tal, solicitamos a sua autorização para proceder à recolha de dados atrás descrita, comprometendo-nos desde já a garantir o anonimato dos alunos e a confidencialidade dos dados obtidos, que apenas serão usados no âmbito da investigação. Agradecendo a colaboração de V. Ex.ª, solicitamos que assine a declaração seguinte, devendo depois destacá-la e devolvê-la.

Com os melhores cumprimentos,
Grupo de estágio

______________________	A Presidente do Conselho Executivo
______________________	______________________________
(Fernanda Santos e Letícia Gonçalves)	(Prof. Zulay Freitas)

Anexo V

Escola Básica do 2º e 3º Ciclos da Torre

Câmara de Lobos, 06 de outubro de 2011.

Exmo. (a). Sr.(a). Encarregado de Educação

No âmbito do Mestrado em Ensino da Matemática da Universidade da Madeira, o grupo de estágio está a desenvolver um estudo sobre a utilização de materiais manipuláveis, como mediadores na aprendizagem da Matemática e a utilização do software Geogebra no processo ensino/aprendizagem da Matemática. Esta investigação visa encontrar e aprofundar métodos que incentivem a aprendizagem de cada aluno, relativamente à disciplina de Matemática.

Para este efeito, precisamos de observar e recolher dados sobre o trabalho dos alunos nas aulas de Matemática, especialmente preparadas neste sentido. A recolha de dados consistirá na observação e gravação em vídeo e áudio das aulas da turma ______.

Como tal, solicitamos a sua autorização para proceder à recolha de dados atrás descrita, comprometendo-nos desde já a garantir o anonimato dos alunos e a confidencialidade dos dados obtidos, que apenas serão usados no âmbito da investigação. Agradecendo a colaboração de V. Ex.ª, solicitamos que assine a declaração seguinte, devendo depois destacá-la e devolvê-la.

Com os melhores cumprimentos,

Grupo de estágio　　　　　　　　A Presidente do Conselho Executivo

_____________________　　　　_________________________________

____

(Fernanda Santos e Letícia Gonçalves)　　　　(Prof. Zulay Freitas)

Declaro que autorizo o(a) meu (minha) educando(a)______________________________,

nº ______turma:______________, a participar na recolha de dados conduzida pelas professoras estagiárias de Matemática, no âmbito do seu Relatório Final de Mestrado em Ensino da Matemática.

Data:_________________________Assinatura:___________________________________