

DM

# Vibrações em Escadas Metálicas Induzidas por Peões

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

**Pedro Miguel Gonçalves Andrade**

MESTRADO EM ENGENHARIA CIVIL



UNIVERSIDADE da MADEIRA

*A Nossa Universidade*

[www.uma.pt](http://www.uma.pt)

setembro | 2016

# Vibrações em Escadas Metálicas Induzidas por Peões

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

**Pedro Miguel Gonçalves Andrade**

MESTRADO EM ENGENHARIA CIVIL

ORIENTADOR

José Manuel Martins Neto dos Santos

CO-ORIENTADORA

Patrícia Carlota Costa Escórcio



UNIVERSIDADE da MADEIRA

Faculdade de Ciências Exatas e da Engenharia

# **Vibrações em escadas metálicas induzidas por peões**

Dissertação submetida para a obtenção do grau de

**Mestre em Engenharia Civil**

**Pedro Miguel Gonçalves Andrade**

Orientador

*José Manuel Martins Neto dos Santos*

*(Universidade da Madeira)*

Co-orientadora

*Patrícia Carlota Costa Escórcio*

*(Universidade da Madeira)*

Setembro 2016

Título: Vibrações em escadas metálicas induzidas por peões

Palavras-chave: Vibrações em Serviço, Resposta Impulsiva, Resposta em Ressonância, Carregamento Humano, Vibrações Locais, Vibrações Globais

Keywords: Vibration Serviceability, Impulsive Response, Resonant Response, Human Loading, Local Vibrations, Global Vibrations

Autor: PEDRO ANDRADE

FCEE – Faculdade de Ciências Exatas e da Engenharia

Campus Universitário da Penteada

9020 - 105 Funchal – Portugal, s/n

Telefone + 351 291 705 230

Correio eletrónico: [gabinetedareitoria@uma.pt](mailto:gabinetedareitoria@uma.pt)

Funchal, Madeira, Portugal

## RESUMO

Nos últimos anos tem vindo a tornar-se cada vez mais corrente na arquitetura moderna conceber escadas metálicas leves e esbeltas. Isto muitas vezes resulta em escadas metálicas flexíveis que quando expostas aos vários tipos de locomoção humana (andar, correr, saltar, etc...) tendem a dar origem a vibrações elevadas, que são indesejáveis. Escadas metálicas sujeitas a vibrações significativas frequentemente provocam nos indivíduos que a presenciam um sentimento de desconforto e a sensação de que a estrutura não se encontra em segurança. O dimensionamento de escadas metálicas, arrojadas do ponto vista arquitetónico, a cargas estáticas é relativamente trivial, contudo projetar este tipo de estruturas de modo a garantir que as vibrações induzidas pelos peões não sejam significativas é normalmente um desafio e uma tarefa complexa. Embora a tendência em construir-se escadas metálicas cada vez mais leves e esbeltas esteja a aumentar, pouca é a informação encontrada nos diversos regulamentos e na bibliografia diretamente direcionada para evitar a projeção de escadas suscetíveis a vibrações elevadas. Com a escassez de orientação relativa à análise dinâmica de escadas, os projetistas tendem a confiar no conhecimento adquirido para pavimentos (superfícies planas) e pontes pedonais, todavia tal conhecimento não deve ser aplicado com segurança diretamente em escadas. Tendo em conta o que foi referido anteriormente, nesta dissertação pretende-se melhor compreender o fenómeno associado às vibrações de escadas metálicas induzidas por peões com o objetivo de proporcionar aos projetistas ferramentas que possam ser utilizadas em fase de projeto de modo a evitar que no futuro estas sejam construídas com um comportamento dinâmico deficiente. Para melhor compreender este fenómeno, no âmbito desta dissertação foram analisadas duas escadas metálicas cujo nível de vibração era alvo de comentários adversos por parte dos seus ocupantes. Foi realizada uma bateria de ensaios experimentais em ambas as escadas metálicas com o intuito de medir as vibrações provocadas por um peão isolado e por um grupo de peões. Após a realização dos ensaios experimentais foram calculadas as vibrações numéricas através dos diversos métodos encontrados na bibliografia. A determinação numérica das vibrações teve como finalidade averiguar se os vários métodos existentes conseguem prever de uma forma adequada o nível de vibração a que uma determinada escada estará sujeita. Por último as vibrações experimentais foram comparadas com os níveis de vibração aceitáveis propostos pelos diversos regulamentos.

Através da elaboração da presente dissertação verificou-se, em traços gerais, que as duas escadas metálicas analisadas possuem vibrações significativas e consideravelmente superiores aos limites aceitáveis propostos pelos diversos regulamentos e que alguns dos métodos numéricos existentes têm tendência para prever vibrações sobrestimadas. Para colmatar estas lacunas são propostas algumas modificações à maneira como os métodos numéricos devem ser aplicados, uma expressão para ser utilizada no pré-dimensionamento de degraus é apresentada e são sugeridas medidas para reforçar ambas as escadas metálicas estudadas com o intuito de reduzir as vibrações.



## **ABSTRACT**

In recent years it has become increasingly popular in modern architecture to design monumental, lightweight and slender steel staircases. This often results in flexible staircases that when exposed/subject to the various kinds of human locomotion (walking, running, jumping, etc...) tend to originate high vibrations, which are undesirable. Steel staircases subject to significant vibrations often cause a feeling of discomfort in the individuals who experience it and the sensation that the structure is not safe. The dimensioning of bold steel staircases from the architectural point of view to static loads is relatively trivial, however designing this type of structures to ensure that the human induced vibrations aren't significant, normally is a challenging task. Although the trend in building up lighter and slender steel staircases is increasing, little is the information found on the several regulations and in the bibliography directly directed to avoid the projection of stairs susceptible to high vibrations. With the lack of guidance regarding the dynamic analysis of stairs, designers tend to rely on the experience gained with floors (flat surfaces) and footbridges, however this knowledge cannot safely be applied directly to stairs.

Taking into account what was referred before, this dissertation intends to better understand the phenomenon associated with human induced vibrations with the aim of providing designers tools that can be used on the designing phase so in the future the building of steel staircases with a poor dynamic behavior can be avoided. In order to better understand this phenomenon, in the scope of this dissertation two steel staircases whose level of vibration was object of adverse comments on the part of its occupants were analyzed. A battery of experimental tests was carried out on both steel staircases with the intention of measuring the vibrations caused by an isolated pawn and a group of pedestrians. After the realization of the experimental tests, the vibrations were also calculated numerically through the several methods found in the bibliography. The numerical determination of the vibrations had as a goal to check if the different existing methods can be used successfully to predict the level of vibration that a given staircase will be subject. At last the experimental vibrations were compared with the acceptable levels of vibration proposed by the various regulations.

Trough the elaboration of the present dissertation it was verified, in general traces, that the two steel staircases analyzed have considerably higher vibrations levels than the acceptable limits proposed by the various regulations and some of the existing numerical methods have the tendency to predict overestimated vibrations. To fill these gaps, some modifications are proposed to the way numerical methods should be applied, an mathematical expression to be used on the pre-dimensioning of the stairs steps is presented and some measures are suggested to reinforce both staircases studied, in order to reduce the vibrations.



## ÍNDICE

Resumo .....	v
Abstract.....	vii
Índice .....	ix
Índice de Figuras .....	xv
Índice de Tabelas .....	xxix
Lista de Acrónimos e Simbologia.....	xxxiii
Agradecimentos .....	xxxv
<b>1 INTRODUÇÃO.....</b>	<b>1</b>
1.1 Enquadramento Geral e Motivação .....	1
1.2 Objetivos.....	3
1.3 Estrutura da Dissertação .....	3
<b>2 CARACTERIZAÇÃO DAS VIBRAÇÕES EM ESCADAS METÁLICAS.....</b>	<b>5</b>
2.1 Comportamento dinâmico .....	5
2.1.1 Vibrações .....	5
2.1.2 Resposta.....	8
2.2 Conceitos básicos e terminologia utilizada nas análises da ação pedonal.....	9
2.2.1 Locomoção humana .....	9
2.2.2 Parâmetros caracterizadores da locomoção humana.....	10
2.3 Modelação da ação Humana em escadas.....	11
2.3.1 Plataformas de força .....	11
2.3.2 Série de Fourier.....	14
2.4 Análise e quantificação numérica das vibrações em escadas metálicas .....	19
2.4.1 Pavimentos de baixa e alta frequência.....	19
2.4.2 Resposta provocada por peões isolados.....	20
2.4.3 Resposta provocada por um grupo de peões.....	24
2.5 Regulamentos .....	26
2.5.1 Caracterização da ação dinâmica em escadas com base nos regulamentos .....	26
2.5.2 Conforto Humano .....	27
2.5.3 Limites de aceitação propostos para escadas presentes nos diversos regulamentos... ..	28
<b>3 CASO DE ESTUDO DA ESCADA METÁLICA DA S.R.A.S (VIBRAÇÕES GLOBAIS).....</b>	<b>31</b>
3.1 Descrição da escada metálica da S.R.A.S.....	31
3.1.1 Geometria e Materiais.....	31
3.1.2 Propriedades dinâmicas.....	33
3.2 Programa Experimental .....	35

3.2.1	Peões isolados .....	35
3.2.2	Grupo de peões.....	37
3.3	Resultados Experimentais.....	38
3.3.1	Peões isolados .....	38
3.3.2	Grupo de peões.....	39
3.3.3	Fatores de amplificação entre os resultados individuais e os resultados de grupo.....	39
3.4	Modelo numérico.....	40
3.4.1	Descrição do modelo.....	40
3.4.2	Propriedades dinâmicas.....	41
3.4.3	Seleção do método de análise.....	42
3.5	Análises numéricas realizadas para um peão isolado .....	43
3.5.1	Funções de carga provenientes de ensaios em plataformas de força.....	43
3.5.2	Funções de carga em termos de uma série de Fourier.....	45
3.5.3	Previsão de acelerações através de uma análise <i>Steady State</i> .....	47
3.6	Resultados numéricos obtidos para um peão isolado.....	49
3.6.1	Funções de carga EPF.....	49
3.6.2	Funções de carga FS.....	50
3.6.3	Análise <i>Steady State</i> .....	51
3.7	Comparação dos resultados experimentais com os resultados numéricos e com os limites regulamentares propostos para um peão isolado.....	52
3.7.1	Subida.....	52
3.7.2	Descida.....	54
3.8	Análises numéricas realizadas e resultados obtidos para um grupo de peões.....	56
3.9	Conclusões finais a reter sobre os diversos métodos numéricos na previsão das acelerações e sugestões para a fase de projeto .....	56
3.9.1	Peão isolado .....	56
3.9.2	Grupo de peões.....	59
3.10	Propostas de melhoria da escada metálica da SRAS .....	59
3.11	Considerações finais escada metálica SRAS .....	62
<b>4</b>	<b>CASO DE ESTUDO DA ESCADA METÁLICA DO MADEIRA TECNOPOLO (VIBRAÇÕES LOCAIS).....</b>	<b>65</b>
4.1	Descrição da escada metálica madeira tecnopolo.....	65
4.1.1	Geometria.....	65
4.1.2	Propriedades dinâmicas.....	67
4.2	Programa experimental .....	69
4.2.1	Peões isolados .....	69
4.2.2	Grupo de peões (1+1+1+1) .....	70
4.2.3	Grupo de peões (2+2).....	70

4.3	Resultados experimentais .....	71
4.3.1	Peões isolados .....	71
4.3.2	Grupo de peões .....	73
4.3.3	Fatores de amplificação entre os resultados individuais e os resultados de grupo.....	73
4.4	Modelo numérico Local.....	76
4.4.1	Descrição .....	76
4.4.2	Propriedades dinâmicas.....	77
4.5	Análises numéricas realizadas para um peão isolado .....	77
4.5.1	Funções de carga EPF.....	78
4.5.2	Funções de carga FS .....	79
4.5.3	Impulso Efetivo.....	80
4.6	Resultados numéricos obtidos para um peão isolado .....	81
4.6.1	Funções de carga EPF.....	81
4.6.2	Funções de carga FS .....	82
4.6.3	Impulso Efetivo.....	83
4.7	Comparação dos resultados experimentais com os resultados numéricos e com os limites regulamentares admissíveis para um peão isolado .....	84
4.7.1	Subida .....	85
4.7.2	Descida.....	87
4.8	Análises numéricas realizadas e resultados obtidos para um grupo de peões .....	89
4.9	Propostas de melhoria da escada metálica do Madeira Tecnopolo.....	89
4.10	Considerações finais escada metálica Madeira Tecnopolo.....	92
<b>5</b>	<b>PRÉ-DIMENSIONAMENTO DE DEGRAUS EM ESCADAS METÁLICAS COM TENDÊNCIA PARA VIBRAÇÕES LOCAIS .....</b>	<b>95</b>
5.1	Enquadramento .....	95
5.2	pré-dimensionamento dos degraus .....	96
5.2.1	Análises numéricas SAP2000 .....	96
5.2.2	Integral <i>Duhamel</i> .....	98
5.3	Comparação das duas expressões de pré-dimensionamento.....	101
5.4	Considerações a ter no pré-dimensionamento dos degraus .....	102
5.5	Aplicação da equação de pré-dimensionamento em fase de projeto .....	104
<b>6</b>	<b>CONCLUSÕES E PERSPETIVAS FUTURAS.....</b>	<b>107</b>
6.1	Conclusões.....	107
6.2	Perspetivas Futuras .....	109
	<b>REFERÊNCIAS .....</b>	<b>111</b>
<b>A</b>	<b>CARACTERIZAÇÃO DAS VIBRAÇÕES EM ESCADAS METÁLICAS.....</b>	<b>115</b>

A.1	Tipos de excitação .....	115
A.2	Ciclo de marcha .....	116
A.3	Modelação da ação humana.....	118
A.3.1	Superfícies horizontais (pavimentos e pontes pedonais).....	118
A.3.2	Escadas.....	120
A.4	Compilação das forças dinâmicas máximas obtidas por vários autores em escadas... ..	122
A.5	Série de Fourier.....	122
A.5.1	Análise de Fourier .....	122
A.5.2	Harmónicos .....	124
A.6	Programa experimental realizado pela autora Liga Gaile.....	127
A.7	Limite entre pavimentos de baixa frequência (LFF) e Pavimentos de alta frequência (HFF) .....	128
A.8	Exemplo de aplicação análise <i>Steady State</i> .....	130
A.9	Impulso Efetivo .....	131
A.10	Resposta provocada por um grupo de peões .....	131
A.11	Revisão bibliográfica de análises dinâmicas realizadas em escadas .....	135
A.12	Sistema de coordenadas basicêntricos .....	142
A.13	Limites de aceitação propostos para pontes pedonais e pavimentos presentes nos diversos regulamentos.....	143
<b>B</b>	<b>CASO DE ESTUDO DA ESCADA METÁLICA DA S.R.A.S (VIBRAÇÕES GLOBAIS) .....</b>	<b>145</b>
B.1	Descrição da escada metálica da S.R.A.S.....	145
B.1.1	Pormenores Construtivos .....	145
B.1.2	Coefficiente de amortecimento.....	147
B.2	Acelerações r.m.s experimentais (peão isolado).....	148
B.3	Resultados experimentais relativos a um grupo de peões.....	148
B.4	Modelo numérico.....	150
B.4.1	Descrição do modelo.....	150
B.4.2	Seleção do método de análise.....	152
B.4.3	Número de modos .....	156
B.5	Análises numéricas realizadas para um peão isolado .....	159
B.5.1	Funções de carga EPF .....	159
B.5.2	Funções de carga FS.....	162
B.6	Resultados numéricos obtidos para um peão isolado.....	165
B.6.1	Funções de carga EPF .....	165
B.6.2	Funções de carga FS.....	166
B.7	Comparação dos resultados experimentais com os resultados numéricos e com os limites regulamentares propostos para um peão isolado.....	168
B.7.1	Subida.....	169
B.7.2	Descida.....	171

B.8	Análises numéricas realizadas para um grupo de peões .....	174
B.8.1	Funções de carga EPF.....	174
B.8.2	Funções de carga FS .....	176
B.9	Resultados numéricos obtidos para um grupo de peões .....	177
B.9.1	Funções de carga EPF.....	177
B.9.2	Funções de carga FS .....	179
B.9.3	Análise Steady State .....	180
B.10	Comparação dos resultados experimentais com os resultados numéricos e com limites regulamentares propostos para um grupo de peões.....	180
B.10.1	Subida .....	181
B.10.2	Descida .....	183
B.11	Conclusões finais a reter sobre os diversos métodos numéricos na previsão das acelerações e sugestões para a fase de projeto.....	187
B.11.1	Peão isolado .....	187
B.11.2	Grupo de peões .....	191
B.12	Propostas de melhoria da escada metálica da SRAS.....	193
<b>C</b>	<b>CASO DE ESTUDO DA ESCADA METÁLICA MADEIRA TECNOPOLO (VIBRAÇÕES LOCAIS)</b> .....	<b>197</b>
C.1	Descrição da escada metálica do Madeira Tecnopolo .....	197
C.1.1	Pormenores construtivos .....	197
C.1.2	Propriedades dinâmicas (modos de vibração globais) .....	198
C.2	Acelerações r.m.s experimentais (peão isolado).....	200
C.3	Resultados experimentais relativos a um grupo de peões.....	201
C.3.1	Grupo de peões (1+1+1+1) .....	201
C.3.2	Grupo de peões (2+2).....	202
C.4	Fatores de amplificação entre os resultados individuais e os resultados de grupo (acelerações r.m.s).....	204
C.5	Modelo numérico global da escada do Madeira Tecnopolo .....	206
C.5.1	Descrição .....	206
C.5.2	Propriedades dinâmicas.....	207
C.6	Resultados numéricos obtidos para um peão isolado .....	208
C.6.1	Funções de carga EPF.....	208
C.6.2	Funções de carga FS .....	209
C.6.3	Impulso Efetivo.....	210
C.7	Comparação dos resultados experimentais com os resultados numéricos e com os limites regulamentares admissíveis para um peão isolado .....	211
C.7.1	Subida .....	211
C.7.2	Descida.....	215
C.8	Análises numéricas realizadas para um grupo de peões .....	219

C.9 Resultados numéricos obtidos para um grupo de peões .....	220
C.10 Comparação dos resultados experimentais com os resultados numéricos e com os limites regulamentares admissíveis para um grupo de peões .....	221
C.10.1 Grupo de peões (1+1+1+1) .....	221
C.10.2 Grupo de peões (2+2).....	225
C.11 Propostas de melhoria da escada metálica do Madeira Tecnopolo .....	228
<b>D EXEMPLOS DE ESCADAS METÁLICAS .....</b>	<b>233</b>

## ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 2.1 – Queda da ponte Tacoma Narrows, 1940, (Washington, Estados Unidos).....	6
Figura 2.2 – Queda da bancada temporária no Estádio Armand Cesari, 1992, (Córsega, França).....	6
Figura 2.3 – Modelo de um sistema de um grau de liberdade, adaptado do SCI P354 [7].....	7
Figura 2.4 – Comprimento de passada e de um passo, adaptado de V. Racic et al. [12].....	10
Figura 2.5 – Componentes ortogonais das forças $F_x$ , $F_y$ e $F_z$ na plataforma de força [13] .....	12
Figura 2.6 – a) Subida de escadas.....	14
Figura 2.7 – b) Descida de escadas.....	14
Figura 2.8 – Resultados do primeiro harmónico obtidos por Kerr e Bishop [2] para a subida.....	16
Figura 2.9 – Resultados do segundo harmónico obtidos por Kerr e Bishop [2] para a subida .....	16
Figura 2.10 – Valores das amplitudes dos harmónicos obtidos através de uma FFT, por Kerr e Bishop [2], para uma subida típica a 2,0Hz.....	17
Figura 2.11 – Resposta em ressonância de um pavimento com uma frequência fundamental baixa, adaptado de Brownjohn et al. [20].....	19
Figura 2.12 – Resposta impulsiva de um pavimento com uma frequência fundamental alta, adaptado de Brownjohn et al. [20].....	19
Figura 2.13 – Exemplo de uma FFR obtida através de uma análise Steady State [23].....	21
Figura 2.14 – Função densidade de probabilidade vs fatores de amplificação [3] .....	25
Figura 2.15 – Curvas base das acelerações nas direções z, x e y presentes nos regulamentos SCI P354 [7], BS 6472 [9], ISO 10137 [10] e AISC 11 [11] .....	28
Figura 3.1 – Desenho de projeto da escada completa.....	32
Figura 3.2 – Vista superior referente a um dos lanços de escadas.....	32
Figura 3.3 – Equipamento utilizado e posição dos acelerómetros para a determinação dos modos globais da escada .....	33
Figura 3.4 – Espectro de Potência Normalizado (ANPSD) com as frequências dos modos de vibração .....	34
Figura 3.5 – Caracterização do primeiro modo de vibração (13,9Hz, $\xi = 1,18\%$ ) .....	35
Figura 3.6 – Caracterização do segundo modo de vibração (14,5Hz, $\xi = 0,66\%$ ).....	35
Figura 3.7 – Localização dos acelerómetros no lanço de escadas .....	37
Figura 3.8 – Disposição dos acelerómetros no centro do degrau.....	37
Figura 3.9 – Acelerações experimentais para uma subida a 1,90Hz.....	38

Figura 3.10 – Acelerações experimentais para uma subida a 4,0Hz.....	38
Figura 3.11 – Acelerações experimentais para uma descida a 2,60Hz .....	38
Figura 3.12 – Acelerações experimentais para uma descida a 3,50Hz .....	38
Figura 3.13 – Fatores de amplificação entre as medições individuais e as de grupo.....	40
Figura 3.14 – Modelo numérico escada da SRAS, SAP2000 .....	41
Figura 3.15 – Modelo numérico escada da SRAS, SAP2000 .....	41
Figura 3.16 – Modo de vibração 1 (13,9Hz).....	42
Figura 3.17 – Modo de vibração 2 (14,9Hz).....	42
Figura 3.18 – Função de carga EPF Dimensionamento 1,90Hz, Davis .....	44
Figura 3.19 – Função de carga EPF subida a 3,80Hz, Kerr .....	44
Figura 3.20 – Função de carga EPF descida a 2,60Hz, González.....	44
Figura 3.21 – Função de carga EPF descida a 3,5Hz, Kerr .....	44
Figura 3.22 – Função de carga FS subida a 1,90Hz, Kerr .....	47
Figura 3.23 – Função de carga FS subida a 3,80Hz, SCI.....	47
Figura 3.24 – Função de carga FS descida a 2,60Hz, Liga Gaile .....	47
Figura 3.25 – Função de carga FS descida a 3,50Hz, Kerr .....	47
Figura 3.26 – Magnitude de aceleração análise <i>Steady State</i> .....	48
Figura 3.27 – Acelerações numéricas para uma subida a 1,90Hz determinadas através da função de carga EPF González .....	49
Figura 3.28 – Acelerações numéricas para uma descida a 3,5Hz determinadas através da função de carga EPF Kerr .....	49
Figura 3.29 – Acelerações numéricas determinadas por uma função de carga FS definida pelos harmónicos obtidos pela Tabela 2.2 para uma subida a 1,90Hz.....	50
Figura 3.30 – Acelerações numéricas determinadas por uma função de carga FS definida pelos harmónicos obtidos por Kerr [4] para uma descida a 3,5Hz .....	50
Figura 3.31 – Comparação das acelerações de pico experimentais e numéricas, para a subida, com os limites permitidos propostos pelos regulamentos SCI P354 [7] e AISC 11 [11] e por Davis et al. [23].....	53
Figura 3.32 – Comparação das acelerações de pico experimentais e numéricas, para a descida, com os limites permitidos propostos pelos regulamentos SCI P354 [7] e AISC 11 [11] e por Davis et al. [23].....	54
Figura 3.33 – Modelo numérico da escada da SRAS com a primeira medida de reforço .....	60
Figura 3.34 – Modelo numérico da escada da SRAS com a segunda medida de reforço.....	60

Figura 3.35 – Modelo numérico da escada da SRAS com a terceira medida de reforço.....	60
Figura 3.36 – Modelo numérico da escada da SRAS com a quarta medida de reforço.....	60
Figura 3.37 – Modelo numérico da escada SRAS com a quinta medida de reforço.....	61
Figura 3.38 – Modelo numérico da escada da SRAS com a sexta medida de reforço.....	61
Figura 4.1 – Escadas metálicas Madeira Tecnopolo.....	66
Figura 4.2 – Altura e largura dos degraus das escadas do Madeira Tecnopolo (mm) .....	67
Figura 4.3 – Comprimento dos degraus das escadas do Madeira Tecnopolo (mm) .....	67
Figura 4.4 – Posição dos dois acelerómetros no degrau da escada do Madeira Tecnopolo, num dos ensaios realizados para a determinação dos modos de vibração locais .....	68
Figura 4.5 – Espectro de Potência Normalizado (ANPSD) com as frequências dos modos de vibração locais .....	68
Figura 4.6 – Deformada modal do primeiro modo de vibração local (24Hz).....	69
Figura 4.7 – Deformada modal do segundo modo de vibração local (45,6Hz) .....	69
Figura 4.8 – Acelerações experimentais para uma subida a 2,0Hz.....	71
Figura 4.9 – Acelerações experimentais para uma subida a 3,0Hz.....	71
Figura 4.10 – Acelerações experimentais para uma descida a 2,20 Hz .....	72
Figura 4.11 – Acelerações experimentais para uma descida a 3,30Hz .....	72
Figura 4.12 – Fatores de amplificação entre as medições individuais e as de grupo (1+1+1+1) para as acelerações de pico .....	74
Figura 4.13 – Fatores de amplificação entre as medições individuais e as de grupo (2+2) para as acelerações de pico .....	75
Figura 4.14 – Modelo numérico do degrau da escada do Madeira Tecnopolo .....	76
Figura 4.15 – Ligação entre os degraus e as longarinas simulada através de apoios simples.....	76
Figura 4.16 – Deformada numérica do primeiro modo de vibração (24,1Hz).....	77
Figura 4.17 – Deformada numérica do segundo modo de vibração (42,6Hz) .....	77
Figura 4.18 – Função de carga EPF subida a 2,0Hz, González .....	79
Figura 4.19 – Função de carga EPF subida a 3,0Hz, González .....	79
Figura 4.20 – Função de carga EPF descida a 2,20Hz, Kerr .....	79
Figura 4.21 – Função de carga EPF descida a 3,30Hz, Kerr .....	79
Figura 4.22 – Função de carga FS subida a 2,0Hz, Liga Gaile.....	80

Figura 4.23 – Função de carga FS subida a 3,0Hz, Kerr .....	80
Figura 4.24 – Função de carga FS descida a 2,20Hz, Kerr.....	80
Figura 4.25 – Função de carga FS descida a 3,30Hz, SCI.....	80
Figura 4.26 – Acelerações numéricas obtidas para uma subida a 2,0Hz determinadas através da função de carga EPF González.....	82
Figura 4.27 – Acelerações numéricas obtidas para uma descida a 3,30Hz determinadas através da função de carga EPF Kerr.....	82
Figura 4.28 – Acelerações numéricas obtidas para uma descida a 2,20Hz determinadas através de uma função de carga FS definida com os harmónicos obtidos por Kerr [1] e com um ângulo de fase igual a $-\pi/2$ .....	83
Figura 4.29 – Acelerações numéricas obtidas para uma subida a 3,0Hz determinadas com uma função de carga FS definida com os harmónicos dados pela Tabela 2.2 (Capítulo 2) .....	83
Figura 4.30 – Acelerações numéricas obtidas pelo Impulso Efetivo para uma frequência de passada de 2,20Hz .....	84
Figura 4.31 – Acelerações numéricas obtidas pelo Impulso Efetivo para uma frequência de passada de 3,30Hz .....	84
Figura 4.32 – Comparação das acelerações de pico experimentais com as numéricas e com os limites regulamentares para a subida da escada.....	85
Figura 4.33 – Comparação das acelerações de pico experimentais com as numéricas e com os limites regulamentares para a descida da escada .....	87
Figura 4.34 – Modelo numérico do degrau da escada do Madeira Tecnopolo com a primeira medida de reforço.....	90
Figura 4.35 – Modelo numérico do degrau da escada do Madeira Tecnopolo com a segunda medida de reforço .....	90
Figura 4.36 – Modelos numéricos dos degraus da escada do Madeira Tecnopolo com a terceira medida de reforço.....	90
Figura 4.37 – Modelos numéricos dos degraus da escada do Madeira Tecnopolo com a quarta medida de reforço.....	90
Figura 4.38 – Modelos numéricos dos degraus da escada do Madeira Tecnopolo com a quinta medida de reforço.....	91
Figura 4.39 – Modelos numéricos dos degraus da escada do Madeira Tecnopolo com a sexta medida de reforço.....	91
Figura 4.40 – Modelo numérico do degrau da escada do Madeira Tecnopolo com a sétima medida de reforço .....	91

Figura 4.41 – Modelo numérico do degrau da escada do Madeira Tecnopolo com a sétima medida de reforço .....	91
Figura 5.1 – Superfície polinomial de 4º grau que melhor se ajusta ( $R^2$ de aproximadamente 0,90) às acelerações de pico obtidas para diferentes combinações de rigidez e massa generalizada .....	97
Figura 5.2 – Aproximação da linha de interceção, assinalada a verde, a uma recta .....	98
Figura 5.3 – Superfície definida pela Equação (6) .....	100
Figura 5.4 – Linha de interceção entre a superfície definida pela Equação (21) presente na Figura 5.3 e o plano $Z=3 \text{ m/s}^2$ .....	100
Figura 5.5 – Comparação entre as equações de pré-dimensionamento (1) e (7) .....	101
Figura 5.6 – Dimensões do degrau que seriam necessárias para cumprirem as condições de rigidez e massa generalizada impostas .....	102
Figura 5.7 – Áreas indicadas a verde e a vermelho delimitando as zonas em que a Equação (16) é válida. ....	103
Figura 5.8 – Inércias da secção do degrau necessárias para cumprir o ELU, o ELS-def e a Equação (25) para diversos comprimentos de vão.....	105
Figura A.1 – a) Carga harmónica; b) Carga periódica; c) Carga transitória; d) Carga impulsiva, adaptado de Bachmann e Ammann [14].....	116
Figura A.2 – Apoio do pé na Stance phase [1] .....	117
Figura A.3 – Descrição do Ciclo de marcha [12] .....	117
Figura A.4 – Planos seccionais de referência da posição anatómica, adaptado de V.Racic et al. [12].....	118
Figura A.5 – Funções de carga típicas para andamento normal nas direções vertical, lateral e longitudinal [8] .....	119
Figura A.6 – Descrição da função característica de um passo, adaptado de Kerr e Bishop [2].....	119
Figura A.7 – Função de carga contínua, obtida a partir da sobreposição de duas funções de carga correspondendo a dois passos consecutivos [8].....	120
Figura A.8 – Funções de carga, pé esquerdo e pé direito subida e descida de escadas [13].....	121
Figura A.9 – Esquema de uma análise de Fourier a partir de ensaios em plataformas de força.....	124
Figura A.10 – Resultados do primeiro harmónico obtidos por Kerr e Bishop [2] para a descida .....	125
Figura A.11 – Resultados do segundo harmónico obtidos por Kerr e Bishop [2] para a descida.....	125
Figura A.12 – Valores das amplitudes dos harmónicos obtidos através de uma FFT, por Kerr e Bishop [2], para uma descida típica a 4,3Hz .....	126

Figura A.13 – Resultados do primeiro harmónico obtidos por Kasperski et al. [13] (à esquerda para a descida e à direita para a subida das escadas).....	126
Figura A.14 – Resultados do segundo harmónico obtidos por Kasperski et al. [13] (à esquerda para a descida e à direita para a subida das escadas).....	127
Figura A.15 – Resultados do terceiro harmónico obtidos por Kasperski et al. [13] (à esquerda para a descida e à direita para a subida das escadas).....	127
Figura A.16 – Procedimento experimental dos ensaios realizados por Gaile [17] [18].....	128
Figura A.17 – Amplitudes dos harmónicos para um peão, com um peso de 870N, a caminhar com uma frequência de passada de 2,4Hz [20] .....	129
Figura A.18 – Gráfico de uma FRF obtida através de uma análise <i>Steady State</i> .....	130
Figura A.19 – Comparação das vibrações individuais com as de um grupo de pessoas [3].....	132
Figura A.20 – Comparação dos harmónicos obtidos antes (actual) e após (predicted) as simulações Monte Carlo para indivíduos com diferentes frequências de passada [4] .....	133
Figura A.21 – Função densidade de probabilidade vs fatores de amplificação para ângulos de fase a variar entre 0 e $2\pi$ [4].....	134
Figura A.22 – Função densidade de probabilidade vs fatores de amplificação para ângulos de fase a variar entre 0 e $\pi$ [4].....	134
Figura A.23 – Mecanismo da vibração lateral, oscilação do centro de gravidade [1] .....	135
Figura A.24 – Frequências transversais segundo o vão da ponte pedonal, adaptado de Caetano, 2014 [35] .....	135
Figura A.25 – Comparação dos resultados numéricos com os experimentais, obtidos por Bishop [3] para a escada 4.....	136
Figura A.26 – Escada metálica monumental curva analisada pela equipa de engenheiros da KJWW em que foram reportadas vibrações excessivas [36].....	139
Figura A.27 – Escada metálica característica presente na loja Louis Vuitton, edifício Crystals, Las Vegas, EUA [37] .....	141
Figura A.28 – Escada monumental exterior AGO, Canadá [38] .....	142
Figura A.29 – Escada monumental interior AGO, Canadá [38] .....	142
Figura A.30 – Direções de incidência das vibrações definidas no SCI P354 [7], BS 6472 [9] e ISO 2631-1 [27].....	142
Figura A.31 – Limites de aceleração para escritórios, pontes interiores e pontes exteriores propostos por AISC 11 [11].....	144

Figura B.1 – Pormenor construtivo da escada assinalado na Figura 3.1 (Subsecção 3.1.1) com um círculo (DET L) .....	145
Figura B.2 – Pormenor da ligação entre a viga HEB180 e os perfis tubulares da escada .....	146
Figura B.3 – Pormenor dos perfis metálicos tubulares que suportam o patamar.....	146
Figura B.4 – Pormenor da ligação entre o patamar e o pilar central.....	146
Figura B.5 – Corte C–C assinalado na Figura B.4 com a descrição e disposição dos parafusos utilizados na ligação entre o patamar e o pilar central .....	146
Figura B.6 – Vista inferior do pormenor da ligação entre o patamar e o pilar central (Corte C–C).....	147
Figura B.7 – Vista superior do pormenor da ligação entre o patamar e o pilar central (Corte C–C).....	147
Figura B.8 – Exemplo da determinação do coeficiente de amortecimento através do Método da Meia Potência, adaptado de Paz [40].....	147
Figura B.9 – Acelerações experimentais para uma subida de grupo a 2,0Hz.....	148
Figura B.10 – Acelerações experimentais para uma descida de grupo a 2,60Hz .....	149
Figura B.11 – Acelerações experimentais para uma descida de grupo a 3,50Hz .....	149
Figura B.12 – Pormenor lanço de escadas, à esquerda modelo real e à direita modelo numérico.....	150
Figura B.13 – Pormenor perfis tubulares na zona do patamar, à esquerda modelo real e à direita modelo numérico .....	150
Figura B.14 – Pormenor degrau, à esquerda modelo real e à direita modelo numérico .....	151
Figura B.15 – Apoio simples viga HEB180 .....	151
Figura B.16 – Apoios encastrados patamar intermédio .....	151
Figura B.17 – Desenho de projeto do varandim .....	152
Figura B.18 – Apoios impedido o deslocamento lateral do varandim.....	152
Figura B.19 – Função de carga em termos de Fourier aplicada a meio vão de uma viga bi-apoiada.....	153
Figura B.20 – Comparação das acelerações obtidas pelo integral de Duhamel e a integração direta.....	153
Figura B.21 – Comparação das acelerações obtidas pela sobreposição modal e a integração direta .....	154
Figura B.22 – Aplicação da função de carga típica nos degraus 5 e 6.....	154
Figura B.23 – Comparação das acelerações obtidas através da sobreposição modal e integração direta com a função de carga típica a ser aplicada no degrau 5 e 6.....	155
Figura B.24 – Aplicação da função de carga típica no degrau 5 e da função definida com os harmónicos dados por Kerr [4] no degrau 6 do modelo numérico da escada da SRAS .....	155

Figura B.25 – Comparação das acelerações obtidas através da sobreposição modal e integração direta com a função de carga típica a ser aplicada no degrau 5 e a função de carga definida com os harmónicos dados por Kerr [4] a ser aplicada no degrau 6.....	156
Figura B.26 – Acelerações obtidas com 100 modos para uma função de carga típica a 1,90Hz.....	157
Figura B.27 – Comparação das acelerações obtidas com 10 modos através de uma função de carga típica a 1,90Hz e as obtidas experimentalmente para uma frequência de passada de 1,90Hz.....	157
Figura B.28 – Comparação das acelerações numéricas obtidas com 10, 5, 2 e 1 modos de vibração .....	157
Figura B.29 – Variação das acelerações de pico numéricas com a variação do número de modos.....	157
Figura B.30 – Acelerações numéricas obtidas com 100 modos para uma função de carga a 1,90Hz definida com os harmónicos dados por Kerr [4].....	158
Figura B.31 – Comparação das acelerações obtidas com 10 modos para uma função de carga a 1,90Hz definida pelos harmónicos dados por Kerr [4] e as obtidas experimentalmente para uma frequência de passada de 1,90Hz.....	158
Figura B.32 – Variação das acelerações de pico numéricas com a variação do número de modos.....	159
Figura B.33 – Aplicação das funções de carga EPF no modelo numérico, passo 1 e 2 nos respetivos instantes $t_1$ e $t_2$ .....	160
Figura B.34 – Definição da Time History Analysis no SAP2000 .....	161
Figura B.35 – Definição do coeficiente de amortecimento.....	161
Figura B.36 – Aplicação das funções de carga FS a meio vão (degrau 6) no modelo numérico.....	165
Figura B.37 – Acelerações numéricas para uma subida a 4,0Hz determinadas através da função de carga EPF Kerr .....	166
Figura B.38 – Acelerações numéricas para uma descida a 2,60Hz determinadas através da função de carga EPF Kerr .....	166
Figura B.39 – Acelerações numéricas determinadas por uma função de carga FS definida pelos harmónicos dados pela Tabela 2.2 para uma subida a 3,80Hz .....	167
Figura B.40 – Acelerações numéricas determinadas por uma função de carga FS definida pelos harmónicos obtidos por Kerr [4] para uma descida a 2,60Hz .....	167
Figura B.41 – Comparação das acelerações r.m.s experimentais e numéricas, para a subida, com o limite permitido proposto pelo SCI P354 [7].....	169
Figura B.42 – Comparação das acelerações numéricas (função de carga EPF González) com as acelerações experimentais para uma subida a 1,90Hz.....	170
Figura B.43 – Comparação das acelerações numéricas (função de carga EPF Kerr) com as acelerações experimentais para uma subida a 3,80Hz.....	170

Figura B.44 – Comparação das acelerações numéricas (função de carga FS Kerr (-PI/2)) com as acelerações experimentais para uma subida a 1,90Hz .....	171
Figura B.45 – Comparação das acelerações numéricas (função de carga FS SCI) com as acelerações experimentais para uma subida a 3,80Hz .....	171
Figura B.46 – Comparação das acelerações r.m.s experimentais e numéricas, para a descida, com o limite permitido proposto pelo regulamento SCI P354 [7] .....	172
Figura B.47 – Comparação das acelerações numéricas (função de carga EPF González) com as acelerações experimentais para uma descida a 2,60Hz.....	173
Figura B.48 – Comparação das acelerações numéricas (função de carga EPF Kerr) com as acelerações experimentais para uma descida a 3,50Hz.....	173
Figura B.49 – Comparação das acelerações numéricas (função de carga FS Gaile) com as acelerações experimentais para uma descida a 2,60Hz.....	174
Figura B.50 – Comparação das acelerações numéricas (função de carga FS Kerr) com as acelerações experimentais para uma descida a 3,50Hz.....	174
Figura B.51 – Representação da aplicação das 4 funções de carga EPF (4 indivíduos) no instante t=3 segundos para uma subida a 2,0Hz.....	176
Figura B.52 – Definição da Time History Analysis para as análises de grupo.....	176
Figura B.53 – Acelerações numéricas para uma subida de grupo a 1,90Hz determinadas através da função de carga EPF González.....	178
Figura B.54 – Acelerações numéricas para uma descida de grupo a 2,80Hz determinadas através da função de carga EPF González.....	178
Figura B.55 – Acelerações numéricas para uma descida de grupo a 3,50Hz determinadas através da função de carga EPF Kerr.....	178
Figura B.56 – Acelerações de grupo numéricas determinadas através da função de carga FS definida pelos harmónicos obtidos através da Tabela 2.1 para uma subida a 1,90 Hz.....	179
Figura B.57 – Acelerações de grupo numéricas determinadas através da função de carga FS definida pelos harmónicos dados pela Tabela 2.2 para uma descida a 2,80Hz.....	179
Figura B.58 – Acelerações de grupo numéricas determinadas através daa função de carga FS definida pelos harmónicos obtidos por Kerr [4] para uma descida a 3,5Hz.....	180
Figura B.59 – Comparação das acelerações de pico experimentais e numéricas, para as subidas de grupo, com os limites permitidos propostos pelo regulamento SCI P354 [7] e por Davis et al. [23] .....	181
Figura B.60 – Comparação das acelerações r.m.s experimentais e numéricas, para as subidas de grupo, com o limite permitido proposto pelo regulamento SCI P354 [7].....	181

Figura B.61 – Comparação das acelerações numéricas determinadas pela função de carga EPF Kerr com as acelerações experimentais para uma subida a 2,0Hz .....	183
Figura B.62 – Comparação das acelerações de pico experimentais e numéricas, para as descidas de grupo, com os limites permitidos propostos pelo regulamento SCI P354 [7] e por Davis et al. [23] .....	183
Figura B.63 – Comparação das acelerações r.m.s experimentais e numéricas, para as descidas de grupo, com o limite permitido proposto pelo regulamento SCI P354 [7] .....	184
Figura B.64 – Comparação das acelerações numéricas determinadas pela função de carga EPF Kerr com as acelerações experimentais para uma descida a 2,60Hz.....	186
Figura B.65 – Comparação das acelerações numéricas determinadas pela função de carga EPF González com as acelerações experimentais para uma descida a 2,60Hz .....	186
Figura B.66 – Curvas de tendência (acel. pico) para frequências de passada de 3.2Hz, 3.3Hz, 3.4Hz, 3.6Hz, 3.7Hz e 3.8Hz .....	189
Figura B.67 – Comparação das acelerações experimentais para uma subida a 1,90Hz com as acelerações numéricas obtidas pela função de carga FS Gaile após aplicação do coeficiente de ajustamento de 0,5 ...	190
Figura C.1 – Vista frontal dos dois lanços de escadas e o patamar intermédio .....	197
Figura C.2 – Pormenor dos perfis metálicos tubulares no patamar intermédio .....	198
Figura C.3 – Pormenor de ligação por meio de soldadura entre os degraus e as longarinas .....	198
Figura C.4 – Equipamento utilizado na realização dos ensaios experimentais para a determinação dos modos de vibração.....	198
Figura C.5 – Espectro de Potência Normalizado (ANPSD) com as frequências dos modos de vibração globais horizontais.....	199
Figura C.6 – Espectro de Potência Normalizado (ANPSD) com as frequências dos modos de vibração globais verticais e de torção .....	199
Figura C.7 – Acelerações experimentais para uma subida de grupo (1+1+1+1) a 2,0Hz.....	201
Figura C.8 – Acelerações experimentais para uma descida de grupo (1+1+1+1) a 2,50Hz .....	201
Figura C.9 – Acelerações experimentais para uma descida de grupo (1+1+1+1) a 3,50Hz .....	201
Figura C.10 – Acelerações experimentais para uma subida de grupo (2+2) a 2,0Hz .....	203
Figura C.11 – Acelerações experimentais para uma descida de grupo (2+2) a 2,50Hz.....	203
Figura C.12 – Acelerações experimentais para uma descida de grupo (2+2) a 3,50Hz.....	203
Figura C.13 – Fatores de amplificação entre as medições individuais e as de grupo (1+1+1+1) para as acelerações r.m.s .....	205

Figura C.14 – Fatores de amplificação entre as medições individuais e as de grupo (2+2) para as acelerações r.m.s .....	205
Figura C.15 – Modelo numérico global simplificado da escada metálica do Madeira Tecnopolo .....	207
Figura C.16 – Acelerações numéricas obtidas para uma descida a 2,20Hz determinadas através da função de carga EPF Kerr .....	208
Figura C.17 – Acelerações numéricas obtidas para uma subida a 3,0Hz determinadas através da função de carga EPF Kerr .....	208
Figura C.18 – Acelerações numéricas obtidas para uma subida a 2,0Hz determinadas através de uma função de carga FS definida com os harmónicos dados pela Tabela 2.2.....	209
Figura C.19 – Acelerações numéricas obtidas para uma descida a 3,30Hz determinadas através de uma função de carga FS definida com os harmónicos obtidos por Kerr [4] e com um ângulo de fase igual a $-\pi/2$ .....	209
Figura C.20 – Acelerações numéricas obtidas pelo Impulso Efetivo para uma frequência de passada de 2,0Hz .....	210
Figura C.21 – Acelerações numéricas obtidas pelo Impulso Efetivo para uma frequência de passada de 3,0Hz .....	210
Figura C.22 – Comparação das acelerações r.m.s experimentais com as numéricas e com os limites regulamentares para a subida da escada .....	212
Figura C.23 – Comparação entre as acelerações numéricas (função de carga EPF Kerr) e as experimentais para uma subida a 2,0Hz.....	213
Figura C.24 – Comparação entre as acelerações numéricas (função de carga EPF Kerr) e as experimentais para uma subida a 3,0Hz.....	213
Figura C.25 – Comparação das acelerações numéricas (função e carga FS Kerr ( $-\pi/2$ )) com as acelerações experimentais para uma subida a 2,0Hz .....	214
Figura C.26 – Comparação das acelerações numéricas (função de carga FS Kerr ( $-\pi/2$ )) com as acelerações experimentais para uma subida a 3,0Hz .....	214
Figura C.27 – Comparação das acelerações numéricas, determinadas pelo Impulso Efetivo, com as medidas experimentalmente para uma subida a 2,0Hz .....	215
Figura C.28 – Comparação das acelerações numéricas, determinadas pelo Impulso Efetivo, com as medidas experimentalmente para uma subida a 3,0Hz .....	215
Figura C.29 – Comparação das acelerações r.m.s experimentais com as numéricas e com os limites regulamentares para a descida da escada.....	215
Figura C.30 – Comparação das acelerações numéricas, determinadas pela função de carga EPF Kerr, com as medidas experimentalmente para uma descida a 2,20Hz .....	217

Figura C.31 – Comparação das acelerações numéricas, determinadas pela Função de carga EPF Kerr, com as medidas experimentalmente para uma descida a 3,30Hz.....	217
Figura C.32 – Comparação das acelerações numéricas determinadas pela função de carga FS Kerr ( $-\pi/2$ ) com as acelerações experimentais para uma descida a 2,20Hz .....	218
Figura C.33 – Comparação das acelerações numéricas determinadas pela função de carga FS Kerr ( $-\pi/2$ ) com as acelerações experimentais para uma descida a 3,30Hz .....	218
Figura C.34 – Comparação das acelerações numéricas, determinadas pelo Impulso Efetivo, com as medidas experimentalmente para uma descida a 2,20Hz.....	219
Figura C.35 – Comparação das acelerações numéricas, determinadas pelo Impulso Efetivo, com as medidas experimentalmente para uma descida a 3,30Hz.....	219
Figura C.36 – Comparação das acelerações de pico experimentais e numéricas, para as subidas de grupo (1+1+1+1), com os limites aceitáveis propostos pelo regulamento SCI P354 [7] e por Davis et al. [23] ..	222
Figura C.37 – Comparação das acelerações r.m.s experimentais e numéricas, para as subidas de grupo (1+1+1+1), com os limites aceitáveis propostos pelo regulamento SCI P354 [7].....	222
Figura C.38 – Comparação das acelerações de pico experimentais e numéricas, para as descidas de grupo (1+1+1+1), com os limites aceitáveis propostos pelo regulamento SCI P354 [7] e por Davis et al. [23] ..	224
Figura C.39 – Comparação das acelerações r.m.s experimentais e numéricas, para as descidas de grupo (1+1+1+1), com os limites aceitáveis propostos pelo regulamento SCI P354 [7].....	225
Figura C.40 – Comparação das acelerações de pico experimentais e numéricas, para as subidas de grupo (2+2), com os limites aceitáveis propostos pelo regulamento SCI P354 [7] e por Davis et al. [23].....	226
Figura C.41 – Comparação das acelerações r.m.s experimentais e numéricas, para as subidas de grupo (2+2), com os limites aceitáveis propostos pelo regulamento SCI P354 [7] .....	226
Figura C.42 – Comparação das acelerações de pico experimentais e numéricas, para as descidas de grupo (2+2), com os limites aceitáveis propostos pelo regulamento SCI P354 [7] e por Davis et al. [23].....	227
Figura C.43 – Comparação das acelerações r.m.s experimentais e numéricas, para as descidas de grupo (2+2), com os limites aceitáveis propostos pelo regulamento SCI P354 [7] .....	227
Figura C.44 – Variação das acelerações de pico com o aumento das dimensões dos perfis metálicos IPE e HEB, no modelo numérico simplesmente apoiado e encastrado .....	229
Figura C.45 – Comparação entre as acelerações medidas experimentalmente e as obtidas através da utilização da utilização de 7 amortecedores com um amortecimento $C= 100$ N/m .....	231
Figura D.1 – Escada metálica La Maison Unique, Nova Iorque, EUA [41].....	233
Figura D.2 - Escada metálica La Maison Unique, Nova Iorque, EUA [41] .....	233
Figura D.3 – Escada metálica <i>Ristorante Mamma Mia</i> , Funchal, Madeira .....	233

Figura D.4 – Escada metálica <i>Ristorante Mamma Mia</i> , Funchal, Madeira .....	233
Figura D.5 – Escada metálica Aparthotel Gorgulho, Funchal, Madeira.....	234
Figura D.6 – Escada metálica Aparthotel Gorgulho, Funchal, Madeira.....	234
Figura D.7 – Escada metálica Hotel Penha França Mar, Funchal, Madeira .....	234
Figura D.8 – Escada metálica Hotel Penha França Mar, Funchal, Madeira .....	234
Figura D.9 – Escada metálica Reid’s Gardens, Funchal, Madeira .....	235
Figura D.10 – Escada metálica Reid’s Gardens, Funchal, Madeira .....	235
Figura D.11 – Escada metálica Savoy’s Gardens, Funchal, Madeira .....	235
Figura D.12 – Escada metálica Savoy’s Gardens, Funchal, Madeira .....	235
Figura D.13 – Escada metálica Maxmat, Caniço, Madeira .....	236
Figura D.14 – Escada metálica Maxmat, Caniço, Madeira .....	236
Figura D.15 – Escada metálica Vulcanizadora Parque Empresarial, Câmara de Lobos, Madeira .....	236
Figura D.16 – Escada metálica Vulcanizadora Parque Empresarial, Câmara de Lobos, Madeira .....	236
Figura D.17 – Escada metálica Empresa de Electricidade da Madeira (EEM), Câmara de Lobos .....	237
Figura D.18 – Escada metálica Empresa de Electricidade da Madeira (EEM), Câmara de Lobos .....	237
Figura D.19 – Escada metálica Empresa de Electricidade da Madeira (EEM), Câmara de Lobos .....	237
Figura D.20 - Escada metálica Empresa de Electricidade da Madeira (EEM), Câmara de Lobos .....	237
Figura D.21 – Escada metálica Empresa de Electricidade da Madeira (EEM), Câmara de Lobos .....	238
Figura D.22 – Escada metálica Empresa de Electricidade da Madeira (EEM), Câmara de Lobos .....	238
Figura D.23 – Escada metálica Escola Básica dos 2º e 3º Ciclos dos Louros, Funchal, Madeira .....	238
Figura D.24 – Escada metálica Escola Básica dos 2º e 3º Ciclos dos Louros, Funchal, Madeira .....	238



## ÍNDICE DE TABELAS

Tabela 2.1 – Valores dos DLF’s propostos por Gaile [17] [18] para frequências de passada até 2,3Hz.....	18
Tabela 2.2 – Amplitudes dos dois primeiros harmônicos para escadas propostos por SCI P354 [7] e ISO 10137 [10].....	27
Tabela 2.3 – Coeficientes de multiplicação para escadas propostos pelo SCI P354 [7].....	29
Tabela 2.4 – Acelerações de pico limite propostas por Davis et al. [23].....	30
Tabela 3.1 – Características mecânicas dos materiais utilizados.....	32
Tabela 3.2 – Número de ensaios realizados referentes a um peão isolado e frequências de passada utilizadas.....	36
Tabela 3.3 – Número de ensaios realizados referentes a um grupo de peões e frequências de passada utilizadas.....	38
Tabela 3.4 – Valores máximos das acelerações de pico experimentais para um peão isolado.....	39
Tabela 3.5 – Comparação dos modos obtidos numericamente com os modos obtidos experimentalmente..	42
Tabela 3.6 – Valores máximos das acelerações de pico obtidos nas análises com funções de carga EPF.....	50
Tabela 3.7 – Valores máximos das acelerações de pico obtidos nas análises com funções de carga FS.....	51
Tabela 3.8 – Acelerações de pico para uma subida e descida a 3,5Hz previstas através da análise <i>Steady State</i> .....	51
Tabela 3.9 – Determinação do coeficiente de ajustamento a aplicar nas acelerações de pico obtidas a partir da análise <i>Steady State</i> .....	58
Tabela 3.10 – Comparação das acelerações de pico e r.m.s após a aplicação das medidas de reforço com os limites aceitáveis propostos pelo SCI P354 [7], para um peão isolado e para um grupo de peões.....	62
Tabela 4.1 – Frequências, períodos e deformadas dos modos de vibração locais experimentais.....	69
Tabela 4.2 – Descrição dos ensaios experimentais realizados para um peão isolado.....	70
Tabela 4.3 – Descrição dos ensaios experimentais realizados para um grupo de peões (1+1+1+1).....	70
Tabela 4.4 – Descrição dos ensaios experimentais realizados para um grupo de peões (2+2).....	71
Tabela 4.5 – Valores máximos das acelerações de pico obtidos experimentalmente para diferentes frequências de passada (subida e descida).....	73
Tabela 4.6 – Valores médios dos coeficientes de amplificação para as várias frequências de passada (ensaios de grupo (1+1+1+1)).....	74
Tabela 4.7 – Valores médios dos coeficientes de amplificação para as várias frequências de passada (ensaios de grupo (2+2)).....	75

Tabela 4.8 – Comparação dos modos de vibração locais obtidos numericamente com os obtidos experimentalmente.....	77
Tabela 4.9 – Valores dos parâmetros utilizados para definir a Equação (14) (Capítulo 2).....	81
Tabela 4.10 – Valores máximos das acelerações de pico obtidos através das análises realizadas com funções de carga EPF.....	82
Tabela 4.11 – Valores máximos das acelerações de pico obtidos através das análises realizadas com funções de carga FS.....	83
Tabela 4.12 – Acelerações de pico obtidas pelo Impulso Efetivo.....	84
Tabela 4.13 – Comparação das acelerações obtidas após a aplicação das medidas de reforço com os limites propostos pelo SCI P354 [7].....	92
Tabela A.1 – Forças máximas obtidas por vários autores para subida de escadas, compilado por Kerr e Bishop [2] [3] [4].....	122
Tabela A.2 – Amplitudes máximas e médias obtidas por Gonzalez [16] para a subida e descida de escadas.....	126
Tabela A.3 – Amplitudes médias e de dimensionamento dos harmônicos definidos por Kerr [4] apresentadas por Davis et al. [23].....	130
Tabela A.4 – Nova expressão do impulso efetivo definida por A.Mohammed e V.Racic [32] para diferentes coeficientes de amortecimento.....	131
Tabela A.5 – Comparação dos resultados experimentais e numéricos, obtidos por Davis et al. [23].....	137
Tabela A.6 – Comparação dos resultados experimentais e numéricos, obtidos por Gonzalez [16].....	138
Tabela A.7 – Comparação dos resultados experimentais e numéricos obtidos por Huntington e Mooney [22].....	138
Tabela A.8 – Coeficientes de multiplicação propostos pelo SCI P354 [7].....	143
Tabela A.9 – Coeficientes de multiplicação propostos pelo BS 6472 [9] e ISO 10137 [10].....	143
Tabela A.10 – Limites de acelerações propostos pelo EN 1993-1-1 [39].....	144
Tabela B.1 – Valores máximos das acelerações r.m.s experimentais para um peão isolado.....	148
Tabela B.2 – Valores máximos das acelerações de pico e r.m.s experimentais para um grupo de peões...	149
Tabela B.3 – Valores máximos das acelerações r.m.s obtidas nas análises com funções de carga EPF.....	166
Tabela B.4 – Valores máximos das acelerações r.m.s obtidos nas análises com funções de carga FS.....	168
Tabela B.5 – Valores máximos das acelerações de pico e r.m.s para as análises de grupo com funções de carga EPF.....	178

Tabela B.6 – Valores máximos das acelerações de pico e r.m.s para as análises de grupo com funções de carga FS .....	180
Tabela B.7 – Determinação do coeficiente de ajustamento a aplicar às acelerações numéricas obtidas com funções de carga FS para uma frequência de passada de 1,90Hz .....	189
Tabela B.8 – Comparação da aceleração de pico obtida experimentalmente para um grupo de peões com a aceleração de pico obtida pela <i>Steady State</i> para um grupo de peões após aplicação do coeficiente de ajustamento .....	193
Tabela C.1 – Frequências, períodos e deformadas dos modos de vibração globais experimentais .....	200
Tabela C.2 – Valores máximos das acelerações r.m.s obtidos experimentalmente para diferentes frequências de passada (subida e descida) .....	200
Tabela C.3 – Valores máximos das acelerações de pico e r.m.s obtidas experimentalmente para um grupo de peões (1+1+1+1) subindo e descendo a escada com diferentes frequências de passada .....	202
Tabela C.4 – Acelerações de pico e r.m.s máximas obtidas experimentalmente para um grupo de peões (2+2) subindo e descendo a escada com diferentes frequências de passada.....	204
Tabela C.5 – Valores médios dos coeficientes de amplificação para as várias frequências de passada (ensaios de grupo (1+1+1+1)) .....	205
Tabela C.6 – Valores médios dos coeficientes de amplificação para as várias frequências de passada (ensaios de grupo (2+2)).....	206
Tabela C.7 – Comparação dos modos de vibração globais obtidos numericamente com os obtidos experimentalmente.....	207
Tabela C.8 – Valores máximos das acelerações r.m.s obtidos através das análises realizadas com funções de carga EPF.....	209
Tabela C.9 – Valores máximos das acelerações r.m.s obtidos através das análises realizadas com funções de carga FS .....	210
Tabela C.10 – Acelerações r.m.s obtidas pelo Impulso Efetivo .....	211
Tabela C.11 – Coeficientes de amplificação escolhidos para as análises numéricas de grupo (1+1+1+1) e de grupo (2+2) para as diferentes frequências de passada.....	220
Tabela C.12 – Acelerações máximas obtidas através dos coeficientes de amplificação para cada método numérico e frequência de passada .....	220



## LISTA DE ACRÓNIMOS E SIMBOLOGIA

### Acrónimos

AD – Advisory Desk

AGO – Art Gallery Ontario

AISC – American Institute of Steel Construction

ANPSD – Averaged Normalized Power Spectral Density

BS – British Standards

CSTR – Concrete Society Technical Report

DLF – Dynamic Load Factor

ELS – Estado limite de serviço

ELU – Estado limite último

EPF – Ensaios em Plataformas de Força

FFT – Fast Fourier Transform

FRF – Função de Resposta em Frequência

FS – Série de Fourier

GRF – Ground Reaction Forces

HFF – High Frequency Floors

IFMT – Instrumented Force Measuring Treadmill

ISO – International Organization for Standardization

LFF – Low Frequency Floors

SCI – Steel Construction Institute

SRAS – Secretaria Regional da Inclusão e Assuntos Sociais

TMD – Tuned Mass Dumper

### Simbologia

$a$  – Aceleração do centro de gravidade ( $m/s^2$ )

$a_{pico}$  – Aceleração de pico ( $m/s^2$ )

$a_{rms}$  – Aceleração r.m.s ( $m/s^2$ )

$c$  – Amortecimento viscoso (Ns/m)

$c_i$  – Amortecimento modal do modo  $i$  (Ns/m)

$f$  – Frequência natural (Hz)

$f_s$  – Frequência de passada (Hz)

$f_i$  – Frequência própria do modo  $i$  (Hz)

$g$  – Aceleração gravítica ( $m/s^2$ )

$I_{eff}$  – Impulso Efetivo (Ns)

$k$  – Rigidez (N/m)

$k_i$  – Rigidez modal do modo  $i$  (N/m)

$l_s$  – Comprimento de passada (m)

$m$  – Massa (Kg)

$m_i$  – Massa modal do modo  $i$  (Kg)

$m^*$  – Massa generalizada (Kg)

$M$  – Massa do corpo (Kg)

$p$  – Força externa (N)

$p_i$  – Carregamento modal do modo  $i$  (N/m)

$p_0$  – Componente real do carregamento, em fase (N)

$p_{90}$  – Componente imaginária do carregamento, fora de fase (N)

$P$  – Peso próprio do peão (N)

$r$  – Carregamento harmónico (N)

$t$  – Tempo (s)

$T$  – Período da função (s)

$\tau$  – Instante em que a carga está a actuar e a variável que é integrada no Integral de Duhamel (s)

$u$  – Deslocamento (m)

$u'$  – Velocidade (m/s)

$u''$  – Aceleração (m/s<sup>2</sup>)

$v_s$  – Velocidade de passada (m/s)

$w$  – Frequência angular (rad/s)

$w_i$  – Frequência própria angular do modo  $i$  (rad/s)

$w_d$  – Frequência angular amortecida (rad/s)

$W_i$  – Fator de ponderação do modo  $i$

$\mu_{e,i}$  – Amplitude do modo  $i$  no ponto  $e$

$\mu_{r,i}$  – Amplitude do modo  $i$  no ponto  $r$

$\xi$  – Coeficiente de amortecimento

$\alpha$  – Amplitude do harmónico (N)

$\emptyset$  – Ângulo de fase (rad)

## AGRADECIMENTOS

A realização desta dissertação assinala o fim de uma etapa bastante importante na minha vida, que não teria sido possível atingir se não fosse a contribuição de muitas pessoas. Pela sua importância agradeço:

Ao Professor Dr. José Santos pela orientação, pelo seu apoio incansável e por estar sempre disponível para ajudar a responder a todas as questões e dúvidas possíveis e imaginárias que foram surgindo ao longo da elaboração desta dissertação. Mais que um orientador considero-o um mentor e amigo.

À minha coorientadora Professora Dra. Patrícia Escórcio pela ajuda disponibilizada e pela partilha de informação, que contribuí-o e muito para introduzir e aprofundar o meu conhecimento sobre a temática de vibrações induzidas por peões.

À Secretaria Regional da Inclusão e Assuntos Sociais na pessoa do Dr. Fernando Sobreiros e ao Madeira Tecnopolo na pessoa do Dr. Francisco Maçaroco por terem permitido a realização dos ensaios experimentais nas escadas metálicas apresentadas nesta dissertação.

Ao meu amigo Eng.º André Fernandes pela informação facultada e pela ajuda disponibilizada no auxílio de questões técnicas relacionadas com a construção de escadas metálicas.

Aos meus amigos Diogo Jardim, Filipe Gouveia, João Mendes e Pedro Valente por terem participado na realização dos ensaios experimentais, sem os quais esta dissertação perderia muito do seu valor científico.

Aos especialistas internacionais, na área de vibrações, Dr. Christian Meianhardt, Eng.º Sénior Crispin Howes, Eng.º Hernando Gonzalez, Eng.º Sénior Jon W. Mooney, Dra. Liga Gaile e Dr. Rami Eid pela facultação de teses e artigos, pela troca de emails e pela disponibilidade demonstrada no esclarecimento de dúvidas.

À Empresa de Eletricidade da Madeira na pessoa do Eng.º José António Marrana por ter permitido que fossem fotografadas as escadas metálicas existentes no interior das suas instalações.

À minha família pelo incentivo e apoio, em especial à minha tia Lídia Andrade, por me ter ajudado a identificar e corrigir alguns dos lapsos gramaticais cometidos na redação desta dissertação.

Aos meus pais pelo seu constante e incansável apoio ao longo deste percurso académico, pelos sacrifícios que fizeram e por estarem sempre presentes nos momentos mais difíceis.

Por último, mas não menos importante, aos meus colegas e amigos que, de uma forma ou outra, sempre me apoiaram, ajudaram e estiveram presentes ao longo do meu percurso académico.

Funchal, Setembro 2016

Pedro Andrade



# 1

## INTRODUÇÃO

### 1.1 ENQUADRAMENTO GERAL E MOTIVAÇÃO

As vibrações em estruturas induzidas pelo movimento dos peões têm vindo a ser um tema de investigação bastante relevante nos últimos anos. O mesmo tornou-se particularmente interessante quando no ano 2000 a ponte pedonal *London Millennium Bridge*, no dia da sua inauguração, registou vibrações horizontais excessivas provocadas pelo movimento sincronizado da multidão que a percorria. Observações mostraram que o deslocamento horizontal do tabuleiro central atingiu os 70 mm, pelo que a ponte foi encerrada dois dias após a sua abertura para que o fenómeno fosse estudado. O fenómeno verificado na *London Millennium Bridge* ficou conhecido como *Lock in* e as vibrações excessivas que se verificaram naquele dia ocorreram porque quando a estrutura começou a vibrar ligeiramente na direção horizontal, os ocupantes tentaram sincronizar o seu andamento com o da ponte para mais facilmente manterem o equilíbrio [1]. As estruturas mais sensíveis às vibrações induzidas pela ação humana (andar, saltar, correr, etc...) são pontes pedonais, escadas, pavimentos e bancadas (por exemplo de estádios ou concertos).

Na presente dissertação pretende-se estudar as vibrações em escadas metálicas induzidas por peões por ser ainda um fenómeno que encontra-se pouco desenvolvido neste tipo de estruturas. Nos últimos anos tem-se tornado cada vez mais um aspeto importante dos projetos modernos conceber edifícios, hotéis, hospitais, museus e outras áreas públicas com escadas metálicas leves e esbeltas. Contudo fatores tais como, melhoramento na eficiência do projeto, redução nos custos, diminuição do tempo de conceção, inovação arquitetónica e aprimoramento do ponto de vista estético frequentemente resultam em escadas metálicas flexíveis que estão suscetíveis a vibrações excessivas. No Anexo D são apresentados alguns exemplos de tipos de escadas metálicas.

Uma característica inerente associada a escadas metálicas flexíveis é um rácio entre a rigidez e a massa reduzido, que tipicamente origina frequências fundamentais baixas, que são plausíveis de serem excitadas pela gama de frequências de passada utilizadas pelos peões. Tal tem especial relevância pois quando a frequência de passada do peão iguala a frequência fundamental da escada ou é um dos submúltiplos da mesma pode ocorrer um fenómeno designado de ressonância, que amplifica em grande magnitude as vibrações.

As vibrações na maioria das situações não colocam em causa a segurança última da escada e como tal são tratadas como um estado limite de serviço, no entanto vibrações elevadas podem causar um grande desconforto e sensação de insegurança aos ocupantes que as presenciam, devendo ser evitadas.

No projeto de escadas metálicas geralmente as cargas provocadas pelos peões são tratadas como estáticas. Do ponto de vista da verificação ao estado limite último (ELU) e ao estado limite de deformação (ELS) tal não apresenta nenhuma adversidade, todavia na verificação às vibrações ter em conta somente cargas estáticas não é suficiente. Quando não se tem em consideração características tais como a massa, a rigidez, frequências naturais, frequências de passada e as forças variáveis ao longo do tempo induzidas pelos peões muito provavelmente serão concebidas escadas sujeitas a um mau comportamento dinâmico. Embora haja necessidade por parte dos projetistas de dimensionar escadas metálicas de modo a evitar vibrações excessivas, pouca é a informação existente nesse sentido. Segundo Kerr e Bishop [2] devido à escassez de orientação relativa à análise dinâmica de escadas, os projetistas têm tendência para confiar na experiência adquirida em pavimentos (superfícies horizontais) e pontes pedonais, porém tal experiência não pode ser diretamente utilizada em escadas porque as forças dinâmicas induzidas pelos peões e as frequências de passada utilizadas por estes podem ser substancialmente superiores. Em escadas, as frequências de passada utilizadas por parte dos ocupantes podem ser superiores às utilizadas em superfícies planas, o que significa que é possível ocorrer efeitos ressonantes para frequências naturais mais elevadas.

Muitos projetistas para evitar a ocorrência de efeitos ressonantes dimensionam escadas metálicas com elevada rigidez, de forma a obterem frequências fundamentais elevadas (fora da gama de frequências fundamentais excitáveis pelos peões), mas por vezes fazem-no negligenciando a contribuição da massa. Escadas metálicas e estruturas no geral com elevada rigidez, mas com massa reduzida também são passíveis de vibrações significativas. Estruturas com pouca massa originam forças de inércia reduzidas o que faz aumentar a resposta obtida. O tipo de resposta obtida em estruturas com frequências fundamentais elevadas, por ter um carácter transitório, denomina-se de impulsiva.

Segundo Bishop [3] existem três problemas principais no projeto de escadas flexíveis, primeiro as forças dinâmicas induzidas pelos peões em escadas atualmente não se encontram corretamente definidas, segundo pouca é a informação encontrada para quantificar os efeitos provocados por um grupo de peões e por último definir níveis aceitáveis de vibração pode ser complicado pelo facto dos regulamentos não especificarem diretamente limites para este tipo de estruturas.

Tendo em conta o corrente aumento da conceção de escadas metálicas flexíveis, inclusive na Ilha da Madeira (ver Anexo D) e a escassez de informação existente na previsão de vibrações em fase de projeto, está a tornar-se cada vez mais importante o estudo desta temática, de modo a disponibilizar aos projetistas ferramentas que impeçam a construção de escadas metálicas vulneráveis a um comportamento dinâmico deficiente.

## 1.2 OBJETIVOS

Neste trabalho pretende-se estudar o fenómeno das vibrações em escadas metálicas induzidas por peões. Vibrações elevadas podem provocar um grande desconforto aos peões e a sensação de que a estrutura não é segura. Para melhor compreender o fenómeno associado às vibrações de forma a evitar que no futuro sejam projetadas escadas metálicas dinamicamente instáveis, os objetivos que se propõem cumprir são:

- Fazer uma síntese dos vários métodos numéricos existentes para a previsão das vibrações em escadas.
- Realizar medições experimentais em duas escadas metálicas cujo nível de vibração sentido por parte dos ocupantes seja significativo.
- Calcular numericamente as vibrações por intermédio dos vários métodos encontrados na bibliografia e posterior comparação com as medições efetuadas experimentalmente. A comparação entre os resultados medidos experimentalmente e os obtidos numericamente tem como objetivo verificar se os métodos numéricos existentes conseguem prever eficazmente o nível de vibração a que uma determinada escada estará sujeita.
- Comparar as vibrações experimentais e numéricas com os limites aceitáveis propostos pelos vários regulamentos.
- Fazer algumas sugestões de como aplicar cada um dos métodos numéricos em fase de projeto com a finalidade de se obterem vibrações próximas das que serão verificadas na prática.
- Propor medidas para reforçar as duas escadas metálicas analisadas experimentalmente com intuito de reduzir as vibrações e conferir maior conforto aos seus utilizadores.
- Propor expressões de pré-dimensionamento simplificadas para que os degraus tenham determinadas características geométricas, evitando deste modo vibrações locais excessivas.

## 1.3 ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO

A presente dissertação encontra-se dividida em 6 capítulos com a seguinte designação: 1. Introdução, 2. Caracterização das vibrações em escadas metálicas, 3. Caso de estudo escada metálica S.R.A.S (vibrações globais), 4. Caso de estudo escada metálica Madeira Tecnopolo (vibrações locais), 5. Pré-dimensionamento de degraus em escadas metálicas com a tendência para vibrações locais e 6. Conclusões e perspetivas futuras. Na parte final do documento encontram-se ainda as Referências bibliográficas referentes à documentação consultada na elaboração desta dissertação e um conjunto de anexos que complementam os Capítulos 1, 2, 3 e 4.

No Capítulo 1, “Introdução” faz-se um enquadramento geral da temática que será abordada nesta dissertação, explica-se a crescente importância do estudo da mesma, refere-se os principais objetivos deste trabalho e por fim é feita uma breve descrição do que será abordado em cada capítulo.

No Capítulo 2, “Caracterização das vibrações em escadas metálicas” faz-se uma introdução sucinta do comportamento dinâmico em estruturas, seguidamente são descritos conceitos fundamentais e terminologia utilizada na caracterização da ação pedonal, referindo ainda os vários métodos existentes para a quantificação da mesma. Neste capítulo também apresenta-se os limites de vibrações aceitáveis propostos pelos vários regulamentos.

No Capítulo 3, “Caso de estudo escada metálica S.R.A.S (vibrações globais)” apresenta-se o primeiro caso de estudo analisado no âmbito desta dissertação. No início do capítulo descrevem-se os ensaios realizados experimentalmente para a determinação das vibrações e características dinâmicas da escada metálica da SRAS e apresentam-se os resultados obtidos através da realização dos mesmos. Após a descrição do programa experimental são especificados os métodos utilizados na obtenção das vibrações numéricas e apresentados os resultados alcançados através da sua aplicação. Os resultados experimentais e numéricos são comparados entre si e posteriormente com os limites propostos pelos vários regulamentos. A terminar são ainda propostas algumas medidas para reforçar a escada metálica da SRAS e referidas as considerações finais do capítulo.

No Capítulo 4, “Caso de estudo escada metálica Madeira Tecnopolo (Vibrações Locais)” é apresentado o segundo caso de estudo analisado neste trabalho. A estrutura deste capítulo é idêntica à verificada no Capítulo 3. A principal diferença entre a escada metálica estudada neste capítulo e a escada metálica estudada no Capítulo 3 é que nesta o fenómeno das vibrações é local, ou seja, ao nível dos degraus e na escada metálica da SRAS o fenómeno das vibrações é global, ou seja, a mesma vibra como um todo.

No Capítulo 5, “Pré-dimensionamento de degraus em escadas metálicas com tendência para vibrações locais” são deduzidas duas expressões de pré-dimensionamento com base em duas abordagens diferentes, com intuito de serem utilizadas na projeção de degraus. A primeira expressão de pré-dimensionamento foi deduzida a partir dos resultados numéricos obtidos utilizando o programa de cálculo SAP2000 e a segunda foi deduzida a partir do Integral de *Duhamel*.

No capítulo 6, “Conclusões e perspectivas futuras” expõem-se as principais conclusões retiradas a partir da análise dos dois casos práticos de estudo, são mencionadas as principais limitações encontradas na realização desta dissertação e especificados os aspetos que ainda estão por desenvolver para que a temática das vibrações em escadas metálicas seja melhor compreendida no futuro.

# 2

## CARACTERIZAÇÃO DAS VIBRAÇÕES EM ESCADAS METÁLICAS

### 2.1 COMPORTAMENTO DINÂMICO

#### 2.1.1 VIBRAÇÕES

O fenómeno das vibrações encontra-se amplamente presente no nosso dia-a-dia. Uma ponte pode vibrar devido à passagem de um camião ou comboio. Um sinal de trânsito pode balançar devido à ação do vento. O vidro de uma estante, de uma janela ou de um espelho pode fissurar devido a um ruído intenso. Uma bancada durante um concerto pode oscilar significativamente devido ao som e aos movimentos da multidão. Estes são apenas pequenos exemplos de vibrações resultantes do vento, do tráfego, do som e da ação pedonal que podem ser constatados diariamente [4].

São conhecidos alguns casos ao longo da história em que o excesso de vibrações levou ao colapso das estruturas. Um dos casos mais famosos foi a queda da ponte de Tacoma Narrows (Washington, Estados Unidos) em 1940, em que as forças dinâmicas provocadas pela ação do vento originaram uma resposta em ressonância que levou ao colapso da ponte (Figura 2.1). Outro caso em que as vibrações originaram o colapso da estrutura foi numa bancada temporária colocada no estádio Armand Cesari (Córsega, França) durante o jogo SC Bastia-Olympique de Marseille em 1992, 17 pessoas morreram e mais de 1400 pessoas ficaram feridas. Neste caso as vibrações foram induzidas pela multidão quando começaram a saltar em uníssono, levando a que fosse atingida uma resposta em ressonância, o que provocou a rotura da bancada em minutos (Figura 2.2) [4].

Segundo Middleton e Brownjohn [5] tradicionalmente o conceito de estado limite de serviço era sobretudo aplicado para limitar a deformação máxima dos pavimentos para evitar o excesso de fissuração. Atualmente a vibração deve ser tratada como a principal verificação no estado limite de serviço, em detrimento da deformação, pelas seguintes razões:

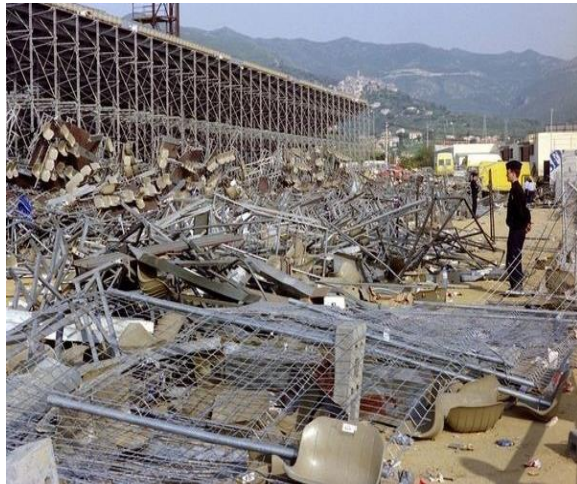
1. As técnicas de construção mudaram, permitindo vãos mais longos com materiais mais leves.
2. A ocupação dos pavimentos mudou. Antigamente os escritórios eram preenchidos com armários e estantes de livros, mas com o aumento do uso de equipamento computacional e

consequentemente diminuição do papel, a massa dos elementos não estruturais tem vindo a diminuir ao longo dos anos.

3. Grandes avanços tecnológicos têm sido feitos na fabricação de equipamentos com grande precisão. Devido à sua precisão estes equipamentos tornam-se extremamente sensíveis às vibrações.



**Figura 2.1 – Queda da ponte Tacoma Narrows, 1940, (Washington, Estados Unidos)**



**Figura 2.2 – Queda da bancada temporária no Estádio Armand Cesari, 1992, (Córsega, França)**

Com o aumento da importância do estudo das vibrações também aumenta a necessidade do conhecimento da mecânica associada às vibrações por parte do projetista.

Qualquer sistema que tem massa e algum tipo de elasticidade é capaz de se mover. Assim que esse sistema inicia um determinado movimento, se ele se repetir ao longo do tempo então esse movimento é considerado uma vibração. Vibração é uma forma de transferência de energia que é tipicamente indesejada. Para eliminar os efeitos das vibrações ou diminuí-los os engenheiros devem estudar a equação do movimento associada ao sistema em consideração [4].

Para sistemas com um grau de liberdade sujeitos a uma excitação externa a equação fundamental do movimento pode ser descrita da seguinte maneira:

$$mu'' + cu' + ku = p(t) \quad (1)$$

Onde  $m$  é a massa,  $c$  o amortecimento viscoso e  $k$  a rigidez do sistema,  $u''$ ,  $u'$  e  $u$  são a aceleração, a velocidade e o deslocamento do sistema respetivamente e  $p(t)$  é a força externa aplicada ao sistema que varia com o tempo [6].

Um exemplo de um sistema de um grau de liberdade, que é descrito pela Equação (1), pode ser representado esquematicamente pela Figura 2.3.

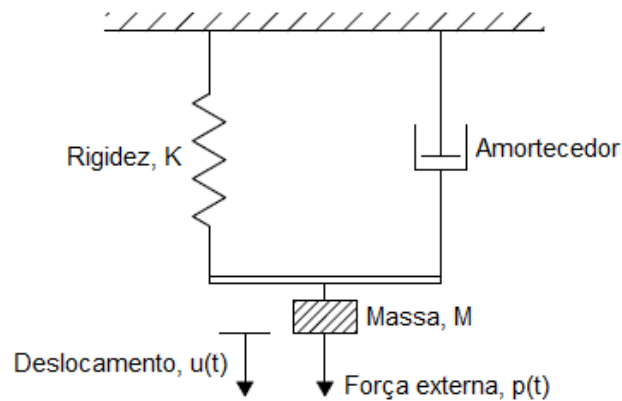


Figura 2.3 – Modelo de um sistema de um grau de liberdade, adaptado do SCI P354 [7]

Quando a excitação externa deixa de atuar, ou seja, quando  $p(t) = 0$ , o sistema entra em vibração livre, passando a Equação (1) a ser descrita da seguinte maneira:

$$mu'' + cu' + ku = 0 \quad (2)$$

A partir da Equação (2) e para sistemas com amortecimento nulo ou quase nulo podemos obter a frequência natural do sistema, que é dada pela Equação (3):

$$f = (1/2\pi) \sqrt{k/m} \quad (3)$$

Onde  $f$  é a frequência natural do sistema [6]. A frequência natural de um sistema é dada em Hz (ciclos por segundo) ou em rad/s (radianos por segundo) e pode ser descrita como o “ritmo” a que um sistema vibra. A frequência natural é uma parte essencial de qualquer problema de vibração porque até a mesma ser determinada (se possível com rigor), os efeitos de qualquer força externa a atuar num determinado sistema não podem ser previstos. Por exemplo uma carga com a duração de 1 segundo vai causar uma grande resposta num sistema com uma frequência de 1Hz, mas pouca ou nenhuma resposta num sistema com uma frequência de 0,01Hz, visto que o sistema não tem tempo de reagir antes que a carga deixe de atuar ou num sistema com uma frequência de 100Hz, visto que para este sistema a carga é aplicada quase de forma estática [7].

No entanto as estruturas reais possuem múltiplos graus de liberdade e não podem ser representadas como sistemas de um grau liberdade. Qualquer estrutura real pode oscilar segundo um número infinito de modos de vibração, mas na maioria dos programas de cálculo correntes o número de modos é limitado ao número de graus de liberdade da estrutura [8]. As frequências naturais de uma estrutura podem ser obtidas se o respetivo determinante dado pela Equação (4) for nulo (problema de valores e vetores próprios) e os modos de vibração podem ser obtidos pela solução da Equação (5):

$$\det([K] - w^2[M]) = 0 \quad (4)$$

$$([K] - w_i^2[M])\{\Phi_i\} = 0 \quad (5)$$

Onde  $\{\Phi_i\}$  representa o vector próprio que caracteriza a deformada do  $i$ -ésimo modo de vibração, as matrizes  $K$ , e  $M$  são respetivamente, a matriz de rigidez e matriz de massa da estrutura e  $w_i$  são as frequências próprias dos  $N$  modos de vibração da estrutura (que correspondem neste caso ao número de graus de liberdade da estrutura).

A equação fundamental do movimento mantém-se para sistemas com múltiplos graus de liberdade, mas desta vez sendo escrita matricialmente da seguinte forma:

$$[M]\{x''\} + [C]\{x'\} + [K]\{x\} = \{p(t)\} \quad (6)$$

A equação anterior pode ser resolvida numericamente através do Método da Sobreposição Modal ou dos Métodos de Integração Directa.

No Anexo A.1 são apresentadas as categorias em que podem ser divididas as cargas dinâmicas a que uma determinada estrutura poderá estar sujeita (harmónica, periódica, transitória e impulsiva).

### 2.1.2 RESPOSTA

As vibrações são quantificadas normalmente em termos de acelerações. Esta parece ser a maneira mais corrente de quantificar as vibrações pois está presente na maioria dos principais regulamentos especializados nesta área, tais como o Regulamento Britânico BS 6472 [9], a Organização Internacional de Regulamentação ISO 10137 [10] e o Instituto de Construções em Aço SCI P354 [7]. A Sociedade Americana de Construções em Aço AISC 11 [11] também quantifica as vibrações em acelerações, mas apresenta as mesmas como percentagem da aceleração gravítica %g ( $g \approx 9,81 \text{ m/s}^2$ ). Aliás muitos autores apresentam as acelerações desta maneira por ser uma maneira intuitiva de avaliar o nível das vibrações.

A aceleração é a segunda derivada do deslocamento em função do tempo. Existem várias maneiras de apresentar a aceleração, a mais óbvia é o caso mais condicionante que é o valor mais elevado de aceleração obtido, ou seja, a aceleração de pico. A aceleração de pico  $a_{pico}$  é obtida a partir do valor mais elevado, em módulo, das acelerações medidas ao longo de um determinado tempo.

Porém segundo o SCI P354 [7] a aceleração de pico tem a limitação de não prever durante quanto tempo a estrutura estará sujeita a este nível de acelerações. Portanto em vez da aceleração de pico a raiz quadrada média das acelerações é amplamente utilizada. Este tipo de acelerações designa-se por acelerações r.m.s (root-mean-square) e podem ser calculadas da seguinte forma, segundo o SCI P354 [7], pela Equação (7):

$$a_{rms} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T a(t)^2 dt} \quad (7)$$

Onde  $a(t)$  é a função das acelerações ao longo do tempo,  $T$  é o período da função  $a(t)$  e  $t$  é o tempo.

As acelerações r.m.s medidas experimentalmente e obtidas numericamente nas duas escadas metálicas analisadas no âmbito desta dissertação (Capítulos 3 e 4) serão apresentadas nos Anexos B e C. No corpo principal da dissertação apenas serão apresentadas as acelerações de pico, por estas serem condicionantes.

## **2.2 CONCEITOS BÁSICOS E TERMINOLOGIA UTILIZADA NAS ANÁLISES DA AÇÃO PEDONAL**

### **2.2.1 LOCOMOÇÃO HUMANA**

Tal como nas pontes pedonais e pavimentos, as escadas também têm como principal fonte de vibrações a ação pedonal, ou seja, as forças dinâmicas induzidas na escada pelos peões ao percorrê-la. Como tal, esta dissertação tem como principal objetivo estudar as vibrações em escadas induzidas pelo andamento humano.

As vibrações induzidas pela ação humana são um problema que tem vindo a aumentar nos projetos das estruturas modernas. Na última década houve várias estruturas recém-construídas, pontes pedonais, bancadas de recintos, escadas e pavimentos que tiveram dificuldades em cumprir os requisitos e critérios de serviço quando excitados dinamicamente pela ação humana. Estes problemas nas condições de serviço da estrutura são normalmente causados pelas atividades típicas diárias de um ser humano como por exemplo andar, correr, saltar e dançar, ou seja, pelos seus vários tipos de locomoção [12]. Como refere Kerr [4] se as estruturas não forem projetadas com a excitação humana em mente, problemas podem e vão ocorrer.

A locomoção é a capacidade que um humano tem de iniciar e manter um movimento de marcha. O movimento de marcha diz respeito à forma como o ser humano se movimenta, como por exemplo andar [12]. Andar é uma atividade bastante familiar, no entanto é muito duvidoso que alguém consiga descrever do ponto de vista anatómico a sequência exata de acontecimentos durante um ciclo de marcha. A sequência de eventos ocorre tão rapidamente que torna-se muito difícil, senão impossível, explicar o processo analisando-o somente através da visualização a “olho nu” [4].

No Anexo A.2 encontram-se descritas detalhadamente as etapas correspondentes a um ciclo de marcha e apresentados os planos seccionais de referência da posição anatómica segundo os quais são descritos os movimentos do ser humano no espaço e a relação entre as diferentes partes do corpo humano.

## 2.2.2 PARÂMETROS CARACTERIZADORES DA LOCOMOÇÃO HUMANA

### 2.2.2.1 COMPRIMENTO DE PASSADA

O comprimento de passada é o comprimento entre dois passos consecutivos, ou seja, é a soma do comprimento de dois passos consecutivos, pé esquerdo e pé direito. O comprimento de passada é usualmente medido entre dois *heel strikes* consecutivos realizados com o mesmo pé, logo pode-se dizer que é o comprimento correspondente a um ciclo de marcha [12]. Ao contrário dos pavimentos e das pontes pedonais, em que o comprimento dos passos pode variar entre o pé esquerdo e o pé direito e de indivíduo para indivíduo, no caso das escadas o comprimento dos passos é sempre o mesmo, visto que neste caso o comprimento dos passos é definido pela geometria dos degraus [2] [3] [13]. Esta observação tem especial importância na ação provocada por um grupo de pessoas (ver Subsecção 2.4.3). A Figura 2.4 mostra como se mede o comprimento de passada e o comprimento de um passo.

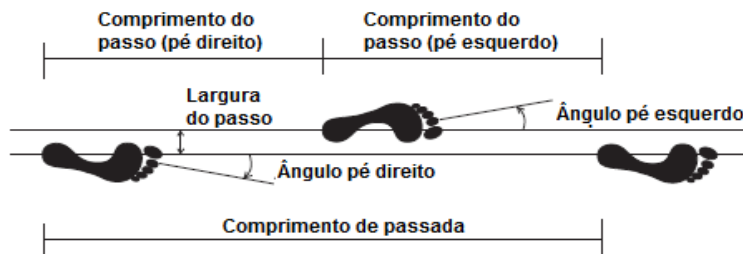


Figura 2.4 – Comprimento de passada e de um passo, adaptado de V. Racic et al. [12]

### 2.2.2.2 FREQUÊNCIA DE PASSADA

A frequência de passada é provavelmente o parâmetro mais importante e essencial na caracterização da ação humana. A frequência de passada é definida como o número de vezes que a força é aplicada ao pavimento num dado intervalo de tempo ou por outras palavras é o número de passos dados por um pé por intervalo de tempo [1]. No caso das escadas a frequência de passada é o número de degraus percorridos num determinado intervalo de tempo. A frequência de passada é normalmente apresentada em Hz (degraus/segundo ou passos/segundo).

Vários autores como Matsumoto, Schulze, Ellingwood, Ellis, Pachi e Ji mencionados por [1] [2] [3] [4] [14] [15] verificaram que a frequência da passada geralmente utilizada, em andamento normal, em superfícies horizontais encontra-se dentro do intervalo de frequências 1,5Hz — 2,5Hz. No entanto a frequência de passada comumente mais utilizada durante o andamento normal é de 2Hz.

No caso das escadas o intervalo de frequências de passada utilizado é relativamente diferente. Os estudos realizados em escadas encontrados na bibliografia são escassos, porém entre os poucos autores que realizaram estudos sobre esta matéria destacam-se Kerr e Bishop [2] [3] [4]. Kerr e Bishop analisaram mais de 500 passagens numa escada para um grupo de 25 pessoas. Os mesmos verificaram que nas subidas os indivíduos sentiram-se mais confortáveis utilizando frequências de passada próximas de 2Hz para o andamento normal e de 3,3Hz para a corrida. Nas descidas as frequências de passada mais

confortáveis foram as mesmas que nas subidas. Contudo na descida os autores referem que os indivíduos sentiram-se confortáveis independentemente da frequência de passada utilizada, sendo comum descer a 4Hz e possível descer até 4,5Hz. A principal diferença entre escadas e pavimentos prende-se exatamente com esse facto, é que nas escadas os indivíduos conseguem atingir frequências de passada elevadas sem haver um desconforto significativo. Outros autores que tentaram descrever as frequências de passada tipicamente utilizadas em escadas são Kasperski et al. [13]. Estes analisaram a passagem de 105 pessoas (38 mulheres e 67 homens) e verificaram que a frequência de passada para a subida variou entre 1,2Hz e 2,5Hz e para a descida variou entre 1,6 e 3,6Hz.

A frequência de passada tem especial relevância porque se coincidir com a frequência natural da estrutura pode ocorrer um fenómeno designado de ressonância que amplifica em grande magnitude a resposta da estrutura. No entanto é importante realçar que este fenómeno não ocorre somente quando a frequência de passada iguala a frequência fundamental da estrutura, se a frequência de passada for um dos submúltiplos da frequência fundamental ou natural da estrutura também ocorre uma resposta em ressonância [3].

### 2.2.2.3 VELOCIDADE DE PASSADA

Velocidade de passada é o ritmo do movimento tipicamente medido em metros por segundo [12]. A velocidade pode ser relacionada com o comprimento de passada e com a frequência de passada através da Equação (8):

$$v_s = l_s \cdot f_s \quad (8)$$

Onde  $l_s$  é o comprimento de passada,  $f_s$  é a frequência de passada e a  $v_s$  é a velocidade de passada [13].

Como já foi referido o comprimento de passada no caso das escadas é fixado pela geometria da mesma logo nestes casos a velocidade de passada é influenciada somente pela frequência de passada.

## 2.3 MODELAÇÃO DA AÇÃO HUMANA EM ESCADAS

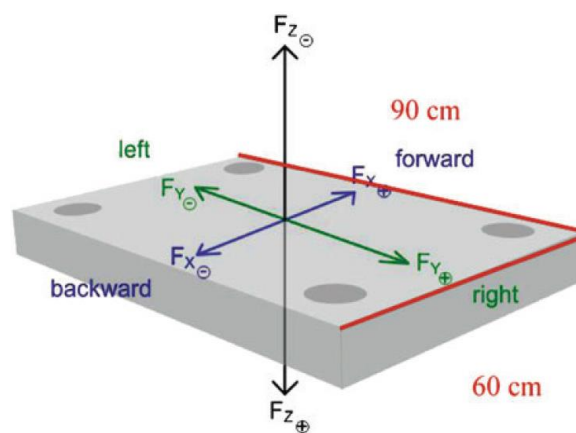
### 2.3.1 PLATAFORMAS DE FORÇA

Quando se estuda temáticas tais como a interação dinâmica homem-estrutura, os engenheiros civis estão particularmente interessados em quantificar a ação humana, ou seja, quantificar a força exercida por um ser humano, quando este se desloca. As forças exercidas pelo ser humano ao se deslocar são de carácter dinâmico pois variam com o tempo. Estas forças são denominadas de função de carga ou de forças de reação da superfície GRF's (*Ground Reaction Forces*). A medição das funções de carga é geralmente realizada através de ensaios em plataformas de força (*force plates*) ou em passareiras instrumentadas

para medição de forças IFMT (*instrumented force measuring treadmill*). A principal diferença entre as plataformas de força e as passadeiras é que as primeiras apenas medem a força exercida por um passo enquanto as segundas conseguem medir a força exercida por vários passos consecutivos.

As plataformas de força são os instrumentos mais utilizados na realização de estudos sobre as forças geradas durante o andamento. No caso das escadas isto faz mais sentido visto que a passadeira por ter propriedades geométricas muito diferentes das propriedades de uma escada, não consegue representar de forma realista as funções de carga obtidas em escadas.

As plataformas de força usualmente são constituídas por uma plataforma rígida suportada por sensores de força, que medem as forças ( $F_x$ ,  $F_y$  e  $F_z$ ) nas direções  $x$ ,  $y$  e  $z$  como mostra a Figura 2.5 [13].



**Figura 2.5 – Componentes ortogonais das forças  $F_x$ ,  $F_y$  e  $F_z$  na plataforma de força [13]**

O estudo de funções de carga obtidas por intermédio de plataformas de força em superfícies horizontais está amplamente desenvolvido na bibliografia, contudo na presente dissertação o principal interesse é analisar as funções de carga obtidas através de plataformas de força em escadas. Como tal, nesta secção apenas serão demonstradas e referidas as principais características das funções de carga obtidas em escadas. No Anexo A.3.1 são mostradas e descritas detalhadamente as funções de carga típicas obtidas através de plataformas de força em superfícies horizontais (pavimentos e pontes pedonais).

Ao contrário das pontes pedonais e pavimentos, nas escadas são poucos os autores que realizaram ensaios em plataformas de força para determinar as funções de carga características. Alguns exemplos são Kerr e Bishop [2] [3] [4], Gonzalez [16] e Kasperski et al. [13]. Até à data o estudo mais extensivo realizado com o objetivo de obter funções de carga características em escadas foi elaborado por Kerr, aquando a realização da sua tese de doutoramento [4]. O mesmo obteve mais de 600 funções de carga provenientes de 25 indivíduos a percorrer uma escada com diferentes frequências de passada. O trabalho elaborado por este autor demonstra que as funções de carga obtidas para uma escada apresentam uma forma relativamente diferente das obtidas para uma superfície plana. Isto deve-se ao facto da sequência de eventos na colocação do pé (descrita no Anexo A.3.1) mudar nas escadas.

A Figura 2.6 mostra as funções de carga típicas obtidas por Kerr [4] para subidas de escadas com diferentes frequências de passada. As funções de carga foram normalizadas pelo peso próprio dos

indivíduos logo a força exercida é apresentada como fração do peso próprio. Para uma subida em andamento normal C (*walking* 1,67Hz) a forma da função de carga apresenta as mesmas características do que a função de carga referente ao andamento numa superfície plana (ver Figura A.6, Anexo A.3.1) por exemplo o primeiro máximo ocorre quando o calcanhar toca a plataforma (*heel strike*) e o peso do corpo é transferido para a perna que realiza o passo e o segundo máximo ocorre quando os dedos dos pés fazem pressão para fora da plataforma (*toe push-off*). Na mesma figura a função de carga em B representa a forma de uma função de carga em que os indivíduos sobem as escadas com andamento acelerado (*mixture* 2,6Hz). A frequência de passada 2,6 degraus/s utilizada na obtenção desta função de carga como refere Kerr [4] situa-se na região entre andamento normal e corrida e foi aquela que os indivíduos sentiram mais desconforto ao percorrer a escada. A sequência de eventos na realização do passo para este tipo de movimento muda para contacto inicial com os dedos do pé na plataforma de força, contacto com o calcanhar, pé totalmente em contacto e pressão com os dedos do pé para sair da plataforma. O segundo máximo verificado é menor porque a força exercida pelos dedos dos pés na saída da plataforma é feita com menor intensidade. A função de carga A representa a forma da função quando os indivíduos sobem a escada em corrida (*running* 3,5Hz). A função de carga apenas apresenta um pico máximo porque o indivíduo, ao contrário do que sucede em C e B, utiliza os dedos dos pés tanto para iniciar o contacto com a plataforma (*toe strike*) como para sair (*toe off*) sem nunca haver contacto total nem com o pé nem com os calcanhares na plataforma.

A Figura 2.7 apresenta as funções de carga típicas, obtidas pelo mesmo autor, para descidas de escadas com diferentes frequências de passada. A forma da função de carga para a descida das escadas em corrida A apresenta as mesmas características do que a forma da função de carga A vista na Figura 2.6 para a subida das escadas em corrida. As formas das funções de carga B e C obtidas para uma descida normal e acelerada apresentam as mesmas características do que a forma da função de carga B observada na Figura 2.6 para uma subida acelerada. No entanto em B o contacto dos dedos dos pés na saída da plataforma de força ocorre tão rapidamente que existe dificuldade por parte da mesma em registar esse evento, daí não ser bem visualizado um segundo máximo na plataforma.

Ao observar-se as funções de carga, demonstradas nas Figuras 2.6 e 2.7, pode-se reparar que à medida que a frequência de passada aumenta a força máxima também aumenta, tanto para a subida como para a descida. Também constata-se que as forças máximas para a descida são superiores às forças máximas para a subida. Essa superioridade é mais evidente para a descida normal (1,6Hz) e acelerada (2,8Hz).

No Anexo A.3.2 são demonstrados alguns exemplos de funções de carga típicas para escadas obtidas através de ensaios em plataformas de força realizados pelos autores Kasperski et al. [13]. Os mesmos acrescentam algumas observações ao trabalho realizado por Kerr [4] identificando as diferenças entre as funções de carga quando se efetua um passo com o pé direito e quando se efetua um passo com o pé esquerdo durante as descidas e subidas de escadas.

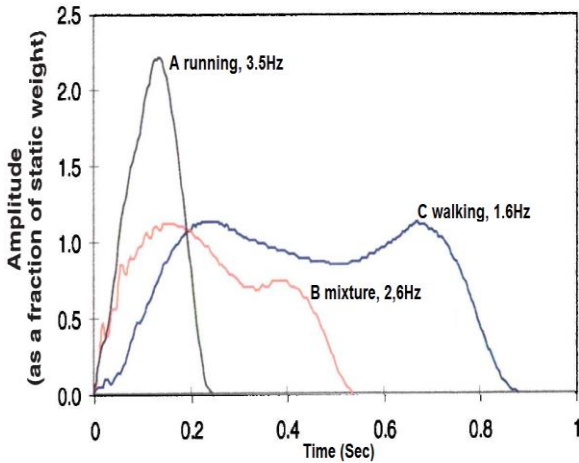


Figura 2.6 – a) Subida de escadas

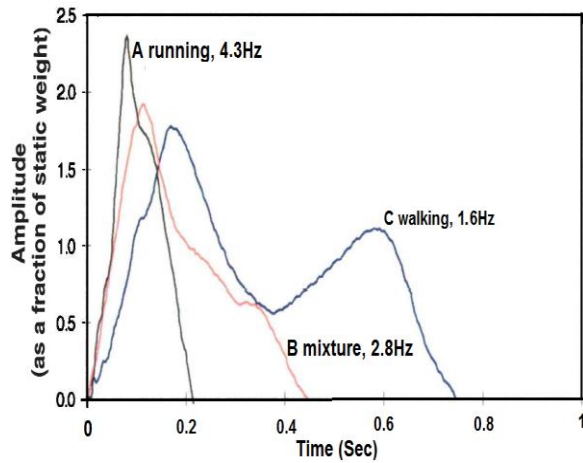


Figura 2.7 – b) Descida de escadas

Segundo Bishop [3] os resultados presentes na bibliografia demonstram que as forças exercidas nas escadas são muito superiores às exercidas em superfícies planas. Além disso, como refere o mesmo, descer as escadas com frequências de 3 degraus por segundo ou 4 degraus por segundo é normal, ao contrário dos pavimentos que o normal é andar com uma frequência de passada a rondar os 2 passos por segundo. Isto significa que forças elevadas muito superiores ao peso próprio possam ser facilmente aplicadas às escadas pelo facto destas aumentarem com a frequência de passada.

O Anexo A.4 apresenta uma tabela com uma compilação elaborada por Kerr e Bishop [2] [3] [4] com as forças máximas obtidas por vários autores através da realização de ensaios em plataformas de força em escadas.

## 2.3.2 SÉRIE DE FOURIER

### 2.3.2.1 ANÁLISE DE FOURIER

Como é explicado no Anexo A.3.1 uma função de carga relativa a um passo pode ser transformada numa função contínua periódica correspondendo à sobreposição de vários passos consecutivos, o que significa que as funções de carga, provenientes de ensaios em plataformas de força, podem ser descritas através de uma Série de Fourier. Daí a importância da Série de Fourier na modelação e quantificação da ação humana.

A força exercida pelos peões em pavimentos, pontes pedonais, escadas, etc... pode ser descrita em termos de uma Série de Fourier, da seguinte forma:

$$F(t) = P + \sum_{i=1}^n P\alpha_i \sin(2\pi i f_{step} t + \phi_i) \quad (9)$$

Em que  $P$  representa o peso próprio do peão,  $f_{step}$  representa a frequência de passada do peão,  $\phi_i$  o ângulo de fase do harmónico  $i$  e  $\alpha_i$  representa a amplitude do harmónico  $i$ .  $\alpha_i$  também é muitas vezes referido como coeficiente de Fourier ou coeficiente de carga dinâmico DLF (*dynamic load factor*).

Segundo Kerr [4] para fazer uma análise de Fourier a partir de ensaios em plataformas de força é necessário ter em conta dois fatores: primeiro a análise de Fourier só pode ser realizada em funções periódicas logo é necessário assumir que a função de carga é igual independentemente do pé que a realiza (pé esquerdo ou pé direito) e segundo as funções de carga devem ser sobrepostas exatamente após o período da passada  $1/f_{step}$ . No Anexo A.5.1 encontra-se pormenorizado como se realiza uma análise de Fourier a partir de ensaios em plataformas de força.

### 2.3.2.2 HARMÓNICOS OBTIDOS A PARTIR DE ENSAIOS EM PLATAFORMA DE FORÇA

A quantificação da amplitude dos harmónicos e a determinação do número de harmónicos que devem ser utilizados é essencial para a caracterização da Série de Fourier, logo para a caracterização da função de carga. Quanto maior o valor das suas amplitudes maior será a força exercida, logo maiores serão as vibrações. No entanto e principalmente nas escadas existe uma grande dispersão entre os valores obtidos pelos vários autores.

As Figuras 2.8 e 2.9 apresentam as amplitudes dos primeiros 2 harmónicos obtidas por Kerr e Bishop [2] para a subida de escadas. As amplitudes dos harmónicos estão apresentadas como fração do peso próprio.

Como pode-se ver através das Figuras 2.8 e 2.9 existe uma grande dispersão nos resultados obtidos, sendo difícil se não mesmo impossível definir quais os harmónicos que devem ser utilizados na Série de Fourier para cada frequência de passada. Contudo Kerr e Bishop [2] referem que no caso dos primeiros harmónicos existe uma certa tendência nos valores obtidos consoante a frequência de passada utilizada. Para ilustrar tal facto Kerr e Bishop [2] dividiram os resultados obtidos em três zonas: andamento normal (*walking*), “mistura” (*mixture*) e corrida (*running*). Na zona de andamento normal (para frequências de passada inferiores a 2,2Hz) as amplitudes observadas são inferiores às observadas na zona de corrida (para frequências de passada superiores a 3,3Hz) e na zona de mistura (frequências de passada entre 2,2 e 3,3Hz) os valores das amplitudes apresentam maior dispersão podendo tanto apresentar valores relativamente da mesma magnitude dos valores obtidos para o andamento normal como para a corrida.

Isto segundo o mesmo é explicado pelo facto das frequências de passada utilizadas nesta zona serem as que os indivíduos sentiram mais desconforto ao subir as escadas, o que fez com que as funções de carga (obtidas a partir dos ensaios em plataformas de força) apresentassem formas muito variadas logo influenciando os valores das amplitudes obtidas. No caso do segundo harmónico as amplitudes ainda apresentam maior dispersão não sendo possível fazer a mesma distinção que é feita para o primeiro

harmónico. Também pode-se verificar que as amplitudes dos segundos harmónicos são consideravelmente inferiores às amplitudes do primeiro harmónico.

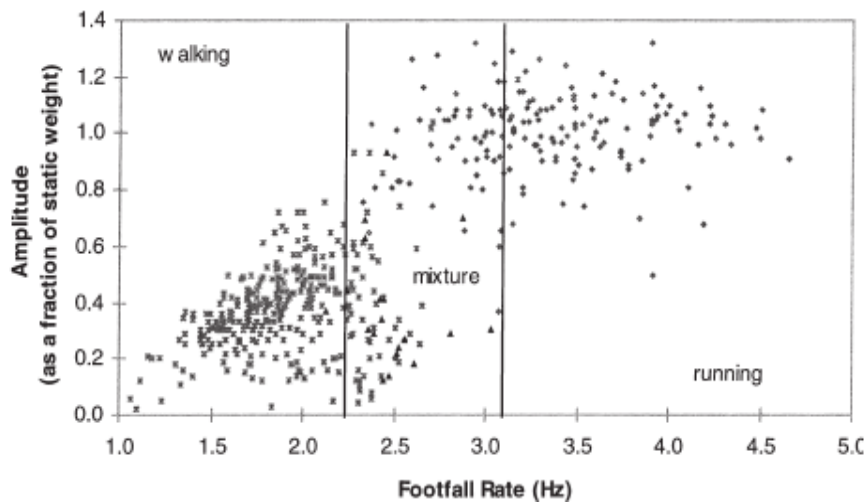


Figura 2.8 – Resultados do primeiro harmónico obtidos por Kerr e Bishop [2] para a subida

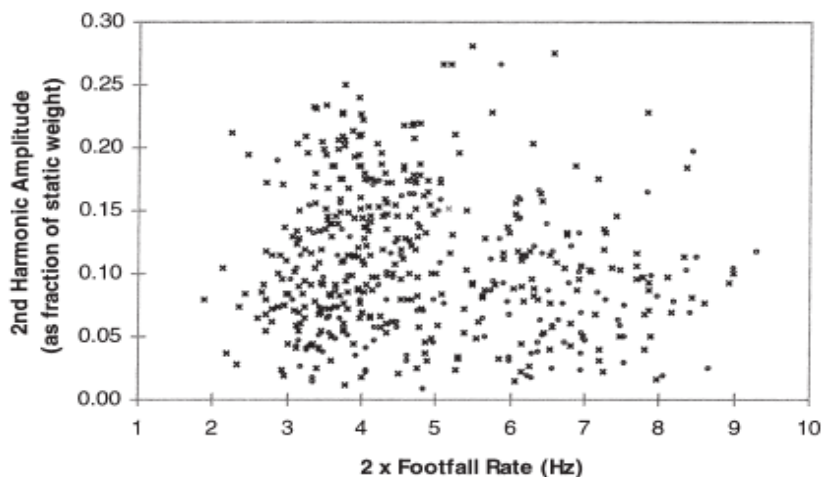
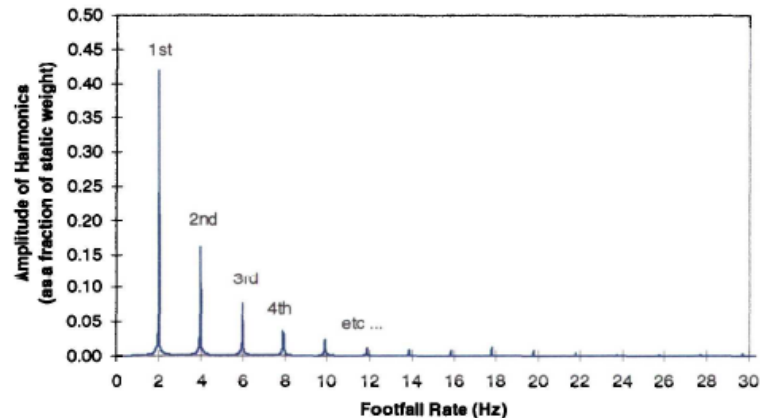


Figura 2.9 – Resultados do segundo harmónico obtidos por Kerr e Bishop [2] para a subida

Para efeitos de comparação Kerr e Bishop [2] também realizaram ensaios em plataformas de força numa superfície plana. Os mesmos obtiveram cerca de 1000 funções de carga através de 1000 passagens de 40 indivíduos diferentes. Comparando os resultados obtidos para a escada com os obtidos para uma superfície plana Kerr e Bishop [2] verificaram que para as escadas os valores dos dois primeiros harmónicos são substancialmente maiores, principalmente para o segundo harmónico em que os valores são cerca de 6 vezes maiores. Esta verificação como referem Kerr e Bishop [2] deveria preocupar os projetistas de escadas flexíveis.

Outra maneira de obter as amplitudes dos harmónicos, em vez da expansão discreta em séries de Fourier, é através da transformada rápida de Fourier FFT (*Fast Fourier Transform*). A Figura 2.10 apresenta as amplitudes dos harmónicos de uma função de carga típica obtida por Kerr e Bishop [2] para uma subida com uma frequência de passada de 2,0Hz.



**Figura 2.10 – Valores das amplitudes dos harmônicos obtidos através de uma FFT, por Kerr e Bishop [2], para uma subida típica a 2,0Hz**

Como é possível ver pela Figura 2.10 a amplitude dos harmônicos diminui com o aumento do número de harmônicos, no entanto segundo Kerr e Bishop [2] ainda existe uma magnitude significativa para o terceiro harmônico de 0,08 (8% do peso próprio) e para o quarto harmônico de 0,04 (4% do peso próprio) sendo que a partir do quinto harmônico as amplitudes tornam-se extremamente pequenas.

No Anexo A.5.2 são apresentados os valores das amplitudes dos dois primeiros harmônicos obtidos por Kerr e Bishop [2] para a descida e referidas as principais diferenças verificadas em relação à subida de escadas. Também no mesmo anexo são expostas as amplitudes dos harmônicos obtidas pelos autores González [16] e Kasperski et al. [13] a partir da realização de ensaios com plataformas de força em escadas.

Devido à dispersão dos resultados verificados pelos vários autores [4] [13] [16] torna-se complicado saber quais os valores das amplitudes dos harmônicos devem ser utilizados. Contudo parece haver um consenso em que pelo menos até ao quarto harmônico as amplitudes apresentam magnitudes que devem ser consideradas. Como o quarto harmônico ocorre para 4 vezes a frequência de passada, isto significa que a ressonância pode ocorrer, pelo menos, até ao quarto submúltiplo da frequência fundamental da estrutura.

Outro parâmetro importante para a definição da Série de Fourier dada pela Equação (9) é o ângulo de fase  $\phi_i$ . Os autores Bishop [2], Kerr [2], González [16] e Kasperski et al. [13] não apresentam informação relativamente a este parâmetro.

### 2.3.2.3 OBTENÇÃO DA SÉRIE DE FOURIER A PARTIR DE ACELERAÇÕES

O método mais comum para obter a função de carga descrita por uma Série de Fourier é a partir de ensaios em plataformas de força. No entanto existe outro método, desenvolvido na área da biomecânica, para obter a força em termos de uma Série de Fourier. Este método tem como base a equação de equilíbrio descrita pela 2ª lei de Newton (10):

$$F(t) = Mg + Ma(t) \quad (10)$$

Em que  $g$  é a aceleração gravítica ( $9,8 \text{ m/s}^2$ ),  $M$  é a massa do corpo,  $a(t)$  é a aceleração do centro de gravidade do indivíduo em função do tempo e  $F(t)$  é a força dada pela Série de Fourier (Equação (9)).

Este método consiste em medir as acelerações de um indivíduo quando o mesmo se desloca e depois substituí-las na equação de equilíbrio (10). Este método é designado por dinâmica inversa (*Inverse Dynamic*) e tem esse nome porque a força é obtida a partir das acelerações e não a partir de um método direto, como por exemplo através de plataformas de força. Um dos autores que mais desenvolveu este método no âmbito das escadas foi Gaile [17] [18]. Segundo Gaile [17] [18] este método complementa as diversas limitações que os ensaios em plataformas de força apresentam. Ao contrário do que acontece com os ensaios em plataforma de força este método permite obter a acelerações de vários passos consecutivos. A medição de um passo somente supondo que os restantes passos são idênticos pode não ser plausível devido à não periodicidade das forças exercidas por cada passo. Para além disso a medição de um passo em que o indivíduo está concentrado em realizá-lo pode não ser a situação mais viável devido ao facto do indivíduo não estar a realizá-lo com naturalidade.

No Anexo A.6 está descrito o programa experimental realizado por esta autora baseado na dinâmica inversa para obtenção dos valores das amplitudes dos harmónicos e dos ângulos de fase  $\phi_i$ .

Na Tabela 2.1 são apresentados os valores das amplitudes dos harmónicos (DLF's *Dynamic load factors*) propostos por Gaile [17] [18], com base nos resultados obtidos na elaboração da sua tese. Ao contrário do que acontece com os autores referidos na Subsecção 2.3.2.2, na mesma tabela são apresentados os valores referentes aos ângulos de fase  $\phi_i$ . Informações sobre quais os valores que estes ângulos devem tomar são escassas na bibliografia, sendo que esta autora é das únicas que apresenta informações relativa aos mesmos. De referir ainda que não são apresentadas amplitudes dos harmónicos para frequências de passada superiores a 2,3Hz. Gaile [17] [18] refere que para frequências de passada superiores a 2,3Hz os valores dos harmónicos podem ser tratados como constantes, porém isto não está de acordo com o verificado por outros autores, como por exemplo Kerr [4]. Os parâmetros exibidos na 2.1 devem ser utilizados na construção da Série de Fourier dada pela Equação (9).

**Tabela 2.1 – Valores dos DLF's propostos por Gaile [17] [18] para frequências de passada até 2,3Hz**

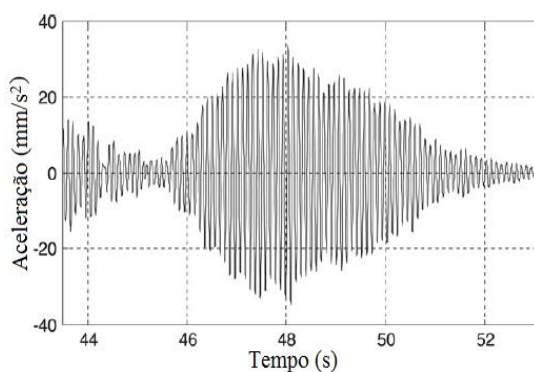
	Número do Harmónico	DLF, $\alpha_i$	Ângulo de fase, $\phi_i$	Proposta de cálculo dos DLF's para frequências de passada até 2,3Hz
Subida 2Hz	1º	0,37	9,66º	$DLF(2Hz) \cdot (0,94f - 0,88)$ ; $1 \leq f(Hz) < 1,95$ para $i = 1 \dots 3$ $DLF(2Hz) \begin{cases} 1 \leq f(Hz) \leq 1,95 \text{ para } i = 4,5 \\ 1,95 \leq f(Hz) \leq 2,3 \text{ para } i = 1 \dots 5 \end{cases}$
	2º	0,21	2,15º	
	3º	0,10	-142º	
	4º	0,03	84,5º	
	5º	0,01	18,5º	
Descida 2,15Hz	1º	0,60	20º	$DLF(2,15Hz) \cdot (0,99f - 1,13)$ ; $1 \leq f(Hz) \leq 1,85$ para $i = 1 \dots 3$ $DLF(2,15Hz) \begin{cases} 1 \leq f(Hz) \leq 1,85 \text{ para } i = 4,5 \\ 1,85 \leq f(Hz) \leq 2,3 \text{ para } i = 1 \dots 5 \end{cases}$
	2º	0,13	-60,3º	
	3º	0,05	-84,5º	
	4º	0,03	-125º	
	5º	0,02	93,4º	

## 2.4 ANÁLISE E QUANTIFICAÇÃO NUMÉRICA DAS VIBRAÇÕES EM ESCADAS METÁLICAS

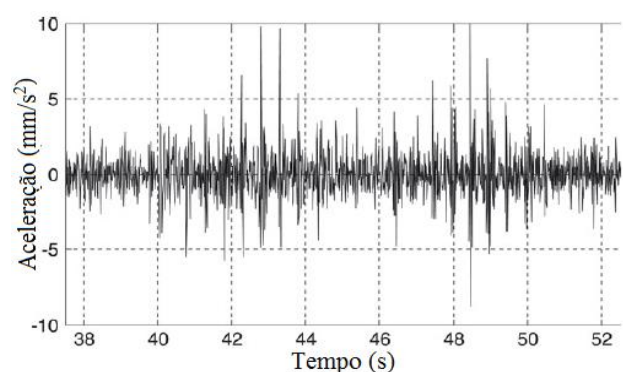
Existe uma ampla diversidade de métodos numéricos para prever as vibrações em fase de projeto, contudo não é consensual qual deve ser preferencialmente utilizado. Alguns métodos são demasiado complexos e morosos portanto sendo muito difícil a sua aplicação em fase de projeto, outros são demasiado simplificados apresentando muitas vezes resultados sobrestimados e demasiadamente conservativos.

### 2.4.1 PAVIMENTOS DE BAIXA E ALTA FREQUÊNCIA

Consoante o tipo de resposta dinâmica os pavimentos são divididos em duas categorias, pavimentos de baixa e alta frequência. Os pavimentos de baixa frequência ou LFF (*low frequency floors*), como o próprio nome indica, são aqueles cuja frequência fundamental é baixa, enquanto os pavimentos de alta frequência ou HFF (*high frequency floors*) são aqueles cuja frequência fundamental é elevada. Esta distinção foi primeiramente introduzida por Wyatt sugerindo que os pavimentos de baixa frequência respondem harmonicamente, com uma resposta em ressonância e os pavimentos de alta frequência respondem impulsivamente, com uma resposta em regime transitório [19]. Uma resposta é designada por impulsiva quando as acelerações relativas a um passo decaem significativamente antes que ocorra o próximo passo, enquanto numa resposta em ressonância ocorre precisamente o oposto, as acelerações vão aumentando com realização de passos consecutivos. As Figuras 2.11 e 2.12 ilustram a diferença entre uma resposta em ressonância de um pavimento de baixa frequência (com uma frequência fundamental de 7,8Hz) e a resposta impulsiva de um pavimento de alta frequência (com uma frequência fundamental superior a 20Hz) provocadas por um peão a se deslocar com uma frequência de passada de 2Hz [20].



**Figura 2.11 – Resposta em ressonância de um pavimento com uma frequência fundamental baixa, adaptado de Brownjonh et al. [20]**



**Figura 2.12 – Resposta impulsiva de um pavimento com uma frequência fundamental alta, adaptado de Brownjonh et al. [20]**

Apesar da divisão entre pavimentos de alta e baixa frequência estar amplamente aceite na comunidade da engenharia civil, existe bastante discussão em relação ao limite ou à fronteira a partir da qual os pavimentos deixam de ser considerados de baixa frequência e passam a ser designados de alta frequência

[19]. No Anexo A.7 é apresentado o limite normalmente utilizado para distinguir pavimentos LFF de pavimentos HFF e ainda é discutido qual deve ser o limite empregue no caso das escadas.

Hoje em dia a maioria dos pavimentos sujeitos à ação humana são projetados com frequências fundamentais superiores a 10Hz para evitar a ocorrência de efeitos ressonantes. Todavia a utilização de materiais leves na construção de pavimentos com elevada rigidez, fazendo com que sejam obtidas frequências fundamentais elevadas, pode não ser o mais indicado [5]. Reduzindo a massa dos materiais reduz a inércia, logo, uma resposta impulsiva também pode originar valores de acelerações consideravelmente elevados, como pode ser visto no 2º caso prático de estudo realizado no âmbito desta dissertação.

## 2.4.2 RESPOSTA PROVOCADA POR PEÕES ISOLADOS

O método mais realista para obter as acelerações numericamente é através da aplicação das funções de carga (obtidas através das plataformas de força ou em termos de uma Série de Fourier, ver Secção 2.3) diretamente no modelo numérico das escadas que se pretende analisar e posteriormente realizando uma análise dinâmica com integração no domínio do tempo (*Time History Analysis*). Este método será descrito detalhadamente e amplamente utilizado nos capítulos referentes aos casos de estudo realizados no âmbito desta dissertação (Capítulos 3 e 4). Todavia existem outros métodos mais simplificados que podem ser utilizados para quantificar as acelerações numericamente e que serão descritos seguidamente.

### 2.4.2.1 ANÁLISE *STEADY STATE*

A determinação dos modos e respetivas frequências é bastante importante na análise dinâmica de uma estrutura, porém torna-se complicado perceber quais são os modos mais suscetíveis de serem excitados pelo andamento dos peões se apenas as suas frequências e deformadas são conhecidas. Uma maneira de prever quais são os modos mais suscetíveis de serem excitados é através de uma análise *Steady State*. Este tipo de análise está presente no programa de cálculo SAP2000 [21] e é descrita detalhadamente por Barret [22]. Em resumo a análise *Steady State* avalia computacionalmente a magnitude da resposta dinâmica dos vários modos em função da sua frequência através da aplicação de uma série de cargas harmónicas (cargas descritas por uma função seno ou cosseno) a específicos incrementos de frequências. A resposta dinâmica no domínio da frequência é dada através da solução da seguinte equação fundamental do movimento, que está presente no manual de utilizador do SAP2000 [21]:

$$[M]\{u(t)''\} + [C]\{u(t)'\} + [K]\{u(t)\} = \{r(t)\} = \{p_0 \cos(wt) + p_{90} \sin(wt)\} \quad (11)$$

Em que  $M, C, K, u(t)''$ ,  $u(t)'$ ,  $u(t)$  e  $w$  já foram anteriormente descritos (ver Subsecção 2.1.1) e  $r(t)$  é o carregamento harmónico, onde  $p_0$  corresponde à componente real que se encontra em fase (*in-phase*) e  $p_{90}$  corresponde à componente imaginária fora de fase (*out-of-phase*).

A característica mais importante da Equação (11) é o carregamento harmónico representando por um componente real em fase e outra imaginária fora de fase 90°. Isto simplifica as equações a serem resolvidas no domínio da frequência, mas mais importante a solução resultante da Equação (11) representa a componente real e imaginária da resposta em cada incremento de frequência. A cada incremento de frequência a componente real e a componente imaginária podem ser combinadas através da raiz quadrada da soma das raízes (*Square Root of the Sum of the Squares*) originando a magnitude total da resposta [22]. Esta magnitude da resposta é designada por função da resposta no domínio da frequência ou FRF (*Frequency Response Function*). O gráfico da Figura 2.13 representa um exemplo de uma FRF obtida através de uma análise *Steady State* para uma escada estudada por Davis et al. [23]. Como pode-se ver pelo gráfico a maior magnitude da aceleração ocorre para 6,1Hz, isto significa que o modo de vibração com esta frequência estará claramente mais suscetível de ser excitado. Neste caso a frequência de 6,1Hz correspondia ao 2º modo da escada analisada. É de realçar que no SAP2000 é possível especificar o intervalo das frequências que são de particular interesse.

Literalmente milhares de gráficos de FRF's podem ser obtidos para uma determinada estrutura, visto que para cada nó da malha do modelo numérico um gráfico FRF pode ser gerado. No entanto normalmente é comum escolher o ponto da estrutura em que se prevê que as acelerações sejam maiores. Esse ponto é vulgarmente designado por *driving point* e no caso das escadas normalmente situa-se a meio vão [22].

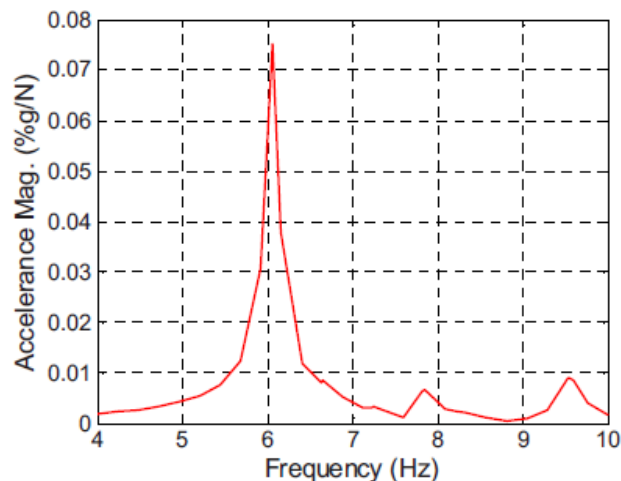


Figura 2.13 – Exemplo de uma FRF obtida através de uma análise *Steady State* [23]

Com base na análise *Steady State* e na amplitude dos harmónicos, Davis sugeriu um método primeiramente para pavimentos [15] e posteriormente para escadas [23] para calcular acelerações de pico numericamente. Este método utiliza vantajosamente o facto de que a maioria da resposta devido ao andamento acontece quando a frequência de um harmónico iguala a frequência de um dos modos dominantes. Sucintamente, o método consiste em determinar a magnitude do pico de aceleração através de uma análise *Steady State* (por exemplo utilizando o SAP2000) e depois multiplicar essa magnitude pela amplitude do harmónico cuja frequência iguala a frequência do modo dominante, obtendo desta

forma a resposta *Steady State* referente ao andamento [15]. Para demonstrar a aplicação deste método, é descrito no Anexo A.8 um exemplo dado por Davis et al. [23].

Simplificadamente com este método obtém-se a resposta provocada por uma carga sinusoidal com a contribuição do harmónico que iguala a frequência do modo dominante. Para ter em conta o facto de que os peões não andam exatamente com uma frequência de passada igualando um dos submúltiplos da frequência fundamental e que as acelerações de pico foram obtidas por uma carga aplicada a meio vão (zona de acelerações máximas), o que não acontece na realidade visto que os peões não andam na escada sempre a meio vão, Davis [15] [23] sugere a aplicação de um fator de ajustamento igual a 0,35 de modo a reduzir as acelerações obtidas.

De referir ainda que este é um método simplificado que só pode ser utilizado em escadas com frequências fundamentais baixas pelo facto das magnitudes das acelerações obtidas através da análise *Steady State* serem multiplicadas pelas amplitudes dos harmónicos. Admitindo que apenas as amplitudes dos quatro primeiros harmónicos são significativas logo plausíveis de causar efeitos ressonantes, isso faz com que este método deva ser utilizado em escadas com frequências fundamentais até 4 vezes a frequência de passada normalmente utilizada em escadas. Este método será utilizado no primeiro caso de estudo realizado no âmbito desta dissertação.

#### 2.4.2.2 IMPULSO EFETIVO

O Impulso Efetivo ou *ARUP's effective impulse* é também outro método simplificado para obtenção das vibrações numericamente. Este método foi primeiramente desenvolvido por Willford et al. [24] [25] com o objetivo de proporcionar à empresa de projeto estrutural ARUP um guia de avaliação das vibrações em fase de projeto. O método foi desenvolvido para ser utilizado em pavimentos de elevada frequência natural, tendo em conta o facto de que estes respondem com uma série de impulsos originados pela sucessão de passos durante o andamento dos peões, não havendo a possibilidade de “construção” de uma resposta em ressonância (ver Figura 2.11).

O mesmo foi obtido a partir da aplicação de mais de 800 funções de carga com diferentes frequências de passada obtidas por Kerr [4] a osciladores com um grau de liberdade com massa unitária e diferentes frequências naturais. Se um impulso é aplicado a um oscilador de um grau de liberdade com massa unitária, a velocidade daí resultante é igual à magnitude do impulso, isto significa que se temos um oscilador de 1 grau de liberdade com uma determinada frequência natural e massa unitária e for aplicada uma determinada função de carga com uma determinada frequência de passada, a velocidade inicial daí resultante corresponde a um impulso que pode ser considerado como a força máxima provocada por um passo para aquela determinada frequência natural do oscilador [19]. Uma linha de tendência foi aplicada aos resultados obtidos para as 800 funções de carga e o impulso efetivo dado pela Equação (12) foi obtido considerando um peso médio de um peão de 700N:

$$I_{eff} = C f_s^{1,43} / f_i^{1,30} \quad (12)$$

Em que  $f_s$  é a frequência de passada e a  $f_i$  é a frequência natural do modo  $i$  pavimento.  $C$  é uma constante cujo valor médio é de 42 Ns (Newton segundo). Em fase de projeto os autores sugerem um valor de 54 Ns que tem uma probabilidade de 75% de não ser excedido. A Equação (12) é a base do método de avaliação das vibrações proposto por Willford et al. [24] [25]. A resposta provocada pelo impulso efetivo pode ser vista como a resposta provocada por um passo durante o andamento dos peões em pavimentos com frequências naturais elevadas [25].

O impulso efetivo é consensualmente aceite como o mais racional e aquele que apresenta resultados mais realistas [5] [19] [20] e está na base de dois dos regulamentos mais importantes no Reino Unido (SCI P354 e CSTR43) [7] [26]. Contudo outros autores obtiveram coeficientes muito diferentes dos verificados na Equação (12) que foram obtidos por Willford et al. [24] [25].

No Anexo A.9 são apresentadas algumas expressões do Impulso Efetivo com diferentes coeficientes obtidos por outros autores.

O regulamento SCI P354 [7] apresenta algumas alterações ao impulso efetivo obtido por Willford et al. [24] [25]. A Equação (13) demonstra o impulso efetivo dado pelo SCI P354 [7]:

$$I_{eff} = 60 f_s^{1,43} / f_i^{1,30} \left( \frac{P}{700} \right) \quad (13)$$

Em que  $P$  é o peso próprio médio de um peão que segundo SCI P354 [7] deve ser considerado igual a 746N. A principal vantagem em utilizar o impulso efetivo dado pelo SCI P354 [7] é que este regulamento apresenta uma expressão simplificada para o cálculo manual da resposta originada pelo mesmo. As acelerações originadas pelo impulso efetivo dado pela Equação (13) podem ser determinadas, segundo o SCI P354 [7], pela Equação (14):

$$a(t) = \sum_{n=1}^N 2\pi f_i \sqrt{1 - \xi^2} \mu_{e,i} \mu_{r,i} \frac{I_{eff}}{M_i} \sin(2\pi f_i \sqrt{1 - \xi^2} t) e^{-\xi^2 \pi f_i t} W_i \quad (14)$$

Em que  $\mu_{e,i}$  é a amplitude da deformada do modo proveniente do programa de elementos finitos, obtida a partir da unidade ou massa normalizada, no ponto do pavimento onde o impulso efetivo ( $I_{eff}$ ) é aplicado,  $\mu_{r,i}$  é a amplitude da deformada do modo proveniente do programa de elementos finitos, obtida a partir da unidade ou massa normalizada, no ponto onde se pretende verificar a resposta ou as acelerações,  $M_i$  é a massa modal do modo  $i$  (igual a 1 se as amplitudes das deformadas dos modos estiverem normalizadas pela massa) (Kg) e  $W_i$  é um fator de ponderação que tem em conta a perceção do ser humano às vibrações segundo a direção das mesmas (utilizando o sistema de coordenadas

basicêntricos presente na Figura A.30, Anexo A.12) e a frequência do modo em consideração.  $I_{eff}$ ,  $\xi$  e  $f_i$  já foram definidos anteriormente.

O impulso efetivo foi aplicado ao modelo numérico das escadas do segundo caso de estudo (ver Capítulo 4) com o objetivo de determinar as acelerações numéricas provocadas pelo andamento. Todavia o facto de o impulso efetivo ser obtido a partir de funções de carga obtidas para superfícies horizontais planas faz com que seja questionável a sua aplicação em escadas, visto que para estas, as funções de carga podem ser significativamente diferentes.

Como a análise *Steady State* é somente aplicável a estruturas com frequências fundamentais baixas e o impulso efetivo é somente aplicável a estruturas com frequências fundamentais elevadas isso demonstra que há a necessidade da existência de um método simplificado que seja aplicável a todo o tipo de estruturas.

### 2.4.3 RESPOSTA PROVOCADA POR UM GRUPO DE PEÕES

Como refere Bishop [3] um dos principais problemas relacionados com as vibrações em escada é a falta de quantificação do efeito de grupo. Segundo o mesmo em escadas com grande utilização por parte dos peões a amplificação das vibrações devido ao efeito de grupo será significativa. Para demonstrar o efeito de grupo em escadas na elaboração do seu estudo Bishop [3] tentou quantificar a força exercida por um grupo através de simulações baseadas no método de Monte Carlo. Foi escolhido simular a força exercida por um grupo de 9,18 e 27 peões. Como refere Bishop [3] em escadas muito ocupadas, os peões têm tendência para andar com a mesma velocidade. A existência de degraus requer que os peões se movam à mesma velocidade aplicando forças ao mesmo ritmo (mesma frequência de passada). Visto que os peões em escadas tendem a andar com a mesma frequência de passada, para simplificar o processo a mesma função de carga (logo com a mesma frequência de passada) foi escolhida para simular a força exercida por cada peão do grupo, a única variável escolhida aleatoriamente foi o desfasamento (ângulo de fase diferente) entre os peões. Os resultados obtidos com base nas simulações de Monte de Carlo foram expressos através de uma função densidade de probabilidade versus fatores de amplificação para o grupo de 9,18 e 27 peões, como mostra a Figura 2.14.

Os fatores de amplificação, obtidos por Bishop [3], com maior probabilidade de ocorrer foram de 2,0, 2,4 e 3,1 para um grupo de 9,18 e 27 peões respetivamente. Todavia Bishop [3] verificou que para um grupo grande de peões o amortecimento da escada aumentava significativamente, portanto segundo o mesmo para um grupo de 27 peões um fator de amplificação de 1,5 a 3,0 parece ser mais plausível.

Bishop [3] para além de tentar quantificar o efeito de grupo com base em simulações de Monte Carlo também mediu experimentalmente as vibrações numa escada provocadas por um grupo de 27 peões. No Anexo A.10 são apresentados os resultados das medições experimentais efetuadas por este autor.

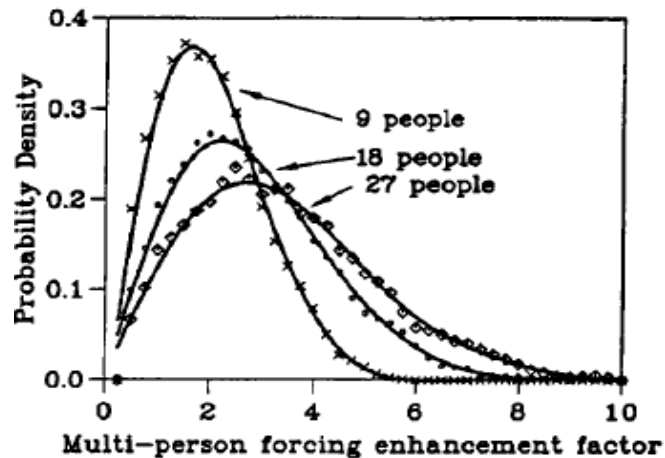


Figura 2.14 – Função densidade de probabilidade vs fatores de amplificação [3]

Kerr [4] na realização da sua tese de doutoramento também com o objetivo de quantificar as forças exercidas por um grupo de peões desenvolveu o trabalho elaborado por Bishop [3]. Na tentativa de expandir a quantificação dos efeitos de grupo a outras condições, Kerr [4] realizou simulações através do método de Monte Carlo para os três seguintes casos: peões com diferentes frequências de passada, peões com frequências de passada aproximadas com apenas uma diferença de 10% e peões com a mesma frequência de passada.

Os três casos referidos anteriormente encontram-se descritos com detalhe no Anexo A.10 portanto nesta subsecção apenas serão referidos os resultados obtidos por Kerr [4] referentes ao caso mais condicionante. Kerr [4] verificou que percorrer escadas com a mesma frequência de passada e com pouco desfasamento entre cada indivíduo origina um efeito de grupo mais desfavorável. Segundo o mesmo, com base em funções densidade de probabilidade, fatores de amplificação de 3 para um grupo de 4 pessoas e de 6 para um grupo de 9 são mais prováveis de ocorrer quando existe uma variação do ângulo de fase entre 0 e  $\pi$ .

Pelas observações realizadas por Kerr [4] em escadas reais com muita utilização (mencionadas no Anexo A.9), este cenário tem elevada possibilidade de ocorrer portanto durante os ensaios de grupo realizados no âmbito desta dissertação houve uma tentativa para que os intervenientes percorressem a escada com a mesma frequência de passada e com um desfasamento mínimo entre cada indivíduo de modo a obter as acelerações mais gravosas.

Um método simplificado de obter numericamente as acelerações em escadas, provocadas por um grupo de peões, é multiplicar as acelerações numéricas obtidas para um peão individual pelos fatores de amplificação acima mencionados. Esse método será utilizado no segundo caso de estudo realizado na presente dissertação (ver Capítulo 4) para estimar as acelerações de grupo. Outro método para obter numericamente as acelerações de grupo é colocar a atuar no modelo numérico várias funções de carga simulando diferentes indivíduos a percorrer a escada. Este foi o método utilizado no primeiro caso de estudo e será pormenorizado no Capítulo 3.

Outro aspeto importante que está associado a grupos de peões e que pode originar vibrações significativas é o fenómeno da sincronização lateral ou *lock in*. Este fenómeno tem maior relevância em pontes pedonais e não tanto em escadas portanto o mesmo apenas será descrito no Anexo A.10.

Com o intuito de demonstrar os estudos efetuados até ao momento sobre escadas metálicas no Anexo A.11 é feita uma revisão bibliográfica de análises dinâmicas realizadas em escadas por diferentes autores.

## 2.5 REGULAMENTOS

### 2.5.1 CARACTERIZAÇÃO DA AÇÃO DINÂMICA EM ESCADAS COM BASE NOS REGULAMENTOS

Os regulamentos concebidos para a análise de vibrações em estruturas baseiam-se essencialmente nas três ideias seguintes, quantificação da ação humana, obtenção das acelerações numericamente e comparação das acelerações previstas com um limite de aceleração aceitável. Os limites de aceleração propostos pelos diversos regulamentos serão discutidos nas Subsecções 2.5.2 e 2.5.3. Nesta Subsecção refere-se a informação presente nos diversos regulamentos relativa à quantificação da ação humana em escadas.

A informação disponível nos diversos regulamentos quanto à quantificação da ação humana em escadas é escassa. Os únicos regulamentos que referem como descrever a força dinâmica induzida pelos peões são o SCI P354 [7] e a ISO 10137 [10]. No entanto o SCI P354 [7] apenas descreve a informação que está presente na ISO 10137 [10] portanto as indicações relativas à ação humana em escadas são idênticas nos dois regulamentos. Ambos os documentos referem que a força dinâmica induzida pelos peões em escadas é na generalidade superior à força dinâmica induzida pelos peões em superfícies planas e que é normal esperar descidas rápidas em escadas com frequências de passada a rondar os 3 e 4Hz, sendo até possível descer a 4,5Hz, também muito superiores às máximas previstas para superfícies horizontais que rondam os 1,5 a 2,5Hz. Os dois regulamentos referem que a ação humana em escadas deve ser descrita por uma série de Fourier dada pela Equação (9). É assumido pelos mesmos que apenas os dois primeiros harmónicos no caso das escadas devem ser tidos em conta e que os valores das suas amplitudes não dependem da frequência de passada, devendo ser considerados constantes. A Tabela 2.2 apresenta os valores dos harmónicos propostos pelo SCI P354 [7] e pela ISO 10137 [10]. De referir que não é dada qualquer indicação acerca dos valores dos ângulos de fase que devem ser considerados. Apenas é referido na ISO 10137 [10] que no caso dos pavimentos o valor do ângulo de fase pode ser considerado igual a 90° de uma forma conservativa. A validade deste valor para o ângulo de fase no caso das escadas é desconhecida.

**Tabela 2.2 – Amplitudes dos dois primeiros harmônicos para escadas propostos por SCI P354 [7] e ISO 10137 [10]**

<i>Harmónico</i>	<i>Frequência de passada</i>	<i>Valores de dimensionamento dos harmónicos</i>
<b>1</b>	1,2 até 4,5Hz	1,1
<b>2</b>	2,4 até 9Hz	0,22

Devido à escassez de informação nos diversos regulamentos para descrever a força dinâmica exercida pelos peões em escadas, é optado muitas vezes utilizar a informação dada por outros autores, como por exemplo Kerr, González, Bishop e Gaile [4] [16] [3] [17].

### 2.5.2 CONFORTO HUMANO

A resposta do ser humano a vibrações é um fenómeno bastante complexo envolvendo a magnitude das vibrações induzidas, a sensibilidade do ser humano, o ambiente que o rodeia e o tempo de exposição. A reação a vibrações varia de indivíduo para indivíduo e depende muito do tipo atividade que está sendo realizada. A percepção da vibração de um pavimento pode ser muito maior num apartamento calmo do que num escritório muito movimentado. A reação de um idoso a viver no quinto andar pode ser consideravelmente diferente da reação de um jovem adulto a viver no segundo andar, se ambos estiverem sujeitos ao mesmo tipo de vibração AISC 11 [11]. Não existe um limite exato que possa ser imposto que garanta que a vibração de um determinado pavimento não dará origem a comentários adversos por parte dos ocupantes durante o seu tempo de vida útil. Em vez de soluções absolutas, os correntes regulamentos procuram guiar os projetistas para soluções que originem uma baixa probabilidade de comentários adversos por parte dos ocupantes SCI P354 [7].

Existem regulamentos especificamente dedicados à avaliação da resposta do ser humano a vibrações (BS 6472, ISO 2631-1 e ISO 2631-2) [9] [28] [28]. Contudo a maioria dos regulamentos concebidos para avaliar as vibrações em fase de projeto propõem limites para o conforto humano [7] [10] [11].

Como foi observado na Subsecção 2.1.2 a quantificação das vibrações é normalmente realizada em termos de acelerações, portanto os regulamentos propõem que a suscetibilidade dos pavimentos sujeitos a vibrações seja feita através da comparação das acelerações previstas numericamente com um limite aceitável de acelerações proposto.

A percepção das acelerações por parte dos seres humanos depende da direção de incidência, por exemplo na direção horizontal (eixo x e y na Figura A.30, Anexo A.12) a sensibilidade do ser humano às vibrações é muito maior do que na direção vertical (eixo z na Figura A.30, Anexo A.12) [14]. Para descrever a direção de incidência das acelerações utiliza-se o sistema de coordenadas basicêntricos presente na Figura A.30, Anexo A.12.

A percepção das vibrações também depende da frequência natural da fonte que provoca essas vibrações. Isto acontece porque a sensibilidade do ser humano a uma determinada amplitude de vibração muda

conforme a frequência de vibração. Este é o mesmo fenómeno que ocorre no apito para cães, embora o volume (amplitude) de um apito normal possa ser igual ao volume (amplitude) do apito para cães, o ser humano não é capaz de ouvir o apito para cães porque a frequência do som provocado pelo apito para cães é tal que o ouvido humano não é sensível à mesma [7].

Os limites de aceitação são normalmente obtidos a partir das curvas base de acelerações presentes na Figura 2.15. Estas curvas base estão presentes nos principais regulamentos [7] [9] [10] [11]. Como a percepção dos seres humanos depende da frequência de vibração, as curvas base apresentam valores de aceitabilidade consoante essa frequência de vibração. Entre 4Hz e 8Hz os seres humanos têm uma maior sensibilidade, logo o limite de aceitação é menor. Para as restantes frequências os seres humanos têm menor sensibilidade portanto os limites de aceitação são superiores. Como a percepção das acelerações também depende muito do tipo de atividade e do tipo de ambiente em que o ser humano está inserido, os regulamentos propõem coeficientes que deverão ser multiplicados pelas curvas base para diferentes situações. Esses coeficientes serão apresentados na subsecção seguinte e no Anexo A.13.

De referir ainda que as acelerações base presentes na Figura 2.15 são acelerações r.m.s. Para obter as acelerações de pico base, é necessário multiplicar as acelerações r.m.s por  $\sqrt{2}$  [29]. Alguns regulamentos como o AISC 11 [11] apresentam as curvas base em termos de acelerações de pico como percentagem da aceleração gravítica (%g) (ver Figura A.31, Anexo A.13).

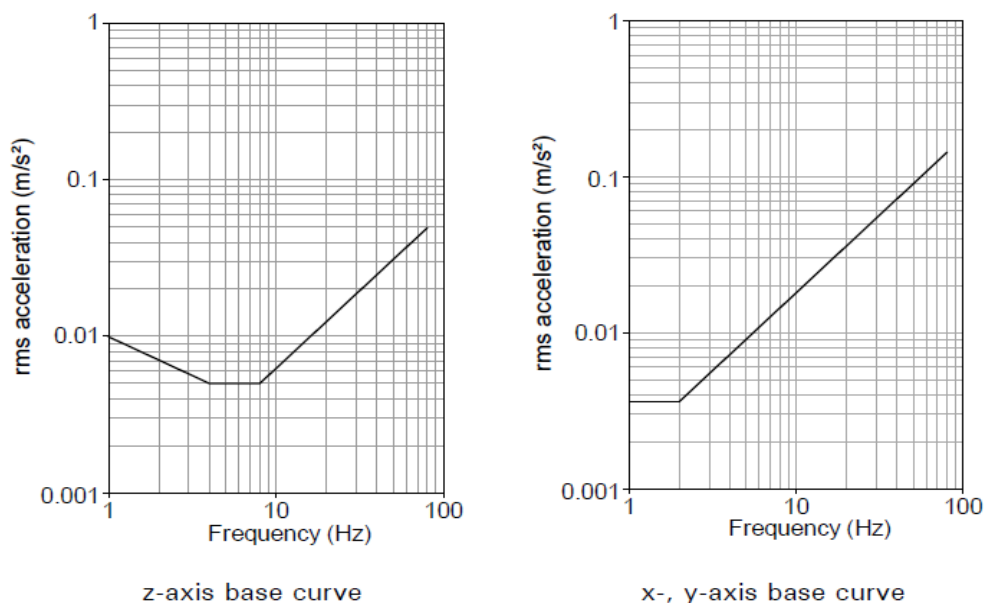


Figura 2.15 – Curvas base das acelerações nas direções z, x e y presentes nos regulamentos SCI P354 [7], BS 6472 [9], ISO 10137 [10] e AISC 11 [11]

### 2.5.3 LIMITES DE ACEITAÇÃO PROPOSTOS PARA ESCADAS PRESENTES NOS DIVERSOS REGULAMENTOS

Embora seja consensual que diferentes coeficientes consoante a situação devem ser multiplicados pelas curvas base de acelerações presentes na Figura 2.15 de modo a obterem-se os limites de acelerações

aceitáveis, existe uma diferença relativa entre os valores dos mesmos propostos pelos diferentes regulamentos. No Anexo A.13 são apresentados os valores dos coeficientes presentes nos diferentes regulamentos referentes a pavimentos e pontes pedonais. Por ter maior relevância no âmbito desta dissertação, nesta subsecção apenas serão referidos os valores dos coeficientes e os limites propostos de aceitabilidade para escadas.

No que a escadas diz respeito não existe muita informação disponível nos diversos regulamentos referente aos limites aceitáveis para vibrações, aliás como refere Bishop [3] este é um dos principais problemas relacionados com o projeto de escadas flexíveis. Devido à falta de especificação presente nos regulamentos, Bishop [3] propôs os seus próprios coeficientes de multiplicação das curvas base. O único regulamento que faz referência direta aos limites de aceitação das vibrações em escadas é o SCI P354 [7], porém os coeficientes referidos nesse regulamento são aqueles que foram sugeridos por Bishop [3]. A Tabela 2.3 apresenta os coeficientes de multiplicação para escadas presentes no SCI P354 [7]. De referir que Bishop [3] também propôs um coeficiente de multiplicação para um grupo de peões. Este coeficiente é relativamente maior pelo facto das acelerações provocadas por um grupo de peões serem substancialmente superiores, o que faz com que limitar as acelerações de grupo a um coeficiente de 24 ou 32 seja praticamente inexecutável em escadas flexíveis.

**Tabela 2.3 – Coeficientes de multiplicação para escadas propostos pelo SCI P354 [7]**

<i>Situação</i>	<i>Coefficientes de multiplicação, exposição a vibrações contínuas</i>
Escadas pouco utilizadas (i.e escritórios)	32
Escadas muito utilizadas (i.e edifícios públicos)	24
Para um grupo de indivíduos	64

Devido a uma série de pedidos recebidos relacionados com informação acerca de escadas metálicas, os autores do SCI P354 [7] lançaram um anexo informativo (AD330 [30]) dedicado exclusivamente às vibrações em escadas metálicas. Este documento não acrescenta grande informação relativamente ao próprio regulamento, apenas compila num único documento todas as referências a escadas metálicas presentes no SCI P354 [7]. No entanto explica com maior detalhe porque são sugeridos os coeficientes presentes na Tabela 2.3 para o caso das escadas. Segundo o AD330 [30] os coeficientes de multiplicação sugeridos para escadas são maiores do que os sugeridos para pavimentos porque no caso das escadas o tempo de exposição a vibrações é na generalidade inferior, além disso a estimulação auditiva e visual que normalmente acompanha o movimento dos indivíduos ao percorrer uma escada faz com que o nível de percepção das vibrações seja reduzido. Para escadas sem patamares intermédios é improvável que haja peões estacionários expostos a vibrações, portanto o nível de resposta nestes casos é menos crítico.

Outros autores que devido à falta de especificação de limites nos regulamentos propuseram os seus próprios limites foram Davis et al. [23]. Estes limites também foram baseados no trabalho elaborado por Bishop [3]. Davis et al. [23] propuseram acelerações de pico aceitáveis para um indivíduo a percorrer a escada normalmente, um indivíduo a percorrer a escada rapidamente e para um grupo de indivíduos. As

acelerações de pico limite propostas por Davis et al. [23] para os três casos anteriores são apresentadas na Tabela 2.4.

**Tabela 2.4 – Acelerações de pico limite propostas por Davis et al. [23]**

<i>Tipo de movimento</i>	<i>Acelerações de pico aceitáveis (%g)</i>
Peão isolado andamento normal	1,7
Peão isolado andamento rápido	1,7 a 4,6
Grupo de peões	4,6

Devido à falta de informação exclusivamente direcionada para escadas nos diversos regulamentos Kim et al. [29] e Eid et al. [31] sugerem que as acelerações sejam comparadas com os limites propostos pelo AISC 11 [12] para pontes interiores (apresentados na Figura A.31, Anexo A.13). Estes limites são inferiores aos propostos pelo SCI P354 [7] utilizando os coeficientes de multiplicação sugeridos por Bishop [3], apresentando um nível de aceitabilidade mais conservativo.

Nos Capítulos 3 e 4 as acelerações obtidas experimentalmente e numericamente nos dois casos práticos de estudo foram comparadas com os limites propostos pelo SCI/Bishop [3] [7], AISC 11 [11] e por Davis et al. [23].

# 3

## **CASO DE ESTUDO DA ESCADA METÁLICA DA S.R.A.S (VIBRAÇÕES GLOBAIS)**

No capítulo anterior foi demonstrado como modelar a ação dinâmica provocada pelos peões em escadas, foram apresentados métodos numéricos para obtenção das vibrações induzidas pela ação pedonal os limites aceitáveis de vibrações presentes nos diversos regulamentos. Neste capítulo pretende-se aplicar esses conceitos apresentados no capítulo anterior na análise das vibrações e verificação da segurança em serviço de uma escada metálica. Para tal, foram medidas experimentalmente as acelerações de uma escada metálica com o objetivo de serem comparadas com as acelerações obtidas numericamente e com os respetivos limites de acelerações propostos pelos diversos regulamentos.

### **3.1 DESCRIÇÃO DA ESCADA METÁLICA DA S.R.A.S.**

#### **3.1.1 GEOMETRIA E MATERIAIS**

A escada metálica escolhida para o estudo situa-se no edifício da Secretaria Regional dos Assuntos Sociais, Funchal, Madeira. Escolheu-se analisar esta escada pois desde o início da sua conceção apresentava alguns comentários adversos por parte dos seus ocupantes em relação ao nível de vibração sentida. A escada é composta por quatro lanços, com geometria idêntica, que servem de ligação entre os três pisos do edifício (ver Figura 3.1 com o desenho de projeto da escada completa). Cada lanço é suportado por dois perfis metálicos tubulares retangulares ocultos com uma seção 120 mm x 60 mm x 4 mm com uma distância entre ambos de 0,69 m (ver Figura 3.2 com a vista superior de um lanço de escadas isolado). A separação entre cada lanço de escadas é feita através de um patamar intermédio que é suportado pelos mesmos perfis metálicos do lanço de escadas e dois perfis tubulares com a mesma seção paralelos a estes (ver Figura B.3, Anexo B.1.1 com o pormenor dos perfis tubulares que suportam o patamar). Os degraus têm um comprimento de 1,15 m e uma largura de 0,32 m e são constituídos por uma chapa metálica com uma espessura de 3 mm revestida por um cobertor de pedra granítica com 30 mm de espessura (ver Figura B.1, Anexo B.1.1 com o esquema representativo dos degraus). Os patamares intermédios também são revestidos por um cobertor de pedra granítica com 30 mm de espessura sobre uma chapa de aço de 3 mm. A escada é apoiada na zona dos pisos por uma viga constituída por um perfil metálico HEB180 e na zona dos patamares intermédios por três pilares,

também constituídos por um perfil HEB180, pertencentes à estrutura metálica que suporta o edifício. O vão entre os apoios, tendo em conta o somatório do comprimento do lanço de escadas com o comprimento do patamar intermédio, perfaz um total de 4,92 m. A ligação entre os perfis metálicos tubulares dos lanços de escadas e a viga HEB180 é feita através de uma chapa de aço com 8 mm e um parafuso M 20x100 mm (ver Figura B.2 com os pormenores da ligação). De notar que a disposição da chapa de aço e do parafuso na ligação entre a viga HEB180 e os perfis tubulares possibilita a rotação, fazendo com que o apoio dos lanços de escadas na zona dos pisos do edifício possa ser assumido como um apoio duplo. A ligação entre os patamares da escada e os pilares HEB180 é feita através de quatro parafusos M 16x45 mm (ver Figuras B.4, B.5, B.6 e B.7 com os pormenores da ligação do patamar da escada com o pilar central). No Anexo B.1.1 são demonstrados todos os pormenores construtivos referidos anteriormente.

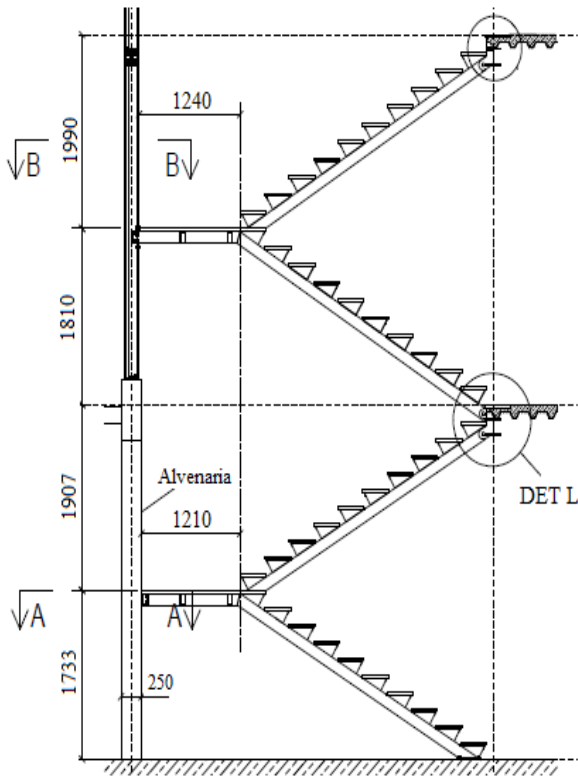


Figura 3.1 – Desenho de projeto da escada completa



Figura 3.2 – Vista superior referente a um dos lanços de escadas

Devido à falta de informação presente nos desenhos do projeto da escada quanto à classe do aço a utilizar, foi admitindo para todas as chapas e perfis metálicos um aço estrutural S275. A Tabela 3.1 apresenta as características mecânicas dos materiais utilizados na conceção da escada metálica.

Tabela 3.1 – Características mecânicas dos materiais utilizados

Características mecânicas	Materiais	
	Aço	Granito
Peso específico, KN/m <sup>3</sup>	76,97	29
Módulo de Elasticidade, GPa	210	70
Coefficiente de Poisson, v	0,30	0,20

### 3.1.2 PROPRIEDADES DINÂMICAS

Antes de ser feita qualquer análise quanto ao nível de vibrações ou acelerações a que a escada está sujeita é fundamental caracterizar dinamicamente a escada, ou seja, é necessário determinar as frequências e as deformadas dos principais modos de vibração e o amortecimento pois estes parâmetros têm influência direta na quantificação das vibrações. As características dinâmicas da escada da SRAS foram determinadas através da realização de ensaios experimentais. A escada da SRAS é constituída por quatro lanços de escadas, mas para efeitos de análise apenas os dois lanços superiores foram considerados, visto que o comportamento destes é independente dos dois lanços inferiores, devido às ligações aparafusadas atrás referidas.

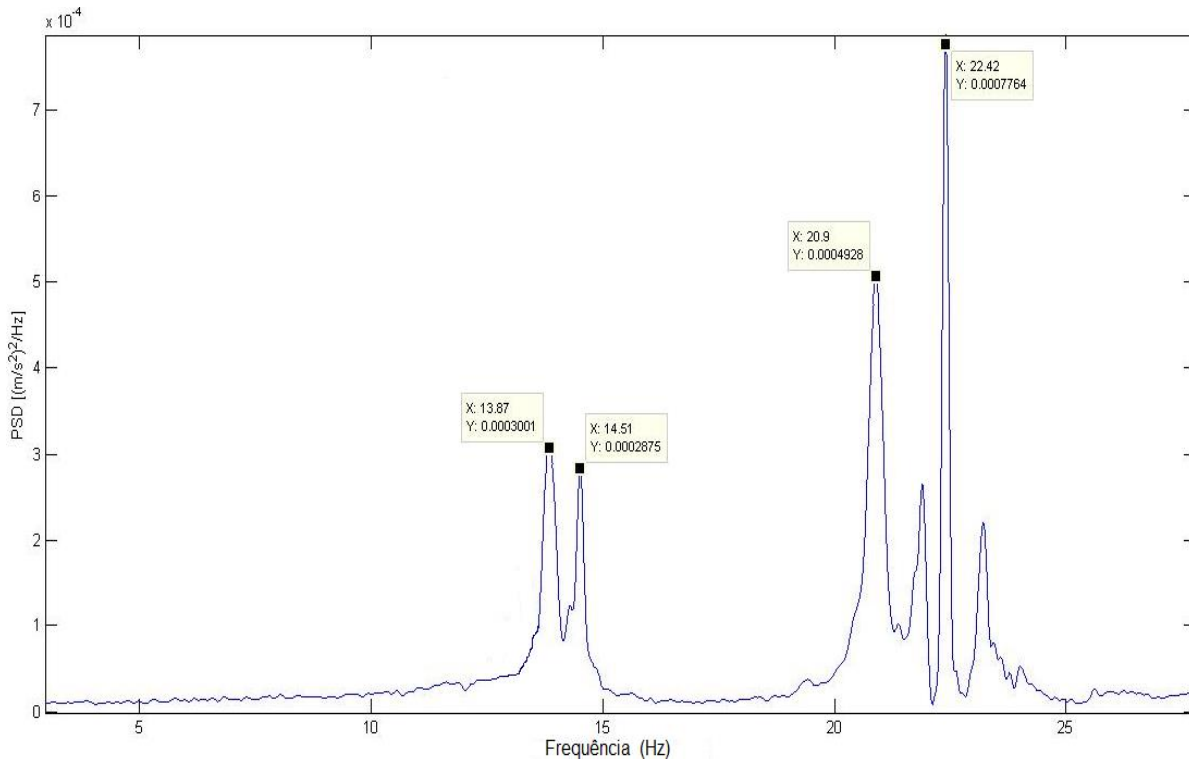
A primeira característica a verificar experimentalmente foram os modos de vibração. Para a determinação experimental dos modos de vibração da escada foram utilizados dois acelerómetros e um martelo com uma ponta de borracha. Os acelerómetros foram colocados junto às longarinas (perfis tubulares metálicos) no degrau situado a meio vão do último lanço de escadas (lanço de escadas que dá acesso ao último piso). Os acelerómetros foram colocados a meio vão por ser a zona que origina maiores acelerações e junto às longarinas (ao contrário por exemplo de serem colocados a meio do degrau) com o objetivo de serem obtidos apenas os modos de vibração globais da escada. Os mesmos encontravam-se ligados a um PC que registou as acelerações através de um programa criado especificamente para o efeito utilizando o Software matemático MATLAB. A Figura 3.3 demonstra o equipamento utilizado e a posição dos acelerómetros para a determinação dos modos globais da escada.



**Figura 3.3 – Equipamento utilizado e posição dos acelerómetros para a determinação dos modos globais da escada**

Os modos de vibração foram obtidos através da aplicação de múltiplas pancadas instantâneas, utilizando o martelo, e registo das acelerações em vibração livre da escada. As pancadas foram aplicadas verticalmente nas longarinas de modo a serem obtidos os modos de vibração globais verticais.

Várias medições foram efetuadas com a aplicação de uma pancada em diversas zonas das longarinas ao longo da escada. O gráfico da Figura 3.4 apresenta o espetro de potência normalizado (ANPSD) com as frequências dos modos de vibração globais obtidas após a realização das várias medições.



**Figura 3.4 – Espectro de Potência Normalizado (ANPSD) com as frequências dos modos de vibração**

Os modos de vibração com as frequências 20,9Hz e 22,4Hz, vistos na Figura 3.4 apresentam uma magnitude maior do que os modos de vibração com as frequências 13,9Hz e 14,5Hz. Tal acontece porque as frequências de 20,9Hz e 22,4Hz são para modos de torção e como a pancada foi aplicada nas longarinas, o que originou uma torção significativa das escadas, é normal que estes modos tenham sido mais excitados. Isto foi observado através de uma medição em que a pancada foi aplicada verticalmente a meio das duas longarinas, não havendo a possibilidade de torção da escada. Para esta medição foi observado que apenas as frequências 13,9Hz e 14,5Hz se mantiveram, o que significa por um lado que as frequências próximas de 20Hz eram de torção e por outro lado que as frequências 13,9Hz e 14,5Hz eram puramente verticais.

Após a determinação das frequências dos modos de vibração foi efetuada experimentalmente a caracterização das suas deformadas. Para caracterizar as deformadas dos modos de vibração foi colocado um acelerómetro de referência a meio vão de uma das longarinas do último lanço (4º lanço) de escadas e outro acelerómetro a variar a sua posição entre o meio vão das restantes três longarinas do último e penúltimo lanço (3º lanço) de escadas. As Figuras 3.5 e 3.6 mostram as deformadas com as respetivas coordenadas modais dos dois primeiros modos de vibração. Como os modos de vibração com frequências de 13,9Hz e 14,5Hz são mais significativos, por serem mais suscetíveis de serem excitados pelo andamento dos peões, apenas caracterizaram-se experimentalmente as deformadas destes modos. Observando as Figuras 3.5 e 3.6 constata-se que a deformada do primeiro modo está em fase e a deformada do segundo modo está em contra fase.

O coeficiente de amortecimento na escada metálica da S.R.A.S foi obtido através do Método da Meia Potência. A definição deste método é realizada no Anexo B.1.2, sendo também apresentado um exemplo de aplicação do mesmo.

O coeficiente de amortecimento foi obtido aplicando a equação do Método da Meia Potência às respostas em vibração livre dos dois primeiros modos. Para o primeiro modo de vibração (13,9Hz) foi estimado um coeficiente de amortecimento de 1,18% e para o segundo modo de vibração foi estimado um coeficiente de amortecimento de 0,66%. O coeficiente de amortecimento estimado para o segundo modo está de acordo com o regulamento SCI P354 [7] que afirma que as escadas metálicas tipicamente apresentam um coeficiente de amortecimento a rondar os 0,5%. Porém os autores González [16], Bishop [3] e Davis et al. [23] obtiveram nas suas medições coeficientes de amortecimento a rondar os 1%, o que está de acordo com o coeficiente de amortecimento estimado para o caso do primeiro modo de vibração.

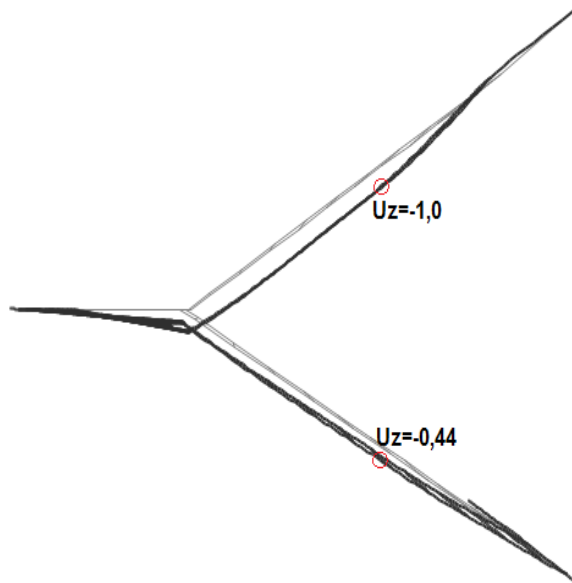


Figura 3.5 – Caracterização do primeiro modo de vibração (13,9Hz,  $\xi = 1,18\%$ )

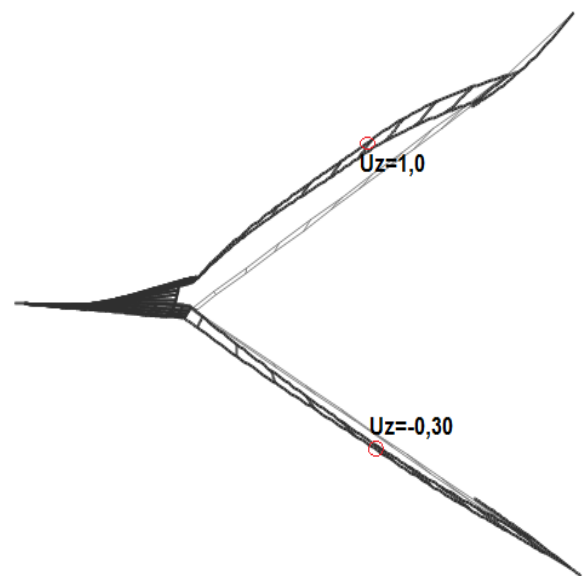


Figura 3.6 – Caracterização do segundo modo de vibração (14,5Hz,  $\xi = 0,66\%$ )

## 3.2 PROGRAMA EXPERIMENTAL

### 3.2.1 PEÕES ISOLADOS

A frequência fundamental da escada da SRAS é de 13,9Hz, isto significa que descer ou subir a escada com uma frequência de passada de 3,50Hz (4º submúltiplo da frequência fundamental da escada) originará acelerações mais elevadas. Como viu-se na Subsecção 2.2.2.2 é possível descer ou subir as escadas com frequências de passada situadas no intervalo de 2,0 a 4,5Hz, o que faz com que seja impraticável percorrer a escada da SRAS com uma frequência de passada igual ao 2º (aproximadamente 7Hz) e ao 3º (aproximadamente 4,64Hz) submúltiplo da sua frequência fundamental. Percorrer a escada

com uma frequência de passada igual ao 4º submúltiplo da frequência fundamental da escada da SRAS é o único cenário plausível e capaz de provocar efeitos ressonantes.

Como este é o cenário mais condicionante, nas medições experimentais um indivíduo foi colocado a subir e a descer a escada com uma frequência de passada a rondar os 3,50Hz. No entanto percorrer a escada com esta frequência de passada apesar de ser plausível, sem que haja qualquer desconforto por parte dos indivíduos, não é muito comum pelo facto dos mesmos, durante as suas atividades diárias, normalmente não percorrerem a escada com um andamento tão veloz. Para ter em conta este aspeto foram também realizadas medições com um indivíduo a subir a escada com uma frequência de passada de 2,0Hz e a descer a escada com uma frequência de passada de 2,50Hz, sendo estas mais facilmente utilizadas por um indivíduo ao percorrer uma escada. Na Tabela 3.2 encontra-se um resumo dos ensaios experimentais realizados relativamente a um peão isolado.

**Tabela 3.2 – Número de ensaios realizados referentes a um peão isolado e frequências de passada utilizadas**

<i>Peão isolado</i>	<i>Número de ensaios</i>
Subida 2,0Hz	4
Subida 3,50Hz	4
Descida 2,50Hz	4
Descida 3,50Hz	4

As medições experimentais das acelerações foram efetuadas utilizando os dois acelerómetros que foram utilizados nos ensaios para determinação das características dinâmicas. Os dois acelerómetros foram colocados no degrau situado a meio vão do 3º lanço de escadas (lanço de escadas que faz a ligação entre o segundo piso e o patamar intermédio entre o segundo e terceiro piso). Na Figura 3.7 está assinalado a vermelho com um círculo a posição dos acelerómetros no lanço de escadas. Os peões isolados ao percorrerem uma escada, normalmente apoiam o pé aproximadamente no centro dos degraus portanto os dois acelerómetros também foram colocados no centro do degrau como mostra a Figura 3.8.

Para percorrer o lanço de escadas com as frequências de passada mencionadas anteriormente o indivíduo durante os ensaios experimentais utilizou um cronómetro. Apesar de haver um esforço para que o sujeito percorresse a escada com frequências de passada de 3,5, 2,5 e 2,0Hz tal nem sempre foi possível em todas medições. No tratamento dos resultados foi verificado que as medições nem sempre apresentavam as frequências de passada pretendidas e até na mesma medição a frequência de passada utilizada nem sempre era constante, ou seja, o indivíduo ao percorrer o lanço de escadas algumas vezes aumentava o ritmo de passada e algumas vezes diminuía o ritmo, variando assim a sua frequência de passada. Ainda assim as frequências de passada utilizadas nas medições foram próximas das frequências de passada pretendidas.

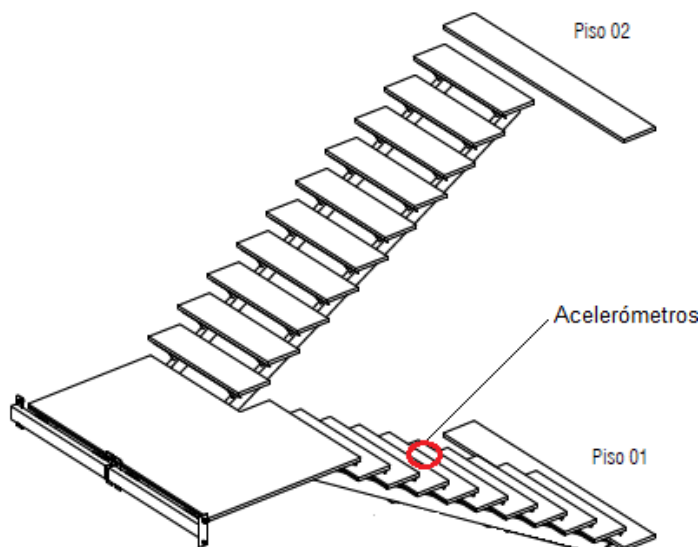


Figura 3.7 – Localização dos acelerómetros no lance de escadas



Figura 3.8 – Disposição dos acelerómetros no centro do degrau

### 3.2.2 GRUPO DE PEÕES

Os ensaios experimentais referentes a um grupo de peões foram realizados com as mesmas condições verificadas nos ensaios experimentais individuais. Os acelerómetros estavam localizados na mesma posição no degrau 6 a meio vão do lance de escadas e as frequências de passada utilizadas também foram de 2,0, 2,5 e 3,50Hz. A única diferença nas frequências de passada utilizadas é que foi constatado que é muito difícil e pouco prático para um grupo de peões subir a escada com uma frequência de passada de 3,50Hz, logo, foi decidido para as subidas de grupo utilizar apenas uma frequência de passada de 2,0Hz. Pelo facto do escritório onde estão situadas as escadas não ser muito ocupado e por haver elevador não são esperados grandes grupos de peões a percorrer a escada em simultâneo, portanto nas medições experimentais foi utilizado um grupo constituído por quatro peões. Kerr [4] verificou que as forças dinâmicas induzidas por um grupo de peões eram superiores quando os indivíduos percorriam a escada com a mesma frequência de passada e pouco desfasados (ver Subsecção 2.4.3). Tendo em conta esse facto houve um esforço para que os intervenientes nos ensaios experimentais percorressem a escada com a mesma frequência de passada e em fase. Os indivíduos foram colocados a percorrer o lance de escadas com um espaçamento de um degrau entre cada indivíduo. Para que não houvesse desfasamento entre os indivíduos, tentou-se que estes na realização do passo colocassem o pé ao mesmo tempo no degrau. Tal como nos ensaios individuais nem sempre foi possível percorrer o lance de escadas exatamente com a frequência de passada pretendida, mas também tal como nos ensaios individuais as frequências de passada utilizadas nos ensaios de grupo foram próximas das pretendidas. Na Tabela 3.3 indica-se o número de ensaios experimentais realizados relativamente a um grupo de peões e as frequências de passada utilizadas.

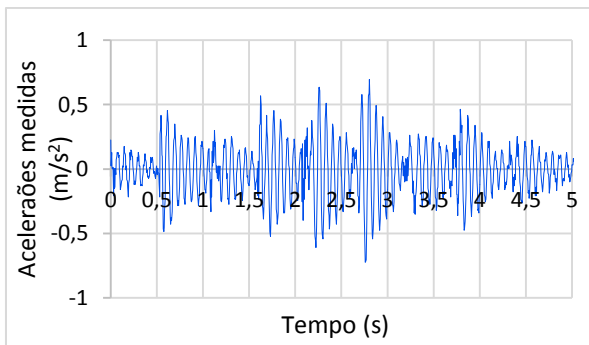
**Tabela 3.3 – Número de ensaios realizados referentes a um grupo de peões e frequências de passada utilizadas**

<i>Grupo de peões</i>	<i>Número de ensaios</i>
Subida 2,0Hz	4
Descida 2,50Hz	4
Descida 3,50Hz	4

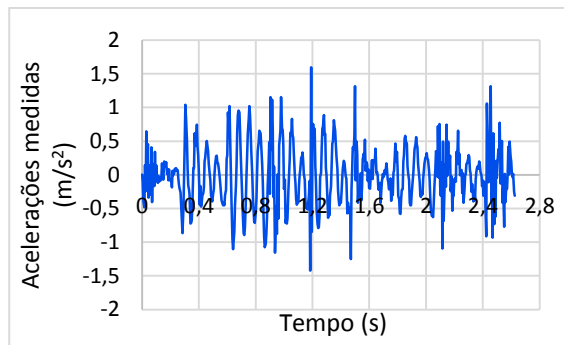
### 3.3 RESULTADOS EXPERIMENTAIS

#### 3.3.1 PEÕES ISOLADOS

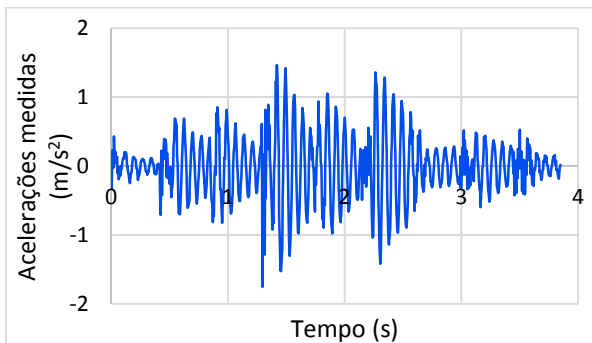
Como foi referido na Subsecção 3.2 o indivíduo foi colocado durante os ensaios experimentais a executar 8 subidas e 8 descidas na escada da SRAS, o que significa que foram obtidos 16 gráficos com as acelerações medidas, um por cada passagem do indivíduo na escada. A seguir são apresentados alguns exemplos dos gráficos das acelerações obtidos a partir das medições efetuadas a meio vão. As acelerações obtidas nas Figuras 3.9, 3.10, 3.11 e 3.12 são respetivamente para uma subida a 1,90Hz e 4,0Hz e para uma descida a 2,60Hz e 3,50Hz.



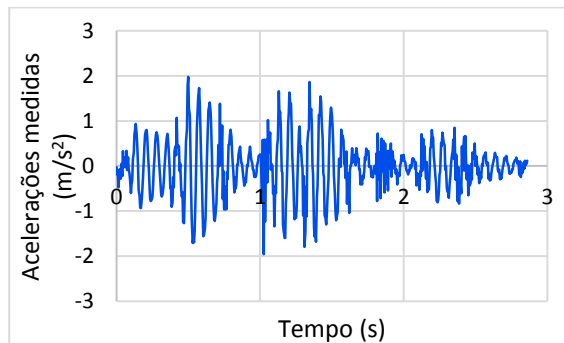
**Figura 3.9 – Acelerações experimentais para uma subida a 1,90Hz**



**Figura 3.10 – Acelerações experimentais para uma subida a 4,0Hz**



**Figura 3.11 – Acelerações experimentais para uma descida a 2,60Hz**



**Figura 3.12 – Acelerações experimentais para uma descida a 3,50Hz**

Algumas ilações podem ser retiradas através da visualização dos gráficos das acelerações presentes nas Figuras anteriores obtidas experimentalmente:

- As respostas são próximas da frequência fundamental da escada (13,9Hz).

- As acelerações para uma descida a 3,50Hz como seria de esperar apresentam maior magnitude, contudo não foi conseguido obter uma resposta em ressonância. Isto pode ser explicado pelo facto de 3,50Hz ser a média da frequência de passada utilizada ao percorrer o lanço de escadas e não a frequência de passada utilizada na totalidade da descida.
- Para as restantes frequências de passada, por não serem submúltiplos da frequência natural, a escada responde impulsivamente.
- Nos gráficos das acelerações com frequências de passada mais baixas (1,90 e 2,60Hz) é possível distinguir a resposta originada pelos diversos passos tornando-se menos perceptível à medida que frequência de passada aumenta.
- Para concluir é de notar também que a subida a 1,90Hz apresenta menores valores de acelerações enquanto a descida a 2,60Hz e a subida a 4,00Hz apresentam valores de acelerações aproximados.

A partir dos gráficos das acelerações medidas experimentalmente foram calculadas as acelerações de pico. A aceleração de pico (valor máximo absoluto) foi obtida para se ter em conta o valor de aceleração mais condicionante a que escada está sujeita. Os valores máximos das acelerações de pico obtidos através das medições experimentais para as subidas e descidas com diferentes frequências de passada são apresentados na Tabela 3.4.

**Tabela 3.4 – Valores máximos das acelerações de pico experimentais para um peão isolado**

<i>Descrição do movimento</i>		<i>Acelerações de pico (m/s<sup>2</sup>)</i>
Subida	1,90Hz	0,72
	4,00Hz	1,60
Descida	2,63Hz	1,65
	3,48Hz	2,02

Também foram calculadas as acelerações r.m.s a partir dos gráficos das acelerações medidas experimentalmente, sendo apresentadas no Anexo B.2.

### 3.3.2 GRUPO DE PEÕES

As acelerações medidas experimentalmente referentes a um grupo de peões são substancialmente superiores às acelerações experimentais relativas a um peão isolado, principalmente para descidas com frequências de passada próximas de 3,50Hz. As acelerações medidas experimentalmente alusivas a um grupo de peões são apresentadas no Anexo B.3.

### 3.3.3 FATORES DE AMPLIFICAÇÃO ENTRE OS RESULTADOS INDIVIDUAIS E OS RESULTADOS DE GRUPO

Tal como Kerr [4] e Bishop [3] também houve uma tentativa para obterem-se fatores de amplificação entre os resultados experimentais individuais e os resultados experimentais de grupo.

Os coeficientes de amplificação foram obtidos dividindo as acelerações de pico referentes aos ensaios de grupo pelas acelerações de pico referentes aos ensaios individuais para as diferentes frequências de passada. Foram calculados os coeficientes de amplificação para todas as combinações entre as acelerações de pico alusivas aos ensaios de grupo e as acelerações de pico alusivas aos ensaios individuais. O gráfico presente na Figura 3.13 apresenta os coeficientes de amplificação resultantes do cálculo referido.

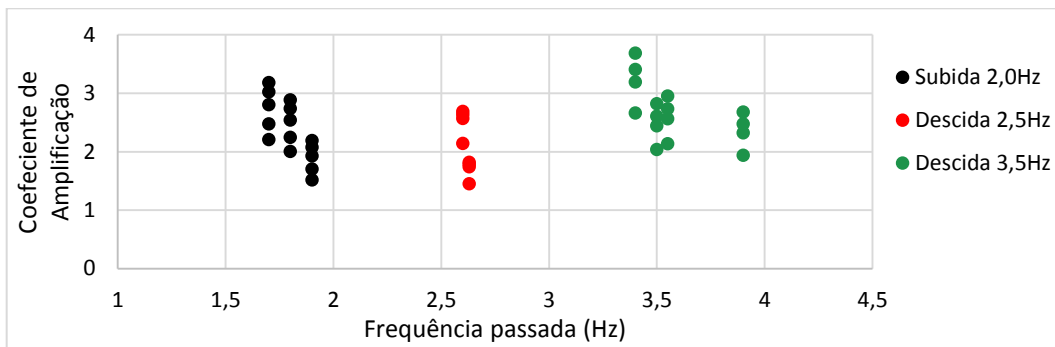


Figura 3.13 – Fatores de amplificação entre as medições individuais e as de grupo

Através do gráfico presente na Figura anterior pode-se observar que os coeficientes de amplificação situam-se maioritariamente no intervalo de 2,0 a 3,0. Também pode-se observar que os coeficientes de amplificação são ligeiramente superiores para as frequências de passada a rondar os 3,5Hz. A função densidade de probabilidade definida por Kerr [4] presente na Figura A.21 (Anexo A.9) indica que para grupos de quatro indivíduos são mais expectáveis ocorrerem coeficientes de amplificação a variar entre 2,0 e 3,0. Isto demonstra que os coeficientes de amplificação obtidos através dos ensaios experimentais realizados correlacionam-se bem com o que foi verificado por Kerr [4]. Segundo Bishop [3] o efeito de grupo é negligenciável para frequências de passada inferiores a 2,5Hz (ver Anexo A.9), contudo como mostra o gráfico anterior tal não foi verificado. Para frequências de passada inferiores a 2,5Hz foram obtidos coeficientes de amplificação a variar entre 1,5 e 3,0, o que significa que o efeito de grupo não é desprezável, não estando de acordo com o que foi dito por Bishop [3]. Todavia Bishop [3] só afirma que para frequências de passada inferiores a 2,5Hz o efeito de grupo é desprezável porque para estas frequências os indivíduos têm menos tendência para andar em uníssonos, o que não aconteceu nos ensaios experimentais visto que os indivíduos foram colocados a percorrer a escada sincronizados, portanto é natural que tenha sido verificado um efeito de grupo considerável para frequências de passada inferiores a 2,5Hz.

## 3.4 MODELO NUMÉRICO

### 3.4.1 DESCRIÇÃO DO MODELO

Antes de serem avaliadas numericamente as acelerações para posteriormente serem comparadas com as acelerações obtidas experimentalmente foi necessário criar um modelo numérico da escada da SRAS.

O modelo numérico foi criado utilizando o programa de cálculo de elementos finitos SAP2000. Para que numericamente as acelerações pudessem ser aproximadas às verificadas experimentalmente foi criado um modelo numérico com grande grau de detalhe, em que todas as características do modelo real foram incluídas. Toda a estrutura foi modelada utilizando elementos casca, apenas foram utilizados elementos viga na modelação dos guarda-corpos (ver Figuras 3.14 e 3.15). No Anexo B.4.1 é descrito com maior detalhe como foi concebido o modelo numérico da escada metálica da SRAS.

### 3.4.2 PROPRIEDADES DINÂMICAS

Os modos de vibração e respetivas frequências próprias foram previstos numericamente através do Software de cálculo SAP2000. A Tabela 3.5 apresenta a comparação dos seis primeiros modos obtidos numericamente com os modos obtidos através dos ensaios experimentais vistos na Subsecção 3.1.2. A partir do 2º modo as frequências próprias numéricas começam a ser diferentes das frequências próprias experimentais, isto pode ser explicado, segundo Davis [15], pelo facto dos modelos numéricos de estruturas em elementos finitos (EF) terem uma capacidade limitada de prever com sucesso as frequências e as deformadas de todos os modos, ou seja, normalmente os primeiros modos previstos nos modelos numéricos são comparáveis aos modos da estrutura real, mas à medida que o número de modos aumenta, as deformadas e as frequências próprias dos modos de vibração do modelo numérico passam a ser muito diferentes daquelas verificadas para uma estrutura real. No entanto conseguiu-se prever com elevada aproximação as frequências próprias dos dois primeiros modos de vibração e nos restantes modos a diferença entre o experimental e o numérico não é muito significativa.

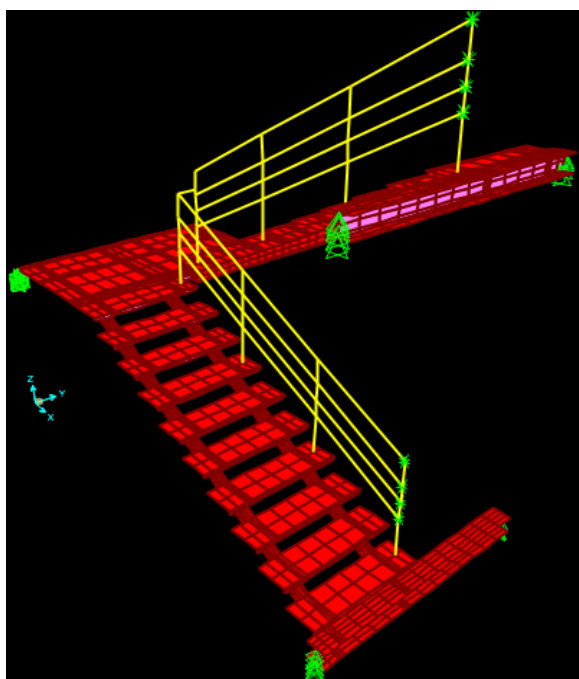


Figura 3.14 – Modelo numérico escada da SRAS, SAP2000

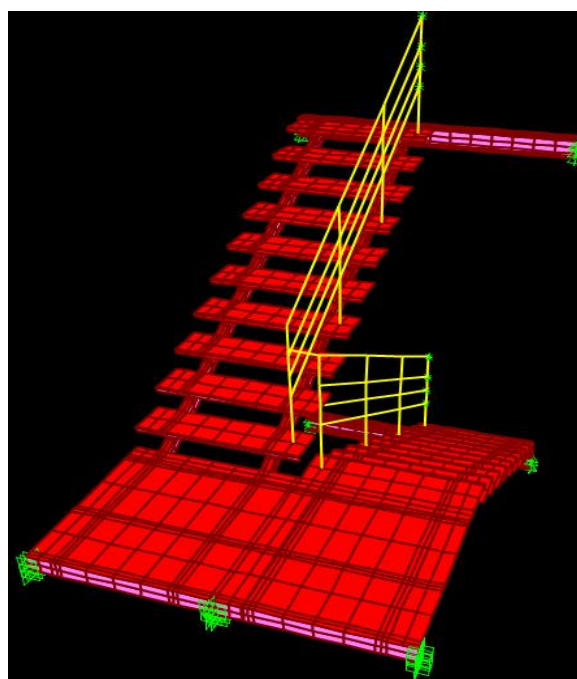


Figura 3.15 – Modelo numérico escada da SRAS, SAP2000

De referir que na Tabela 3.5 não são apresentados os restantes modos de vibração obtidos numericamente pois experimentalmente apenas foram determinados os 6 primeiros modos de vibração visto que os restantes modos de vibração por terem frequências próprias extremamente elevadas não serem significantes.

**Tabela 3.5 – Comparação dos modos obtidos numericamente com os modos obtidos experimentalmente**

Modos		Numéricos		Experimentais	
Nº	Deformada	Período (s)	Frequência (Hz)	Período (s)	Frequência (Hz)
1	Vertical	0,072	13,9	0,072	13,9
2	Vertical	0,067	14,9	0,069	14,5
3	Torção	0,043	23,4	0,048	20,9
4	Torção	0,038	26,5	0,046	21,9
5	Torção	0,037	27,1	0,045	22,4
6	Torção	0,034	29,3	0,043	23,2

Nas Figuras 3.16 e 3.17 são apresentadas as respectivas deformadas dos dois primeiros modos de vibração (13,9Hz e 14,9Hz). Como pode-se ver as deformadas obtidas através do SAP2000 coincidem com as obtidas experimentalmente presentes nas Figuras 3.16 e 3.17 no primeiro modo os dois lanços de escadas estão em fase, enquanto no segundo modo os dois lanços de escadas estão em contra fase.

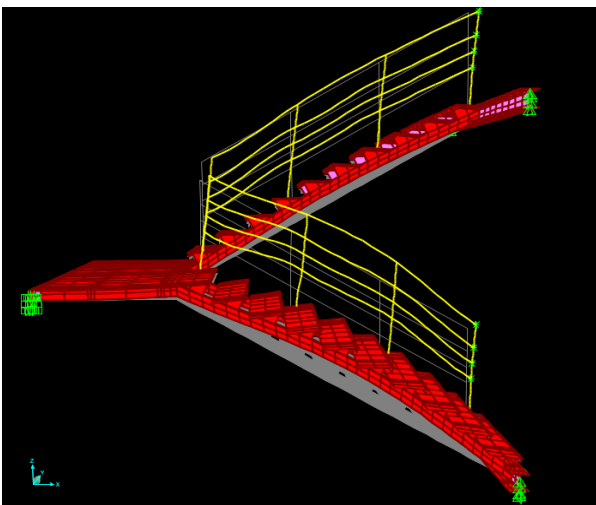


Figura 3.16 – Modo de vibração 1 (13,9Hz)

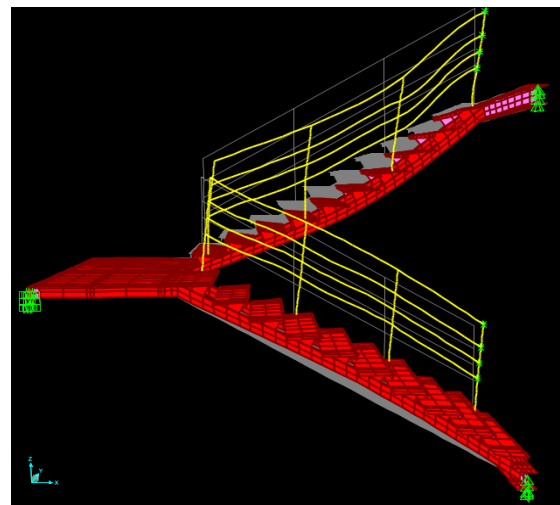


Figura 3.17 – Modo de vibração 2 (14,9Hz)

### 3.4.3 SELEÇÃO DO MÉTODO DE ANÁLISE

O SAP2000 apresenta dois métodos de análise dinâmica no domínio do tempo que podem ser utilizados para obter as acelerações numericamente, Integração Direta e Sobreposição modal. Nesta subsecção será referido qual deles foi utilizado no cálculo das acelerações numéricas efetuadas na escada da SRAS.

A integração direta aparentemente é o melhor método para calcular as acelerações pois considera todos os modos da estrutura e quantos mais modos são considerados supostamente mais realistas são os resultados numéricos. Isto teoricamente deveria ser assim, mas como foi descrito no ponto anterior, mencionando Davis [15], os modelos numéricos de estruturas têm uma capacidade limitada para prever

com sucesso as frequências e as deformadas de todos os modos, o que faz com que utilizando a integração direta para calcular as acelerações possa levar a valores irrealistas porque a resposta tem em conta a contribuição de todos os modos da estrutura e muitos destes podem não ser comparáveis com os modos da estrutura real. Para além disso, segundo Davis [15] a resposta das estruturas vai ser maioritariamente condicionada pelos modos com baixas frequências pois são estes que estão na banda de frequências excitáveis pelo andamento humano, daí a utilização da sobreposição modal poder ser uma vantagem em detrimento da integração direta já que nos permite ter controlo sobre o número de modos a serem utilizados, filtrando a contribuição dos modos mais elevados que não são de interesse.

Várias análises foram realizadas com o intuito de avaliar qual dos dois métodos numéricos, Integração Direta ou Sobreposição Modal, deve ser utilizado no cálculo das acelerações. As mesmas são apresentadas no Anexo B.4.2, onde também é discutido qual dos métodos deve ser preferencialmente utilizado. Tendo em consideração o que foi referido por Davis [15] e o que foi observado nas análises efetuadas, presentes no Anexo B.4.2, decidiu-se utilizar ao longo desta dissertação o método da Sobreposição Modal. Com base no que pode ser verificado no Anexo B.4.3 e pelas razões referidas no mesmo também foi decidido utilizar na Sobreposição Modal um número de modos igual a 10.

### **3.5 ANÁLISES NUMÉRICAS REALIZADAS PARA UM PEÃO ISOLADO**

Neste capítulo realizaram-se análises numéricas utilizando funções de carga obtidas através de plataformas de força, em termos de séries de Fourier e através da análise *Steady State*.

Nas subsecções seguintes é descrito como foram definidas as funções de carga provenientes de ensaios em plataformas de força e em termos de séries de Fourier utilizadas nas análises numéricas realizadas na escada da SRAS, bem como foram obtidas as acelerações a partir das mesmas. Também é explicado como foi efetuada a análise *Steady State* e como foram obtidas as acelerações a partir desta.

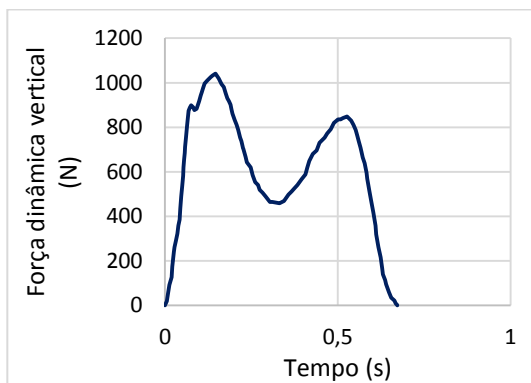
#### **3.5.1 FUNÇÕES DE CARGA PROVENIENTES DE ENSAIOS EM PLATAFORMAS DE FORÇA**

Este método é aquele que simula mais realisticamente a ação dinâmica dos peões em escadas, uma vez que consiste em aplicar funções de carga ao modelo numérico diretamente obtidas de ensaios em plataformas de força em escadas. Como viu-se na Subsecção 2.3.1 as forças dinâmicas exercidas na execução de um passo podem ser medidas através de plataformas de força, isto faz com que aplicando consecutivamente num determinado modelo numérico de escadas funções de carga provenientes desse equipamento, simule de uma forma mais realista a realização dos passos consecutivos originados pelo andamento dos peões. As funções de carga resultantes de ensaios em plataforma de força serão bastante mencionadas ao longo desta dissertação portanto daqui adiante por uma questão de simplificação apenas serão referidas como funções de carga EPF (ensaios em plataformas de força).

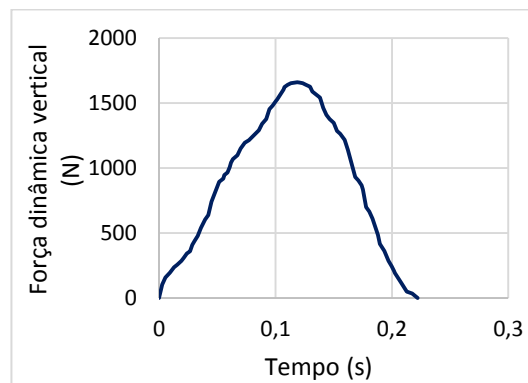
As frequências de passada escolhidas foram de 1,90Hz, 3,80Hz e 4,0Hz para a subida e de 2,60Hz e 3,50Hz para a descida. Escolheram-se estas frequências de passada para que as acelerações numéricas obtidas através deste método pudessem ser diretamente comparáveis com as acelerações experimentais.

Seguidamente verificaram-se quais as funções de carga EPF existentes na bibliografia com estas frequências de passada. Como viu-se na Subsecção 2.3.1 alguns dos autores que realizaram ensaios em escadas com plataformas de força foram Kerr, Bishop [2] [4], González [16] e Kasperski [13]. Nas análises numéricas das acelerações realizadas neste capítulo utilizaram-se funções de carga EPF obtidas por estes autores. Para a subida a 1,90Hz também foi utilizada uma função de carga EPF definida por Davis [15]. Apesar das funções de carga EPF apresentadas por este autor terem sido obtidas em superfícies planas, sendo questionável a sua utilização em escadas, foi decido utilizar a função de carga EPF a 1,90Hz, definida por Davis [15], por ser especificamente designada para dimensionamento (ver Anexo B.5.1).

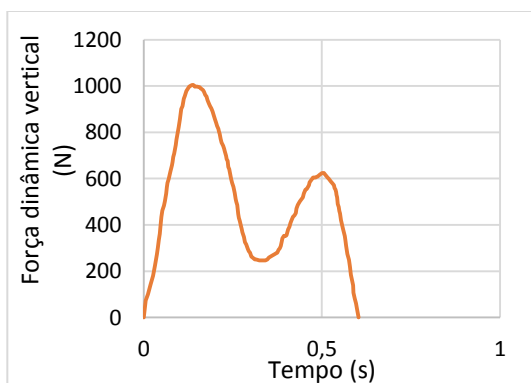
Foram utilizadas 13 funções de carga EPF diferentes, o que originou um total de 13 análises numéricas, 8 subidas e 5 descidas. Alguns exemplos de funções de carga EPF utilizadas nas subidas e descidas de escadas com as frequências de passada pretendidas estão representadas nas Figuras 3.18, 3.19, 3.20 e 3.21.



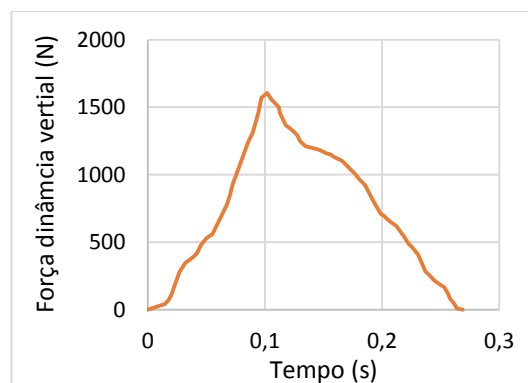
**Figura 3.18 – Função de carga EPF Dimensionamento 1,90Hz, Davis**



**Figura 3.19 – Função de carga EPF subida a 3,80Hz, Kerr**



**Figura 3.20 – Função de carga EPF descida a 2,60Hz, González**



**Figura 3.21 – Função de carga EPF descida a 3,5Hz, Kerr**

De referir que devido à escassez de funções de carga EPF existentes na bibliografia nem sempre foram encontradas funções de carga com as frequências de passada pretendidas. Para colmatar essa lacuna algumas funções de carga EPF que tinham uma frequência de passada aproximada à pretendida foram multiplicadas por um fator de escala de modo a serem obtidas funções de carga EPF com as frequências de passada pretendidas. Por exemplo era necessário utilizar uma função de carga EPF com uma frequência de passada de 1,90Hz, mas das funções de carga EPF existentes, a frequência de passada mais aproximada era de 2,0Hz. Se esta função de carga EPF a 2,0Hz tem uma duração de 0,66 segundos a duração da função de carga a 1,90Hz é facilmente obtida mediante a multiplicação por um fator de escala.

Por último aplicaram-se as funções de carga EPF no modelo numérico das escadas da SRAS e determinaram-se as acelerações numéricas mediante a execução de uma *Time History Analysis*. No Anexo B.5.1 encontra-se detalhado como foram aplicadas as funções de carga EPF ao modelo numérico e como foi definida no SAP2000 a *Time History Analysis* para obtenção das acelerações numericamente. Também no mesmo anexo são referidas algumas limitações quando se pretende utilizar funções de carga EPF em fase de projeto como forma de prever as acelerações.

### 3.5.2 FUNÇÕES DE CARGA EM TERMOS DE UMA SÉRIE DE FOURIER

O segundo método utilizado na Secção 3.5 para calcular as acelerações numericamente é através de funções de carga definidas por uma série de Fourier. Como foi mencionado no Subsecção 2.3.2.1 a fim de poder-se realizar uma análise de Fourier é necessário transformar a função de carga relativa a um passo numa função contínua periódica de vários passos consecutivos. Assumindo que um passo realizado com o pé direito é igual a um passo realizado com o pé esquerdo para o mesmo indivíduo e que existe um período de tempo em que o pé esquerdo e o pé direito estão em contacto em simultâneo com o pavimento resulta numa função de carga contínua que é sobreposição de dois passos consecutivos. Esta suposição permite que a função de carga seja descrita por uma série de Fourier que é dada pela Equação (9). As funções de carga definidas por uma série de Fourier também serão amplamente mencionadas ao longo deste capítulo e do capítulo 4 portanto daqui adiante serão simplesmente referidas como funções de carga FS (Fourier Serie). Uma das vantagens em utilizar funções de carga em termos de uma série de Fourier é o facto de estas serem facilmente definidas pela Equação (9). Outra das vantagens é o facto de serem encontrados facilmente na bibliografia valores de harmónicos que possam ser utilizados na série de Fourier, embora o mesmo tenha maior veracidade para superfícies horizontais do que para escadas.

Os parâmetros necessários para definir as funções de carga FS (ver Equação (9)) são as amplitudes dos harmónicos, as frequências de passada, o peso do peão e o ângulo de fase portanto antes de aplicar-se as funções de carga FS ao modelo numérico da escada da SRAS foi essencial defini-los.

As frequências de passada utilizadas neste método por uma questão de coerência foram as mesmas que foram utilizadas nos ensaios experimentais individuais e que foram utilizadas no método descrito na Subsecção 3.5.1. O mesmo sucedendo com o peso do peão (680N).

As amplitudes dos harmónicos  $\alpha_i$  são um dos principais parâmetros pois como foi dito na Subsecção 2.3.2.2 quanto maior a sua magnitude maiores serão as acelerações obtidas. Ao longo do Capítulo 2 foram mencionados alguns autores ([2] [4] [13] [17] [16]) que obtiveram harmónicos em escadas, no entanto para as análises realizadas neste capítulo apenas foram escolhidos os harmónicos definidos por Kerr [4] e Gaile [17] (Tabela 2.1). Para além dos harmónicos definidos por estes dois autores também foram utilizados os harmónicos definidos pelo SCI P354 [7]/ISO 10137 [10] (Tabela 2.2).

Nas funções de carga FS definidas com os harmónicos dados por Kerr [4] e pelo SCI P354 [7]/ ISO 10137 [10] foi utilizado um ângulo de fase igual a  $0^\circ$  para o 1º harmónico e igual a  $90^\circ$ , com um sinal negativo, para os restantes harmónicos. Nas funções de carga FS definidas com os harmónicos dados por Gaile [17] foram utilizados os ângulos de fase presentes na Tabela 2.1. No Anexo B.5.2.1 é especificado porque foram utilizados os harmónicos dos autores e dos regulamentos mencionados anteriormente e como os mesmos foram obtidos. No mesmo anexo também é explicado porque foram utilizados os ângulos de fase referidos.

Nas análises numéricas efetuadas foram utilizadas 13 funções de carga FS diferentes, 7 para a subida e 6 para a descida. As Figuras 3.22, 3.23, 3.24 e 3.25 apresentam alguns exemplos das séries de Fourier utilizadas para as descidas e subidas da escada com diferentes frequências de passada definidas com os harmónicos dados pelos autores mencionados anteriormente.

Após serem definidas as funções de carga FS é necessário averiguar como estas devem ser aplicadas ao modelo numérico. Aplicando as funções de carga FS ao longo do lanço de escadas do mesmo modo que foram aplicadas as funções de carga EPF, conforme descrito na Anexo B.5.1, pode não ser o mais adequado. No caso de funções de carga FS parece ser mais plausível aplicá-las sempre no mesmo ponto por isso foi decidido aplicar as funções de carga FS somente a meio vão (degrau 6) do modelo numérico da escada da SRAS, durante o tempo necessário para o indivíduo percorrer o lanço de escadas. No Anexo B.5.2.2 são expostas as razões porque faz mais sentido aplicar as séries de Fourier sempre no mesmo ponto e demonstrado como as funções de carga FS foram aplicadas ao modelo numérico da escada da SRAS.

Tal como foi feito no 1º método (ver Subsecção 3.5.1), depois de terem sido aplicadas as funções de carga FS ao modelo numérico, foram calculadas as acelerações utilizando a *Time History Analysis*. No Anexo B.5.2.2 é especificado como foi definida a *Time History Analysis*, utilizando funções de carga FS.

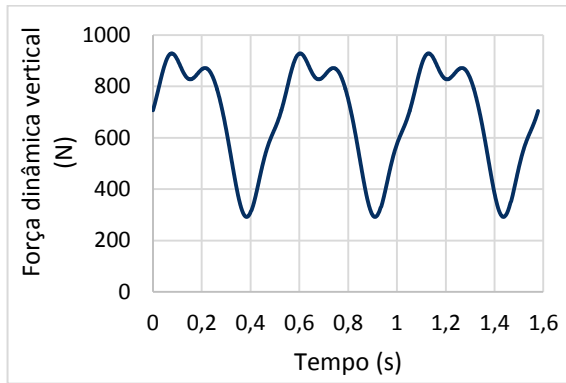


Figura 3.22 – Função de carga FS subida a 1,90Hz, Kerr

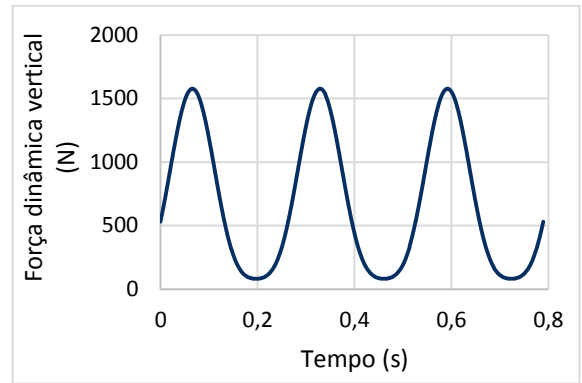


Figura 3.23 – Função de carga FS subida a 3,80Hz, SCI

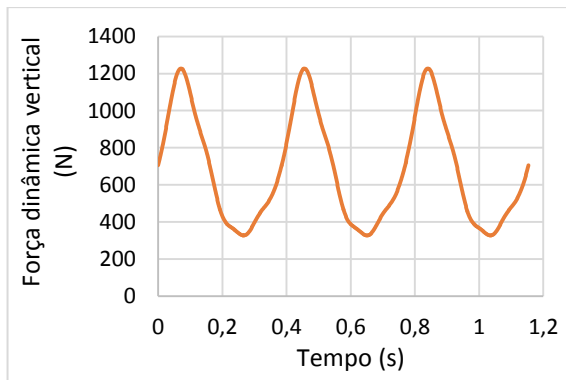


Figura 3.24 – Função de carga FS descida a 2,60Hz, Liga Gaile

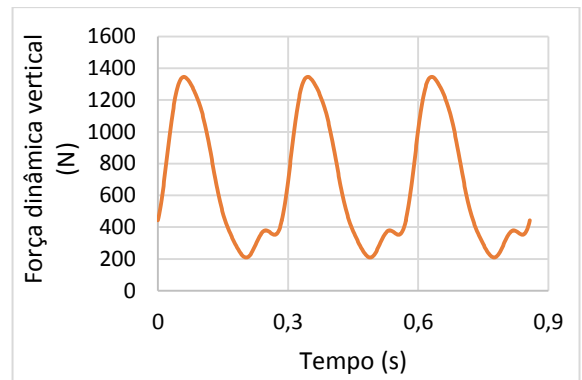


Figura 3.25 – Função de carga FS descida a 3,50Hz, Kerr

### 3.5.3 PREVISÃO DE ACELERAÇÕES ATRAVÉS DE UMA ANÁLISE *STEADY STATE*

O primeiro passo para aplicação deste método foi a realização de uma análise *Steady State* utilizando o SAP2000 para se determinar qual o modo mais suscetível de ser excitado, bem como a sua magnitude de aceleração. A magnitude de aceleração foi obtida através da aplicação de uma carga sinusoidal unitária a meio vão (degrau 6) do lanço de escadas.

A *Steady State* no SAP2000 requer a utilização de um amortecimento histerético em vez de um amortecimento viscoso. No entanto experimentalmente apenas se obteve coeficientes de amortecimento com base em fórmulas para o amortecimento viscoso. Segundo Davis et al. [23], mencionando Chopra, o amortecimento histerético pode ser considerado o dobro do amortecimento viscoso, portanto na definição da *Steady State* foi utilizado um coeficiente de amortecimento de 0,0236, ou seja, um coeficiente duas vezes superior ao utilizado nas análises efetuadas com as funções de carga EPF e FS (ver Anexo B.5.1).

Por uma questão de coerência com o que foi feito por Davis [15] [23] as magnitudes de aceleração foram calculadas nas unidades %g/N. Isto foi conseguido mediante a aplicação de um fator de escala igual a 10,194. Para frequências inferiores a 10Hz não foi obtido qualquer modo de vibração e para frequências superiores a 20Hz os modos de vibração não são suscetíveis de serem excitados pelas frequências de

passada usualmente utilizadas. Por conseguinte calculou-se as magnitudes de aceleração para um intervalo de frequências entre 10 e 20Hz. Na Figura 3.26 apresenta-se o gráfico FRF com as magnitudes de aceleração obtidas a meio vão da escada da SRAS através da análise *Steady State*. Como é possível verificar o modo claramente mais suscetível de ser excitado é o primeiro modo de vibração com uma frequência de 13,9Hz. O valor da magnitude de aceleração máximo obtido é igual a 1,04 %g/N. O segundo e último passo foi a multiplicação da magnitude de aceleração máxima pela amplitude dos harmónicos que igualam a frequência fundamental da escada da SRAS. Admitindo que apenas a amplitude dos 4 primeiros harmónicos é relevante para que efeitos ressonantes possam ocorrer e visto que a frequência fundamental da escada da SRAS é de 13,90Hz, isto significa que a frequência do 4º harmónico (da ação) ao andar-se com uma frequência de passada de 3,50Hz é a única capaz de igualar a frequência da estrutura. Assim sendo o valor da magnitude de aceleração foi multiplicada pela amplitude do 4º harmónico (da ação). Embora alguns autores Brownjohn et al. [20], Racic et al. [32] acreditem que é possível obter efeitos ressonantes para além do 4ºharmónico e de tal se ter verificado na Figura B.54, no Anexo B.9.1 para uma descida de grupo a 2,80Hz, não se utilizou este método para uma frequência de passada de 2,80Hz (5º harmónico) ou de 2,32Hz (4ºharmónico) porque Kerr [4] apenas apresenta valores de amplitudes para os quatro primeiros harmónicos.

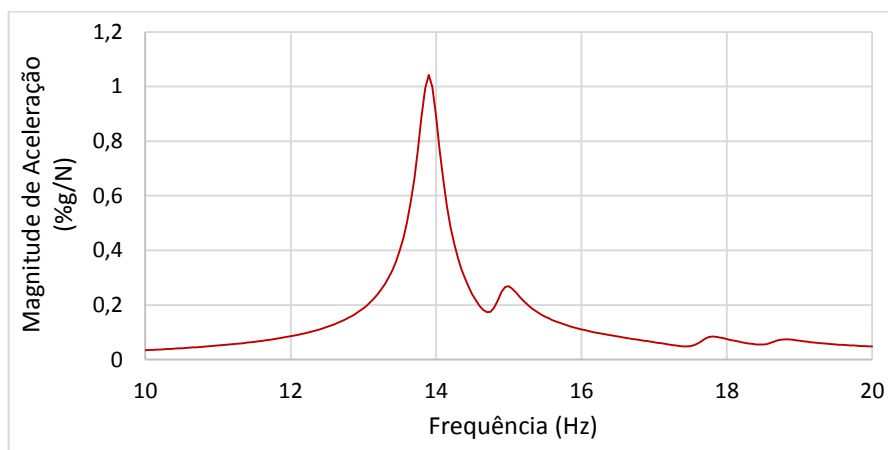


Figura 3.26 – Magnitude de aceleração análise *Steady State*

Davis [23] refere que em caso de dimensionamento o valor máximo da magnitude de aceleração deve ser multiplicado pelos harmónicos definidos por Kerr [4] com uma probabilidade de 75% de não serem excedidos. Os valores dos harmónicos definidos por Kerr [4] que devem ser utilizados em fase de projeto são apresentados na Tabela A.3, Anexo A.8. Todavia o peso do sujeito utilizado nos ensaios experimentais é de 680N, sendo que este é o peso médio aproximado do cidadão comum, portanto para que o resultado da análise *Steady State* fosse comparável com o que foi obtido experimentalmente foi decidido utilizar as médias das amplitudes dos harmónicos obtidos por Kerr [4] em vez das amplitudes dos harmónicos de dimensionamento. As médias das amplitudes dos harmónicos obtidos por Kerr [4] também são apresentadas na Tabela A.3, Anexo A.8.

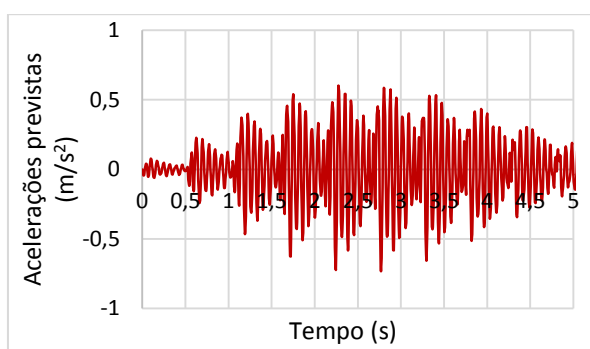
## 3.6 RESULTADOS NUMÉRICOS OBTIDOS PARA UM PEÃO ISOLADO

### 3.6.1 FUNÇÕES DE CARGA EPF

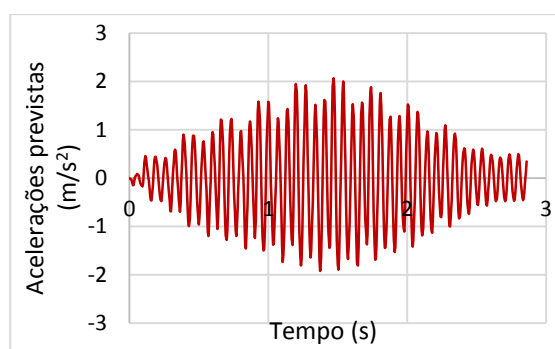
Alguns exemplos dos gráficos das acelerações obtidas numericamente para diferentes funções de carga EPF dadas por diferentes autores estão representados nas Figuras 3.27 e 3.28. Os gráficos das acelerações obtidas nas Figuras 3.27 e 3.28 são respetivamente para uma subida a 1,90Hz e para uma descida a 3,50Hz.

No Anexo B.6.1 encontra-se também um exemplo de um gráfico das acelerações obtidas numericamente para uma subida a 3,80Hz e um exemplo de um gráfico das acelerações numéricas obtidas para uma descida a 2,60Hz.

As acelerações numéricas foram obtidas no degrau 6 (aproximadamente a meio vão) do modelo numérico para poderem ser diretamente comparadas com as acelerações experimentais, uma vez que estas também foram medidas no degrau 6 da escada real (ver Subsecção 3.3.1). O mais importante a realçar dos gráficos das acelerações é o facto de verificar-se claramente uma resposta em ressonância para uma descida a 3,50Hz, tal foi possível porque aplicou-se a função de carga EPF no modelo numérico com incrementos de 0,2857 segundos (1/3,50Hz). Como seria de esperar este é caso mais condicionante, ou seja, aquele que originou valores de acelerações maiores. Nos ensaios experimentais não se obteve uma resposta em ressonância e isso acontece pela mesma razão que se obteve neste caso uma resposta em ressonância, experimentalmente não se percorreu a escada sempre com uma frequência de passada de 3,50Hz. De salientar que o gráfico das acelerações obtidas numericamente para uma subida a 1,90Hz é muito próximo do medido experimentalmente presente na Figura 3.27.



**Figura 3.27 – Acelerações numéricas para uma subida a 1,90Hz determinadas através da função de carga EPF González**



**Figura 3.28 – Acelerações numéricas para uma descida a 3,5Hz determinadas através da função de carga EPF Kerr**

À semelhança do que foi feito a partir das acelerações experimentais também calcularam-se as acelerações de pico a partir dos resultados numéricos. Na Tabela 3.6 são apresentados os valores máximos das acelerações de pico obtidas numericamente através das funções de carga EPF para as diferentes frequências de passada. Na mesma tabela também está identificado o autor da função de carga que originou o valor máximo da aceleração.

**Tabela 3.6 – Valores máximos das acelerações de pico obtidos nas análises com funções de carga EPF**

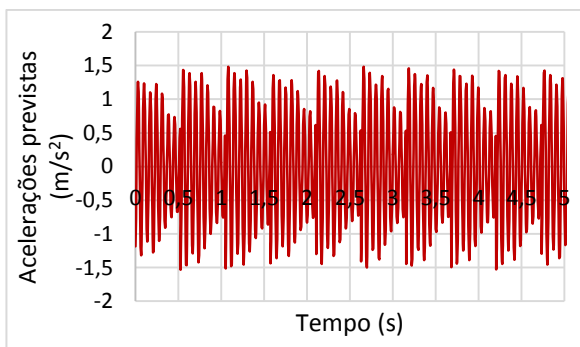
Autores e frequências de passada das funções de carga EPF		Acelerações de pico numéricas ( $m/s^2$ )
Subida	EPF González 1,90Hz	0,73
	EPF Kerr 3,80Hz	1,48
Descida	EPF Kerr 2,70Hz	0,60
	EPF Kerr 3,50Hz	2,06

No Anexo B.6.1 são apresentadas as acelerações r.m.s calculadas a partir dos gráficos das acelerações obtidas numericamente através de funções de carga EPF.

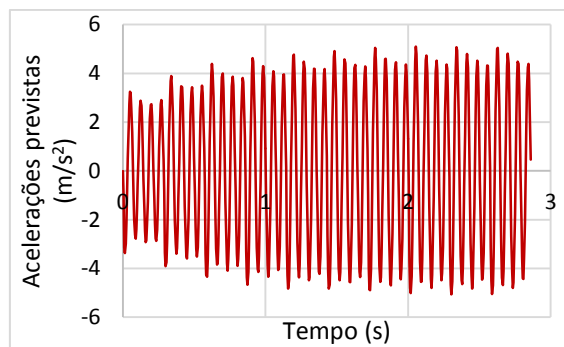
### 3.6.2 FUNÇÕES DE CARGA FS

Alguns exemplos dos gráficos das acelerações obtidos numericamente para diferentes funções de carga FS estão representados nas Figuras 3.29 e 3.30. O gráfico das acelerações representado na Figura 3.29 corresponde a uma subida a 1,90Hz obtida por uma função de carga FS definida pelos harmónicos propostos pelo SCI P354 [7] (Tabela 2.2) e o gráfico das acelerações presente na Figura 3.30 representa uma descida a 3,50Hz definida pelos harmónicos obtidos por Kerr [4].

No Anexo B.6.2 encontra-se também um exemplo de um gráfico das acelerações obtidas numericamente para uma subida a 3,80Hz e um exemplo de um gráfico das acelerações numéricas obtidas para uma descida a 2,60Hz, obtidos através da aplicação de funções de carga FS.



**Figura 3.29 – Acelerações numéricas determinadas por uma função de carga FS definida pelos harmónicos obtidos pela 2.2 para uma subida a 1,90Hz**



**Figura 3.30 – Acelerações numéricas determinadas por uma função de carga FS definida pelos harmónicos obtidos por Kerr [4] para uma descida a 3,5Hz**

Como é exposto no Anexo B.5.2.2 as séries de Fourier têm tendência a sobrestimar os valores das acelerações obtidos. Sem surpresa para uma frequência de passada de 3,50Hz (Figura 3.30) obteve-se uma resposta em ressonância. Para este método era mais do que previsível obter uma resposta em ressonância porque para além da função de carga FS ser aplicada com incrementos de 0,2857 segundos, o 4º harmónico iguala a frequência natural da escada da SRAS (13,9Hz) como é possível ver pela Equação (9). Os valores das acelerações previstos para esta frequência de passada são significativamente elevados e demasiadamente conservativos. Os harmónicos propostos pelo SCI P354 [7] como observa-se na Tabela 2.2 são idênticos independentemente da frequência de passada, isto significa que as

acelerações obtidas através das funções de carga FS definidas por estes não vão variar muito seja qual for a frequência de passada utilizada, à exceção das acelerações obtidas para frequências de passada que igualem um dos submúltiplos da frequência natural da estrutura (ver Figura 3.29). De notar pelos gráficos que o nível de acelerações é constante ao longo do tempo, isto está como é evidente relacionado com o facto das funções de carga FS estarem a atuar somente a meio vão.

Na Tabela 3.7 estão representadas os valores máximos das acelerações de pico numéricas obtidas através desta metodologia para as diferentes frequências de passada. Tal como foi feito na Tabela 3.6 também na Tabela 3.7 está identificado de que autores foram obtidos os harmónicos que deram origem às acelerações máximas. Como é possível constatar utilizando os harmónicos obtidos por Kerr [4] obtêm-se os valores de acelerações mais elevados, independentemente da frequência de passada. As acelerações r.m.s são demonstradas no Anexo B.6.2.

**Tabela 3.7 – Valores máximos das acelerações de pico obtidos nas análises com funções de carga FS**

Autores e frequências de passada das funções de carga FS		Acelerações de pico numéricas (m/s <sup>2</sup> )
Subida	FS Kerr 1,90Hz	1,63
	FS Kerr 3,80Hz	1,82
Descida	FS Kerr 2,70Hz	1,70
	FS Kerr 3,50Hz	5,10

### 3.6.3 ANÁLISE STEADY STATE

A Tabela 3.8 apresenta as acelerações de pico em m/s<sup>2</sup> calculadas para uma subida e descida a 3,5Hz utilizando a análise *Steady State* e a média das amplitudes dos harmónicos obtidos por Kerr [4]. É de notar pela Tabela 3.8 que como o valor do harmónico para a descida é o dobro do valor do harmónico para a subida o mesmo também sucede com o valor das acelerações de pico.

**Tabela 3.8 – Acelerações de pico para uma subida e descida a 3,5Hz previstas através da análise *Steady State***

Descrição do movimento	Média 4 <sup>o</sup> harmónico Kerr	Peso (N)	Amplitude força (N)	Magnitude aceleração de pico (%g/N)	Aceleração de pico <i>Steady State</i> (%g)	Aceleração de pico <i>Steady State</i> (m/s <sup>2</sup> )
Subida 3,50Hz	0,03	680	20,4	1,04	21,3	2,1
Descida 3,50Hz	0,06	680	40,8	1,04	42,5	4,2

Segundo Davis et al. [23] as acelerações de pico devem ser multiplicadas por um coeficiente de ajustamento para ter em conta o facto de que o indivíduo não percorre a escada sempre com a mesma frequência de passada e também o facto de o indivíduo não percorrê-la somente a meio vão (ver Subsecção 2.4.2.1). Como mencionado na Subsecção 2.4.2.1 Davis et al. [23] propõe com base nos resultados obtidos um coeficiente de ajustamento igual a 0,35, porém Setareh [33] defende que este valor pode não ser conservativo propondo ele mesmo um coeficiente de ajustamento diferente, com um valor igual a 0,84. Na Subsecção 3.9.1 onde se descreve as conclusões para a análise *Steady State* é

definido um coeficiente de ajustamento a ser aplicado aos resultados observados na Tabela 3.8 com base nos resultados obtidos experimentalmente.

### **3.7 COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS EXPERIMENTAIS COM OS RESULTADOS NUMÉRICOS E COM OS LIMITES REGULAMENTARES PROPOSTOS PARA UM PEÃO ISOLADO**

Com o objetivo de facilitar a comparação entre os resultados alcançados numericamente e experimentalmente referentes a um peão isolado realizou-se quatro gráficos (dois para a subida e dois para a descida) englobando todas as acelerações de pico e r.m.s obtidas a partir dos ensaios experimentais descritos na Secção 3.2 e as obtidas a partir das diversas metodologias numéricas descritas na Secção 3.5. Os limites propostos pelos diversos regulamentos referidos na Subsecção 2.5.3 também foram colocados nos gráficos com intuito de perceber se as acelerações de pico e r.m.s obtidas estão dentro desses limites propostos. No Anexo B.7.1 é explicado como foram obtidos os valores dos limites propostos pelos regulamentos e autores vistos nos gráficos das Figuras 3.31 e 3.32.

Os dois gráficos elaborados, para a subida e para a descida, com todas as acelerações r.m.s obtidas experimentalmente e numericamente são apresentados no Anexo B.7.

#### **3.7.1 SUBIDA**

Nesta subsecção é apresentado o gráfico com todas as acelerações de pico obtidas para a subida. O gráfico criado encontra-se representado na Figura 3.31. Os círculos a preto representam os resultados obtidos experimentalmente através dos diversos ensaios realizados. Importa realçar que parte-se do princípio que os resultados experimentais foram obtidos corretamente, fazendo com que estes sejam tidos como referência. A vermelho encontram-se os resultados numéricos obtidos pelas séries de Fourier, em que os diferentes símbolos representam as séries de Fourier definidas com os harmónicos dados pelos diferentes autores, à exceção dos símbolos quadrados em que a série de Fourier é a mesma, definida pelos harmónicos dados por Kerr [4]. A função de carga FS Kerr é diferente da função de carga FS Kerr ( $-\pi/2$ ) porque enquanto na função de carga FS Kerr ( $-\pi/2$ ) utilizou-se o ângulo de fase ( $90^\circ$ ) sempre negativo, na função de carga Kerr alternou-se entre positivo e negativo o sinal utilizado para o ângulo de fase ( $90^\circ$ ). A função de carga FS Kerr apresentava resultados extremamente elevados nas análises numéricas realizadas com frequências de passada superiores a 3,0Hz portanto optou-se por não utilizá-la para esta gama de frequências. A azul encontram-se os resultados numéricos obtidos pelas funções de carga EPF, em que os diferentes símbolos representam as funções de carga definidas a partir dos diferentes autores. A verde encontram-se os resultados numéricos obtidos através da análise *steady state*. A aceleração de pico referente à subida calculada pela análise *Steady State* foi obtida para uma frequência de 3,5Hz, contudo para facilitar a comparação com as acelerações de pico experimentais foi



medidas experimentalmente, as acelerações obtidas pelas funções de carga FS não aumentam significativamente com o aumento da frequência de passada.

No Anexo B.7.1 são comparados dois dos gráficos das acelerações obtidas experimentalmente com dois dos gráficos das acelerações obtidas por intermédio de funções de carga FS respetivamente para uma subida a 1,90Hz e a 3,80Hz.

#### – Aceleração de pico *Steady State*

A aceleração de pico obtida por este método para uma subida a 3,5Hz é ligeiramente superior às acelerações de pico experimentais, sendo mais próxima das acelerações de pico obtidas pelas funções de carga FS. Uma das possíveis razões para tal acontecer pode estar relacionada com o facto da aceleração de pico determinada pela análise *Steady State* ser obtida a partir de uma carga sinusoidal e posterior multiplicação pelo harmónico que iguala um dos submúltiplos da frequência fundamental e a aceleração de pico determinada pela função de carga FS ser obtida por um somatório de cargas sinusoidais em que a maioria da resposta é influenciada pelo harmónico que iguala um dos submúltiplos da frequência fundamental.

### 3.7.2 DESCIDA

O gráfico resumo realizado para a descida está representado na Figura 3.32.

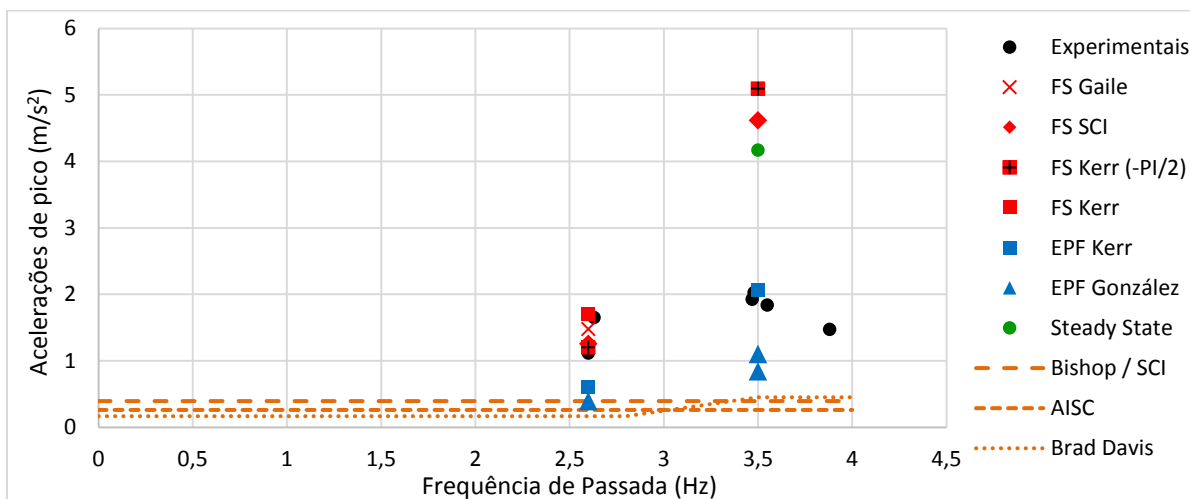


Figura 3.32 – Comparação das acelerações de pico experimentais e numéricas, para a descida, com os limites permitidos propostos pelos regulamentos SCI P354 [7] e AISC 11 [11] e por Davis et al. [23]

Com base na observação do gráfico resumo realizado para a descida é possível retirar as seguintes conclusões:

#### - Acelerações experimentais

Para uma descida a 3,50Hz não se obteve uma resposta em ressonância tornando-se difícil perceber quais os valores de acelerações seriam obtidos se tal acontecesse, contudo como se desceu a escada com uma frequência de passada aproximada, as acelerações obtidas para esta frequência de passada

originaram os valores das acelerações mais elevados. As acelerações como referem os autores Bishop [3], González [16], Davis et al. [23] e Setareh [33] para além de aumentarem consoante o aumento da frequência de passada também aumentam nas descidas de escadas. Pela observação dos gráficos presentes nas Figuras 3.31 e 3.32 pode-se constatar que os resultados obtidos estão de acordo com o que foi referido por esses autores, na maioria dos casos as acelerações são superiores para a descida.

As acelerações de pico experimentais ultrapassam os limites recomendáveis propostos tanto para descidas normais com frequências de passada baixas (aproximadamente 2,60Hz) como para descidas rápidas com frequências de passada mais elevadas (frequências no intervalo de 3,40 a 3,88Hz), sucedendo o mesmo que acontecia nas subidas normais (frequências de passada de 1,90Hz aproximadamente) e subidas rápidas (frequências de passada de 4,0Hz aproximadamente). Contudo no caso das descidas a diferença entre os limites aceitáveis e os resultados experimentais torna-se mais acentuadas (do que nas subidas) porque como mencionado as acelerações para as descidas são na generalidade superiores.

#### **– Acelerações obtidas a partir das funções de carga EPF**

As acelerações numéricas obtidas por intermédio das funções de carga EPF para as descidas, à semelhança do que acontecia para as subidas aumentam com a frequência de passada.

Para uma descida rápida com uma frequência de passada de 3,50Hz a aceleração de pico alcançada com a função de carga EPF Kerr é muito aproximada às acelerações de pico experimentais. Para uma descida normal com frequências de passada a rondar os 2,60Hz não foi conseguido obter através das funções de carga EPF resultados muito aproximados aos experimentais. Com nenhuma das funções de carga EPF utilizadas (González ou Kerr) foi possível obter resultados satisfatórios. Tal pode ser explicado pelo facto de nenhuma função de carga EPF (Kerr ou González) representar de forma adequada a força aplicada pelo indivíduo durante os ensaios experimentais realizados na escada da SRAS. Provavelmente seria necessário realizar ensaios em plataforma de força para se ter uma noção melhor da forma da função de carga protagonizada pelo indivíduo que realizou as descidas a 2,60Hz ou então seria necessário encontrar outras funções de carga EPF com frequências de passada próximas de 2,60Hz na bibliografia, mas tal não foi possível por falta de informação e equipamento disponível.

No Anexo B.7.2 são comparados dois dos gráficos das acelerações obtidas experimentalmente com dois dos gráficos das acelerações obtidas por intermédio de funções de carga EPF respetivamente para uma descida a 2,60Hz e a 3,50Hz.

#### **– Acelerações obtidas a partir das funções de carga FS**

Curiosamente para 2,60Hz através das funções de carga FS obtiveram-se resultados muito mais satisfatórios do que os obtidos através das funções de carga EPF. As acelerações de pico obtidas pelas funções de carga FS são muito aproximadas às experimentais. Como foi dito para a subida, o facto das

acelerações obtidas pelas séries de Fourier não variarem significativamente com a frequência de passada ao contrário das acelerações experimentais faz com que os resultados numéricos e experimentais acabem por se aproximar. Para 3,5Hz os resultados numéricos obtidos pelas séries de Fourier são substancialmente superiores aos experimentais, não sendo comparáveis à realidade. Tal pode ser explicado pelo facto de esta frequência de passada ser um dos submúltiplos da frequência fundamental da escada da SRAS, originando uma resposta em ressonância com valores de aceleração extremamente elevados.

No Anexo B.7.1 apresentam-se dois exemplos em que se comparam dois dos gráficos das acelerações obtidas experimentalmente com dois dos gráficos das acelerações obtidas por intermédio de funções de carga FS respetivamente para uma descida a 2,60Hz e a 3,50Hz.

#### – Aceleração de pico *Steady state*

A aceleração de pico obtida pela análise *Steady State* é substancialmente superior às acelerações de pico experimentais para uma descida a 3,50Hz, sendo, tal como acontece na subida, mais aproximada às acelerações de pico obtidas pelas funções de carga FS.

### **3.8 ANÁLISES NUMÉRICAS REALIZADAS E RESULTADOS OBTIDOS PARA UM GRUPO DE PEÕES**

Do mesmo modo que foi feito para um peão isolado também foram realizadas análises numéricas utilizando os três métodos descritos na Secção 3.5 (funções de carga EPF, FS e análise *Steady State*) com o objetivo de determinar as acelerações referentes a um grupo peões. De uma forma sucinta através das funções de carga EPF obtiveram-se acelerações numéricas referentes a um grupo de peões próximas das experimentais, através das funções de carga FS obtiveram-se acelerações muito superiores às experimentais e sem sentido físico e através da análise *Steady State* obteve-se uma aceleração de pico superior às acelerações de pico experimentais, embora não tão superior como as acelerações de pico obtidas pelas funções de carga FS. As análises e os resultados numéricos obtidos para um grupo de peões não serão apresentados no corpo principal da dissertação, sendo todo o trabalho numérico realizado na escada metálica da SRAS relativo a este exposto nos Anexos B.8, B.9 e B.10.

### **3.9 CONCLUSÕES FINAIS A RETER SOBRE OS DIVERSOS MÉTODOS NUMÉRICOS NA PREVISÃO DAS ACELERAÇÕES E SUGESTÕES PARA A FASE DE PROJETO**

#### **3.9.1 PEÃO ISOLADO**

Nesta subsecção pretende-se expor, com base nos resultados obtidos nos gráficos das Figuras 3.31, 3.32, B.41 e B.46 (Anexo B) quais são os métodos numéricos mais indicados para prever as acelerações a que

uma escada estará sujeita e também fazer algumas sugestões de como se deve utilizar cada um deles em fase de projeto. Note-se que as sugestões apresentadas são baseadas apenas nesta campanha experimental e na bibliografia consultada, podendo no futuro ser complementada com mais resultados experimentais e numéricos.

#### **– Utilização das funções de carga EPF (1º método)**

No geral pode-se afirmar que as acelerações numéricas obtidas pelas funções de carga EPF são bastante aproximadas das medidas experimentalmente. Isto advém do facto, conforme descrito na Subsecção 3.5.1, deste ser o método que simula de uma forma mais realista o andamento dos peões em escadas. Pelo que é observado nos gráficos das Figuras 3.31, 3.32, B.41 e B.46 (Anexo B) as únicas acelerações obtidas por este método que estão afastadas das obtidas experimentalmente ocorreram para descidas com uma frequência de passada de 2,60Hz, mas isto pode estar relacionado com o explicado na Subsecção 3.7.2. No entanto e como em fase de dimensionamento geralmente apenas há interesse no caso mais condicionante e como na escada metálica da SRAS o caso mais condicionante ocorre para uma descida rápida com uma frequência de passada de 3,50Hz e aí os resultados numéricos obtidos são próximos dos experimentais, então pode-se concluir que este método iria dar uma boa aproximação das acelerações expectáveis. Em resumo este método, apesar de algumas limitações conforme explicado no Anexo B.5.1, é o mais indicado em fase de projeto para prever as acelerações a que uma escada estará sujeita.

No Anexo B.11.1 são apresentados, de uma forma simplificada, a sucessão de passos necessários para determinar em fase de projeto as acelerações numéricas por intermédio de funções de carga EPF.

#### **– Utilização das funções de carga FS (2º método)**

Como é explicado no Anexo B.5.2.2 as acelerações obtidas por intermédio das funções de carga FS têm tendência a ser sobrestimadas, contudo à medida que a frequência de passada aumenta as acelerações obtidas através deste método vão se aproximando das acelerações medidas experimentalmente. Tal pode ser explicado pelo facto das acelerações obtidas pelas funções de carga FS não aumentarem significativamente com o aumento da frequência de passada, ao contrário das acelerações experimentais, fazendo com que as acelerações numéricas e experimentais se aproximem. No Anexo B.11.1 encontra-se uma das possíveis explicações porque as acelerações obtidas através das funções de carga não variam consideravelmente com o aumento da frequência de passada.

Para uma frequência de passada de 3,50Hz o mesmo não sucede (as acelerações experimentais não se aproximam das numéricas), mas neste caso isso acontece por esta frequência de passada ser o 4º submúltiplo da frequência fundamental da escada.

Em síntese as funções de carga FS conseguem prever de uma forma aproximada as acelerações experimentais para frequências de passada elevadas, excetuando quando alguma frequência de passada iguala um dos submúltiplos da frequência fundamental da escada. Neste caso sugere-se que as

acelerações devem ser calculadas com a função de carga FS a ser aplicada com uma frequência de passada ligeiramente superior (mais 0,20Hz). Para frequências de passada baixas a rondar os 2,0Hz as funções de carga FS têm tendência a sobrestimar os resultados obtidos, propondo-se a aplicação de um coeficiente de ajustamento igual a 0,5. As sugestões descritas anteriormente de como devem ser aplicadas as funções de carga FS com diferentes frequências de passada em fase de projeto são explicadas detalhadamente no Anexo B.11.1. No mesmo são apresentados, de uma forma simplificada, a sucessão de passos necessários para determinar as acelerações numéricas através deste tipo de funções de carga.

#### – Utilização da análise *Steady State* (3º método)

As acelerações de pico obtidas pela análise *Steady State* são significativamente superiores às experimentais, principalmente para uma descida a 3,50Hz. Contudo convém referir que os valores presentes nos gráficos das Figuras 3.31 e 3.32 não foram multiplicados por qualquer coeficiente de ajustamento. Pelas razões descritas por Davis et al. [23] e mencionadas na Subsecção 3.6.3, este método necessita que se aplique um coeficiente de ajustamento. Com base nas acelerações de pico máximas obtidas experimentalmente para a subida e para a descida (respetivamente para uma frequência de passada de 3,80Hz e de 3,50Hz) e as acelerações de pico obtidas pela análise *Steady State* tentou-se obter um coeficiente de ajustamento como mostra a Tabela 3.9 com o intuito de ser aplicado em fase de projeto. Na Tabela 3.9 também estão as acelerações de pico alcançadas através da análise *Steady State* após a aplicação do coeficiente de ajustamento.

**Tabela 3.9 – Determinação do coeficiente de ajustamento a aplicar nas acelerações de pico obtidas a partir da análise *Steady State***

Descrição do movimento	Aceleração de pico <i>Steady State</i> (m/s <sup>2</sup> )	Aceleração de pico máxima Exp. (m/s <sup>2</sup> )	Coeficiente de ajustamento (Medido/Previsto)	Coeficiente de ajustamento médio	Aceleração de pico (m/s <sup>2</sup> ) após coef. ajustamento
Subida 3,80Hz	2,10	1,59	0,76	0,62	1,30
Descida 3,5Hz	4,20	2,02	0,48		2,60

O coeficiente de ajustamento médio obtido foi de 0,62, no entanto também por uma questão de simplificação quando se pretende utilizar este método em fase de projeto sugere-se a aplicação de um coeficiente de ajustamento de 0,60. O coeficiente de ajustamento obtido é superior ao proposto por Davis et al. [23], validando desta forma o que foi dito por Setareh [33] que utilizar um coeficiente de 0,35 nos resultados da *Steady State* pode não ser conservativo (ver Subsecção 3.6.3).

No Anexo B.11.1 são apresentados, de uma forma simplificada, a sucessão de passos necessários para determinar em fase de projeto as acelerações numéricas por meio de uma análise *Steady State*.

### 3.9.2 GRUPO DE PEÕES

Com base nos resultados numéricos obtidos para grupo de peões e que são apresentados nas Figuras B.59 e B.60 presentes no Anexo B.10 são feitas algumas sugestões de como aplicar cada um dos métodos numéricos (funções de carga EPF, FS e análise *Steady State*) em fase de projeto, tal como foi feito para um peão isolado (ver Subsecção 3.9.1 e Anexo B.11.1). Resumidamente sugere-se que as acelerações provocadas por um grupo de peões para cada método numérico sejam previstas da seguinte forma:

- As acelerações provocadas por um grupo de peões, utilizando funções de carga EPF, devem ser obtidas da mesma maneira que foram obtidas para um peão isolado, explicado na Subsecção 3.9.1 e no Anexo B.11.1, apenas aumentando o número de funções de carga EPF aplicadas no modelo numérico das escadas com o intuito de simular um maior número de indivíduos.
- As acelerações provocadas por um grupo de peões, utilizando funções de carga FS, devem ser obtidas mediante a multiplicação das acelerações obtidas para um peão isolado (ver Subsecção 3.9.1 e Anexo B.11.1) por um coeficiente de amplificação igual a 2.
- As acelerações provocadas por um grupo de peões, utilizando a análise *Steady State*, devem ser obtidas mediante a multiplicação da aceleração de pico obtida para um peão isolado (ver Subsecção 3.9.1 e Anexo B.11.1) por um coeficiente de amplificação igual a 2 ou a 2,5 caso pretenda-se ser mais conservativos.

No Anexo B.11.2 é explicado pormenorizadamente como devem ser previstas as acelerações alusivas a um grupo de peões em fase de projeto utilizando cada um dos métodos numéricos e também são referidas algumas conclusões importantes a reter sobre os mesmos.

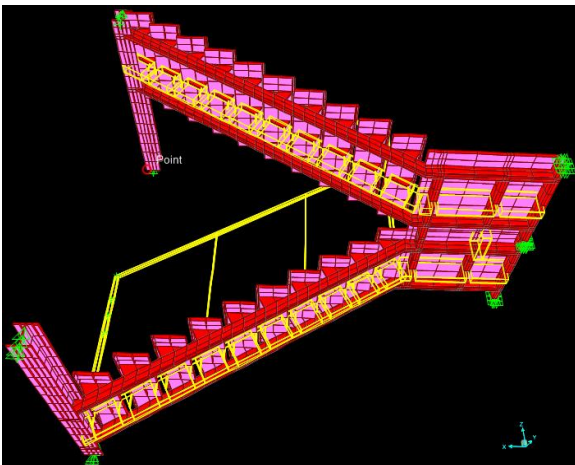
### 3.10 PROPOSTAS DE MELHORIA DA ESCADA METÁLICA DA SRAS

Como pode ser constatado nas Figuras 3.31, 3.32, B.59 e B.62 (Anexo B.10.2) tanto para um peão isolado como para um grupo de peões, as acelerações medidas experimentalmente são superiores aos limites propostos pelos regulamentos SCI P354 [7] e AISC 11 [11] e pelos autores Davis et al. [23], principalmente as acelerações medidas durante as descidas. Tendo em conta que a escada da SRAS está sujeita a vibrações excessivas tentou-se propor algumas medidas de reforço com o objetivo de as reduzir. Trata-se de um exercício académico em que as medidas de reforço foram testadas efetuando várias alterações ao modelo numérico inicial da escada da SRAS e posteriormente verificando se com as mesmas, as acelerações obtidas passavam a ser inferiores aos limites propostos. De mencionar que nas alterações feitas ao modelo inicial da escada da SRAS manteve-se sempre a estrutura original pois tinha-se como intuito propor soluções que visassem o melhoramento dinâmico da escada já existente e não a demolir para construir de novo.

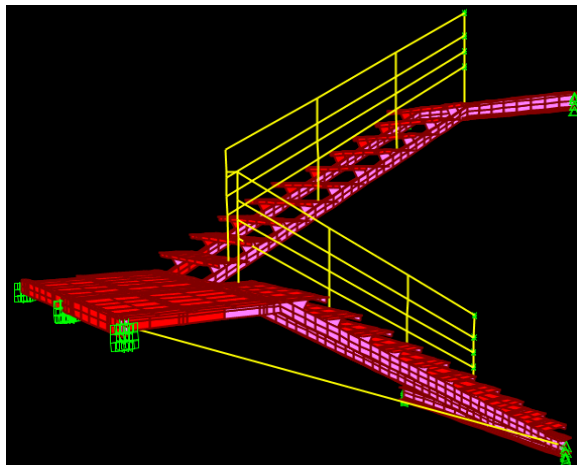
No total foram testadas seis medidas de reforço na escada da SRAS, que são apresentadas seguidamente:

- Medida de reforço 1 – Colocar uma longarina adicional, na direção longitudinal, entre as duas longarinas já existentes.
- Medida de reforço 2 – Colocar um cabo metálico

Nas Figuras 3.33 e 3.34 estão representados os modelos numéricos da escada metálica da SRAS com a aplicação da primeira e segunda medida de reforço respetivamente.



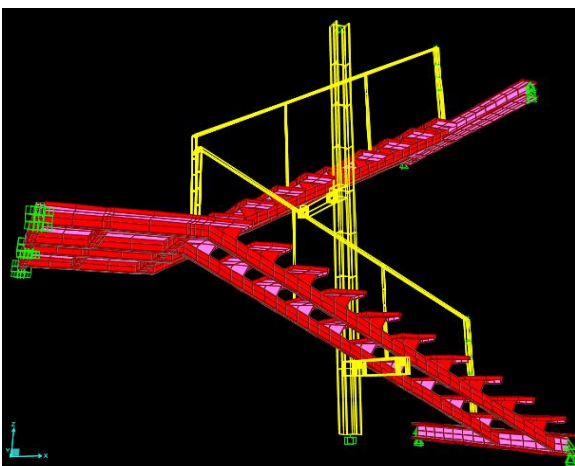
**Figura 3.33 – Modelo numérico da escada da SRAS com a primeira medida de reforço**



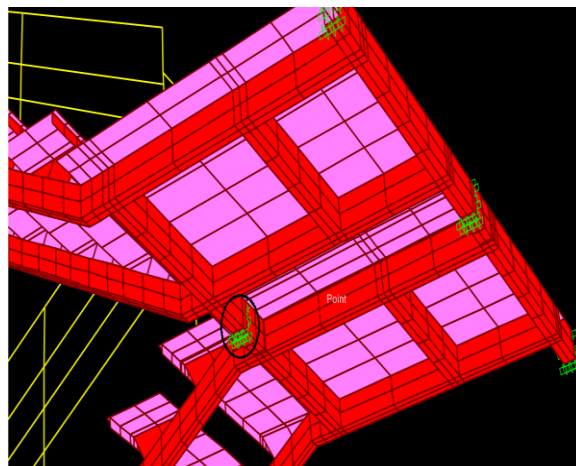
**Figura 3.34 – Modelo numérico da escada da SRAS com a segunda medida de reforço**

- Medida de reforço 3 – Colocar uma viga na direção transversal a meio vão das escadas, apoiada num pilar
- Medida de reforço 4 – Colocar um pilar intermédio na zona do patamar (simulado por um apoio encastrado)

Nas Figuras 3.35 e 3.36 estão representados os modelos numéricos da escada metálica da SRAS com a aplicação da terceira e quarta medida de reforço respetivamente.



**Figura 3.35 – Modelo numérico da escada da SRAS com a terceira medida de reforço**



**Figura 3.36 – Modelo numérico da escada da SRAS com a quarta medida de reforço**

- Medida de reforço 5 – Duplicar a altura das longarinas da escada metálica da SRAS
- Medida de reforço 6 – Eliminar a rótula de ligação entre as escadas e a viga HEB180 tornando a ligação rígida

Nas Figuras 3.37 e 3.38 estão representados os modelos numéricos da escada metálica da SRAS com a aplicação da quinta e sexta medida de reforço respetivamente.

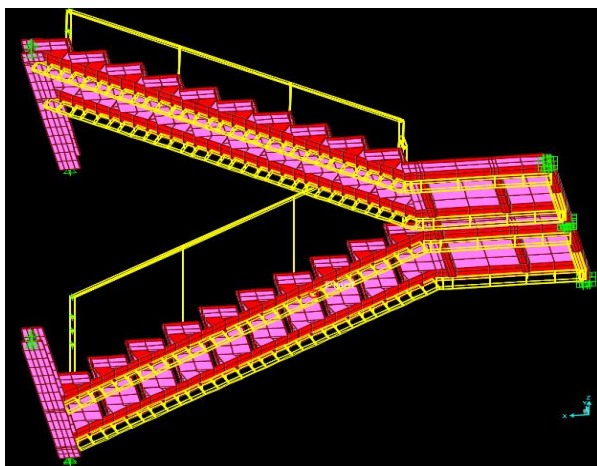


Figura 3.37 – Modelo numérico da escada SRAS com a quinta medida de reforço

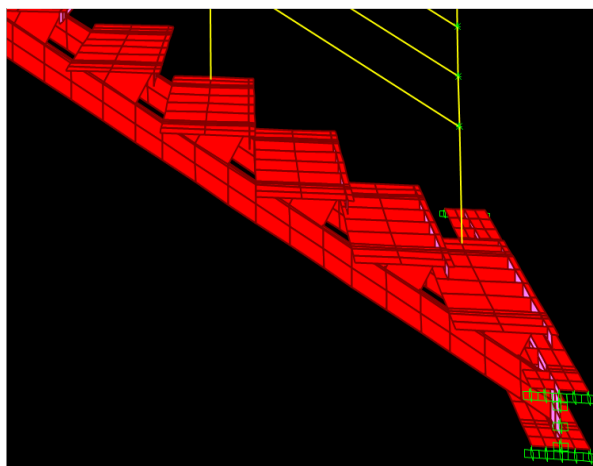


Figura 3.38 – Modelo numérico da escada da SRAS com a sexta medida de reforço

As medidas de reforço referidas anteriormente são descritas com maior grau de detalhe no Anexo B.12.

#### – Comparação das acelerações após as medidas de reforço com os limites propostos pelo SCI P354 [7]

Por uma questão de simplificação apenas se compararam as acelerações obtidas através das medidas de reforço com os limites propostos pelo SCI P354 [7]. Como foi referido os limites aceitáveis pelo SCI P354 [7] são dados pela curva base (eixo Z) presente na Figura 2.15 e por coeficientes de 32 e 64 respetivamente para um peão isolado e um grupo de peões. Ao aplicar-se as várias medidas de reforço as frequências fundamentais do modelo da escada da SRAS aumentaram e como as acelerações admissíveis dadas pela curva base (eixo Z) variam consoante a frequência fundamental da estrutura, isto significa que os limites propostos serão diferentes para cada medida de reforço. Na Tabela 3.10 são apresentadas as acelerações iniciais e após as medidas de reforço referentes a um peão isolado e a um grupo de peões e os limites propostos pelo SCI P354 [7] para um peão isolado e um grupo de peões para cada medida de reforço.

Pode-se constatar pela Tabela 3.10 que as acelerações obtidas pelas medidas de reforço 1, 3 e 5 são inferiores aos limites do SCI P354 [7] para um peão isolado. Destas apenas a medida de reforço 1 cumpre o limite proposto pelo SCI P354 [7] para um grupo de peões, contudo é possível observar que as acelerações obtidas pelas medidas de reforço 3 e 5 são muito inferiores às obtidas inicialmente, sendo apenas ligeiramente superiores aos limites. Como as acelerações relativas a um grupo de peões inicialmente eram tão elevadas torna-se difícil encontrar medidas de reforço que reduzem as mesmas

até valores inferiores aos limites propostos, no entanto tendo em conta o facto das acelerações iniciais serem tão elevadas, as medidas de reforço 3 e 5 apresentam resultados muito satisfatórios.

As medidas de reforço 2 e 4 como pode ser observado na Tabela 3.10 não apresentam acelerações relativamente diferentes das acelerações obtidas inicialmente, o que demonstra que as mesmas não são as mais aconselháveis para serem aplicadas na prática. Pela Tabela 3.10 também é possível verificar que as acelerações obtidas com a medida de reforço 6 são cerca de metade das obtidas inicialmente, mas continuam a ser substancialmente superiores aos limites propostos, principalmente para um grupo de peões. Apesar desta medida de reforço ainda reduzir consideravelmente as acelerações não é a ideal para ser aplicada na prática.

**Tabela 3.10 – Comparação das acelerações de pico e r.m.s após a aplicação das medidas de reforço com os limites aceitáveis propostos pelo SCI P354 [7], para um peão isolado e para um grupo de peões**

SRAS		Pico $m/s^2$	Lim. Pico $m/s^2$	Verif. Pico $m/s^2$	r.m.s $m/s^2$	Lim. r.m.s $m/s^2$	Verif. r.m.s $m/s^2$
Peão Isolado	Inicial	<u>2,07</u>	<u>0,39</u>	KO!	<u>0,86</u>	<u>0,28</u>	KO!
	Med. Ref. 1	0,37	0,63	OK!	0,11	0,45	OK!
	Med. Ref. 2	1,82	0,39	KO!	0,76	0,28	KO!
	Med. Ref. 3	0,48	0,61	OK!	0,13	0,43	OK!
	Med. Ref. 4	2,32	0,42	KO!	1,02	0,29	KO!
	Med. Ref. 5	0,35	0,60	OK!	0,12	0,43	OK!
	Med. Ref. 6	1,19	0,44	KO!	0,49	0,31	KO!
Grupo de Peões	Inicial	<u>6,62</u>	<u>0,79</u>	KO!	<u>2,54</u>	<u>0,56</u>	KO!
	Med. Ref. 1	1,27	1,27	OK!	0,34	0,90	OK!
	Med. Ref. 2	5,82	0,79	KO!	2,07	0,56	KO!
	Med. Ref. 3	1,60	1,21	KO!	0,36	0,81	OK!
	Med. Ref. 4	7,03	0,83	KO!	2,42	0,39	KO!
	Med. Ref. 5	1,28	1,20	KO!	0,37	0,85	OK!
	Med. Ref. 6	3,85	0,88	KO!	1,59	0,62	KO!

### 3.11 CONSIDERAÇÕES FINAIS ESCADA METÁLICA SRAS

A escada da SRAS tem uma frequência fundamental baixa, o que significa que é possível responder em ressonância. Neste caso a frequência fundamental é de 13,9Hz portanto a resposta em ressonância ocorrerá para uma frequência de passada igual ao quarto submúltiplo da frequência fundamental, ou seja, para 3,5Hz.

Experimentalmente mediram-se acelerações mais elevadas para esta frequência de passada, contudo não foi possível obterem-se respostas em ressonância pelo facto dos intervenientes nos ensaios não terem conseguido percorrer a totalidade da escada sempre com uma frequência de passada igual a 3,5Hz. As acelerações medidas para um grupo de peões foram aproximadamente 2 a 3 vezes superiores às medidas para um peão isolado. Isto está de acordo com o verificado por Kerr [4] que obteve fatores de amplificação entre 2,0 e 3,0 para um grupo de 4 peões.

Em escadas com frequências fundamentais baixas a resposta será sempre condicionante para frequências de passada que igualam um dos submúltiplos da frequência fundamental da escada, por isso, em fase de projeto, as acelerações devem ser sempre verificadas para estas frequências de passada. Nas análises efetuadas na escada da SRAS foram apresentados três métodos numéricos que podem ser utilizados em fase de projeto de modo a prever o nível de vibração expetável: funções de carga EPF, FS e análise *Steady State*.

Numericamente as acelerações obtidas foram mais próximas das experimentais utilizando funções de carga EPF. As mesmas conseguem simular de forma mais realista o andamento dos indivíduos em escadas, o que fez com que os resultados obtidos tenham sido próximos dos medidos experimentalmente. Tanto para um peão isolado como para um grupo de peões, independentemente da frequência de passada, este deve ser o método preferencialmente escolhido em fase de projeto para prever numericamente as acelerações a que uma escada estará sujeita.

As acelerações obtidas através das funções de carga FS e da análise *Steady State* para uma frequência de passada de 3,50Hz foram significativamente superiores às medidas experimentalmente. Caso se pretenda aplicar algum destes métodos em fase de projeto, na Secção 3.9 são feitas algumas sugestões como utilizá-los quando se quer prever as acelerações para frequências de passada que igualem um dos submúltiplos da frequência fundamental da escada. Na Secção 3.9 é sugerido como utilizar estes dois métodos para prever as acelerações provocadas tanto por um peão isolado como por um grupo de peões.

A análise *Steady State* é somente aplicável para frequências de passada que igualem um dos submúltiplos da frequência fundamental da escada.

É importante referir que as sugestões de dimensionamento mencionadas na Secção 3.9 foram feitas com base na comparação entre os ensaios experimentais e as análises numéricas realizadas na escada metálica da SRAS, sendo necessário realizar um maior número de estudos, em escadas metálicas com diferentes rigidezes, comprimentos de vão e frequências naturais para verificar se as mesmas se mantêm para todas as situações.

Como foi observado nas Figuras 3.31 e 3.32 as acelerações medidas durante a realização dos ensaios experimentais são consideravelmente superiores aos limites aceitáveis propostos pelo SCI P354 [7], pelo AISC 11 [11] e por Davis et al. [23], principalmente para descidas com uma frequência de passada próxima de 3,5Hz, portanto com o objetivo de mitigar as vibrações, na Secção 3.10 são propostas algumas medidas de reforço. As medidas de reforço propostas nesta secção têm como finalidade reduzir as vibrações sem ser necessário modificar a estrutura da escada da SRAS existente.

Uma maneira simplificada em fase de projeto de impedir que uma determinada escada tivesse problemas de vibração, sem ser necessário recorrer a análises através dos vários métodos numéricos descritos, seria garantir que a frequência fundamental da escada fosse superior a 16Hz. Esta é a frequência do 4º harmónico (da ação) admitindo que é possível percorrer escadas com uma frequência de passada até 4

Hz. No entanto essa pode não ser a solução mais viável porque primeiro, como refere Brownjonh et al. [20], é possível obter respostas em ressonância para além da frequência do 4º harmónico e segundo as respostas impulsivas também podem originar acelerações muito elevadas como será constatado no capítulo 4 quando for analisada a escada metálica do Madeira Tecnopolo. Por conseguinte, a melhor forma de verificar se uma determinada escada não estará sujeita a vibrações excessivas é analisá-la por intermédio de algum dos métodos numéricos mencionados anteriormente, funções de carga EPF, FS e análise *Steady State*.

# 4

## **CASO DE ESTUDO DA ESCADA METÁLICA DO MADEIRA TECNOPOLO (VIBRAÇÕES LOCAIS)**

Neste capítulo é apresentado e descrito o segundo caso de estudo realizado no âmbito desta dissertação. O segundo caso de estudo é uma escada metálica localizada no edifício Madeira Tecnopolo, Funchal, Madeira. Nesta escada metálica, à semelhança do que foi realizado na escada metálica da SRAS, mediram-se experimentalmente as vibrações e posteriormente verificou-se se as mesmas eram inferiores aos limites admissíveis propostos para escadas pelos diferentes regulamentos. Com o objetivo de se apurar se as diversas metodologias de cálculo existentes conseguiriam prever em fase de projeto de uma maneira eficaz o nível de vibração a que a escada do Madeira Tecnopolo estaria sujeita, também calcularam-se as acelerações numericamente, tal como foi feito na escada da SRAS, comparando-as seguidamente com as medidas experimentalmente. Decidiu-se analisar a escada metálica do Madeira Tecnopolo porque para além de apresentar um nível de vibração elevado, o fenómeno de vibração verificado era diferente daquele verificado na escada metálica da SRAS. Na escada do Madeira Tecnopolo as vibrações são locais, ou seja, ao nível dos degraus, enquanto na escada da SRAS as vibrações são globais (conforme verificado no Capítulo 3), isto é a escada move-se como um todo.

### **4.1 DESCRIÇÃO DA ESCADA METÁLICA MADEIRA TECNOPOLO**

#### **4.1.1 GEOMETRIA**

No interior do edifício Madeira Tecnopolo existem duas escadas metálicas e embora estejam separadas, permitindo acesso a diferentes pisos do edifício, como ambas estão ligadas por um pilar intermédio comum isto significa que o comportamento de cada uma não pode ser analisado de forma independente (ver Figura 4.1). De referir que o pilar situado na extremidade inferior das escadas, visto na Figura 4.1, apenas serve de apoio para a escada superior, ou seja, para aquela que dá acesso entre o piso 1 e o piso 2 não estando ligado à escada que permite o acesso entre o piso 0 e o piso 1. As duas escadas metálicas têm uma geometria idêntica, como tal apenas será descrita a geometria da escada que faz a ligação entre o piso 0 e o piso 1, vista na Figura 4.1, pois foi nesta que foram realizados os ensaios experimentais. Ao contrário do que sucedeu com a escada da SRAS, não se teve acesso aos desenhos de projeto da escada

do Madeira Tecnopolo, o que fez com que as suas características geométricas tenham sido obtidas com medições *in situ*.

A escada é constituída por dois lanços e um patamar, suportados por dois perfis metálicos tubulares retangulares com uma secção 250 mm x 150 mm (ver Figura C.1, Anexo C). Visto não ser possível aferir no local qual à espessura dos perfis tubulares admitiu-se uma espessura igual a 8,8 mm, valor este que foi retirado de uma tabela de perfis metálicos. O patamar intermédio para além de ser suportado pelas duas longarinas tubulares também é suportado por 5 perfis metálicos tubulares retangulares paralelos a estas com uma secção 50 mm x 30 mm e 3 perfis metálicos tubulares quadrangulares perpendiculares às longarinas com uma secção 70 mm x 70 mm, como pode-se constatar na Figura C.2, Anexo C. Foi admitida uma espessura de 3 mm e de 4 mm para os perfis metálicos tubulares retangulares e quadrangulares respetivamente. Os patamares intermédios são constituídos por uma chapa metálica com uma espessura igual a 6 mm.

Os pilares visualizados na Figura 4.1 são constituídos por perfis metálicos tubulares quadrangulares com uma secção 140 mm x 140 mm. Considerou-se uma espessura para as secções dos pilares igual a 8 mm. De realçar que foi importante assumir espessuras para os vários perfis metálicos tubulares sobretudo para a construção do modelo numérico da escada do Madeira Tecnopolo no SAP2000. A escada do Madeira Tecnopolo é composta por dois vãos, um menor e um maior, cujos seus comprimentos são de 5,26 m e 5,56 m respetivamente, medidos horizontalmente. O somatório dos comprimentos dos dois vãos perfaz a totalidade do comprimento da escada com um valor igual a 10,82 m.



**Figura 4.1 – Escadas metálicas Madeira Tecnopolo**

Como as vibrações são locais as características geométricas dos degraus foram determinadas com rigor. Os degraus são constituídos por uma chapa metálica com uma espessura de 6 mm revestida por uma película de borracha sintética. Nas Figuras 4.2 e 4.3 apresentam-se as dimensões dos degraus (altura, comprimento e largura) medidas no local. A ligação entre os degraus e as longarinas é feita através de uma chapa auxiliar que é soldada aos degraus e à longarina, como demonstra a Figura C.3, Anexo C.

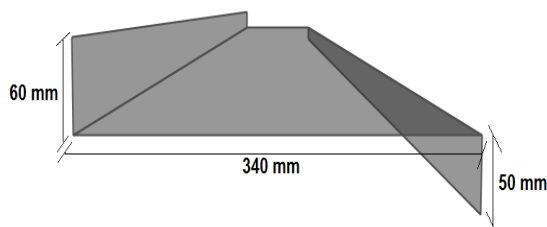


Figura 4.2 – Altura e largura dos degraus das escadas do Madeira Tecnopolo (mm)

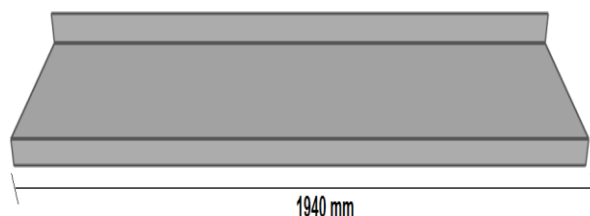


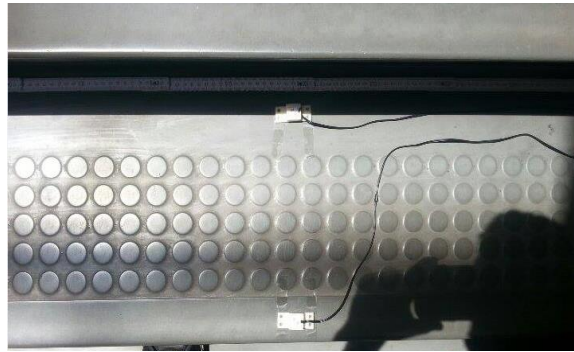
Figura 4.3 – Comprimento dos degraus das escadas do Madeira Tecnopolo (mm)

#### 4.1.2 PROPRIEDADES DINÂMICAS

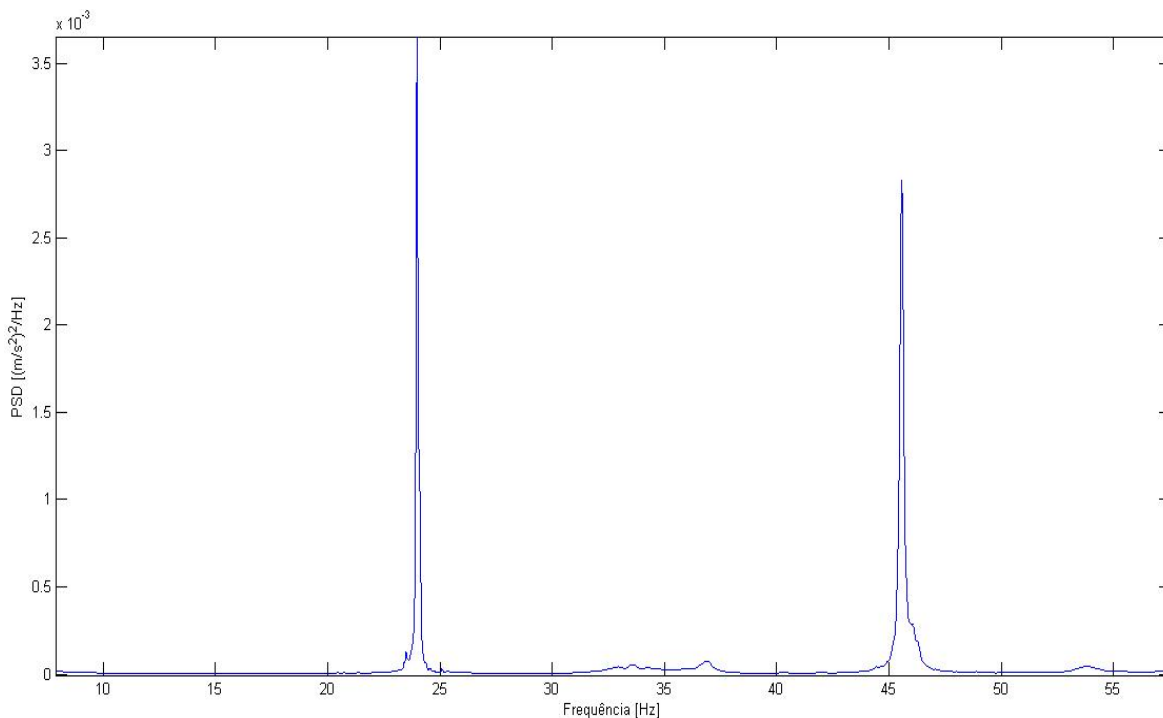
O procedimento realizado para obter os modos de vibração da escada metálica do Madeira Tecnopolo foi o mesmo que foi realizado na escada metálica da SRAS e que foi descrito na Subsecção 3.1.2. O equipamento utilizado, composto por um martelo com uma ponta de borracha e dois acelerómetros, também foi o mesmo conforme demonstra a Figura C.4, Anexo C.1.2. Como já foi descrito com algum grau de detalhe o procedimento para se obter as frequências e as deformadas dos modos de vibração na escada da SRAS não será descrito novamente esse procedimento na escada do Madeira Tecnopolo, sendo dada mais ênfase aos resultados obtidos. Primeiro foram determinados os modos de vibração globais. Para tal colocaram-se os dois acelerómetros em vários pontos das longarinas e do pilar intermédio da escada aplicando de seguida várias pancadas com o martelo ao longo destes. Como foi referido na breve introdução a este capítulo e pode ser verificado através da observação da Figura 4.5 as vibrações na escada do Madeira Tecnopolo são locais (ao nível dos degraus) e não globais, o que significa que os modos de vibração obtidos globalmente não são muito relevantes. Como tal os mesmos apenas são apresentados no Anexo C.1.2.

Após serem determinados os modos de vibração globais, apresentados no Anexo C.1.2, realizaram-se ensaios experimentais com os acelerómetros colocados num dos degraus (ver Figura 4.4 com a posição dos dois acelerómetros num dos degraus da escada, num dos ensaios experimentais realizados). Aplicando pancadas por intermédio do martelo com os acelerómetros situados nos degraus permitiu verificar se as frequências dos modos de vibração obtidas se mantinham iguais às que foram verificadas globalmente com os acelerómetros colocados nas longarinas e no pilar (ver Anexo C.1.2). Na Figura 4.5 apresenta-se o espectro de potência normalizado (ANPSD) com as frequências dos modos de vibração ao nível dos degraus, ou seja, locais. De referir que as frequências foram obtidas com a carga aplicada verticalmente, logo correspondem a modos locais verticais ou de torção. As frequências obtidas ao nível

local apresentam valores elevados, evidenciando que a resposta da escada deverá ser impulsiva e não em ressonância.



**Figura 4.4 – Posição dos dois acelerômetros no degrau da escada do Madeira Tecnopolo, num dos ensaios realizados para a determinação dos modos de vibração locais**



**Figura 4.5 – Espectro de Potência Normalizado (ANPSD) com as frequências dos modos de vibração locais**

À semelhança do que aconteceu na escada da SRAS (Subsecção 3.1.2) também na escada do Madeira Tecnopolo caracterizaram-se as deformadas dos dois primeiros modos locais (24Hz e 45,6Hz). Para caracterizar as deformadas dos modos locais foi colocado um acelerómetro de referência situado a meio do degrau e outro a variar a sua posição entre alguns pontos do degrau. As deformadas dos dois primeiros modos de vibração obtidas experimentalmente, nas respetivas coordenadas modais, estão representadas nas Figuras 4.6 e 4.7. Observando as mesmas constata-se que o primeiro modo (24Hz) é vertical com alguma torção e o segundo modo (45,6Hz) é de torção.

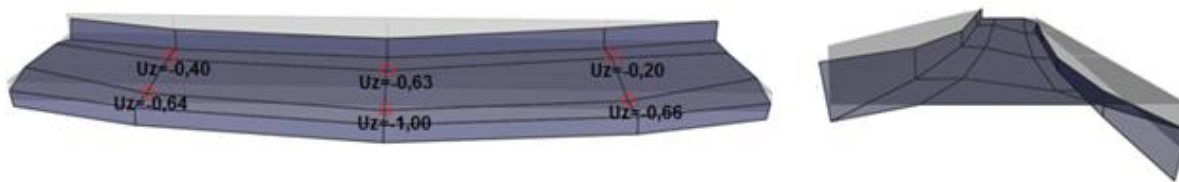


Figura 4.6 – Deformada modal do primeiro modo de vibração local (24Hz)

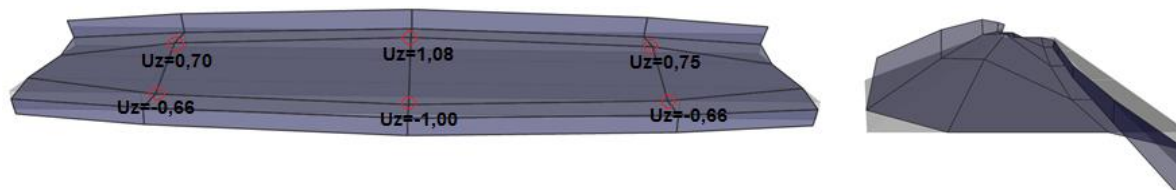


Figura 4.7 – Deformada modal do segundo modo de vibração local (45,6Hz)

Na Tabela 4.1 são apresentadas as frequências, os períodos e respectivas deformadas dos dois modos de vibração locais obtidos experimentalmente.

Tabela 4.1 – Frequências, períodos e deformadas dos modos de vibração locais experimentais

<i>Modos locais</i>		<i>Experimentais</i>	
<i>Nº</i>	<i>Deformada</i>	<i>Período (s)</i>	<i>Frequência (Hz)</i>
1	Vertical c/ torção	0,042	24,0
2	Torção	0,022	45,6

O coeficiente de amortecimento da escada do Madeira Tecnopolo foi calculado utilizando o método da meia potência, tal como foi explicado na Subsecção 3.1.2 para a escada da SRAS. Na escada do Madeira Tecnopolo calculou-se um coeficiente de amortecimento de 0,82%. Este valor é ligeiramente inferior ao valor do coeficiente de amortecimento obtido na escada da SRAS de 1,18%, no entanto continua a estar de acordo com os autores González [16], Bishop [3] e Davis et al. [23] que obtiveram nas suas medições um valor de amortecimento de aproximadamente 1%.

## 4.2 PROGRAMA EXPERIMENTAL

### 4.2.1 PEÕES ISOLADOS

Como pôde-se verificar na subsecção anterior as frequências dos modos de vibração globais e locais apresentam valores elevados, isto significa que as frequências de passada usualmente utilizadas em escadas (2,0 a 4,50Hz) muito dificilmente a excitarão de maneira a que uma resposta em ressonância seja obtida. Como tal, escolheram-se para a realização dos ensaios experimentais frequências de passada que parecem ser mais plausíveis ao percorrer uma escada e não frequências de passada com o intuito de se obter uma resposta em ressonância. Para a escada metálica do Madeira Tecnopolo decidiu-se utilizar as seguintes frequências de passada: 2,0Hz para uma subida com andamento normal, 3,0Hz para uma subida com andamento rápido, 2,50Hz para uma descida com andamento normal e 3,50Hz para uma descida com andamento rápido. Para se percorrer a escada durante os ensaios experimentais com as

frequências de passada pretendidas utilizou-se um cronómetro. Na Tabela 4.2 encontra-se uma descrição dos ensaios experimentais realizados na escada do Madeira Tecnopolo referentes a um peão isolado.

**Tabela 4.2 – Descrição dos ensaios experimentais realizados para um peão isolado**

<i>Peão isolado</i>	<i>Número de ensaios</i>
Subida 2,0Hz	4
Subida 3,0Hz	4
Descida 2,50Hz	4
Descida 3,50Hz	4

Os acelerómetros utilizados na determinação das acelerações foram colocados no degrau situado aproximadamente a meio do primeiro vão da escada. Colocaram-se os acelerómetros a meio vão da escada porque embora as vibrações ao nível local sejam independentes das vibrações ao nível global existe sempre alguma contribuição das vibrações dos restantes degraus, o que torna a resposta do degrau situado a meio vão superior. Os dois acelerómetros também foram colocados a meio do degrau porque os indivíduos ao percorrer a escada (se não forem acompanhados) têm tendência a colocar o pé aproximadamente nesse local.

#### **4.2.2 GRUPO DE PEÕES (1+1+1+1)**

Na escada do Madeira Tecnopolo também foram efetuados ensaios experimentais referentes a um grupo de peões. Os ensaios de grupo descritos nesta subsecção foram realizados do mesmo modo que se realizaram os ensaios de grupo na escada da SRAS (ver Subsecção 3.2.2). Utilizou-se um grupo de quatro indivíduos a percorrer sequencialmente a escada com um degrau de afastamento entre cada indivíduo, as frequências de passada escolhidas foram de 2,0, 2,5 e 3,5Hz respetivamente para uma subida normal, uma descida normal e uma descida rápida e os quatro indivíduos foram colocados a percorrer a escada com a mesma frequência de passada e em fase pelas razões descritas na Subsecção 3.2.2. Na Tabela 4.3 encontra-se a descrição dos ensaios experimentais realizados para este tipo de análise de grupo.

**Tabela 4.3 – Descrição dos ensaios experimentais realizados para um grupo de peões (1+1+1+1)**

<i>Grupo de peões (1+1+1+1)</i>	<i>Número de ensaios</i>
Subida 2,0Hz	4
Descida 2,50Hz	4
Descida 3,50Hz	4

#### **4.2.3 GRUPO DE PEÕES (2+2)**

Os degraus que compõem a escada do Madeira Tecnopolo têm um comprimento relativamente elevado (1,94 m), permitindo que dois peões possam percorrer a escada lado a lado. Como muitos peões quando estão acompanhados optam por percorrer a escada desta maneira decidiu-se realizar ensaios experimentais simulando este tipo de andamento. Nos ensaios experimentais descritos nesta subsecção

utilizaram-se quatro indivíduos, à semelhança do que foi visto na subsecção anterior, porém estes em vez de terem sido colocados a percorrer a escada sequencialmente um a seguir ao outro foram colocados a percorrer a escada dois de cada vez em paralelo, daí se ter dado a designação destes ensaios 2+2. Nos ensaios realizados entre cada par de indivíduos optou-se por deixar um degrau de espaçamento, ou seja, quando os dois primeiros indivíduos colocavam o pé no terceiro degrau os outros dois indivíduos começavam a percorrer a escada colocando o pé no primeiro degrau. As restantes condições tais como frequências de passada, desfasamento e posição em que foram colocados os acelerómetros foram idênticas às referidas na subsecção anterior para os ensaios de grupo (1+1+1+1). Na Tabela 4.4 encontra-se a descrição dos ensaios experimentais realizados alusivos às análises de grupo (2+2).

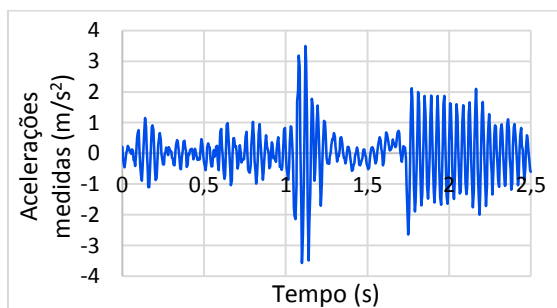
**Tabela 4.4 – Descrição dos ensaios experimentais realizados para um grupo de peões (2+2)**

<i>Grupo de peões (2+2)</i>	<i>Número de ensaios</i>
Subida 2,0Hz	4
Descida 2,50Hz	4
Descida 3,50Hz	4

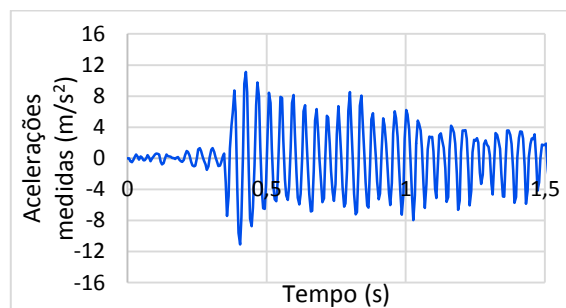
### 4.3 RESULTADOS EXPERIMENTAIS

#### 4.3.1 PEÕES ISOLADOS

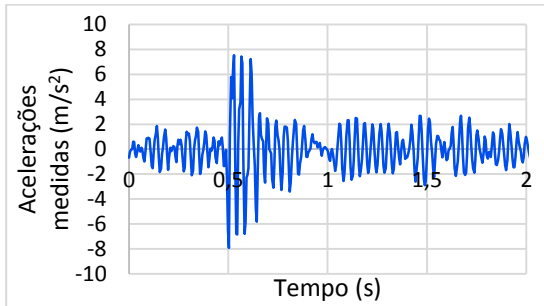
Para cada subida e descida na escada do Madeira Tecnopolo realizada pelo indivíduo nos ensaios experimentais foram medidas as acelerações através dos acelerómetros colocados a meio vão (escada e degrau). Nas Figuras 4.8, 4.9, 4.10 e 4.11 apresentam-se alguns exemplos dos gráficos das acelerações medidas experimentalmente para um peão isolado respetivamente para subidas a 2,0Hz e a 3,0Hz e para descidas a 2,20Hz e 3,30Hz.



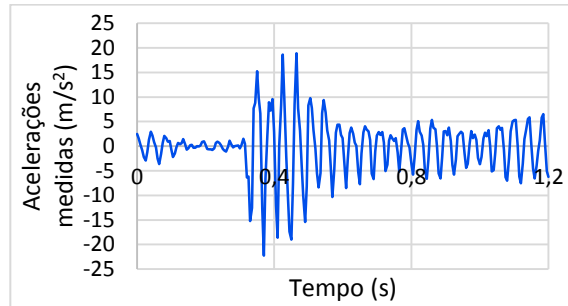
**Figura 4.8 – Acelerações experimentais para uma subida a 2,0Hz**



**Figura 4.9 – Acelerações experimentais para uma subida a 3,0Hz**



**Figura 4.10 – Acelerações experimentais para uma descida a 2,20 Hz**



**Figura 4.11 – Acelerações experimentais para uma descida a 3,30 Hz**

Observando os gráficos das acelerações experimentais presentes nas figuras anteriores é possível retirar algumas conclusões importantes que são referidas seguidamente:

- As respostas são próximas de 24Hz (frequência fundamental do degrau), demonstrando claramente que as vibrações na escada metálica do Madeira Tecnopolo são locais e não globais.
- Como a escada do Madeira Tecnopolo responde com uma frequência elevada não é surpresa todos os gráficos apresentarem uma resposta impulsiva e não em ressonância.
- Os valores das acelerações quando o indivíduo coloca o pé no degrau em que se encontram os acelerómetros são muito superiores aos valores das acelerações quando o indivíduo coloca o pé nos restantes degraus, o que indica que a contribuição da resposta dos restantes degraus da escada é escassa, podendo cada degrau praticamente ser tratado de forma independente.
- Os valores das acelerações são muito superiores aos observados na escada da SRAS, evidenciando que estruturas com frequências fundamentais baixas nem sempre produzem uma resposta condicionante. Estruturas concebidas com frequências elevadas, mas com uma massa baixa, como é caso dos degraus da escada do Tecnopolo, muito provavelmente vão também originar vibrações significativas.
- As acelerações aumentam à medida que a frequência de passada aumenta, sendo maiores para as descidas do que para as subidas, estando de acordo com o verificado na escada da SRAS.
- Na subida a 2,0Hz e na descida a 2,20Hz (Figuras 4.8 e 4.10) é visível que após os picos de aceleração iniciais elevados as acelerações diminuem repentinamente para valores muito inferiores. Os picos de aceleração elevados iniciais ocorrem quando o pé inicia o contacto com o degrau e a diminuição repentina das acelerações ocorre nos instantes finais em que o pé está em contacto com o degrau, voltando as mesmas aumentar quando o pé deixa de estar em contacto com o degrau e este entra em vibração livre. Este fenómeno foi verificado em todos os ensaios realizados para subidas e descidas com frequências de passada aproximadas, inclusive nos ensaios de grupo realizados (ver Anexos C.3.1 e C.3.2).
- Por último importa realçar o facto dos gráficos representativos de uma subida a 3,0Hz, uma descida a 2,20Hz e uma descida a 3,30Hz apresentarem picos de aceleração superiores à aceleração gravítica ( $\approx 9,8 \text{ m/s}^2$ ), sendo que para uma descida a 3,30Hz alguns valores das acelerações são inclusive o dobro desta.

Do mesmo modo que foi feito na escada da SRAS (ver Subsecção 3.3.1) também calcularam-se as acelerações de pico a partir das medições experimentais para todas as subidas e descidas realizadas na

escada do Madeira Tecnopolo. Na Tabela 4.5 são apresentados os valores máximos das acelerações de pico obtidas, referentes aos ensaios realizados para um peão isolado.

**Tabela 4.5 – Valores máximos das acelerações de pico obtidos experimentalmente para diferentes frequências de passada (subida e descida)**

<i>Descrição do movimento</i>		<i>Acelerações de pico (m/s<sup>2</sup>)</i>
Subida	2,14Hz	5,25
	3,07Hz	11,10
Descida	2,38Hz	12,51
	3,27Hz	22,28

As acelerações r.m.s calculadas a partir dos gráficos das acelerações medidas experimentalmente são apresentadas no Anexo C.2.

#### 4.3.2 GRUPO DE PEÕES

As acelerações referentes aos ensaios de grupo (1+1+1+1) foram superiores às acelerações referentes aos ensaios de grupo (2+2) para uma frequência de passada de 2,0Hz, sendo similares para as restantes frequências de passada analisadas. Tanto as acelerações obtidas nos ensaios de grupo (1+1+1+1) como as acelerações obtidas nos ensaios de grupo (2+2) foram consideravelmente superiores às acelerações obtidas nos ensaios individuais nas subidas com uma frequência de passada de 2,0Hz, diminuindo nas descidas com uma frequência de passada de 2,50Hz e sendo muito próximas nas descidas com uma frequência de passada de 3,50Hz. As acelerações medidas experimentalmente alusivas a um grupo de peões são apresentadas com maior detalhe no Anexo C.3. As considerações descritas anteriormente também podem ser verificadas na Subsecção 4.3.3 através da observação dos coeficientes de amplificação calculados.

#### 4.3.3 FATORES DE AMPLIFICAÇÃO ENTRE OS RESULTADOS INDIVIDUAIS E OS RESULTADOS DE GRUPO

Com o objetivo de quantificar-se o efeito de grupo na escada do Madeira Tecnopolo calcularam-se os fatores de amplificação entre as acelerações experimentais obtidas para um peão isolado e as obtidas para um grupo de peões, tal como tinha sido feito na escada da SRAS e que foi descrito na Subsecção 3.3.3. No gráfico da Figura 4.12 são apresentados os coeficientes de amplificação relativos às acelerações de pico calculadas a partir dos ensaios de grupo (1+1+1+1). Os coeficientes de amplificação, observados na Figura 4.12, foram calculados para todas as combinações possíveis entre as acelerações de pico alusivas aos ensaios de grupo (1+1+1+1) e as acelerações de pico alusivas aos ensaios individuais. Também foram calculados os coeficientes de amplificação entre as acelerações r.m.s obtidas para um peão isolado e as acelerações r.m.s obtidas para um grupo de peões (1+1+1+1), sendo apresentados no Anexo C.4, na Figura C.13.

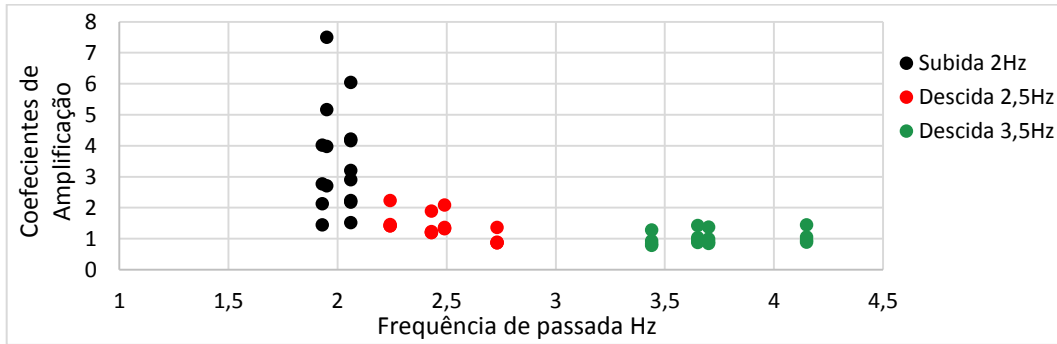


Figura 4.12 – Fatores de amplificação entre as medições individuais e as de grupo (1+1+1+1) para as acelerações de pico

Observando os gráficos anteriores constata-se que os coeficientes de amplificação são mais elevados para as subidas com frequências de passada próximas de 2Hz, diminuindo para as descidas e à medida que as frequências de passada aumentam, sendo praticamente negligenciáveis para quase todos os ensaios realizados com uma frequência de passada próxima de 3,50Hz. Esta constatação é importante pois é o oposto do que acontece na escada da SRAS (Subsecção 3.3.3) e do que foi verificado por Bishop [3], referindo-se estes estudos a uma escada metálica cujo fenómeno das vibrações era global. Isto pode levantar outra questão, será que o efeito de grupo aumenta com a frequência de passada em escadas com uma resposta essencialmente global, em oposição ao que acontece em escadas com uma resposta local.

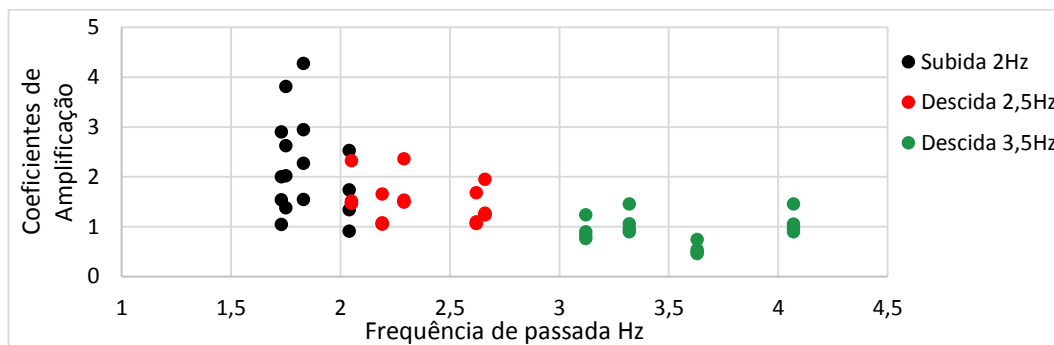
Os coeficientes de amplificação têm especial importância na escada do Madeira Tecnopolo pois as acelerações numéricas devido a um grupo de peões serão obtidas multiplicando as acelerações numéricas devido a um peão isolado por estes coeficientes de amplificação. Como tal calcularam-se os coeficientes de amplificação médios para cada frequência de passada analisada. Os coeficientes de amplificação médios foram obtidos a partir da Figura 4.12, sendo expostos na Tabela 4.6.

Tabela 4.6 – Valores médios dos coeficientes de amplificação para as várias frequências de passada (ensaios de grupo (1+1+1+1))

Descrição do movimento		Coefficientes de amplificação médios
Subida	2,00Hz	3,04
Descida	2,50Hz	1,38
	3,50Hz	1,04

Também foram obtidos os coeficientes médios a partir das acelerações r.m.s para cada frequência de passa, sendo apresentados no Anexo C.4, na Tabela C.5.

Os gráficos dos coeficientes de amplificação relativos aos ensaios de grupo (2+2) são apresentados na Figura 4.13. Os coeficientes de amplificação relativos aos ensaios de grupo (2+2) foram obtidos da mesma forma que aqueles representados na Figura 4.12.



**Figura 4.13 – Fatores de amplificação entre as medições individuais e as de grupo (2+2) para as acelerações de pico**

Pelo gráfico anterior pode-se verificar que acontece o mesmo em relação aos ensaios de grupo (1+1+1+1), os coeficientes de amplificação são maiores para as subidas com uma frequência de passada a rondar os 2,0Hz, diminuindo para as descidas à medida que a frequência de passada aumenta, sendo praticamente desprezáveis para as descidas com frequências de passada próximas de 3,50Hz. Contudo para frequências de passada próximas de 2,0Hz os coeficientes de amplificação não são na sua maioria tão elevados como os verificados para os ensaios de grupo (1+1+1+1). Para as descidas a 2,50Hz e a 3,50Hz os coeficientes de amplificação variam entre valores aproximados aos verificados para os ensaios de grupo (1+1+1+1).

Na Tabela 4.7 são apresentados os coeficientes de amplificação médios relativos aos ensaios de grupo (2+2). Comparando os valores expostos na Tabela 4.7 com os expostos na Tabela 4.6 verifica-se que o coeficiente de amplificação médio para as subidas a rondar os 2,0Hz é maior para os ensaios de grupo (1+1+1+1) e para as descidas próximas de 2,50Hz e 3,50Hz os seus valores médios são aproximados para os dois tipos de ensaios de grupo, confirmando o que tinha sido mencionado anteriormente.

**Tabela 4.7 – Valores médios dos coeficientes de amplificação para as várias frequências de passada (ensaios de grupo (2+2))**

Descrição do movimento		Coeficientes de amplificação médios
Subida	2,00Hz	2,18
Descida	2,50Hz	1,46
	3,50Hz	0,92

No Anexo C.4, na Figura C.14 são demonstrados os coeficientes de amplificação referentes aos ensaios de grupo (2+2) calculados a partir das acelerações r.m.s. No mesmo Anexo na Tabela C.6 são também demonstrados os coeficientes de amplificação médios relativos aos ensaios de grupo (2+2).

Em suma o efeito de grupo é maior nas subidas lentas, diminuindo nas descidas à medida que a frequência de passada aumenta, sendo praticamente nulo nas descidas rápidas. Comparando as duas maneiras normalmente utilizadas por um grupo de peões ao percorrer a escada do Madeira Tecnopolo, verifica-se que quando os indivíduos sobem a mesma sequencialmente de uma forma lenta o efeito de grupo é maior, sendo que nas descidas lentas e rápidas o efeito de grupo é relativamente similar para ambas as maneiras.

## 4.4 MODELO NUMÉRICO LOCAL

À semelhança do que foi feito na escada da SRAS, também na escada do Madeira Tecnopolo obtiveram-se as acelerações através de vários métodos numéricos (funções de carga EPF, FS e Impulso Efetivo) com o objetivo de as comparar com as acelerações medidas experimentalmente. Como foi visto para a escada da SRAS, na Subsecção 3.1, antes de se calcular as acelerações numericamente é necessário elaborar um modelo numérico da escada que se pretende analisar através de elementos finitos.

Inicialmente, antes de serem realizados os ensaios experimentais, não havia a certeza que as vibrações na escada do Madeira Tecnopolo eram locais portanto foi criado um modelo numérico global da mesma utilizando o SAP2000, com o objetivo de se perceber previamente quais seriam os modos de vibração globais expectáveis durante a execução dos ensaios experimentais. Este modelo numérico não será descrito nesta secção, sendo apenas demonstrado no Anexo C.5 pois como foi verificado na Subsecção 4.3 as vibrações são ao nível dos degraus (local), fazendo com que seja desnecessário utilizar um modelo integral ou global da escada do Madeira Tecnopolo para calcular as vibrações numericamente. Deste modo na determinação das acelerações numéricas na escada do Madeira Tecnopolo apenas foi necessário utilizar um modelo numérico de um dos degraus da referida escada. O mesmo será descrito nas subsecções seguintes.

### 4.4.1 DESCRIÇÃO

Como foi mencionado na Subsecção 4.1.1 os degraus da escada do Madeira Tecnopolo são constituídos por uma chapa metálica revestida por uma película de borracha sintética. Na construção do modelo numérico do degrau modelou-se a chapa metálica através de elementos de casca com uma espessura de 6 mm. A película de borracha sintética tem uma espessura muito reduzida, podendo ser desprezável a sua contribuição para a rigidez do degrau, portanto na modelação apenas se teve em conta a sua massa ( $6 \text{ Kg/m}^2$ ). O modelo numérico foi construído tendo em conta as dimensões do degrau vistas nas Figuras 4.2 e 4.3. A ligação (através de soldadura) entre os degraus e as longarinas da escada foi simulada por intermédio de apoios simples (ver Figura 4.14). Na Figura 4.15 encontra-se representado o modelo numérico do degrau da escada do Madeira Tecnopolo. De mencionar ainda que o aço estrutural utilizado foi um S275 tal como no modelo numérico global simplificado da escada.

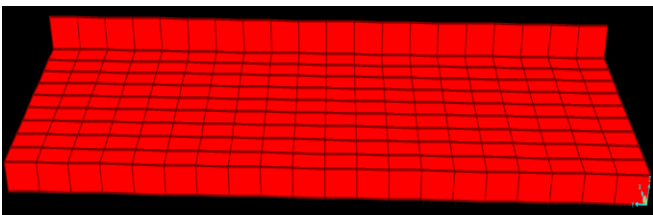


Figura 4.14 – Modelo numérico do degrau da escada do Madeira Tecnopolo

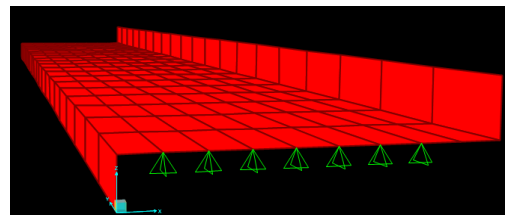


Figura 4.15 – Ligação entre os degraus e as longarinas simulada através de apoios simples

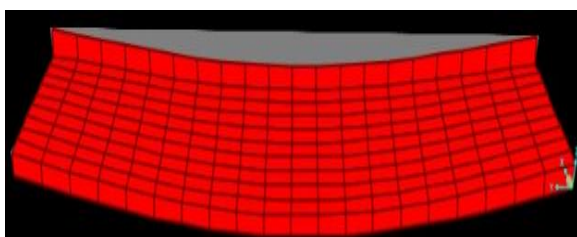
#### 4.4.2 PROPRIEDADES DINÂMICAS

Os modos de vibração e respetivas frequências próprias do modelo numérico local da escada do Madeira Tecnopolo foram obtidos no SAP2000. Na Tabela 4.8 são comparados os modos de vibração locais obtidos numericamente com os medidos experimentalmente (vistos na Tabela 4.1). Observa-se pela Tabela 4.8 que o modelo numérico criado conseguiu prever de uma maneira bastante aproximada os modos de vibração. O facto dos degraus da escada do Madeira Tecnopolo possuírem uma geometria relativamente simples fez com que não fosse necessário fazer grandes alterações ao modelo numérico inicial para que as frequências dos modos numéricos se aproximassem das frequências dos modos experimentais. A utilização de apoios simples simulou adequadamente a ligação efetuada através da soldadura pois, devido ao desgaste sofrido ao longo dos anos, esta tem uma rigidez de rotação praticamente nula (baixo grau de encastramento).

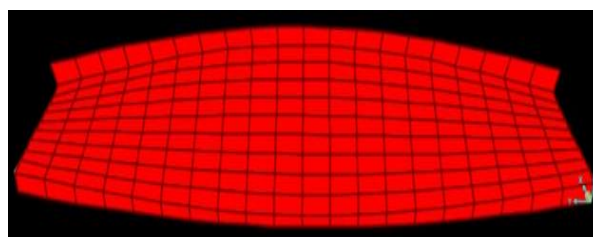
**Tabela 4.8 – Comparação dos modos de vibração locais obtidos numericamente com os obtidos experimentalmente**

<i>Modos locais</i>		<i>Númericos</i>		<i>Experimentais</i>	
<i>Nº</i>	<i>Deformada</i>	<i>Período (s)</i>	<i>Frequência (Hz)</i>	<i>Período (s)</i>	<i>Frequência (Hz)</i>
1	Vertical c/ torção	0,042	24,1	0,042	24,0
2	Torção	0,023	42,6	0,022	45,6

As deformadas obtidas numericamente dos dois primeiros modos de vibração estão representadas nas Figuras 4.16 e 4.17. Ambas as deformadas coincidem com as obtidas experimentalmente presentes nas Figuras 4.6 e 4.7, sendo que o primeiro modo de vibração é vertical com alguma torção e o segundo modo de vibração é de torção.



**Figura 4.16 – Deformada numérica do primeiro modo de vibração (24,1Hz)**



**Figura 4.17 – Deformada numérica do segundo modo de vibração (42,6Hz)**

#### 4.5 ANÁLISES NUMÉRICAS REALIZADAS PARA UM PEÃO ISOLADO

Para calcular as acelerações numericamente na escada metálica do Madeira Tecnopolo utilizaram-se três métodos: funções de carga EPF, FS e o Impulso Efetivo. Os métodos de cálculo das acelerações numéricas utilizando funções de carga EPF e FS já foram vistos e descritos detalhadamente no capítulo anterior (escada metálica SRAS), enquanto o cálculo das acelerações numéricas pelo método do Impulso Efetivo será apenas efetuado neste capítulo, pois o mesmo só é aplicável em estruturas com frequências fundamentais elevadas que respondem impulsivamente. Os três métodos serão descritos seguidamente nas Subsecções 4.5.1, 4.5.2 e 4.5.3. Importa referir que no cálculo das acelerações numéricas através

das funções de carga EPF e FS utilizou-se o método da sobreposição modal, pelos motivos descritos na Subsecção 3.4.3 e Anexo B.4.2, mas ao contrário do que aconteceu nas análises numéricas da escada da SRAS em que foram considerados 10 modos de vibração, neste caso apenas considerou-se a contribuição de 2 modos de vibração (primeiro e segundo), visto que o modelo numérico do degrau da escada do Madeira Tecnopolo trata-se de um modelo simples, com apoios simples, em que o seu comportamento é condicionado sobretudo pelos primeiros modos de vibração, conforme constatado nos ensaios experimentais.

#### **4.5.1 FUNÇÕES DE CARGA EPF**

O método de cálculo das acelerações numéricas através da aplicação de funções de carga EPF já foi descrito pormenorizadamente na Subsecção 3.5.1, para a escada da SRAS, portanto nesta subsecção o mesmo não será explicado novamente com grande detalhe. No modelo numérico do degrau da escada do Madeira Tecnopolo apenas aplicou-se uma função de carga EPF pois como se trata de um fenómeno de vibração local só importava obter as acelerações num degrau, visto que para os restantes degraus as vibrações são as mesmas ou muito aproximadas. Ao contrário do que sucedeu na escada da SRAS em que foi necessário simular o andamento dos peões ao longo da escada inteira porque as vibrações eram globais, neste caso apenas interessava simular a força exercida por um passo apenas. As frequências de passada utilizadas nas análises numéricas com funções de carga EPF foram escolhidas com base na média (aproximada) das frequências de passada utilizadas durante a realização dos ensaios experimentais. Deste modo utilizaram-se para as subidas uma frequência de passada de 2Hz e de 3Hz e para as descidas uma frequência de passada de 2,2Hz e de 3,3Hz, sendo estas as frequências de passada médias verificadas após tratamento dos resultados experimentais.

No que diz respeito às funções de carga EPF utilizadas, estas foram obtidas a partir dos mesmos autores mencionados na Subsecção 3.5.1. Na totalidade foram realizadas 13 análises numéricas para a escada do Madeira Tecnopolo utilizando 13 funções de carga EPF diferentes, 7 para a subida e 6 para a descida. Alguns dos exemplos das funções de carga EPF (obtidas a partir dos autores González [13] e Kerr [1]) utilizadas nas análises numéricas da escada do Madeira Tecnopolo estão representados nas Figuras 4.18, 4.19, 4.20 e 4.21.

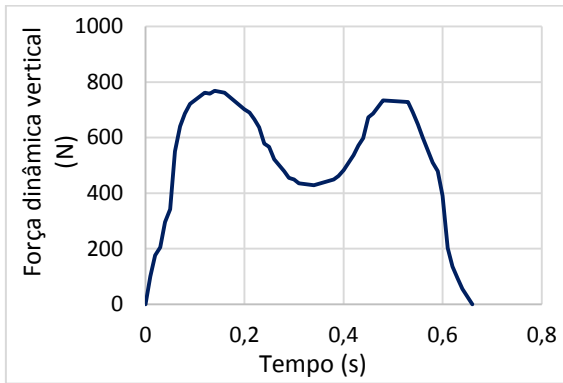


Figura 4.18 – Função de carga EPF subida a 2,0Hz, González

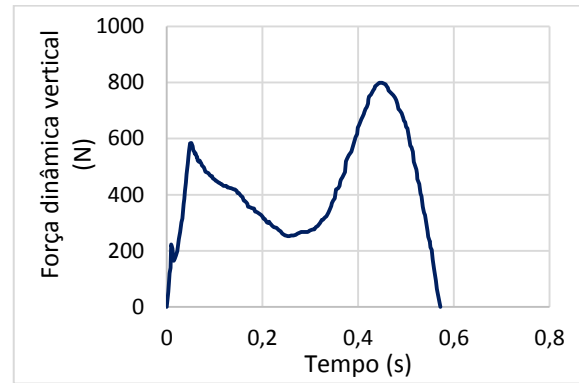


Figura 4.19 – Função de carga EPF subida a 3,0Hz, González

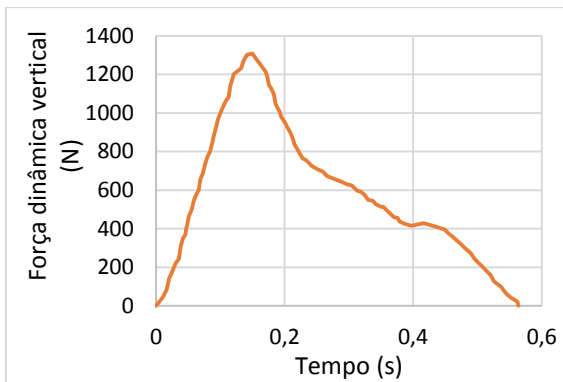


Figura 4.20 – Função de carga EPF descida a 2,20Hz, Kerr

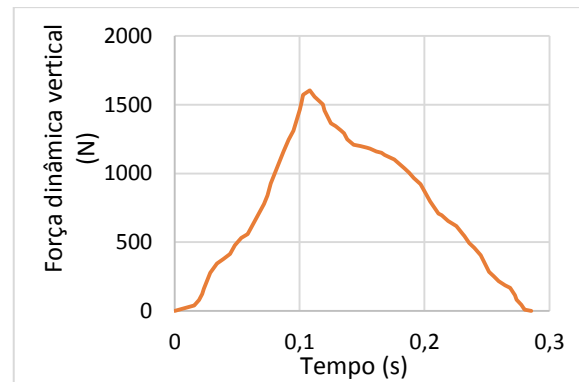


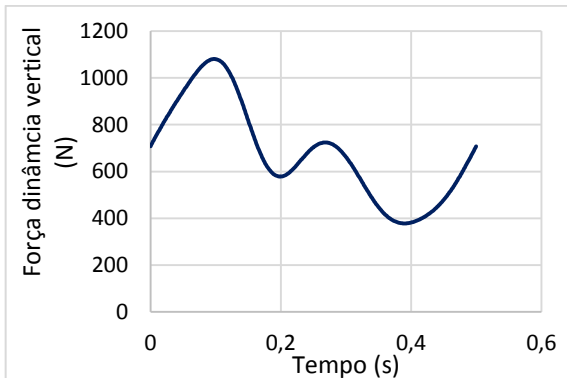
Figura 4.21 – Função de carga EPF descida a 3,30Hz, Kerr

#### 4.5.2 FUNÇÕES DE CARGA FS

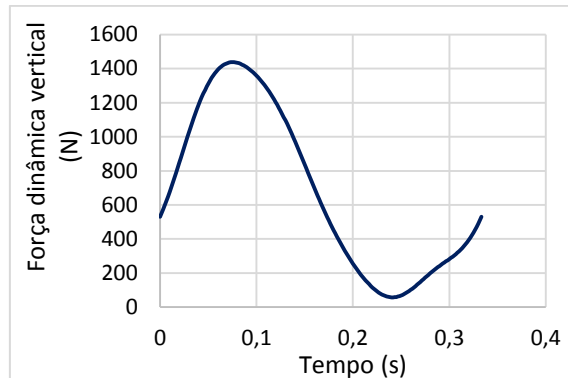
O método de cálculo das acelerações numéricas pelas funções de carga FS foi descrito detalhadamente na Subsecção 3.5.2 portanto também não será aqui amplamente retratado. Conforme foi referido na subsecção anterior, apenas se pretende simular a força exercida por um passo portanto, a série de Fourier, nas análises numéricas efetuadas neste capítulo, foi aplicada com uma duração igual ao inverso da frequência de passada ( $1/f_{step}$ ). Contudo como a série de Fourier tem a finalidade de definir um conjunto de funções periódicas, neste caso vários passos consecutivos, não será o mais correto designar as funções de carga FS, utilizadas neste capítulo, de séries de Fourier visto que apenas simulam a força exercida por um passo. Neste capítulo será mais correto (provavelmente) designar as funções de carga FS por funções de carga definidas com harmónicos. Os harmónicos utilizados na definição das funções de carga FS foram retirados das Tabelas 2.1 e 2.2 (Capítulo 2) e dos mesmos autores referidos na Subsecção 3.5.2. As frequências de passada escolhidas foram idênticas às referidas na subsecção anterior e os ângulos de fase foram os mesmos que foram definidos na Subsecção 3.5.2.

Foram utilizadas no modelo numérico da escada do Madeira Tecnopolo 12 funções de carga FS diferentes, perfazendo um total de 12 análises numéricas, 6 para a subida e 6 para a descida. Nas Figuras 4.22, 4.23, 4.24 e 4.25 estão representados alguns exemplos das funções de carga FS (obtidas do SCI

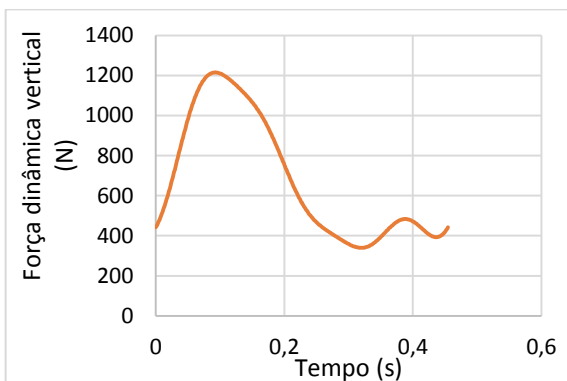
P354 [4] e dos autores Gaile [12] e Kerr [1]) utilizadas nas análises numéricas da escada do Madeira Tecnopolo.



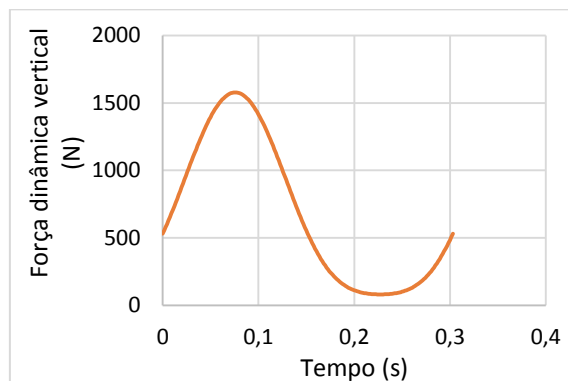
**Figura 4.22 – Função de carga FS subida a 2,0Hz, Liga Gaile**



**Figura 4.23 – Função de carga FS subida a 3,0Hz, Kerr**



**Figura 4.24 – Função de carga FS descida a 2,20Hz, Kerr**



**Figura 4.25 – Função de carga FS descida a 3,30Hz, SCI**

### 4.5.3 IMPULSO EFETIVO

O método do Impulso Efetivo, pelas razões referidas anteriormente, apenas foi utilizado nas análises numéricas da escada do Madeira Tecnopolo. A base deste método foi explicada na Subsecção 2.4.2.2. Conforme visto nessa subsecção existe uma variedade de equações para calcular o Impulso Efetivo, dependendo do autor escolhido. Neste capítulo decidiu-se utilizar a Equação (13) (Capítulo 2) dada pelo SCI P354 [7] para calcular o Impulso Efetivo, pois este regulamento apresenta uma maneira simplificada de calcular as acelerações com base nessa equação. Segundo o mesmo as acelerações podem ser determinadas numericamente pela Equação (14) vista na Subsecção 2.4.2.2.

A Equação (14) (Capítulo 2) foi utilizada neste capítulo para determinar as acelerações originadas pelo Impulso Efetivo. Ao contrário das análises numéricas realizadas com funções de carga EPF e FS, não se utilizou o SAP2000 pois o método do Impulso Efetivo foi concebido para calcular as respostas de uma maneira simplificada, sem ser necessário recorrer a programas de cálculo numéricos. Aliás poucas foram as referências bibliográficas encontradas sobre a aplicação do Impulso Efetivo diretamente em modelos numéricos. Os valores dos parâmetros utilizados para definir a Equação (14) (Capítulo 2) são

apresentados na Tabela 4.9. Estes parâmetros foram obtidos com base no modelo numérico local descrito na Subsecção 4.4.2. Calculou-se o Impulso efetivo para frequências de passada de 2,0Hz, 2,2Hz, 3,0Hz e 3,3Hz por uma questão de coerência, pois foram aquelas utilizadas nos restantes métodos numéricos (Subsecção 4.5.1 e 4.5.2). As deformadas  $\mu_{e,i}$  e  $\mu_{r,i}$  correspondem ao mesmo ponto no modelo numérico (logo têm o mesmo valor de amplitude) porque as acelerações foram verificadas no mesmo ponto onde o Impulso Efetivo foi aplicado. O Impulso Efetivo é aplicado a meio do degrau e o segundo modo de vibração é de torção, no entanto a deformada  $\mu_{e,2}$  não é exatamente igual a zero (ver Tabela 4.9) porque o segundo modo de vibração não tem uma torção pura, ou seja, a rotação não é feita exatamente em torno do eixo médio do degrau. O fator de ponderação  $W_i$  foi obtido pela Equação (15) presente no SCI P354 [4]. A Equação (15), segundo o SCI P354 [4], deve ser utilizada quando se tem estruturas cujas frequências próprias são superiores a 16Hz e a direção de incidência das vibrações é o eixo vertical (eixo Z representado na Figura A.30, Anexo A.12)

$$W_i = \frac{16}{f_i} \quad (15)$$

Em que  $f_i$  corresponde à frequência própria do modo em consideração.

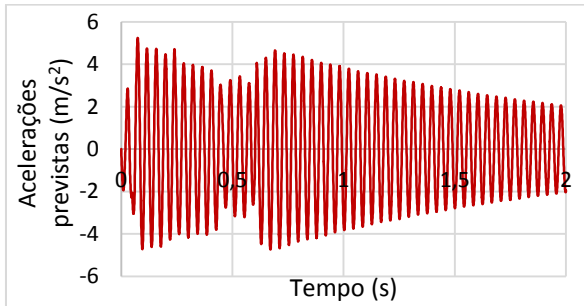
**Tabela 4.9 – Valores dos parâmetros utilizados para definir a Equação (14) (Capítulo 2)**

Parâmetros		Frequências de passada			
		2,0Hz	2,2Hz	3,0Hz	3,3Hz
1º modo	$I_{eff,1}(N.s)$	2,5	2,9	4,5	5,1
	$M_1(Kg)$	1,0	1,0	1,0	1,0
	$f_1(Hz)$	24,1	24,1	24,1	24,1
	$W_1$	0,67	0,67	0,67	0,67
	$\mu_{e,1} = \mu_{r,1}$	0,1883	0,1883	0,1883	0,1883
2º modo	$I_{eff,2}(N.s)$	1,2	1,4	2,1	2,5
	$M_2(Kg)$	1,0	1,0	1,0	1,0
	$f_2(Hz)$	42,6	42,6	42,6	42,6
	$W_2$	0,38	0,38	0,38	0,38
	$\mu_{e,2} = \mu_{r,2}$	0,0635	0,0635	0,0635	0,0635
	$\xi$ (%)	0,82	0,82	0,82	0,82

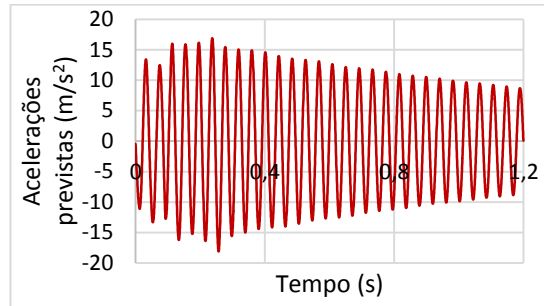
## 4.6 RESULTADOS NUMÉRICOS OBTIDOS PARA UM PEÃO ISOLADO

### 4.6.1 FUNÇÕES DE CARGA EPF

Nas Figuras 4.26 e 4.27 estão representados dois exemplos de dois gráficos das acelerações numéricas obtidas através de funções de carga EPF. Estes dois exemplos são respetivamente para uma subida a 2,20Hz e para uma descida a 3,30Hz.



**Figura 4.26 – Acelerações numéricas obtidas para uma subida a 2,0Hz determinadas através da função de carga EPF González**



**Figura 4.27 – Acelerações numéricas obtidas para uma descida a 3,30Hz determinadas através da função de carga EPF Kerr**

As acelerações obtidas numericamente continuam a ser muito elevadas, sendo condicionantes para a descida a 3,30Hz, o que está de acordo com o observado experimentalmente. Para a descida a 3,30Hz (Figura 4.27) as acelerações numéricas são também superiores à aceleração gravítica ( $\approx 9,8 \text{ m/s}^2$ ). Pelo gráfico presente na Figura 4.26, para uma subida a 2,0Hz é possível verificar que as acelerações iniciais não diminuem tão repentinamente, nem atingem valores tão pequenos, como acontece no gráfico das acelerações experimentais presente na Figura 4.8 para uma subida a 2,0Hz. No entanto as acelerações numéricas inicialmente diminuem e posteriormente voltam a aumentar, à semelhança do que sucede com as acelerações experimentais para esta frequência de passada.

No Anexo C.6.1 é apresentado um exemplo de um gráfico das acelerações numéricas obtidas para uma descida a 2,20Hz e um exemplo de um gráfico das acelerações numéricas obtidas para uma subida a 3,0Hz.

Os valores máximos das acelerações de pico obtidas numericamente para as diferentes frequências de passada e funções de carga EPF são mostrados na Tabela 4.10.

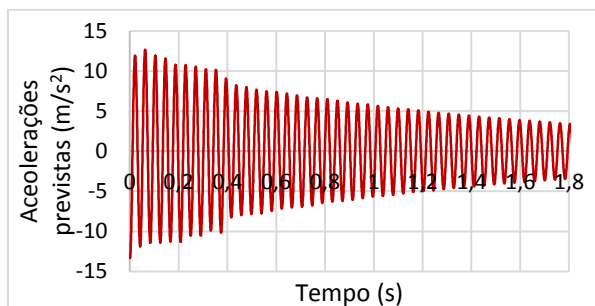
**Tabela 4.10 – Valores máximos das acelerações de pico obtidos através das análises realizadas com funções de carga EPF**

Autores e frequências de passada das funções de carga EPF		Acelerações de pico numéricas ( $\text{m/s}^2$ )
Subida	EPF Davis 2,0Hz	8,69
	EPF González 3,0Hz	10,58
Descida	EPF Kerr 2,20Hz	10,53
	EPF Kerr 3,30Hz	18,09

Foram também calculadas as acelerações r.m.s para as diferentes frequências de passada e funções de carga EPF, sendo os seus valores máximos demonstrados no Anexo C.6.1, Tabela C.8.

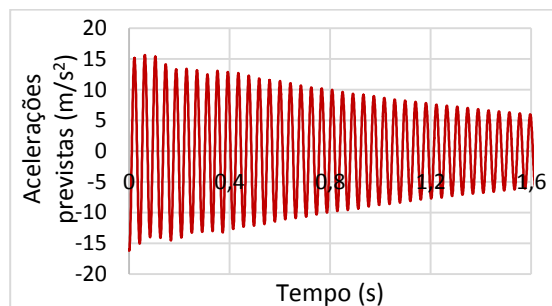
#### 4.6.2 FUNÇÕES DE CARGA FS

Dois dos gráficos das acelerações obtidas numericamente por intermédio de funções de carga FS são mostrados nas Figuras 4.28 e 4.29, respetivamente para uma descida a 2,20Hz e para uma subida a 3,0Hz.



**Figura 4.28 – Acelerações numéricas obtidas para uma descida a 2,20Hz determinadas através de uma função de carga FS definida com os harmónicos obtidos por Kerr [1] e com um ângulo de fase igual**

$$a - \frac{\pi}{2}$$



**Figura 4.29 – Acelerações numéricas obtidas para uma subida a 3,0Hz determinadas com uma função de carga FS definida com os harmónicos dados pela Tabela 2.2 (Capítulo 2)**

No Anexo C.6.2 é apresentado um exemplo de um gráfico das acelerações numéricas obtidas para uma subida a 2,0Hz e um gráfico das acelerações numéricas obtidas para uma descida a 3,30Hz.

Na Tabela 4.11 são exibidos os valores máximos das acelerações de pico numéricas obtidas para as diferentes frequências de passada e funções de carga FS. Pela Tabela 4.11 é possível observar que as acelerações de pico obtidas para a subida a 2,0Hz são superiores às obtidas para a subida a 3,0Hz, o que não faz sentido porque como já foi visto as acelerações, nas subidas ou descidas, aumentam com o aumento da frequência de passada. Isto acontece porque as acelerações de pico para a subida a 2,0Hz foram obtidas com a função de carga FS definida com os harmónicos dados na Tabela 2.1 (Capítulo 2) e como pode-se ver pela mesma não existem valores de harmónicos para uma frequência de passada de 3,0Hz, o que fez com que para esta frequência de passada não se utilizasse nenhuma função de carga FS definida com esses harmónicos e os harmónicos utilizados nas funções de carga FS para uma frequência de passada 3,0Hz acabaram por originar acelerações inferiores. O mesmo sucede, pelo mesmo motivo, para as descidas a 2,20Hz e a 3,30Hz, embora não seja tão evidente a diferença.

**Tabela 4.11 – Valores máximos das acelerações de pico obtidos através das análises realizadas com funções de carga FS**

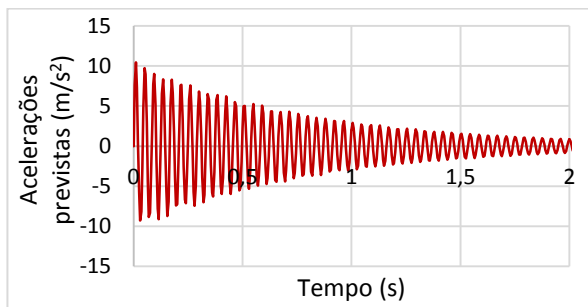
Autores e frequências de passada das funções de carga FS		Acelerações de pico numéricas (m/s <sup>2</sup> )
Subida	FS Gaile 2,0Hz	21,31
	FS SCI 3,0Hz	16,18
Descida	FS Gaile 2,20Hz	21,26
	FS Kerr 3,30Hz	20,17

No Anexo C.6.2, na Tabela C.9 estão representados os valores máximos das acelerações r.m.s obtidas através das análises realizadas com funções de carga FS.

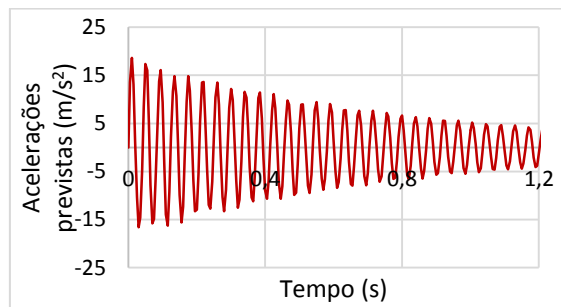
#### 4.6.3 IMPULSO EFETIVO

Para o método do Impulso Efetivo foram feitas 4 simulações, uma para cada frequência de passada referida na Subsecção 4.5.3. As acelerações obtidas pelo Impulso Efetivo foram mais próximas das

medidas experimentalmente nas descidas a 2,20Hz e a 3,30Hz, como será constatado na Subsecção 4.7.1. Como tal, nesta Subsecção apenas serão apresentados os gráficos das acelerações obtidos com estas frequências de passada, sendo os gráficos obtidos para as frequências de passada de 2,0Hz e de 3,0Hz apresentados no Anexo C.6.3. Os gráficos das acelerações obtidas através da Equação (14) (Capítulo 2) para as frequências de passada de 2,20Hz e de 3,30Hz são apresentados por esta ordem nas Figuras 4.30 e 4.31. Observando as Figuras 4.30 e 4.31 e as Figuras C.20 e C.21 presentes no Anexo C.6.3 contata-se, como seria de esperar, que as acelerações aumentam com o aumento da frequência de passada.



**Figura 4.30 – Acelerações numéricas obtidas pelo Impulso Efetivo para uma frequência de passada de 2,20Hz**



**Figura 4.31 – Acelerações numéricas obtidas pelo Impulso Efetivo para uma frequência de passada de 3,30Hz**

Na Tabela 4.12 são mostradas as acelerações de pico calculadas a partir das Figuras 4.30, 4.31, C.20 e C.21 (Anexo C.6.3).

**Tabela 4.12 – Acelerações de pico obtidas pelo Impulso Efetivo**

<i>Frequências de passada</i>	<i>Acelerações de pico numéricas (m/s<sup>2</sup>)</i>
2,0Hz	9,11
2,20Hz	10,44
3,0Hz	16,27
3,30Hz	18,64

As acelerações r.m.s calculadas pelo Impulso Efetivo são demonstradas no Anexo C.6.3 na Tabela C.10.

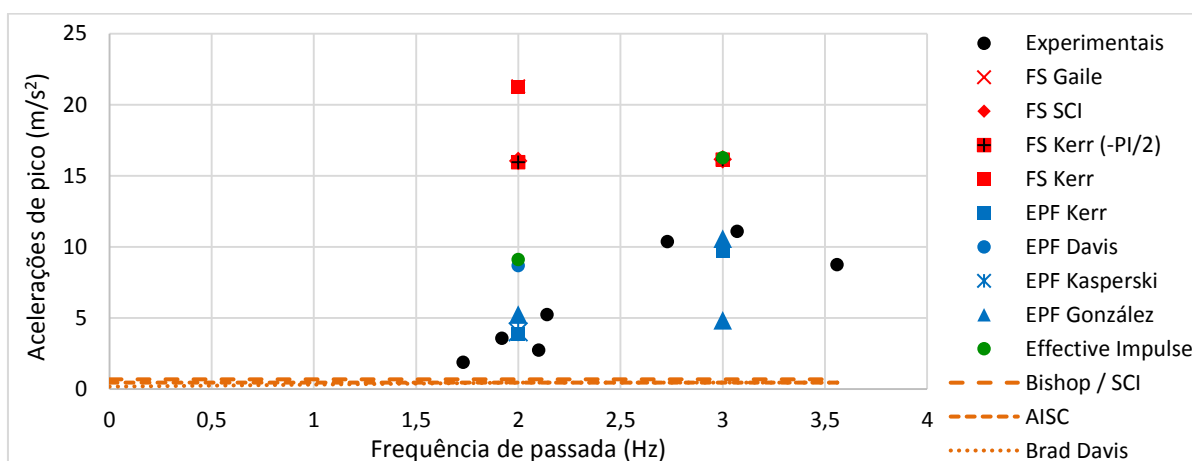
## **4.7 COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS EXPERIMENTAIS COM OS RESULTADOS NUMÉRICOS E COM OS LIMITES REGULAMENTARES ADMISSÍVEIS PARA UM PEÃO ISOLADO**

Na escada metálica do Madeira Tecnopolo utilizaram-se os limites aceitáveis propostos pelos mesmos regulamentos e autores que foram utilizados na escada da SRAS, ou seja, utilizaram-se os limites propostos pelo SCI P354 [7]/ Bishop [3], AISC 11 [11] e Davis et al. [23]. Os valores dos limites aceitáveis propostos pelos regulamentos são maiores para a escada do Madeira Tecnopolo porque as curvas base de acelerações (Figura 2.15, Capítulo 2) variam os seus limites consoante a frequência fundamental da estrutura e nesta escada tem-se uma frequência fundamental de 24Hz, que é superior à

frequência fundamental da escada da SRAS, igual a 13,9Hz. No Anexo C.7 é detalhado como foram obtidos, na escada do Madeira Tecnopolo, os valores dos limites propostos pelos regulamentos e autores mencionados anteriormente. Do mesmo modo que se fez para escada da SRAS (ver Secção 3.7 e Anexo B.7) também para a escada do Madeira Tecnopolo elaboraram-se gráficos resumo com intuito de comparar as acelerações de pico e r.m.s experimentais com as numéricas e com os limites regulamentares. Nesta secção são apresentados os dois gráficos resumo referentes à subida e à descida da escada do Madeira Tecnopolo com todas as acelerações de pico medidas experimentalmente e obtidas pelos diversos métodos numéricos (funções de carga EPF, FS e Impulso Efetivo). No Anexo C.7 são apresentados os dois gráficos resumo alusivos à subida e à descida da escada do Madeira Tecnopolo com todas as acelerações r.m.s. Mais uma vez parte-se do princípio que os resultados experimentais foram obtidos corretamente e por isso são tidos como referência.

#### 4.7.1 SUBIDA

O gráfico resumo realizado para a subida é apresentado na Figura 4.32.



**Figura 4.32 – Comparação das acelerações de pico experimentais com as numéricas e com os limites regulamentares para a subida da escada**

A partir da observação do gráfico presente na Figura 4.32 é possível retirar algumas ilações relativas aos ensaios experimentais e a cada método numérico, que são expostas seguidamente:

##### – Acelerações experimentais

As acelerações de pico experimentais ultrapassam amplamente os limites regulamentares, seja para frequências de passada próximas de 2,0Hz, seja para frequências de passada próximas de 3,0Hz, embora para esta última, a diferença entre as acelerações e os limites regulamentares seja ainda maior. Como é normal as acelerações aumentam com o aumento da frequência de passada.

### – Acelerações obtidas a partir das funções de carga EPF

Este método continua a ser aquele que apresenta resultados mais aproximados aos obtidos experimentalmente independentemente da frequência de passada. A função de carga EPF Davis apresenta uma aceleração de pico sobrestimada para a subida a 2,0Hz e uma das funções de carga EPF González apresenta uma aceleração de pico subestimada para a subida a 3,0Hz, no entanto no geral obtiveram-se resultados satisfatórios utilizando funções de carga EPF para simular as subidas na escada do Madeira Tecnopolo.

No Anexo C.7.1 apresentam-se nas Figuras C.23 e C.24 dois exemplos em que se comparam as acelerações obtidas experimentalmente com as acelerações obtidas numericamente através de funções de carga EPF, respetivamente para uma subida a 2,0Hz e a 3,0Hz.

### – Acelerações obtidas a partir das funções de carga FS

Mais uma vez, tal como acontece na escada da SRAS, as acelerações obtidas pelas funções de carga FS para subidas a 2,0Hz são superiores às obtidas experimentalmente. Embora na escada do Madeira Tecnopolo essa superioridade seja muito mais evidente. Para subidas a 3,0Hz as acelerações obtidas pelas funções de carga FS também são superiores às medidas experimentalmente, no entanto como pode-se ver pelo gráfico da Figura 4.32 a diferença é menor. Tal pode ser explicado pelo que foi referido na Subsecção 3.9.1, as acelerações obtidas através das funções de carga FS não aumentam significativamente com o aumento da frequência de passada ao contrário das acelerações medidas experimentalmente. O facto de se obter com a função de carga FS Gaile para a subida a 2,0Hz uma aceleração de pico superior às obtidas com as funções de carga FS utilizadas nas subidas a 3,0Hz já foi exposto na Subsecção 4.6.2. A função de carga Kerr também apresenta para a subida a 2,0Hz uma aceleração de pico demasiado elevada portanto foi decidido não utilizá-la para a subida a 3,0Hz.

No Anexo C.7.1 é apresentado um exemplo onde se compara as acelerações obtidas numericamente através da função de carga Kerr ( $-\pi/2$ ) com as acelerações medidas experimentalmente para uma subida a 2,0Hz (Figura C.25) e outro exemplo onde se compara as acelerações numéricas obtidas com função de carga FS Kerr ( $-\pi/2$ ) e as medidas experimentalmente para uma subida a 3,0Hz (Figura C.26).

### – Acelerações obtidas pelo Impulso Efetivo

Com o Impulso Efetivo tanto para subida a 2,0Hz, como para a subida a 3,0Hz obtiveram-se acelerações de pico sobrestimadas em relação às observadas experimentalmente. Todavia para a subida a 2,0Hz os resultados não são tão conservativos como os observados com funções de carga FS. Para a subida a 3,0Hz a diferença entre os resultados obtidos com o Impulso Efetivo e os experimentais é aproximada à diferença entre os resultados obtidos com as funções de carga FS e os experimentais.

No Anexo C.7.1 são comparadas as acelerações numéricas determinadas através do Impulso Efetivo com as medidas experimentalmente para uma subida a 2,0Hz (Figura C.27) e as acelerações numéricas

determinadas através do Impulso Efetivo com as medidas experimentalmente para uma subida a 3,0Hz (Figura C.28).

#### 4.7.2 DESCIDA

O gráfico resumo realizado para a descida é apresentado na Figura 4.33.

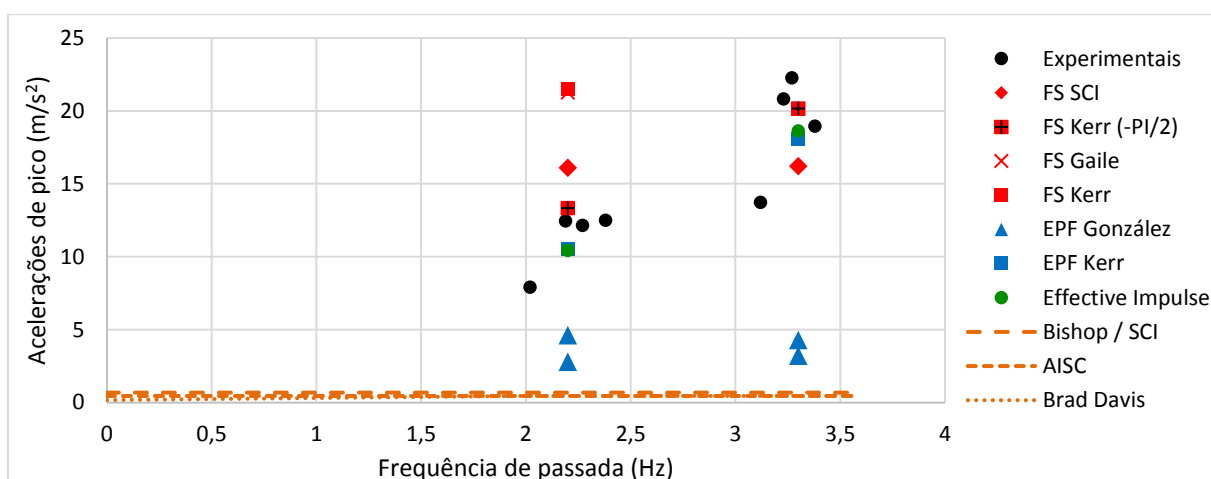


Figura 4.33 – Comparação das acelerações de pico experimentais com as numéricas e com os limites regulamentares para a descida da escada

Com base na observação do gráfico anterior pode-se retirar as seguintes conclusões:

##### – Acelerações experimentais

Uma vez que nas descidas realizadas durante os ensaios experimentais mediram-se acelerações substancialmente superiores à aceleração gravítica ( $\approx 9,8 \text{ m/s}^2$ ) não é surpresa as mesmas serem amplamente superiores aos limites aceitáveis propostos por Davis et al. [23] e pelos regulamentos SCI P354 [7] e AISC 11 [11], como mostra o gráfico da Figura 4.33. As acelerações experimentais são maiores para descidas com frequências de passada a rondar os 2,20Hz do que para subidas a rondar os 3,0Hz (ver Figura 4.33), isto vem mais uma vez demonstrar que nas descidas obtêm-se acelerações mais elevadas. Como também seria de esperar as acelerações são maiores para descidas com frequências de passada elevadas, próximas de 3,30Hz.

Embora as respostas sejam impulsivas, o que significa que não atuam durante um tempo prolongado, o facto de serem superiores à aceleração gravítica ( $\approx 9,8 \text{ m/s}^2$ ) faz com que este nível de acelerações não seja claramente admissível.

##### – Acelerações obtidas através das funções de carga EPF

As acelerações determinadas por intermédio das funções de carga EPF Kerr são aproximadas às medidas experimentalmente, independentemente da frequência de passada. Pode-se também constatar que com as funções de carga EPF Kerr obteve-se acelerações muito próximas das alcançadas com o método do Impulso Efetivo, para as descidas a 2,20Hz e a 3,30Hz. Com as funções de carga EPF

González obtiveram-se acelerações subestimadas em relação às medidas experimentalmente, tanto para 2,20Hz como para 3,30Hz. Para a descida na escada da SRAS também obtiveram-se acelerações com as funções de carga EPF González inferiores às obtidas experimentalmente, o que vem realçar que as funções de carga EPF obtidas pelo autor Gonzalez [16] para as descidas das escadas podem não simular de forma apropriada a força dinâmica exercida pela generalidade dos peões.

Em ambas as escadas, SRAS e Madeira Tecnopolo, tanto para a subida, como para a descida conseguiram-se obter com este método resultados próximos dos medidos experimentalmente.

No Anexo C.7.2 apresentam-se nas Figuras C.30 e C.31 dois exemplos em que se comparam as acelerações obtidas experimentalmente com as acelerações obtidas numericamente através de funções de carga EPF, respetivamente para uma descida a 2,20Hz e a 3,30Hz.

#### – Acelerações obtidas através das funções de carga FS

As acelerações de pico obtidas pelas funções de carga FS Kerr ( $-\pi/2$ ) para as descidas a 2,20Hz e a 3,30Hz são aproximadas às medidas experimentalmente. Para a descida a 2,20Hz a aceleração de pico obtida pela função de carga FS SCI é ligeiramente superior às experimentais e para a descida a 3,30Hz a aceleração de pico obtida pela função de carga FS SCI é ligeiramente inferior à maioria das acelerações de pico medidas experimentalmente. O facto das acelerações obtidas pela função SCI não variarem significativamente com a frequência de passada fez com que tal acontecesse. A função de carga FS Gaile, à semelhança do que era verificado para a subida, continua a apresentar uma aceleração de pico demasiadamente conservativa. A função de carga Kerr também apresenta resultados muito conservativos para a descida a 2,20Hz por isso optou-se por não utilizá-la para a descida a 3,30Hz.

No Anexo C.7.2 é apresentado um exemplo onde se compara as acelerações obtidas numericamente através da função de carga Kerr ( $-\pi/2$ ) (Figura C.32) com as acelerações medidas experimentalmente para uma descida a 2,20Hz e outro exemplo onde se compara as acelerações numéricas obtidas com a função de carga FS Kerr ( $-\pi/2$ ) (Figura C.33) e as medidas experimentalmente para uma descida a 3,30Hz.

#### – Acelerações obtidas através do Impulso Efetivo

As acelerações de pico obtidas pelo Impulso Efetivo são aproximadas às medidas experimentalmente, tanto para a descida a 2,20Hz, como para a descida a 3,30Hz.

No Anexo C.7.2 são comparadas as acelerações numéricas determinadas através do Impulso Efetivo com as medidas experimentalmente para uma descida a 2,20Hz (Figura C.34) e as acelerações numéricas determinadas através do Impulso Efetivo com as medidas experimentalmente para uma descida a 3,0Hz (Figura C.35).

## **4.8 ANÁLISES NUMÉRICAS REALIZADAS E RESULTADOS OBTIDOS PARA UM GRUPO DE PEÕES**

As acelerações numéricas referentes a um grupo de peões na escada do Madeira Tecnopolo foram obtidas multiplicando as acelerações numéricas alusivas a um peão isolado, obtidas através das funções de carga EPF, FS e o Impulso Efetivo por coeficientes de amplificação. Os coeficientes de amplificação utilizados nas análises numéricas foram obtidos com base nos resultados vistos na Subsecção 4.3.3. Foram realizadas análises numéricas para os dois tipos de ensaios de grupo descritos nas Subsecções 4.2.2 e 4.2.3. Resumidamente utilizando funções de carga EPF e coeficientes de amplificação obtiveram-se acelerações próximas das medidas experimentalmente, independentemente da frequência de passada. Utilizando as funções de cargas FS obtiveram-se acelerações extremamente sobrestimadas e sem sentido para a subida a 2,0Hz, substancialmente superiores para a descida a 2,50Hz e próximas das obtidas experimentalmente para a descida a 3,50Hz. Através do Impulso Efetivo obtiveram-se acelerações consideravelmente superiores às experimentais para a subida a 2,0Hz, mas não tão elevadas como as obtidas pelas funções de carga FS e acelerações aproximadas às obtidas experimentalmente para as descidas a 2,50Hz e a 3,50Hz. As análises realizadas e os resultados numéricos obtidos para um grupo de peões não serão demonstrados no Capítulo 4, sendo todo o trabalho numérico realizado na escada do Madeira Tecnopolo alusivo a um grupo de peões apresentado com detalhe nos Anexos, C.8, C.9 e C.10.

## **4.9 PROPOSTAS DE MELHORIA DA ESCADA METÁLICA DO MADEIRA TECNOPOLO**

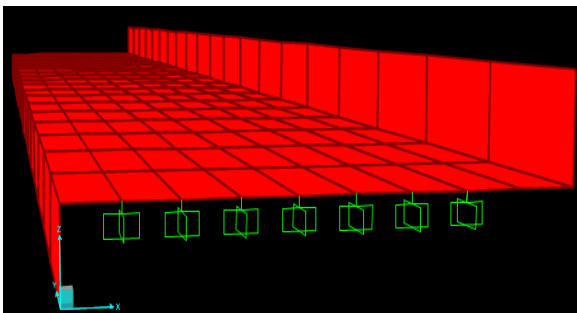
Como foi observado na Secção 4.3 e nas Figuras 4.32 e 4.33 as acelerações medidas experimentalmente na escada do Madeira Tecnopolo foram extremamente elevadas, atingindo em alguns casos acelerações muito superiores à aceleração gravítica ( $\approx 9,8 \text{ m/s}^2$ ). Evidentemente as acelerações medidas nesta escada são superiores aos limites admissíveis propostos pelos regulamentos SCI P354 [7] e AISC [11] e pelos autores Davis et al. [23]. À semelhança do que foi feito na escada da SRAS (Secção 3.10), também para a escada do Madeira Tecnopolo tentaram-se propor várias medidas de reforço com o intuito de reduzir as vibrações. Tal como aconteceu na escada SRAS manteve-se o modelo numérico original da escada do Madeira Tecnopolo pois o objetivo também foi propor várias modificações à escada já existente e não sugerir como deveria ter sido construída inicialmente. Mais uma vez tentou-se propor medidas de reforço que fossem executáveis na prática.

As acelerações máximas medidas durante as descidas a 3,30Hz para um peão isolado foram semelhantes às medidas durante as descidas com frequências aproximadas para um grupo de peões, daí a obtenção de um coeficiente de amplificação próximo de 1 (ver gráficos das Figuras 4.12 e 4.13 e Tabelas 4.6 e 4.7), portanto nas análises numéricas efetuadas com as várias medidas de reforço apenas se considerou as acelerações referentes a um peão isolado.

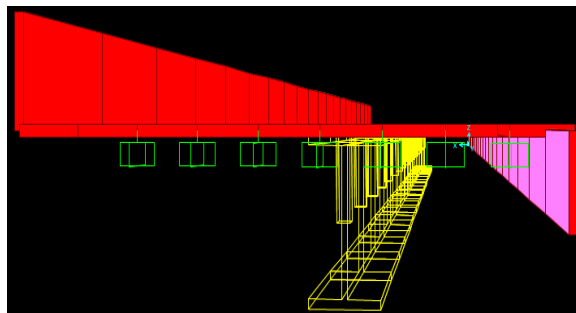
No total foram testadas oito medidas de reforço na escada do Madeira Tecnopolo, que são apresentadas seguidamente:

- Medida de reforço 1 – Tornar rígida a ligação do degrau às longarinas, colocando solda onde não existe e melhorando a existente
- Medida de reforço 2 – Soldar ou aparafusar um perfil metálico por baixo de cada degrau da escada do Madeira Tecnopolo

Nas Figuras 4.34 e 4.35 estão representados os modelos numéricos do degrau da escada do Madeira Tecnopolo com a aplicação da primeira e segunda medida de reforço respetivamente.



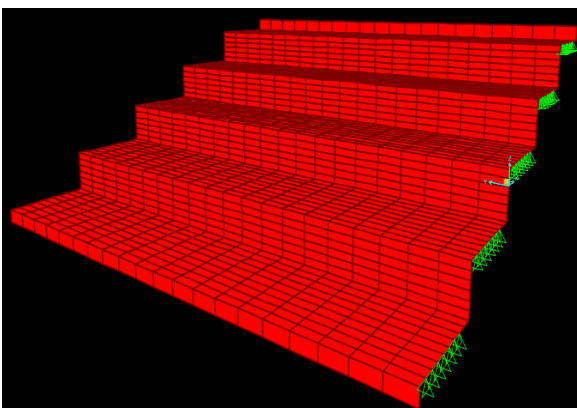
**Figura 4.34 – Modelo numérico do degrau da escada do Madeira Tecnopolo com a primeira medida de reforço**



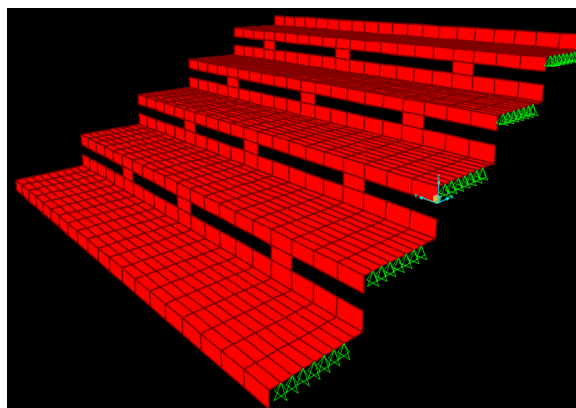
**Figura 4.35 – Modelo numérico do degrau da escada do Madeira Tecnopolo com a segunda medida de reforço**

- Medida de reforço 3 – Soldar uma chapa metálica entre os degraus
- Medida de reforço 4 – Soldar uma chapa metálica entre os degraus da escada do Madeira Tecnopolo apenas nalgumas zonas

Nas Figuras 4.36 e 4.37 estão representados os modelos numéricos dos degraus da escada do Madeira Tecnopolo com a aplicação da terceira e quarta medida de reforço respetivamente.



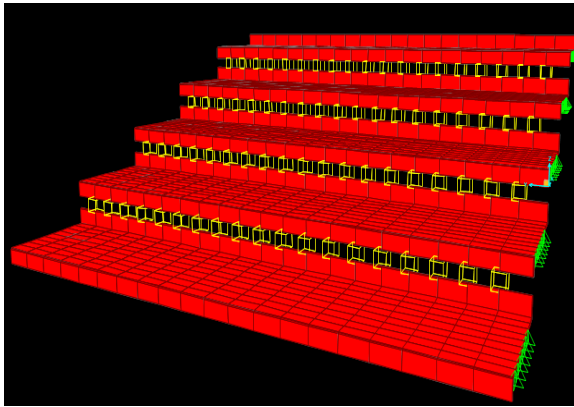
**Figura 4.36 – Modelos numéricos dos degraus da escada do Madeira Tecnopolo com a terceira medida de reforço**



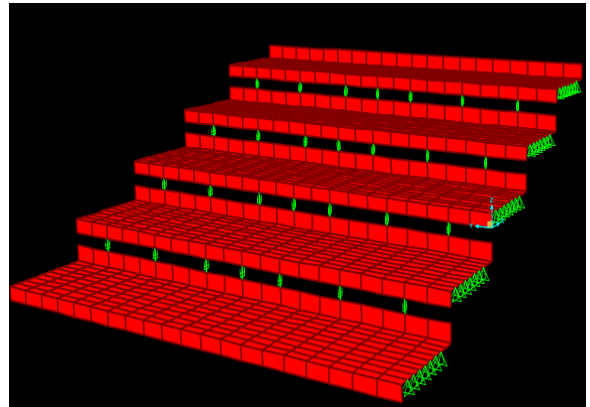
**Figura 4.37 – Modelos numéricos dos degraus da escada do Madeira Tecnopolo com a quarta medida de reforço**

- Medida de reforço 5 – Soldar barras metálicas entre os degraus
- Medida de reforço 6 – Colocar amortecedores entre os degraus

Nas Figuras 4.38 e 4.39 estão representados os modelos numéricos do degrau da escada do Madeira Tecnopolo com a aplicação da quinta e sexta medida de reforço respetivamente.



**Figura 4.38 – Modelos numéricos dos degraus da escada do Madeira Tecnopolo com a quinta medida de reforço**



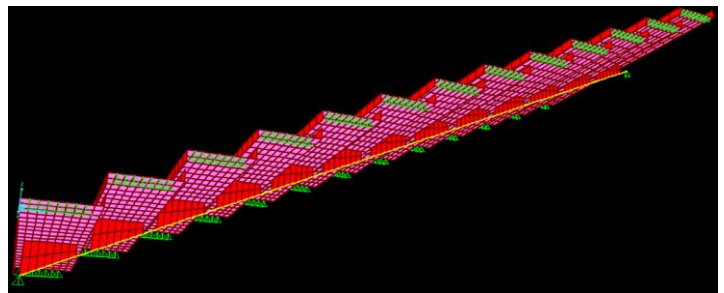
**Figura 4.39 – Modelos numéricos dos degraus da escada do Madeira Tecnopolo com a sexta medida de reforço**

- Medida de reforço 7 – Soldar uma chapa metálica por baixo dos degraus, formando um caixão
- Medida de reforço 8 – Adicionar uma longarina a meio dos degraus

Nas Figuras 4.40 e 4.41 está representada o modelo numérico do degrau da escada do Madeira Tecnopolo com a aplicação da oitava medida de reforço.



**Figura 4.40 – Modelo numérico do degrau da escada do Madeira Tecnopolo com a sétima medida de reforço**



**Figura 4.41 – Modelo numérico do degrau da escada do Madeira Tecnopolo com a sétima medida de reforço**

As medidas de reforço referidas anteriormente são descritas mais pormenorizadamente no Anexo C.11.

#### – Comparação das acelerações após as medidas de reforço com os limites propostos pelo SCI P354 [7]

Na Tabela 4.13 são apresentadas as acelerações iniciais e após a aplicação de cada medida de reforço e os limites propostos pelo SCI P354 [7] para cada medida de reforço. Como foi referido anteriormente apenas se teve em consideração as acelerações obtidas por um peão isolado portanto os limites presentes na Tabela 4.13 também são referentes a um peão isolado.

**Tabela 4.13 – Comparação das acelerações obtidas após a aplicação das medidas de reforço com os limites propostos pelo SCI P354 [7]**

Madeira Tecnopolo	Peão isolado					
	Pico m/s <sup>2</sup>	Lim. Pico m/s <sup>2</sup>	Verif. Pico m/s <sup>2</sup>	r.m.s m/s <sup>2</sup>	Lim. r.m.s m/s <sup>2</sup>	Verif. r.m.s m/s <sup>2</sup>
Inicial	<u>18,09</u>	<u>0,68</u>	KO!	<u>10,68</u>	<u>0,48</u>	KO!
Med. Ref. 1	13,34	0,76	KO!	6,51	0,54	KO!
Med. Ref. 2	2,58	1,39	KO!	1,04	0,98	KO!
Med. Ref. 3	0,86	1,21	OK!	0,38	0,86	OK!
Med. Ref. 4	3,73	0,95	KO!	1,26	0,67	KO!
Med. Ref. 5	1,31	1,10	KO!	0,54	0,78	OK!
Med. Ref. 6	7,83	0,68	KO!	3,17	0,48	KO!
Med. Ref. 7	0,56	0,82	OK!	0,23	0,58	OK!
Med. Ref. 8	0,34	1,64	OK!	0,14	1,16	OK!

Observando a Tabela 4.13 verifica-se que as acelerações obtidas com as medidas de reforço 3, 7 e 8 são inferiores aos limites propostos. Estas medidas foram aquelas que se revelaram mais eficazes. Apesar das acelerações obtidas com as medidas de reforço 2 e 5 serem ligeiramente superiores aos limites propostos pelo SCI P354 [7], são muito inferiores às acelerações obtidas inicialmente, o que torna estas medidas de reforço também eficazes. As medidas de reforço 1 e 6, como é possível ver pela Tabela 4.13, são as menos eficientes e as que apresentam acelerações mais elevadas, contudo ainda apresentam acelerações relativamente inferiores às obtidas inicialmente. As acelerações obtidas pela medida de reforço 4 são superiores aos limites propostos pelo SCI P354 [7], todavia como é assinalado no Anexo C.11 é uma medida em que a quantidade de material necessário é menor e mais facilmente exequível na prática do que a medida de reforço 3, por isso deve ser tida em conta.

Para concluir é necessário fazer a seguinte observação, com base na experiência adquirida durante a realização dos ensaios experimentais e no facto das respostas nos degraus da escada do Madeira Tecnopolo serem impulsivas, considera-se que os limites propostos pelo SCI P354 [7] para um peão isolado, vistos na Tabela 4.13, não são os mais indicados, sendo demasiadamente restritivos. Por essa razão nas análises realizadas no Capítulo 5 utilizou-se para o limite de aceitabilidade um valor de 3 m/s<sup>2</sup>, que será explicado com maior detalhe nesse Capítulo.

#### 4.10 CONSIDERAÇÕES FINAIS ESCADA METÁLICA MADEIRA TECNOPOLO

O degrau da escada do Madeira Tecnopolo tem uma frequência fundamental elevada, igual a 24Hz, o que significa que o mesmo responde impulsivamente e não em ressonância. Apesar de o degrau da escada do Madeira Tecnopolo ter uma frequência fundamental elevada, não sendo muito provável obter efeitos ressonantes, as acelerações medidas experimentalmente foram extremamente elevadas. Tal acontece porque os degraus da escada do Madeira Tecnopolo possuem uma massa reduzida, o que faz diminuir as forças de inércia e produzir respostas impulsivas bastante significativas.

Dimensionar estruturas somente com uma frequência fundamental elevada, de modo a evitar a ocorrência de efeitos ressonantes, não considerando a contribuição da massa pode não ser o mais adequado. Estruturas dimensionadas com massa reduzida muito provavelmente também estarão sujeitas a vibrações excessivas.

Ao longo do Capítulo 4 foi referido e demonstrado que as acelerações medidas na escada do Madeira Tecnopolo foram superiores à aceleração gravítica ( $\approx 9,8 \text{ m/s}^2$ ), atingindo inclusive para uma frequência de passada de 3,30Hz valores de acelerações duas vezes superiores a esta. Ao multiplicar-se a massa dos peões por estes valores das acelerações medidos, superiores à aceleração gravítica ( $\approx 9,8 \text{ m/s}^2$ ), obtêm-se forças superiores às forças gravíticas exercidas pelos peões. Isto significa que se os peões fossem um corpo completamente rígido e o tempo de atuação deste nível de acelerações (superiores à aceleração gravítica ( $\approx 9,8 \text{ m/s}^2$ )) fosse maior, os mesmos poderiam ser impulsionados para fora da escada. Esta é uma das razões que ajudam a explicar porque o nível de vibrações na escada metálica do Madeira Tecnopolo não é aceitável.

Nas análises numéricas efetuadas na escada do Madeira Tecnopolo foram utilizadas três metodologias diferentes: funções de carga EPF, FS e o Impulso Efetivo. O cálculo das acelerações numericamente através de funções de carga EPF e FS já tinha sido efetuado na escada da SRAS, enquanto o Impulso Efetivo apenas foi utilizado na escada do Madeira Tecnopolo por ser um método especificamente concebido para ser aplicado em estruturas com frequências fundamentais elevadas, ou seja, em estruturas que respondem impulsivamente. Pela mesma razão a análise *Steady State* não foi utilizada na escada do Madeira Tecnopolo pois a mesma apenas é aplicável em estruturas cuja frequência fundamental é baixa e são possíveis efeitos ressonantes.

Tal como na escada metálica da SRAS, na escada metálica do Madeira Tecnopolo obtiveram-se acelerações numéricas mais próximas das medidas experimentalmente mediante a utilização de funções de carga EPF. Através de funções de carga EPF obtiveram-se, no geral, acelerações numéricas aproximadas às experimentais, tanto para as subidas como para as descidas, independentemente da frequência de passada utilizada. Este método revelou, mais uma vez, ser aquele que apresenta resultados mais satisfatórios.

Por intermédio das funções de carga FS obtiveram-se acelerações numéricas muito sobrestimadas em relação às medidas experimentalmente, para subidas a 2,0Hz e a 3,0Hz. Para descidas a 2,20Hz apenas conseguiram-se obter acelerações numéricas próximas das experimentais através da função de carga FS Kerr ( $-\pi/2$ ) e para descidas a 3,30Hz ambas as funções de carga FS utilizadas (função de carga FS Kerr ( $-\pi/2$ ) e SCI) conseguiram prever de uma forma aproximada as acelerações medidas experimentalmente. Tal como na escada da SRAS, este método continua a apresentar resultados muito sobrestimados para algumas frequências de passada e resultados próximos dos experimentais para outras frequências de passada, tornando-se difícil perceber se o mesmo pode ser utilizado com confiabilidade na previsão do

nível de acelerações a que uma determinada escada estará sujeita. Contudo, com base nas análises numéricas realizadas na escada da SRAS e do Madeira Tecnopolo é possível fazer a seguinte observação, para frequências de passada baixas este método apresenta resultados demasiadamente elevados e muito conservativos, mas à medida que a frequência de passada aumenta os resultados obtidos pelo mesmo passam a ser mais satisfatórios e coerentes com a realidade.

Aplicando o método do Impulso Efetivo obtiveram-se acelerações sobrestimadas em relação às medidas experimentalmente para subidas a 2,0Hz e a 3,30Hz. Já para as descidas o Impulso Efetivo revelou ser eficaz, tendo-se obtido acelerações próximas das medidas nos ensaios experimentais. O método do Impulso Efetivo foi concebido com base em funções de carga EPF obtidas para pavimentos, o que torna questionável a sua utilização em escadas. Porém o mesmo apresenta resultados satisfatórios para ambas as descidas, sendo que estes são os casos mais condicionantes.

Experimentalmente foram realizados dois tipos de ensaios de grupo, colocando os indivíduos a percorrer a escada sequencialmente um a seguir ao outro e colocando dois indivíduos paralelamente a percorrer a escada em simultâneo. Estes dois tipos de ensaios de grupo, por uma questão de simplificação, foram designados respetivamente de ensaios de grupo (1+1+1+1) e de ensaios de grupo (2+2). Mediante a obtenção de coeficientes de amplificação verificou-se que o efeito de grupo era considerável para subidas a 2,0Hz, diminuindo para descidas a 2,50Hz e sendo praticamente negligenciável para descidas a 3,50Hz. Numericamente as acelerações referentes a um grupo de peões foram obtidas multiplicando as acelerações referentes a um peão isolado, obtidas pelas funções de carga EPF, FS e o Impulso Efetivo, pelos coeficientes de amplificação apresentados na Tabela C.11, Anexo C.8, definidos com base nas medições experimentais. Se conseguirem-se determinar acelerações numéricas relativas a um peão isolado próximas das medidas experimentalmente, a utilização de coeficientes de amplificação pode ser uma maneira eficaz e simplificada de se obter as acelerações alusivas a um grupo de peões.

Como é possível observar nas Figuras 4.32 e 4.33 e nas Figuras C.36, C.38, C.40 e C.41 alusivas a um grupo de peões presentes no Anexo C.10 as acelerações medidas durante a realização dos ensaios experimentais são muito superiores aos limites aceitáveis propostos pelo SCI P354 [7], pelo AISC 11 [11] e por Davis et al. [23] portanto na Secção 4.9 são propostas algumas medidas de reforço com o objetivo de reduzir as vibrações, diminuindo desta maneira o desconforto sentido pelos ocupantes ao percorrer a escada do Madeira Tecnopolo. De mencionar que tentou-se propor medidas de reforço que fossem aplicáveis na prática sem alterar a estrutura da escada do Madeira Tecnopolo como se encontra atualmente.

Ao contrário do que foi feito no capítulo 3, relativo à escada da SRAS, neste capítulo não serão feitas sugestões de como aplicar cada uma das metodologias numéricas (funções de carga EPF, FS e Impulso Efetivo) em fase de projeto, dado que no capítulo 5 será proposta uma abordagem diferente de pré-dimensionamento, com base nos resultados obtidos na escada do Madeira Tecnopolo.

# 5

## PRÉ-DIMENSIONAMENTO DE DEGRAUS EM ESCADAS METÁLICAS COM TENDÊNCIA PARA VIBRAÇÕES LOCAIS

### 5.1 ENQUADRAMENTO

No Capítulo 3 foram feitas algumas sugestões de como aplicar cada um dos métodos numéricos, funções de carga EPF, FS e análise *Steady State*, em fase de pré-dimensionamento com o intuito de prever de maneira credível as vibrações a que as escadas estarão sujeitas. As sugestões de pré-dimensionamento descritas nesse capítulo foram feitas com base na escada metálica da SRAS cujo fenómeno das vibrações é global. Na escada do Madeira Tecnopolo as vibrações são locais, ou seja, ao nível dos degraus e as suas respostas são impulsivas e não em ressonância devido ao facto de esta ter uma frequência fundamental elevada (24Hz). Como tal, neste capítulo em vez de se sugerir como aplicar os diversos métodos numéricos (funções de carga FS, EPF e Impulso Efetivo) em fase de projeto, optou-se por desenvolver expressões de pré-dimensionamento simplificadas, com base nos resultados obtidos na escada do Madeira Tecnopolo, para que os degraus tenham determinadas características geométricas, de modo a evitar a ocorrência de vibrações locais excessivas.

Utilizar expressões de pré-dimensionamento é diferente das restantes abordagens existentes (funções de carga EPF, FS, análise *Steady State* e Impulso Efetivo) porque enquanto as outras abordagens tentam simular de uma forma aproximada a força exercida durante o andamento para posteriormente averiguar se a estrutura (pavimentos, escadas ou pontes) estará suscetível a vibrações elevadas, a abordagem de pré-dimensionamento descrita neste capítulo sugere, através de expressões simplificadas, que os degraus tenham determinadas características geométricas para que na prática não ocorram vibrações demasiadamente elevadas. Através da utilização de fórmulas de pré-dimensionamento evita-se assim análises numéricas por vezes muito morosas, mal calibradas e que nem todos os projetistas dominam.

Neste capítulo serão apresentadas duas expressões de pré-dimensionamento que foram obtidas com base em duas abordagens distintas e que são válidas para degraus com vão correntes (1 a 3 m). A primeira expressão de pré-dimensionamento foi obtida com base em análises numéricas realizadas através do SAP2000 e a segunda expressão de pré-dimensionamento foi obtida com base no Integral de *Duhamel*,

Equação (35) (Anexo B.4.2). O modo como se obteve as duas expressões de pré-dimensionamento será descrito com detalhe na Secção 5.2.

## 5.2 PRÉ-DIMENSIONAMENTO DOS DEGRAUS

Antes de se obter as expressões de pré-dimensionamento foi necessário definir um limite aceitável de acelerações. De todos os autores e regulamentos, aquele que permite acelerações mais elevadas na escada do Madeira Tecnopolo é o regulamento SCI P354 [7]. Para uma frequência de 24Hz o regulamento SCI P354 [7] permite uma aceleração de pico limite de  $1,36 \text{ m/s}^2$ , para um grupo de peões. No entanto verificou-se, segundo análises numéricas, que garantir acelerações inferiores a esse limite torna-se muito difícil, sendo para isso necessário utilizar degraus com dimensões exageradamente elevadas. Tendo em conta a experiência adquirida durante a realização dos ensaios experimentais (por exemplo para a subida a 2,0Hz mediram-se acelerações próximas de  $4 \text{ m/s}^2$ , contudo não foi sentido grande desconforto por parte do interveniente), o facto de ser necessário que os degraus tenham dimensões mais realistas e das respostas na escada do Madeira Tecnopolo serem impulsivas, o que significa que não se tem picos de aceleração muito elevados durante um grande intervalo de tempo, optou-se por considerar um limite aceitável igual a  $3 \text{ m/s}^2$ .

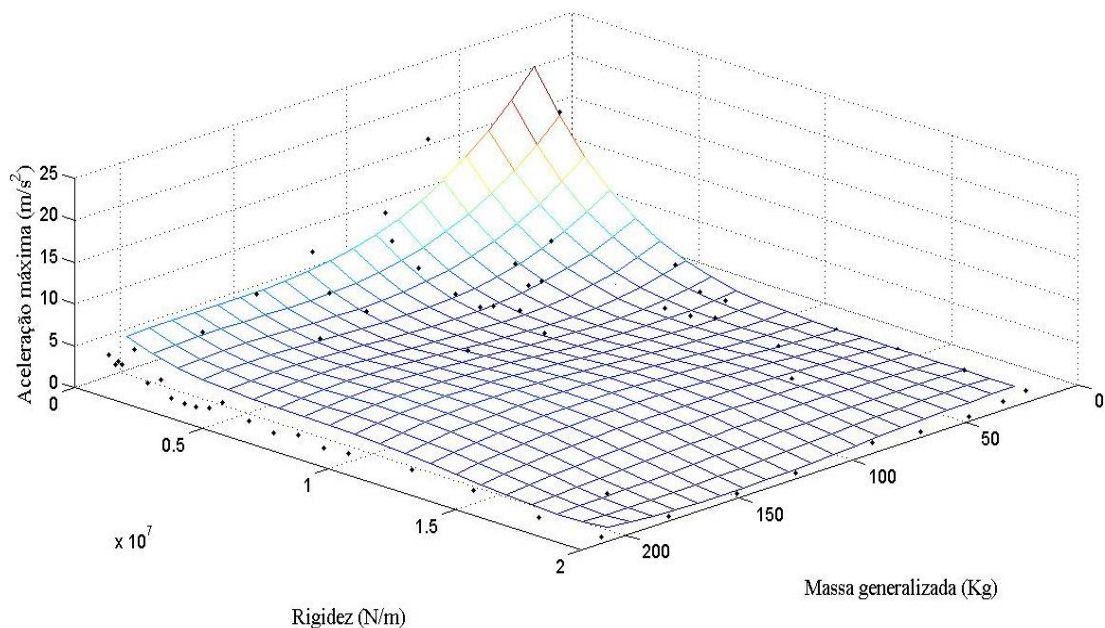
De referir ainda que as duas expressões de pré-dimensionamento deduzidas a seguir nas Subsecções 5.2.1 e 5.2.2 foram obtidas com base em acelerações de pico, visto que estas são as acelerações condicionantes.

### 5.2.1 ANÁLISES NUMÉRICAS SAP2000

Para a obtenção da primeira expressão de pré-dimensionamento o primeiro passo foi determinar as acelerações de pico através do SAP2000 para diferentes valores de rigidez e massa generalizada do degrau. Para calcular a massa generalizada ( $m^*$ ) do degrau utilizou-se uma percentagem de 50% da sua massa total, sendo esta a massa generalizada correspondente a uma viga simplesmente apoiada [6] [34]. Pelo facto da estrutura do degrau ser relativamente simples e a sua resposta ser sobretudo influenciada pelo primeiro modo de vibração o mesmo pode ser equiparado a uma viga simplesmente apoiada.

As acelerações experimentais condicionantes como foi visto na Subsecção 4.7.2 (ver Figura 4.33) foram obtidas para descidas com frequências de passada próximas de 3,3Hz. Como o método mais realista de determinar acelerações numericamente é através de funções de carga EPF e aquela que originou, para uma frequência de passada 3,3Hz, acelerações mais próximas das medidas experimentalmente foi a função de carga EPF Kerr (ver Figura 4.33) optou-se por calcular as acelerações de pico para os diferentes valores de rigidez e massa generalizada dos degraus utilizando esta função de carga EPF. Inicialmente o degrau tinha uma rigidez vertical a meio vão de 526 KN/m e uma massa generalizada de 23,1 Kg, que foram sendo aumentadas até que os valores das acelerações comesçassem a ser

substancialmente inferiores ao limite aceitável, anteriormente referido, de  $3 \text{ m/s}^2$ . No total calcularam-se 189 valores de acelerações de pico para outras tantas combinações de massa generalizada e rigidez. Após serem determinadas as acelerações de pico foi verificada, através do programa matemático MATLAB, qual a superfície polinomial que melhor se ajusta aos valores das mesmas. A Figura 5.1 mostra a superfície definida por uma função polinomial de 4º grau ( $R^2$  de aproximadamente 0,90) que melhor coincide com os valores das acelerações de pico obtidos para as diferentes rigidezes e massas generalizadas. Na mesma também são apresentados os pontos referentes às acelerações de pico obtidas através do SAP2000.



**Figura 5.1 – Superfície polinomial de 4º grau que melhor se ajusta ( $R^2$  de aproximadamente 0,90) às acelerações de pico obtidas para diferentes combinações de rigidez e massa generalizada**

Intercetando a superfície definida na Figura 5.1 com o plano  $Z=3 \text{ m/s}^2$  obtém-se um gráfico 2D com os valores de rigidez e massa generalizada necessários para que as acelerações não sejam superiores a este limite. A Figura 5.2 mostra, assinalada a verde, a linha de interceção entre a superfície polinomial de 4º grau e o plano  $Z=3 \text{ m/s}^2$ .

A linha de interceção exposta a verde na Figura 5.2 delimita os valores de rigidez e massa generalizada que originam uma aceleração de pico igual a  $3 \text{ m/s}^2$ . Os valores de rigidez e massa generalizada superiores a esta linha originam acelerações de pico inferiores a  $3 \text{ m/s}^2$  e evidentemente, os valores de rigidez e massa generalizada inferiores originam acelerações de pico superiores a  $3 \text{ m/s}^2$ .

A primeira expressão de pré-dimensionamento foi então obtida com base na linha de interceção presente na Figura 5.2. Observando a linha de interceção entre a superfície polinomial de 4º grau e o plano  $Z= 3 \text{ m/s}^2$  constata-se que esta se aproxima de uma recta, como tal traçou-se uma linha de tendência por vários pontos da mesma de modo a obter-se uma equação mais simplificada (Figura 5.2).

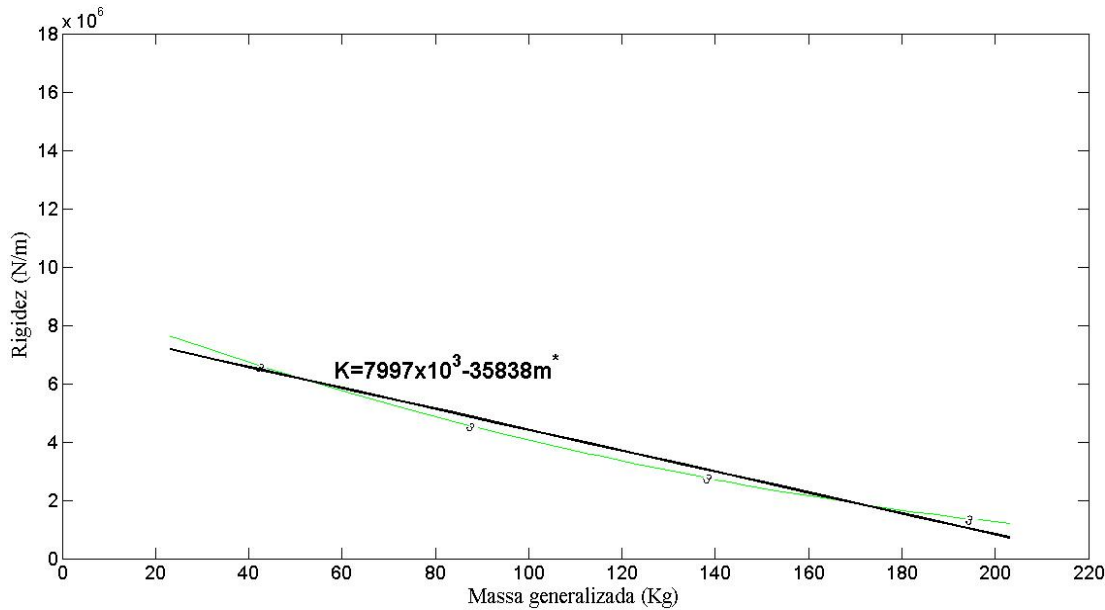


Figura 5.2 – Aproximação da linha de interseção, assinalada a verde, a uma recta

A primeira expressão de pré-dimensionamento é definida pela equação da recta presente na Figura 5.2 e pode ser descrita da seguinte maneira:

$$K \geq 7997 * 10^3 - 35838m^* \quad (16)$$

Em que  $K$  e  $m^*$  são respetivamente a rigidez (N/m) e a massa generalizada do degrau (Kg).

### 5.2.2 INTEGRAL DUHAMEL

Como a resposta do degrau é sobretudo influenciada pelo primeiro modo de vibração, isto significa que também pode ser obtida mediante a utilização do Integral de *Duhamel*, aplicável a sistemas de um grau de liberdade.

Como pode ser visto no Anexo B.4.2 o Integral de *Duhamel* é definido pela Equação (35). Tendo em conta que apenas interessa a aceleração de pico e esta ocorre nos instantes iniciais porque o degrau responde impulsivamente pode-se considerar, neste caso, desprezável a contribuição do amortecimento. Como tal, o integral de *Duhamel* pode ser reescrito da seguinte forma:

$$u(t) = \frac{1}{wm^*} \int_0^t p(\tau) \text{sen}w(t - \tau) d\tau \quad (17)$$

Em que  $u(t)$ ,  $m^*$  e  $w$  já foram definidos anteriormente,  $t$  é o instante em que se está a calcular a resposta  $u(t)$  e  $\tau$  é o instante em que a carga  $p(\tau)$  está a atuar e a variável que é integrada ( $\tau < t$ ).

Primeiramente foi necessário definir a função de carga  $p(\tau)$  a ser utilizada no integral de *Duhamel*. De uma forma simplificada, optou-se por definir a função de carga  $p(\tau)$  por uma função linear, dada pela Equação (18) e posteriormente verificar qual o valor do declive, ou seja, do parâmetro  $a$  que origina a aceleração máxima, que será referida mais à frente.

$$p(\tau) = a\tau \quad (18)$$

Substituindo a função de carga  $p(\tau)$  descrita pela Equação (18) no Integral de *Duhamel* (equação (17)) e seguidamente derivando o mesmo em ordem a  $t$  (tempo) duas vezes obtém-se a expressão referente à aceleração, que é descrita pela Equação (19):

$$u(t)'' = \frac{a \sin(tw)}{wm^*} \quad (19)$$

Tendo em consideração que a aceleração máxima ocorre quando  $\sin(tw) = 1$  e que a frequência angular, em estruturas com um grau de liberdade, é dada por  $w = \sqrt{\frac{K}{m^*}}$ , conclui-se que:

$$u''_{máx} = \frac{a}{wm^*} = \frac{a}{\sqrt{Km^*}} \quad (20)$$

Substituindo  $m^*$  e  $K$  respetivamente pelos valores da massa generalizada e rigidez do degrau (23,1 Kg e 526000 N/m) e de seguida igualando a Equação (20) ao valor da aceleração máxima, consegue-se facilmente retirar o declive  $a$  da função de carga  $p(\tau)$ . Como se obteve com a função de carga EPF Kerr uma aceleração de pico aproximadamente igual a 18 m/s<sup>2</sup> e este valor esteve na base da obtenção da primeira expressão de pré-dimensionamento referente ao primeiro método, optou-se por considerar para este método o mesmo valor de aceleração máxima, de modo a ambos os métodos terem como ponto de partida acelerações máximas semelhantes e poderem ser comparáveis. Relembre-se que este valor é próximo das acelerações de pico medidas experimentalmente.

Igualando então a Equação (20) a 18 m/s<sup>2</sup> obtém-se um declive  $a$  com um valor aproximadamente igual a 62744 N.rad/s ficando a expressão alusiva à aceleração máxima descrita como mostra a Equação (21):

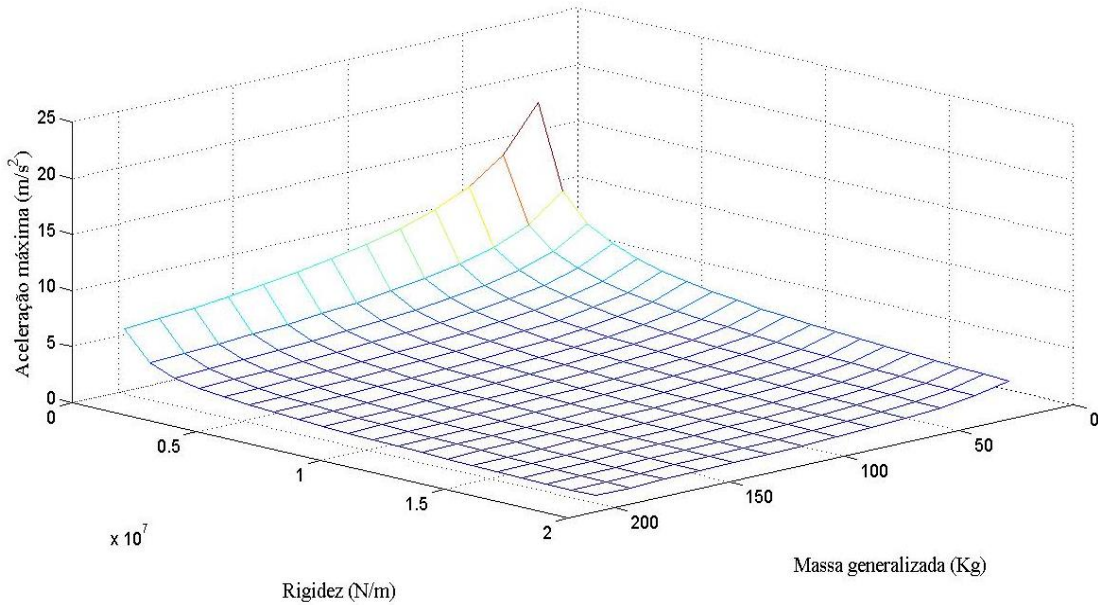
$$u''_{máx} = \frac{62744}{\sqrt{Km^*}} \quad (21)$$

Após se ter a expressão final da aceleração, dada pela Equação (21), pode-se igualar a mesma ao valor limite definido anteriormente da aceleração de pico (3m/s<sup>2</sup>) e reescrevê-la em ordem à massa generalizada e à rigidez. Desta maneira obtém-se a segunda expressão de pré-dimensionamento, que pode ser definida pela equação (22):

$$K \geq \frac{437 * 10^6}{m^*} \quad (22)$$

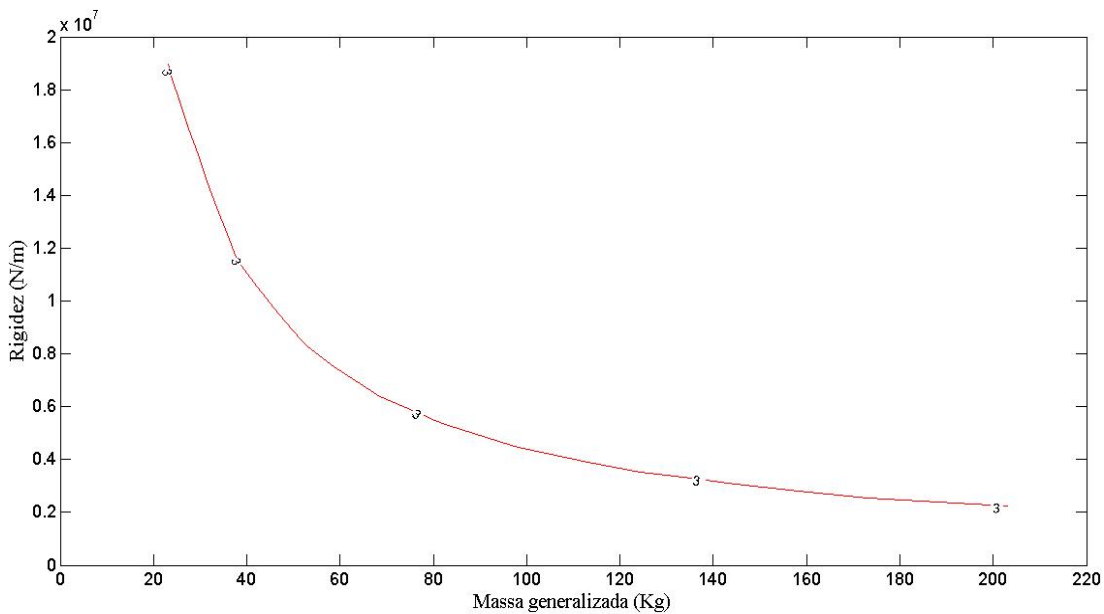
Em que  $K$  e  $m^*$  correspondem ao mesmo que foi definido na primeira expressão de pré-dimensionamento (Equação (16)). Na equação (22) a rigidez e massa generalizada têm respetivamente as unidades N/m e Kg.

Através da Equação (21) e utilizando o MATLAB traçou-se a superfície correspondente à variação das acelerações consoante o aumento da rigidez e massa generalizada. O intervalo dos valores das rigidezes e massas generalizadas foi o mesmo que foi utilizado na superfície presente na Figura 5.1, referente ao primeiro método. A superfície definida pela Equação (21) é apresentada na Figura 5.3.



**Figura 5.3 – Superfície definida pela Equação (21)**

Os valores das rigidezes e massas generalizadas que originam uma aceleração máxima igual a  $3 m/s^2$  são apresentados através da linha de interceção, presente na Figura 5.4, entre a superfície definida pela Equação (21) e o plano  $Z=3 m/s^2$ . Obviamente a linha de interceção presente na Figura 5.4 também corresponde à segunda expressão de pré-dimensionamento, dada pela Equação (22).



**Figura 5.4 – Linha de interceção entre a superfície definida pela Equação (21) presente na Figura 5.3 e o plano  $Z=3 m/s^2$**

### 5.3 COMPARAÇÃO DAS DUAS EXPRESSÕES DE PRÉ-DIMENSIONAMENTO

Para melhor comparar as equações de pré-dimensionamento (16) e (22), ambas são apresentadas graficamente como mostra a Figura 5.5.

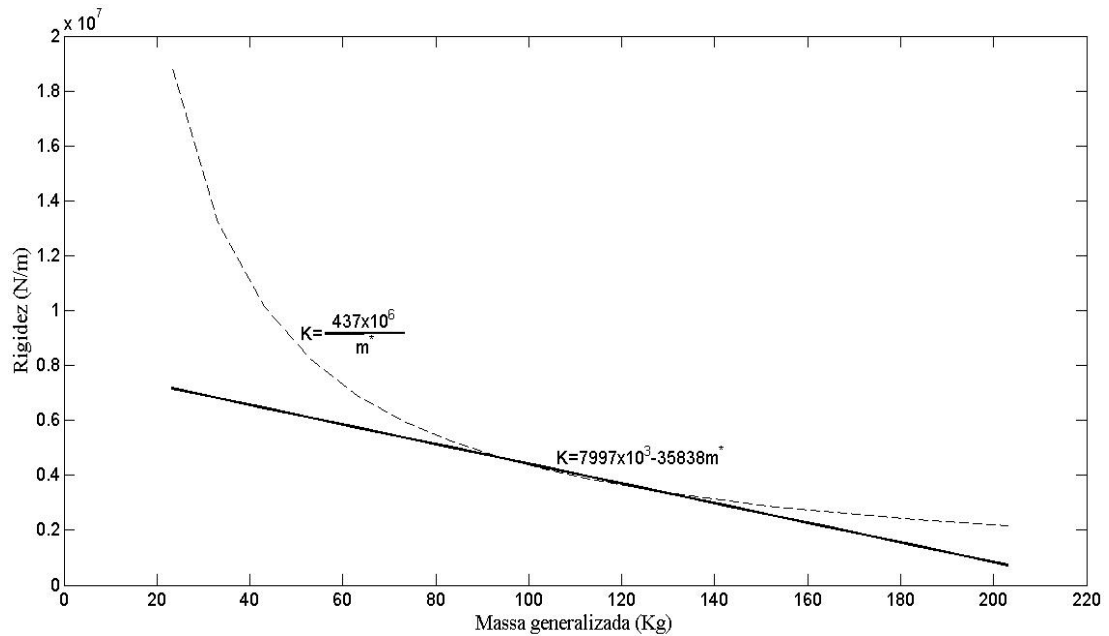
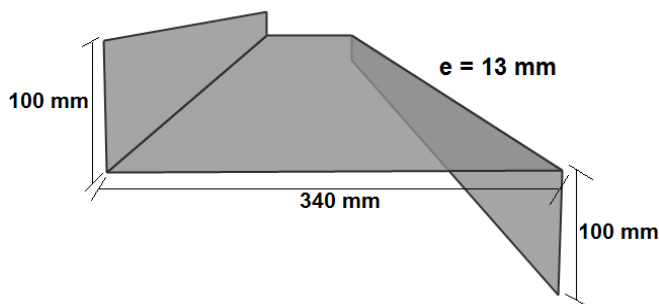


Figura 5.5 – Comparação entre as equações de pré-dimensionamento (16) e (22)

Como é possível constatar para as massas generalizadas baixas situadas no intervalo de 23,1 a 60 Kg, a Equação (22) apresenta rigidezes substancialmente superiores às verificadas pela Equação (16). As rigidezes impostas pela Equação (22) para as massas generalizadas situadas nesse intervalo são muito elevadas, demonstrando que nestas situações os modos de vibração de ordem superior podem ser relevantes para a resposta, deixando de fazer sentido esta equação. Para além disso na prática dificilmente consegue-se obter estes valores de rigidezes para valores de massa tão reduzidos. No intervalo de 80 a 140 Kg as duas equações apresentam valores de rigidezes muito aproximados, sendo que a combinação entre os valores de rigidezes e massas generalizadas situados nesse intervalo pode ser mais facilmente obtida na prática. A partir de uma massa generalizada de 140 Kg a Equação (22) apresenta rigidezes ligeiramente mais conservativas, contudo como será explicado na Secção 5.5 a partir de 174 Kg ambas as equações não devem ser aplicadas. Outro aspeto que importa referir deve-se ao facto da função de carga  $p(\tau)$  (Equação (18)) utilizada no Integral de *Duhamel* ter sido definida simplifadamente por uma função linear que desse origem a uma aceleração máxima igual a 18 m/s<sup>2</sup> (próxima da experimental), o que pode ser questionável. A função de carga  $p(\tau)$  deve ser definida com maior rigor de modo a que se possa obter uma expressão de pré-dimensionamento com base no Integral de *Duhamel* mais credível.

Tendo em consideração o que foi mencionado anteriormente pode-se afirmar que Equação (16) tem um maior fundamento e a sua aplicação é mais viável na prática, sugerindo-se que esta seja a primordialmente utilizada.

Impondo as condições de rigidez e massa generalizada da Equação (16) verificaram-se quais seriam as dimensões mínimas que os degraus da escada do Madeira Tecnopolo deveriam ter para as cumprir. Apenas modificaram-se a espessura e a altura inicial do degrau e manteve-se o comprimento e a largura do mesmo pois pretendia-se verificar quais seriam as dimensões necessárias sem alterar a estrutura global da escada como se encontra atualmente. A altura entre os degraus da escada do Madeira Tecnopolo é de 150 mm portanto nas alterações efetuadas ao degrau certificou-se que não se utilizava uma altura superior a esta. Eram várias as combinações possíveis entre a espessura e a altura para que os degraus da escada do Madeira Tecnopolo cumprissem as condições de rigidez e massa generalizada impostas pela Equação (2), no entanto optou-se por utilizar uma espessura de 13 mm (cerca do dobro da existente) e uma altura de 100 mm, como mostra a Figura 5.6. A espessura tem especial importância pois para além de conferir maior rigidez ao degrau, também aumenta significativamente a sua massa generalizada. Com estas novas dimensões do degrau obteve-se uma rigidez e uma massa generalizada respetivamente de 6211 KN/m e de 56,2 Kg.



**Figura 5.6 – Dimensões do degrau que seriam necessárias para cumprirem as condições de rigidez e massa generalizada impostas**

#### 5.4 CONSIDERAÇÕES A TER NO PRÉ-DIMENSIONAMENTO DOS DEGRAUS

Anteriormente foi referido que a Equação (16) deve ser a preferencialmente utilizada no pré-dimensionamento dos degraus de modo a evitar acelerações superiores a  $3 \text{ m/s}^2$ , no entanto, tal como acontece com a maioria das expressões de pré-dimensionamento, esta deve ser utilizada com alguma precaução e tendo em conta algumas considerações. Seguidamente serão descritas algumas considerações que devem ser tidos em conta em fase de pré-dimensionamento antes de aplicar a Equação (16).

Antes de mais referir que normalmente as estruturas dos degraus são relativamente simples, fazendo com que as suas respostas sejam maioritariamente influenciadas pelo primeiro modo de vibração portanto a Equação (16) pode ser utilizada com confiança na generalidade das situações de pré-dimensionamento, de modo a evitar que as vibrações ao nível local sejam elevadas.

Recomenda-se que a Equação (16) seja somente aplicada em degraus com um vão livre até 3 metros. Para vãos livres superiores a 3 metros sugere-se que seja realizada uma análise através de um dos métodos numéricos descritos anteriormente (funções de carga EPF, FS ou Impulso Efetivo), de modo a verificar se as acelerações não são superiores ao limite aceitável definido, igual a  $3 \text{ m/s}^2$ .

A massa generalizada do degrau pode ser considerada igual a 50% da sua massa total, sendo esta a massa generalizada de uma viga simplesmente apoiada. Em degraus cujos apoios têm uma elevada rigidez de rotação (apoios encastrados) a massa generalizada pode ser considerada aproximadamente igual a 40% da sua massa total.

O regulamento SCI P354 [7] sugere um limite de 12Hz a partir do qual uma determinada escada deixa de ser considerada de baixa frequência e passa a ser considerada de alta frequência, no entanto como é explicado no Anexo A.7 um limite de 16Hz parece ser o mais adequado. Isto significa que a combinação entre a rigidez e a massa generalizada do degrau não pode originar frequências naturais inferiores a 16Hz porque o mesmo passa a responder em ressonância e não impulsivamente, sendo a resposta condicionante dada pela frequência de passada que iguale um dos submúltiplos da frequência natural. Tendo em conta que a combinação entre a rigidez e a massa generalizada deve ser superior a 16Hz e que a frequência angular é dada por  $\omega = \sqrt{\frac{K}{m^*}}$  é possível obter a reta definida pela Equação (23):

$$K = (16 * 2\pi)^2 m^* = 10106m^* \quad (23)$$

A reta definida pela Equação (23), representada na Figura 5.7, indica o limite a partir do qual a combinação entre as massas generalizadas e as rigidezes passam a originar frequências fundamentais inferiores a 16Hz, ou seja, o limite a partir do qual o degrau passa a responder em ressonância.

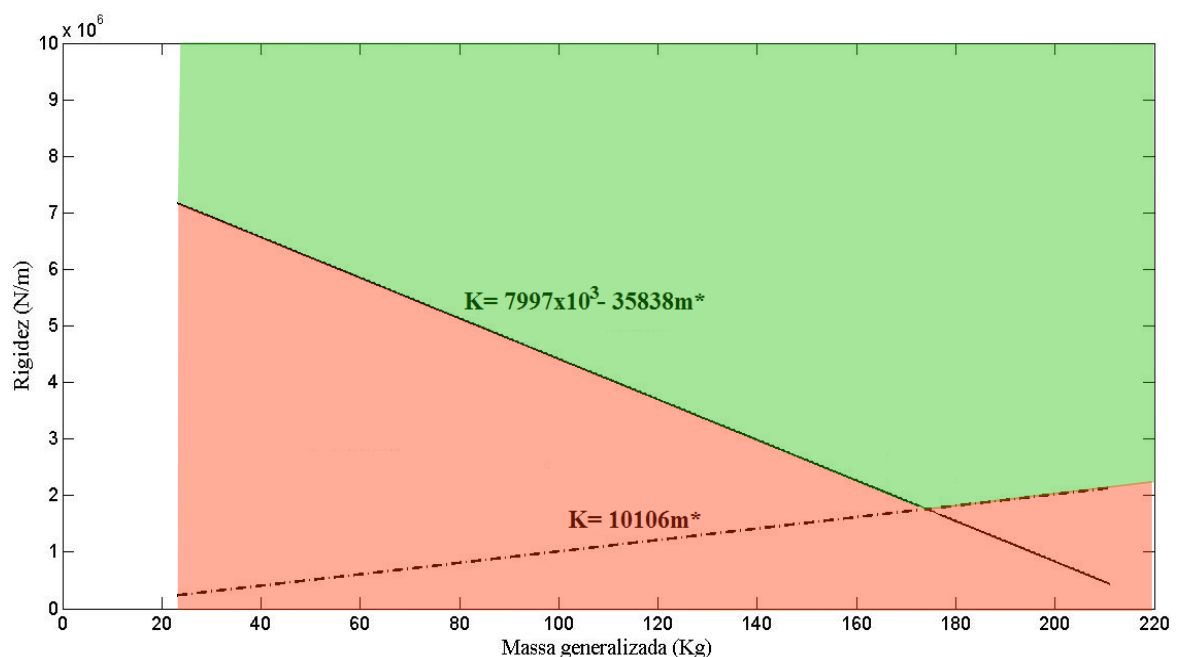


Figura 5.7 – Áreas indicadas a verde e a vermelho delimitando as zonas em que a Equação (16) é válida.

Juntando as duas condições apresentadas anteriormente é então possível definir uma zona segura (a verde na Figura 5.7) e uma zona não segura (a vermelho na Figura 5.7). As duas condições anteriores intercetam-se no ponto ( $m^*=174$  Kg;  $K=1757$  KN/m).

Se uma determinada escada for projetada com uma frequência fundamental superior a 16Hz (evitando efeitos ressonantes) e os degraus cumprirem as condições de rigidez e massa generalizada impostas pela Equação (16) a probabilidade de ocorrer vibrações significativas torna-se muito reduzida.

Considerando que nem todos os projetistas estão familiarizados com o conceito de massa generalizada e que numa viga simplesmente apoiada esta corresponde a 50% da sua massa total, as Equações (16) e (23) podem ser reescritas da seguinte maneira:

$$K = 7997 * 10^3 - 35838(0,5m) > 10106(0,5m) \quad (24)$$

$$K = 7997 * 10^3 - 17919m > 5053m \quad (25)$$

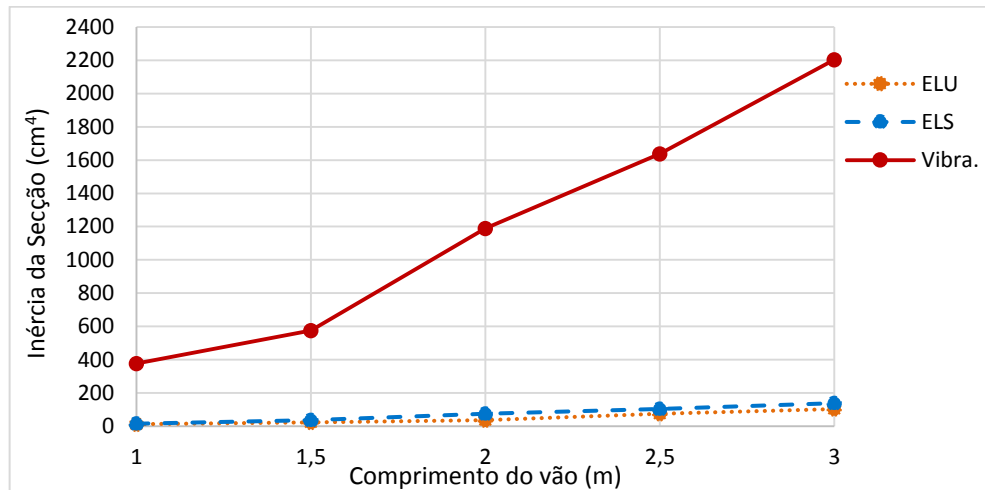
Obtendo-se desta forma a expressão final de pré-dimensionamento em que  $m$  é a massa total da estrutura. Unidades e Limites: 20Kg a 170Kg.

Importa salientar ainda que a expressão de pré-dimensionamento definida neste Capítulo foi obtida com base em métodos numéricos e teóricos calibrados a partir de medições realizadas apenas na escada do Madeira Tecnopolo, sendo necessário a realização de um maior número de estudos e ensaios experimentais mais detalhados para confirmar a sua fiabilidade para outros vãos e outras secções do degrau.

## 5.5 APLICAÇÃO DA EQUAÇÃO DE PRÉ-DIMENSIONAMENTO EM FASE DE PROJETO

Em fase de projeto, convencionalmente, apenas é verificado se a estrutura do degrau cumpre o estado limite último (ELU) e o estado limite de deformação (ELS-def). Nesta subsecção pretende-se aferir se apenas cumprindo estes dois estados limite consegue-se garantir que um determinado degrau não estará suscetível a vibrações elevadas. Uma das maneiras encontradas para verificar se cumprindo o ELU e o ELS-def somente, evita-se que as vibrações sejam significativas foi averiguar, para vários comprimentos de vão, qual a inércia da secção transversal de um determinado degrau necessária para cumprir estes dois estados limite e as condições de rigidez impostas pela Equação (25). Para as verificações efetuadas nesta Subsecção optou-se por utilizar a forma da secção do degrau da escada do Madeira Tecnopolo e comprimentos de vão situados no intervalo de 1 a 3 metros. Inicialmente considerou-se uma secção do degrau com uma largura de 340 mm, uma altura de 20 mm e uma espessura de 2 mm, posteriormente mantendo a largura (340 mm) foi-se aumentando a sua altura de 10 mm em 10 mm e a sua espessura de 1 mm em 1 mm até que a inércia daí resultante fosse suficiente para cumprir o estado limite último, o estado limite de deformação e o estado limite último de vibração, para os diversos comprimentos de

vão. A altura entre os degraus da escada do Madeira Tecnopolo é de 150 mm, tendo em conta a forma da secção dos mesmos isto significa que é possível uma altura total para cada degrau de 300 mm. Na Figura 5.8 é apresentado o gráfico com as inércias das secções necessárias para verificar o estado limite último, o estado limite de deformação e o estado limite último de vibração para os diversos comprimentos de vão.



**Figura 5.8 – Inércias da secção do degrau necessárias para cumprir o ELU, o ELS-def e a Equação (25) para diversos comprimentos de vão**

Através da visualização do gráfico anterior constata-se que à medida que o comprimento do vão aumenta, as inércias das secções necessárias para cumprir o ELU, o ELS-def e a Equação (25) também são maiores.

Também observando o gráfico da Figura 5.8 é possível verificar que são necessárias secções com inércias muito mais elevadas para cumprir os limites de rigidez dados pela Equação (25), o que demonstra claramente que garantir em fase de projeto que o estado limite último (ELU) e o estado limite de deformação (ELS-def) sejam cumpridos, não significa que se esteja a evitar a ocorrência de vibrações excessivas, pelo contrário mesmo cumprindo estes dois estados limites podem ocorrer vibrações significativas, como sucede com os degraus da escada do Madeira Tecnopolo.



## CONCLUSÕES E PERSPETIVAS FUTURAS

### 6.1 CONCLUSÕES

Neste trabalho pretendia-se estudar o fenómeno das vibrações em escadas metálicas induzidas por peões. Com a crescente popularidade em conceber escadas metálicas cada vez mais leves e esbeltas, muitas vezes por razões de estética, em que a suscetibilidade a vibrações significativas é elevada, está a tornar-se gradualmente mais importante estudar este fenómeno de forma a proporcionar aos seus ocupantes níveis de conforto adequados e evitar algum tipo de sentimento de insegurança.

Para melhor compreender o fenómeno associado às vibrações de escadas metálicas foram analisados dois casos práticos: escada metálica da SRAS e escada metálica do Madeira Tecnopolo. Ambas as escadas metálicas estudadas eram alvo de comentários adversos por parte dos seus ocupantes, quanto ao nível de vibração sentido.

As vibrações verificadas na escada metálica da SRAS são globais, isto é, a mesma desloca-se integralmente quando sujeita à ação pedonal. Para além das vibrações verificadas na escada metálica da SRAS serem globais, esta possui uma frequência fundamental de 13,9Hz, o que significa que é possível obter uma resposta em ressonância quando os peões a percorrem com uma frequência de passada igual a 3,5Hz (4º submúltiplo da frequência fundamental). Opostamente, a escada metálica do Madeira Tecnopolo tem um fenómeno de vibração local, ou seja, os degraus movem-se de forma independente e responde impulsivamente pelo facto dos degraus terem uma frequência fundamental elevada, igual a 24Hz.

A aceleração máxima medida na escada da SRAS foi de 2,0 m/s<sup>2</sup> para um peão isolado e de 5,42 m/s<sup>2</sup> para um grupo de peões, referente a uma frequência de passada de 3,5Hz. As acelerações máximas medidas na escada do Madeira Tecnopolo foram substancialmente superiores às medidas na escada da SRAS, sendo aproximadamente o dobro da aceleração gravítica ( $\approx 9,8 \text{ m/s}^2$ ) tanto para um peão isolado como para um grupo de peões.

Em ambas as escadas metálicas analisadas o efeito de grupo foi verificado mediante a obtenção de coeficientes de amplificação. Na escada da SRAS obtiveram-se coeficientes de amplificação, referentes a um grupo de 4 peões, a variar entre 2 e 3, correlacionando-se bem com o que foi obtido por Kerr [4], para o mesmo número de peões. Na escada do Madeira Tecnopolo obtiveram-se coeficientes de

amplificação aproximadamente iguais, contudo apenas para uma frequência de passada de 2Hz, verificou-se que à medida que a frequência de passada aumentava o efeito de grupo começava a ser desprezável, obtendo-se coeficientes de amplificação próximos de 1.

Tanto na escada da SRAS como na escada do Madeira Tecnopolo foram medidas acelerações superiores aos limites aceitáveis propostos pelos regulamentos SCI P354 [7] e AISC 11 [11] e pelos autores Davis et al. [23], principalmente para descidas rápidas, com frequências de passada elevadas.

Na Introdução (Capítulo 1) foram descritos os principais problemas encontrados por Bishop [3] no projeto de escadas flexíveis. Para além dos problemas mencionados por Bishop [3], na elaboração da presente dissertação foram encontradas outras dificuldades tais como, os métodos numéricos existentes na previsão de vibrações não estão bem definidos e calibrados para este tipo de estruturas, falta de especificação relativamente à maneira como os mesmos devem ser aplicados e obtenção de resultados demasiadamente conservativos por alguns destes métodos.

Na elaboração deste trabalho foram aplicados quatro métodos numéricos que podem ser utilizados na previsão de vibrações em fase de projeto: funções de carga EPF, FS, análise Steady State e Impulso Efetivo. As funções de carga EPF (funções de carga obtidas através de ensaios em plataformas de força) e as funções de carga FS (séries de Fourier) são formas de representar a ação pedonal e a análise Steady State e o Impulso Efetivo são métodos simplificados de cálculo das acelerações numéricas. A análise Steady State é somente aplicável em estruturas que respondem em ressonância e o Impulso Efetivo em estruturas que respondem impulsivamente.

O método numérico com que se obtiveram acelerações mais próximas das medidas experimentalmente foi mediante a utilização de funções de carga EPF. Aplicando funções de carga EPF a modelos numéricos, na generalidade dos casos, consegue-se simular de uma forma aproximada o andamento dos indivíduos em escadas, o que torna este método um dos mais eficientes na previsão das acelerações. Apesar de este método ser um dos mais eficazes apresenta algumas limitações, nomeadamente a escassez de funções de carga EPF para escadas existentes na bibliografia e a morosidade no processo de obtenção das acelerações numéricas através da sua aplicação.

A informação encontrada na bibliografia referente aos restantes métodos numéricos é maior, contudo foi verificado que os mesmos por vezes (para algumas frequências de passada) apresentam resultados demasiadamente conservativos. Como através de alguns métodos numéricos obtiveram-se acelerações relativamente superiores às medidas experimentalmente (para algumas frequências de passada) foram feitas algumas sugestões de como aplicá-los em fase de projeto de modo a que as acelerações previstas estejam mais de acordo com as que serão verificadas na realidade.

O nível de vibração sentido na escada da SRAS e na escada do Madeira Tecnopolo por parte dos seus ocupantes é significativo. Com objetivo de mitigar as vibrações e aumentar o grau de conforto dos peões foram propostas várias medidas para reforçar ambas as escadas.

Na presente dissertação é apresentada uma abordagem de pré-dimensionamento dos degraus da escada, com base em expressões simplificadas, de modo a evitar vibrações significativas. Na maioria das abordagens existentes a intenção é simular, em fase de projeto, de uma forma aproximada a força dinâmica induzida pelos peões para posteriormente verificar se a estrutura (pavimentos, escadas ou pontes) estará suscetível a vibrações elevadas. A abordagem apresentada nesta dissertação difere das restantes, pois ao invés do cálculo de acelerações numéricas, sugere a aplicação de expressões de pré-dimensionamento simplificadas, com o intuito de conferir aos degraus determinadas características geométricas para que no futuro não sejam concebidos degraus com problemas de vibração. Utilizando expressões de pré-dimensionamento evita-se análises numéricas que por vezes são morosas, apresentam resultados excessivamente conservativos e que nem todos os projetistas dominam.

Para concluir importa sublinhar que aplicando a expressão de pré-dimensionamento apresentada neste trabalho e garantindo que as escadas metálicas projetadas possuem uma frequência fundamental superior a 16Hz, evitando desta maneira a ocorrência de ressonância, reduz-se substancialmente a probabilidade do aparecimento de vibrações consideráveis.

## 6.2 PERSPETIVAS FUTURAS

Ao longo da elaboração da presente dissertação foi verificado que ainda existem algumas condicionantes quando se pretende aferir adequadamente o nível de vibrações a que uma determinada escada metálica estará exposta. Seguidamente descrevem-se algumas limitações que devem ser exploradas de forma a proporcionar um maior conhecimento no projeto de escadas metálicas:

- Necessidade de um método numérico simples e pouco moroso que possa prever eficazmente as vibrações e ser utilizado em qualquer situação de projeto.
- Através das funções de carga EPF conseguem-se prever de uma forma eficiente as vibrações em escadas metálicas, no entanto são escassas as funções de carga EPF referentes a escadas encontradas na bibliografia. O autor Davis [15] apresenta na sua tese de Doutoramento funções de carga EPF especificamente indicadas para dimensionamento. Todavia as funções de carga EPF apresentadas pelo mesmo foram obtidas para uma superfície plana (pavimentos), sendo questionável a sua utilização em escadas. Tal como foi feito por Davis [15] no futuro sugere-se que sejam obtidas funções de carga EPF para dimensionamento, porém especificamente designadas para escadas.
- No Capítulo 3 foram feitas algumas recomendações de como aplicar cada um dos métodos numéricos em fase de projeto, porém essas recomendações foram feitas exclusivamente com base nos resultados obtidos na escada metálica da SRAS. Com o intuito de averiguar se as mesmas se mantêm devem ser testadas em outras escadas sujeitas a vibrações elevadas.
- A divisão entre estruturas de alta e baixa frequência está amplamente aceite, contudo ainda existe bastante discussão em relação à fronteira a partir da qual estas deixam de ser consideradas de baixa frequência e passam a ser designadas de alta frequência,

principalmente no que à fronteira para escadas diz respeito. Tendo em conta que pode-se percorrer as escadas com uma frequência de passada até aproximadamente 4Hz e admitindo que a partir da frequência do 4º harmónico (da ação) não são possíveis efeitos ressonantes, provavelmente uma fronteira de 16Hz para escadas é mais viável. Contudo na bibliografia e nos regulamentos pouca é a informação encontrada em relação à fronteira que deve ser tido em conta para escadas, devendo ser um aspeto a explorar no futuro de forma a melhor compreender-se qual deve ser a fronteira considerada para este tipo de estruturas e impedir respostas em ressonância.

- O Impulso Efetivo foi criado especificamente para ser utilizado em pavimentos, pois foi deduzido com base nas funções de carga EPF obtidas por Kerr [4] para superfícies planas. Para que este método seja apropriadamente aplicável em escadas sugere-se que o mesmo seja calibrado com base em funções de carga EPF diretamente obtidas em escadas.
- A expressão de pré-dimensionamento apresentada no Capítulo 5 foi obtida com base em análises numéricas ajustadas a partir das medições realizadas somente nos degraus da escada do Madeira Tecnopolo, devendo ser verificada experimentalmente para outros vãos e tipos de secções. A mesma também foi deduzida com base apenas na função de carga EPF Kerr devendo ser testada para uma gama maior de forças dinâmicas induzidas por peões.

## REFERÊNCIAS

- [1] P. C. C. Escórcio, *Estudo do Comportamento de Passagens Superiores de Peões com Tabuleiro Misto Aço-Betão*, Madeira, Portugal: Universidade da Madeira, Tese de Mestrado, 2009.
- [2] S. C. Kerr e N. W. M. Bishop, “Human Induced Loading on Flexible Staircases,” *Engineering Structures*, 2001, 23 37- 45.
- [3] N. Bishop, M. Willford e R. Pumphrey, “Human Induced loading of Flexible Staircases,” *Safety Science*, 1995, 18 261- 276.
- [4] K. C. Stuart, *Human Induced Loading on Staircases*, London, UK: University College London, Tese de Doutoramento, 1998.
- [5] C. Middleton e J. Brownjohn, “Response of High Frequency Floors: A Literature Review,” *Engineering Structures*, 2009, 32 337- 352.
- [6] A. K. Chopra, *Dynamics of structures, Theory and Applications to Earthquake Engineering*, New Jersey, USA: Prentice Hall, International Edition, 1995.
- [7] Steel Construction Institute, *SCI P354 - Design of Steel Floors for Vibration: A New Approach*, 2009.
- [8] R. A. F. Alves, *Comportamento Dinâmico de Pontes Sob Acção Pedonal*, Porto, Portugal: FEUP, Tese de Mestrado, 2008.
- [9] British Standards Institution, *BS 6472 - Evaluation of Human Exposure Vibration in Buildings (1Hz to 80Hz)*, 1992.
- [10] International Organization for Standardization, *ISO 10137 - Bases for Design of Structures, Serviceability of Buildings and Walkways Against Vibrations*, 2007.
- [11] American Institute of Steel Construction, *AISC - Steel Design Guide Series 11, Floor Vibrations Due to Human Activity*, 1997.
- [12] J. Brownjohn, V. Racic e A. Pavic, “Experimental Identification and Analytical Modelling of Human Walking Forces: Literature review,” *Journal of Sound and Vibration, Elsevier*, 14 Maio 2009, 326 1- 49.

- [13] M. Kasperski e B. Czwikla, “A Refined Model for Human Induced Loads on Stairs,” em *Proceedings of the 30th IMAC, A Conference on Structural Dynamics*, Jacksonville, Florida, USA, 2012.
- [14] H. Bachmann e W. Ammann, *Vibrations In Structures, Induced by Man and Machines*, Zuriqne, Switzerland: IABSE (International Association for Bridge and Structural Engineering), 1987.
- [15] D. B. Davis, *Finite Element Modeling for Prediction of Low Frequency Floors Vibrations Due to Walking*, Virginia, USA: Virginia Polytechnic Institute, Tese de Doutorado, 2008.
- [16] H. González, *Numerical Simulation of Human Induced Vibrations of Stairs*, Weimar, Germany: Bauhaus-Universität Weimar, Tese de Mestrado, 2013.
- [17] L. Gaile, *Dynamic Response of Light-Weight Lattice Towers to Human Induced Loads*, Riga, Latvia: Riga Technical University, Tese de Doutorado, 2014.
- [18] L. Gaile, “Footfall Induced Forces on Stairs,” em *4th International Conference CIVIL ENGINEERING'13*, Jelgava, Latvia, 2013.
- [19] C. J. Middleton e J. M. Brownjohn , “Response of High Frequency Floors to a Footfall,” em *Proceedings of the 26th IMAC, Conference and Exposition on Structural Dynamics*, Orlando, Florida, USA, 2008.
- [20] J. W. Brownjohn e C. J. Middleton, “Procedures for Vibration Serviceability Assessment of High-Frequency Floors,” *Engineering Structures*, 2007, 30 1548 - 1559.
- [21] CSI - Computers & Structures Inc., *CSI Analysis Reference Manual for SAP2000, ETABS, SAFE and CSiBridge*, Berkeley, California, USA, 2013.
- [22] A. R. Barret, *Dynamic Testing of In-Situ Composite Floors and Evaluation of Vibration Serviceability Using Element Method*, Virginia, USA: Virginia Polytechnic Institute and State University, Tese de Doutorado, 2006.
- [23] B. Davis e T. M. Murray, “Slender Monumental Stair Vibration Serviceability,” *Journal of Architectural Engineering*, Dezembro 2009, 15 (4) 111 - 121.
- [24] P. Young, M. Willford e C. Field, “Improved Methodologies for Prediction of Footfall-Induced Vibration,” em *Architectural Engineering Conference (AEI)*, Omaha, Nebraska, USA, 2006.

- [25] P. Young e M. R. Willford, *A Design Guide for Footfall Induced Vibration of Structures*, Concrete Society, 2006.
- [26] Concrete Society Technical Report 43, *CSTR43 - Design Handbook, Appendix G: Vibration Serviceability of Post-Tensioned Concrete Floors*, 2005.
- [27] International Organization for Standardization, *ISO 2631-1 - Mechanical Vibration and Shock, Evaluation of Human Exposure to Whole Body Vibration Part 1: General Requirements*, 1997.
- [28] International Organization for Standardization, *ISO 2631-2 - Mechanical Vibration and Shock, Evaluation of Human Exposure to Whole Body Vibration Part 2: Vibration in Buildings (1Hz to 80Hz)*, 2003.
- [29] S. B. Kim, Y. H. Lee, A. Scanlon, H. Kim e K. Hong, “Experimental Assessment of Vibration Serviceability of Stair Systems,” *Journal of Constructional Steel Research, Elsevier*, 3 Julho 2007, 64 253 - 259.
- [30] Steel Construction Institute - Advisory Desk 330, *SCI P354 - AD 330: Vibration of Steel Staircases*, 2009.
- [31] R. Eid, M. Seica, D. Stevenson e B. Howe, “Staircase Vibrations Due to Human Activity,” em *Proceedings of Structures Congress*, Las Vegas, Nevada, USA, 2011.
- [32] A. Mohammed e V. Racic, “Footfall Model for Design of High Frequency Floors,” em *Proceedings of the 9th International Conference on Structural Dynamics, EURODYN*, Porto, Portugal, 2014.
- [33] M. Setareh, “Vibration Analysis and Design of a Monumental Stair,” em *Proceedings of the 2013 Annual Conference on Experimental and Applied Mechanics*, Lombard, Illinois, USA, 2013.
- [34] M. Paz, *Structural Dynamics, Theory And Computation Fourth Edition*, Louisville, USA: Chapman & Hall, 1997.
- [35] E. Caetano, “Dinâmica de Pontes Pedonais,” *Construção Magazine*, Maio/Junho 2014, 61 42 - 44.
- [36] D. J. Huntington e J. W. Mooney, “How to Keep Monumental Stairs from Vibrating,” em *Proceedings of Structures Congress*, Las Vegas, Nevada, USA, 2011.

- [37] C. Howes, M. Krynski e S. Kordt, “The Feature Stair at Louis Vuitton in Crystals at City Center,” em *Proceedings of Structures Congress*, Las vegas, Nevada, USA, 2011.
- [38] C. Howes e E. Gordon, “The Spiral Stairs at Art Gallery Of Ontario,” em *Proceedings of Structures Congress*, Las vegas, Nevada, USA, 2011.
- [39] Instituto Português da Qualidade - Eurocódigo 3, *EN 1993-1-1 - Projeto de Estruturas de Aço Parte 1-1: Regras Gerais e Regras para Edifícios*, 2010.
- [40] Instituto Português de Qualidade - Eurocódigo, *EN 1990 - Bases para o Projeto de Estruturas*, 2009.
- [41] V. Arbitrio, “Longchamp Stair Optimization and Vibration Study,” *STRUCTURE magazine*, 2009, 10-13.

# Anexo A

## CARACTERIZAÇÃO DAS VIBRAÇÕES EM ESCADAS METÁLICAS

O Anexo A está diretamente correlacionado com o Capítulo 2, sendo acrescentadas observações, definições e apresentados alguns resultados, embora importantes, que não foram possíveis referir no Capítulo 2.

### A.1 TIPOS DE EXCITAÇÃO

A maior parte das cargas atuantes nas estruturas de Engenharia civil podem ser designadas como dinâmicas porque variam com o tempo. Contudo na prática cargas aplicadas de forma lenta podem ser consideradas como quase estáticas já que as forças de inércia e amortecimento são desprezáveis. A magnitude das forças dinâmicas e a resposta da estrutura quando estas atuam depende do tipo e origem da excitação e das propriedades dinâmicas da estrutura [14].

De acordo com a sua função ao longo do tempo as forças dinâmicas podem ser categorizadas como [14]:

#### 1. Cargas harmónicas

As cargas harmónicas variam de acordo com uma função sinusoidal com ou sem mudança de fase. Estas atuam na estrutura durante um período de tempo suficientemente longo para que possa ser atingida uma resposta em regime estacionário.

#### 2. Cargas periódicas

As cargas periódicas exibem uma variação ao longo do tempo que se repete em intervalos regulares chamados períodos. A sua repetição faz com que este tipo de carga seja possível decompor numa série de Fourier. Este tipo de carga à semelhança das cargas harmónicas também é longa o suficiente para que seja possível desenvolver uma resposta em regime estacionário.

As cargas periódicas são extremamente importantes e aquelas que serão estudadas no âmbito desta dissertação, pois representam a ação pedonal exercida nas escadas. Também por ser uma maneira de descrever este tipo de carga a decomposição de Fourier será fundamental ao longo da dissertação.

#### 3. Cargas transitórias

As cargas transitórias exibem uma variação ao longo do tempo arbitrária sem qualquer tipo de periodicidade. Também a duração deste tipo de carga é arbitrária. As ondas do mar, os terremotos, tráfego

terrestre e o vento são alguns exemplos de cargas transitórias. O vento é na maioria das vezes uma carga transitória, mas quando existe desprendimento alternado de vórtices o vento pode ser uma carga periódica.

#### 4. Cargas impulsivas

As cargas impulsivas também são de natureza transitória, porém a sua duração é tão curta que a estrutura afetada reage de forma totalmente diferente. Impactos de carros, aviões, barcos ou qualquer tipo de projétil atingido a estrutura é um exemplo de carga impulsiva. Tal como as ondas de choque resultantes de explosões.

A Figura A.1 apresenta como podem ser representadas as funções dos diversos tipos de carga ao longo do tempo.

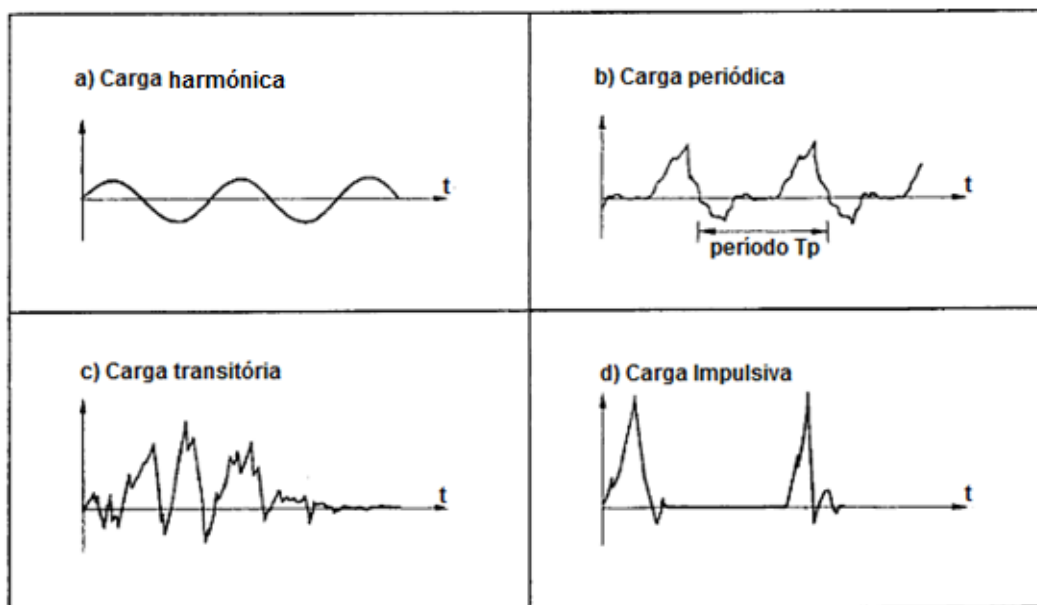


Figura A.1 – a) Carga harmónica; b) Carga periódica; c) Carga transitória; d) Carga impulsiva, adaptado de Bachmann e Ammann [14]

## A.2 CICLO DE MARCHA

O ciclo de marcha corresponde ao período que decorre desde o contacto de um pé no solo até ao contacto seguinte desse mesmo pé [1]. A duração completa do ciclo de marcha é dividida em duas fases: fase de apoio (*Stance Phase*) e fase de balanço (*Swing Phase*). A fase de apoio ou *Stance Phase*, também conhecida como fase de suporte ou de contacto, é quando o pé está em contacto com o solo e pode ser descrita pela seguinte ordem de eventos: contacto com calcanhar (*heel strike*), pé totalmente em contacto com o solo (*foot flat*), elevação do calcanhar (*heel rise*) e contacto final com os dedos do pé (*toe off*). De uma forma simplificada a *Stance phase* inicia-se com o *heel strike* e termina com o *toe-off*. A Figura A.2 esquematiza como é efetuado o contacto do pé com o solo durante a *Stance Phase*.

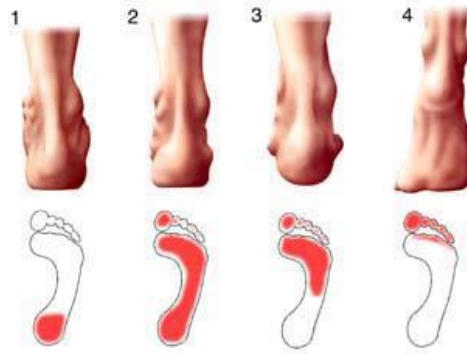


Figura A.2 – Apoio do pé na Stance phase [1]

A *Swing Phase* é o balanço efetuado pela perna contrária à que está a executar o passo para a realização do próximo passo através do pé oposto. A *Swing phase* basicamente ocorre desde o *toe-off* até ao próximo *heel strike*.

Existe um período de tempo em que os dois pés estão simultaneamente em contacto com o solo. Este período de tempo é conhecido como suporte ou apoio duplo e ocorre duas vezes durante o ciclo de marcha, no início e no fim da *Stance Phase*. A Figura A.3 apresenta uma esquematização detalhada de como se processa a *Stance* e a *Swing phase*.

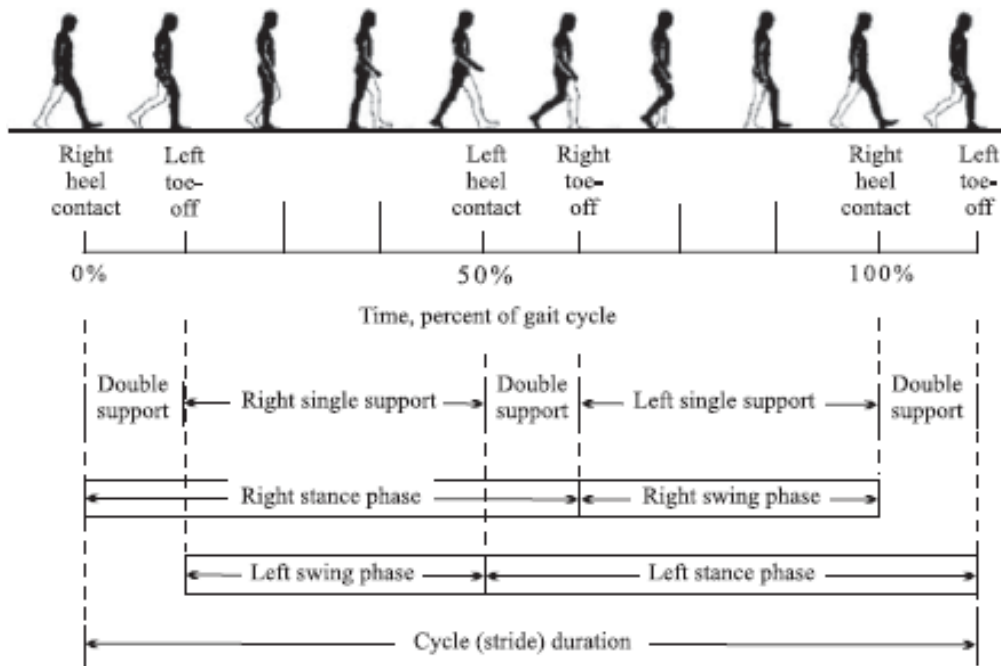


Figura A.3 – Descrição do Ciclo de marcha [12]

As descrições dos movimentos do ser humano no espaço e a relação entre as diferentes partes do corpo humano são feitas segundo os planos seccionais de referência da posição anatómica (Figura A.4). Existem três planos seccionais (plano sagital, plano transversal e plano frontal) e seis direções (anterior, posterior, superior, inferior, direita e esquerda) para definir os movimentos do ser humano em relação ao centro do corpo [12].

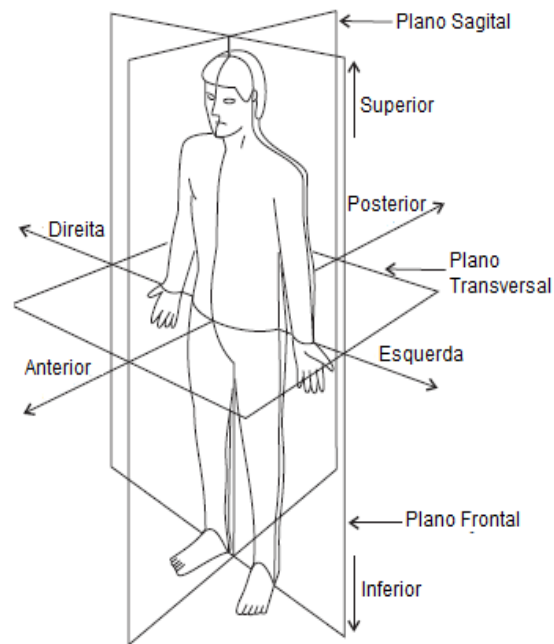


Figura A.4 – Planos seccionais de referência da posição anatômica, adaptado de V.Racic et al. [12]

### A.3 MODELAÇÃO DA AÇÃO HUMANA

#### A.3.1 SUPERFÍCIES HORIZONTAIS (PAVIMENTOS E PONTES PEDONAIIS)

Na Figura A.5 encontram-se apresentadas as funções de carga típicas (relativas a um passo) para o andamento normal, em superfícies planas, segundo as direções: a) Vertical (direção inferior – superior, ver Figura A.4); b) horizontal lateral (direção esquerda – direita, ver Figura A.4); c) horizontal longitudinal (direção anterior – posterior, ver Figura A.4).

A Figura A.6 referente a uma função de carga na direção vertical para uma superfície horizontal, como explicam Kerr e Bishop [2] e Kasperski et al. [13], pode ser dividida nas seguintes etapas à medida que o passo é efetuado: Em **A** existe o contacto inicial do calcanhar com a plataforma de força (*Heel Strike*). O primeiro máximo **B** ocorre devido à transferência de peso do corpo para a perna que efetua o passo. Em **C** ocorre a diminuição da força exercida na plataforma até valores inferiores ao peso do corpo devido ao facto do indivíduo dobrar os joelhos e transferir o peso para a outra perna (para ser iniciado o outro passo). O segundo máximo **D** ocorre quando o indivíduo “empurra” o seu peso para fora da plataforma com os dedos dos pés (*Toe push-off*) e finalmente **E** representa a etapa em que o indivíduo deixa de estar em contacto com o solo. Esta função de carga é a função característica para o andamento normal em superfícies horizontais e é vulgarmente designada de dupla bossa de camelo (*double camel hump*).

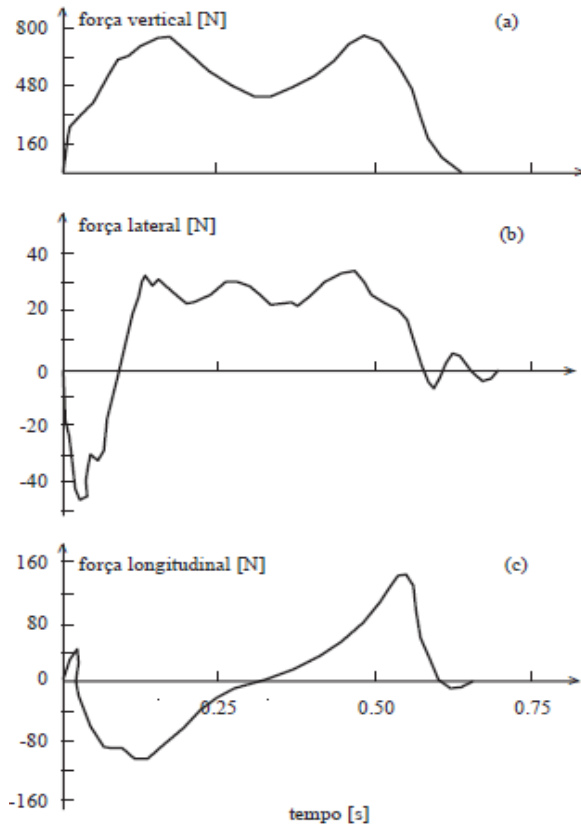


Figura A.5 – Funções de carga típicas para andamento normal nas direções vertical, lateral e longitudinal [8]

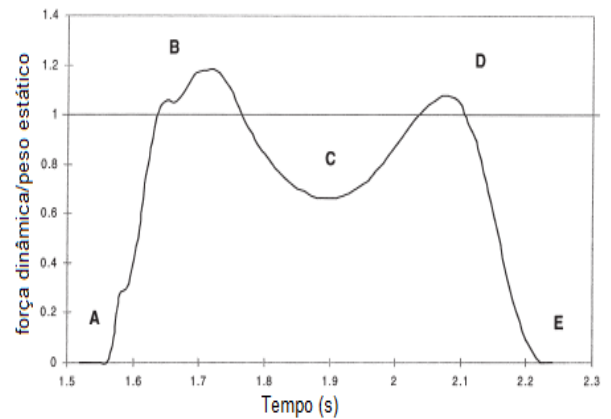
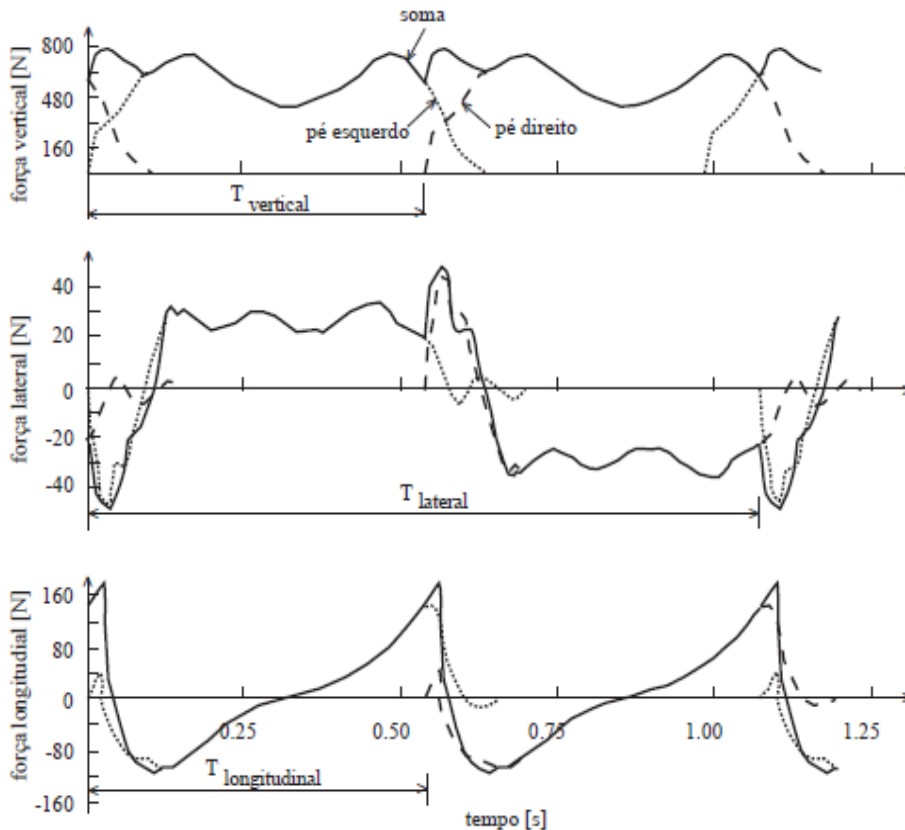


Figura A.6 – Descrição da função característica de um passo, adaptado de Kerr e Bishop [2]

Como foi visto no Anexo A.2 num ciclo de marcha existe um determinado intervalo de tempo em que os dois pés (pé direito e pé esquerdo) estão simultaneamente em contacto com a superfície. Isto significa que durante o andamento normal existe um determinado momento em que a função de carga relativa a um passo, por exemplo realizado pelo pé direito, sobrepõe-se à função de carga relativa ao outro passo, realizado pelo pé esquerdo, o que faz com que a função de carga relativa a um passo possa ser transformada numa função contínua periódica correspondendo a sobreposição de vários passos consecutivos, como pode-se ver pela Figura A.7. Esta observação tem especial importância na análise de Fourier a partir de ensaios em plataformas de força como pode ser constatado no Anexo A.5.1. Através da Figura A.7 também pode-se verificar que o período da função de carga na direção lateral é cerca do dobro da componente vertical e longitudinal. Isto pode ser explicado pelo facto de a componente lateral da força só ocorrer devido à oscilação lateral do centro de gravidade e como esta oscilação só ocorre para o mesmo lado após dois passos consecutivos (ver Figura A.23, Anexo A.10) o período da função de carga lateral é o dobro do período da função de carga vertical [1]. Uma vez que  $T_{\text{lateral}}=2T_{\text{vertical}}$ , pode-se concluir que a frequência vertical é o dobro da frequência lateral  $f_{\text{vertical}} = 2f_{\text{lateral}}$ . Da mesma figura também é possível verificar que  $T_{\text{vertical}}=T_{\text{longitudinal}}$  logo que  $f_{\text{vertical}} = f_{\text{longitudinal}}$ .



**Figura A.7 – Função de carga contínua, obtida a partir da sobreposição de duas funções de carga correspondendo a dois passos consecutivos [8]**

A componente vertical da força como ilustrado nas Figuras A.5 e A.7 tem muito maior magnitude do que as componentes da força lateral e longitudinal. A componente lateral da força, apesar de ter muito menos intensidade, tem especial importância devido à sua frequência, principalmente no estudo dinâmico de pontes pedonais (ver Anexo A.10).

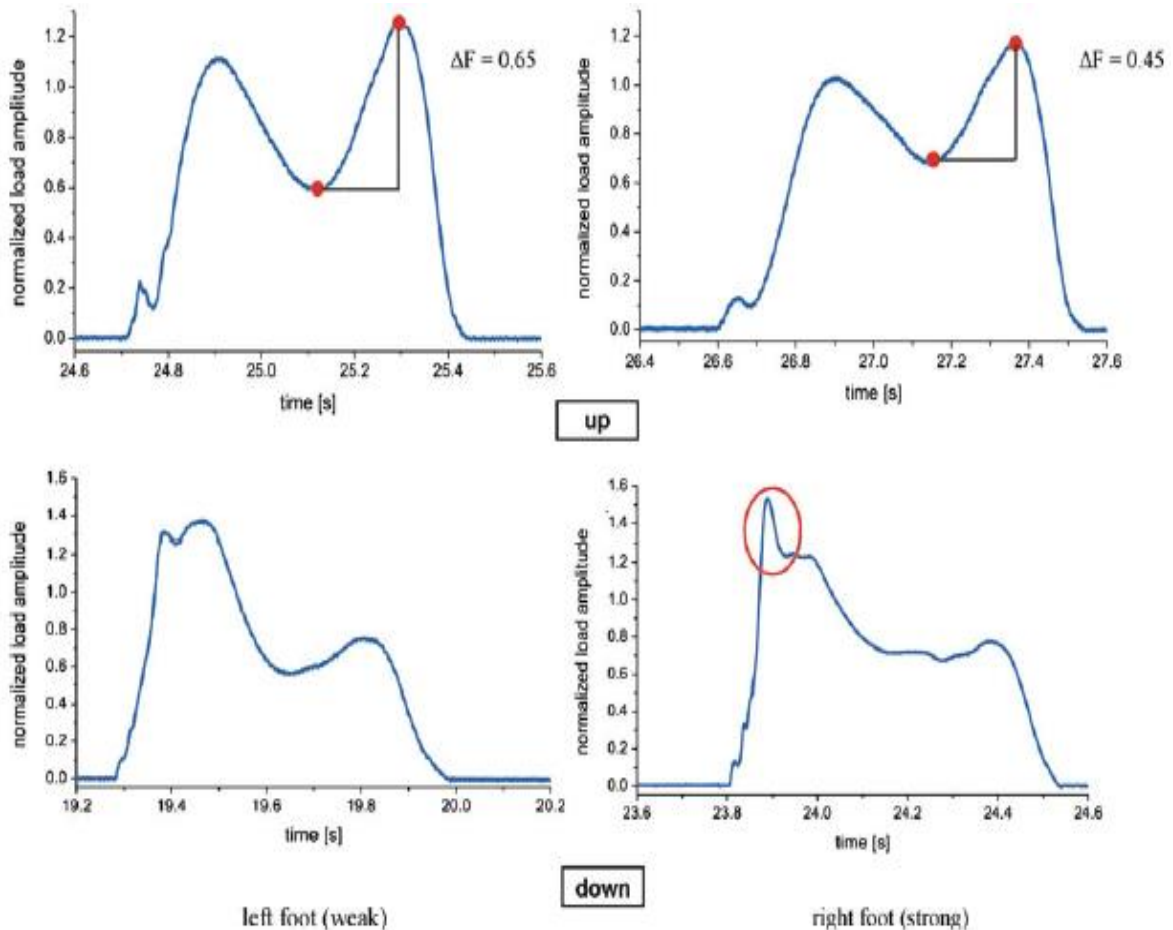
### A.3.2 ESCADAS

Neste anexo apresenta-se as funções de carga típicas obtidas por Kasperski et al. [13], pelo facto destes autores acrescentarem algumas observações ao trabalho elaborado por Kerr [4].

Na Figura A.8 pode-se ver exemplos de funções de carga típicas obtidas através dos ensaios realizados por Kasperski et al. [13]. Os autores identificam as diferenças nas funções de carga quando se efetua um passo com o pé direito e quando se efetua um passo com o pé esquerdo. Ao observar-se a Figura A.8 pode-se verificar que para a subida a amplitude do segundo pico é superior à amplitude do primeiro pico, o mesmo não foi verificado por Kerr [4]. Na descida a amplitude do primeiro pico é claramente superior à amplitude do segundo pico, estando de acordo com o que foi verificado por Kerr [4].

Na mesma figura consegue-se notar que na subida, o passo efetuado com o pé direito apresenta uma diferença entre a amplitude do valor mínimo e a amplitude do segundo máximo ( $\Delta F=0,45$ ) inferior à diferença da amplitude vista no passo efetuado com o pé esquerdo ( $\Delta F=0,65$ ). Isto, segundo Kasperski et al. [13], revela que o pé esquerdo introduz maiores diferenças na carga aplicada à plataforma durante a

fase de saída da plataforma (*toe-push off*), significando que existe uma menor eficiência energética no movimento com o pé esquerdo. Para a descida outra diferença entre o pé esquerdo e o pé direito torna-se evidente conforme referem Kasperski et al. [13], no início da função de carga realizada com o pé direito podemos ver um pico “afiado” resultante de um impacto forte (assinalado na Figura A.8 com um círculo vermelho), enquanto na função de carga realizada com o pé esquerdo o impacto inicial é mais arredondado e amortecido.



**Figura A.8 – Funções de carga, pé esquerdo e pé direito subida e descida de escadas [13]**

A observação destas diferenças tem especial relevância pelo facto de haver a necessidade em saber qual a função de carga que introduzirá maiores vibrações na estrutura, a função de carga obtida com o pé direito ou com o pé esquerdo. Em pavimentos e pontes pedonais o pé “forte” é definido como aquele que origina um passo com maior comprimento. No caso das escadas essa definição não pode ser utilizada porque o comprimento dos passos é relativamente idêntico. Portanto segundo Kasperski et al. [13] no caso das escadas o pé “forte” deve ser definido como aquele que nas subidas produz uma função de carga com uma forma mais arredonda (subida com o pé direito Figura A.8) e nas descidas um impacto inicial superior (descida com o pé direito Figura A.8).

## A.4 COMPILAÇÃO DAS FORÇAS DINÂMICAS MÁXIMAS OBTIDAS POR VÁRIOS AUTORES EM ESCADAS

Na Tabela A.1 encontra-se uma compilação efetuada por Kerr e Bishop [2] [3] [4] com as forças máximas obtidas por vários autores através da realização de ensaios em plataformas de força em escadas. As forças são apresentadas como fração do peso próprio:

**Tabela A.1 – Forças máximas obtidas por vários autores para subida de escadas, compilado por Kerr e Bishop [2] [3] [4]**

		<i>Caracterização do andamento</i>	<i>Frequência de Passada Hz</i>	<i>Força dinâmica/Peso estático</i>
Nilsson,1976	Subida	Normal, escada 1	—	<u>1,96</u>
		Normal, escada 2	—	<u>4,78</u>
		Corrida, escada 3	—	<u>5,65</u>
	Descida	Normal, escada 1	—	<u>2,82</u>
		Corrida, escada 1	—	<u>5,26</u>
		Normal, escada 2	—	<u>6,34</u>
		Corrida, escada 3	—	<u>8,34</u>
Alcock and Lander,1987	Subida	Normal, escada 1	—	<u>1,30</u>
		Acelerado, escada 1	—	<u>2,05</u>
	Descida	Acelerado, escada 1	—	<u>2,21</u>
		Corrida, escada 1	—	<u>5,01</u>
Gething,1994	Subida	Lento	1,27	<u>1,50</u>
		Normal	1,68	<u>1,57</u>
		Normal acelerado	1,87	<u>1,80</u>
		Acelerado	2,86	<u>1,92</u>
		Corrida	3,34	<u>2,86</u>
	Descida	Lento	0,95	<u>1,16</u>
		Normal	1,43	<u>1,60</u>
		Normal acelerado	1,94	<u>2,26</u>
		Acelerado	2,18	<u>1,50</u>
		Corrida	3,82	<u>2,37</u>
Kerr,1998	Subida	Normal	3,50	<u>2,20</u>
		Acelerado	2,60	<u>1,11</u>
		Corrida	1,60	<u>1,10</u>
	Descida	Normal	4,30	<u>2,40</u>
		Acelerado	2,80	<u>1,90</u>
		Corrida	1,60	<u>1,70</u>

## A.5 SÉRIE DE FOURIER

### A.5.1 ANÁLISE DE FOURIER

Qualquer função periódica pode ser decomposta num somatório infinito de funções sinusoidais, ou seja, decomposta numa série de senos e cossenos. O desenvolvimento de uma função periódica em termos de

funções sinusoidais designa-se por Série de Fourier e pode ser descrita trigonometricamente através da Equação (26):

$$F(t) = a_0 + \sum_{i=1}^{\infty} (a_i \cos(iwt) + b_i \sin(iwt)) \quad (26)$$

Onde:

$$a_0 = \frac{1}{T} \int_0^T f(t) dt \quad (27)$$

$$a_i = \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \cos(iwt) dt \quad (28)$$

$$b_i = \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \sin(iwt) dt \quad (29)$$

Em que  $a_0$  é o valor médio da função  $f(t)$ ,  $a_i$  é i-ésimo harmónico da função cosseno,  $b_i$  é o i-ésimo harmónico da função seno,  $i$  é número do i-ésimo harmónico,  $T$  é o período da função  $f(t)$ ,  $w$  é a frequência angular da função  $f(t)$  dada por  $w = \frac{2\pi}{T}$  e  $t$  é o tempo [2] [4].

A Equação (26) pode ser descrita somente através de uma função cosseno ou de uma função seno por meio da Equação (30):

$$F(t) = a_0 + \sum_{i=1}^{\infty} d_i \sin(iwt + \phi_i) \quad (30)$$

Onde:

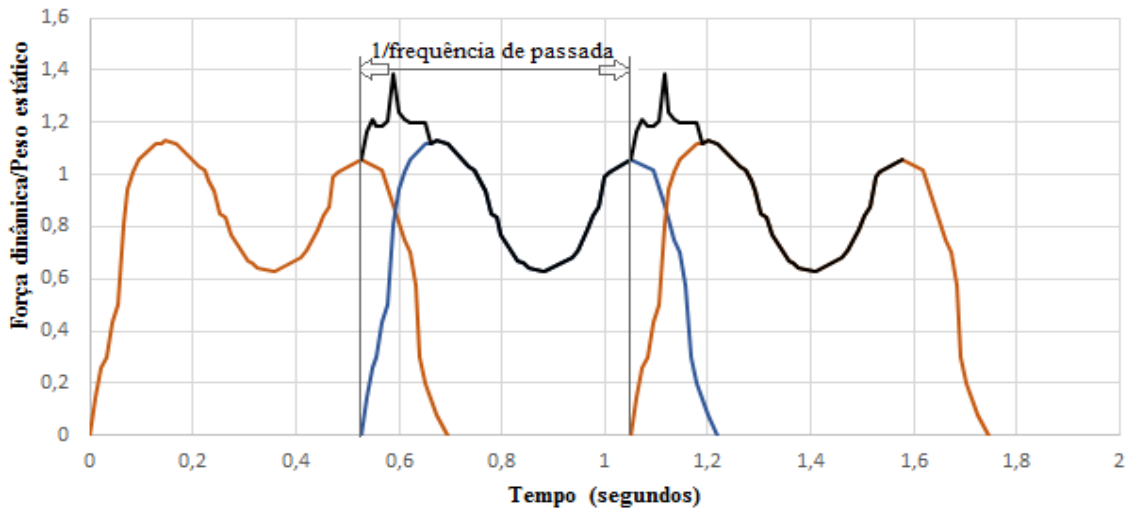
$$d_i = \sqrt{(a_i)^2 + (b_i)^2} \quad (31)$$

$$\phi_i = \tan^{-1}(b_i/a_i) \quad (32)$$

Em que  $d_i$  representa a amplitude do i-ésimo harmónico e  $\phi_i$  o ângulo de mudança de fase ou somente ângulo de fase [2] [4]. As forças dinâmicas induzidas pelos peões em pavimentos, pontes pedonais, escadas, etc... podem ser obtidas reescrevendo a série de Fourier dada pela Equação (30) na série de Fourier apresentada na Subsecção 2.3.2.1 dada pela Equação (9).

Seguidamente, na Figura A.9, encontra-se esquematizado como se realiza uma análise de Fourier a partir de funções de carga, relativas a um passo, determinadas através de ensaios em plataformas de força:

**Sobreposição das funções de carga relativas a um passo e transformação numa função contínua**

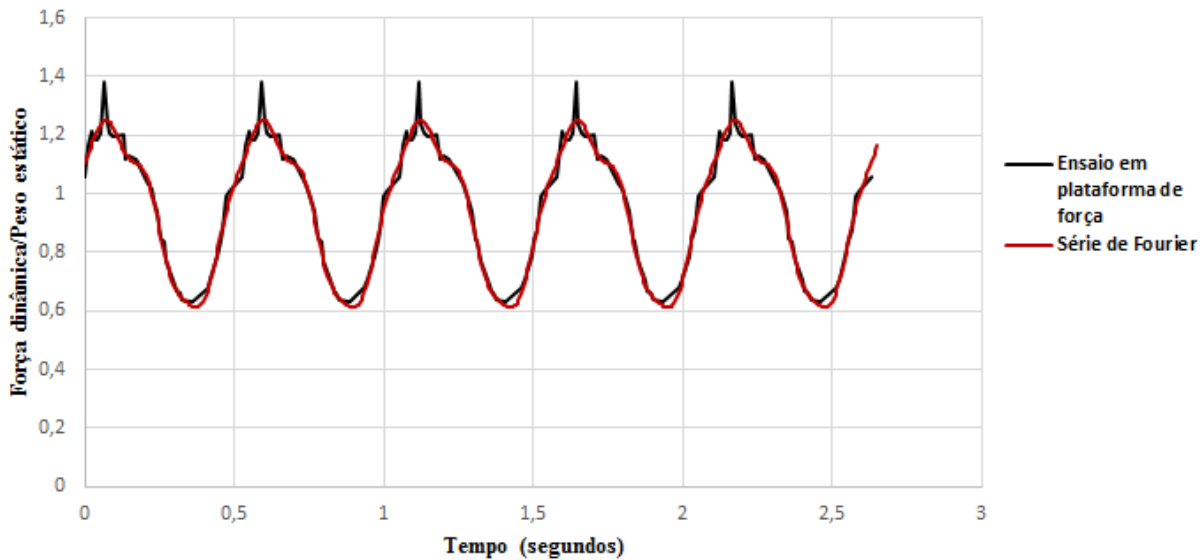


↓  
**Expansão discreta em séries de Fourier**

↓  
**Obtenção da amplitude dos harmónicos  $\alpha_i$  e ângulos de fase  $\phi_i$**

↓  
**Reprodução da função de carga contínua em termos de uma série de Fourier utilizando a expressão (9) normalizada pelo peso próprio  $F(t) = 1 + \sum_{i=1}^n \alpha_i \sin(2\pi i f_{step} t + \phi_i)$**

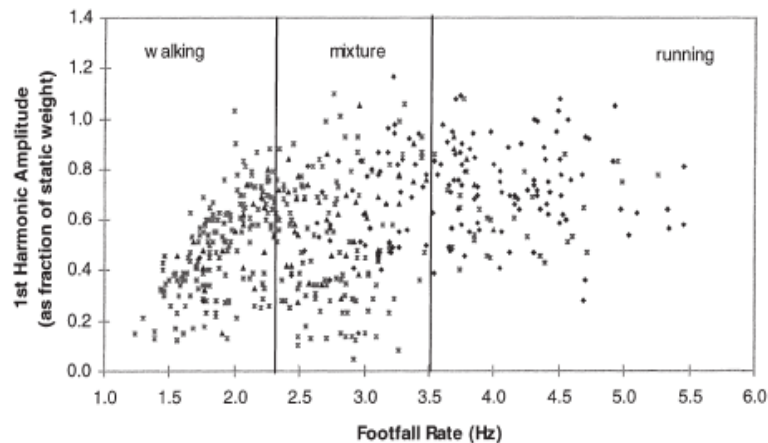
↓  
**Comparação da função contínua obtida através do ensaio em plataforma com a obtida através de uma série de Fourier, dada pela expressão anterior**



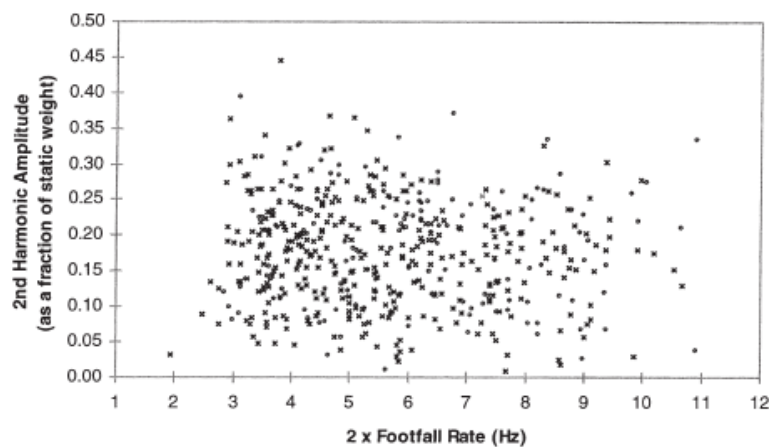
**Figura A.9 – Esquema de uma análise de Fourier a partir de ensaios em plataformas de força**

**A.5.2 HARMÓNICOS**

As Figuras A.10 e A.11 apresentam os valores das amplitudes dos dois primeiros harmónicos obtidos por Kerr e Bishop [2] para a descida de escadas.



**Figura A.10 – Resultados do primeiro harmónico obtidos por Kerr e Bishop [2] para a descida**



**Figura A.11 – Resultados do segundo harmónico obtidos por Kerr e Bishop [2] para a descida**

Observando as figuras anteriores constata-se que as amplitudes dos dois primeiros harmónicos para a descida também apresentam uma grande dispersão. Todavia tal como acontecia para a subida de escadas (ver Subsecção 2.3.2.2) pode-se verificar que as amplitudes dos primeiros harmónicos aumentam com o aumento da frequência de passada. Os resultados dos segundos harmónicos continuam a apresentar grande dispersão não apresentando qualquer tendência com o aumento da frequência de passada. Comparativamente com a subida (ver Subsecção 2.3.2.2), os valores das amplitudes dos primeiros harmónicos são relativamente inferiores, enquanto as amplitudes dos segundos harmónicos são relativamente maiores. Segundo Kerr e Bishop [2] nas descidas, quando se efetua um passo, o peso do corpo é mais rapidamente transferido para a perna oposta para a realização do passo seguinte. Isto faz com que haja uma maior distância entre o pico mínimo e o pico máximo nas funções de carga para as descidas comparativamente com a subida (ver Figuras 2.8 e 2.9, Subsecção 2.3.2.2). Quanto maior a distância entre o pico mínimo e o pico máximo maior a amplitude do segundo harmónico e consequentemente menor a amplitude do primeiro harmónico.

A Figura A.12 apresenta uma FFT de uma função de carga típica para uma descida a 4,3Hz. Para a descida também se verifica que a partir do quarto harmónico as amplitudes tornam-se extremamente pequenas.

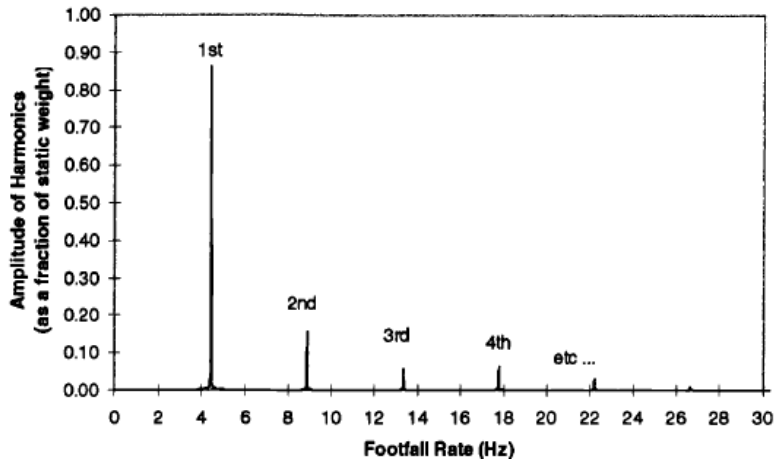


Figura A.12 – Valores das amplitudes dos harmônicos obtidos através de uma FFT, por Kerr e Bishop [2], para uma descida típica a 4,3Hz

González [16] e Kasperski et al. [13] foram outros autores que obtiveram as amplitudes dos harmônicos a partir da realização de ensaios em plataformas de força. Tal como Kerr e Bishop [2] [4] estes autores também apresentam uma grande dispersão nos resultados obtidos. A Tabela A.2 apresenta as amplitudes médias e máximas (como fração do peso próprio) dos 4 primeiros harmônicos obtidos por González [16] para a subida e descida das escadas respetivamente.

Tabela A.2 – Amplitudes máximas e médias obtidas por Gonzalez [16] para a subida e descida de escadas

	Número do Harmónico	Valor Máximo	Valor médio a 2,0Hz	Valor médio a 4,0Hz
Subida	1º	1,61	0,96	0,48
	2º	0,51	0,27	0,14
	3º	0,19	0,11	0,06
	4º	0,09	0,06	0,03
Descida	1º	1,43	0,87	0,60
	2º	0,65	0,39	0,14
	3º	0,33	0,12	0,07
	4º	0,26	0,09	0,04

As Figuras A.13, A.14 e A.15 apresentam as amplitudes dos três primeiros harmônicos obtidos por Kasperski et al. [13] para a subida e descida de escadas.

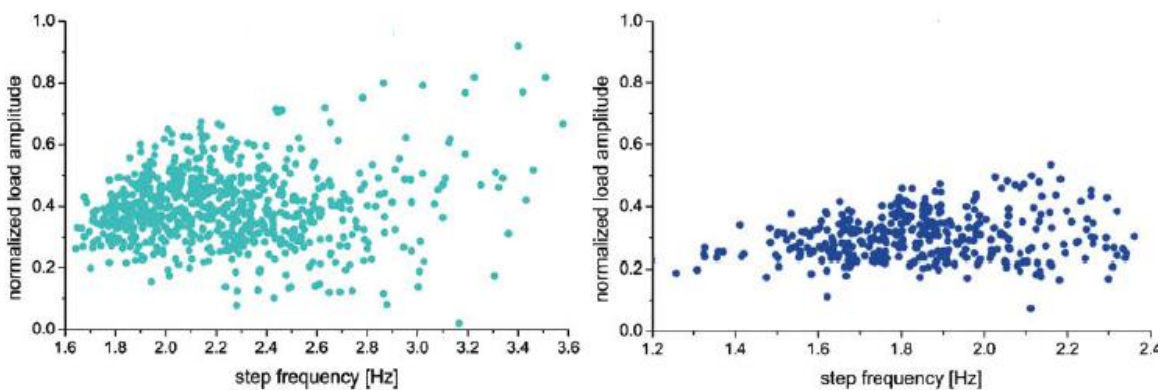
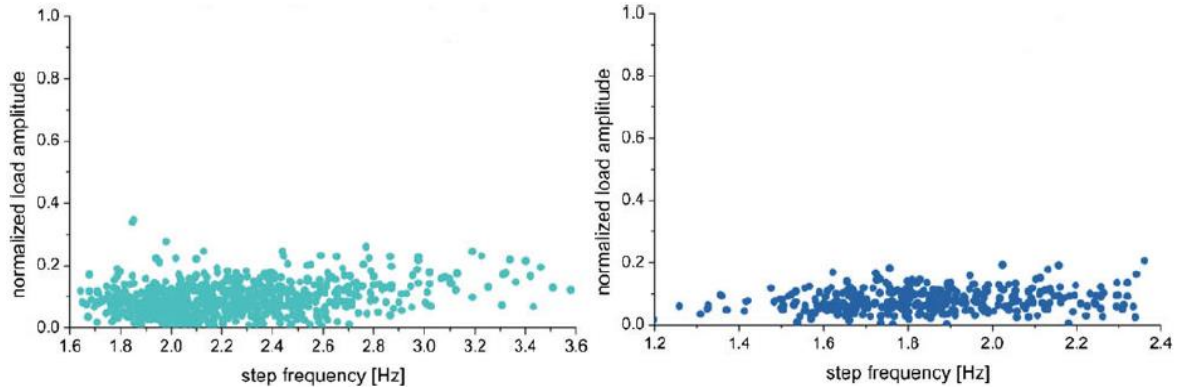
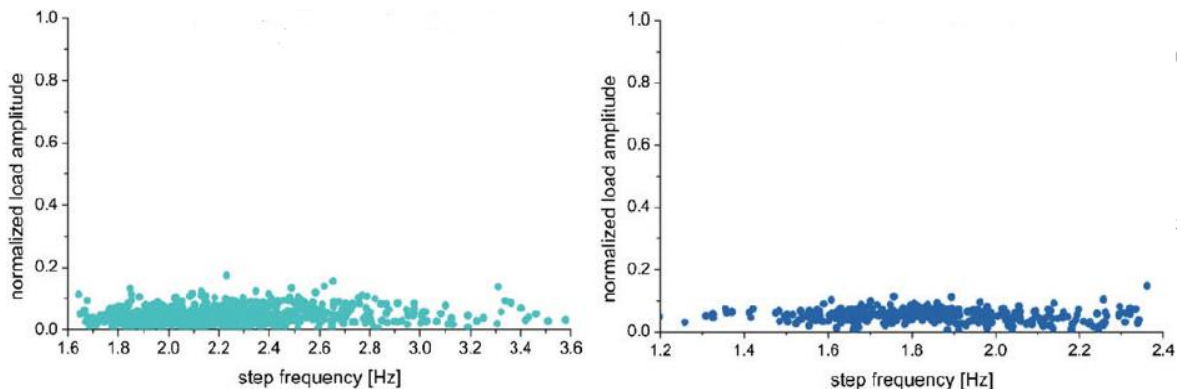


Figura A.13 – Resultados do primeiro harmónico obtidos por Kasperski et al. [13] (à esquerda para a descida e à direita para a subida das escadas)



**Figura A.14 – Resultados do segundo harmónico obtidos por Kasperski et al. [13] (à esquerda para a descida e à direita para a subida das escadas)**



**Figura A.15 – Resultados do terceiro harmónico obtidos por Kasperski et al. [13] (à esquerda para a descida e à direita para a subida das escadas)**

## A.6 PROGRAMA EXPERIMENTAL REALIZADO PELA AUTORA LIGA GAILE

Os ensaios realizados por Gaile [17] [18] consistiram na colocação de dois acelerómetros junto ao centro de gravidade (na parte da frente e na parte de trás) dos intervenientes nos ensaios e medição das suas acelerações ao percorrer uma escada. No caso dos homens o centro de gravidade encontra-se a 57% da sua altura e no caso das mulheres encontra-se a 55% da sua altura. A Figura A.16 ilustra o procedimento experimental. O ângulo  $\alpha$  corresponde à inclinação do centro de gravidade em relação ao plano frontal (ver Figura A.4). A verificação deste ângulo experimentalmente permite que as acelerações após a medição sejam decompostas nos eixos globais (x e y). O ângulo  $\beta$  corresponde à inclinação das escadas.

Nos ensaios foram obtidas acelerações de cerca de 60 passagens pela escada de 18 indivíduos diferentes (11 homens e 7 mulheres). Foi então realizada uma média das acelerações obtidas e posteriormente foram calculados os harmónicos e os ângulos de fase para serem substituídos na série de Fourier (Equação (9), Subsecção 2.3.2.1), de modo a ser obtida uma função de carga.

Para este método os harmónicos são obtidos a partir da média das medições das acelerações dos vários passos consecutivos e das várias passagens dos indivíduos pela escada. Isto significa que apenas se obtém uma amplitude para cada harmónico, ou seja, para o 1º, 2º, 3º, 4º harmónico, etc... apenas tem-se um valor

para a amplitude. Ao contrário dos ensaios realizados em plataformas de força em que se obtém os harmónicos de cada passo para cada passagem individual, fazendo com que haja uma grande dispersão nos valores obtidos das amplitudes dos vários harmónicos. Como pode-se ver por exemplo nas Figuras 2.8 (Subsecção 2.3.2.2), 2.9 (Subsecção 2.3.2.2), A.10 e A.11.

Isto constitui a principal vantagem deste método segundo Gaile [17] [18] em relação aos outros autores que obtêm os harmónicos a partir de ensaios em plataformas de força. Como refere Gaile [17] [18] torna-se mais realista construir a série de Fourier (dada pela Equação (9)) com as amplitudes dos harmónicos obtidas a partir da média dos passos consecutivos de cada indivíduo durante uma passagem e da média de todas as passagens na escada, do que construir a série de Fourier com as amplitudes dos harmónicos obtidas a partir da média dos valores apresentados por exemplo nas Figuras 2.8 (Subsecção 2.3.2.2), 2.9 (Subsecção 2.3.2.2), A.10 e A.11.

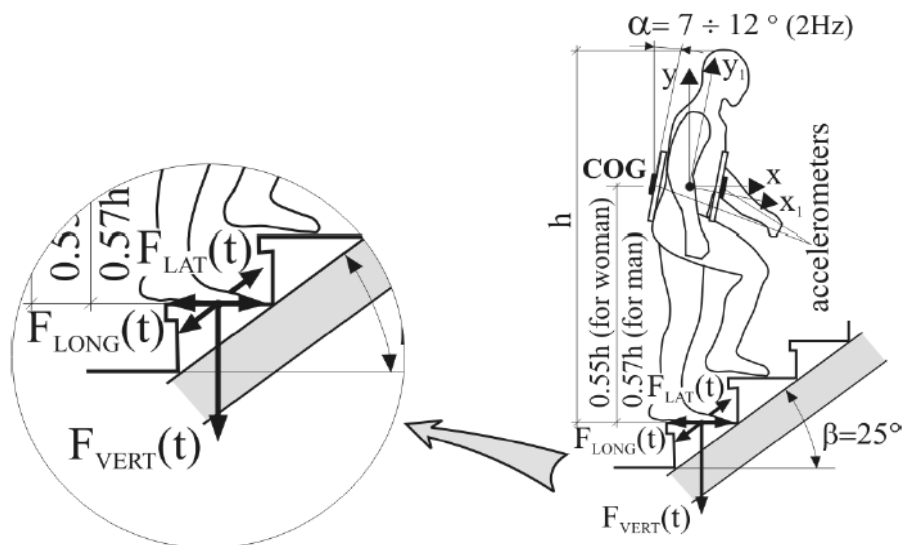


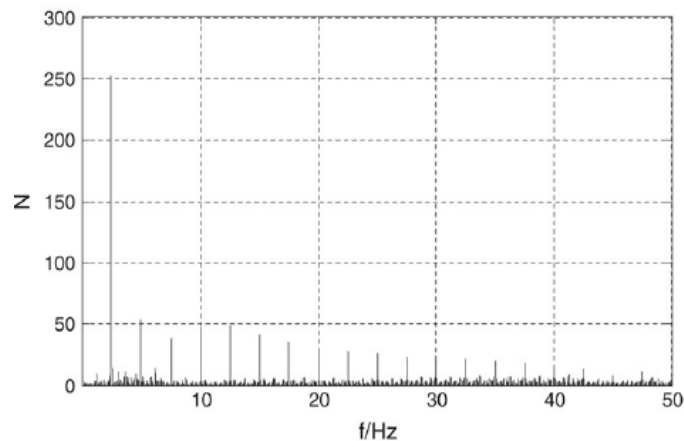
Figura A.16 – Procedimento experimental dos ensaios realizados por Gaile [17] [18]

Os valores das amplitudes dos harmónicos (DLF's *Dynamic Load Factors*) e dos ângulos de fase  $\phi_i$  propostos por Gaile [17] [18], com base nos resultados obtidos na elaboração da sua tese, são apresentados na Subsecção 2.3.2.2, Tabela 2.1.

## A.7 LIMITE ENTRE PAVIMENTOS DE BAIXA FREQUÊNCIA (LFF) E PAVIMENTOS DE ALTA FREQUÊNCIA (HFF)

Normalmente o critério utilizado é que pavimentos com uma frequência fundamental superior à frequência do 4º harmónico (da ação) devem ser considerados como HFF, enquanto pavimentos com uma frequência fundamental inferior à frequência do 4º harmónico (da ação) devem ser considerados como LFF. Isto significa que no caso de superfícies planas, como a frequência de passada máxima é normalmente de 2,5Hz, o limite entre LFF e HFF será de 10Hz. Este é o limite normalmente utilizado pela maioria dos autores para pavimentos [5].

No entanto segundo Brownjonh et al. [20] utilizar a frequência do 4º harmónico como limite pode não ser conservativo. A Figura A.17 mostra um espectro de Fourier (FFT) com as amplitudes dos vários harmónicos de um peão com um peso de 870N a caminhar com uma frequência de passada de 2,4Hz. Como pode-se observar na Figura A.17 existem harmónicos com magnitudes significativas até pelo menos 38Hz, ou seja, muito para além do 4º Harmónico (da ação). Isto demonstra, como refere Brownjonh et al. [20], que ainda há energia suficiente nos harmónicos superiores ao 4º para que efeitos ressonantes possam ocorrer.



**Figura A.17 – Amplitudes dos harmónicos para um peão, com um peso de 870N, a caminhar com uma frequência de passada de 2,4Hz [20]**

No caso das escadas o limite entre baixa frequência e alta frequência ainda é mais discutível, não havendo muita informação na bibliografia sobre qual é o que deve ser aplicado. Mesmo admitindo que a partir do 4º harmónico (da ação) os restantes harmónicos não apresentem energia suficiente para causar efeitos ressonantes, logo fazendo a frequência do 4º harmónico (da ação) como limite, no caso das escadas (como pode-se ver na Subsecção 2.2.2.2) há a possibilidade de percorrê-las com frequências de passada a rondar os 4Hz, o que faz com que a frequência do 4º harmónico seja de 16Hz. Portanto isto pode significar que escadas com frequências fundamentais inferiores a 16Hz devem ser tratadas como sendo de baixa frequência havendo a possibilidade da existência de efeitos ressonantes. O único regulamento encontrado na bibliografia que faz referência a este limite para as escadas é o SCI P354 [7] que indica que as escadas até 12Hz devem ser tratadas como escadas de baixa frequência. Este limite pelo que foi referido anteriormente pode não ser o mais indicado.

Agora outra questão poderá colocar-se, será que as escadas ou pavimentos em geral com baixa frequência respondem apenas em ressonância. De facto não, os pavimentos em geral com baixa frequência também podem responder impulsivamente. Por exemplo se um pavimento tiver uma frequência fundamental de 7Hz e for excitado por um peão a se deslocar com uma frequência de 2Hz, a sua resposta será impulsiva pois esta frequência de passada não corresponde a um submúltiplo da frequência fundamental da estrutura. O que significa que uma resposta em ressonância não é atingida.

## A.8 EXEMPLO DE APLICAÇÃO ANÁLISE *STEADY STATE*

Neste anexo é descrito um exemplo de aplicação da análise *Steady State* dado por Davis et al. [23]. O gráfico da FRF presente na Figura A.18 foi obtido através de um análise de *Steady State* devido à aplicação de uma carga unitária a meio vão das escadas. A aplicação de uma força de valor unitário tem a vantagem de se obter a magnitude da aceleração nas unidades %g/N. O valor máximo da magnitude da aceleração é de 0,0751%g/N. Visto que a magnitude máxima ocorre para uma frequência fundamental de 6,1Hz isto significa que descer ou subir as escadas com frequências de passada de 3,05Hz (segundo submúltiplo) e de 2,03Hz (terceiro submúltiplo) originará acelerações mais elevadas.

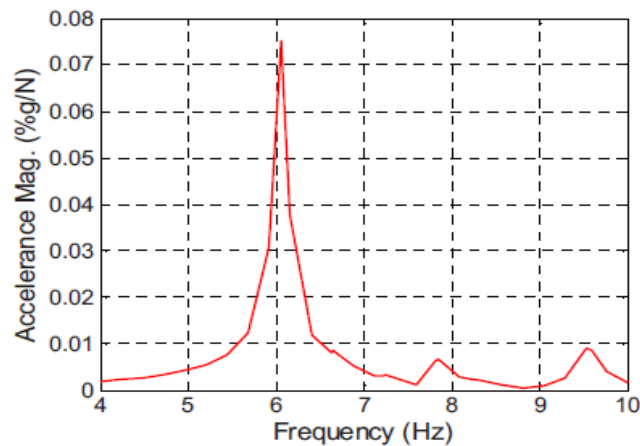


Figura A.18 – Gráfico de uma FRF obtida através de uma análise *Steady State*

Subir ou descer a 1,53Hz (quarto submúltiplo) não parece plausível portanto não será referido neste exemplo. A média das amplitudes do segundo e terceiro harmónico para a descida de escadas obtidas por Kerr [4] é de 0,2 e de 0,09, respetivamente (ver Tabela A.3). Tendo em conta que o peso médio de um peão comum, segundo Davis et al. [21], é de aproximadamente 746N, as acelerações de pico para 3,05Hz e 2,03Hz podem ser calculadas da seguinte maneira,  $a_{peak}(3,05Hz) = 746 \times 0,2 \times 0,0751 = 11,2\%g$  e  $a_{peak}(2,03Hz) = 746 \times 0,09 \times 0,0751 = 5,04\%g$ .

Na Tabela A.3 são mostrados os valores médios e com uma probabilidade de 75% de não serem excedidos dos harmónicos definidos por Kerr [4], bem como as amplitudes, dos mesmos, multiplicadas pelo peso médio de um peão comum (referido anteriormente) que devem ser utilizadas em fase de projeto. A Tabela A.3 é apresentada por Davis et al. [23] no seu artigo.

Tabela A.3 – Amplitudes médias e de dimensionamento dos harmónicos definidos por Kerr [4] apresentadas por Davis et al. [23]

Descrição	DLF médio	DLF dimensionamento (75%)	Amplitude dos harmónicos, dimensionamento (N)
Subida, segundo harmónico	0,13	0,16	120
Subida, terceiro harmónico	0,06	0,08	60
Subida, quarto harmónico	0,03	0,04	30
Descida, segundo harmónico	0,2	0,25	190
Descida, terceiro harmónico	0,09	0,11	80
Descida, quarto harmónico	0,06	0,08	60

## A.9 IMPULSO EFETIVO

Os autores Middleton et al. [19] apresentam o impulso efetivo no mesmo formato que a Equação (12) (Subsecção 2.4.2.2), definida por Willford et al. [24] [25], porém com coeficientes diferentes. Estes novos coeficientes são baseados num estudo não publicado em que foram utilizadas mais de 13000 funções de carga diferentes. Os coeficientes obtidos são apresentados na Equação (33):

$$I_{eff} = 0,7965 f_s^{0,36197} / f_i^{0,4855} \quad (33)$$

Segundo Brownjohn et al. [20] determinar novos coeficientes para o impulso efetivo é um processo “inglório”, no entanto há fortes indicações que coeficientes significativamente diferentes daqueles da Equação (12) devem ser empregues e isso requer a obtenção de um número extensivo de funções de carga.

Os autores A.Mohammed e V.Racic [32] obtiveram uma nova expressão para o impulsivo efetivo multiplicando a Equação (12) por um fator que tem em conta o facto de que o impulso aumenta com o aumento da frequência de passada e diminuí com o aumento da frequência natural. Na Tabela A.4 é apresentada a equação referente ao novo impulso efetivo para diferentes coeficientes de amortecimento.

**Tabela A.4 – Nova expressão do impulso efetivo definida por A.Mohammed e V.Racic [32] para diferentes coeficientes de amortecimento**

Para 1% de amortecimento	$I_{eff} = 45 f_s^{1,43} / f_i^{1,30} e^{\left(\frac{f_s}{f_i}\right)^{2,8}}$
Para 2% de amortecimento	$I_{eff} = 45 f_s^{1,43} / f_i^{1,30} e^{\left(\frac{f_s}{f_i}\right)^{2,5}}$
Para 3% de amortecimento	$I_{eff} = 45 f_s^{1,43} / f_i^{1,30} e^{\left(\frac{f_s}{f_i}\right)^{2,2}}$
Para 4% de amortecimento	$I_{eff} = 45 f_s^{1,43} / f_i^{1,30} e^{\left(\frac{f_s}{f_i}\right)^{1,8}}$

## A.10 RESPOSTA PROVOCADA POR UM GRUPO DE PEÕES

Na Subsecção 2.4.3 foram referidos os fatores de amplificação obtidos por Bishop [3] com base em simulações de Monte de Carlo, contudo o mesmo autor também analisou o efeito de grupo mediante a realização de ensaios experimentais. Bishop [3] mediu experimentalmente as vibrações numa escada metálica provocadas por um grupo de 27 peões a percorrê-la e comparou-as com as vibrações provocadas por dois peões colocados a percorrê-la individualmente. Na Figura A.19 são apresentados os resultados obtidos em função do fator R (explicado no Anexo A.11). A resposta obtida pelo grupo de 27 peões é cerca de 3 vezes superior à resposta obtida por um peão. De notar também que para frequências de passada

de 2,5Hz o efeito de grupo torna-se praticamente negligenciável, isto segundo Bishop [3] deve-se ao facto de que (possivelmente) para frequências de passada baixas os indivíduos num grupo têm menos tendência para andar sincronizados.

Como foi referido na Subsecção 2.4.3 com objetivo de desenvolver o trabalho elaborado por Bishop [3], Kerr [4] realizou simulações através do método de Monte Carlo para os três seguintes casos: peões com diferentes frequências de passada, peões com frequências de passada aproximadas com apenas uma diferença de 10% e peões com a mesma frequência de passada.

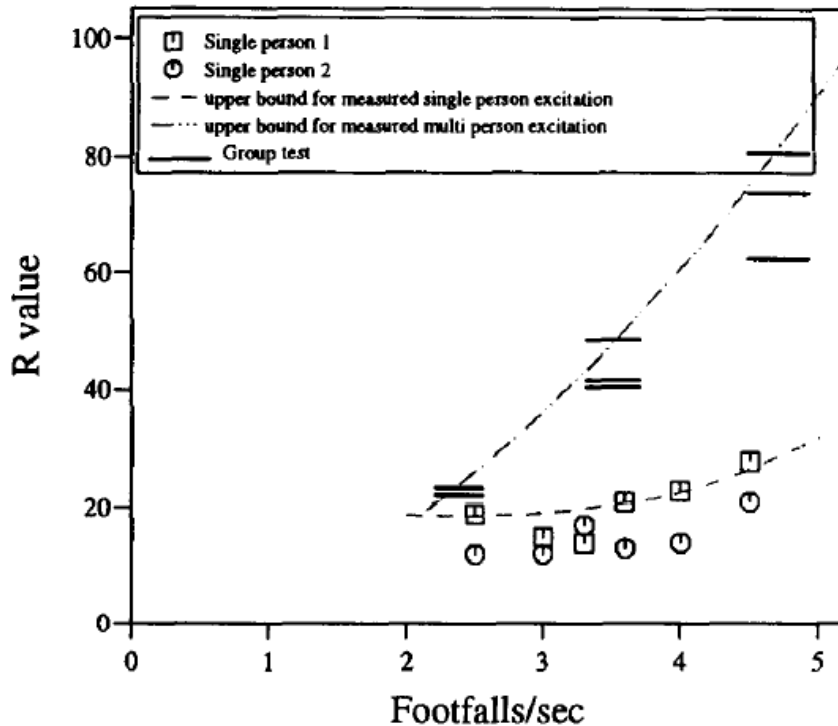
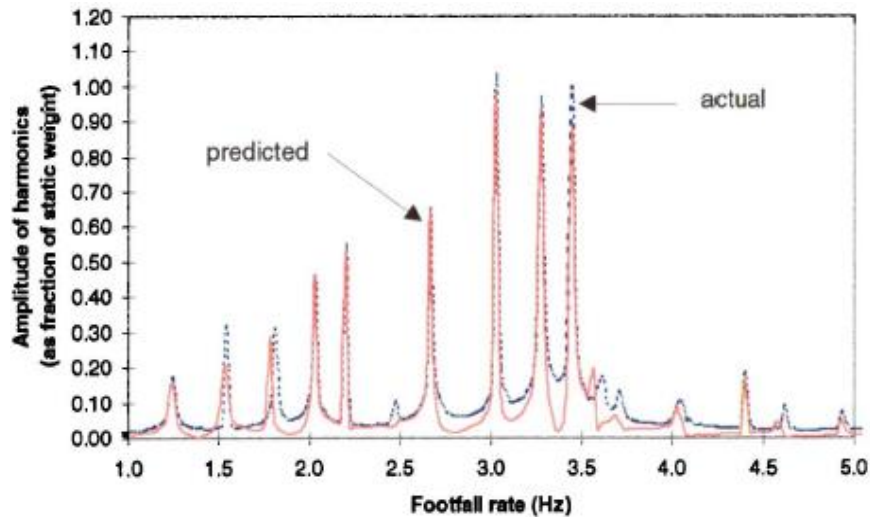


Figura A.19 – Comparação das vibrações individuais com as de um grupo de pessoas [3]

Para o primeiro caso foi escolhido simular um grupo de 9 sujeitos. Foram utilizadas 9 funções de carga com uma diferença na frequência de passada entre cada uma de 0,25Hz. Foi também utilizado nas simulações um ângulo de fase a variar entre 0 e  $2\pi$ . A Figura A.20 mostra o resultado dos harmónicos obtidos até uma frequência de passada de 5Hz. A linha contínua com a legenda “*predicted*” representa os valores dos harmónicos obtidos após as simulações de Monte Carlo e a linha a tracejado com a legenda “*actual*” representa os valores dos harmónicos das 9 funções de carga antes de serem realizados as simulações de Monte Carlo. Os picos com maior magnitude representam os primeiros harmónicos e os picos de menor magnitude representam os restantes harmónicos. Como podemos ver não existe uma diferença substancial entre a linha “*predicted*” e “*actual*” portanto Kerr [4] conclui que os efeitos de grupo são desprezáveis quando os indivíduos percorrem a escada com diferentes frequências de passada.



**Figura A.20 – Comparação dos harmônicos obtidos antes (actual) e após (predicted) as simulações Monte Carlo para indivíduos com diferentes frequências de passada [4]**

No segundo caso foi também escolhido um grupo de 9 indivíduos correspondendo a 9 funções de carga diferentes com uma frequência de passada a variar 10% entre cada uma. Foi utilizado primeiramente um ângulo de fase a variar entre 0 e  $2\pi$  e posteriormente a variar entre 0 e  $\pi$ . A partir das simulações com o método Monte Carlo o valor do primeiro harmônico obtido foi de 0,70 para um ângulo de fase a variar entre 0 e  $2\pi$  e de 1,10 para um ângulo de fase a variar entre 0 e  $\pi$ . O Valor médio do primeiro harmônico das funções de carga antes das simulações foi de 0,37. Com base nos valores obtidos para o primeiro harmônico, Kerr [4] afirma que é provável que fatores de amplificação, respetivamente de 2 e 3 sejam possíveis de ocorrer em escadas cuja frequência de passada dos indivíduos seja relativamente aproximada.

Observações em escadas de estações subterrâneas mostraram que à medida que o grau de ocupação aumenta os movimentos efetuados pelos diferentes indivíduos tornam-se coerentes. Foi comum observar que as pessoas ao percorrerem as escadas têm tendência para “imitar” o movimento da pessoa que se encontra à sua frente. Esta ação faz com que aconteçam duas coisas. Primeiro as frequências de passada tornam-se muito próximas e segundo o desfasamento entre os indivíduos torna-se muito pequeno (para grupos pequenos) [4]. O último caso teve como objetivo quantificar o fator de amplificação quando os indivíduos percorrem a escada com a mesma frequência de passada. Para este caso foram escolhidos simular um grupo de 4 e 9 peões. Os resultados obtidos para este caso foram apresentados, tal como acontece com as simulações realizadas por Bishop [3], através de uma função densidade de probabilidade vs fatores de amplificação. A Figura A.21 apresenta os fatores de amplificação com maior probabilidade de ocorrer para um ângulo de fase a variar entre 0 e  $2\pi$  e a Figura A.22 apresenta os fatores de amplificação com maior probabilidade de ocorrer para um ângulo de fase a variar entre 0 e  $\pi$ .

Segundo Kerr [4] fatores de amplificação de 1,6 para um grupo de 4 pessoas e de 2,2 para um grupo de 9 são mais prováveis de ocorrer quando existe uma variação do ângulo de fase de 0 a  $2\pi$  e fatores de amplificação de 3 para um grupo de 4 pessoas e de 6 para um grupo de 9 são mais prováveis de ocorrer quando existe uma variação do ângulo de fase de 0 a  $\pi$ .

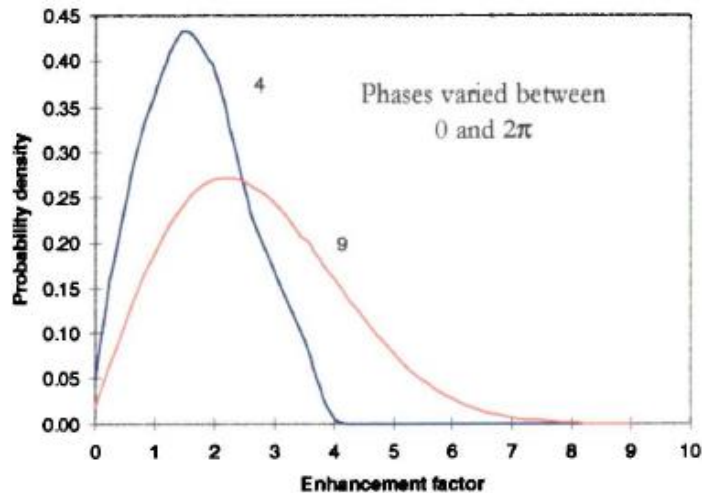


Figura A.21 – Função densidade de probabilidade vs fatores de amplificação para ângulos de fase a variar entre  $0$  e  $2\pi$  [4]

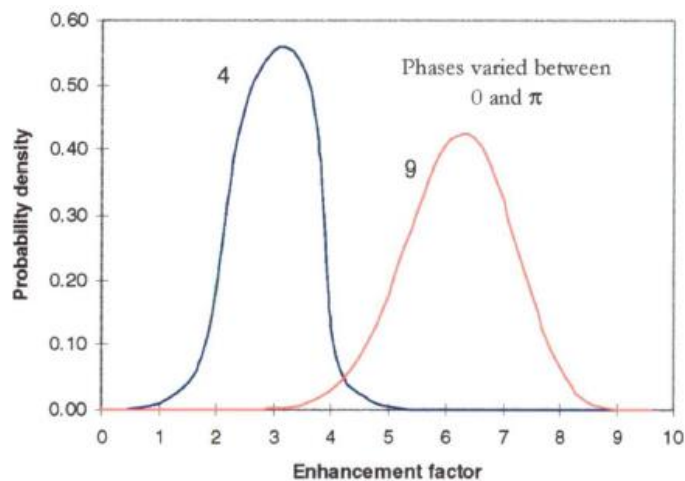


Figura A.22 – Função densidade de probabilidade vs fatores de amplificação para ângulos de fase a variar entre  $0$  e  $\pi$  [4]

O facto de um grupo de indivíduos originar um nível de vibrações mais elevado não está somente relacionado com o aumento da carga que é aplicada às estruturas. Outro fenómeno que está associado a grupos de peões e que pode originar vibrações significativas é o fenómeno de sincronização lateral ou *lock in*. Este fenómeno foi responsável pelo encerramento das pontes pedonais de Solférino, em Paris e Millennium, em Londres em 1999 e 2000 respetivamente, no dia da sua inauguração [35]. Diz-se que o fenómeno de sincronização lateral ocorre quando um grupo de peões coordena o seu movimento lateral (devido ao balanço lateral do centro de gravidade) com o movimento lateral da estrutura, ou seja, quando as frequências laterais dos indivíduos num grupo igualam a frequência fundamental lateral da estrutura [1]. À medida que um ser humano se desloca existe um balanço lateral do seu centro de gravidade. Este balanço lateral do centro de gravidade ocorre para metade da frequência de passada, ou seja, se um ser humano se deslocar com uma frequência de passada de 2Hz a sua frequência lateral será de 1Hz [1] [17]. Ver ilustração na Figura A.23.

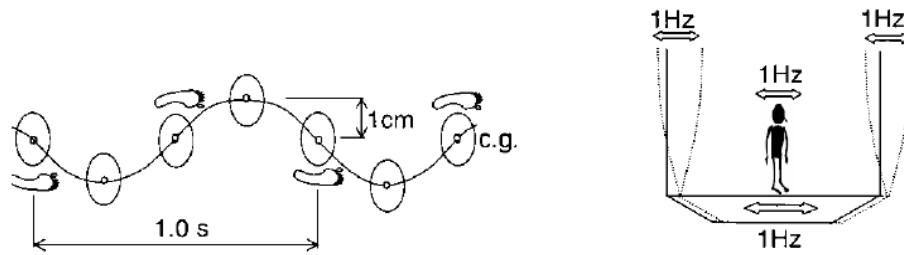


Figura A.23 – Mecanismo da vibração lateral, oscilação do centro de gravidade [1]

Tendo em conta que a frequência de passada comumente utilizada em superfícies horizontais planas é de 2Hz, isto significa que a frequência lateral ocorre para 1Hz. Este aspeto tem especial relevância nas pontes pedonais porque muitas pontes pedonais correntes apresentam frequências fundamentais laterais nesta gama de valores (Figura A.24), logo havendo a possibilidade de efeitos ressonantes ocorrerem [35].

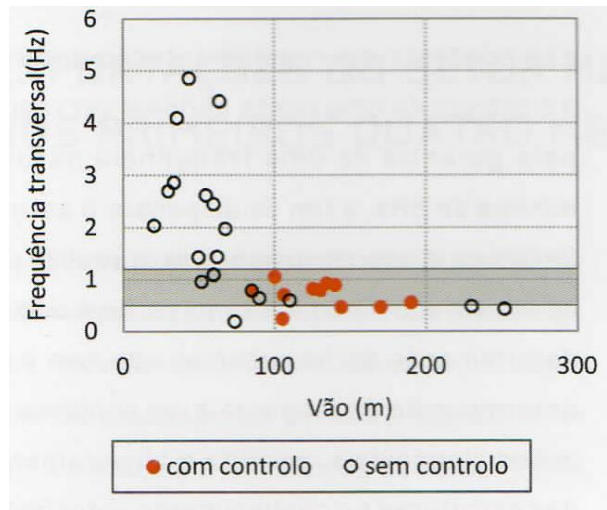


Figura A.24 – Frequências transversais segundo o vão da ponte pedonal, adaptado de Caetano, 2014 [35]

Nas escadas o fenómeno de *lock in* não tem tanta relevância, aliás não foi encontrado na bibliografia registos sobre fenómenos de *lock in* ocorridos em escadas. Isto deve-se sobretudo, como foi verificado na documentação consultada e nos ensaios experimentais realizados no âmbito desta dissertação (ver Capítulos 3 e 4) ao facto dos modos de vibração laterais terem frequências elevadas, muito superiores às frequências laterais normalmente utilizadas na descida e subida de escadas. O que torna os efeitos ressonantes difíceis de ocorrer devido ao *lock in*.

## A.11 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA DE ANÁLISES DINÂMICAS REALIZADAS EM ESCADAS

Neste anexo pretende-se fazer uma revisão bibliográfica das análises dinâmicas realizadas em escadas por diferentes autores.

Bishop [3] foi um dos primeiros autores que comparou as vibrações em escadas medidas experimentalmente com as obtidas numericamente. O mesmo mediu as vibrações em 4 escadas diferentes

causadas por um peão a percorrê-las com diferentes frequências de passada. A Figura A.25 apresenta a comparação entre os resultados obtidos experimentalmente e os resultados obtidos numericamente na escada 4 para diferentes frequências de passada. A linha contínua representa a “time history” das vibrações, estimada a partir das medições realizadas por Alcock e Lander no âmbito de um projeto realizado na universidade de Bristol, Reino Unido, os símbolos representam os picos das vibrações obtidos numericamente e a linha a tracejado representa as vibrações obtidas experimentalmente. Embora exista informação relativamente à maneira como foram obtidos os resultados numéricos representados pelos símbolos, o mesmo não acontece para os resultados representados pela linha contínua. Os resultados das vibrações são dados em termos de um fator R, fator este que deve ser multiplicado pelas curvas base de aceleração presentes na BS 6472 [9].

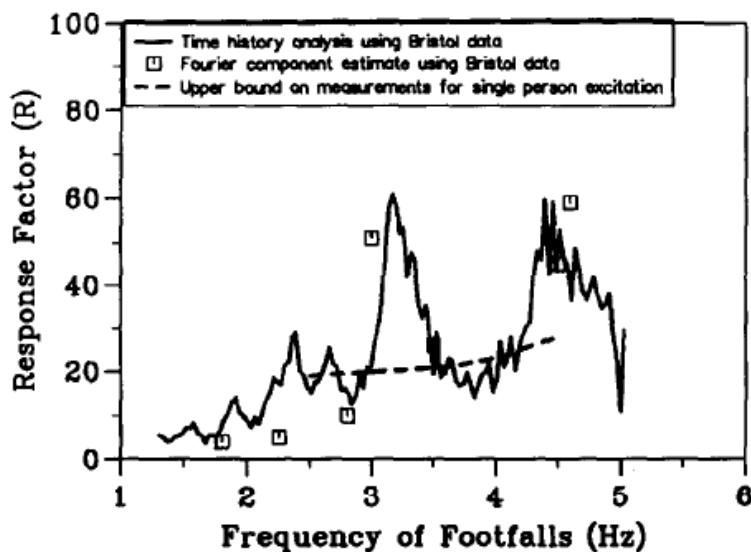


Figura A.25 – Comparação dos resultados numéricos com os experimentais, obtidos por Bishop [3] para a escada 4

A escada 4 tem uma frequência natural de 9Hz. Observando a figura anterior repara-se que as vibrações numéricas para os submúltiplos da frequência natural são substancialmente mais elevadas, no entanto Bishop [3] não verificou isso para as vibrações obtidas experimentalmente. Na realização do seu trabalho Bishop [3] registou três principais problemas no projeto de escadas flexíveis, a caracterização da ação humana não está bem definida para este tipo de estruturas, pouca informação pode ser encontrada para quantificar o efeito relativo a um grupo de pessoas e falta de especificação nos regulamentos quanto o nível de vibrações aceitáveis.

Davis et al. [23] também registaram experimentalmente acelerações numa escada flexível metálica e compararam-nas com as obtidas numericamente. A escada utilizada neste estudo possui uma frequência natural de 7,8Hz. Para que fossem obtidas experimentalmente as acelerações máximas, os intervenientes nos ensaios foram colocados a percorrer a escada com frequências de passada de 3,65Hz, 2,43Hz e 1,83Hz, primeiro, segundo e terceiro submúltiplos da frequência natural da escada respetivamente. Para efeitos de comparação Davis et al. [23] realizaram um modelo numérico detalhado das escadas utilizando o programa de cálculo SAP2000 e através de uma análise *Steady State* obtiveram as acelerações numéricas.

Este método é descrito com detalhe na Subsecção 2.4.2.1. Na Tabela A.5 encontra-se a comparação dos resultados experimentais com os obtidos numericamente através da análise *Steady State*, para o segundo e terceiro harmónico (subida e descida). As acelerações são apresentadas em percentagem da aceleração gravítica ( $9,8\text{m/s}^2$ ). Através da comparação dos resultados verifica-se que existe uma clara sobrestimação dos resultados utilizando a análise *Steady State*. Para colmatar esta diferença Davis et al. [23] sugerem a multiplicação dos resultados obtidos através da análise *Steady State* por um coeficiente de ajustamento de 0,35.

**Tabela A.5 – Comparação dos resultados experimentais e numéricos, obtidos por Davis et al. [23]**

<i>Descrição</i>	<i>Aceleração de pico Experimental (%g)</i>	<i>Aceleração de pico Numérica (%g)</i>	<i>Rácio (Experimental/Numérico)</i>
Subida, Segundo harmónico (3,65Hz)	4,1	5,6	0,73
Subida, Terceiro harmónico (2,43Hz)	1,1	3,7	0,30
Descida, Segundo harmónico (3,65Hz)	4,7	12	0,39
Descida, Terceiro harmónico (2,43Hz)	1,7	5,6	0,30
		<u>Média</u>	0,43
		<u>Média, excluindo</u>	0,33
		<u>0,73</u>	

Para validar o seu trabalho realizado com plataformas de força em escadas, González [16] mediu experimentalmente acelerações numa escada metálica e comparou-as com as acelerações numéricas obtidas aplicando as funções de carga dos seus ensaios num modelo numérico, realizado com o SAP2000. Através do modelo numérico elaborado no SAP000 González [16] obteve uma frequência fundamental vertical de 9,92Hz. Visto que percorrer a escada com uma frequência de passada de 4,96Hz (segundo submúltiplo ou harmónico) é praticamente inexecutável, isto significa que as acelerações máximas ocorrerão para 3,31Hz (terceiro submúltiplo ou harmónico) e 2,48Hz (quarto submúltiplo ou harmónico). O autor não obteve experimentalmente funções de carga para estas frequências de passada, portanto utilizou duas funções de carga com uma frequência de 3,88Hz e de 1,60Hz. As funções de carga escolhidas pertenciam a descidas porque representam o caso mais condicionante. Para serem comparadas na mesma base as acelerações experimentais também foram obtidas para descidas com as mesmas frequências de passada (3,88Hz e 1,60Hz). A Tabela A.6 apresenta a comparação das acelerações numéricas com as experimentais. A aceleração de pico para a descida a 1,60Hz obtida numericamente é muito inferior à verificada experimentalmente. Segundo González [16] isto acontece porque, numericamente, foi sempre aplicada a mesma função de carga, enquanto experimentalmente a forma da função de carga altera significativamente com a elaboração de passos consecutivos. O facto de terem sido utilizadas frequências de passada diferentes dos submúltiplos da frequência natural da escada significa que uma resposta em ressonância não foi obtida, diminuindo assim os valores obtidos.

**Tabela A.6 – Comparação dos resultados experimentais e numéricos, obtidos por Gonzalez [16]**

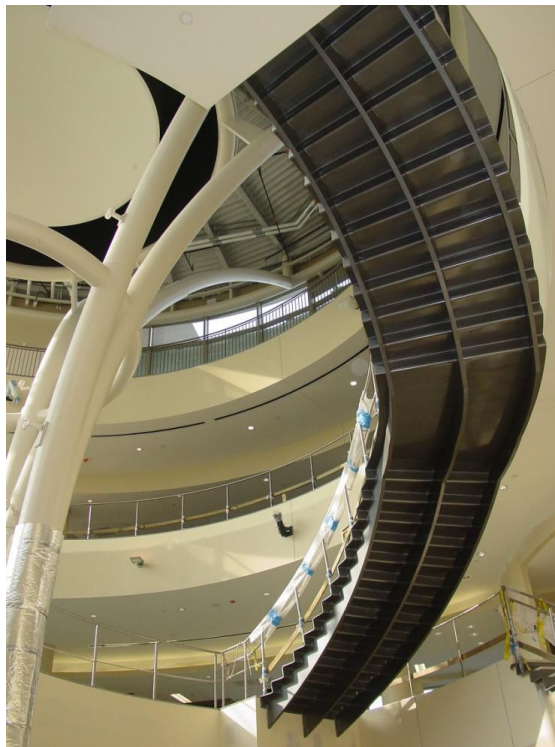
<i>Descida</i>	<i>Aceleração de pico (g)</i>	
	<i>Experimental</i>	<i>Numérico</i>
3,88Hz	0,127	0,11
1,60Hz	0,108	0,057

Huntington e Mooney [36] apresentam um caso de estudo realizado pela equipa de engenheiros da KJWW numa escada metálica monumental curva com cerca de 12 metros (ver Figura A.26). Cinco meses após a inauguração da escada o dono da obra começou a registar algumas reclamações, por parte dos utilizadores, relativas à excessiva vibração. Antes de ser tomada qualquer decisão acerca da medida de reforço a adotar os engenheiros da KJWW testaram a escada para determinar o nível de vibração a que esta estava sujeita. Através de um acelerómetro USB Huntington e Mooney [36] registaram a aceleração máxima verificada nas escadas. Um modelo numérico da escada com o objetivo de obter as acelerações também foi criado seguindo as instruções presentes no regulamento AISC 11 [11]. A escada primeiramente foi modelada como uma viga simplesmente apoiada e seguidamente como uma viga curva simplesmente apoiada, sendo as acelerações posteriormente calculadas para estes dois modelos com as expressões simplificadas presentes no AISC 11 [11]. A Tabela A.7 mostra as acelerações de pico experimentais e numéricas obtidas pelo AISC 11 [11]. As acelerações são apresentadas como fração da aceleração gravítica. Os resultados obtidos numericamente demonstram que a utilização de modelos e métodos simplificados muitas vezes podem levar à obtenção de resultados sobrestimados. Outro aspeto a salientar é o de que as acelerações numéricas foram obtidas utilizando informações relativas a pontes interiores, visto que o AISC 11 [11] não apresenta informações relativas a escadas, o que pode ter influenciado os resultados. As frequências de passada utilizadas pelos intervenientes não foram tidas em conta por parte dos autores, o que pode significar que as acelerações máximas obtidas não tenham sido as mais elevadas.

**Tabela A.7 – Comparação dos resultados experimentais e numéricos obtidos por Huntington e Mooney [22]**

<i>Subida</i>	<i>Aceleração de pico</i>
Experimental	0,019 g
Numérico, Análise como viga	0,069 g
Numérico, Análise como viga curva	0,111 g

A medida adotada para mitigar as vibrações foi a utilização de um amortecedor de massa sincronizada (TMD). Após a aplicação do TMD Huntington e Mooney [36] verificaram que a aceleração de pico diminuiu para 0,007g e que o amortecimento aumentou significativamente, sendo que as durações das respostas passaram de 20 segundos ou mais para menos de 1 segundo.



**Figura A.26 – Escada metálica monumental curva analisada pela equipa de engenheiros da KJWW em que foram reportadas vibrações excessivas [36]**

Kim et al. [29] estudaram o comportamento em serviço de dois tipos de escadas, metálicas e reforçadas com betão, utilizando 6 maquetes em tamanho real. Os autores deste estudo apenas mediram as acelerações experimentalmente, não comparando as mesmas com nenhum modelo numérico. A medição das acelerações foi feita através de subidas e descidas, com um indivíduo a percorrer as 6 escadas com uma frequência de passada de 1,8Hz. A aceleração máxima obtida foi de aproximadamente 1,6% g r.m.s. Os ensaios experimentais realizados, para determinação das características dinâmicas, indicaram frequências naturais bastante elevadas para as 6 escadas, variando entre 51 e 77Hz. Segundo os mesmos autores frequências naturais tão elevadas parecem não ser muito realistas. Kim et al. [29] concluíram que as escadas reforçadas com betão tinham um melhor comportamento que as escadas metálicas, contudo todas as escadas encontram-se dentro dos limites admissíveis propostos por Bishop [3] e AISC 11 [11]. De referir ainda que Kim et al. [23] obtiveram acelerações relativamente maiores para a subida do que para a descida, não estando de acordo com o verificado por outros autores.

Os restantes autores Eid et al, Setareh, Howes et al. e Gordon [31] [33] [37] [38] apenas quantificaram as vibrações numericamente. Para tal utilizam o programa de cálculo SAP2000.

Setareh [33] apresenta uma análise dinâmica realizada em fase de projeto de uma escada metálica monumental. Como inicialmente a escada tinha sido dimensionada apenas para resistir às cargas estáticas, isto originou uma frequência fundamental inicial demasiado baixa. Para evitar vibrações excessivas em serviço foram feitas modificações ao modelo numérico inicial da escada com o objetivo de aumentar a frequência natural, logo diminuir as vibrações. Após efetuadas as várias modificações a frequência fundamental obtida foi de 9,15Hz. Para validar dinamicamente este modelo Setareh [33] analisou as

acelerações numericamente utilizando dois métodos, através de uma série de Fourier utilizando a Equação (9) construída com os harmónicos dados por Kerr [4] e através da análise *Steady State*. A série de Fourier foi aplicada no modelo numérico com uma frequência de passada de 3,05Hz (3º submúltiplo da frequência natural) e de 2,29Hz (4º submúltiplo da frequência natural) com objetivo de serem obtidas as acelerações máximas em ressonância. A aceleração de pico para 3,05Hz foi de 0,087g e para 2,29Hz foi de 0,059g. As acelerações de pico obtidas através da análise *Steady State* foram de 0,10g e de 0,070g para 3,05Hz e 2,29Hz respetivamente. Tendo em conta os resultados obtidos pela série de Fourier e os pela análise *Steady State* foi calculado um coeficiente de ajustamento de 0,84. Este coeficiente deve ser aplicado aos resultados obtidos pela análise *Steady State*. Isto significa segundo Setareh [33] que o coeficiente de ajustamento de 0,35 recomendado por Davis et al. [23] pode não ser conservativo. Tendo em conta que os peões normalmente não se deslocam com frequências de passada igualando um dos submúltiplos da frequência natural da escada, sendo apenas este o cenário mais gravoso, a aceleração de pico também foi obtida para o caso mais comum de 2Hz. A aceleração de pico para 2Hz foi de 0,012g. Após obtidos os resultados o autor comparou os mesmos com os limites aceitáveis presentes no SCI P354 [7]. As acelerações de pico para as frequências de passada de 3,05Hz e 2,29Hz não estão dentro dos limites aceitáveis, mas para um andamento comum a 2Hz a aceleração de pico está dentro do limite aceitável.

Eid et al. [31] conduziram uma análise dinâmica num modelo numérico de umas escadas metálicas situadas numa universidade em Toronto, Canadá. O principal objetivo de Eid et al. 2011 [31] era obter as acelerações numéricas nas escadas tendo em conta apenas os dados fornecidos pelos dois principais regulamentos existentes para análise dinâmica de estruturas metálicas AISC 11 [11] e SCI P354 [7]. Ambos os regulamentos recomendam a utilização de uma função de carga dada por uma série de Fourier (Equação (9)) para obter as acelerações numericamente, todavia os valores e o número de harmónicos a utilizar são diferentes para os dois regulamentos. Os valores máximos obtidos por Eid et al. 2011 [31] utilizando os dados presentes no SCI P354 [7] foram de 4,59%g e de 2,34%g, para um coeficiente de amortecimento de 0,5% e de 1% respetivamente e os valores máximos utilizando os dados presentes no AISC 11 [11] foram de 1,98%g e de 1,05%g, para um coeficiente de amortecimento de 0,5% e de 1% respetivamente. Devido à grande diferença entre os resultados obtidos pelos dois regulamentos os autores concluíram que é necessário novos estudos para que haja um maior consenso entre os vários regulamentos. Segundo os mesmos o facto de o AISC 11 [11] não apresentar dados referentes a escadas pode também ter contribuído para esta diferença nos resultados. As frequências de passada utilizadas na análise numérica não são mencionadas, todavia Eid et al. 2011 [31] sugerem um coeficiente de ajustamento de 0,70 para ter em conta o facto de que um indivíduo não percorre as escadas com uma frequência de passada precisamente igual a um dos submúltiplos da frequência fundamental por quantidades infinitas de tempo, logo uma resposta em ressonância completa não é atingida.

Howes et al. 2011 [37] apresentam detalhadamente o processo de conceção de uma escada metálica característica situada numa loja *Louis Vuitton* no edifício *Crystals* em *City Center*, cidade de Las Vegas,

estado de Nevada, EUA. A escada construída é demonstrada na Figura A.27. Não é dada muita ênfase à análise dinâmica, sendo apenas referido que o modelo numérico realizado em fase de projeto apresentava vibrações numéricas dentro dos limites aceitáveis propostos pelo AISC, 1997 [11].

Howes e Gordon [38] apresentam detalhadamente o processo de conceção de duas escadas metálicas situadas na Galeria de Arte de Ontário (AGO), Canada. Neste artigo também é dada ênfase sobretudo ao processo construtivo das duas escadas. Apenas é referido que o modelo numérico de uma das escadas não apresentava vibrações dentro dos limites admissíveis propostos por AISC, 1997 [11] e que então foi adotada a aplicação de um amortecedor de massa sintonizada (TMD) como medida de reforço. As duas escadas metálicas situadas na Galeria de Arte de Ontário (AGO) são mostradas nas Figuras A.28 e A.29.

É importante referir em termos de conclusão que apesar de todos os estudos descritos anteriormente mencionarem os resultados obtidos e os métodos utilizados para a obtenção desses mesmos resultados, não é referida muita informação relevante relativa ao procedimento de aplicação dos métodos, originando um dos principais obstáculos à realização desta dissertação.



**Figura A.27 – Escada metálica característica presente na loja Louis Vuitton, edifício Crystals, Las Vegas, EUA [37]**



Figura A.28 – Escada monumental exterior AGO, Canadá [38]

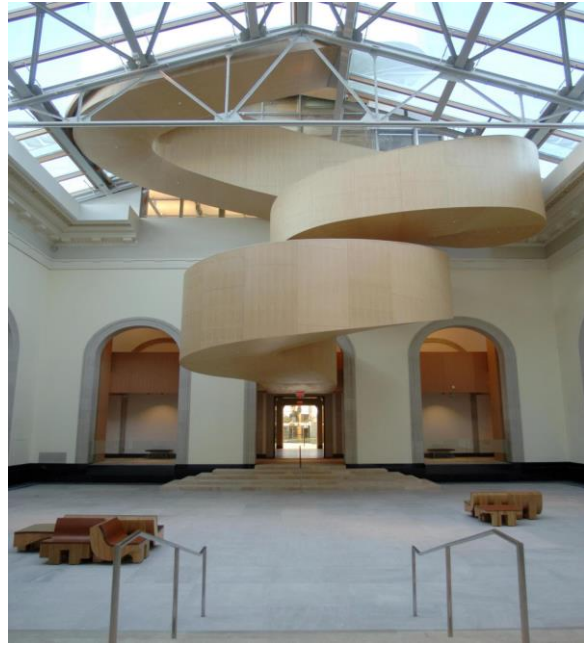


Figura A.29 – Escada monumental interior AGO, Canadá [38]

## A.12 SISTEMA DE COORDENADAS BASICÊNTRICOS

A descrição da direção de incidência das acelerações é feita segundo o sistema de coordenadas basicêntricos presente na Figura A.30.

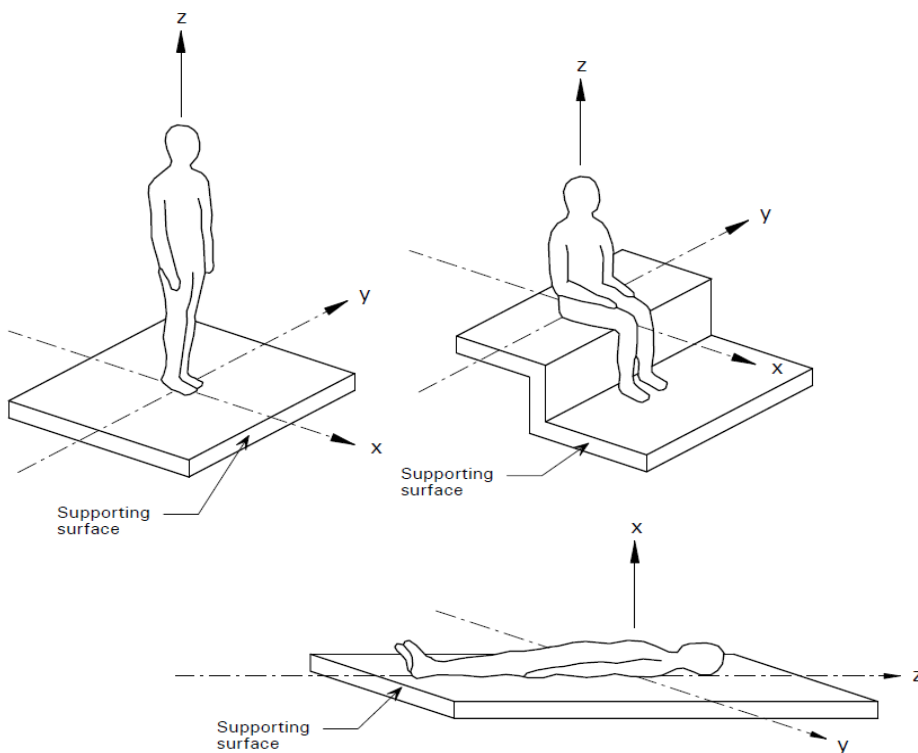


Figura A.30 – Direções de incidência das vibrações definidas no SCI P354 [7], BS 6472 [9] e ISO 2631-1 [27]

### A.13 LIMITES DE ACEITAÇÃO PROPOSTOS PARA PONTES PEDONAIS E PAVIMENTOS PRESENTES NOS DIVERSOS REGULAMENTOS

Neste anexo serão mencionados seguidamente os coeficientes apresentados pelos diversos regulamentos, que deverão ser multiplicados pelas curvas base de acelerações presentes na Figura 2.15 (Subsecção 2.5.2) de forma a obterem-se os limites aceitáveis referentes a superfícies horizontais (pavimentos e pontes pedonais).

#### SCI P354

**Tabela A.8 – Coeficientes de multiplicação propostos pelo SCI P354 [7]**

<i>Situação</i>	<i>Coeficientes de multiplicação, exposição a vibrações contínuas</i>
Escritórios	8
Centros comerciais	4
Corredores	4

#### ISO 10137 e BS 6472

**Tabela A.9 – Coeficientes de multiplicação propostos pelo BS 6472 [9] e ISO 10137 [10]**

<i>Tipo de situação</i>	<i>Horário</i>	<i>Coeficientes de multiplicação, exposição a vibrações contínuas (16 h dia e 8 h noite)</i>	<i>Coeficientes de multiplicação para excitações impulsivas (até 3 ocorrências)</i>
Áreas de trabalho críticas (i.e. salas de operações em hospitais)	Dia	1	1
	Noite	1	1
Residências	Dia	2 até 4	60 até 90
	Noite	1,4	20
Escritórios	Dia	4	128
	Noite	4	128
Oficinas	Dia	8	128
	Noite	8	128

Para pontes pedonais a ISO 10137 [10] sugere que deve ser multiplicado pelas curvas base presentes na Figura 2.15 (Subsecção 2.5.2) um coeficiente com um valor entre 30 e 60.

#### AISC 11

O regulamento AISC 11 [11] apresenta as curvas base de acelerações já multiplicadas pelos respetivos coeficientes. A Figura A.31 apresenta os limites de acelerações de pico propostos por AISC 11 [11] para escritórios, pontes interiores e pontes exteriores.

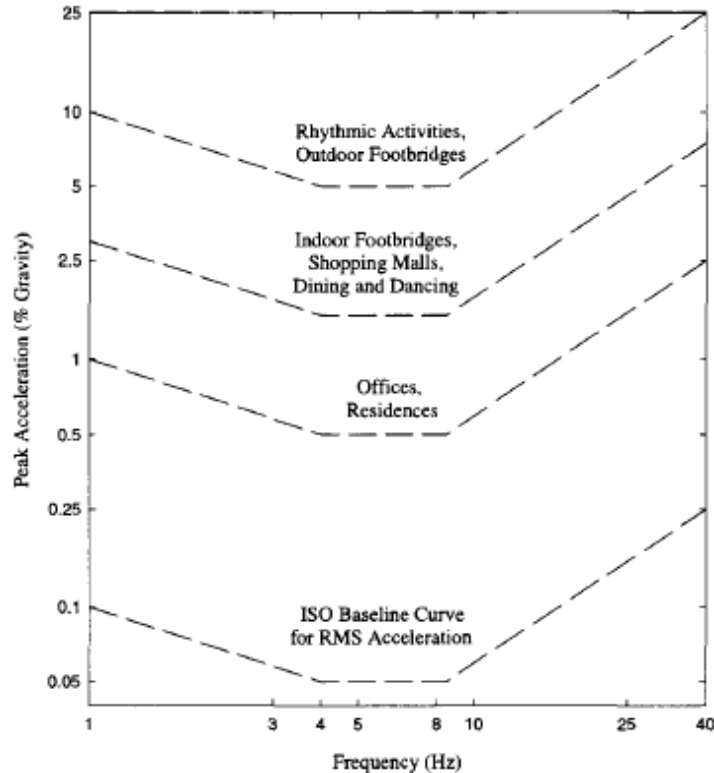


Figura A.31 – Limites de aceleração para escritórios, pontes interiores e pontes exteriores propostos por AISC 11 [11]

## Eurocódigos

Nos Eurocódigos não é dada muito ênfase à análise das vibrações. A metodologia utilizada para a verificação ao estado limite de serviço presente nos Eurocódigos prende-se sobretudo com a limitação da deformação, sendo dada pouca relevância ao conforto humano quando sujeito a vibrações. Apesar de nos Eurocódigos não ser dada muito ênfase à análise das vibrações, são sugeridos no anexo nacional (NA) do EN 1993-1-1 [39] para estruturas metálicas os limites de acelerações apresentados na Tabela A.10. Para mais informações relativas à análise das vibrações o EN 1990 [40] remete para a ISO 10137 [10].

Tabela A.10 – Limites de acelerações propostos pelo EN 1993-1-1 [39]

<i>Tipo de estrutura</i>	<i>Nível máximo de aceleração</i>
Passadiço e outras estruturas	$a \leq 0,10g$
Edifícios	$a \leq 0,02g$
Ginásios,recintos desportivos, salas de dança e salas de concerto	$a \leq 0,05g$

# Anexo B

## CASO DE ESTUDO DA ESCADA METÁLICA DA S.R.A.S (VIBRAÇÕES GLOBAIS)

O Anexo B é um complemento ao Capítulo 3, alusivo à escada metálica da SRAS, descrevendo algumas definições, conclusões e apresentando alguns resultados que não foram possíveis demonstrar no Capítulo 3. Especificamente são apresentadas as acelerações r.m.s determinadas experimentalmente e numericamente e todos os resultados obtidos referentes a um grupo de peões, bem como os ensaios experimentais e análises realizadas para obtenção desses resultados.

### B.1 DESCRIÇÃO DA ESCADA METÁLICA DA S.R.A.S

#### B.1.1 PORMENORES CONSTRUTIVOS

Neste anexo são demonstrados os desenhos de projeto (Figuras B.1, B.4 e B.5) e algumas imagens (Figuras B.2, B.3, B.6 e B.7) com os pormenores construtivos da escada metálica da S.R.A.S referidos na Subsecção 3.1.1.

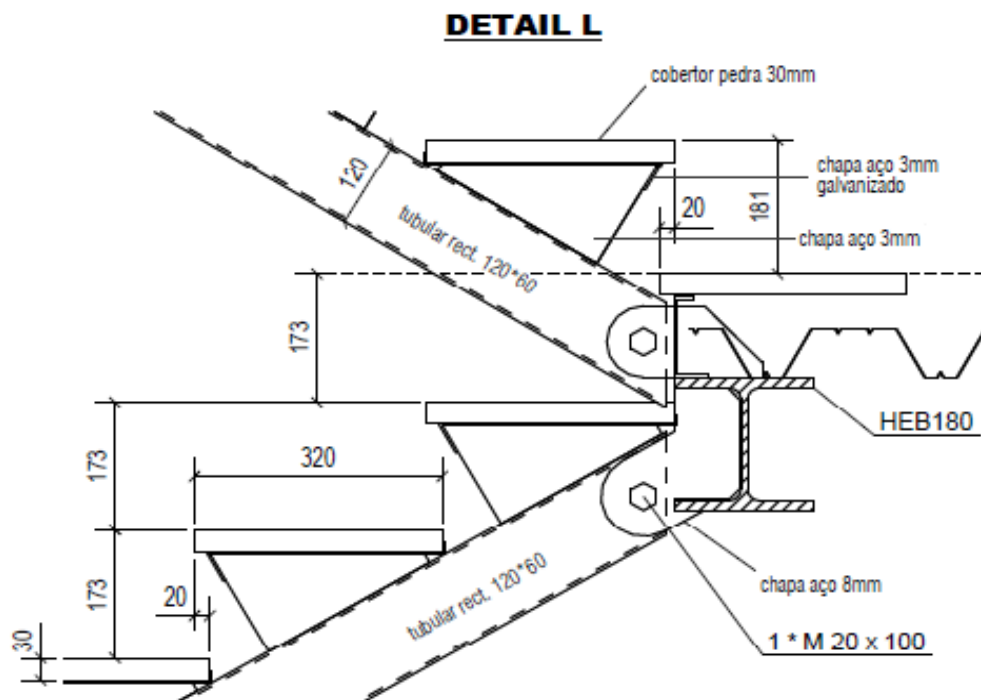


Figura B.1 – Pormenor construtivo da escada assinalado na Figura 3.1 (Subsecção 3.1.1) com um círculo (DET L)

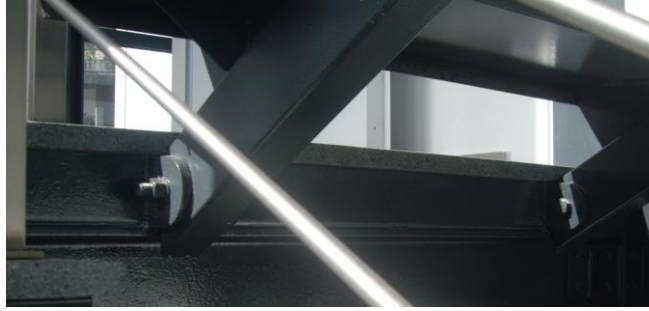


Figura B.2 – Pormenor da ligação entre a viga HEB180 e os perfis tubulares da escada



Figura B.3 – Pormenor dos perfis metálicos tubulares que suportam o patamar

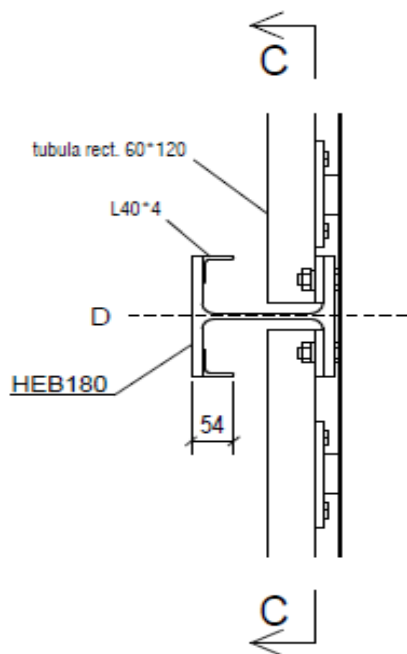


Figura B.4 – Pormenor da ligação entre o patamar e o pilar central

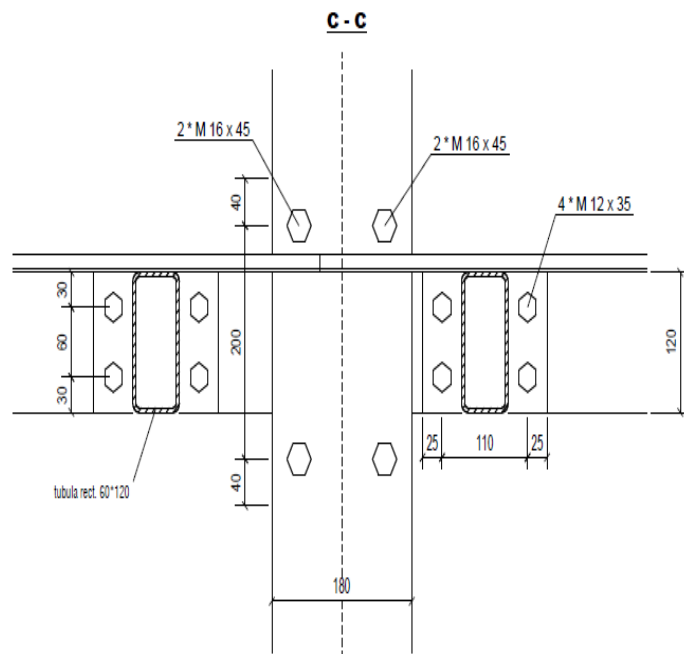


Figura B.5 – Corte C-C assinalado na Figura B.4 com a descrição e disposição dos parafusos utilizados na ligação entre o patamar e o pilar central



Figura B.6 – Vista inferior do pormenor da ligação entre o patamar e o pilar central (Corte C-C)



Figura B.7 – Vista superior do pormenor da ligação entre o patamar e o pilar central (Corte C-C)

### B.1.2 COEFICIENTE DE AMORTECIMENTO

O coeficiente de amortecimento na escada metálica da S.R.A.S foi obtido através do Método da Meia Potência. O mesmo tem como base o princípio que a diferença entre duas frequências correspondendo à mesma amplitude de resposta está diretamente relacionada com o amortecimento do sistema. O coeficiente de amortecimento pelo Método da Meia Potência é calculado através da Equação (34):

$$\xi \cong \frac{f_2 - f_1}{f_2 + f_1} \quad (34)$$

Em que  $f_1$  e  $f_2$  são duas frequências que têm a amplitude de  $\frac{Umáx}{\sqrt{2}}$  da resposta [34]. A Figura B.8 demonstra um exemplo dado por Paz [34] como pode ser obtido o coeficiente de amortecimento através do Método da Meia Potência a partir da amplitude de resposta de um sistema no domínio da frequência.

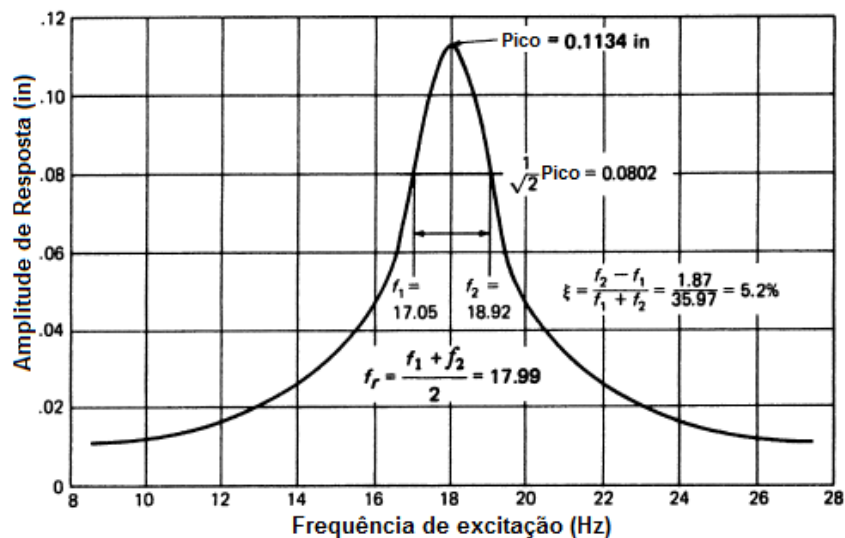


Figura B.8 – Exemplo da determinação do coeficiente de amortecimento através do Método da Meia Potência, adaptado de Paz [40]

## B.2 ACELERAÇÕES R.M.S EXPERIMENTAIS (PEÃO ISOLADO)

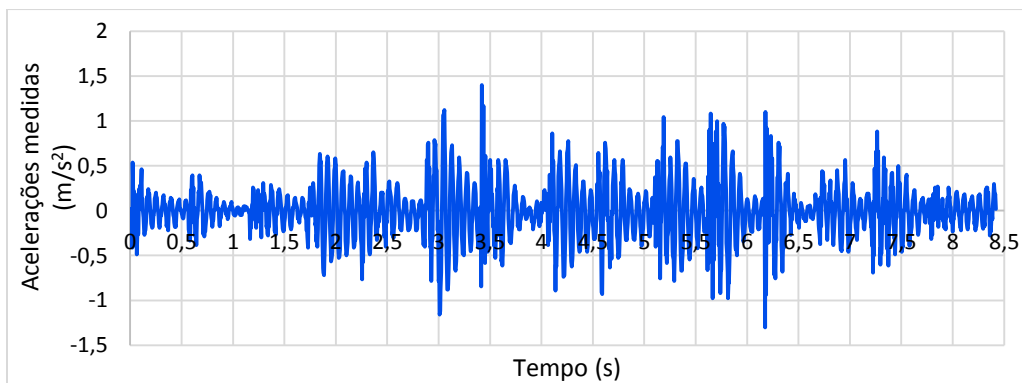
Para além das acelerações de pico, conforme foi visto na Subsecção 3.1.1, também foram calculadas as acelerações r.m.s a partir dos gráficos das acelerações medidas experimentalmente. A aceleração r.m.s (aceleração média absoluta) foi calculada para dar uma indicação mais global do nível de acelerações sentidas. As acelerações r.m.s foram calculadas aplicando a Equação (7) (Subsecção 2.1.2) às acelerações medidas experimentalmente. O intervalo de tempo utilizado na obtenção das acelerações r.m.s foi o tempo necessário para um indivíduo percorrer o lanço de escadas a uma determinada frequência de passada. Os valores máximos das acelerações r.m.s obtidos através das medições experimentais para as subidas e descidas com diferentes frequências de passada são apresentados na Tabela B.1.

**Tabela B.1 – Valores máximos das acelerações r.m.s experimentais para um peão isolado**

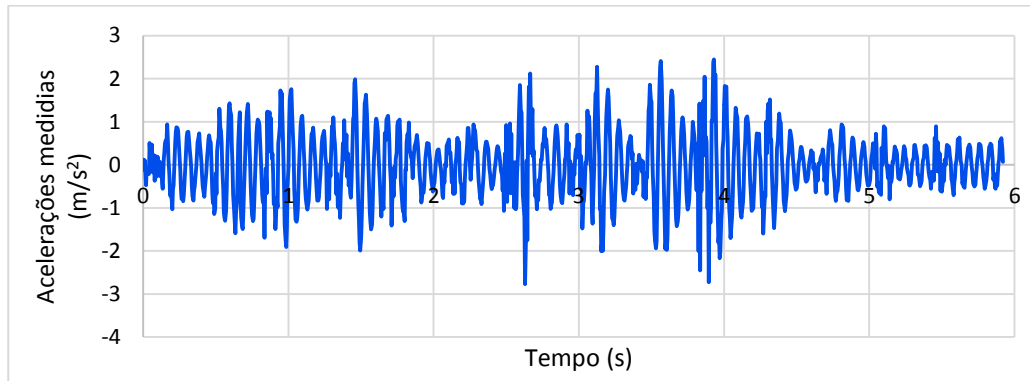
Descrição do movimento		Acelerações r.m.s ( $m/s^2$ )
Subida	1,90Hz	0,21
	4,00Hz	0,44
Descida	2,63Hz	0,46
	3,48Hz	0,62

## B.3 RESULTADOS EXPERIMENTAIS RELATIVOS A UM GRUPO DE PEÕES

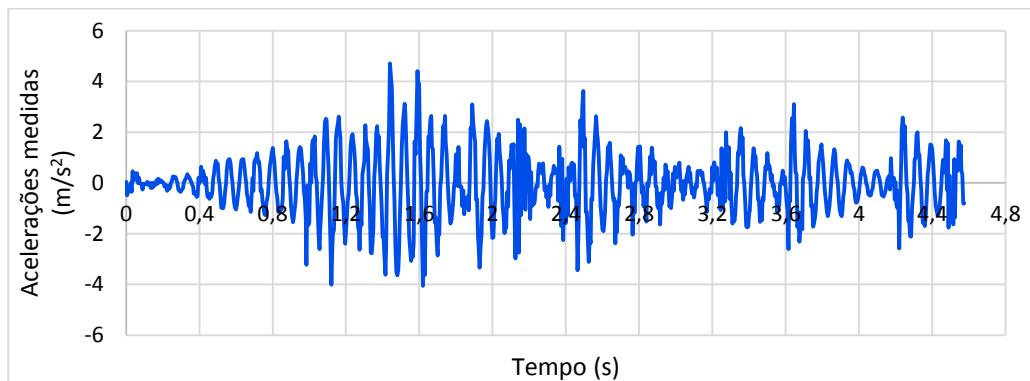
Nos ensaios experimentais referentes a um a grupo de peões foram obtidos 14 gráficos com as acelerações medidas, um por cada passagem dos quatro indivíduos na escada da SRAS. A seguir nas Figuras B.9, B.10 e B.11 encontram-se alguns exemplos dos gráficos das acelerações obtidos a partir das medições experimentais para um grupo de indivíduos a subir a escada com uma frequência de 2,0Hz e a descer a escada com uma frequência de 2,60Hz e de 3,5Hz.



**Figura B.9 – Acelerações experimentais para uma subida de grupo a 2,0Hz**



**Figura B.10 – Acelerações experimentais para uma descida de grupo a 2,60Hz**



**Figura B.11 – Acelerações experimentais para uma descida de grupo a 3,50Hz**

Através da visualização dos gráficos das acelerações pode-se verificar, como seria de esperar, que as acelerações para um grupo de peões são superiores às acelerações para um peão isolado (ver Subsecção 3.1.1). Pode-se ver que no gráfico de acelerações para uma descida a 3,5Hz existe um início de construção de uma resposta em ressonância, no entanto não se obteve uma resposta completa em ressonância porque após os instantes iniciais a frequência de passada começou a afastar-se de 3,5Hz. Tirando o facto das acelerações de grupo serem superiores às acelerações individuais as restantes conclusões são idênticas para ambos os casos (ver Subsecção 3.1.1). As acelerações de grupo respondem com uma frequência próxima da frequência fundamental da escada (13,9Hz), aumentam com o aumento da frequência de passada e são superiores (como seria de esperar) para uma descida a 3,50Hz.

Os valores máximos das acelerações de pico e r.m.s obtidas através das medições efetuadas experimentalmente para um grupo de peões encontram-se na Tabela B.2. O intervalo de tempo utilizado no cálculo das acelerações r.m.s para um grupo de peões foi o tempo necessário para os quatro indivíduos percorrerem a totalidade do lanço de escadas.

**Tabela B.2 – Valores máximos das acelerações de pico e r.m.s experimentais para um grupo de peões**

Descrição do movimento		Acelerações experimentais ( $m/s^2$ )	
		Pico	r.m.s
Subida	2,16Hz	1,59	0,30
Descida	2,90Hz	3,00	0,65
	3,52Hz	5,42	1,11

## B.4 MODELO NUMÉRICO

### B.4.1 DESCRIÇÃO DO MODELO

Os elementos de casca e de viga, utilizados na modelação da escada da SRAS, foram definidos tendo em conta as propriedades mecânicas dos materiais utilizados na sua construção (aço S275 e granito) vistas na Tabela 3.1 (Subsecção 3.1.1). Os perfis tubulares (120 mm x 60 mm x 4 mm) foram modelados através da ligação de quatro elementos casca com 4 mm de espessura (ver Figuras B.12 e B.13). Os degraus têm um comprimento de 1,15 m e são compostos por uma chapa metálica com 3 mm de espessura e uma pedra granítica com 30 mm de espessura apoiadas sobre duas chapas metálicas com uma espessura de 3 mm. Os elementos de casca utilizados na modelação dos degraus têm respetivamente o comprimento e as espessuras mencionadas anteriormente (ver Figura B.14).

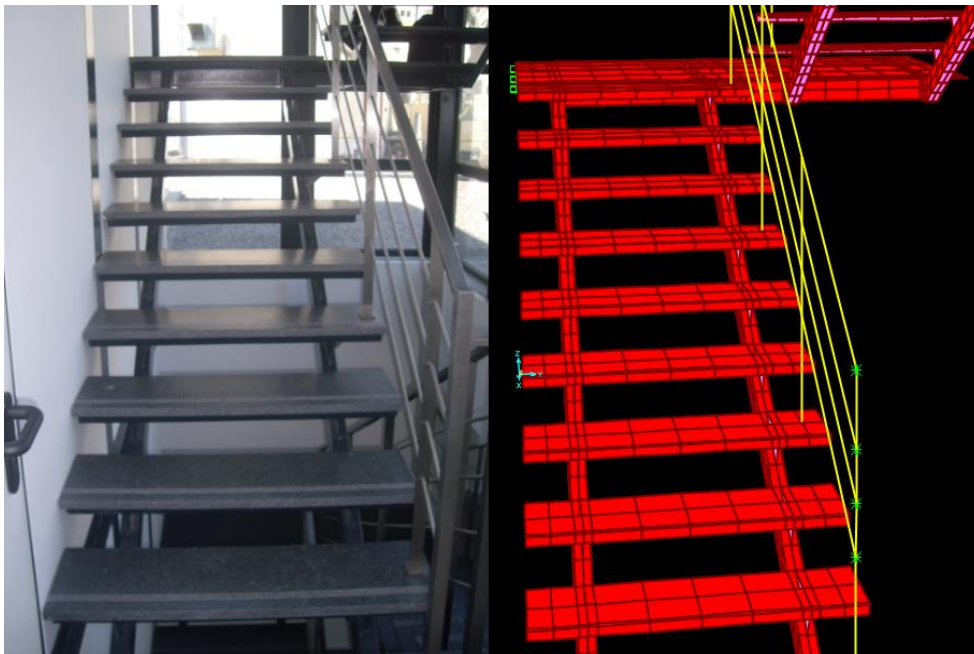


Figura B.12 – Pormenor lanço de escadas, à esquerda modelo real e à direita modelo numérico

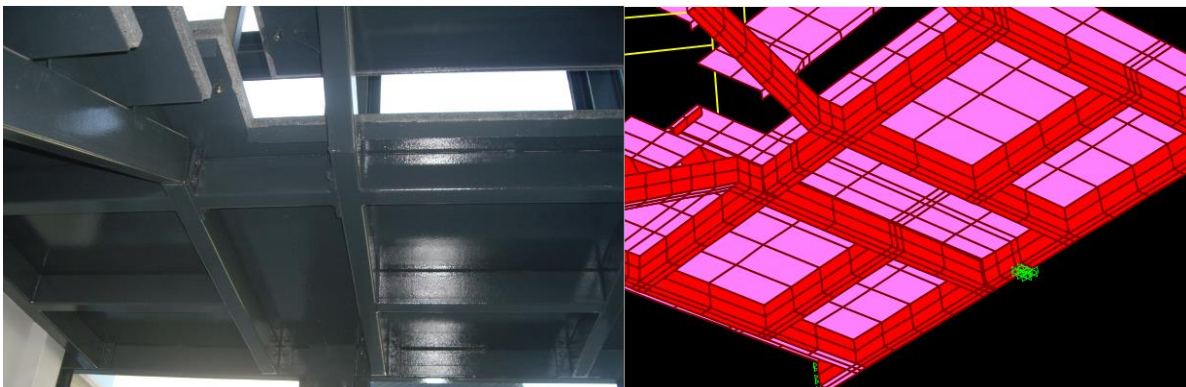
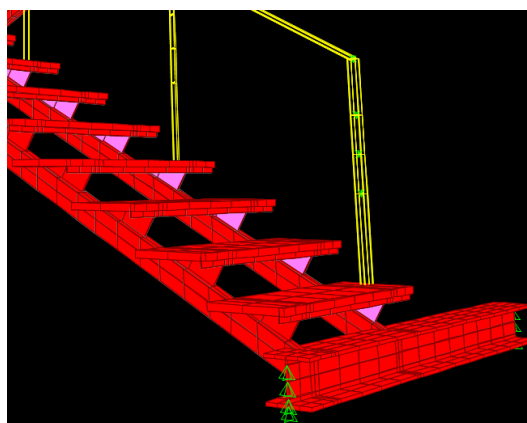


Figura B.13 – Pormenor perfis tubulares na zona do patamar, à esquerda modelo real e à direita modelo numérico

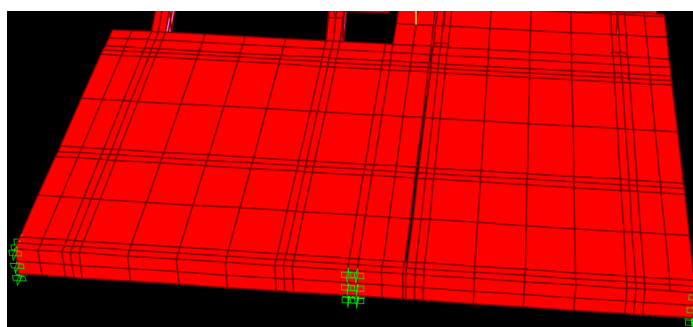


**Figura B.14 – Pormenor degrau, à esquerda modelo real e à direita modelo numérico**

As vigas compostas por perfis metálicos HEB180 foram modeladas através de elementos casca, sendo que na alma do perfil metálico estes têm uma espessura de 8,5 mm (espessura da alma do perfil HEB180) e no banzo uma espessura de 14 mm (espessura do banzo do perfil HEB180). Como foi visto na Secção 3.1 os lanços de escadas estão apoiados nas vigas HEB180 e a disposição da ligação entre o lanço de escadas e as vigas HEB180 faz com que haja possibilidade de rotação entre estes dois elementos (ver Figura B.2). Por uma questão de simplificação no SAP2000 as ligações entre os lanços de escadas e as vigas HEB180 foram modeladas de maneira rígida e foram colocados apoios simples nas vigas HEB180 (ver Figura B.15), simulando do mesmo modo a possibilidade de rotação anteriormente referida. As ligações entre o patamar intermédio e os três pilares com perfis metálicos HEB180 foram simuladas através de apoios encastrados (ver Figura B.16). A zona do patamar é constituída por duas pedras graníticas desligadas entre si e não por uma pedra granítica contínua, tendo em conta que modelando a zona do patamar como uma pedra granítica contínua aumentava significativamente a rigidez da escada, modelou-se a zona do patamar com dois elementos de casca com 1 cm de espaçamento entre si (ver Figura B.16).



**Figura B.15 – Apoio simples viga HEB180**



**Figura B.16 – Apoios encastrados patamar intermédio**

Por fim os guarda-corpos foram modelados com elementos de viga tendo em conta as dimensões (em mm) do desenho de projeto presente na Figura B.17. De notar que no fim de cada lanço foram colocados apoios no varandim de forma a impedir o seu deslocamento lateral (ver Figura B.18). Na realidade o deslocamento lateral está impedido pela continuação do varandim nos restantes lanços de escadas. Decidiu-se incluir os guarda-corpos na modelação da escada da SRAS com o objetivo de ser considerada a contribuição da sua rigidez.

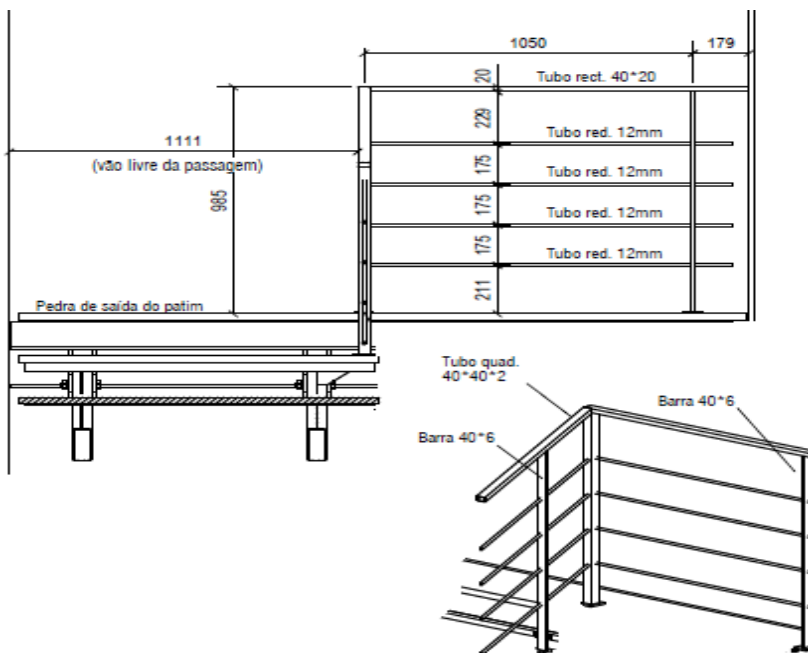


Figura B.17 – Desenho de projeto do varandim

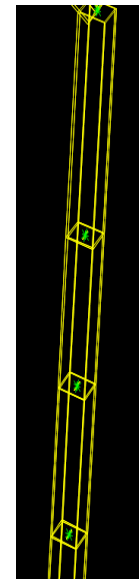


Figura B.18 – Apoios impedido o deslocamento lateral do varandim

#### B.4.2 SELEÇÃO DO MÉTODO DE ANÁLISE

Como foi referido na Subsecção 3.4.3 o SAP2000 apresenta dois métodos de análise dinâmica no domínio do tempo que podem ser utilizados para obter as acelerações numericamente, Integração Direta e Sobreposição modal. Neste anexo será discutido qual deles é o mais eficiente e por conseguinte deve ser utilizado na determinação das acelerações numéricas.

Para aferir qual o melhor método a utilizar calculou-se as acelerações através da sobreposição modal e da integração direta em dois modelos numéricos. O primeiro modelo numérico é uma viga simplesmente apoiada e o segundo modelo numérico é a escada da SRAS. No primeiro modelo, por ser um modelo simples em que a resposta é condicionada sobretudo pelo primeiro modo, também foram obtidas as acelerações através do Integral de *Duhamel*. As acelerações podem ser obtidas derivando duas vezes a Equação (35) que define o Integral de *Duhamel* para estruturas com amortecimento.

$$u(t) = \frac{1}{mw_d} \int_0^t p(\tau) e^{-\xi w_d(t-\tau)} \text{sen} w_d(t-\tau) d\tau \quad (35)$$

Em que  $u(t)$ ,  $m$  e  $\xi$  já foram definidos na Subsecção 2.1.1,  $w_d = w_i \sqrt{1 - \xi^2}$  é a frequência angular amortecida da estrutura,  $t$  é o instante em que se está a calcular a resposta  $u(t)$  e  $\tau$  é o instante em que a carga  $p(\tau)$  está a atuar e a variável que é integrada ( $\tau < t$ ).

O modelo numérico de uma viga bi-apoiada encontra-se representado na Figura B.19. Para este modelo foram calculadas as acelerações provocadas pela aplicação a meio vão de uma função de carga com uma frequência de passada de 1,90Hz definida com os harmónicos obtidos por Kerr [4] (ver Figura B.19).

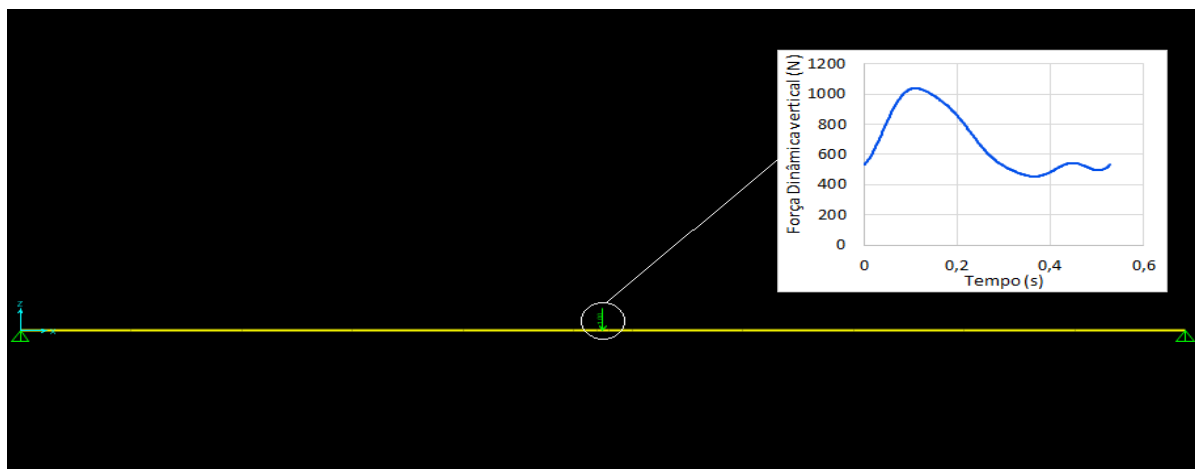


Figura B.19 – Função de carga em termos de Fourier aplicada a meio vão de uma viga bi-apoiada

Primeiramente calculou-se as acelerações através da integração direta e do integral de *Duhamel* e posteriormente comparou-se graficamente os resultados obtidos através dos dois métodos, como mostra a Figura B.20. O mesmo procedimento foi realizado para as acelerações obtidas através da sobreposição modal e da integração direta, como mostra a Figura B.21. Como pode-se ver pelos gráficos presentes nas Figuras B.20 e B.21 quando tem-se um modelo numérico simples em que a resposta é sobretudo influenciada pelos primeiros modos não interessa o método utilizado, os resultados obtidos são praticamente coincidentes.

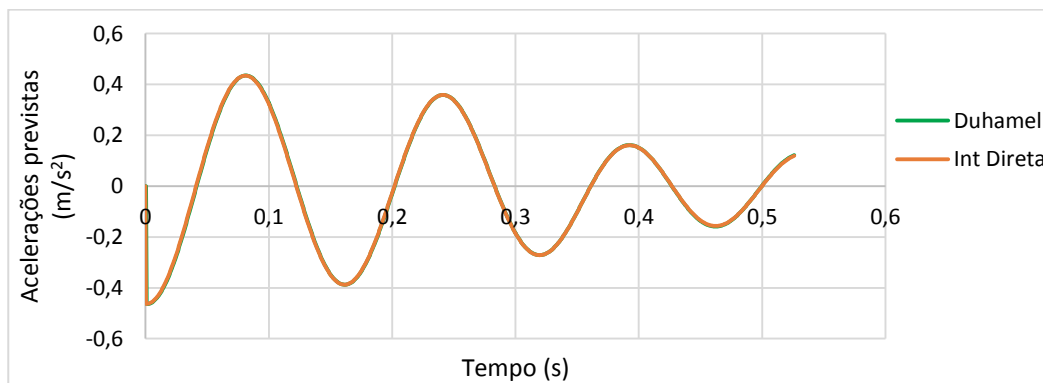


Figura B.20 – Comparação das acelerações obtidas pelo integral de Duhamel e a integração direta

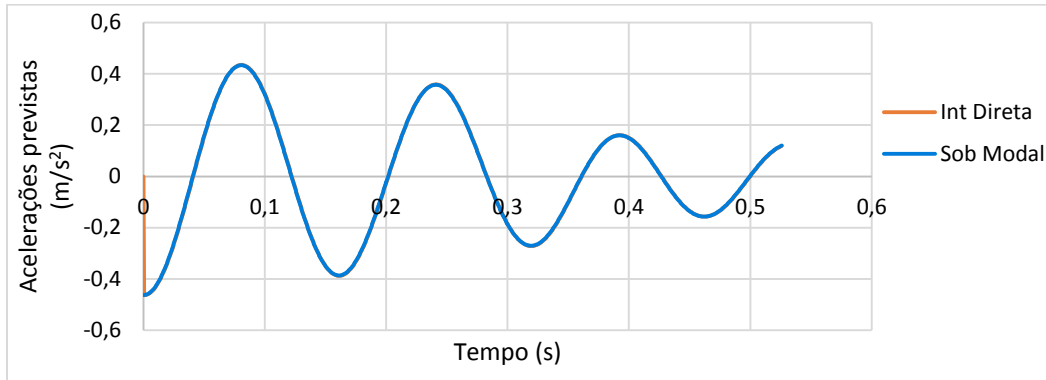


Figura B.21 – Comparação das acelerações obtidas pela sobreposição modal e a integração direta

Agora veja-se quando utiliza-se a integração direta e a sobreposição modal para calcular as acelerações no modelo numérico das escadas da SRAS cujo número de graus de liberdade é superior. Neste modelo não foram calculadas as acelerações pelo integral de *Duhamel* pois este só se aplica a sistemas com um grau de liberdade. Primeiramente foi aplicada uma típica função de carga com uma frequência de passada também de 1,90Hz, obtida a partir de ensaios em plataformas de força, em dois degraus consecutivos da escada (degrau 5 e 6) como mostra a Figura B.22.

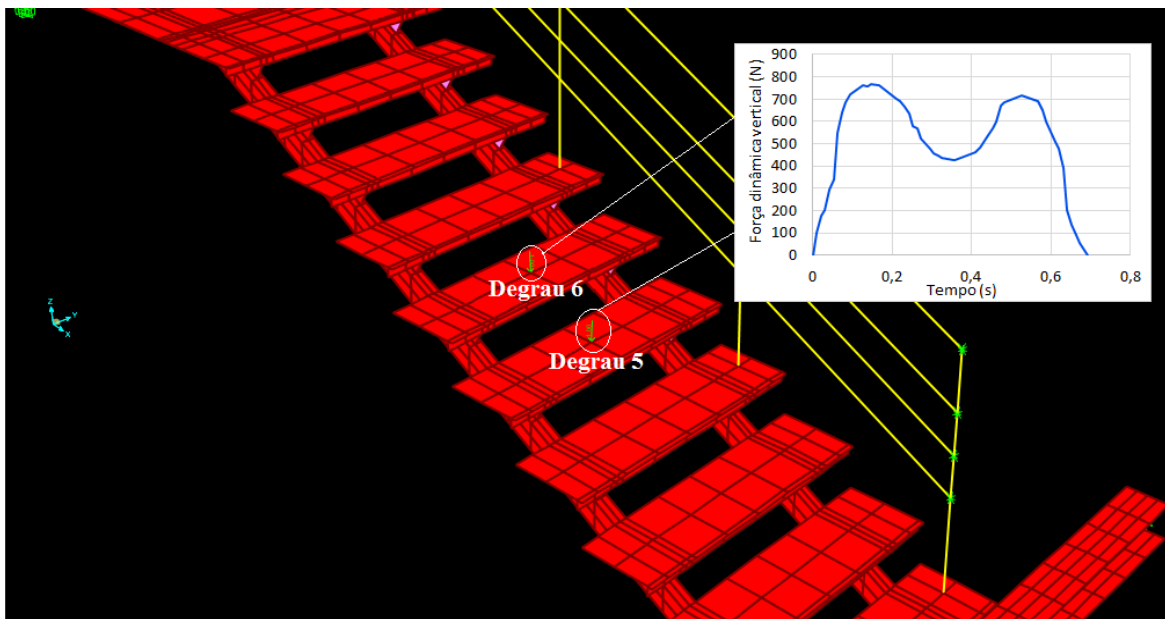
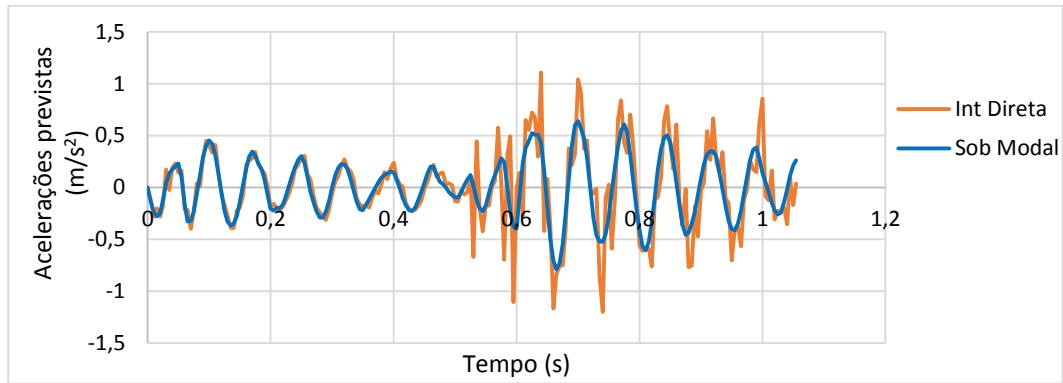


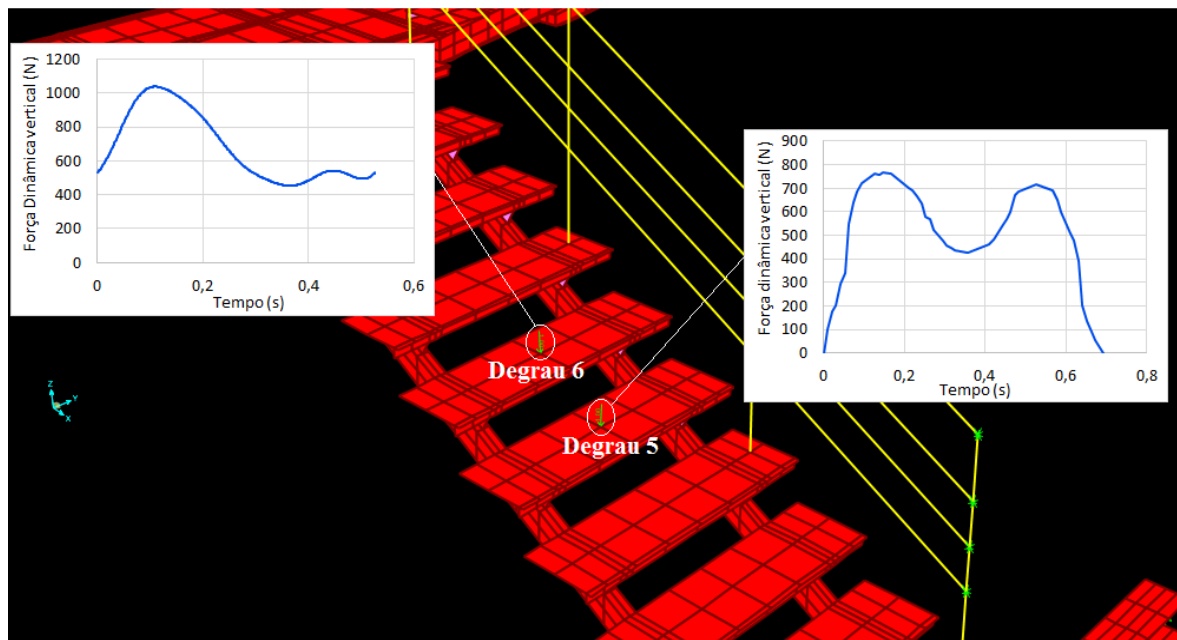
Figura B.22 – Aplicação da função de carga típica nos degraus 5 e 6

Tal como aconteceu no primeiro modelo as acelerações obtidas através destes dois métodos também foram comparadas graficamente como mostra a Figura B.23. O gráfico apresenta as acelerações numéricas medidas no degrau 6. Como pode-se ver calculando as acelerações através dos dois métodos num modelo numérico em que a resposta é influenciada por um número maior de modos de vibração, os resultados já não são tão coincidentes, principalmente quando se aplica a função de carga no degrau 6. A integração direta origina valores de acelerações superiores aos da sobreposição modal.



**Figura B.23 – Comparação das acelerações obtidas através da sobreposição modal e integração direta com a função de carga típica a ser aplicada no degrau 5 e 6**

Todavia a diferença não é assim tão substancial, o que fez com que algumas dúvidas ainda subsistissem em relação ao melhor método a utilizar. Para dissipar as dúvidas foi repetido o mesmo processo, mas em vez de ser aplicada a função de carga anterior em dois degraus consecutivos, foi aplicada a função de carga anterior no degrau 5 e a função de carga definida pelos harmónicos do Kerr [4] no degrau 6 como mostra a Figura B.24.

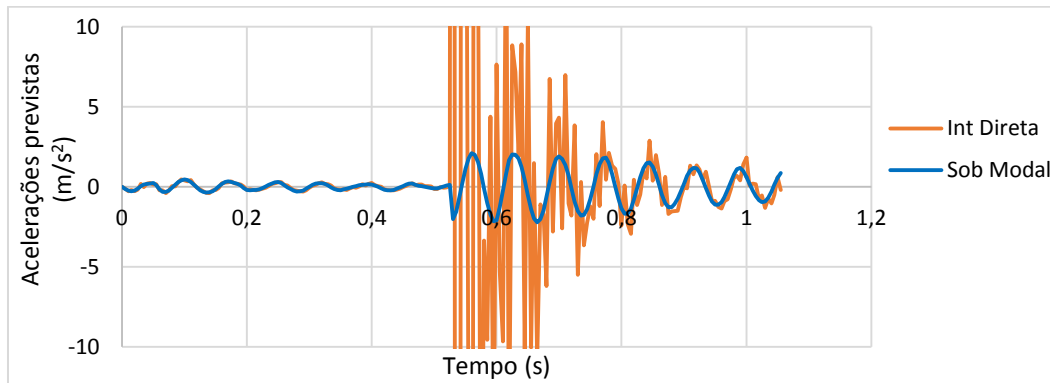


**Figura B.24 – Aplicação da função de carga típica no degrau 5 e da função definida com os harmónicos dados por Kerr [4] no degrau 6 do modelo numérico da escada da SRAS**

A Figura B.25 apresenta o gráfico das acelerações obtidas através da sobreposição modal e da integração direta quando aplica-se as funções de carga anteriores. Observando o gráfico pode-se constatar que neste caso a diferença dos resultados entre os dois métodos passa a ser enorme, particularmente nos instantes iniciais em que a função de carga é aplicada no degrau 6, não sendo inclusive possível apresentar os valores máximos das acelerações calculadas através da integração direta, pois ao fazê-lo deixariam ser visíveis no gráfico as acelerações obtidas pela sobreposição modal. Quando utiliza-se a integração direta e ao mesmo tempo aplica-se uma força dinâmica cujo valor inicial é relativamente elevado, os resultados obtidos deixam de fazer sentido físico e de poder ser comparáveis com os resultados experimentais (ver

Figura 3.9 na Subsecção 3.3.1). Não existe a certeza porque tal acontece, saindo até um pouco fora do âmbito desta dissertação, todavia este fenómeno pode estar relacionado com a contribuição dos modos locais, já que pela integração direta são considerados todos os modos de vibração da estrutura.

Tendo em conta que a sobreposição modal aparentemente apresenta resultados mais credíveis este deve ser o método primordialmente escolhido no cálculo das acelerações numéricas.

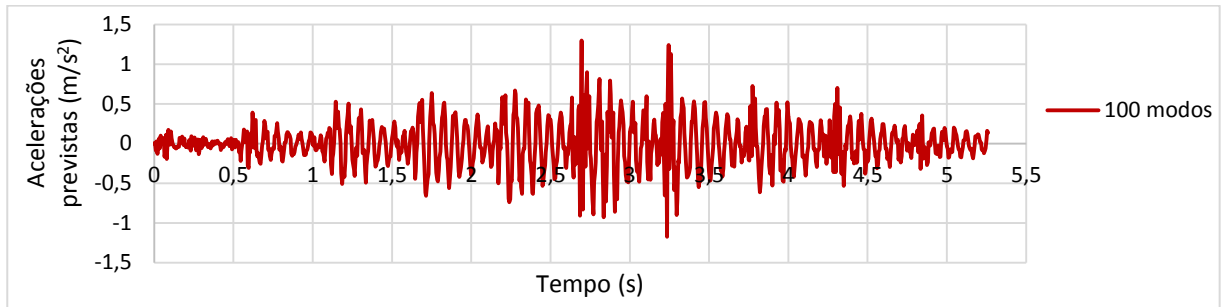


**Figura B.25 – Comparação das acelerações obtidas através da sobreposição modal e integração direta com a função de carga típica a ser aplicada no degrau 5 e a função de carga definida com os harmónicos dados por Kerr [4] a ser aplicada no degrau 6**

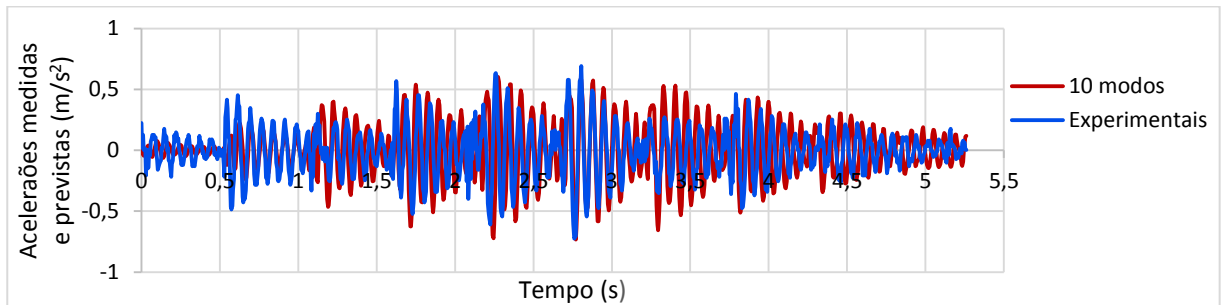
#### B.4.3 NÚMERO DE MODOS

Embora tenha sido estabelecido que o método mais adequado a utilizar seria a sobreposição modal, outra questão surge em relação ao número de modos que devem ser empregues no cálculo das acelerações. A utilização de um número elevado de modos pode levar à ocorrência de acelerações extremamente elevadas tal como acontece na integração direta. Para perceber quantos modos devem ser usados na sobreposição modal as acelerações foram calculadas repetidamente com diferentes números de modos e comparadas com as acelerações experimentais. Para estas análises comparou-se as acelerações numéricas e experimentais para uma frequência de passada de 1,90Hz. A comparação com as acelerações experimentais serviu como referência em relação ao número de modos que deveriam ser considerados. A análise das acelerações pode ser dividida em duas fases:

Numa primeira fase calcularam-se as acelerações numericamente para um diferente número de modos aplicando a função de carga típica vista na Figura B.22. Para poderem ser comparadas diretamente com as acelerações experimentais, as acelerações numéricas foram obtidas aplicando a função de carga ao longo do lanço de escadas. As acelerações foram calculadas repetidamente para 100, 50, 20, 10, 5, 2 e 1 modos de vibração. Pode-se ver na Figura B.26 o gráfico das acelerações obtido para 100 modos. Para este número de modos as acelerações são relativamente maiores às acelerações experimentais observadas na Figura 3.9, Subsecção 3.3.1. À medida que o número de modos diminui as acelerações também diminuem, aproximando-se das acelerações experimentais (Figura 3.9, Subsecção 3.3.1), culminando num maior grau de aproximação quando se utiliza 10 modos. A comparação entre as acelerações numéricas para 10 modos e as acelerações experimentais pode ser vista na Figura B.27.

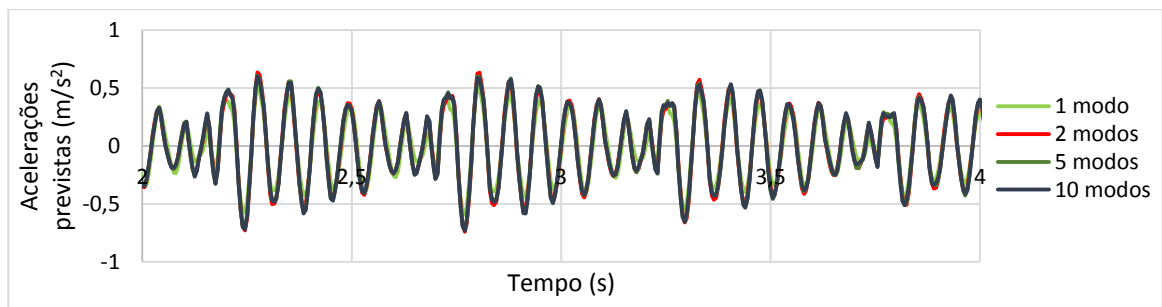


**Figura B.26 – Acelerações obtidas com 100 modos para uma função de carga típica a 1,90Hz**



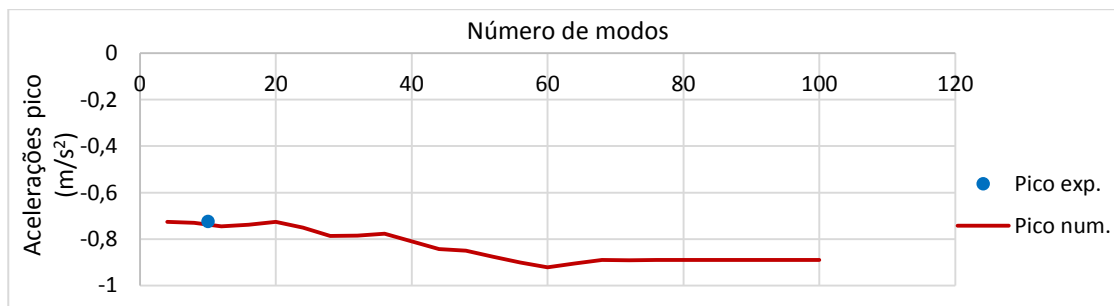
**Figura B.27 – Comparação das acelerações obtidas com 10 modos através de uma função de carga típica a 1,90Hz e as obtidas experimentalmente para uma frequência de passada de 1,90Hz**

A partir dos 10 modos as acelerações numéricas são praticamente coincidentes independentemente do número de modos utilizado, como mostra a Figura B.28.



**Figura B.28 – Comparação das acelerações numéricas obtidas com 10, 5, 2 e 1 modos de vibração**

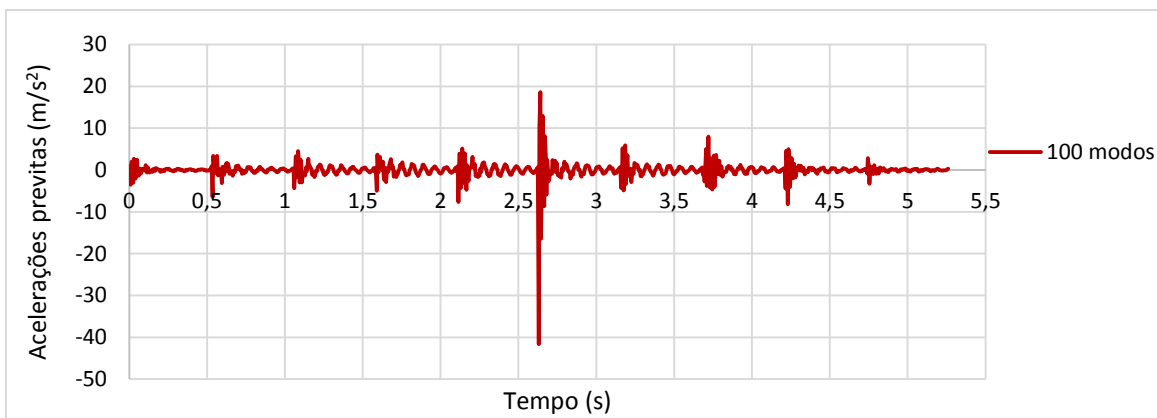
O gráfico representado na Figura B.29 ilustra a variação das acelerações de pico com a variação do número de modos para este caso. No gráfico foi colocada como referência a aceleração de pico experimental.



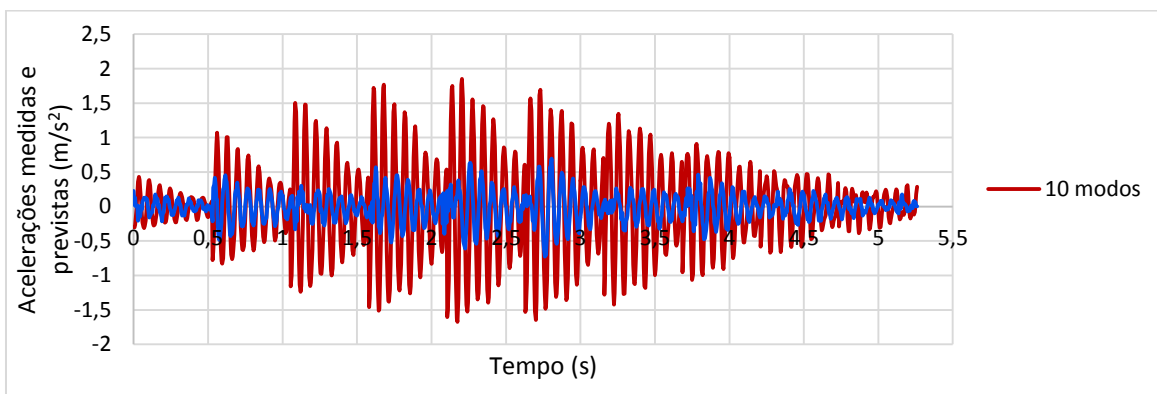
**Figura B.29 – Variação das acelerações de pico numéricas com a variação do número de modos**

Numa segunda fase calcularam-se as acelerações numericamente para um diferente número de modos aplicando a função de carga definida com os harmónicos dados por Kerr [1] vista na Figura B.19 ao longo do lanço de escadas, tal como foi feito na primeira fase com objetivo de serem comparadas diretamente

com as acelerações experimentais (Figura 3.9, Subsecção 3.3.1). Para esta função de carga também foram obtidas as acelerações para 100, 50, 20, 10, 5, 2 e 1 modos de vibração. Para 100 modos os valores das acelerações são extremamente elevados comparativamente com os valores das acelerações experimentais, ocorrendo o mesmo fenómeno que ocorre quando se utiliza a integração direta e ao mesmo tempo se aplica uma função de carga com um valor inicial relativamente elevado, como pode ser observado na Figura B.30. À medida que se diminui o número de modos as acelerações diminuem significativamente deixando de ocorrer este fenómeno. Assim como acontecia na primeira fase a partir dos 10 modos as acelerações numéricas estabilizaram, ficando mais próximas das acelerações experimentais como mostra a Figura B.31. No entanto para este caso as acelerações numéricas nunca são tão aproximadas (como acontecia na primeira fase) às acelerações experimentais, independentemente do número de modos utilizados. Isto pode estar relacionado com facto das funções de carga definidas com harmónicos sobrestimarem os valores de acelerações obtidos como será discutido no Anexo B.5.2.2.



**Figura B.30 – Acelerações numéricas obtidas com 100 modos para uma função de carga a 1,90Hz definida com os harmónicos dados por Kerr [4]**



**Figura B.31 – Comparação das acelerações obtidas com 10 modos para uma função de carga a 1,90Hz definida pelos harmónicos dados por Kerr [4] e as obtidas experimentalmente para uma frequência de passada de 1,90Hz**

Para este caso também foi elaborado um gráfico demonstrando a variação das acelerações de pico numéricas com a variação do número de modos como mostra a Figura B.32.



Figura B.32 – Variação das acelerações de pico numéricas com a variação do número de modos

Nas comparações com as acelerações experimentais independentemente da função de carga aplicada as acelerações parecem ser mais credíveis utilizando a sobreposição modal com 10 modos, ou pelo menos um número de modos inferior a 10. É importante realçar que neste anexo não é dada muita relevância à definição das funções de carga, nem à aplicação das mesmas no modelo numérico, tal sucede porque o objetivo deste anexo e do Anexo B.4.2 era sobretudo aferir qual o melhor método, sobreposição modal ou integração direta, a utilizar nas várias análises. As funções de carga são discutidas com maior detalhe na Secção 3.5 e no Anexo B.5.

## B.5 ANÁLISES NUMÉRICAS REALIZADAS PARA UM PEÃO ISOLADO

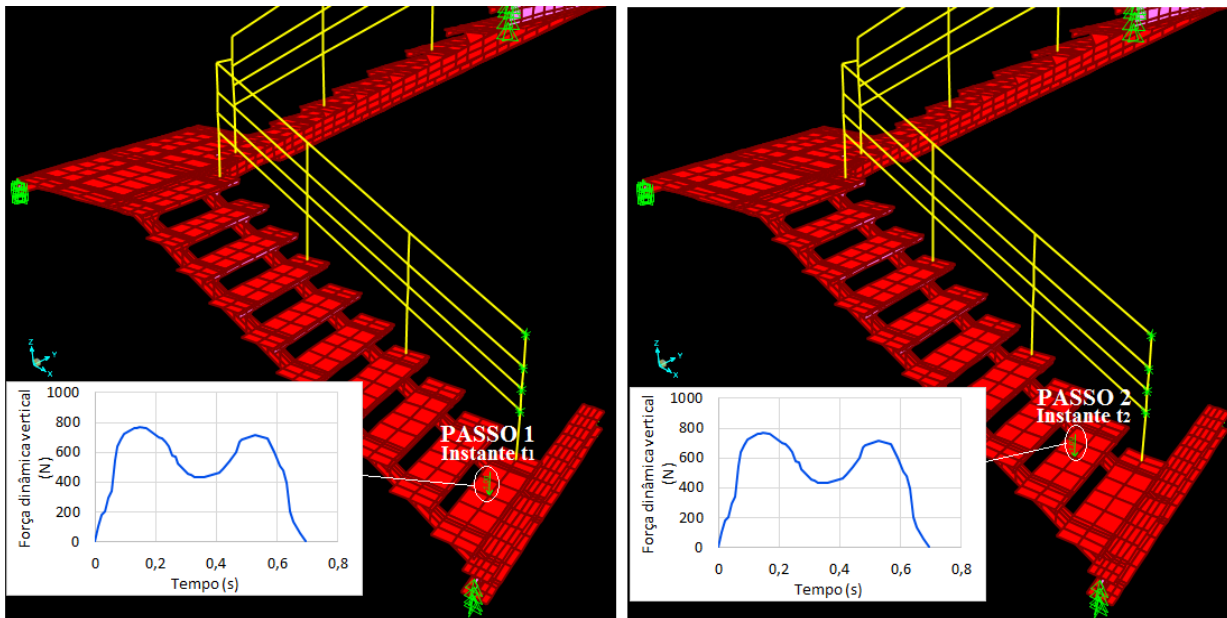
### B.5.1 FUNÇÕES DE CARGA EPF

Neste Anexo é explicado como foram aplicadas as funções de carga EPF ao modelo numérico das escadas da SRAS e como foi definida no SAP2000 a *Time History Analysis* para posteriormente serem calculadas as acelerações numéricas.

As funções de carga EPF foram aplicadas no modelo numérico de maneira a simular o andamento do sujeito durante os ensaios experimentais para cada frequência de passada referida na Subsecção 3.5.1. A Figura B.33 demonstra a simulação dos dois primeiros passos nos instantes  $t_1$  e  $t_2$ , os restantes passos necessários para o sujeito atravessar o lanço de escadas são simulados seguindo o mesmo raciocínio. O sujeito utilizado nos ensaios experimentais tem uma massa de 69,3Kg, como as funções de carga EPF estavam normalizadas pelo peso próprio antes de serem aplicadas ao modelo foram multiplicadas por 680N. As funções de carga EPF foram aplicadas com específicos intervalos de tempo para se obter a frequência de passada pretendida. Por exemplo se pretende-se simular o andamento de um indivíduo com uma frequência de passada de 2,0Hz as funções de carga EPF devem ser aplicadas ao modelo com incrementos de 0,5 segundos.

Após terem sido aplicadas as funções de carga EPF ao modelo pode-se proceder ao cálculo das acelerações numéricas. O SAP2000 apresenta um tipo de análise que permite obter a resposta numérica da estrutura ao longo do tempo, designada de *Time History Analysis*. A *Time History Analysis* requer a definição da

ação indicada no parágrafo anterior e dos seguintes parâmetros: coeficiente de amortecimento, método de cálculo (integração direta ou sobreposição), intervalo de amostragem ou de registos (intervalo de tempo entre cada registo do valor de aceleração), número de registos de valores de aceleração e tempo de chegada.



**Figura B.33 – Aplicação das funções de carga EPF no modelo numérico, passo 1 e 2 nos respectivos instantes  $t_1$  e  $t_2$**

O coeficiente de amortecimento utilizado foi o determinado nos ensaios experimentais. Como foi referido na Subsecção 3.1.2 foram determinados dois coeficientes de amortecimento, um para o primeiro modo (13,9Hz) de 1,18% e um para o segundo modo (14,5Hz) de 0,66%. Apesar de 0,66% ser aproximado ao valor sugerido pelo SCI P354 [7] para escadas metálicas foi decidido utilizar-se o coeficiente de amortecimento de 1,18% por ser o obtido para o primeiro modo e também pelo facto da escada da SRAS não ser totalmente constituída por elementos metálicas, sendo revista por granito, o que contribui para o aumento do amortecimento (ver Figura B.35). Além disso vários autores referem que 1% parece ser o coeficiente de amortecimento mais adequado para escadas metálicas (ver Subsecção 3.1.2)

Segundo o manual de utilizador SAP2000 o intervalo de amostragem ou *time step size* deve ser igual a um-décimo do período do último modo considerado. O último modo obtido numericamente (10º modo) tem uma frequência de passada de passada de 29,3Hz, ou seja, um período de 0,034 segundos. Um décimo de 0,034 segundos é 0,0034 segundos. No entanto Davis [15] refere que 0,005 segundos é uma resolução eficiente o suficiente para evitar a perda de picos de aceleração consideráveis portanto foi decidido utilizar nas análises efetuadas um *time step size* de 0,005 segundos (ver Figura B.34). O número de registos ou *number of output time steps* foi selecionado tendo em conta o tempo necessário para um indivíduo percorrer a escada. Por exemplo se um indivíduo durante os ensaios experimentais demorou 5,26 segundos para percorrer a escada com uma frequência de passada de 1,90Hz, o número de output time steps é igual

a  $5,26s/0,005s= 1052$  (ver Figura B.34). O tempo de chegada ou *arrival time* corresponde aos instantes de tempo em que a função de carga EPF é aplicada nos vários degraus do modelo numérico (ver Figura B.34). O método de cálculo escolhido, como foi referido na Subsecção 3.4.3 e explicado nos Anexos B.4.2 e B.4.3, foi a sobreposição modal com a inclusão de 10 modos (ver Figura B.34).

Load Case Name: EP (Davis 1,90Hz) Set Def Name Modify/Show...

Load Case Type: Time History Design...

Initial Conditions:
 

- Zero Initial Conditions - Start from Unstressed State
- Continue from State at End of Modal History

 Important Note: Loads from this previous case are included in the current case

Analysis Type:
 

- Linear
- Nonlinear

 Time History Type:
 

- Modal
- Direct Integration

Time History Motion Type:
 

- Transient
- Periodic

Modal Load Case: Use Modes from Case MODAL

Load Type	Load Name	Function	Scale Factor	Time Factor	Arrival Time	Coord Sys	Angle
Load Path	Step1	EP (Davis	1.	1.	0.	GLOBAL	0.
Load Pattern	Step1	EP (Davis 1,9	1.	1.	0.	GLOBAL	0.
Load Pattern	Step2	EP (Davis 1,9	1.	1.	0,526	GLOBAL	0.
Load Pattern	Step3	EP (Davis 1,9	1.	1.	1,052	GLOBAL	0.
Load Pattern	Step4	EP (Davis 1,9	1.	1.	1,578	GLOBAL	0.
Load Pattern	Step5	EP (Davis 1,9	1.	1.	2,104	GLOBAL	0.
Load Pattern	Step6	EP (Davis 1,9	1.	1.	2,63	GLOBAL	0.

Show Advanced Load Parameters Add Modify Delete

Time Step Data:
 

- Number of Output Time Steps: 1052
- Output Time Step Size: 5,000E-03

Other Parameters:
 

- Modal Damping: Proportional Damping Modify/Show...

OK Cancel

Figura B.34 – Definição da Time History Analysis no SAP2000

Modal Damping Type:
 

- Constant Damping for all Modes
- Interpolated Damping by Period or Frequency
- Mass and Stiffness Proportional Damping by Coefficient

Mass and Stiffness Proportional Modal Damping by Coefficients:
 

- Direct Specification
- Specify Modal Damping by Period
- Specify Modal Damping by Frequency

	Mass Proportional Coefficient	Stiffness Proportional Coefficient
Specify Modal Damping by Frequency	1,613	5,878E-05

	Period	Frequency	Damping
First		13,9026	0,0118
Second		50.	0,0118

Recalculate Coefficients

Modal Damping Overrides:
 

Mode	Damping
1	0

 Add Modify Delete

OK Cancel

Figura B.35 – Definição do coeficiente de amortecimento

Para cada subida e descida com uma frequência de passada diferente e para cada função de carga EPF dos diferentes autores foi necessário realizar uma *Time History Analysis*. Isto pode ser visto como uma limitação do método, uma vez que torna o processo de cálculo das acelerações vagaroso. Embora em fase de projeto seja mais plausível apenas calcular as acelerações numéricas para o caso mais condicionante, ou seja, para as frequências de passada que igualem um dos submúltiplos da frequência fundamental da escada.

Para além da limitação mencionada anteriormente existem outras limitações quando se pretende utilizar funções de carga EPF em fase de projeto com o objetivo de prever as acelerações. A principal limitação prende-se com o facto de não haver muitas funções de carga EPF presentes na bibliografia [5] e mesmo as que existem normalmente são apenas exemplos retirados dos ensaios efetuados e não funções de carga EPF obtidas com o objetivo de serem utilizadas em dimensionamento. Outra limitação é que nenhum engenheiro pode dar-se ao luxo de realizar ensaios em plataformas de força durante a fase de projeto visto ser um processo muito moroso que ocuparia a maior parte do tempo necessário para a realização do próprio projeto. Para além disso as plataformas de força são equipamentos dispendiosos, o que faz com que muitas empresas de construção civil considerem uma aquisição desnecessária. Um dos únicos autores que obteve funções de carga EPF com o objetivo de serem utilizadas em fase de projeto foi Davis [15], apresentando na sua tese de Doutoramento funções de carga com frequências de passada a variar entre 1,6 e 2,2Hz espaçadas de 0,083Hz em 0,083Hz. As funções de carga apresentadas por este autor são indicadas para serem utilizadas em fase de projeto pois são funções cujas amplitudes dos seus harmónicos têm valores aproximados aos valores das amplitudes dos harmónicos recomendados por Willford et al. [25] para dimensionamento. Estes valores das amplitudes dos harmónicos são recomendados por Willford et al. [25] para dimensionamento por terem uma probabilidade de não serem excedidos de 75%. Apenas foram obtidas funções de carga para uma superfície plana, daí o facto de apenas serem utilizadas frequências de passada a variar entre 1,6 e 2,2Hz, visto que este é o intervalo de frequências de passada normalmente utilizadas pelos peões em superfícies planas.

## **B.5.2 FUNÇÕES DE CARGA FS**

### **B.5.2.1 AMPLITUDES DOS HARMÓNICOS E ÂNGULOS DE FASE**

Na Subsecção 3.5.2 referiu-se que utilizaram-se os harmónicos obtidos pelos autores Kerr [4] e Gaile [17] e os indicados pelo regulamento SCIP354 [7]/ISO 10137 [10] na definição das funções de carga FS. Neste anexo expõe-se porque foram utilizados os harmónicos destes autores e deste regulamento e como os mesmos foram determinados. Também explica-se porque foram considerados os valores dos ângulos de fase mencionados na Subsecção 3.5.2.

Decidiu-se utilizar os harmónicos definidos por Kerr [4] porque este foi um dos autores que realizou um dos trabalhos mais extensos na obtenção das amplitudes dos harmónicos para diferentes frequências de

passada. Já as amplitudes dos harmônicos definidos por Gaile [17] foram utilizados tendo em conta várias razões, como por exemplo terem sido obtidas através de um método diferente (sem ser através de ensaios em plataformas de força), por serem propostas fórmulas para a definição das mesmas (ver Tabela 2.1) e por serem dados os valores dos ângulos de fase (ao contrário do que acontece com os outros autores). Foram também utilizados os harmônicos indicados pelo SCI P354 [7]/ISO 10137 [10] por serem harmônicos regulamentares específicos para escadas.

Os valores das amplitudes do 1º harmónico obtidos por Kerr [4] foram escolhidos consoante a frequência de passada pretendida tendo em conta as três zonas (*walking*, *mixture* e *running*) definidas nas Figuras 2.8 (Subsecção 2.3.2.2) e A.10 (Anexo A.5.2). O 2º, 3º e 4º harmónico por apresentarem uma grande dispersão foram escolhidos considerando o seu valor médio. Os mesmos foram retirados da Tabela A.3. Os harmónicos dados por Gaile [17] foram obtidos pelas expressões apresentadas na Tabela 2.1. De referir que esta autora apenas propõe expressões para os valores dos harmónicos até uma frequência de passada de 2,3Hz, porém foram utilizadas essas expressões para a descida a 2,6Hz por ser uma frequência de passada aproximada. Os harmónicos definidos pelo SCI P354 [7] encontram-se na Tabela 2.2 (Subsecção 2.5.1).

Outro parâmetro importante para definir a série de Fourier dada pela Equação (9) (Subsecção 2.3.2.1) é o ângulo de fase  $\phi_i$ . Conforme é possível observar na Tabela 2.1 a autora Gaile [17] apresenta os valores dos ângulos de fase obtidos a partir dos seus ensaios, contudo os restantes autores Kerr [4], Bishop [2], González [16] e Kasperski [13] não apresentam informação sobre este parâmetro, aliás na bibliografia foi pouca a informação encontrada relativamente a este parâmetro (conforme mencionado na Subsecção 2.3.2.3). A norma ISO 10137 [10] refere que uma abordagem conservativa consiste em utilizar um ângulo de fase igual a 90º para todos os harmónicos à exceção do primeiro harmónico, que segundo o mesmo deve ser considerado igual a 0º. Os autores Bachmann e Ammann [14] também referem que quando se pretende fazer simulações numéricas o caso mais desfavorável consiste em considerar o ângulo de fase do primeiro harmónico  $\phi_1 = 0^\circ$  e do segundo e terceiro harmónico  $\phi_2 = \phi_3 = 90^\circ$ . Estes autores apenas apresentam informação relativa aos três primeiros harmónicos daí só apresentarem os ângulos de fase para os mesmos. Tendo em conta o que é referido pela ISO 10137 [10] e por Bachmann e Ammann [14] foi decidido utilizar nas séries de Fourier definidas com os harmónicos dados por Kerr [4] e pelo SCI P354 [7] um ângulo de fase igual a 0º para o primeiro harmónico e igual a 90º, com sinal negativo, para os restantes. Já para as séries de Fourier definidas com os harmónicos dados por Gaile [17] foram utilizados os ângulos de fase presentes na Tabela 2.1.

#### **B.5.2.2 APLICAÇÃO DAS FUNÇÕES DE CARGA FS**

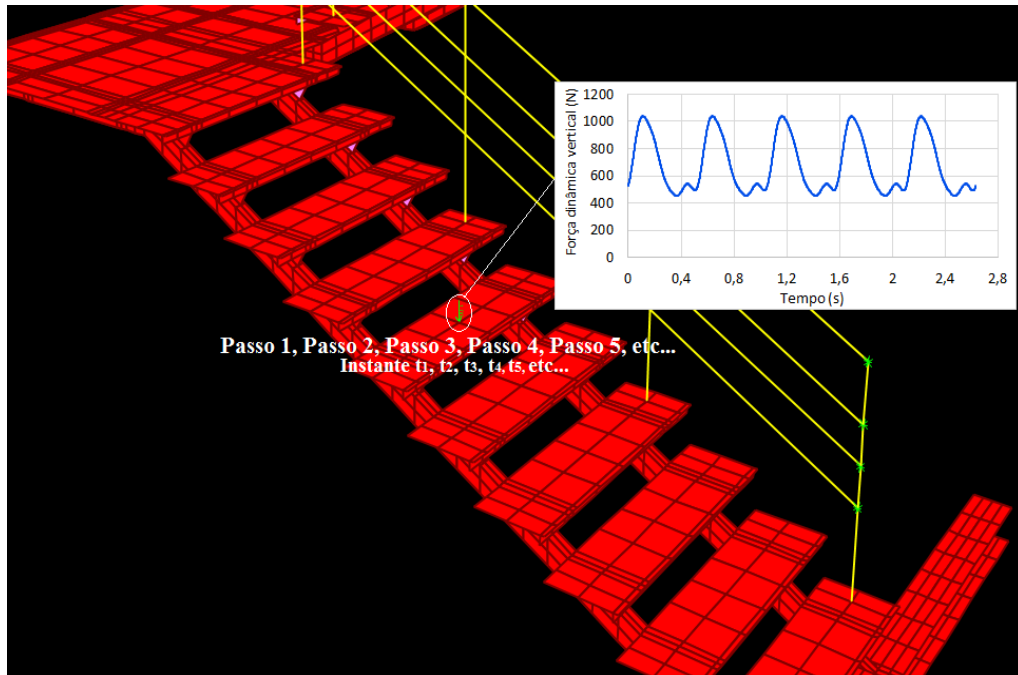
Como foi mencionado na Subsecção 3.5.2 aplicar as funções de carga FS ao longo do lanço de escadas do mesmo modo que foram aplicadas as funções de carga EPF, conforme descrito no Anexo B.5.1, pode não ser o mais adequado. Ninguém pode negar a importância da série de Fourier na simulação das passadas

humanas. Devido ao facto de todos os artigos e regulamentos dedicados a vibrações proporem valores de harmónicos e de ser de fácil aplicação, a série de Fourier constitui uma maneira simplificada, em fase de projeto, de prever as acelerações a que uma determinada escada estará sujeita.

Apesar das visíveis vantagens em utilizar a série de Fourier há um problema, como foi observado no Anexo B.4.3 (ver Figuras B.27 e B.31) aplicando as funções de carga FS e as funções de carga EPF os resultados obtidos são substancialmente diferentes. É de notar que as acelerações são superiores quando aplica-se a função de carga FS. A principal razão para a diferença de resultados (vista nas Figuras B.27 e B.31) entre as duas funções de carga pode estar relacionada com o facto de ambas só produzirem o mesmo efeito se forem aplicadas no mesmo ponto. Isto é, a série de Fourier, conforme demonstrado no esquema presente no Anexo B.5.1, tem origem na sobreposição de dois passos consecutivos e quando aplica-se esta função de carga em cada degrau do modelo numérico está-se a aplicar no mesmo ponto a força exercida pelo pé direito e pelo esquerdo em simultâneo, o que não acontece quando aplica-se em cada degrau do modelo numérico a função de carga EPF, pois esta como representa um passo apenas (exercido pelo pé esquerdo ou pelo pé direito é indiferente) no período em que o pé direito e o pé esquerdo estão a atuar em simultâneo as duas funções estão sendo aplicadas em pontos diferentes, ou seja, em degraus diferentes. Esta observação é importante pois pode ser uma das razões porque as funções de carga FS originam valores de aceleração sobrestimados.

Não há qualquer dúvida que a força exercida por vários passos consecutivos pode ser simulada através de uma série de Fourier, no entanto é preciso ter em atenção que quando existe a sobreposição dos dois pés na realização de dois passos consecutivos, as forças exercidas pelos mesmos estão aplicadas em dois pontos distintos e não no mesmo ponto. Isto tem especial relevância nas simulações utilizando um modelo numérico pois aplicar duas funções de carga EPF em dois pontos distintos durante um período em simultâneo não origina o mesmo resultado do que aplicar duas funções de carga EPF no mesmo ponto durante um período em simultâneo. As séries de Fourier apenas conseguem simular de uma forma extremamente realista funções contínuas periódicas se estas estiverem a atuar no mesmo ponto, por esse motivo foi decidido aplicar as funções de carga FS ao modelo numérico sempre no mesmo ponto durante o tempo necessário para o indivíduo percorrer o lanço de escadas. O ponto escolhido foi o degrau 6, aproximadamente a meio vão do lanço de escadas, por ser a zona onde se prevê maiores acelerações. Por estarem a atuar somente a meio vão (degrau 6) durante o tempo necessário para o sujeito percorrer o lanço de escadas espera-se que os resultados obtidos sejam conservativos.

Segundo Davis [15] quando se pretende realizar simulações referentes ao andamento dos peões com séries de Fourier, estas devem ser aplicadas ao modelo numérico sempre no mesmo ponto, concordando com o que foi efetuado nesta dissertação. O mesmo não fundamenta por que razão as séries de Fourier devem ser aplicadas dessa maneira, contudo deverá estar relacionado com que foi dito anteriormente. A Figura B.36 esquematiza como foram aplicadas as funções de carga FS no modelo numérico das escadas da SRAS.



**Figura B.36 – Aplicação das funções de carga FS a meio vão (degrau 6) no modelo numérico**

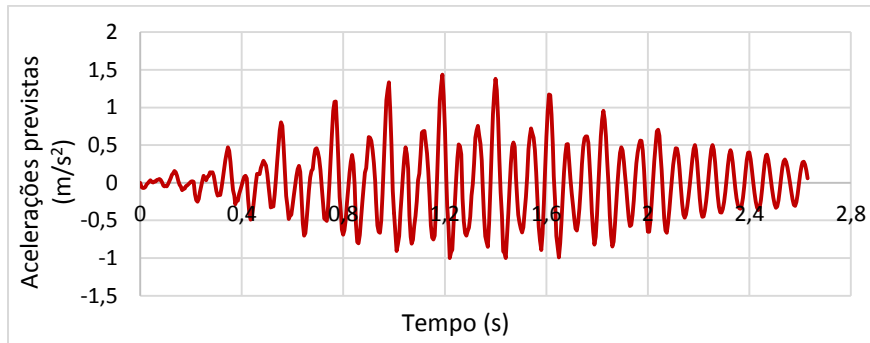
A aplicação das funções de carga FS é a principal diferença entre este método e o 1º método (utilizando funções de carga EPF) descrito na Subsecção 3.5.1 e no Anexo B.5.1. Na análise das acelerações numéricas através deste método, o processo é idêntico ao que foi descrito no Anexo B.5.1 à exceção da definição do *number of output time steps* na *Time History Analysis*. Para este caso o *number of output time steps* foi seleccionado da seguinte maneira. O lanço de escadas é constituído por 10 degraus, se um indivíduo percorre a escada com uma frequência de passada de 2,0Hz isto significa que o tempo necessário para o mesmo percorrer o lanço de escadas é igual a  $10 \times (\frac{1}{2}) = 5$  segundos. Deste modo o *number of output time steps* é igual a  $\frac{5}{0,005} = 1000$ . Para as restantes frequências de passada o raciocínio é o mesmo.

## B.6 RESULTADOS NUMÉRICOS OBTIDOS PARA UM PEÃO ISOLADO

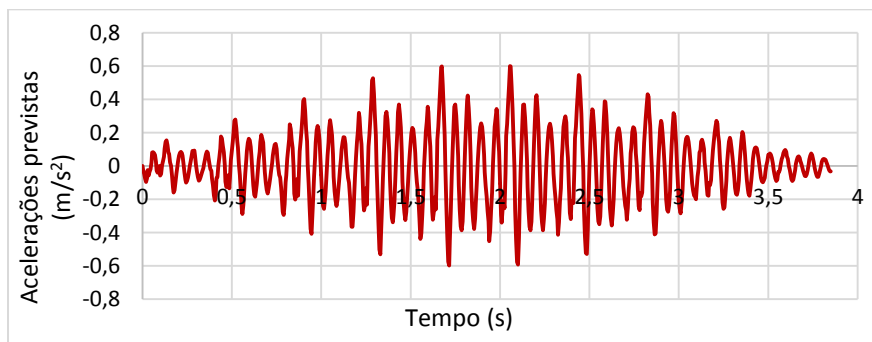
### B.6.1 FUNÇÕES DE CARGA EPF

Nas Figuras B.37 e B.38 estão representadas respetivamente um exemplo de um gráfico das acelerações obtidas numericamente para uma subida a 3,80Hz e um exemplo de um gráfico das acelerações numéricas obtidas para uma descida a 2,60Hz. Estes dois gráficos dizem respeito às acelerações obtidas por funções de carga EPF para os outros tipos de andamento e frequências de passada analisadas, que não foram possíveis demonstrar na Subsecção 3.6.1. Tanto o gráfico das acelerações para uma subida a 3,80Hz como o gráfico das acelerações para uma descida a 2,60Hz foram obtidos através de funções de carga EPF determinadas por Kerr [4]. Observando as figuras seguintes e as Figuras 3.27 e 3.28 presentes na Subsecção 3.6.1 pode-se notar que os valores das acelerações aumentam com o aumento da frequência de

passada, isto acontece porque as funções de carga EPF apresentam forças dinâmicas superiores à medida que a frequência de passada aumenta.



**Figura B.37 – Acelerações numéricas para uma subida a 4,0Hz determinadas através da função de carga EPF Kerr**



**Figura B.38 – Acelerações numéricas para uma descida a 2,60Hz determinadas através da função de carga EPF Kerr**

Para além das acelerações de pico, conforme foi visto na Subsecção 3.6.1, também foram calculadas as acelerações r.m.s a partir das acelerações numéricas obtidas através de funções de carga EPF. O intervalo de tempo utilizado no cálculo das acelerações r.m.s numéricas foi o mesmo que foi utilizado no cálculo das acelerações r.m.s experimentais (ver Anexo B.2). Na Tabela B.3 são apresentados os valores máximos das acelerações r.m.s obtidas numericamente através das funções de carga EPF para as diferentes frequências de passada. Na mesma tabela também está identificado o autor da função de carga que originou o valor máximo da aceleração r.m.s.

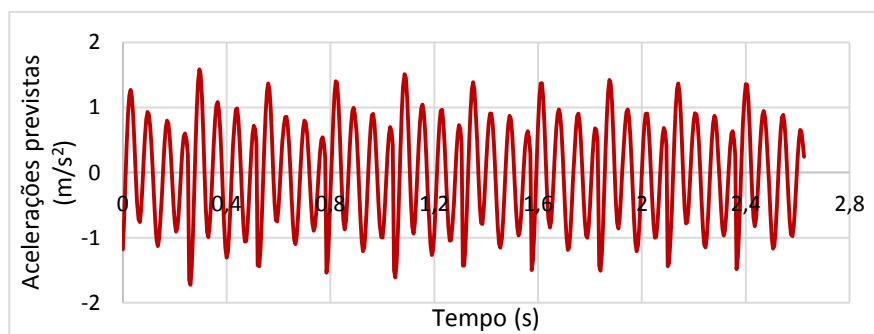
**Tabela B.3 – Valores máximos das acelerações r.m.s obtidas nas análises com funções de carga EPF**

Autores e frequências de passada das funções de carga EPF		Acelerações r.m.s numéricas ( $m/s^2$ )
Subida	EPF González 1,90Hz	0,24
	EPF Kerr 3,80Hz	0,49
Descida	EPF Kerr 2,70Hz	0,21
	EPF Kerr 3,50Hz	0,86

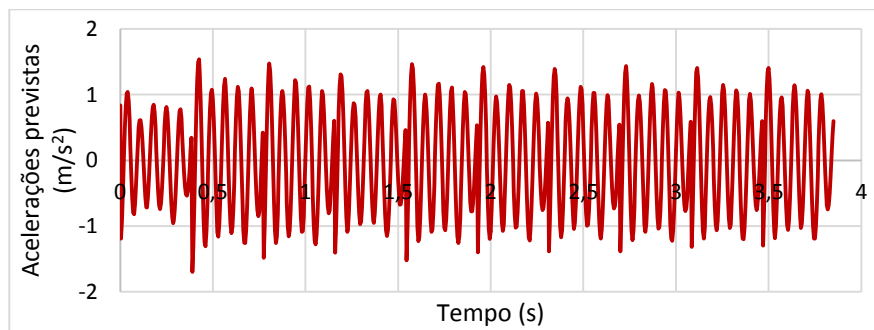
## B.6.2 FUNÇÕES DE CARGA FS

Neste anexo são apresentados dois exemplos de gráficos das acelerações obtidas por intermédio de funções de carga FS para os restantes tipos de andamento e frequências de passada analisadas, que não foram

possíveis demonstrar na Subsecção 3.6.2. O gráfico das acelerações representado na B.39 corresponde a uma subida a 3,80Hz definida pelos harmônicos obtidos por Kerr [4] e o gráfico das acelerações presente na B.40 corresponde a uma descida a 2,60Hz obtida pela função de carga FS definida com os harmônicos propostos por Gaile [17]. Observando as Figuras B.39 e B.40 verifica-se que as acelerações são aproximadas apesar da distinção nas frequências de passadas utilizadas. O nível de acelerações obtidas por este método está sobretudo relacionado com a amplitude dos harmônicos, se dois autores diferentes obtêm valores de harmônicos semelhantes para diferentes frequências de passada o nível de acelerações será similar para estas duas frequências distintas. Esta pode ser uma das razões porque o nível de aceleração é idêntico para uma frequência de passada de 2,60Hz e de 3,80Hz, visto que as amplitudes dos harmônicos obtidos por Gaile [17] e por Kerr [4] são aproximadas para estas frequências.



**Figura B.39 – Acelerações numéricas determinadas por uma função de carga FS definida pelos harmônicos dados pela Tabela 2.2 para uma subida a 3,80Hz**



**Figura B.40 – Acelerações numéricas determinadas por uma função de carga FS definida pelos harmônicos obtidos por Kerr [4] para uma descida a 2,60Hz**

Na Tabela B.4 estão representados os valores máximos das acelerações r.m.s numéricas obtidas através desta metodologia para as diferentes frequências de passada. As acelerações r.m.s foram calculadas do mesmo modo que as acelerações r.m.s experimentais e obtidas através das funções de carga EPF. Tal como foi feito na Tabela B.3 também na Tabela B.4 está identificado de que autores foram obtidos os harmônicos que deram origem às acelerações máximas. Como é possível constatar utilizando os harmônicos obtidos por Kerr [4] obtêm-se os valores de acelerações mais elevados, independentemente da frequência de passada.

**Tabela B.4 – Valores máximos das acelerações r.m.s obtidos nas análises com funções de carga FS**

<i>Autores e frequências de passada das funções de carga FS</i>		<i>Acelerações r.m.s numéricas (<math>m/s^2</math>)</i>
Subida	FS Kerr 1,90Hz	0,81
	FS Kerr 3,80Hz	0,70
Descida	FS Kerr 2,60Hz	0,78
	FS Kerr 3,50Hz	3,10

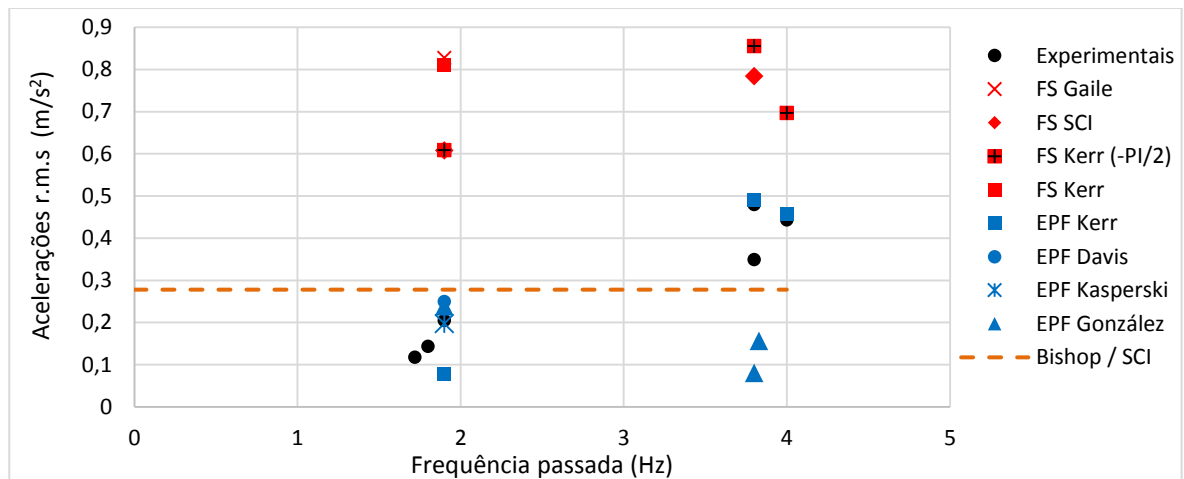
## **B.7 COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS EXPERIMENTAIS COM OS RESULTADOS NUMÉRICOS E COM OS LIMITES REGULAMENTARES PROPOSTOS PARA UM PEÃO ISOLADO**

Como foi referido na Secção 3.7 com o intuito de facilitar a comparação entre os resultados alcançados numericamente e experimentalmente relativos a um peão isolado foram realizados quatro gráficos, dois para a subida e dois para a descida, onde foram englobadas todas as acelerações de pico e r.m.s medidas experimentalmente e obtidas numericamente. O primeiro passo para comparar as acelerações de pico e r.m.s determinadas numericamente e experimentalmente com os diversos limites regulamentares é definir os valores dos mesmos na escada metálica da SRAS. Foram utilizados na escada metálica da SRAS os limites propostos pelo SCI P354 [7] e AISC 11 [11] e os limites propostos pelos autores Bishop [3] e Davis et al. [23] pelos motivos mencionados na Subsecção 2.5.3. De referir que o limite proposto pelo SCI P354 [7] é aquele que foi sugerido por Bishop [3]. Os valores dos limites aceitáveis segundo o SCI P354 [7] foram alcançados tendo em conta a curva base (eixo Z) presente na Figura 2.15 (Subsecção 2.5.2) e um coeficiente de multiplicação igual a 32, presente na Tabela 2.3 (Subsecção 2.5.3). Utilizou-se um coeficiente de 32 porque a escada da SRAS está situada num edifício de escritórios em que o grau de ocupação é inferior a um edifício público, o que permite um limite de vibrações mais elevado. O limite aceitável proposto pelo AISC 11 [11] é para pontes interiores, no entanto como foi dito na Subsecção 2.5.3 normalmente é tido como um limite aplicável para escadas. O valor limite proposto por este regulamento foi obtido segundo a curva base presente na Figura A.31, Anexo A.13. Quanto aos limites sugeridos por Davis et al. [23] são apresentados na Tabela 2.4 (Subsecção 2.5.3). Os autores Davis et al. [23] e o regulamento AISC 11 [11] não apresentam limites aceitáveis para acelerações r.m.s portanto apenas são apresentados nos gráficos das Figuras 3.31 (Subsecção 3.7.1) e 3.32 (Subsecção 3.7.2).

No presente anexo apresentam-se os dois gráficos criados, para a subida e para a descida, com todas as acelerações r.m.s obtidas. Neste anexo também são comparados alguns dos gráficos das acelerações medidas experimentalmente com alguns dos gráficos das acelerações obtidas numericamente.

### B.7.1 SUBIDA

O gráfico elaborado com todas as acelerações r.m.s obtidas para a subida encontra-se representado na Figura B.41. As cores e os símbolos indicados no gráfico das acelerações r.m.s representam o mesmo que foi descrito na Subsecção 3.7.1 referente ao gráfico das acelerações de pico (ver Figura 3.31, Subsecção 3.7.1). As únicas diferenças prendem-se com o facto de não serem apresentados os resultados obtidos pela análise *Steady State* porque através deste método apenas são obtidas acelerações de pico e com o facto de apenas ser referido o limite proposto pelo SCI P354 [7] pelo motivo já referido anteriormente.



**Figura B.41 – Comparação das acelerações r.m.s experimentais e numéricas, para a subida, com o limite permitido proposto pelo SCI P354 [7]**

Com base na observação das acelerações r.m.s presentes no gráfico anterior pode-se retirar as seguintes ilações:

#### – Acelerações experimentais

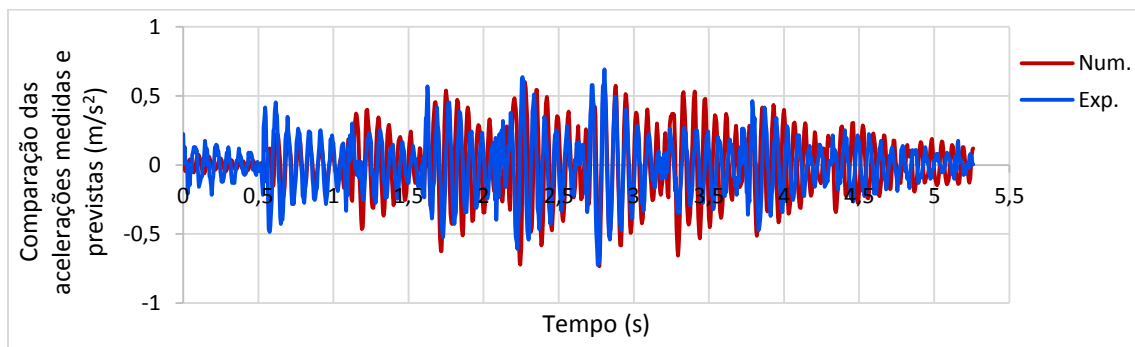
As acelerações r.m.s experimentais para subidas com frequências de passada baixas (entre 1,70 e 1,90Hz), ou seja, para subidas com um andamento normal apresentam valores que estão dentro do limite aceitável, ao contrário do que acontece com as acelerações de pico para as mesmas frequências de passada (ver Figura 3.31, Subsecção 3.7.1). Não é surpresa tal acontecer, visto que na realização dos ensaios experimentais, nas subidas com andamento normal, já era perceptível que globalmente as vibrações não eram significativas. Já para frequências de passada elevadas a rondar os 3,8 a 4,0Hz as acelerações r.m.s, tal como acontece com as acelerações de pico (ver Figura 3.31, Subsecção 3.7.1), são superiores ao limite regulamentar.

#### – Acelerações obtidas a partir das funções de carga EPF

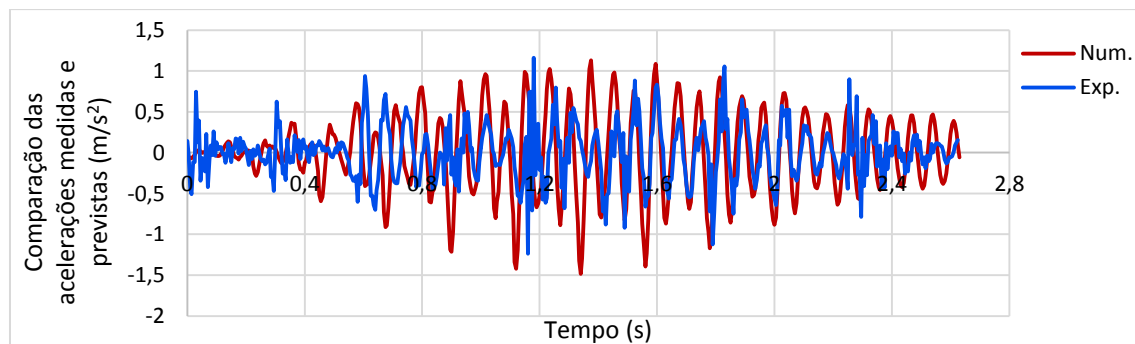
Verifica-se que para 1,9Hz (aproximadamente) a função de carga EPF González origina uma aceleração r.m.s aproximada às experimentais e a função de carga EPF Kerr origina uma aceleração r.m.s muito inferior às experimentais, mas para 4,0Hz (aproximadamente) acontece exatamente o oposto, as funções de carga EPF González originam valores muito inferiores aos experimentais enquanto as funções de carga

EPF Kerr originam valores mais aproximados aos experimentais. Os autores Kasperski [13] e Davis [15] apenas apresentam funções de carga para frequências baixas logo não houve a possibilidade de ver os resultados destes autores para subidas a frequências mais elevadas, no entanto as acelerações r.m.s obtidas com frequências baixas aproximam-se das experimentais.

Nas Figuras B.42 e B.43 apresentam-se dois exemplos em que se comparam dois dos gráficos das acelerações obtidas experimentalmente com dois dos gráficos das acelerações obtidas por intermédio de funções de carga EPF respetivamente para uma subida a 1,90Hz e a 3,80Hz. Para 1,90Hz o gráfico das acelerações numérico foi obtido pela função de carga EPF González e para 3,80Hz o gráfico das acelerações numérico foi obtido pela função de carga EPF Kerr. Como pode-se constatar para uma subida a 1,90Hz as acelerações experimentais são na generalidade coincidentes com as obtidas numericamente, isto significa que conseguiu-se simular de uma forma bastante precisa o andamento normal do peão durante os ensaios experimentais com funções de carga EPF. Para uma subida a 3,8Hz as acelerações já não são tão coincidentes, porém no intervalo de 1,5 a 2,3s continuam a ser muito aproximadas.



**Figura B.42 – Comparação das acelerações numéricas (função de carga EPF González) com as acelerações experimentais para uma subida a 1,90Hz**



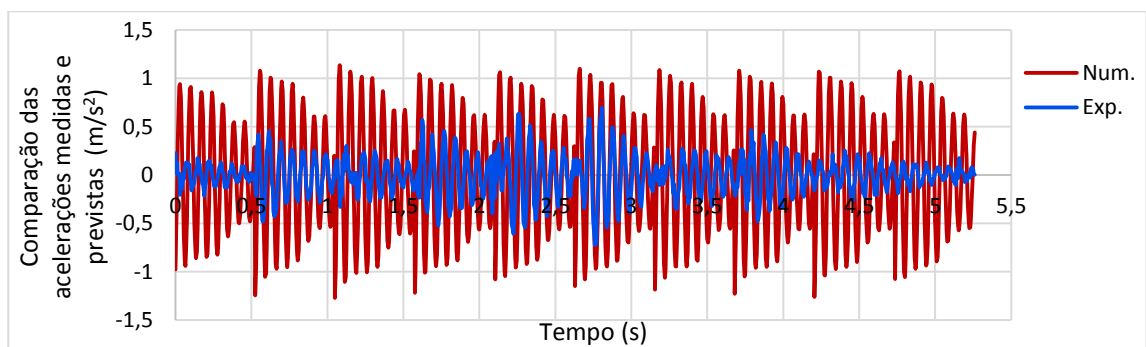
**Figura B.43 – Comparação das acelerações numéricas (função de carga EPF Kerr) com as acelerações experimentais para uma subida a 3,80Hz**

#### – Acelerações obtidas a partir das funções de carga FS

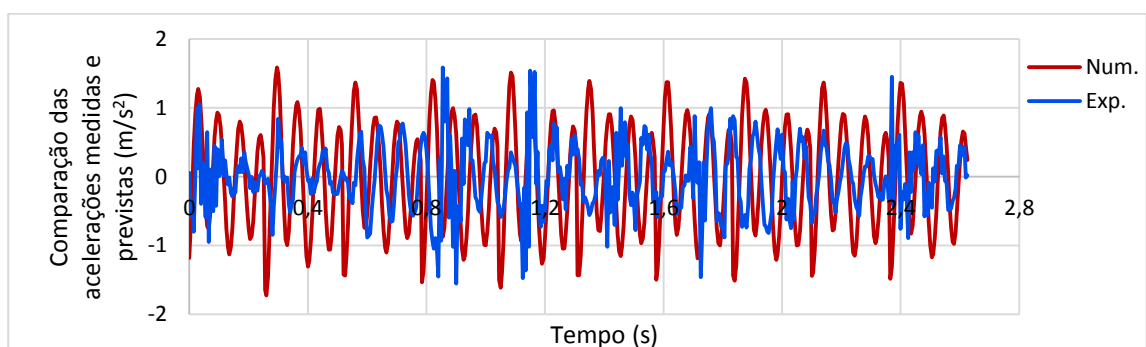
As acelerações r.m.s numéricas são superiores às experimentais, tanto para subidas a 1,90Hz como para subidas a 4,0Hz. Nas acelerações r.m.s a diferença entre as acelerações experimentais e as obtidas através das funções de carga FS é maior independentemente da frequência de passada utilizada porque a carga é sempre aplicada a meio vão (degrau 6) da escada da SRAS durante o tempo necessário para o indivíduo percorrer a mesma, fazendo com que as acelerações sejam mais ou menos constantes ao longo do tempo.

O mesmo já não acontece com as acelerações experimentais porque apesar de estas serem medidas também no degrau 6 (meio vão), a carga não é aplicada no mesmo ponto, é aplicada em vários pontos ao longo da escada porque o indivíduo move-se ao longo dos degraus da escada, o que faz com que as acelerações a meio vão neste caso não sejam constantes, diminuindo deste modo os valores das acelerações r.m.s.

Nas Figuras B.44 e B.45 apresentam-se dois exemplos em que se comparam dois dos gráficos das acelerações obtidas experimentalmente com dois dos gráficos das acelerações obtidas por intermédio de funções de carga FS respetivamente para uma subida a 1,90Hz e a 3,80Hz. Para 1,90Hz o gráfico das acelerações numérico foi obtido pela função de carga FS Kerr ( $-\pi/2$ ) e para 3,80Hz o gráfico das acelerações numérico foi obtido pela função de carga FS SCI. No gráfico da subida a 1,90Hz as acelerações numéricas são relativamente superiores às experimentais e no gráfico da subida a 3,80Hz embora alguns picos das acelerações estejam próximos dos experimentais, globalmente as acelerações numéricas são superiores às experimentais, demonstrando o que foi observado nas Figuras 3.31 (Subsecção 3.7.1) e B.41.



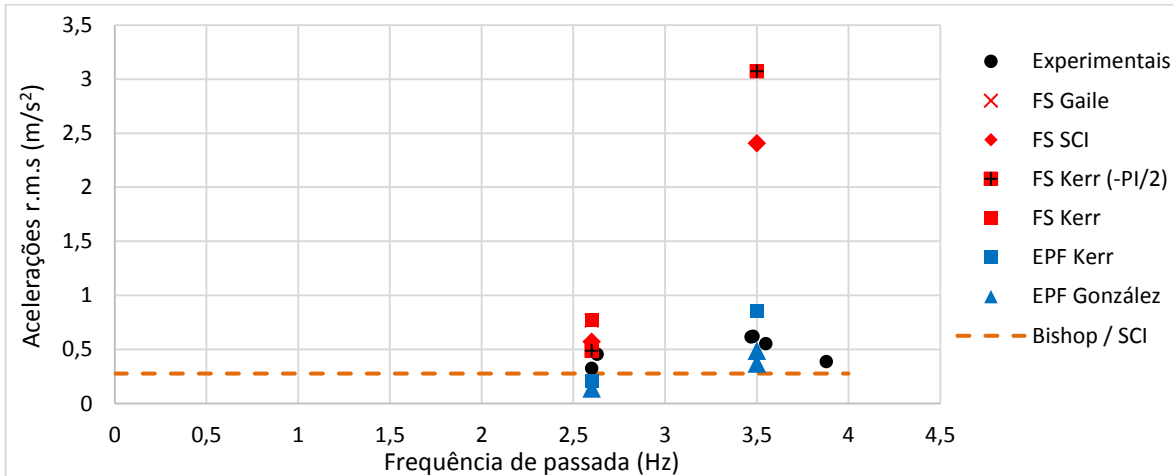
**Figura B.44 – Comparação das acelerações numéricas (função de carga FS Kerr ( $-\pi/2$ )) com as acelerações experimentais para uma subida a 1,90Hz**



**Figura B.45 – Comparação das acelerações numéricas (função de carga FS SCI) com as acelerações experimentais para uma subida a 3,80Hz**

## B.7.2 DESCIDA

O gráfico elaborado com todas as acelerações r.m.s obtidas para a descida encontra-se representado na Figura B.46.



**Figura B.46 – Comparação das acelerações r.m.s experimentais e numéricas, para a descida, com o limite permitido proposto pelo regulamento SCI P354 [7]**

Com base na observação das acelerações r.m.s obtidas através das análises realizadas para a descida é possível retirar as seguintes conclusões:

#### – Acelerações experimentais

As acelerações experimentais r.m.s obtidas para frequências de passada baixas a rondar os 2,60Hz, ao contrário do que acontece para a subida (para 1,90Hz), ultrapassam o limite proposto pelo SCI P354 [7], embora um dos ensaios apenas ultrapasse ligeiramente. Já as acelerações experimentais r.m.s obtidas para frequências de passada mais elevadas com valores a rondar os 3,5Hz ultrapassam o limite proposto pelo SCI P354 [7] tal como acontece para a subida.

No caso das descidas durante os ensaios experimentais independentemente da frequência de passada utilizada já havia a perceção que as vibrações eram significativas ao longo da escada, sendo mais evidentes principalmente para descidas rápidas. Portanto não foi surpresa após o tratamento de resultados as acelerações ultrapassarem os limites propostos.

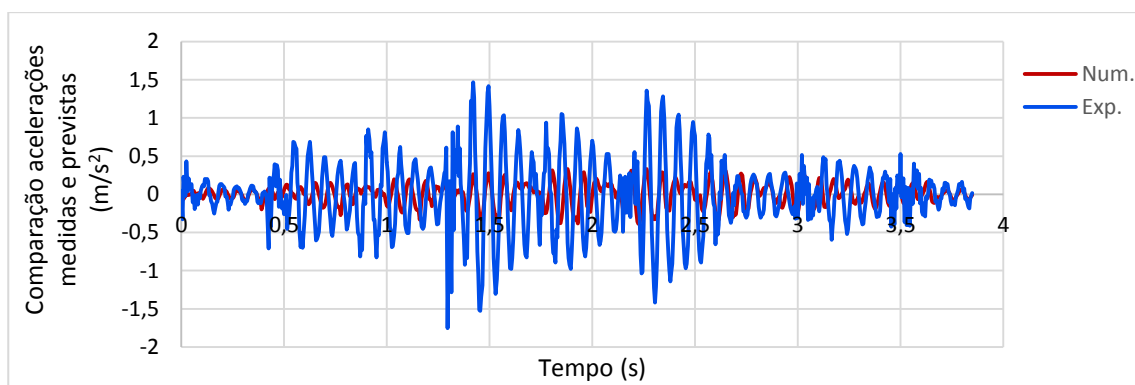
#### – Acelerações obtidas a partir das funções de carga EPF

Para descidas rápidas com frequências de passada próximas de 3,50Hz, tanto por intermédio das funções de carga EPF González como através da função de carga EPF Kerr conseguiram-se obter acelerações r.m.s próximas das obtidas experimentalmente.

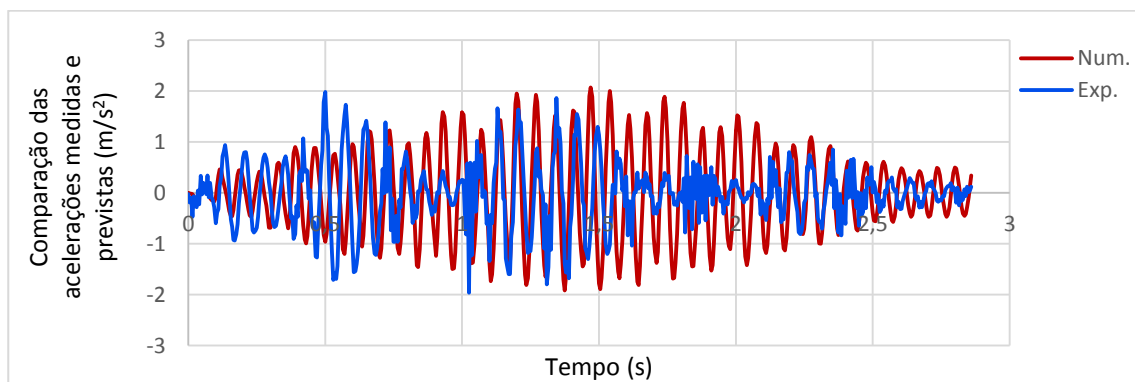
Para uma descida normal com frequências de passada a rondar os 2,60Hz é possível verificar que as acelerações r.m.s são mais próximas das acelerações r.m.s experimentais do que as acelerações de pico. Embora os resultados sejam mais satisfatórios continuam a ser distintos dos obtidos experimentalmente. As acelerações r.m.s obtidas pelas funções de carga EPF Kerr e González são menores do que o limite permitido pelo SCI P354 [7], o que não corresponde à realidade, visto que as acelerações r.m.s experimentais para esta frequência de passada são superiores a este limite.

Nos dois exemplos representados nas Figuras B.47 e B.48 comparam-se dois dos gráficos das acelerações obtidas experimentalmente com dois dos gráficos das acelerações obtidas por meio de funções de carga

EPF respetivamente para uma descida a 2,60Hz e a 3,50Hz. Para 2,60Hz o gráfico das acelerações numérico foi obtido pela função de carga EPF González e para 3,50Hz o gráfico das acelerações numérico foi obtido pela função de carga EPF Kerr. Como é possível observar na Figura B.48 experimentalmente não foi conseguido obter uma resposta em ressonância para 3,50Hz, ao contrário do que sucedeu numericamente. No entanto pode-se notar que nalguns instantes as acelerações experimentais e numéricas são coincidentes. Na descida a 2,60Hz (Figura B.47) as acelerações experimentais são superiores às numéricas, demonstrando o que foi referido anteriormente através da observação das Figuras 3.32 (Subsecção 3.7.2) e B.46, que para descidas próximas de 2,60Hz as funções de carga EPF utilizadas não conseguiram prever adequadamente as acelerações.



**Figura B.47 – Comparação das acelerações numéricas (função de carga EPF González) com as acelerações experimentais para uma descida a 2,60Hz**



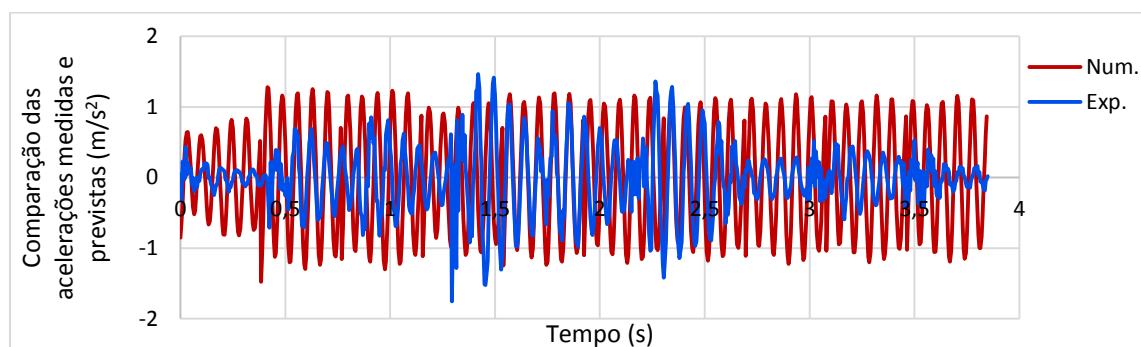
**Figura B.48 – Comparação das acelerações numéricas (função de carga EPF Kerr) com as acelerações experimentais para uma descida a 3,50Hz**

#### – Acelerações obtidas a partir das funções de carga FS

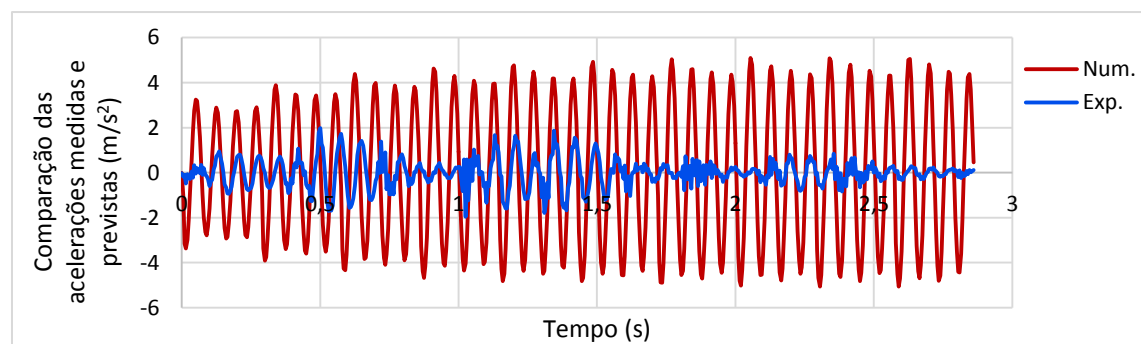
Para 2,60Hz através das funções de carga FS obtiveram-se acelerações r.m.s mais satisfatórias do que as obtidas através das funções de carga EPF. As acelerações r.m.s apesar de serem superiores, como seria de esperar pelo que foi explicado no Anexo B.7.1, são apenas ligeiramente superiores.

Para 3,5Hz as acelerações r.m.s obtidas pelas séries de Fourier são substancialmente superiores às experimentais. Tal pode ser explicado, como foi referido na Subsecção 3.7.2, pelo facto de esta frequência de passada corresponder a um dos submúltiplos da frequência fundamental da escada.

Nos dois exemplos representados nas Figuras B.49 e B.50 comparam-se dois dos gráficos das acelerações obtidas experimentalmente com dois dos gráficos das acelerações obtidas por meio de funções de carga FS respetivamente para uma descida a 2,60Hz e a 3,50Hz. Para 2,60Hz o gráfico das acelerações numérico foi obtido pela função de carga FS Gaile e para 3,50Hz o gráfico das acelerações numérico foi obtido pela função de carga FS Kerr. Na Figura B.49 para uma descida a 2,60Hz, as acelerações numéricas são muito próximas das experimentais no intervalo de tempo de 1,4 a 2,7s. Na Figura B.50 para uma descida a 3,50Hz as acelerações numéricas são muito superiores às experimentais, confirmando o que foi mencionado anteriormente e na Subsecção 3.7.2.



**Figura B.49** – Comparação das acelerações numéricas (função de carga FS Gaile) com as acelerações experimentais para uma descida a 2,60Hz



**Figura B.50** – Comparação das acelerações numéricas (função de carga FS Kerr) com as acelerações experimentais para uma descida a 3,50Hz

## B.8 ANÁLISES NUMÉRICAS REALIZADAS PARA UM GRUPO DE PEÕES

### B.8.1 FUNÇÕES DE CARGA EPF

Na Secção 3.5 e no Anexo B.5 demonstrou-se como simular o andamento de um peão isolado em escadas através de funções de carga EPF e como determinar as acelerações provenientes dessa simulação utilizando o SAP2000. No presente anexo pretende-se demonstrar como calcular numericamente as acelerações provocadas por um grupo de peões através de funções de carga EPF utilizando o SAP2000 para posteriormente serem comparadas com as acelerações de grupo medidas experimentalmente. O processo de cálculo das acelerações de grupo através das funções de carga EPF é idêntico ao processo para um peão isolado, à exceção do número de funções de carga EPF a utilizar, dado que neste caso tem-

se de simular o andamento de vários indivíduos e da definição do *arrival time* utilizado na *Time History Analysis*, visto que os indivíduos experimentalmente começaram a percorrer a escada com intervalos de tempo distintos.

As frequências de passada escolhidas para serem utilizadas nas simulações numéricas por uma razão óbvia foram iguais às verificadas experimentalmente para um grupo de peões. Experimentalmente verificou-se que nas subidas as frequências de passada variaram entre 1,76 e 2,16Hz, nas descidas com andamento normal verificou-se que as frequências de passada variaram entre 2,6 e 2,9Hz e nas descidas com andamento acelerado verificou-se que as frequências de passada variaram entre 3,42 e 3,86Hz. Portanto as funções de carga EPF também foram aplicadas, tanto para a subida como para a descida, com esses intervalos de frequências de passada para melhor simular o andamento do grupo de peões. Nos ensaios experimentais colocou-se um grupo de 4 indivíduos a percorrer a escada com um espaçamento de um degrau entre cada indivíduo, ou seja, quando o primeiro indivíduo estava no 3º degrau do lanço de escadas, o segundo indivíduo começava a percorrê-lo colocando o pé no 1º degrau e assim sucessivamente até os 4 indivíduos percorrerem todos os degraus do lanço de escadas. Numericamente isso pode ser simulado colocando 4 funções de carga EPF, representando os 4 indivíduos, a percorrer o modelo das escadas com diferentes tempos de chegada (*arrival times*). Por exemplo para uma subida de grupo a 2,0Hz a primeira função de carga EPF a simular o primeiro indivíduo deverá ser colocada no 3º degrau com um tempo de chegada 1,0 segundos, enquanto a segunda função de carga EPF simulando o segundo indivíduo deverá ser colocada no 1º degrau com o mesmo tempo de chegada. Quando a primeira e a segunda função de carga forem colocadas no 5º e 3º degrau respectivamente com um tempo de chegada de 2,0 segundos a terceira função de carga simulando o terceiro indivíduo deverá ser colocada no 1º degrau. As 4 funções de carga, simulando os 4 indivíduos, deverão ser colocadas sucessivamente conforme descrito até cada uma percorrer a totalidade do lanço de escadas. As Figuras B.51 e B.52 esquematizam o descrito.

Foram utilizadas nas análises de grupo as mesmas funções de carga EPF que foram utilizadas nas análises individuais, a única diferença é que as funções de carga EPF normalizadas foram multiplicadas por um peso de 737,5N em vez de um peso de 680N. Os intervenientes nos ensaios de grupo tinham um peso de 680N, 700N, 730N e 840N portanto por uma questão de simplificação as funções de carga EPF normalizadas foram multiplicadas pela média dos pesos próprios dos indivíduos. Podia-se calcular as acelerações multiplicando as funções de carga EPF pelo peso de cada indivíduo, mas foi verificado que os resultados obtidos eram quase idênticos aos obtidos utilizando a média dos pesos próprios dos indivíduos (737,5N). Esta simplificação fez com que o processo de cálculo se tornasse menos lento e complicado. No cálculo das acelerações numéricas referentes a um grupo de peões foram utilizadas 12 funções de carga EPF diferentes, 4 para a subida e 7 para a descida.

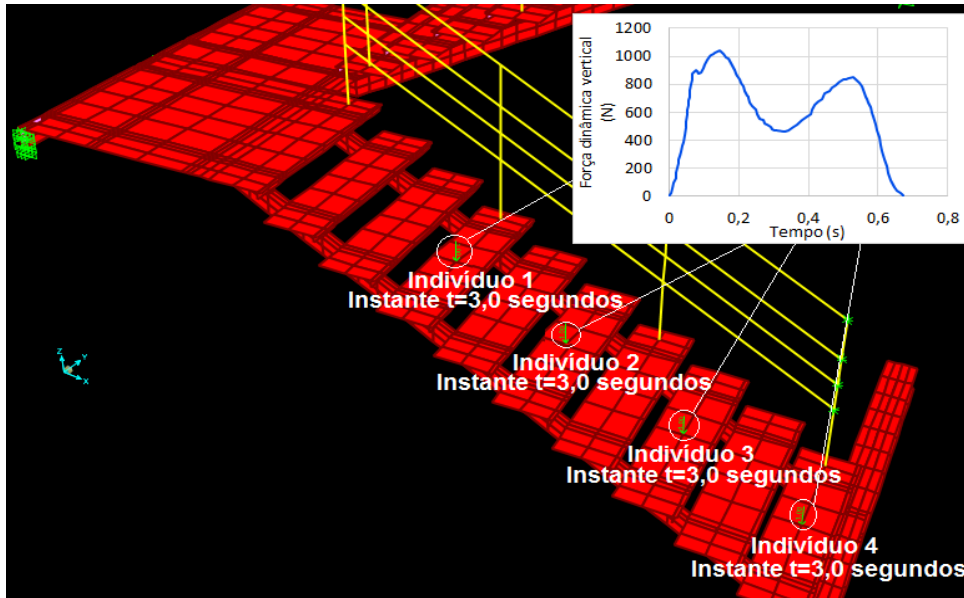


Figura B.51 – Representação da aplicação das 4 funções de carga EPF (4 indivíduos) no instante t=3 segundos para uma subida a 2,0Hz

The screenshot displays the 'Time History Analysis' setup window. Key sections include:

- Load Case Name:** TH EP (Davis 2,0Hz 1.0)
- Initial Conditions:** Zero Initial Conditions - Start from Unstressed State (selected).
- Analysis Type:** Linear (selected).
- Time History Type:** Modal (selected).
- Time History Motion Type:** Transient (selected).
- Loads Applied Table:**

Load Type	Load Name	Function	Scale Factor	Time Factor	Arrival Time	Coord Sys	Angle
Load Patn	1.0	EP 2,0Hz	1,	1,	0,	GLOBAL	0,
Load Pattern	1.0	EP 2,0Hz Dav	1,	1,	0,	GLOBAL	0,
Load Pattern	1.1	EP 2,0Hz Dav	1,	1,	0,5	GLOBAL	0,
Load Pattern	1.2	EP 2,0Hz Dav	1,	1,	1,	GLOBAL	0,
Load Pattern	2.0	EP 2,0Hz Dav	1,	1,	1,	GLOBAL	0,
Load Pattern	1.3	EP 2,0Hz Dav	1,	1,	1,5	GLOBAL	0,
Load Pattern	2.1	EP 2,0Hz Dav	1,	1,	1,5	GLOBAL	0,
- Time Step Data:** Number of Output Time Steps: 1600; Output Time Step Size: 5,000E-03.
- Other Parameters:** Modal Damping: Proportional Damping.

Figura B.52 – Definição da Time History Analysis para as análises de grupo

### B.8.2 FUNÇÕES DE CARGA FS

As análises numéricas para um grupo de peões utilizando as funções de carga FS foram efetuadas de maneira idêntica às análises numéricas para um grupo de peões utilizando as funções de carga EPF conforme descrito no Anexo B.8.1. A única exceção foi o facto das 4 funções de carga FS, simulando os 4 intervenientes nos ensaios experimentais, serem aplicadas somente a meio vão, estando em

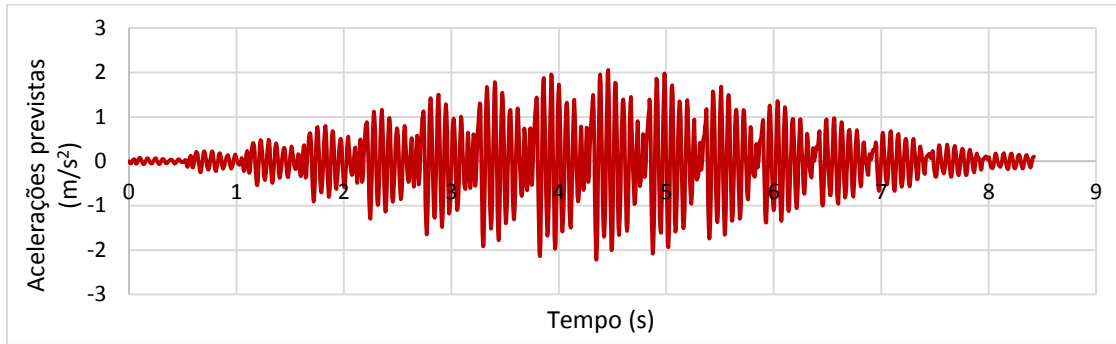
conformidade com o que foi feito nas análises individuais com funções de carga FS (ver Subsecção 3.5.2 e Anexo B.5.2). A frequência de passada simulando a subida de grupo foi de 1,90Hz, as frequências de passada simulando uma descida normal variaram entre 2,70 e 2,80Hz e a frequência de passada simulando uma descida acelerada foi de 3,50Hz. O peso próprio dos 4 indivíduos utilizado nas funções de carga FS foi de 737,5 N e o *arrival time* foi escolhido tendo em conta o tempo com que cada indivíduo começou a percorrer a escada, conforme explicado no Anexo B.8.1. As funções de carga FS definidas para simulações de grupo foram as mesmas que foram definidas para as simulações individuais.

No cálculo das acelerações relativas a um grupo de peões foram realizadas 11 análises numéricas, 4 subidas e 7 descidas, utilizando 11 funções de carga FS diferentes.

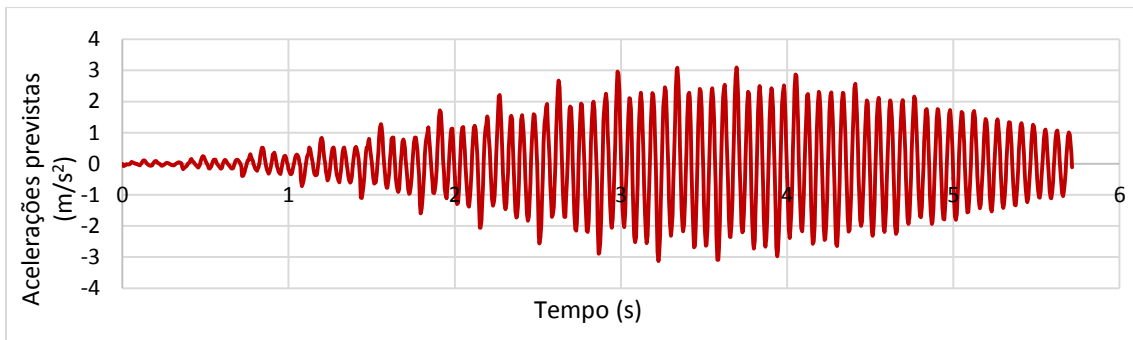
## **B.9 RESULTADOS NUMÉRICOS OBTIDOS PARA UM GRUPO DE PEÕES**

### **B.9.1 FUNÇÕES DE CARGA EPF**

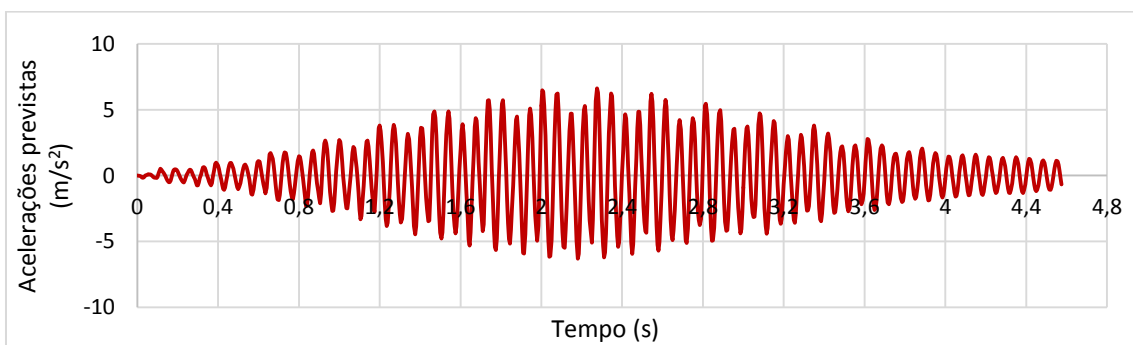
Alguns exemplos dos gráficos das acelerações obtidos numericamente utilizando as funções de carga EPF para simular o efeito de grupo estão representados nas Figuras B.53, B.54 e B.55. Nas mesmas estão respetivamente representadas um exemplo de uma subida de grupo normal a 1,90Hz, uma descida de grupo a 2,80Hz e uma descida de grupo rápida a 3,50Hz. Como era previsto para uma descida a 3,50Hz obteve-se uma resposta em ressonância. Os valores das acelerações para esta frequência de passada são cerca de 3 vezes superiores aos valores das acelerações obtidos para um peão isolado utilizando a mesma frequência de passada e a função de carga EPF dada por Kerr [4] (ver Figura 3.28, Subsecção 3.6.1). Para uma subida normal a 1,90Hz os valores das acelerações são inferiores aos valores das acelerações obtidos para descidas com frequências de passada superiores, também como seria de esperar. Decidiu-se representar o gráfico das acelerações a 2,80Hz para demonstrar um fenómeno interessante, para esta frequência de passada também obteve-se uma resposta em ressonância. Isto pode ser explicado pelo facto de 2,80Hz ser aproximadamente o quinto submúltiplo da frequência fundamental da escada da SRAS (13,9Hz). Esta é uma verificação importante pois vem demonstrar o que foi dito por Brownjohn et al. [20] e mencionado na Subsecção 2.4.1 que ainda existe energia suficiente nos harmónicos superiores ao 4º para que uma resposta em ressonância seja possível. Apesar de se ter obtido uma resposta em ressonância igualmente para uma frequência de passada de 2,80Hz, os valores das acelerações obtidos para esta frequência de passada não são tão elevados como os valores obtidos para uma frequência de passada de 3,50Hz, mas isso pode ser facilmente justificado pelo facto do 4º harmónico apresentar uma magnitude superior à magnitude do 5º harmónico.



**Figura B.53 – Acelerações numéricas para uma subida de grupo a 1,90Hz determinadas através da função de carga EPF González**



**Figura B.54 – Acelerações numéricas para uma descida de grupo a 2,80Hz determinadas através da função de carga EPF González**



**Figura B.55 – Acelerações numéricas para uma descida de grupo a 3,50Hz determinadas através da função de carga EPF Kerr**

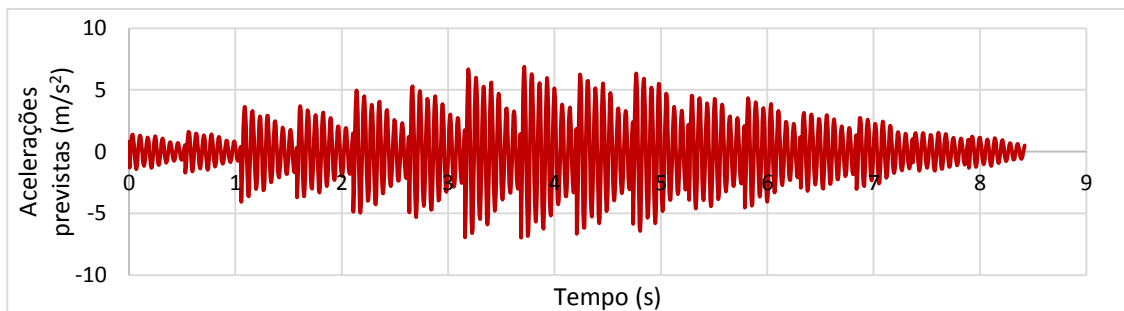
Na Tabela B.5 estão representadas os valores máximos das acelerações de pico e r.m.s verificadas para as análises de grupo utilizando funções de carga EPF. Tal como nas Tabelas 3.4 (Subsecção 3.6.1) e B.3 também estão identificados os autores das funções de carga EPF que originaram as acelerações máximas.

**Tabela B.5 – Valores máximos das acelerações de pico e r.m.s para as análises de grupo com funções de carga EPF**

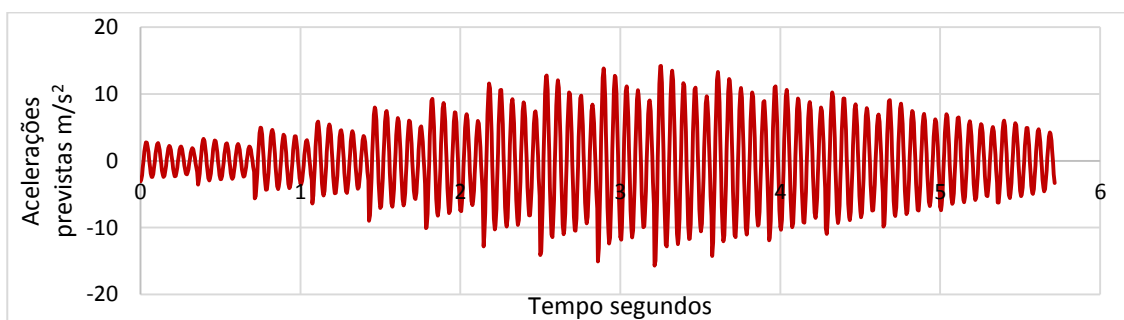
Autores e frequências de passada das funções de carga EPF		Acelerações numéricas (m/s <sup>2</sup> )	
		Pico	r.m.s
Subida	EPF González 1,90Hz	2,22	0,7
Descida	EPF Kerr 2,70Hz	3,37	1,17
	EPF Kerr 3,50Hz	6,62	2,54

## B.9.2 FUNÇÕES DE CARGA FS

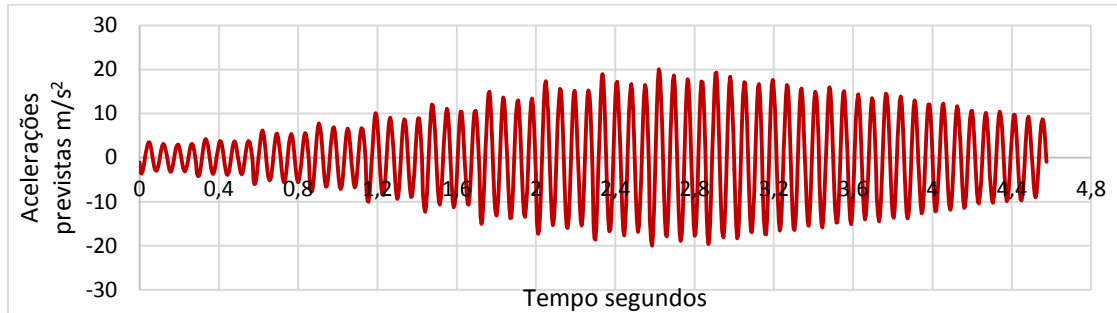
Alguns exemplos dos gráficos das acelerações obtidos numericamente utilizando as funções de carga FS para simular o efeito de grupo estão representadas nas Figuras B.56, B.57 e B.58. Nas mesmas estão respetivamente representadas um exemplo utilizando 4 funções de carga FS definidas pelos harmónicos presentes na Tabela 2.1 (Subsecção 2.3.2.3) para uma subida a 1,90Hz, um exemplo utilizando 4 funções de carga FS definidas pelos harmónicos presentes na Tabela 2.2 (Subsecção 2.5.1) para uma descida a 2,80Hz e um exemplo utilizando 4 funções de carga FS definidas pelos harmónicos obtidos por Kerr [4] para uma descida a 3,50Hz. Os gráficos apresentam valores de acelerações extremamente elevados e que não fazem muito sentido físico, principalmente para as descidas a 2,80Hz e a 3,50Hz. O facto de serem utilizadas 4 funções de carga FS (que por si só já sobrestimam os resultados obtidos) e de todas serem aplicadas somente a meio vão durante o tempo necessário para os 4 indivíduos percorrerem o lanço de escadas fez com que obtivéssemos estes níveis de acelerações tão elevados. Como as acelerações de grupo são tão elevadas não será dada grande ênfase aos resultados obtidos através desta metodologia, no entanto existem algumas ilações que podem ser retiradas a partir da visualização dos gráficos das acelerações. Para a descida a 3,50Hz mais uma vez obteve-se uma resposta em ressonância com os valores das acelerações a serem claramente mais elevados do que para as outras frequências de passada. Para a descida a 2,80Hz aparentemente obteve-se uma resposta dada por uma série de impulsos, em vez de uma resposta em ressonância, ao contrário do que tinha sucedido com a descida de grupo para a mesma frequência de passada utilizando as funções de carga EPF (ver Figura B.54).



**Figura B.56 – Acelerações de grupo numéricas determinadas através da função de carga FS definida pelos harmónicos obtidos através da Tabela 2.1 para uma subida a 1,90 Hz**



**Figura B.57 – Acelerações de grupo numéricas determinadas através da função de carga FS definida pelos harmónicos dados pela Tabela 2.2 para uma descida a 2,80Hz**



**Figura B.58 – Acelerações de grupo numéricas determinadas através da função de carga FS definida pelos harmônicos obtidos por Kerr [4] para uma descida a 3,5Hz**

Os valores máximos das acelerações de pico e r.m.s obtidas através das simulações de grupo utilizando funções de carga FS encontram-se apresentadas na Tabela B.6.

**Tabela B.6 – Valores máximos das acelerações de pico e r.m.s para as análises de grupo com funções de carga FS**

Autores e frequências de passada das funções de carga FS		Acelerações numéricas m/s <sup>2</sup>	
		Pico	r.m.s
Subida	FS Gaile 1,90Hz	6,98	2,46
Descida	FS SCI 2,80Hz	15,68	5,88
	FS Kerr 3,50Hz	20,03	9,17

### B.9.3 ANÁLISE STEADY STATE

Com este método não é possível conseguir de uma forma direta as acelerações de pico provocadas por um grupo de peões, consequentemente Davis et al. [23] sugerem que uma maneira simples de obter o efeito de grupo é multiplicar as acelerações de pico obtidas por um fator de amplificação igual a 3. Multiplicando a aceleração de pico observada na Tabela 3.6 (Subsecção 3.6.3) devido a uma descida a 3,50Hz por 3, obteve-se uma aceleração de pico para um grupo de peões igual a 12,5 m/s<sup>2</sup>. De referir que a aceleração de pico para uma subida a 3,5Hz não foi multiplicada por 3 porque experimentalmente como referido na Secção 3.2 não foi possível fazer subidas de grupo com esta frequência de passada.

### B.10 COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS EXPERIMENTAIS COM OS RESULTADOS NUMÉRICOS E COM LIMITES REGULAMENTARES PROPOSTOS PARA UM GRUPO DE PEÕES

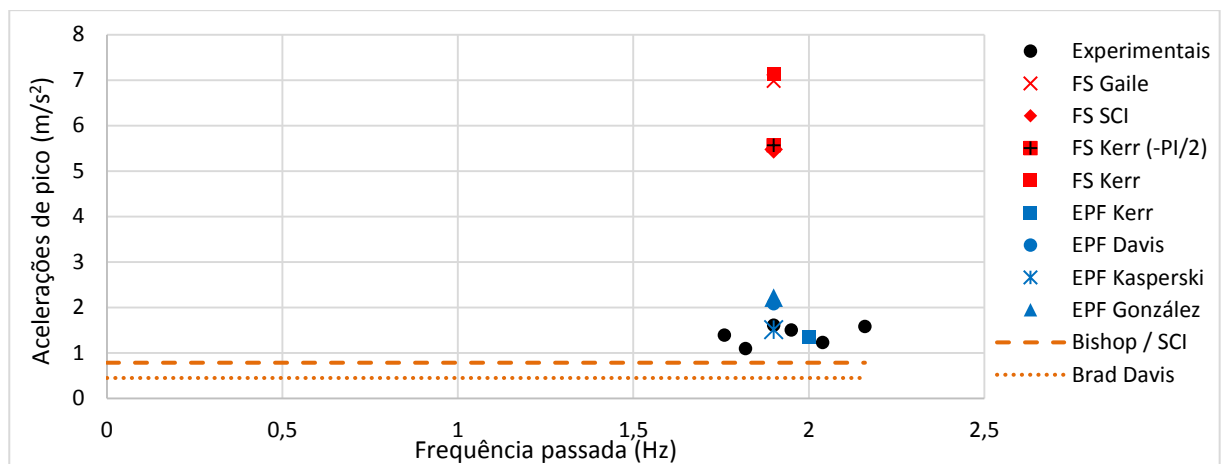
Tal como se fez nas análises alusivas um peão isolado (ver Secção 3.7 e Anexo B.7), nas análises alusivas um grupo de peões também elaborou-se quatro gráficos resumo (dois para a subida e dois para a descida) englobando todas as acelerações de pico e r.m.s obtidas experimentalmente e numericamente.

Nas análises realizadas na escada da SRAS referentes a um grupo de peões utilizaram-se os limites aceitáveis propostos pelo regulamento SCI P354 [7] e pelos autores Davis et al. [23]. Ao contrário das análises referentes a um peão isolado (ver Secção 3.7) não utilizou-se o limite proposto pelo regulamento

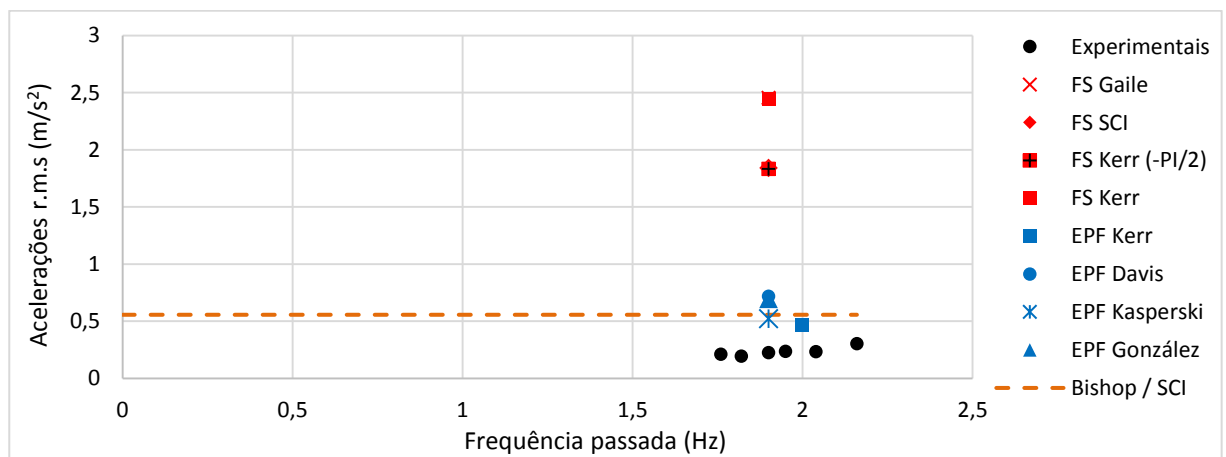
AISC 11 [11] porque o mesmo não faz referência a limites recomendáveis para um grupo de peões. O limite proposto pelo SCI P354 [7] para um grupo de peões foi obtido tendo em conta um coeficiente de multiplicação igual a 64 conforme demonstra a Tabela 2.3 (Subsecção 2.5.3). Já o limite proposto por Davis et al. [23] para um grupo de peões é referido na Subsecção 2.5.3.

### B.10.1 SUBIDA

Os gráficos resumo com as acelerações de pico e r.m.s obtidas para a subida encontram-se representados respetivamente nas Figuras B.59 e B.60. A descrição dos gráficos utilizados na análise dos resultados para um grupo de peões é a mesma que foi utilizada na análise dos resultados para um peão isolado.



**Figura B.59 – Comparação das acelerações de pico experimentais e numéricas, para as subidas de grupo, com os limites permitidos propostos pelo regulamento SCI P354 [7] e por Davis et al. [23]**



**Figura B.60 – Comparação das acelerações r.m.s experimentais e numéricas, para as subidas de grupo, com o limite permitido proposto pelo regulamento SCI P354 [7]**

Com base na observação dos dois gráficos resumo presentes nas Figuras B.59 e B.60 para as subidas de grupo pode-se retirar as seguintes conclusões:

#### – Acelerações experimentais

As acelerações experimentais para uma subida de grupo com uma frequência de passada baixa são consideravelmente superiores às acelerações experimentais para um peão isolado (ver Figuras 3.31 e

B.41), o que já tinha sido verificado na Subsecção 3.3.3. através da determinação dos fatores de amplificação.

As acelerações de pico para subidas com andamento normal (com frequências de passada entre 1,75 e 2,0Hz) ultrapassam os limites propostos pelo SCI P354 [4] e por Davis et al. [23], da mesma forma que acontece nos ensaios individuais para subidas com andamento normal. As acelerações r.m.s encontram-se abaixo do limite regulamentar tal como nos ensaios individuais. Aquando da realização dos ensaios de grupo, do mesmo modo que aconteceu durante a realização dos ensaios individuais, já havia a percepção que quando os indivíduos subiam lentamente a escada, globalmente as vibrações não eram significativas. Portanto também não é surpresa que nas subidas de grupo com frequências de passada baixas os resultados obtidos (acelerações r.m.s) estejam dentro dos limites aceitáveis.

#### – Acelerações obtidas através de funções de carga EPF

As acelerações de pico obtidas pelas funções de carga EPF, tal como acontece nas análises individuais, na generalidade apresentam valores aproximados às acelerações de pico experimentais. As funções de carga EPF Kasperski e EPF Kerr apresentam resultados mais aproximados, e as funções de carga EPF González e EPF Davis apresentam valores menos aproximados e ligeiramente superiores aos experimentais.

As acelerações r.m.s obtidas pelas funções de carga EPF apresentam valores superiores aos obtidos experimentalmente, independentemente da função de carga EPF utilizada. Sendo que as funções de carga EPF González e EPF Davis já apresentam acelerações r.m.s consideravelmente superiores, estando inclusive acima do limite regulamentar, o que não está de acordo com o verificado experimentalmente. A diferença entre as acelerações r.m.s experimentais e as obtidas pelas funções de carga EPF é substancialmente maior nas análises de grupo do que nas análises individuais. Uma das possíveis razões para tal acontecer pode estar relacionada com o facto das funções de carga EPF, nas simulações de grupo, terem sido aplicadas no modelo numérico da escada com a mesma frequência de passada e em fase, o que nem sempre aconteceu durante a realização dos ensaios de grupo experimentais. Nos ensaios experimentais embora tivesse havido a intenção de todos os indivíduos andar sempre à mesma frequência de passada e em fase durante o período necessário para percorrer o lanço de escadas, tal nem sempre foi possível, originando períodos em que os indivíduos percorreram a escada mais rapidamente e outros mais lentamente fazendo com as acelerações r.m.s experimentais diminuíssem comparativamente com as numéricas.

Na Figura B.61 apresenta-se um exemplo em que se compara um gráfico das acelerações obtido experimentalmente com o gráfico das acelerações obtido por meio da função de carga EPF Kerr para uma subida de grupo a rondar os 2,0Hz. Através da observação da Figura B.61 é possível constatar que os picos de aceleração nos dois gráficos são aproximados, no entanto os valores das acelerações após a aplicação da carga decaem mais repentinamente experimentalmente do que numericamente. Isto demonstra porque as acelerações r.m.s experimentais são inferiores às obtidas numericamente.

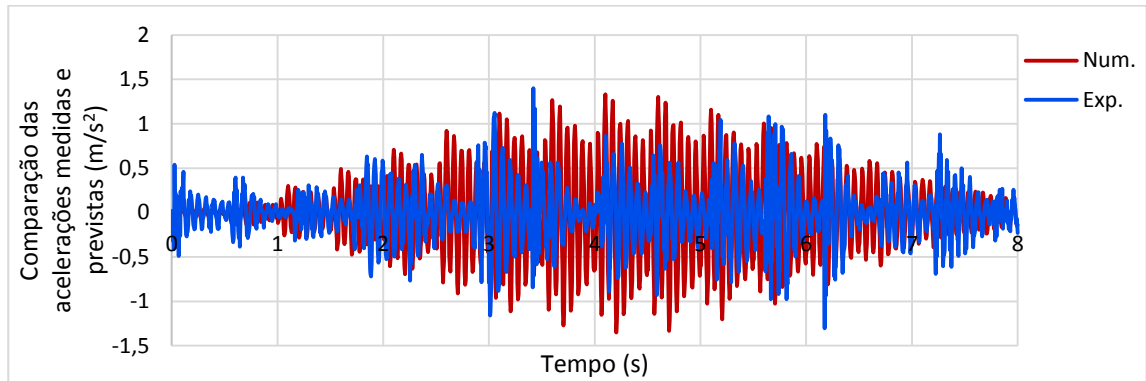


Figura B.61 – Comparação das acelerações numéricas determinadas pela função de carga EPF Kerr com as acelerações experimentais para uma subida a 2,0Hz

#### – Acelerações obtidas através de funções de carga FS

As acelerações de pico e r.m.s obtidas pelas funções de carga FS são amplamente superiores às obtidas experimentalmente. Nas análises individuais para uma frequência de passada aproximada, os resultados obtidos pelas funções de carga FS também eram significativamente maiores do que os obtidos experimentalmente, no entanto essa diferença para as análises de grupo é claramente maior. Para além do facto das acelerações numéricas obtidas pelas funções de carga FS produzirem valores superiores aos experimentais para baixas frequências ainda há a acrescentar que nas análises de grupo existe a sobreposição da aplicação das 4 funções de carga FS, simulando os 4 indivíduos, no mesmo ponto (a meio vão) durante o tempo necessário para os mesmos percorrerem o lanço de escadas, o que fez com que os valores amplificassem de tal maneira que deixaram de fazer sentido físico.

#### B.10.2 DESCIDA

Os dois gráficos resumo realizados para as descidas de grupo estão representados nas Figuras B.62 e B.63.

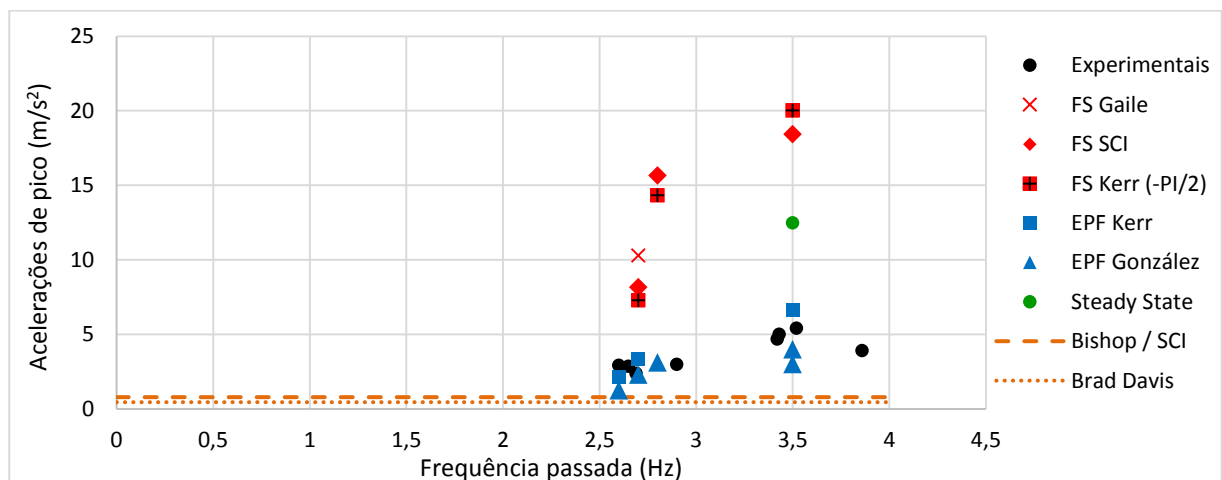
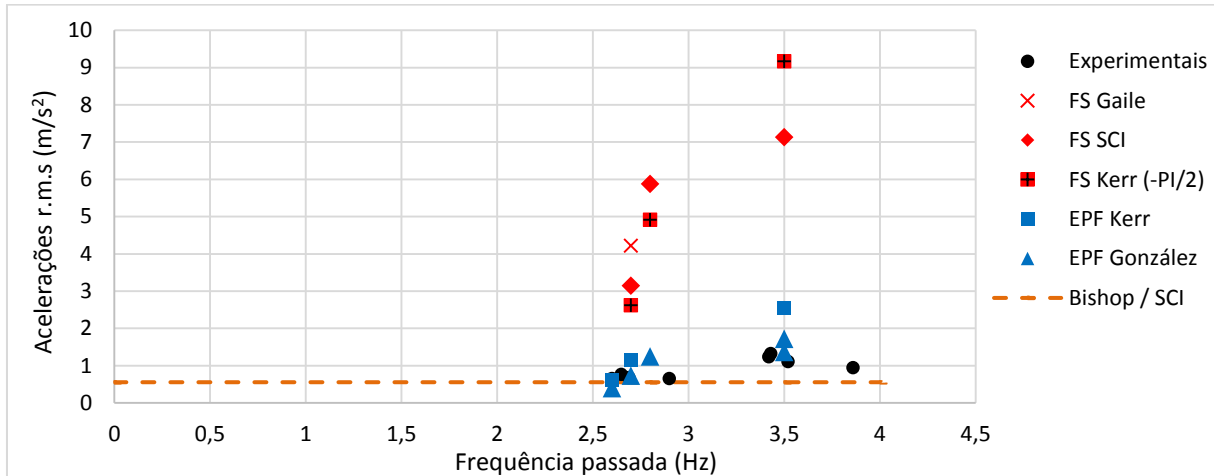


Figura B.62 – Comparação das acelerações de pico experimentais e numéricas, para as descidas de grupo, com os limites permitidos propostos pelo regulamento SCI P354 [7] e por Davis et al. [23]



**Figura B.63 – Comparação das acelerações r.m.s experimentais e numéricas, para as descidas de grupo, com o limite permitido proposto pelo regulamento SCI P354 [7]**

Segundo a observação dos dois gráficos resumo para as descidas de grupo pode-se retirar as seguintes conclusões:

#### – Acelerações experimentais

Como já era esperado as acelerações experimentais medidas durante as descidas realizadas por um grupo de peões são relativamente superiores às acelerações experimentais medidas durante as descidas realizadas por um peão isolado (ver Figuras 3.32 e B.46). A Subsecção 3.3.3 apresenta os fatores de amplificação entre as acelerações de grupo e as acelerações individuais obtidos para as descidas da escada.

As acelerações de pico experimentais nas descidas de grupo ultrapassam os limites propostos pelo SCI P354 [7] e por Davis et al. [23], independentemente da frequência de passada utilizada. O mesmo acontece com as acelerações de pico experimentais nas descidas individuais.

As acelerações r.m.s experimentais nas descidas de grupo também ultrapassam o limite regulamentar, independentemente da frequência de passada utilizada, embora para frequências de passada no intervalo de 2,6 a 2,9Hz apenas ultrapassem ligeiramente. O mesmo também verifica-se com as acelerações r.m.s experimentais nas descidas individuais. Do mesmo modo que era perceptível durante a realização dos ensaios experimentais que as vibrações para uma subida de grupo lenta não eram significativas, também havia a percepção durante a realização dos ensaios experimentais que as vibrações nas descidas de grupo (lentas ou rápidas) eram consideráveis.

#### – Acelerações obtidas através das funções de carga EPF

Para as frequências de passada situadas no intervalo de 2,60 a 2,80Hz as funções de carga EPF apresentam resultados muito aproximados aos experimentais. Tanto para acelerações de pico como para as acelerações r.m.s. Ao contrário do que sucede com as acelerações r.m.s obtidas com as funções de carga EPF nas simulações de grupo para a subida, neste caso não se verifica muito essa superioridade em relação às acelerações r.m.s experimentais. Isto significa que os ensaios experimentais foram efetuados da maneira pretendida e que as funções de carga utilizadas simularam de um modo aproximado a ação dos

intervenientes nos ensaios de grupo. De recordar que nas análises individuais para frequências de passadas aproximadas os resultados numéricos obtidos com as funções de carga EPF foram muito distintos dos obtidos experimentalmente, não se verificando o mesmo que acontece nas análises de grupo.

Para a frequência de passada de 3,50Hz as funções de carga EPF também apresentam na generalidade resultados aproximados aos experimentais. A função de carga EPF Kerr apresenta um valor muito próximo dos experimentais para a aceleração de pico e um valor superior aos experimentais para a aceleração r.m.s. Neste caso a acelerações r.m.s, é superior às experimentais (em oposição ao que foi descrito no Anexo B.10.1 para a subida) porque obteve-se uma resposta em ressonância, o que fez aumentar o seu valor. As funções de carga EPF González apresentam valores ligeiramente inferiores aos experimentais para as acelerações de pico e valores mais aproximados aos experimentais para as acelerações r.m.s. Como as acelerações de pico para estas funções de carga apresentam valores ligeiramente inferiores é normal que para as acelerações r.m.s os valores já sejam mais aproximados.

Nos dois exemplos representados nas Figuras B.64 e B.65 comparam-se dois dos gráficos das acelerações obtidas experimentalmente com dois dos gráficos das acelerações obtidas através de funções de carga EPF respetivamente para uma descida de grupo a 2,60Hz e a 3,50Hz. Para 2,60Hz o gráfico das acelerações numérico foi obtido pela função de carga EPF Kerr e para 3,50Hz o gráfico das acelerações numérico foi obtido pela função de carga EPF González. Pela Figura B.64 verifica-se que as acelerações experimentais são próximas das numéricas, o que ajuda a explicar porque graficamente (Figuras B.62 e B.63) se observa acelerações de pico e r.m.s numéricas próximas das experimentais para as descidas normais com frequências de passada entre 2,60 e 2,80Hz. Para a descida com uma frequência de passada de 3,50Hz (Figura B.65) pode-se observar que experimentalmente obteve-se uma resposta impulsiva, enquanto numericamente se obteve uma resposta em ressonância. Porém como as acelerações experimentais apresentam valores superiores aos numéricos em alguns intervalos de tempo, sucedendo o contrário noutros intervalos de tempo, isto fez com que através das funções de carga González se obtivessem acelerações r.m.s próximas das acelerações r.m.s experimentais. É possível também verificar que para esta frequência de passada durante alguns intervalos de tempo as acelerações experimentais são coincidentes (no eixo horizontal) com as acelerações numéricas, demonstrando que nalguns períodos durante a realização dos ensaios experimentais se conseguiu andar exatamente com uma frequência de passada igual a 3,50Hz.

#### – Acelerações obtidas através das funções de carga FS

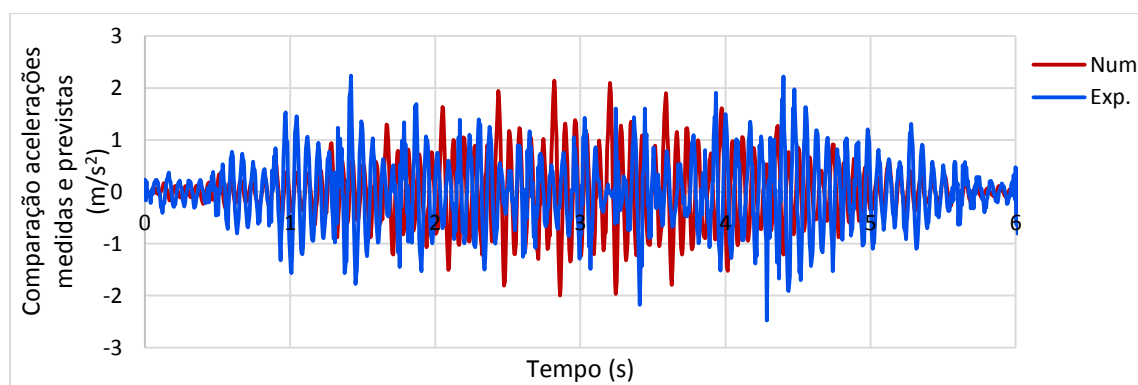
Os resultados numéricos obtidos através das séries de Fourier para as descidas de grupo também apresentam valores demasiadamente elevados não comparáveis com o verificado na prática.

Para uma frequência de passada a rondar os 2,60Hz os resultados obtidos através das funções de carga FS nas análises individuais apresentam valores bastante aproximados aos experimentais, mas nas análises de grupo isso claramente não acontece. A explicação para o sucedido é a mesma que foi referenciada nas

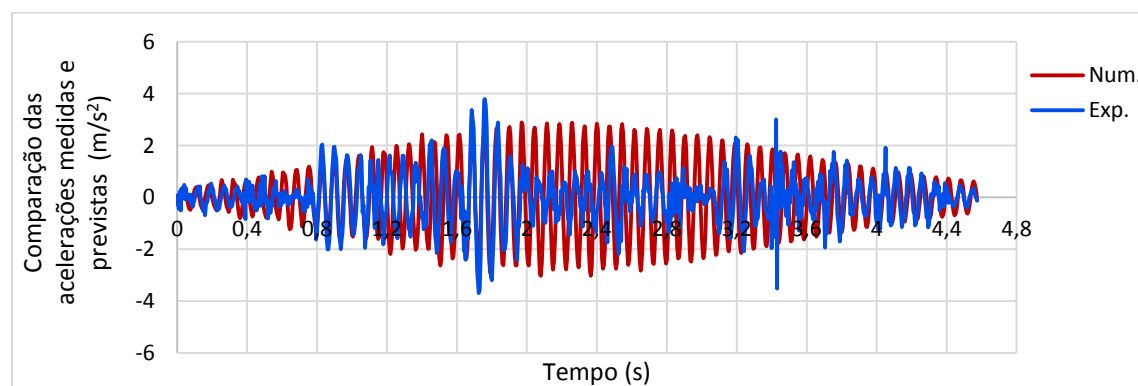
conclusões para a subida (ver Anexo B.10.1). Para uma frequência de passada de 3,50Hz obtêm-se os resultados mais elevados utilizando funções de carga FS, o que não é surpresa porque para além de ser uma análise de grupo, as funções de carga FS ainda são aplicadas com uma frequência de passada igual a um dos submúltiplos da frequência fundamental da escada.

– **Aceleração de pico *Steady State***

A aceleração de pico obtida pela análise *Steady State* é substancialmente superior às obtidas experimentalmente nas descidas de grupo a 3,50Hz, no entanto ao contrário do que foi verificado nas análises individuais o seu valor não é tão aproximado às acelerações de pico determinadas pelas funções de carga FS. A aceleração de pico alcançada através da *Steady State* como se pode constatar graficamente (ver Figura B.62) corresponde a um valor intermédio entre as acelerações de pico experimentais e as obtidas através das funções de carga FS. É importante referir que este valor de aceleração de pico determinado pela análise *Steady State* foi obtido multiplicando o valor da aceleração de pico obtido na Subsecção 3.6.3 por um fator de amplificação igual a 3, conforme proposto por Davis et al. [23] para se ter em conta o efeito de grupo e que ainda não foi multiplicado por qualquer coeficiente de ajustamento. No Anexo B.11.2 a aceleração de pico será multiplicada pelo coeficiente de ajustamento sugerido na Subsecção 3.9.1 e posteriormente comparada com a aceleração de pico experimental máxima para um grupo de peões.



**Figura B.64 – Comparação das acelerações numéricas determinadas pela função de carga EPF Kerr com as acelerações experimentais para uma descida a 2,60Hz**



**Figura B.65 – Comparação das acelerações numéricas determinadas pela função de carga EPF González com as acelerações experimentais para uma descida a 2,60Hz**

## B.11 CONCLUSÕES FINAIS A RETER SOBRE OS DIVERSOS MÉTODOS NUMÉRICOS NA PREVISÃO DAS ACELERAÇÕES E SUGESTÕES PARA A FASE DE PROJETO

### B.11.1 PEÃO ISOLADO

#### – Utilização das funções de carga EPF (1º método)

Como foi referido na Subsecção 3.9.1 conseguem-se prever de uma forma mais realista as acelerações através da utilização de funções de carga EPF. Como tal sugere-se que este seja o método preferencialmente empregue em fase de projeto. A previsão das acelerações numéricas em fase de projeto utilizando funções de carga EPF pode ser realizada, de uma forma simplificada, aplicando a seguinte sucessão de passos:

- Construir um modelo numérico da escada prevista no desenho de projeto, utilizando um programa comercial de elementos finitos. O modelo numérico deve ser concebido com detalhe, estando próximo da escada real para que a frequência fundamental seja prevista com rigor.
- Determinar a frequência fundamental da escada através do modelo numérico construído.
- Verificar quais das frequências de passada possíveis em escadas correspondem aos submúltiplos da frequência fundamental da escada, logo plausíveis de causar ressonância.
- Encontrar na bibliografia funções de carga EPF com as frequências de passada que igualem a frequência fundamental da escada. Caso não sejam encontradas na bibliografia funções de carga EPF com uma frequência de passada exatamente igual à pretendida, as mesmas devem ser multiplicadas por um fator de escala conforme explicado na Subsecção 3.5.1. Sugere-se que as funções de carga sejam retiradas dos autores Kerr [4], Bishop [2], González [16] e Davis [15].
- Se os submúltiplos da frequência fundamental corresponderem a frequências de passada elevadas, apenas utilizadas durante um andamento acelerado, como por exemplo foi visto na escada da SRAS, as acelerações também devem ser calculadas para frequências de passada mais usuais, correspondentes a um andamento normal. Assim sendo, sugere-se que as acelerações sejam calculadas no caso de subidas, com uma frequência de passada próxima de 2Hz e no caso de descidas, com uma frequência de passada próxima de 2,5Hz.
- Aplicar as funções de carga ao modelo numérico de modo a simular o andamento do indivíduo na escada. Devem ser simuladas descidas e subidas. As descidas de escadas conforme foi mencionado anteriormente normalmente originam acelerações condicionantes, contudo por uma questão de confiança devem também ser simuladas subidas de escadas.
- Cálculo das acelerações mediante a realização de uma *Time History Analysis* (ver Anexo B.5.1). Em escadas metálicas, tendo em conta as medições efetuadas nesta dissertação e o que foi determinado experimentalmente pelos autores González [16], Bishop [3] e Davis et al. [23], parece ser mais apropriado um coeficiente de amortecimento igual a 1%. Assim sendo, nas análises numéricas sugere-se que seja utilizado este coeficiente de amortecimento quando se pretende prever as acelerações de escadas metálicas.

- Comparar as acelerações obtidas através das funções de carga EPF para as diferentes frequências de passada com os limites aceitáveis propostos pelos regulamentos SCI P354 [7] e AISC [11] e pelos autores Davis et al. [23].

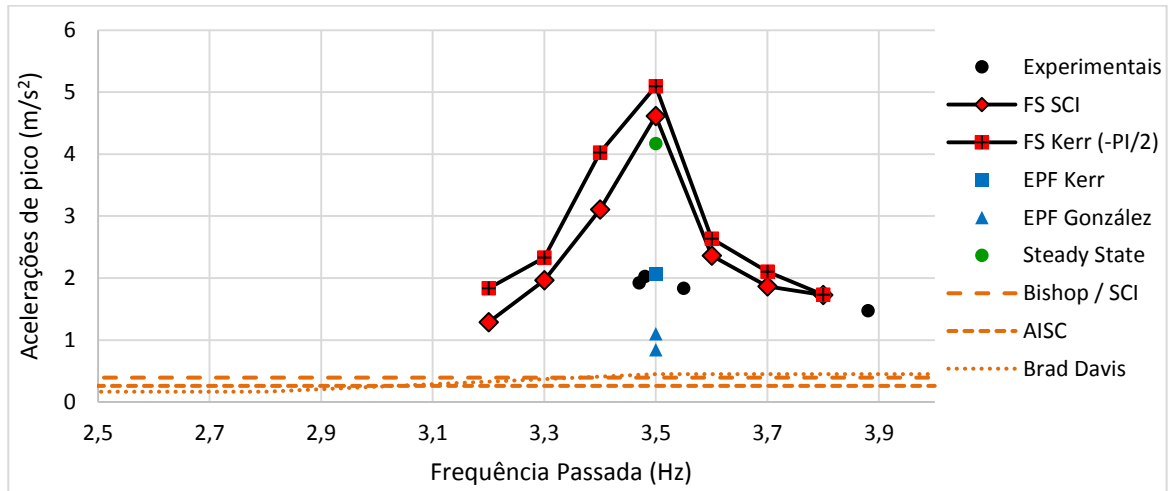
#### – Utilização das funções de carga FS (2º método)

Na Subsecção 3.9.1 refere-se que as acelerações obtidas pelas funções de carga FS não variaram de uma forma significativa com o aumento da frequência de passada, o que fez com que as acelerações experimentais se aproximassem das numéricas. O primeiro harmónico utilizado nas funções de carga FS Kerr é o único que varia com a frequência de passada, os restantes 3 harmónicos utilizados nas funções de carga FS Kerr não variam com a frequência de passada pois foram escolhidas as médias das amplitudes dos mesmos (ver Anexo B.5.2.1). Os harmónicos utilizados nas funções de carga FS Gaile não variam significativamente com a frequência de passada e são aproximados aos utilizados nas funções de carga FS Kerr. Já os dois harmónicos apresentados na Tabela 2.2 (Subsecção 2.5.1) são iguais seja qual for a frequência de passada utilizada. Visto que a amplitude dos harmónicos é o fator que mais condiciona o nível da resposta obtida pelas funções de carga FS, o que foi referido anteriormente acerca dos valores das amplitudes dos harmónicos dos vários autores, pode ser uma das razões pela qual as acelerações não variam significativamente com o aumento da frequência de passada.

Uma vez que para uma frequência de passada de 3,50Hz alcançou-se valores demasiadamente elevados principalmente porque se obteve uma resposta em ressonância decidiu-se aplicar as funções de carga FS com intervalos de frequência de passada ligeiramente superiores e inferiores a 3,50Hz com o objetivo de evitar este fenómeno e obter resultados mais aproximados aos experimentais. Escolheram-se as seguintes frequências de passada 3.20Hz, 3.30Hz, 3.40Hz, 3.60Hz, 3.70Hz e 3.80Hz para calcular as acelerações de pico através das funções de carga FS SCI e Kerr (as mesmas funções de carga FS que foram utilizadas para calcular as acelerações para uma frequência de 3,50Hz).

Na Figura B.66 apresentam-se as curvas de tendência das acelerações de pico calculadas para as frequências de passada ligeiramente superiores e inferiores a 3,50Hz referidas anteriormente. Como se pode observar as acelerações obtidas pelas funções de carga FS vão se aproximando das acelerações obtidas experimentalmente à medida que as frequências de passada vão se afastando do submúltiplo da frequência fundamental da escada.

Tendo em conta o verificado pela visualização das curvas de tendência presentes na figura anterior, em fase de projeto quando se pretende prever as acelerações numéricas com funções de carga FS para uma frequência de passada que iguale um dos submúltiplos da frequência fundamental da escada, o sugerido é calcular as acelerações para uma frequência de passada superior à pretendida aumentando-a em 0,20Hz.



**Figura B.66 – Curvas de tendência (acel. pico) para frequências de passada de 3.2Hz, 3.3Hz, 3.4Hz, 3.6Hz, 3.7Hz e 3.8Hz**

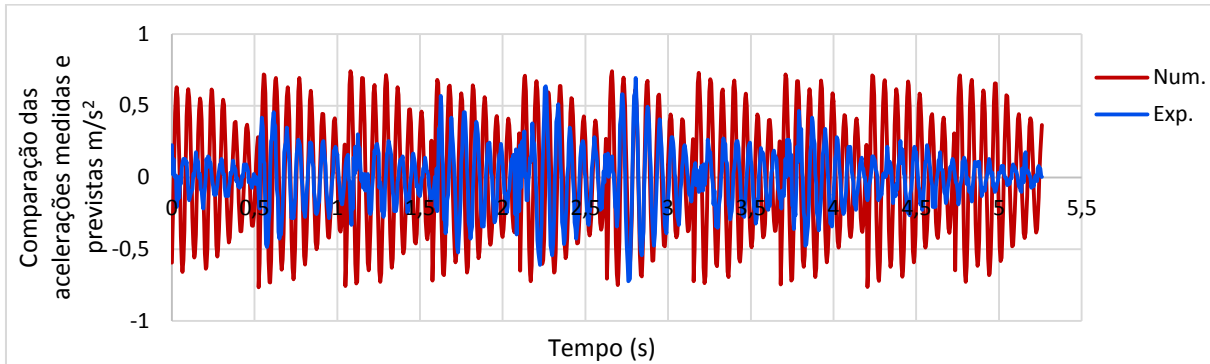
Para uma subida a 1,90Hz as funções de carga FS também sobrestimam os valores de acelerações previstos. Tal pode ser explicado pelo que é exposto no Anexo B.5.2.2. Isto sugere que para frequências de passada baixas este método não é o mais indicado para prever as acelerações. Para se utilizar funções de carga FS na previsão de acelerações para frequências de passada baixas em fase de projeto propõe-se a aplicação de um coeficiente de ajustamento.

Com base na máxima aceleração de pico obtida experimentalmente e nas acelerações de pico obtidas por intermédio das diversas funções de carga FS (para uma subida a 1,90Hz) obteve-se um coeficiente de ajustamento como mostra a Tabela B.7.

**Tabela B.7 – Determinação do coeficiente de ajustamento a aplicar às acelerações numéricas obtidas com funções de carga FS para uma frequência de passada de 1,90Hz**

Funções de carga FS	Aceleração de pico numérica (m/s <sup>2</sup> )	Aceleração de pico máxima Exp. (m/s <sup>2</sup> )	Coeficiente de ajustamento (Medido/Previsto)	Coeficiente de ajustamento médio
FS Kerr, 1,90Hz	1,63	0,72	0,45	0,52
FS Kerr (-PI/2), 1,90Hz	1,27		0,57	
FS SCI, 1,90Hz	1,26		0,58	
FS Gaile, 1,90Hz	1,53		0,47	

Pela Tabela B.7 pode-se verificar que o coeficiente de ajustamento médio obtido foi de 0,52, todavia por uma questão de simplificação em fase de projeto propõe-se que se aplique um coeficiente ajustamento igual a 0,50. Com o intuito de comparar as acelerações medidas experimentalmente com as acelerações obtidas numericamente após a aplicação do coeficiente de ajustamento sugerido, elaborou-se o gráfico presente na Figura B.67. As acelerações numéricas observadas no gráfico da Figura B.67 foram obtidas através da função de carga FS Gaile para uma subida a 1,90Hz.



**Figura B.67 – Comparação das acelerações experimentais para uma subida a 1,90Hz com as acelerações numéricas obtidas pela função de carga FS Gaile após aplicação do coeficiente de ajustamento de 0,5**

A previsão das acelerações numéricas em fase de projeto utilizando funções de carga FS pode ser realizada, de uma forma simplificada, aplicando os seguintes passos:

- Os três primeiros passos para determinar as acelerações utilizando funções de carga FS são idênticos aos referidos anteriormente utilizando funções de carga EPF, construir um modelo numérico da escada, determinar a frequência fundamental e verificar quais são as frequências de passada que correspondem aos submúltiplos da frequência fundamental. Novamente se os submúltiplos da frequência fundamental corresponderem a frequências de passada elevadas é sugerido que se calculem as acelerações também para subidas a 2,0Hz e descidas a 2,50Hz.
- Definir as funções de carga FS para as diferentes frequências de passada por intermédio da Equação (9) (Subsecção 2.3.2.1). Para frequências de passada correspondentes a um dos submúltiplos da frequência fundamental da escada, a função de carga FS deve ser definida aumentando a frequência de passada em mais 0,20Hz. Sugere-se que sejam utilizadas as amplitudes dos harmónicos obtidos pelo autor Kerr [1], pela autora Gaile [17] (Tabela 2.1) e os recomendados pelo regulamento SCI P354 [7] (Tabela 2.2). O ângulo de fase deve ser considerado igual a 0° para o 1° harmónico e igual a -90° para os restantes harmónicos. Isto caso não se utilize as expressões presentes na Tabela 2.1, definidas por Gaile [17]. Ter em conta que as funções de carga FS definidas com os harmónicos obtidos para a descida de escadas originarão acelerações mais elevadas.
- Aplicar as funções de carga FS ao modelo numérico da escada. Como se tratam de séries de Fourier as funções de carga FS devem ser aplicadas somente a meio vão da escada, conforme explicado no Anexo B.5.2.2. De acordo com o especificado anteriormente, no cálculo das acelerações para uma frequência de passada que iguale um dos submúltiplos da frequência fundamental, as funções de carga FS devem ser aplicadas com uma frequência de passada ligeiramente superior (mais 0,20Hz).
- Cálculo das acelerações mediante a realização de uma *Time History Analysis*. Como foi referido anteriormente deve ser utilizado um coeficiente de amortecimento igual a 1%.
- Multiplicar as acelerações obtidas para frequências de passada baixas, a rondar os 2,0Hz, pelo coeficiente de ajustamento referido anteriormente, igual a 0,50.
- Comparar as acelerações obtidas através das funções de carga FS para as diferentes frequências de passada com os limites aceitáveis propostos pelos regulamentos SCI P354 [7] e AISC [11] e pelos autores Davis et al. [23].

### – Utilização da análise *Steady State* (3º método)

A previsão das acelerações numéricas em fase de projeto utilizando a análise *Steady State* pode ser realizada, de uma forma simplificada, aplicando os seguintes passos:

- Os três primeiros passos para a aplicação da análise *Steady State* são idênticos aos dois métodos numéricos descritos anteriormente, construir um modelo numérico da escada, determinar a frequência fundamental e verificar quais são as frequências de passada que correspondem aos submúltiplos da frequência fundamental.
- Aplicar uma carga unitária (1 N) vertical a meio vão da escada.
- Realizar uma análise *Steady State* para determinar as magnitudes de aceleração dos vários modos de vibração. A *Steady State* no SAP2000 requer a utilização de um amortecimento histerético em vez de um amortecimento viscoso. Segundo Davis et al. [23], mencionando Chopra, o amortecimento histerético pode ser considerado o dobro do amortecimento viscoso. Como foi mencionado anteriormente nas escadas metálicas um coeficiente de amortecimento igual a 1% parece ser mais adequado, isto significa que o amortecimento histerético utilizado na análise *Steady State* deve ser igual a 2%.
- Multiplicar a magnitude de aceleração máxima obtida a partir da análise *Steady State* pela amplitude dos harmónicos cujas frequências igualam a frequência fundamental da estrutura. Por exemplo se uma determinada escada tiver uma frequência fundamental de 6,0Hz, isto significa que podem ocorrer efeitos ressonantes se um indivíduo percorrê-la com uma frequência de passada igual a 3Hz (2º submúltiplo) e a 2Hz (3º submúltiplo). As frequências do 2º harmónico (da ação) e do 3º harmónico (da ação) são as únicas capazes de igualar a frequência fundamental da escada (6,0Hz) portanto a magnitude de aceleração máxima deve ser multiplicada pela amplitude destes harmónicos. Isto corresponde à aceleração de pico obtida pela análise *Steady State*. Davis [23] refere que em caso de dimensionamento devem ser utilizados os valores dos harmónicos definidos por Kerr [4] com uma probabilidade de 75% de não serem excedidos e um peso do peão igual a 746 N. No Anexo A.8 encontra-se uma tabela disponibilizada por Davis [23] com as amplitudes dos harmónicos (já multiplicadas pelo peso do peão referido anteriormente) definidos por Kerr [4] que devem ser utilizadas em fase de projeto. Ter em conta que os harmónicos definidos para a descida da escada são superiores, logo originarão acelerações de pico condicionantes.
- Reduzir a aceleração de pico obtida pela análise *Steady State*, pelas razões mencionadas na Subsecção 3.6.3, através de um coeficiente de ajustamento igual a 0,60.
- Comparação da aceleração de pico com os limites aceitáveis propostos pelos regulamentos SCI P354 [7] e AISC [11] e pelos autores Davis et al. [23].

#### B.11.2 GRUPO DE PEÕES

Neste anexo, à semelhança do que foi feito na Subsecção 3.9.1 e no Anexo B.11.1 para um peão isolado, pretende-se discutir quais os métodos numéricos mais indicados para prever as acelerações provocadas por um grupo de peões e também fazer algumas recomendações quando se pretende utilizar cada um dos

métodos em fase de projeto. As conclusões a reter, bem como algumas propostas sobre como se deve utilizar cada um dos métodos são descritas seguidamente:

#### **-Utilização das funções de carga EPF (1º método)**

Não há muito mais a acrescentar ao que foi descrito na Subsecção 3.9.1, também para as simulações de grupo este método continua a ser aquele que origina valores de acelerações mais aproximados aos verificados experimentalmente. A maneira realista com que foram aplicadas as funções de carga EPF ao modelo numérico, conforme explicado no Anexo B.8.1, simulando de uma forma muito próxima o andamento dos 4 indivíduos durante a realização dos ensaios experimentais fez com que se tivessem obtido resultados muito satisfatórios. Apenas nas subidas de grupo é que as acelerações r.m.s obtidas pelas funções de carga EPF foram relativamente superiores às obtidas experimentalmente, contudo não é o que torna este método menos eficaz.

Importa salientar que na escada metálica da SRAS apenas se pretendeu simular um grupo de 4 indivíduos, caso se pretenda simular um grupo maior de indivíduos isso é facilmente conseguido utilizando o mesmo raciocínio exposto no Anexo B.8.1, mas para um grupo maior de peões.

Os passos utilizados na previsão das acelerações numéricas referentes a um grupo de peões em fase de projeto são idênticos aos descritos no Anexo B.11.1 relativos a um peão isolado, estando a única diferença relacionada com o maior número de funções de carga EPF aplicadas ao modelo numérico das escadas.

Uma vez mais, como foi mencionado na Subsecção 3.9.1, se conseguir-se obter uma função de carga com a frequência de passada pretendida ou então se houver a oportunidade de realizar ensaios em plataforma de força este deve ser o método preferencialmente utilizado na previsão das acelerações numéricas em fase de projeto para um grupo de peões.

#### **- Utilização das funções de carga FS (2º método)**

Este método revelou-se ser o mais ineficiente no cálculo das acelerações numéricas para um grupo de peões. Os resultados obtidos não fazem sentido físico, são demasiadamente elevados e estão muito afastados dos obtidos experimentalmente. Isto faz com que este método não deva ser utilizado na obtenção das acelerações de grupo. Se pretender-se prever as acelerações de grupo através das funções de carga FS sugere-se uma abordagem diferente.

Na Subsecção 3.9.1 e no Anexo B.11.1 foram referidas algumas propostas de como prever as acelerações individuais por intermédio de funções de carga FS para as várias frequências de passada e na Subsecção 3.3.3 obteve-se fatores de amplificação entre os resultados experimentais individuais e os resultados experimentais de grupo situados no intervalo de 2,0 a 3,0. Para prever as acelerações de grupo através de funções de carga FS propõe-se que as acelerações sejam obtidas normalmente para um peão isolado com as propostas descritas na Subsecção 3.9.1 e depois multiplicadas por um fator de amplificação igual a 2. Esta é uma maneira simplificada de obter em fase de projeto as acelerações numéricas provocadas por um grupo de peões utilizando funções de carga FS.

### -Utilização da análise *Steady State* (3º método)

A Tabela B.8 apresenta a comparação entre a aceleração de pico experimental máxima para um grupo de peões e a aceleração de pico obtida pela análise *Steady State* para um grupo de peões após a aplicação do coeficiente de ajustamento de 0,60 proposto na Subsecção 3.9.1. Pode-se observar pela Tabela B.8 que apesar do valor da aceleração de pico pela *Steady State* ser mais aproximado ao experimental após a aplicação do coeficiente de ajustamento continua a ser muito conservativo. Isto significa que multiplicar a aceleração de pico obtida pela *Steady State* por um fator de amplificação igual a 3 conforme proposto por Davis et al. [23] com o intuito de se obter o efeito de grupo pode não ser o mais indicado (ver Subsecção 3.6.3). Provavelmente multiplicar a aceleração de pico obtida pela *Steady State* por um fator de amplificação igual a 2 ou 2,5 e depois multiplicar por um coeficiente de ajustamento igual a 0,60 parece ser mais o apropriado em fase de projeto.

**Tabela B.8 – Comparação da aceleração de pico obtida experimentalmente para um grupo de peões com a aceleração de pico obtida pela *Steady State* para um grupo de peões após aplicação do coeficiente de ajustamento**

<i>Descrição do movimento</i>	<i>Acel. pico grupo Steady State (m/s<sup>2</sup>)</i>	<i>Acel. pico após coef. ajustamento (m/s<sup>2</sup>)</i>	<i>Acel. pico grupo máxima Exp. (m/s<sup>2</sup>)</i>
Descida, 3,5Hz	12,50	7,50	5,42

## B.12 PROPOSTAS DE MELHORIA DA ESCADA METÁLICA DA SRAS

Na Secção 3.10 apresentaram-se várias medidas para reforçar a escada metálica da SRAS com o intuito de reduzir as vibrações e melhorar o comportamento dinâmico desta. Neste Anexo as mesmas serão descritas com maior detalhe.

Tanto para um peão isolado, como para um grupo de peões, as acelerações medidas foram claramente condicionantes para descidas com frequências de passada próximas de 3,50Hz. Como é observado nas Figuras 3.31 (Subsecção 3.7.1), 3.32 (Subsecção 3.7.2), B.59 e B.62 a função de carga EPF Kerr é aquela que apresenta resultados mais próximos dos medidos experimentalmente para esta frequência de passada portanto as acelerações após as medidas de reforço foram obtidas com esta função de carga. As análises numéricas realizadas com a função de carga EPF Kerr foram idênticas às descritas na Subsecção 3.5.1, Anexo B.5.1 e Anexo B.8.1 para um peão isolado e para um grupo de peões, apenas a estrutura do modelo numérico é que foi alterada.

Seguidamente são descritas as seis medidas de reforço testadas na escada da SRAS:

- Medida de reforço 1 – Colocar uma longarina adicional, na direção longitudinal, entre as duas longarinas já existentes (Figura 3.33, Secção 3.10)

Na primeira medida de reforço foi colocado um perfil metálico tubular comercial com uma secção 250x100 mm, na direção longitudinal entre as longarinas já existentes, modelado através de um elemento

de viga. A secção do perfil tubular utilizado tem o dobro da altura da secção dos perfis metálicos tubulares das longarinas existentes (120x60 mm), no entanto foi o perfil necessário para que as acelerações fossem inferiores aos limites aceitáveis. Começou-se por utilizar um perfil metálico tubular 120x60 mm idêntico às dimensões dos perfis tubulares metálicos existentes na escada, contudo apesar de as acelerações obtidas com este perfil tivessem diminuído para metade continuavam a ser relativamente superiores aos limites aceitáveis.

- Medida de reforço 2 – Colocar um cabo metálico (Figura 3.34, Secção 3.10)

Na medida de reforço 2 colocou-se um cabo metálico a ligar a viga HEB180 (situada na zona dos pisos) e a zona do patamar, com o objetivo de diminuir a deformação do vão das escadas logo diminuindo as vibrações. O cabo foi modelado por um elemento viga com secção circular. Esta medida revelou-se ineficaz, não diminuindo significativamente as acelerações. Nem mesmo utilizando um cabo com uma secção circular de 200 cm<sup>2</sup> obteve-se acelerações consideravelmente inferiores às obtidas antes da colocação do cabo. Esta secção claramente não é executável na prática, contudo pretendia-se demonstrar que nem mesmo utilizando um cabo com dimensões extremamente elevadas as acelerações reduziam substancialmente.

- Medida de reforço 3 – Colocar uma viga na direção transversal a meio vão das escadas, apoiada num pilar (Figura 3.35, Secção 3.10)

Na Medida de reforço 3 testou-se a colocação de uma viga a meio vão perpendicularmente às vigas existentes. Esta viga é apoiada por um pilar situado entre os lanços de escadas que fazem a ligação entre os vários pisos do edifício. A viga utilizada nesta medida de reforço é constituída por um perfil tubular metálico com uma secção 150 x 100 mm. A secção referida foi aquela que originou acelerações mais reduzidas. A partir desta secção as acelerações deixam de diminuir significativamente. O pilar utilizado deve ser constituído por um perfil metálico HEB180 ou HEB160, deixando de ser possível, devido ao espaçamento reduzido entre os lanços das escadas, colocar pilares constituídos por perfis metálicos com secções superiores. Tanto a viga como o pilar foram simulados através de elementos viga.

- Medida de reforço 4 – Colocar um pilar intermédio na zona do patamar, simulado por um apoio encastrado (Figura 3.36, Secção 3.10)

Nesta medida de reforço optou-se por colocar um pilar no patamar de modo a diminuir o comprimento do vão das escadas, logo diminuindo as vibrações. O pilar foi simulado por um apoio encastrado e não por um elemento viga, ao contrário do que sucedeu com a medida de reforço 3. A medida de reforço 4 praticamente não alterou a frequência do primeiro modo de vibração, o que também fez com que as acelerações não alterassem substancialmente, aliás aumentou inclusive ligeiramente as mesmas. Tanto esta como a segunda medida de reforço não apresentaram os resultados esperados.

- Medida de reforço 5 – Duplicar a altura das longarinas da escada metálica da SRAS (Figura 3.37, Secção 3.10)

Na medida de reforço 5 acrescentou-se ao modelo numérico inicial da escada da SRAS perfis tubulares metálicos colocados por baixo das longarinas existentes. Os perfis tubulares metálicos colocados por baixo das longarinas têm uma secção 120x60 mm. Utilizaram-se perfis tubulares metálicos com uma secção 120x60 mm por duas razões: primeiro esteticamente o impacto visual é menor com a colocação de perfis metálicos coincidentes com as dimensões dos perfis tubulares metálicos das longarinas existentes (120x60 mm) e segundo as acelerações obtidas com esta secção são muito reduzidas. Para reduzir ainda mais as acelerações era necessário utilizar perfis metálicos com secções muito superiores, que dificilmente seriam executáveis na prática. Tal como as restantes medidas de reforço os perfis tubulares metálicos 120x60 mm colocados por baixo das longarinas foram modelados através de elementos viga. Através desta medida de reforço demonstra-se que para evitar vibrações excessivas a escada da SRAS deveria ter sido concebida inicialmente com perfis tubulares metálicos com uma secção com cerca do dobro da altura da existente.

- Medida de reforço 6 – Eliminar a rótula de ligação entre as escadas e a viga HEB180 tornando a ligação rígida (Figura 3.38, Secção 3.10)

Como foi visto na Secção 3.1 a escada está apoiada na viga HEB180 e a ligação entre ambos os elementos permite a sua rotação, sendo o seu comportamento assimilado a uma rótula. Deste modo sugere-se como medida de reforço transformar a rótula, referente à ligação, num encastramento, aumentando desta maneira a rigidez de rotação entre as escadas e a viga HEB180 e diminuindo as vibrações. No modelo numérico da escada da SRAS esta medida de reforço consistiu em modificar os apoios simples da viga HEB180 para apoios encastrados. Através desta medida de reforço as acelerações reduziram aproximadamente para metade, contudo continuam a ser relativamente superiores aos limites propostos, principalmente para as análises numéricas referentes ao grupo de peões.



# Anexo C

## CASO DE ESTUDO DA ESCADA METÁLICA MADEIRA TECNOPOLO (VIBRAÇÕES LOCAIS)

O Anexo C é um complemento ao Capítulo 4 referente à segunda escada metálica analisada no âmbito desta dissertação. Neste Anexo C são apresentadas as acelerações r.m.s experimentais e numéricas, os resultados experimentais e numéricos relativos a um grupo de peões e as análises realizadas para obtenção desses resultados.

### C.1 DESCRIÇÃO DA ESCADA METÁLICA DO MADEIRA TECNOPOLO

#### C.1.1 PORMENORES CONSTRUTIVOS

Nas Figuras C.1, C.2 e C.3 encontram-se alguns pormenores construtivos da escada metálica do Madeira Tecnopolo referidos na Subsecção 4.1.1.



**Figura C.1 – Vista frontal dos dois lanços de escadas e o patamar intermédio**



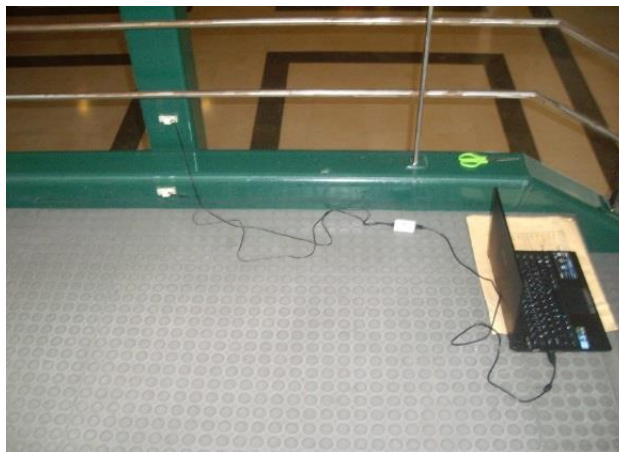
**Figura C.2 – Pormenor dos perfis metálicos tubulares no patamar intermédio**



**Figura C.3 – Pormenor de ligação por meio de soldadura entre os degraus e as longarinas**

### **C.1.2 PROPRIEDADES DINÂMICAS (MODOS DE VIBRAÇÃO GLOBAIS)**

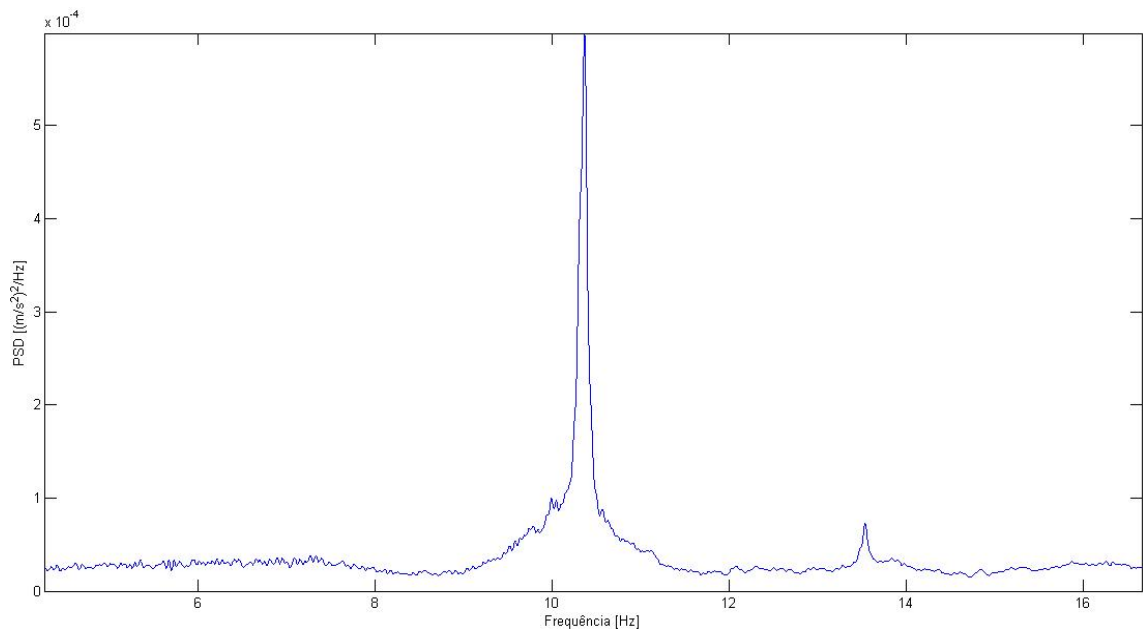
Os modos de vibração globais foram obtidos sobretudo para serem comparados com os modos de vibração locais, de forma a verificar se o comportamento local era independente do global. O equipamento utilizado na obtenção dos modos de vibração encontra-se representado na Figura C.4.



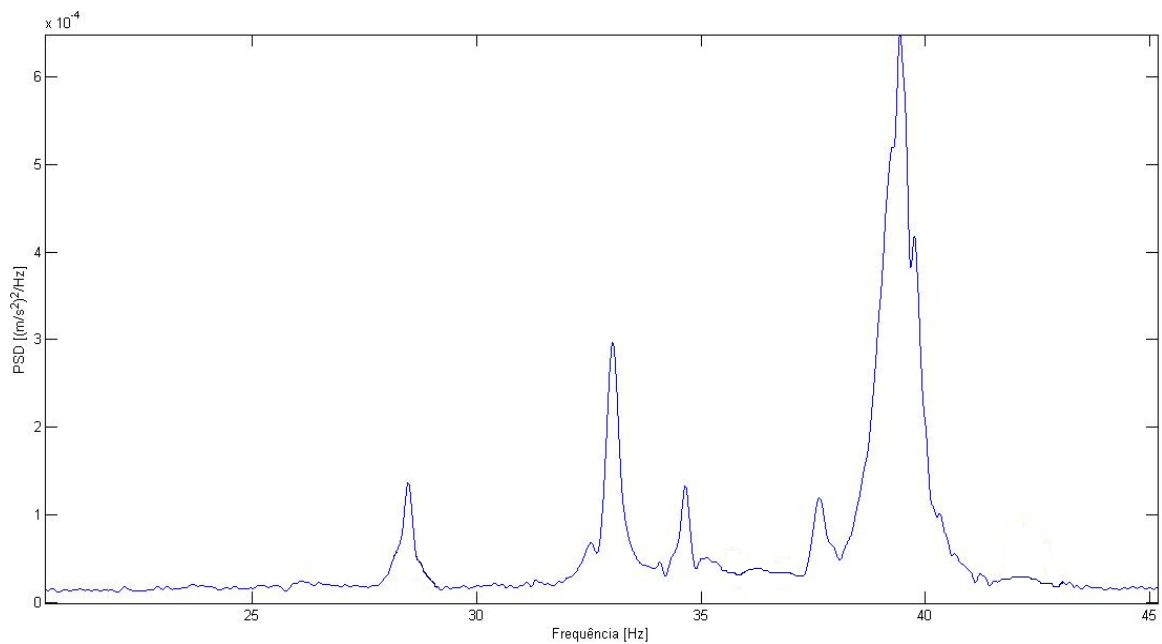
**Figura C.4 – Equipamento utilizado na realização dos ensaios experimentais para a determinação dos modos de vibração**

Os modos de vibração globais foram determinados colocando os dois acelerómetros em vários pontos das longarinas e do pilar intermédio da escada do Madeira Tecnopolo, posteriormente aplicando várias pancadas através de um martelo com uma ponta de borracha ao longo destes e registando as acelerações em vibração livre. Os mesmos foram excitados aplicando as pancadas através do martelo nas direções pretendidas, por exemplo para se obter os modos de vibração verticais ou de torção as pancadas foram aplicadas verticalmente enquanto para se obter os modos de vibração horizontais as pancadas foram aplicadas horizontalmente. Antes de serem realizados os ensaios experimentais foi contruído um modelo numérico simplificado da escada do Madeira Tecnopolo com o objetivo de se perceber preliminarmente quais os modos de vibração expectáveis. Os modos de vibração globais medidos experimentalmente nesta secção são comparados com os modos de vibração globais obtidos a partir do modelo numérico criado no Anexo C.5. Nas Figuras C.5 e C.6 estão representados os espectros de potência médios normalizados (ANPSD) respetivamente com as frequências dos modos de vibração globais horizontais (transversais) e

as frequências dos modos de vibração verticais e de torção obtidas após a realização das várias medições. Teoricamente o espectro ANPSD corresponde às frequências de todos os modos de vibração, sejam estes verticais ou horizontais, contudo na prática durante a realização dos ensaios experimentais apenas conseguiram-se excitar os modos de vibração verticais aplicando pancadas nesta direção e os modos de vibração horizontais aplicando pancadas nesta direção, daí se apresentar dois espectros ANSPD separados, um com as frequências dos modos de vibração horizontais (Figura C.5) e outro com as frequências dos modos de vibração verticais (Figura C.6) e não um espectro ANSPD com as frequências de todos os modos de vibração.



**Figura C.5 – Espectro de Potência Normalizado (ANPSD) com as frequências dos modos de vibração globais horizontais**



**Figura C.6 – Espectro de Potência Normalizado (ANPSD) com as frequências dos modos de vibração globais verticais e de torção**

Na Tabela C.1 são apresentados os valores das frequências e períodos dos modos de vibração globais obtidos experimentalmente, bem como a descrição das suas deformadas.

**Tabela C.1 – Frequências, períodos e deformadas dos modos de vibração globais experimentais**

<i>Modos globais</i>		<i>Experimentais</i>	
<i>Nº</i>	<i>Deformada</i>	<i>Período (s)</i>	<i>Frequência (Hz)</i>
1	Horizontal	0,096	10,4
2	Horizontal	0,074	13,5
3	Torção	0,035	28,2
4	Torção	0,030	33,0
5	Vertical	0,029	34,7
6	Torção	0,027	37,7
7	Torção	0,025	39,5
8	Torção	0,025	39,8

Como pode-se constatar pela tabela anterior o primeiro modo de vibração global da escada do Madeira Tecnopolo tem uma frequência natural de 10,4Hz e a sua deformada é horizontal na direção transversal, o que significa que mesmo se a resposta da escada fosse global, esta não seria em ressonância pois uma frequência natural horizontal tão elevada muito dificilmente será excitada pela frequência de passada lateral.

## C.2 ACELERAÇÕES R.M.S EXPERIMENTAIS (PEÃO ISOLADO)

Do mesmo modo que foi feito na escada da SRAS (ver Anexo B.2) também calcularam-se as acelerações r.m.s a partir das medições experimentais para todas as subidas e descidas realizadas por um peão isolado na escada do Madeira Tecnopolo. A única diferença em relação à escada da SRAS foi o intervalo utilizado na obtenção das acelerações r.m.s. Como na escada do Madeira Tecnopolo as vibrações apenas são significativas quando o peão se desloca sobre o degrau não havendo grande contribuição dos restantes degraus foi decidido calcular-se as acelerações r.m.s com um intervalo de tempo igual ao inverso da frequência de passada ( $1/f_{step}$ ). Este é o intervalo de tempo segundo Brownjohn et al. [20] que deve ser utilizado quando se pretende calcular as acelerações r.m.s de apenas um passo. Na Tabela C.2 são apresentados os valores máximos das acelerações r.m.s obtidas através dos ensaios realizados para cada frequência de passada.

**Tabela C.2 – Valores máximos das acelerações r.m.s obtidos experimentalmente para diferentes frequências de passada (subida e descida)**

<i>Descrição do movimento</i>	<i>Acelerações r.m.s (m/s<sup>2</sup>)</i>	
Subida	2,14Hz	1,41
	3,07Hz	5,77
Descida	2,38Hz	3,51
	3,27Hz	9,44

### C.3 RESULTADOS EXPERIMENTAIS RELATIVOS A UM GRUPO DE PEÕES

Como foi referido na Secção 4.2 foram realizados ensaios de grupo (1+1+1+1) e ensaios de grupo (2+2). Neste anexo são apresentados os resultados experimentais referentes a estes dois tipos de ensaios de grupo.

#### C.3.1 GRUPO DE PEÕES (1+1+1+1)

Nas Figuras C.7, C.8 e C.9 apresentam-se alguns exemplos dos gráficos das acelerações medidas experimentalmente para um grupo de peões (1+1+1+1). Os gráficos presentes nas Figuras C.7, C.8 e C.9 são respetivamente para uma subida a 2,0Hz e para descidas a 2,50Hz e a 3,50Hz.

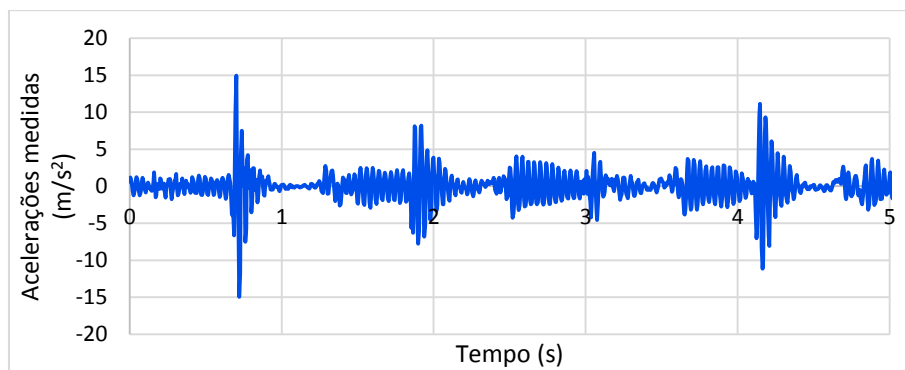


Figura C.7 – Acelerações experimentais para uma subida de grupo (1+1+1+1) a 2,0Hz

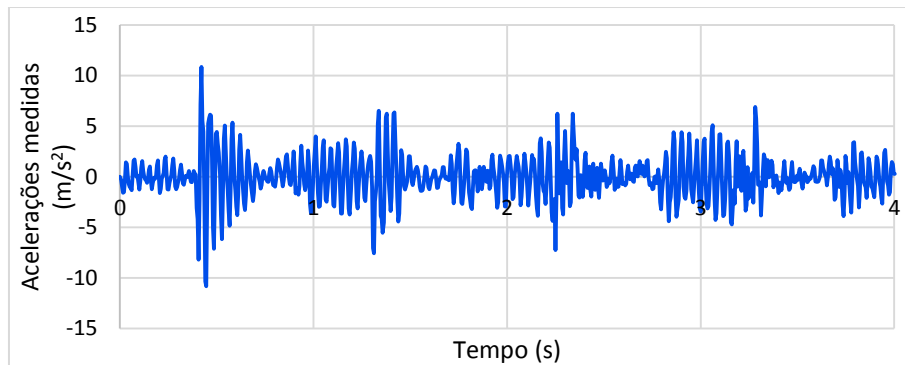


Figura C.8 – Acelerações experimentais para uma descida de grupo (1+1+1+1) a 2,50Hz

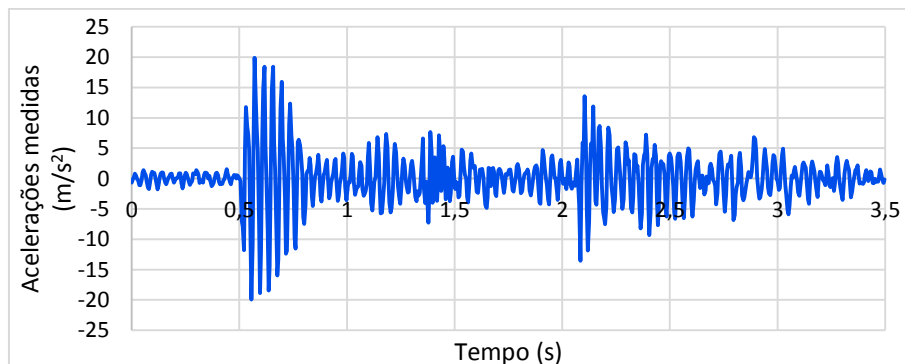


Figura C.9 – Acelerações experimentais para uma descida de grupo (1+1+1+1) a 3,50Hz

Em relação aos gráficos das acelerações visualizados na Subsecção 4.3.1 para os ensaios individuais as conclusões são similares restando apenas acrescentar algumas observações:

- Nos gráficos para a subida a 2,0Hz e para a descida a 2,50Hz é possível visualizar as acelerações provocadas pelos quatro passos dos quatro indivíduos, no entanto para a descida a 3,50Hz a distinção entre as respostas provocadas por cada passo dos quatro indivíduos não é tão visível.
- Os valores das acelerações são diferentes para cada passo demonstrando que a força exercida durante o andamento não foi a mesma para os quatro indivíduos. Isto realça a dificuldade que existe para se definir uma função de carga EPF generalizada que simule com precisão o andamento de diferentes peões. Pelos gráficos é perceptível que houve alguma descoordenação entre os quatro indivíduos e que nem sempre andaram com a mesma frequência de passada, o que pode ter contribuído também para a diferença na resposta de cada passo. No entanto mesmo que os quatro indivíduos exercessem a mesma força e percorressem a escada completamente sincronizados a resposta dos quatro passos poderia não ser idêntica pois após a aplicação do primeiro passo o degrau entra em movimento livre o que faz alterar a resposta provocada pelos restantes passos.
- Para a subida de grupo (1+1+1+1) a 2,0Hz as acelerações são muito superiores às verificadas na Figura 4.8, referente a uma subida efetuada por um peão isolado com a mesma frequência de passada, sendo neste caso bastante notável a amplificação da resposta provocada por um grupo de peões.
- Para as descidas de grupo (1+1+1+1) a 2,50Hz e a 3,50Hz as acelerações são próximas às verificadas nas Figuras 4.10 e 4.11 referentes a descidas protagonizadas por peões isolados, sendo praticamente negligenciável o efeito de grupo para estes casos.
- Estas comparações entre os resultados de grupo e os individuais são analisadas com maior grau de detalhe na Subsecção 4.3.3 e no Anexo C.4 com base na observação dos coeficientes de amplificação calculados.

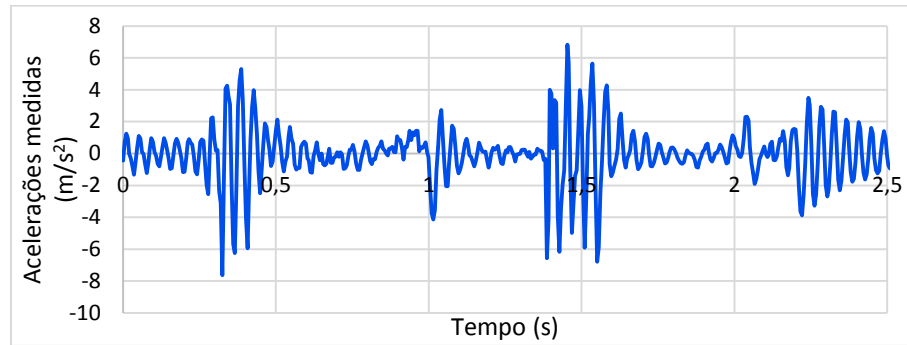
Na Tabela C.3 são apresentadas os valores máximos das acelerações de pico e r.m.s calculadas a partir de todos os ensaios realizados para um grupo de peões (1+1+1+1). As acelerações de pico e r.m.s foram calculadas do mesmo modo que foi descrito na Subsecção 4.3.1 e Anexo C.2 para peões isolados, a única diferença foi que para um grupo de peões (1+1+1+1) calcularam-se as acelerações de pico e r.m.s referentes ao passo dos quatro indivíduos que originou uma resposta maior, ou seja, referentes ao passo que originou acelerações mais elevadas.

**Tabela C.3 – Valores máximos das acelerações de pico e r.m.s obtidas experimentalmente para um grupo de peões (1+1+1+1) subindo e descendo a escada com diferentes frequências de passada**

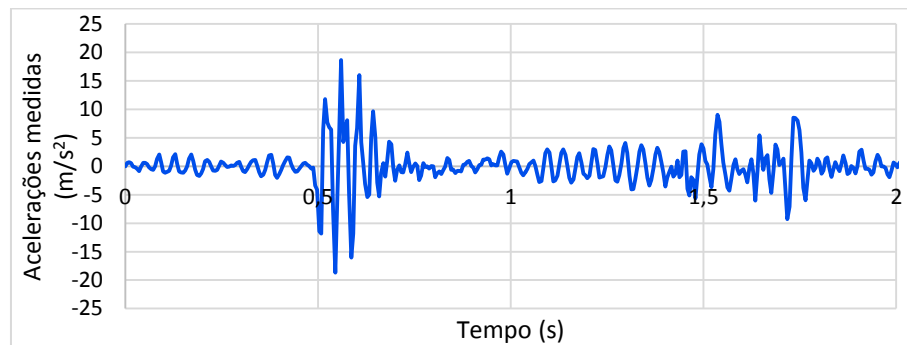
Descrição do movimento		Acelerações experimentais máximas (m/s <sup>2</sup> )	
		Pico	r.m.s
Subida	1,95Hz	14,21	4,06
Descida	2,49Hz	16,57	6,03
	4,15Hz	19,90	9,85

### C.3.2 GRUPO DE PEÕES (2+2)

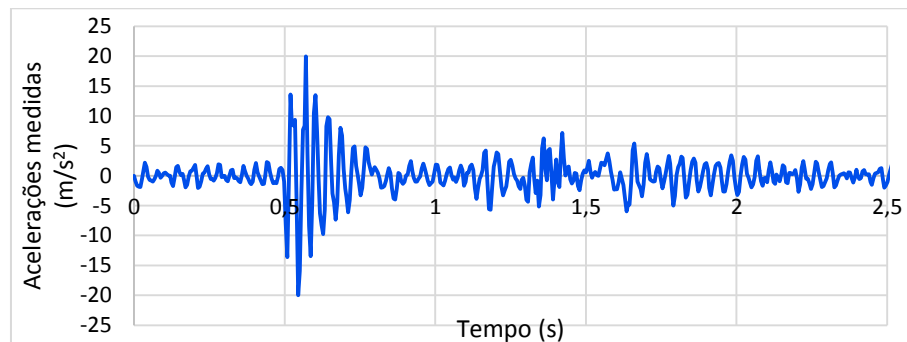
Nas Figuras C.10, C.11 e C.12 estão representados alguns gráficos das acelerações medidas experimentalmente para um grupo de peões (2+2). Os gráficos das acelerações presentes nas Figuras C.10, C.11 e C.12 são respetivamente para uma subida normal a 2,0Hz, para uma descida normal a 2,50Hz e para uma descida rápida a 3,50Hz.



**Figura C.10 – Acelerações experimentais para uma subida de grupo (2+2) a 2,0Hz**



**Figura C.11 – Acelerações experimentais para uma descida de grupo (2+2) a 2,50Hz**



**Figura C.12 – Acelerações experimentais para uma descida de grupo (2+2) a 3,50Hz**

- Para a subida a 2,0Hz (Figura C.10) pode-se observar duas respostas impulsivas separadas provocadas respetivamente pelo primeiro par de indivíduos e pelo segundo par de indivíduos. Como o primeiro e o segundo par de indivíduos colocaram o pé em simultâneo no degrau deu origem a duas respostas impulsivas similares à execução de dois passos somente, quando na realidade foram efetuados quatro passos (dois do primeiro par de indivíduos e dois do segundo par de indivíduos).
- Para a descida a 2,50Hz (Figura C.11) é possível observar uma resposta impulsiva em uníssono provocada pelo primeiro par de indivíduos e duas respostas impulsivas separadas provocadas pelo segundo par de indivíduos. Isto demonstra que os pés do segundo par de indivíduos não foram colocados em simultâneo no degrau provocando duas respostas impulsivas referentes a dois passos.
- Para a descida a 3,50Hz é bastante visível a resposta causada pelo primeiro par de indivíduos, não sendo muito perceptível a resposta causada pelo segundo par. O facto do primeiro par de indivíduos ter produzido acelerações bastante elevadas pode ter contribuído para ocultar a resposta produzida pelos passos do segundo par de indivíduos.

- Comparativamente com os ensaios experimentais de grupo (1+1+1+1) pode-se verificar que as acelerações presentes na Figura C.7 são superiores às verificadas na Figura C.10. Uma das possíveis razões para tal acontecer pode estar relacionado com o facto dos indivíduos, por se deslocarem lado a lado nos ensaios de grupo (2+2), colocarem o pé aproximadamente a um terço do vão do degrau, enquanto nos ensaios de grupo (1+1+1+1) os indivíduos colocaram o pé aproximadamente a meio vão por estarem isolados no degrau e nesta posição (meio vão do degrau) os deslocamentos e as acelerações são maiores. No entanto para as descidas a 2,50Hz e a 3,50Hz (Figuras C.11 e C.12) as acelerações não são inferiores às verificadas nas Figuras C.8 e C.9 nos ensaios de grupo (1+1+1+1), aliás para a descida a 2,50Hz (Figura C.11) as acelerações são inclusive superiores às verificadas na Figura C.12. Neste caso isso acontece porque apenas apresenta-se um exemplo de um ensaio experimental para uma descida com uma frequência de passada de 2,50Hz, nos restantes ensaios de descidas com estas frequências de passada (ou aproximadas) as acelerações de grupo (1+1+1+1) são aproximadas às acelerações de grupo (2+2) como é possível verificar na Secção C.10 em que são apresentados os gráficos com todas as acelerações de pico e r.m.s experimentais determinadas a partir de todos os ensaios realizados.
- A comparação entre as acelerações de grupo (2+2) e as acelerações individuais é feita com maior pormenor na Subsecção 4.3.3 e no Anexo C.4 onde são apresentados os coeficientes de amplificação calculados para este tipo de ensaio de grupo.
- Outro aspeto que deve ser realçado é que nas descidas rápidas (Figuras 4.11, C.9 e C.12) seja para os ensaios de grupo (2+2), para os ensaios de grupo (1+1+1+1) ou para os ensaios individuais as acelerações apresentam sempre valores aproximados, nunca ultrapassando os 20m/s<sup>2</sup>.

Os valores máximos das acelerações de pico e r.m.s calculados através dos ensaios realizados para um grupo de peões (2+2) encontram-se na Tabela C.4. Calcularam-se as acelerações de pico e r.m.s referentes ao par de indivíduos que causou acelerações mais elevadas.

**Tabela C.4 – Acelerações de pico e r.m.s máximas obtidas experimentalmente para um grupo de peões (2+2) subindo e descendo a escada com diferentes frequências de passada**

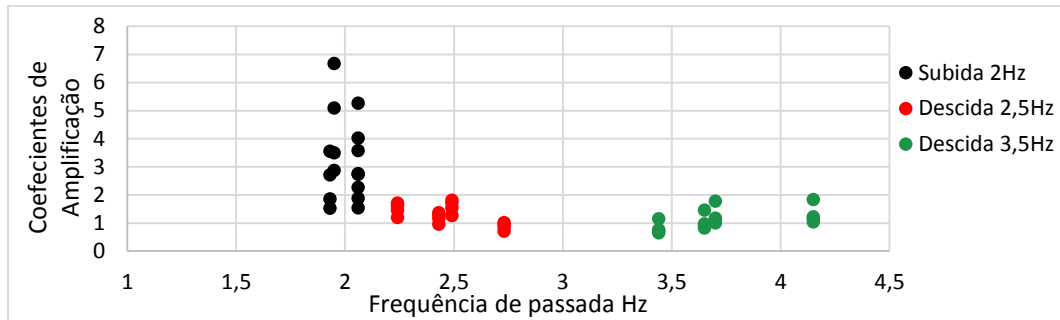
Descrição do movimento		Acelerações experimentais máximas (m/s <sup>2</sup> )	
		Pico	r.m.s
Subida	1,83Hz	8,10	2,42
Descida	2,29Hz	18,69	5,74
	3,32Hz	20,02	9,03

#### **C.4 FATORES DE AMPLIFICAÇÃO ENTRE OS RESULTADOS INDIVIDUAIS E OS RESULTADOS DE GRUPO (ACELERAÇÕES R.M.S)**

Na Subsecção 4.3.3 foram demonstrados os coeficientes de amplificação calculados a partir das acelerações de pico. Neste Anexo são expostos os coeficientes de amplificação calculados a partir das acelerações r.m.s.

No gráfico da Figura C.13 são apresentados os coeficientes de amplificação relativos às acelerações r.m.s calculadas a partir dos ensaios de grupo (1+1+1+1). Os coeficientes de amplificação, observados na Figura

C.13, foram calculados para todas as combinações possíveis entre as acelerações r.m.s alusivas aos ensaios de grupo (1+1+1+1) e as acelerações r.m.s alusivas aos ensaios individuais.



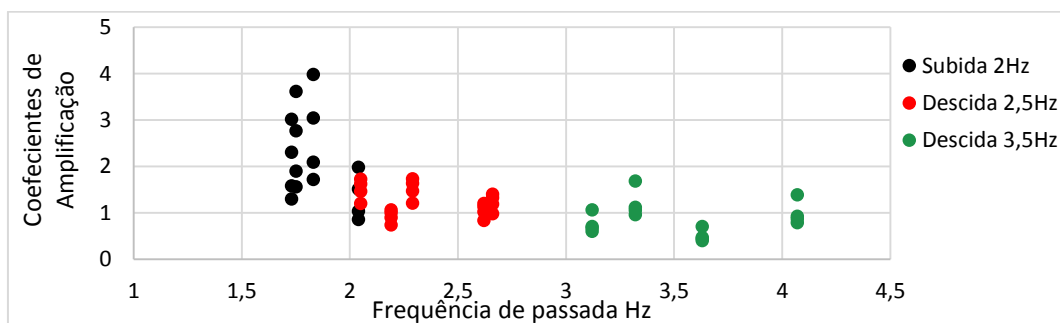
**Figura C.13 – Fatores de amplificação entre as medições individuais e as de grupo (1+1+1+1) para as acelerações r.m.s**

Na Tabela C.5 são apresentados os coeficientes de amplificação médios obtidos para cada frequência de passada com base no gráfico da Figura C.13 referente aos ensaios de grupo (1+1+1+1). De referir que no cálculo médio dos coeficientes de amplificação decidiu-se excluir o valor mais elevado das subidas com frequências de passada próximas de 2,0Hz pois este estava disperso dos restantes valores. O mesmo foi efetuado no cálculo dos coeficientes de amplificação médios referentes às acelerações de pico apresentados na Tabela 4.6, Subsecção 4.3.3.

**Tabela C.5 – Valores médios dos coeficientes de amplificação para as várias frequências de passada (ensaios de grupo (1+1+1+1))**

Descrição do movimento		Coefficientes de amplificação médios (r.m.s)
Subida	2,00Hz	3,01
Descida	2,50Hz	1,29
	3,50Hz	1,11

No gráfico da Figura C.14 são apresentados os coeficientes de amplificação relativos às acelerações r.m.s calculadas a partir dos ensaios de grupo (2+2). Tal como na Figura C.13 os coeficientes de amplificação observados na Figura C.14 foram calculados para todas as combinações possíveis entre as acelerações r.m.s alusivas aos ensaios de grupo (2+2) e as acelerações r.m.s alusivas aos ensaios individuais.



**Figura C.14 – Fatores de amplificação entre as medições individuais e as de grupo (2+2) para as acelerações r.m.s**

Na Tabela C.6 são apresentados os coeficientes de amplificação médios obtidos para cada frequência de passada com base no gráfico da Figura C.14 referente aos ensaios de grupo (2+2).

**Tabela C.6 – Valores médios dos coeficientes de amplificação para as várias frequências de passada (ensaios de grupo (2+2))**

<i>Descrição do movimento</i>		<i>Coefficientes de amplificação médios</i>	
		<i>Pico</i>	<i>r.m.s</i>
Subida	2,00Hz	2,18	2,14
Descida	2,50Hz	1,46	1,24
	3,50Hz	0,92	0,86

Os coeficientes de amplificação calculados a partir das acelerações de pico são muito próximos dos coeficientes de amplificação calculados a partir das acelerações r.m.s portanto as conclusões retiradas com base na observação das Figuras C.13 e C.14 e das Tabelas C.5 e C.6 são as mesmas que foram referidas na Subsecção 4.3.3, não sendo necessário acrescentar nenhuma nota relevante adicional.

## **C.5 MODELO NUMÉRICO GLOBAL DA ESCADA DO MADEIRA TECNOPOLO**

Com o intuito de aferir quais seriam os modos de vibração globais possíveis de obter na escada do Madeira Tecnopolo durante a realização dos ensaios experimentais foi criado um modelo numérico global da mesma, utilizando o SAP2000. O modelo numérico global da escada do Madeira Tecnopolo embora tenha sido realizado com algum grau de detalhe, trata-se de um modelo simplificado que foi criado sobretudo utilizando elementos viga, à exceção das zonas dos patamares em que foram utilizados elementos de casca. Este modelo não será descrito com grande grau de detalhe pois após a realização dos ensaios experimentais verificou-se que as vibrações eram ao nível local (ver Subsecção 4.1.2), o que faz com este modelo não tenha muita relevância na obtenção das mesmas numericamente.

### **C.5.1 DESCRIÇÃO**

Os perfis metálicos tubulares retangulares que compõem as longarinas foram modelados com elementos de viga tendo em conta as dimensões descritas na Subsecção 4.1.1, assim como os perfis metálicos tubulares quadrangulares que compõem os pilares. Os degraus foram também modelados com elementos de viga e a sua secção, cujas dimensões foram descritas na Subsecção 4.1.1, foi obtida utilizando o comando *Section Designer* presente no SAP2000. Os únicos elementos estruturais da escada do Madeira do Tecnopolo modelados através de elementos de casca foram as chapas metálicas que compõem os patamares intermédios e estes elementos foram definidos com uma espessura de 6 mm, conforme especificado na Subsecção 4.1.1. De referir ainda que os perfis metálicos tubulares e quadrangulares que suportam os patamares intermédios (ver Figura C.2) também foram modelados através de elementos viga e definidos com as dimensões detalhadas na Subsecção 4.1.1. Não havia informação disponível quanto ao tipo de aço utilizado na conceção da escada metálica do Madeira Tecnopolo portanto tal como sucedeu na escada da SRAS admitiu-se um aço estrutural S275. As suas características mecânicas estão definidas na

Tabela 3.1 (Capítulo 3). Na Figura C.15 está representado o modelo numérico global simplificado descrito anteriormente.

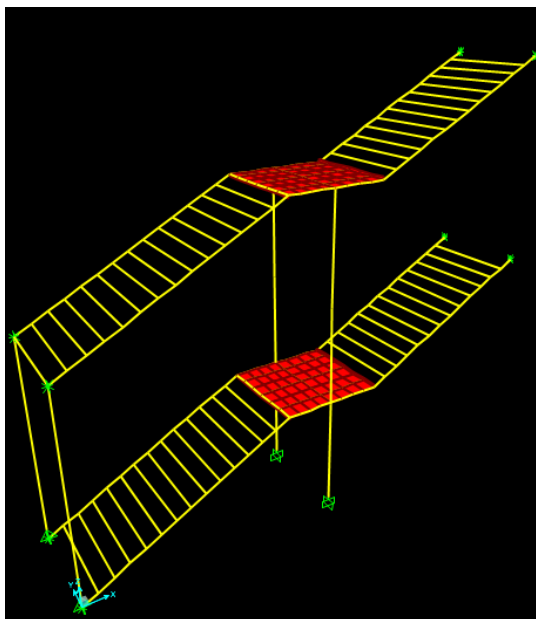


Figura C.15 – Modelo numérico global simplificado da escada metálica do Madeira Tecnopolo

### C.5.2 PROPRIEDADES DINÂMICAS

Os modos de vibração e respectivas frequências próprias do modelo numérico global da escada do Madeira Tecnopolo também foram obtidos no SAP2000. Na Tabela C.7 são comparadas as frequências dos oito primeiros modos de vibração obtidos numericamente e experimentalmente (vistos na Tabela C.1). Através da comparação dos mesmos pode-se verificar, que apesar do modelo numérico global da escada do Madeira do Tecnopolo ser um modelo relativamente simples, foi possível obter modos de vibração numéricos muito aproximados aos experimentais. Importa referir que o modelo numérico inicial foi “afinado”, após a realização dos ensaios experimentais, alterando-se algumas das suas propriedades de rigidez e massa, para que os modos de vibração numéricos fossem mais próximos dos obtidos experimentalmente. Esta opção deve-se ao desconhecimento da espessura de alguns elementos e à incerteza do tipo de apoio real para o nível de solicitação utilizado.

Tabela C.7 – Comparação dos modos de vibração globais obtidos numericamente com os obtidos experimentalmente

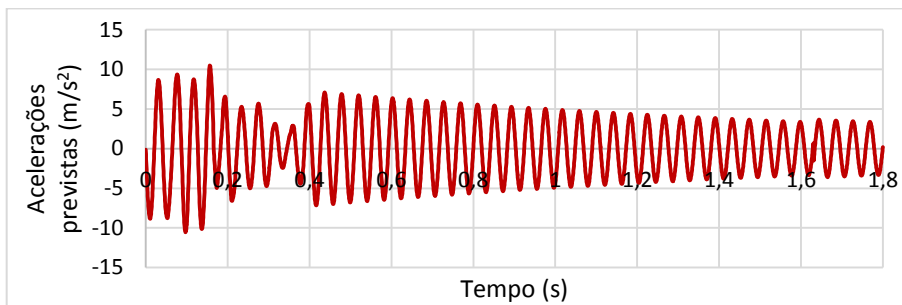
<i>Modos globais</i>		<i>Numéricos</i>		<i>Experimentais</i>	
<i>Nº</i>	<i>Deformada</i>	<i>Período (s)</i>	<i>Frequência (Hz)</i>	<i>Período (s)</i>	<i>Frequência (Hz)</i>
1	Horizontal	0,098	10,2	0,096	10,4
2	Horizontal	0,080	12,4	0,074	13,5
3	Torção	0,035	28,4	0,035	28,2
4	Torção	0,028	35,3	0,030	33,0
5	Vertical	0,028	35,4	0,029	34,7
6	Torção	0,026	38,4	0,027	37,7
7	Torção	0,024	41,4	0,025	39,5
8	Torção	0,024	41,9	0,025	39,8

## C.6 RESULTADOS NUMÉRICOS OBTIDOS PARA UM PEÃO ISOLADO

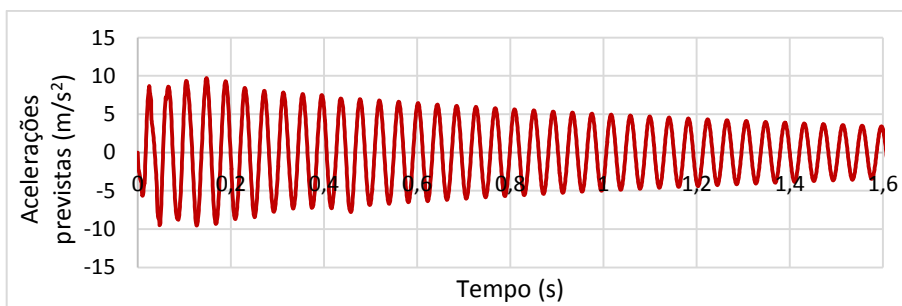
### C.6.1 FUNÇÕES DE CARGA EPF

Na Subsecção 4.6.1 foram demonstrados dois gráficos das acelerações numéricas obtidas através de funções de carga EPF, um correspondendo a uma subida a 2,0Hz e o outro correspondendo a uma descida a 3,30Hz. Neste Anexo são apresentados dois exemplos de dois gráficos das acelerações obtidas através de funções de carga EPF para as restantes frequências de passada analisadas.

Na Figura C.16 está representado um gráfico das acelerações numéricas obtidas para uma descida a 2,20Hz e na Figura C.17 está representado um gráfico das acelerações numéricas obtidas para uma subida a 3,0Hz.



**Figura C.16 – Acelerações numéricas obtidas para uma descida a 2,20Hz determinadas através da função de carga EPF Kerr**



**Figura C.17 – Acelerações numéricas obtidas para uma subida a 3,0Hz determinadas através da função de carga EPF Kerr**

Observando a Figura C.16 alusiva a uma descida a 2,20Hz pode-se notar que as acelerações diminuem após os instantes iniciais voltando seguidamente a aumentar tal como acontece experimentalmente (ver Figura 4.10). As acelerações numéricas obtidas para a descida a 2,20Hz são próximas das obtidas para a subida a 3,0Hz. Neste caso as acelerações não são mais elevadas para uma frequência de passada superior porque como foi referido e visto ao longo da presente dissertação as acelerações são condicionantes nas descidas das escadas.

As acelerações r.m.s numéricas foram determinadas do mesmo modo que foram determinadas as acelerações r.m.s experimentais, descrito na Subsecção 4.3.1. Os valores máximos das acelerações de r.m.s obtidas numericamente para as diferentes frequências de passada e funções de carga EPF são mostrados na Tabela C.8.

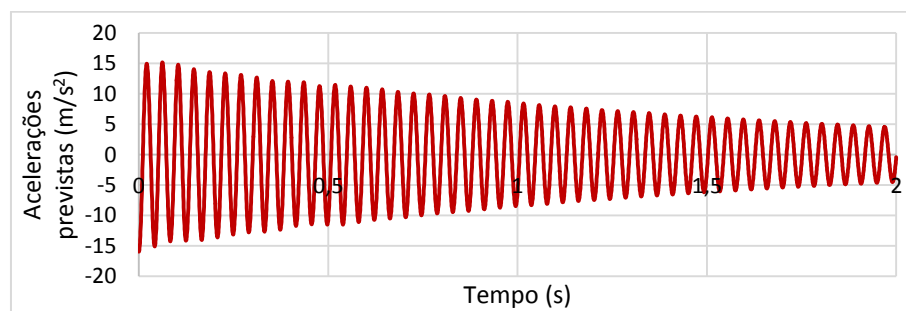
**Tabela C.8 – Valores máximos das acelerações r.m.s obtidos através das análises realizadas com funções de carga EPF**

Autores e frequências de passada das funções de carga EPF		Acelerações numéricas r.m.s ( $m/s^2$ )
Subida	EPF Davis 2,0Hz	3,93
	EPF González 3,0Hz	6,43
Descida	EPF Kerr 2,20Hz	5,06
	EPF Kerr 3,30Hz	10,68

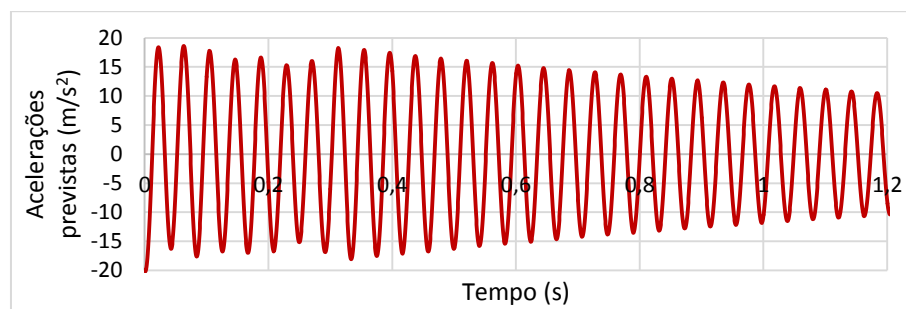
### C.6.2 FUNÇÕES DE CARGA FS

No presente anexo são apresentados dois exemplos de dois gráficos das acelerações numéricas obtidas através de funções de carga FS, um correspondendo a uma subida a 2,0Hz e o outro correspondendo a uma descida a 3,30Hz.

O gráfico das acelerações numéricas obtidas referentes a uma subida a 2,0Hz encontra-se representado na Figura C.18 e o gráfico das acelerações numéricas referentes a uma descida a 3,30Hz encontra-se representado na Figura C.19.



**Figura C.18 – Acelerações numéricas obtidas para uma subida a 2,0Hz determinadas através de uma função de carga FS definida com os harmónicos dados pela Tabela 2.2**



**Figura C.19 – Acelerações numéricas obtidas para uma descida a 3,30Hz determinadas através de uma função de carga FS definida com os harmónicos obtidos por Kerr [4] e com um ângulo de fase igual a  $-\frac{\pi}{2}$**

Tal como experimentalmente (ver Subsecção 4.3.1) e através das funções de carga EPF (ver Subsecção 4.6.1), as acelerações obtidas por intermédio das funções de carga FS foram superiores para a descida a 3,30Hz.

Na Tabela C.9 são mostrados os valores máximos das acelerações r.m.s numéricas obtidas para as diferentes frequências de passada e funções de FS. Observando a Tabela C.9 pode-se verificar que as

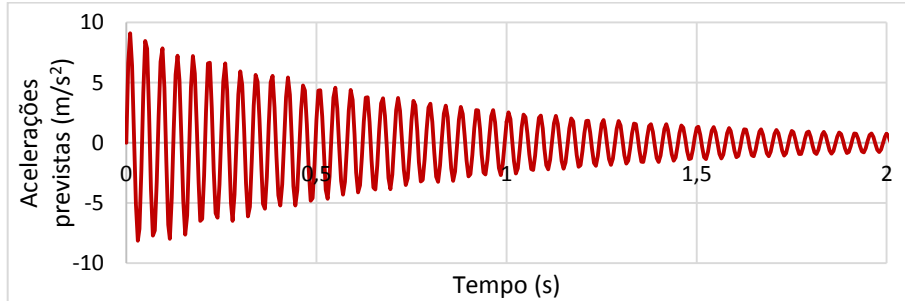
acelerações r.m.s obtidas para uma subida a 2,0Hz são superiores às obtidas para uma subida a 3,0Hz e as acelerações r.m.s obtidas para uma descida a 2,20Hz são superiores às obtidas para uma descida a 3,30Hz, o que não faz sentido porque as acelerações, tanto nas subidas como nas descidas, aumentam com a frequência de passada. Como foi explicado na Subsecção 4.6.2 tal acontece porque se obteve através da função de carga Gaile FS acelerações muito elevadas e esta não ter sido utilizada nas subidas a 3,0Hz e nas descidas a 3,30Hz pois a Tabela 2.1 (Subsecção 2.3.2.3) não apresenta valores dos harmónicos para estas frequências de passada.

**Tabela C.9 – Valores máximos das acelerações r.m.s obtidos através das análises realizadas com funções de carga FS**

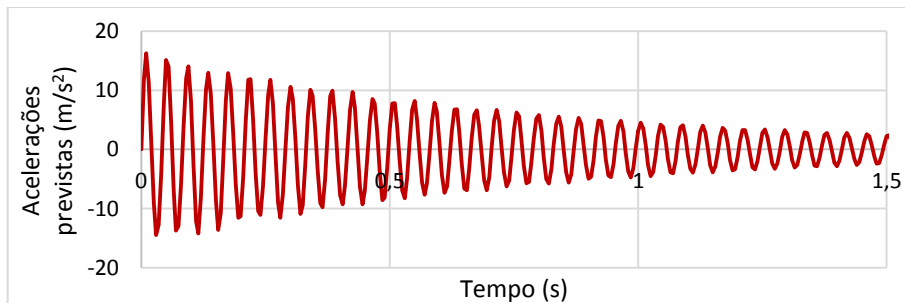
Autores e frequências de passada das funções de carga FS		Acelerações r.m.s numéricas (m/s <sup>2</sup> )
Subida	FS Gaile 2,0Hz	12,80
	FS SCI 3,0Hz	10,03
Descida	FS Gaile 2,20Hz	13,07
	FS Kerr 3,30Hz	12,05

### C.6.3 IMPULSO EFETIVO

Os gráficos das acelerações obtidas através do Impulso Efetivo referentes a uma frequência de passada de 2,0Hz e de 3,0Hz são expostos respetivamente nas Figuras C.20 e C.21.



**Figura C.20 – Acelerações numéricas obtidas pelo Impulso Efetivo para uma frequência de passada de 2,0Hz**



**Figura C.21 – Acelerações numéricas obtidas pelo Impulso Efetivo para uma frequência de passada de 3,0Hz**

Na Tabela C.10 são mostradas as acelerações r.m.s calculadas a partir das Figuras C.20 e C.21 e das Figuras 4.30 e 4.31 presentes na Subsecção 4.6.3.

**Tabela C.10 – Acelerações r.m.s obtidas pelo Impulso Efetivo**

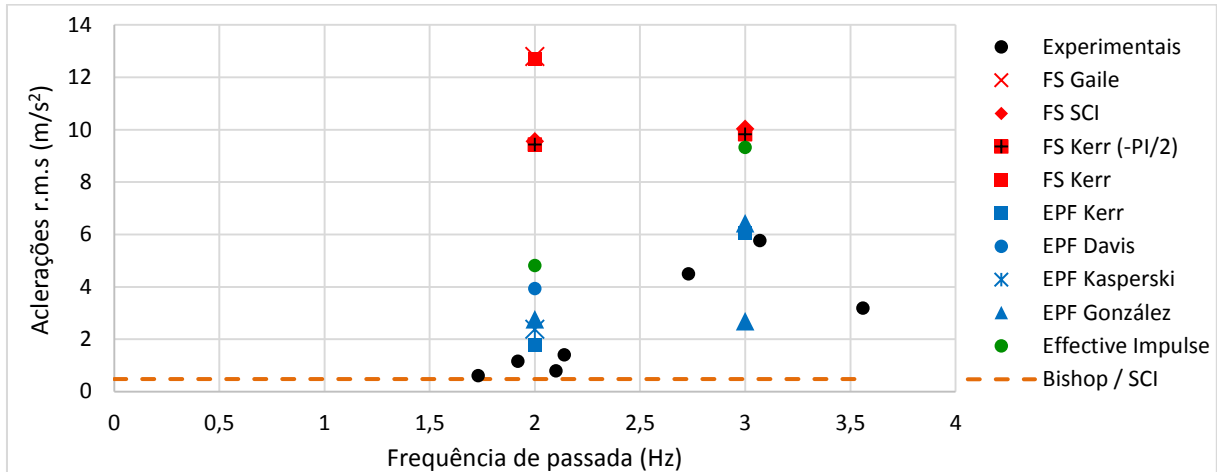
<i>Frequências de passada</i>	<i>Acelerações r.m.s numéricas (m/s<sup>2</sup>)</i>
2,0Hz	4,81
2,20Hz	5,64
3,0Hz	9,32
3,30Hz	11,00

## **C.7 COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS EXPERIMENTAIS COM OS RESULTADOS NUMÉRICOS E COM OS LIMITES REGULAMENTARES ADMISSÍVEIS PARA UM PEÃO ISOLADO**

À semelhança do que foi feito para a escada da SRAS (ver Secção 3.7 e Anexo B.7) também para a escada do Madeira Tecnopolo foram realizados gráficos resumo onde foram incluídas todas as acelerações de pico e r.m.s medidas experimentalmente e obtidas numericamente com o objetivo de as comparar. No presente anexo apresentam-se os dois gráficos resumo referentes à subida e à descida da escada do Madeira Tecnopolo com todas as acelerações r.m.s obtidas. Neste anexo também são comparados alguns dos gráficos das acelerações medidas experimentalmente com alguns dos gráficos das acelerações obtidas numericamente. O valor do limite proposto pelo SCI P354 [7] foi obtido mediante a utilização de um coeficiente de multiplicação igual a 32 e a curva base das acelerações presente na Figura 2.15 (Subsecção 2.5.2) e o valor do limite proposto pelo AISC 11 [11] foi obtido segundo a curva base de acelerações presente na Figura A.31 (Anexo A.13) para pontes interiores, à semelhança da escada da SRAS. O limite proposto por Davis et al. [23] utilizado na escada do Madeira Tecnopolo é idêntico ao utilizado na escada da SRAS pois este autor sugere o mesmo valor limite, seja qual for a frequência fundamental da escada (referido na Subsecção 2.5.3).

### **C.7.1 SUBIDA**

O gráfico criado com todas as acelerações r.m.s obtidas para a subida encontra-se representado na Figura C.22. A simbologia presente no gráfico da Figura C.22 é igual à verificada no gráfico presente na Figura 3.31 (Subsecção 3.7.1) referente à subida na escada metálica da SRAS, a única diferença é que os círculos a verde representam os resultados obtidos pelo Impulso Efetivo em vez dos resultados obtidos pela análise *Steady State*. Como foi explicado no Anexo B.7.1 os autores Davis et al. [23] e o regulamento AISC 11 [11] não apresentam limites para acelerações r.m.s portanto na Figura C.22 apenas é indicado o limite proposto pelo SCI P354 [7].



**Figura C.22 – Comparação das acelerações r.m.s experimentais com as numéricas e com os limites regulamentares para a subida da escada**

A partir da observação do gráfico presente na Figura C.22 é possível retirar algumas ilações referentes aos ensaios experimentais e a cada método numérico, que são expostas seguidamente:

#### – Acelerações experimentais

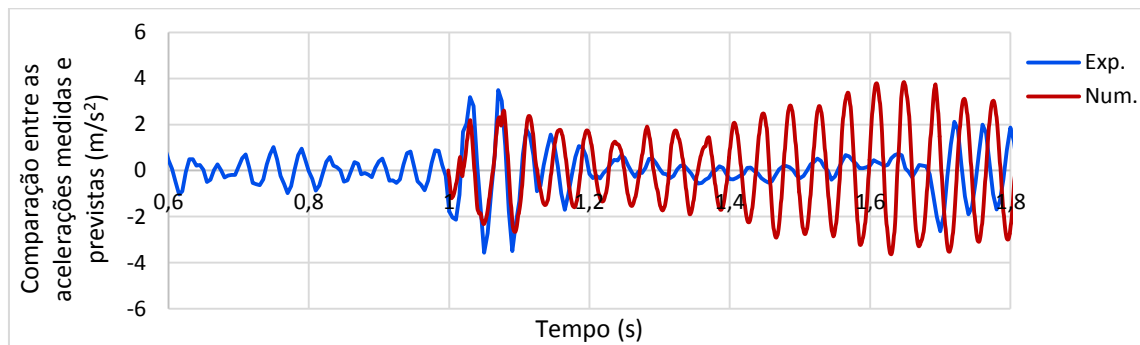
As acelerações r.m.s experimentais ultrapassam os limites regulamentares. Para subidas com frequências de passada a rondar os 2,0Hz as acelerações r.m.s apenas são ligeiramente superiores aos limites regulamentares, no entanto para subidas com frequências de passada a rondar os 3,0Hz as acelerações r.m.s continuam a ser muito superiores aos limites propostos. Tal como as acelerações de pico (ver Figura 4.32) as acelerações r.m.s aumentam com o aumento da frequência de passada.

#### – Acelerações obtidas a partir das funções de carga EPF

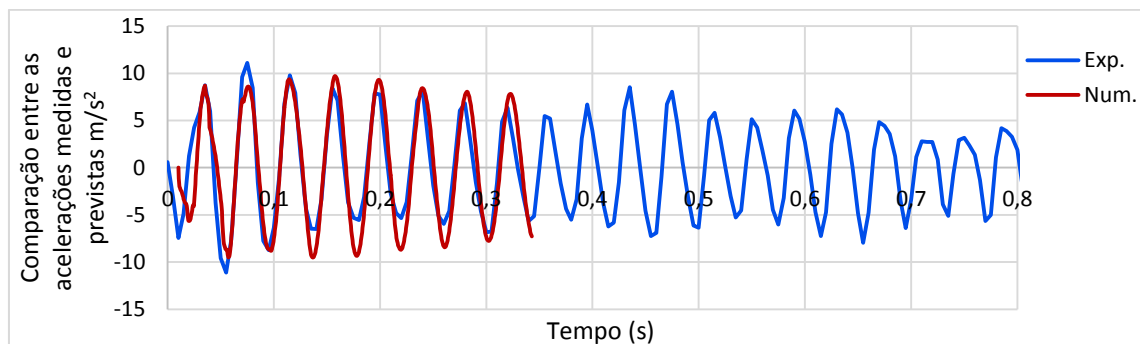
Este método continua a ser aquele que apresenta resultados mais próximos dos obtidos experimentalmente independentemente da frequência de passada. Para subida a 2,0Hz obteve-se através da função de carga EPF Davis uma aceleração r.m.s sobrestimada em relação às experimentais e para a subida a 3,0Hz obteve-se através de uma das funções de carga EPF González uma aceleração r.m.s subestimada em relação aos dois valores mais elevados das acelerações r.m.s experimentais. Contudo através das restantes funções de carga EPF conseguiram-se obter acelerações r.m.s próximas das experimentais.

Nas Figuras C.23 e C.24 apresentam-se dois exemplos em que se comparam as acelerações obtidas experimentalmente com as acelerações obtidas numericamente através de funções de carga EPF, respetivamente para uma subida a 2,0Hz e a 3,0Hz. Tanto para a subida a 2,0Hz, como para a subida a 3,0Hz as acelerações numéricas foram determinadas por intermédio de uma função de carga EPF obtida por Kerr [4]. Na Figura C.23, referente a uma subida a 2,0Hz, consegue-se observar mais facilmente o fenómeno que foi referido anteriormente nas Subsecções 4.3.1 e 4.6.1, no início da realização do passo (1 a 1,2 s) as acelerações numéricas são próximas das acelerações experimentais, no entanto a partir de 1,2 segundos as acelerações experimentais diminuem subitamente e atingem valores muito reduzidos ao contrário do que acontece com as acelerações numéricas. Embora as acelerações numéricas também

diminuem após os instantes iniciais nunca atingem acelerações tão reduzidas como experimentalmente. Quando o pé deixa de estar em contacto com o degrau (aproximadamente a 1,65s) as acelerações experimentais voltam a aumentar enquanto numericamente as acelerações voltam a aumentar aproximadamente a meio da duração do tempo de realização do passo (aproximadamente a 1,4 s). Na Figura C.24 referente a uma subida a 3,0Hz, já não se verifica este fenómeno sendo que as acelerações experimentais são aproximadas às numéricas durante o tempo da realização do passo.



**Figura C.23 – Comparação entre as acelerações numéricas (função de carga EPF Kerr) e as experimentais para uma subida a 2,0Hz**



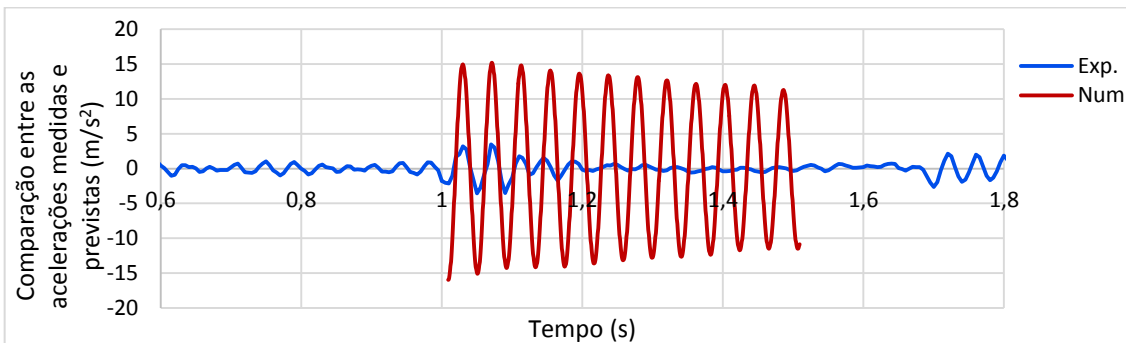
**Figura C.24 – Comparação entre as acelerações numéricas (função de carga EPF Kerr) e as experimentais para uma subida a 3,0Hz**

#### – Acelerações obtidas a partir das funções de carga FS

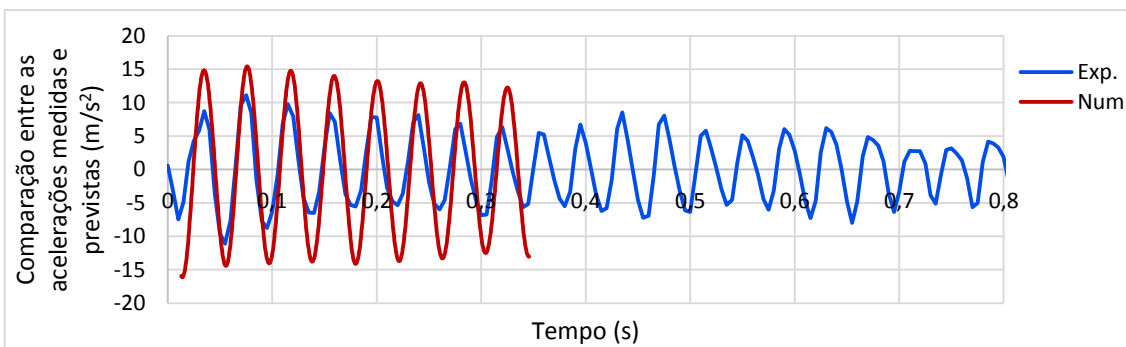
Tal como acontece na escada da SRAS, as acelerações r.m.s obtidas pelas funções de carga FS para subidas a 2,0Hz são superiores às obtidas experimentalmente, embora na escada do Madeira Tecnopolo essa superioridade seja mais evidente. Para subidas a 3,0Hz as acelerações r.m.s obtidas pelas funções de carga FS também são superiores às medidas experimentalmente, todavia como pode-se ver pelo gráfico da Figura C.22 a diferença é menor. Isto acontece pelo que foi mencionado na Subsecção 4.7.1.

Um exemplo onde se compara as acelerações obtidas numericamente através da função de carga Kerr ( $-\pi/2$ ) com as acelerações medidas experimentalmente para uma subida a 2,0Hz pode ser visto na Figura C.25 e outro exemplo onde se compara as acelerações numéricas obtidas com função de carga FS Kerr ( $-\pi/2$ ) e as medidas experimentalmente para uma subida a 3,0Hz pode ser visto na Figura C.26. As acelerações numéricas para a subida a 2,0Hz são muito superiores às obtidas experimentalmente e não diminuem repentinamente após os primeiros picos de aceleração. Para a subida a 3,0Hz as acelerações numéricas são ainda relativamente superiores, mas mais próximas das obtidas experimentalmente, o que

está de acordo com os gráficos presentes nas Figuras C.22 e 4.32 (Subsecção 4.7.1). As acelerações numéricas determinadas para a subida a 2,0Hz são muito próximas das determinadas para uma subida a 3,0Hz, o que também é possível verificar nos gráficos presentes nas Figuras C.22 e 4.32 (Subsecção 4.7.1).



**Figura C.25 – Comparação das acelerações numéricas (função e carga FS Kerr  $(-\pi/2)$ ) com as acelerações experimentais para uma subida a 2,0Hz**



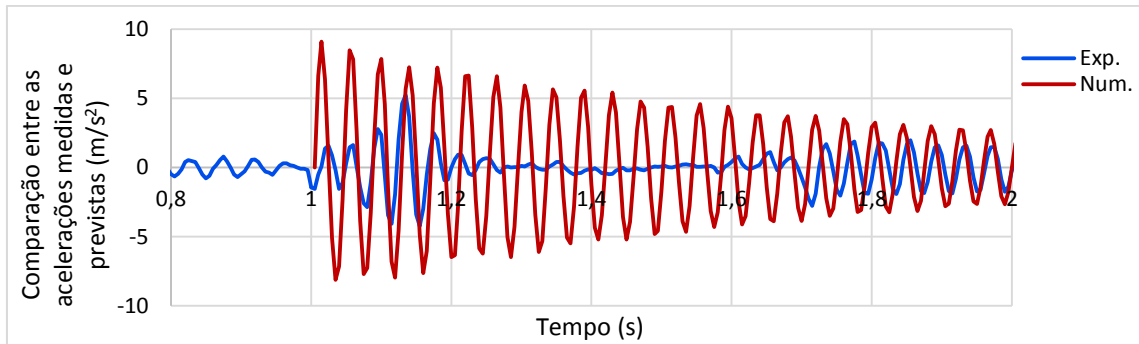
**Figura C.26 – Comparação das acelerações numéricas (função de carga FS Kerr  $(-\pi/2)$ ) com as acelerações experimentais para uma subida a 3,0Hz**

#### – Acelerações obtidas pelo Impulso Efetivo

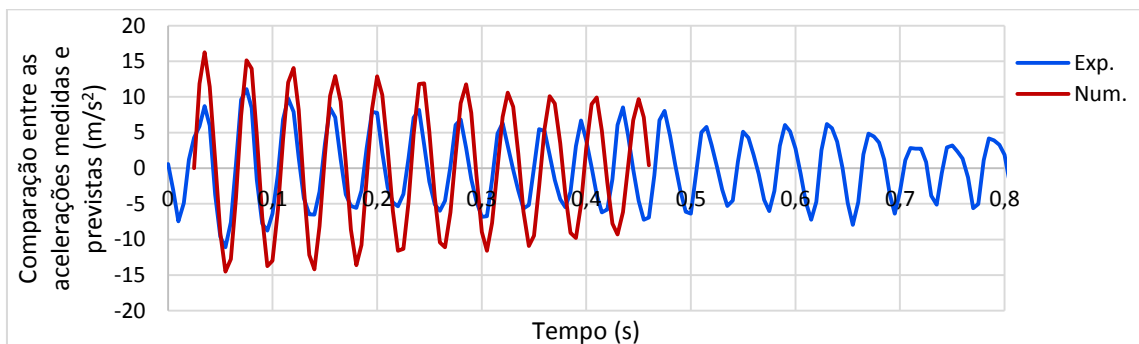
Com o Impulso Efetivo tanto para subida a 2,0Hz, como para a subida a 3,0Hz obteve-se acelerações r.m.s sobrestimadas em relação às observadas experimentalmente. Todavia para a subida a 2,0Hz a aceleração r.m.s obtida pelo Impulso Efetivo não é tão conservativa como as acelerações r.m.s obtidas através das funções de carga FS. Para a subida a 3,0Hz a diferença entre a aceleração r.m.s obtida por este método e as experimentais é aproximada à diferença entre as acelerações r.m.s obtidas com as funções de carga FS e as experimentais.

Na Figura C.27 são comparadas as acelerações numéricas determinadas através do Impulso Efetivo para uma frequência de passada de 2,0Hz com as medidas experimentalmente durante uma subida a 2,0Hz e na Figura C.28 são comparadas as acelerações numéricas determinadas através do Impulso Efetivo para uma frequência de passada de 3,0Hz com as medidas experimentalmente durante uma subida a 3,0Hz. Pelos gráficos das duas figuras constata-se que para a subida a 3,0Hz as acelerações numéricas têm uma tendência maior para se aproximar das acelerações experimentais. O facto das acelerações experimentais para a subida a 3,0Hz não diminuírem repentinamente após os instantes iniciais faz com que as acelerações r.m.s obtidas experimentalmente sejam mais próximas das obtidas numericamente com o Impulso Efetivo

para esta frequência de passada, como é possível ver nos gráficos das Figuras C.22 e 4.32 (Subsecção 4.7.1).



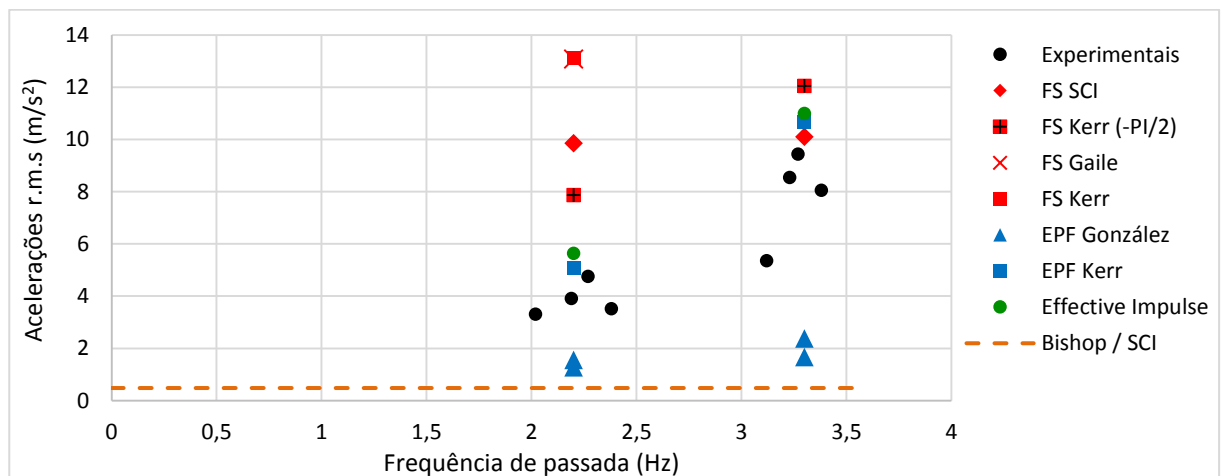
**Figura C.27 – Comparação das acelerações numéricas, determinadas pelo Impulso Efetivo, com as medidas experimentalmente para uma subida a 2,0Hz**



**Figura C.28 – Comparação das acelerações numéricas, determinadas pelo Impulso Efetivo, com as medidas experimentalmente para uma subida a 3,0Hz**

### C.7.2 DESCIDA

O gráfico criado com todas as acelerações r.m.s obtidas para a descida encontra-se representado na Figura C.29.



**Figura C.29 – Comparação das acelerações r.m.s experimentais com as numéricas e com os limites regulamentares para a descida da escada**

Seguidamente são descritas algumas conclusões referentes às acelerações r.m.s experimentais e numéricas obtidas para a descida com base na observação do gráfico anterior:

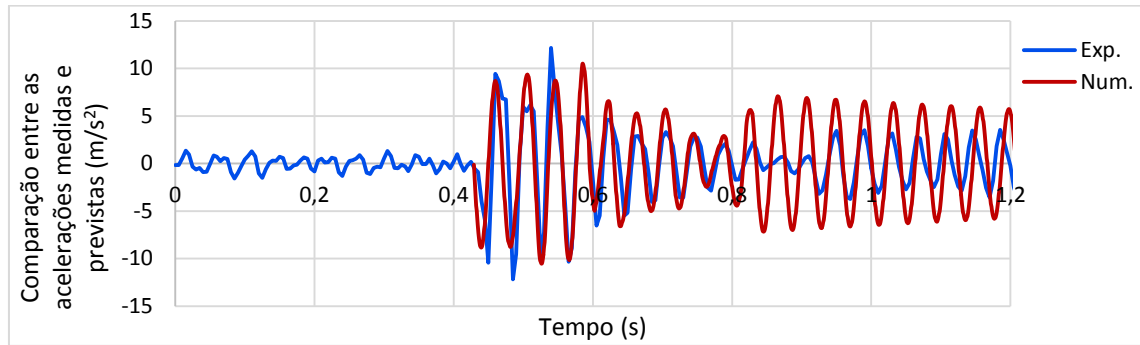
– **Acelerações experimentais**

Tanto nas descidas a 2,20Hz como nas descidas a 3,30Hz as acelerações r.m.s experimentais são largamente superiores aos limites aceitáveis propostos por Davis et al. [23] e pelos regulamentos SCI P354 [7] e AISC 11 [11], tal como acontece com as acelerações de pico (ver Figura 4.33, Subsecção 4.7.2). As acelerações r.m.s são maiores para descidas com frequências de passada elevadas, próximas de 3,30Hz, atingindo valores próximos da aceleração gravítica ( $\approx 9,8 \text{ m/s}^2$ ).

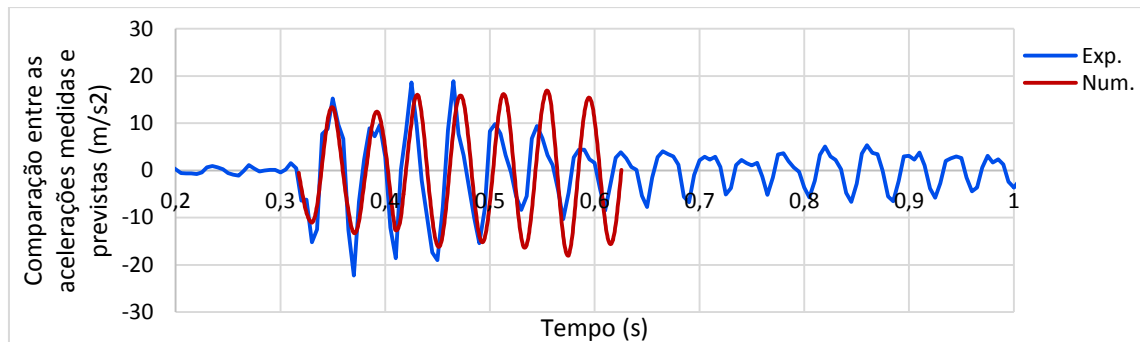
– **Acelerações obtidas através das funções de carga EPF**

As acelerações r.m.s determinadas por intermédio das funções de carga EPF Kerr são aproximadas às medidas experimentalmente e as acelerações r.m.s obtidas através das funções de carga EPF González são consideravelmente inferiores às experimentais, independentemente da frequência de passada. Como foi mencionado na Subsecção 4.7.2 isto vem evidenciar que as funções de carga EPF González não simulam de uma forma adequada a força dinâmica exercida pelos peões durante as descidas. Pode-se também observar que com as funções de carga EPF Kerr obteve-se acelerações r.m.s muito próximas das obtidas com o método do Impulso Efetivo, tanto para as descidas a 2,20Hz como a 3,30Hz.

Nas Figuras C.30 e C.31 apresentam-se dois exemplos em que se comparam as acelerações obtidas experimentalmente com as acelerações obtidas numericamente através de funções de carga EPF, respetivamente para uma descida a 2,20Hz e a 3,30Hz. Para ambas as descidas (a 2,20Hz e a 3,30Hz) as acelerações numéricas foram obtidas por intermédio de uma função de carga EPF obtida a partir de Kerr [4]. Na descida a 2,20Hz as acelerações numéricas e experimentais são muito próximas nos instantes de 0,4 s a 0,8 s, ou seja, durante o tempo de duração do passo aproximadamente. Importa realçar que inclusive ambas as acelerações (numéricas e experimentais) decaem simultaneamente após os instantes iniciais para valores muito aproximados. No entanto quando as acelerações numéricas voltam a subir (aproximadamente a 0,8s) as acelerações experimentais baixam ainda mais para valores muito reduzidos, só voltando a aumentar a aproximadamente a 0,9s. O referido anteriormente não deixa de ser um preciosismo, observando as Figuras C.30 e C.31 pode-se notar que tanto para a descida a 2,20Hz, como para a descida a 3,30Hz as acelerações numéricas determinadas pela função de carga EPF Kerr conseguiram simular corretamente o passo realizado pelo peão no degrau da escada do Madeira Tecnopolo, apresentando resultados próximos dos medidos experimentalmente.



**Figura C.30 – Comparação das acelerações numéricas, determinadas pela função de carga EPF Kerr, com as medidas experimentalmente para uma descida a 2,20Hz**



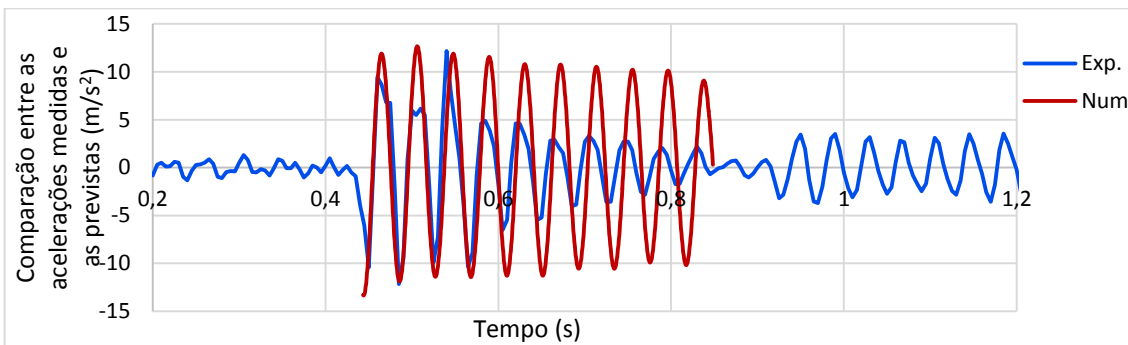
**Figura C.31 – Comparação das acelerações numéricas, determinadas pela Função de carga EPF Kerr, com as medidas experimentalmente para uma descida a 3,30Hz**

#### – Acelerações obtidas através das funções de carga FS

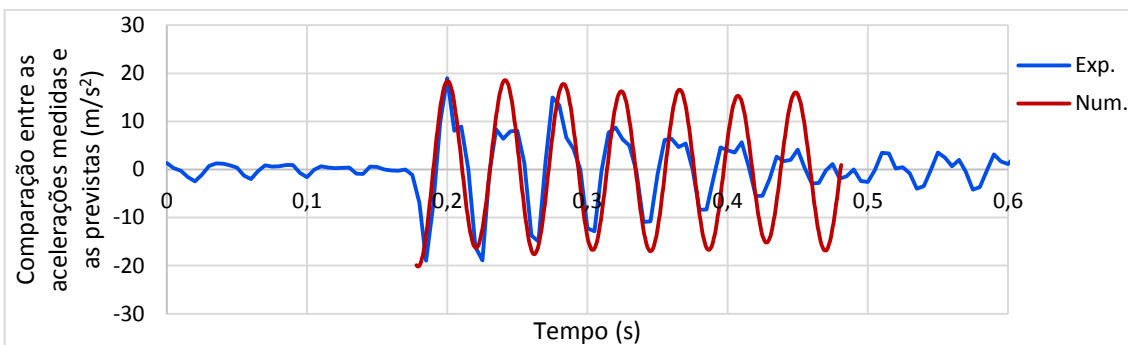
As acelerações r.m.s obtidas pelas funções de carga FS para as descidas a 2,20Hz e a 3,30Hz são na generalidade superiores às medidas experimentalmente. As acelerações medidas experimentalmente decaem rapidamente após os instantes iniciais enquanto as acelerações numéricas obtidas pelas funções de carga FS decaem mais lentamente, o que faz com que as acelerações r.m.s obtidas pelas mesmas sejam superiores às acelerações r.m.s medidas experimentalmente. A aceleração r.m.s obtida pela função de carga FS SCI para a descida a 3,30Hz é a aquela que se aproxima mais das acelerações r.m.s experimentais. Tal acontece porque a aceleração de pico obtida pela função de carga FS SCI é ligeiramente inferior às medidas experimentalmente para a descida a 3,30Hz (ver Figura 4.33, Subsecção 4.7.2) e como as funções FS têm tendência a sobrestimar as acelerações r.m.s isto fez com que a aceleração r.m.s obtida pela função de carga FS fosse próxima das experimentais. De referir ainda que apesar da única diferença entre a função de carga FS Kerr ( $-\pi/2$ ) utilizada para a descida a 2,20Hz e a utilizada para a descida a 3,30Hz ser o valor da amplitude do primeiro harmónico, as acelerações r.m.s determinadas pelas duas funções de carga FS são consideravelmente diferentes para as duas frequências de passada. O mesmo acontece com as acelerações de pico como pode-se observar nas Figuras 4.32 (Subsecção 4.7.1) e 4.33 (Subsecção 4.7.2).

Um exemplo onde se compara as acelerações obtidas numericamente através da função de carga Kerr ( $-\pi/2$ ) com as acelerações medidas experimentalmente para uma descida a 2,20Hz pode ser visto na Figura C.32 e outro exemplo onde se compara as acelerações numéricas obtidas com a função de carga FS Kerr ( $-\pi/2$ ) e as medidas experimentalmente para uma descida a 3,30Hz pode ser visto na Figura C.33.

Observando as Figuras C.32 e C.33 é possível verificar que os picos de aceleração iniciais experimentais coincidem com os numéricos, mas após os instantes iniciais as acelerações experimentais baixam mais rapidamente do que as acelerações numéricas. Estes dois exemplos evidenciam porque nos gráficos presentes nas Figuras C.29 e 4.33 (Subsecção 4.7.2) as acelerações de pico obtidas por funções de carga FS são próximas das medidas experimentalmente e as acelerações r.m.s obtidas pelas mesmas são mais elevadas do que as experimentais.



**Figura C.32 – Comparação das acelerações numéricas determinadas pela função de carga FS Kerr ( $-\pi/2$ ) com as acelerações experimentais para uma descida a 2,20Hz**

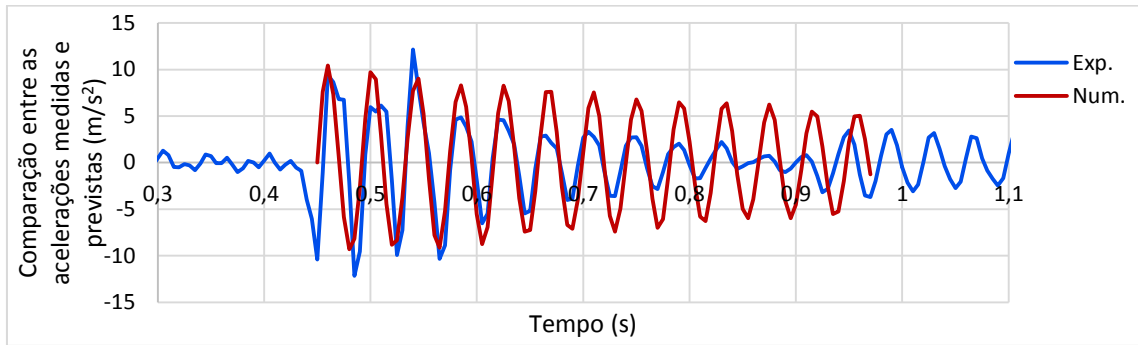


**Figura C.33 – Comparação das acelerações numéricas determinadas pela função de carga FS Kerr ( $-\pi/2$ ) com as acelerações experimentais para uma descida a 3,30Hz**

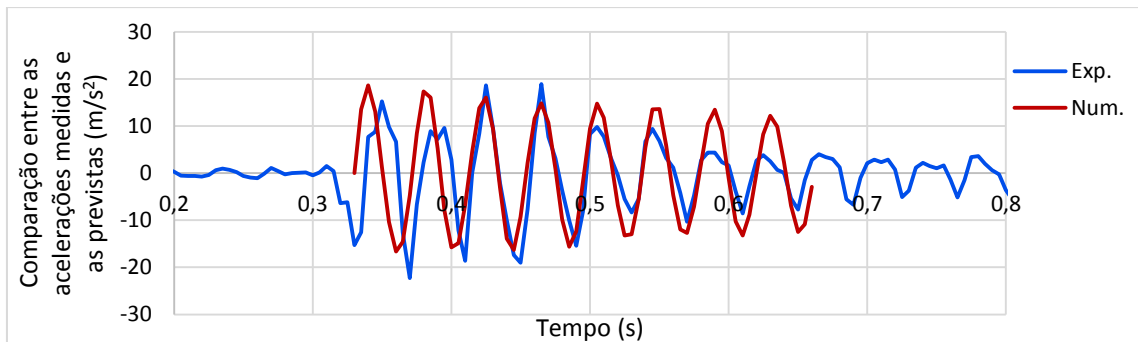
#### – Acelerações obtidas através do Impulso Efetivo

As acelerações r.m.s obtidas pelo Impulso Efetivo são ligeiramente superiores às medidas experimentalmente, tanto para a descida a 2,20Hz, como para a descida a 3,30Hz. Contudo a diferença não é substancial, podendo-se afirmar que através deste método, para estas frequências de passada, conseguiram-se obter acelerações r.m.s satisfatórias, à semelhança do que aconteceu com as acelerações de pico (ver Figura 4.33, Subsecção 4.7.2).

Na Figura C.34 são comparadas as acelerações numéricas determinadas através do Impulso Efetivo para uma frequência de passada de 2,20Hz com as medidas experimentalmente durante uma descida a 2,20Hz e na Figura C.35 são comparadas as acelerações numéricas determinadas através do Impulso Efetivo para uma frequência de passada de 3,0Hz com as medidas experimentalmente durante uma descida a 3,30Hz. Comparando as acelerações numéricas obtidas pelo Impulso Efetivo com as medidas experimentalmente para ambas as descidas pode-se observar que os seus valores são aproximados, demonstrando o que foi referido na Subsecção 4.7.2 e visto nas Figuras C.29 e 4.33 (Subsecção 4.7.2).



**Figura C.34 – Comparação das acelerações numéricas, determinadas pelo Impulso Efetivo, com as medidas experimentalmente para uma descida a 2,20Hz**



**Figura C.35 – Comparação das acelerações numéricas, determinadas pelo Impulso Efetivo, com as medidas experimentalmente para uma descida a 3,30Hz**

## C.8 ANÁLISES NUMÉRICAS REALIZADAS PARA UM GRUPO DE PEÕES

Na escada do Madeira Tecnopolo optou-se por obter as acelerações numéricas, referentes a um grupo de peões, mediante a utilização de coeficientes de amplificação. Na Subsecção 2.4.3 foi referido que existem duas hipóteses para se obter as acelerações numéricas provocadas por um grupo de peões, simulando o andamento do grupo de peões diretamente no modelo numérico das escadas que se pretende analisar ou através da utilização de coeficientes de amplificação. Como na escada metálica da SRAS foi utilizada a primeira hipótese, na escada metálica do Madeira Tecnopolo optou-se por utilizar a segunda hipótese. Como foi descrito na Subsecção 4.2 realizou-se experimentalmente dois tipos de ensaios de grupo, colocando os indivíduos a percorrer a escada sequencialmente (grupo 1+1+1+1) e colocando os indivíduos a percorrer a escada lado a lado (grupo 2+2). Na Subsecção 4.3.3, nas Tabelas 4.6 e 4.7, estão representadas as médias obtidas dos coeficientes de amplificação para os ensaios de grupo (1+1+1+1) e os ensaios de grupo (2+2) respetivamente. Os coeficientes de amplificação utilizados nas análises numéricas foram escolhidos com base nesses valores médios e são apresentados na Tabela C.11. As frequências de passada utilizadas, para as descidas, nas análises numéricas de grupo foram ligeiramente superiores às utilizadas nas análises numéricas individuais uma vez que experimentalmente as frequências de passada praticadas pelo grupo dos peões também foram, no geral, ligeiramente superiores às praticadas pelo peão isolado.

**Tabela C.11 – Coeficientes de amplificação escolhidos para as análises numéricas de grupo (1+1+1+1) e de grupo (2+2) para as diferentes frequências de passada**

Descrição do Movimento		Coeficientes de amplificação
Grupo (1+1+1+1)	Subida 2,0Hz	3,0
	Descida 2,50Hz	1,5
	Descida 3,50Hz	1,0
Grupo (2+2)	Subida 2,0Hz	2,0
	Descida 2,50Hz	1,5
	Descida 3,50Hz	1,0

## C.9 RESULTADOS NUMÉRICOS OBTIDOS PARA UM GRUPO DE PEÕES

Os resultados numéricos referentes a um grupo de peões foram obtidos multiplicando os coeficientes de amplificação, indicados na Tabela C.11, pelos resultados numéricos referentes a um peão isolado obtidas pelas funções de carga EPF, FS e pelo Impulso Efetivo. Através do método do Impulso Efetivo apenas é possível obter as acelerações referentes a um grupo de peões por meio de coeficientes de amplificação, dado que o SCI P354 [4] não faz nenhuma referência de como as obter por este método. Pelos coeficientes de amplificação observados na Tabela C.11 é possível verificar que o efeito de grupo apenas é considerável para subidas a 2,0Hz, sendo reduzido para descidas a 2,50Hz e desprezável para descidas a 3,50Hz. Na Tabela C.12 são mostradas as acelerações de pico e r.m.s máximas relativas a um grupo de peões para cada método numérico (funções de carga EPF, FS e Impulso Efetivo) e frequência de passada.

**Tabela C.12 – Acelerações máximas obtidas através dos coeficientes de amplificação para cada método numérico e frequência de passada**

Descrição do movimento e metodologia		Acel. máx. num. Grupo (1+1+1+1) (m/s <sup>2</sup> )		Acel. máx. num. Grupo (2+2) (m/s <sup>2</sup> )	
		Pico	r.m.s	Pico	r.m.s
Subida 2,0Hz	EPF Davis	26,07	11,79	17,38	7,86
	FS Gaile	63,92	38,40	42,61	25,60
	Imp. Efet.	27,32	14,42	18,22	9,61
Descida 2,50Hz	EPF Kerr	15,80	7,60	15,80	7,60
	FS Kerr	32,25	19,70	32,25	19,70
	Imp. Efet.	18,80	8,45	18,80	8,45
Descida 3,50Hz	EPF Kerr	18,09	10,68	18,09	10,68
	FS Kerr (- $\pi/2$ )	20,17	12,05	20,17	12,05
	Imp. Efet.	20,28	11,97	20,28	11,97

Para subidas a 2,0Hz os valores das acelerações obtidos pelas funções de carga FS e pelo Impulso Efetivo são extremamente elevados, não fazendo sentido físico, mas tal deve-se ao facto destes dois métodos nas análises referentes a um peão isolado para esta frequência de passada já apresentarem valores de acelerações sobrestimados. Com a função de carga EPF Davis, pela mesma razão, também se obteve valores de acelerações elevados para a subida a 2,0Hz, no entanto para as restantes funções de carga EPF

as acelerações numéricas obtidas para um grupo de peões são próximas das obtidas experimentalmente para um grupo de peões (ver gráficos presentes nas Figuras C.36 e C.40). Para descidas a 2,50Hz através das funções de carga FS obteve-se valores de acelerações sobrestimados nas análises relativas a um peão isolado o que multiplicando por um coeficiente de amplificação de 1,5 originou também acelerações numéricas para um grupo de peões exageradas, como pode-se constatar pela Tabela C.12.

## **C.10 COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS EXPERIMENTAIS COM OS RESULTADOS NUMÉRICOS E COM OS LIMITES REGULAMENTARES ADMISSÍVEIS PARA UM GRUPO DE PEÕES**

Nas análises de grupo na escada do Madeira Tecnopolo utilizaram-se os limites aceitáveis propostos pelo regulamento SCI P354 [7]/ Bishop [3] e pelos autores Davis et al. [23]. O regulamento AISC 11 [11] como foi referido no Anexo B.10, nas análises de grupo na escada da SRAS, não apresenta valores limites para as acelerações referentes a um grupo de peões portanto não foi utilizado na escada do Madeira Tecnopolo. Os limites do SCI P354 [7]/ Bishop [3] para as acelerações de pico e r.m.s foram obtidos mediante a utilização de um coeficiente de multiplicação igual a 64 à semelhança da escada da SRAS. O limite proposto por Davis et al. [23] utilizado na escada do Madeira Tecnopolo para as análises de grupo é idêntico ao utilizado na escada da SRAS (referido na Subsecção 2.5.3).

Tal como foi feito nas análises individuais e na escada da SRAS também para as análises de grupo (1+1+1+1) e de grupo (2+2) foram elaborados gráficos resumo onde se engloba todas as acelerações de pico e r.m.s obtidas experimentalmente e numericamente. Parte-se do princípio que os dois tipos de ensaios de grupo foram realizados corretamente portanto os resultados obtidos experimentalmente são tidos como referência.

### **C.10.1 GRUPO DE PEÕES (1+1+1+1)**

#### **C.10.1.1 SUBIDA**

Na Figura C.36 encontra-se o gráfico resumo com todas as acelerações de pico numéricas e experimentais obtidas nas análises de grupo (1+1+1+1) para a subida a 2,0Hz e na Figura C.37 encontra-se o gráfico resumo com todas as acelerações r.m.s.

As conclusões verificadas com base na análise dos gráficos das Figuras C.36 e C.37, referentes à subida, são expostas seguidamente:

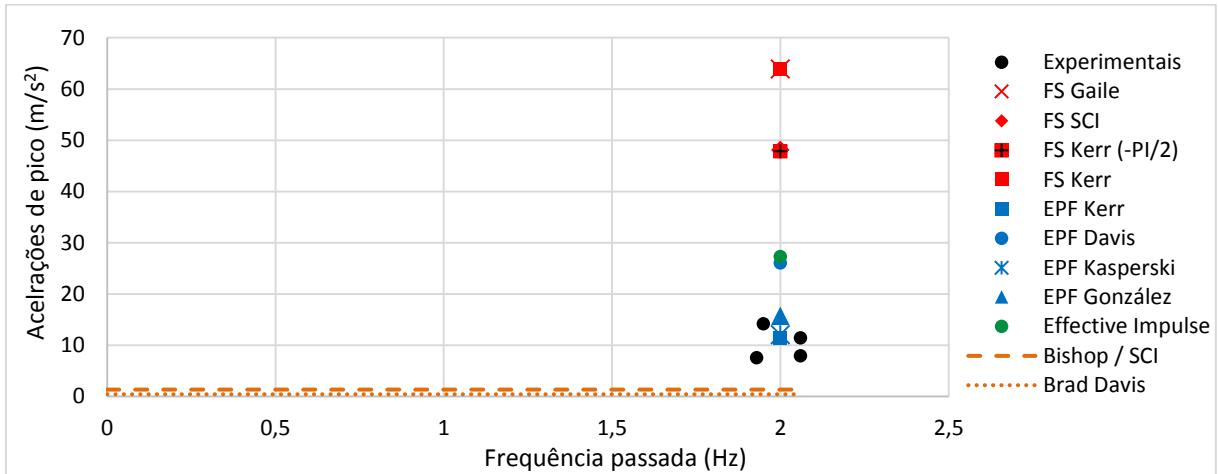


Figura C.36 – Comparação das acelerações de pico experimentais e numéricas, para as subidas de grupo (1+1+1+1), com os limites aceitáveis propostos pelo regulamento SCI P354 [7] e por Davis et al. [23]

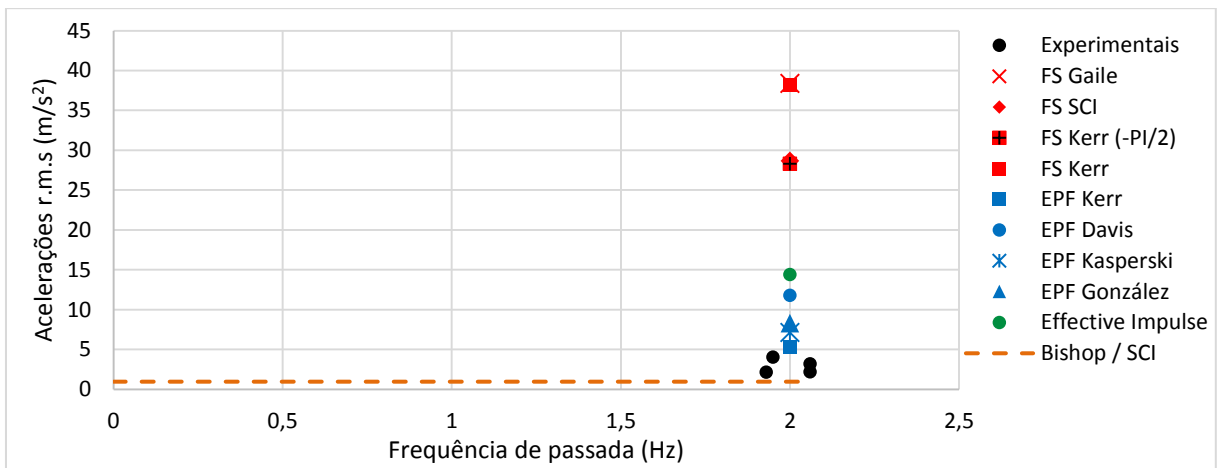


Figura C.37 – Comparação das acelerações r.m.s experimentais e numéricas, para as subidas de grupo (1+1+1+1), com os limites aceitáveis propostos pelo regulamento SCI P354 [7]

#### – Acelerações experimentais

Experimentalmente obtiveram-se acelerações de pico a rondar os 10 m/s<sup>2</sup>, próximas da aceleração gravítica portanto como seria expectável estas ultrapassam largamente os limites admissíveis propostos pelo SCI P354 [7] e por Davis et al. [23]. As acelerações r.m.s também ultrapassam os limites propostos, no entanto a diferença entre as mesmas e os valores dos limites é menor do que a verificada para as acelerações de pico. Embora a diferença seja menor ainda é considerável, mas o facto das acelerações r.m.s obtidas pelas funções de carga FS serem extremamente elevadas, em relação às experimentais, faz com que essa diferença seja algo ocultada.

#### – Acelerações determinadas por intermédio das funções de carga EPF

As acelerações de pico para um grupo (1+1+1+1) obtidas pelas funções de carga EPF no geral são próximas das obtidas experimentalmente, o que demonstra que a utilização de um coeficiente de amplificação de 3,0 foi adequada. A função de carga EPF Davis é a única que apresenta uma aceleração de pico sobrestimada, mas como foi explicado no Anexo C.9, tal deve-se ao facto de com esta função de carga EPF se ter obtido uma aceleração de pico elevada nas análises individuais.

As acelerações r.m.s para um grupo (1+1+1+1) obtidas pelas funções de carga EPF são mais conservativas do que as acelerações de pico, no entanto à exceção da aceleração r.m.s obtida pela função de carga EPF Davis, através das restantes funções de carga EPF continua-se a obter acelerações r.m.s satisfatórias.

– **Acelerações determinadas por intermédio das funções de carga FS**

As acelerações obtidas pelas funções de carga FS são extremamente elevadas e claramente maiores que as obtidas experimentalmente. Como as mesmas já apresentavam acelerações muito elevadas nas análises individuais para a subida a 2,0Hz, utilizando um coeficiente de amplificação igual a 3,0 fez com que se obtivesse para análises de grupo (1+1+1+1) estes valores sem qualquer fundamento.

– **Acelerações determinadas por intermédio do Impulso Efetivo**

As acelerações obtidas com o Impulso Efetivo nas análises individuais para uma subida a 2,0Hz eram elevadas o que também originou nas análises de grupo (1+1+1+1) acelerações conservativas em relação às experimentais. No entanto as acelerações obtidas por este método para um grupo de peões (1+1+1+1) notoriamente não foram tão conservativas como as obtidas pelas funções de carga FS.

#### **C.10.1.2 DESCIDA**

Os gráficos resumo com as acelerações de pico e r.m.s referentes às análises de grupo (1+1+1+1) para a descida são apresentados, de modo respetivo, nas Figuras C.38 e C.39.

As conclusões verificadas com base na análise dos gráficos das Figuras C.38 e C.39, referentes à descida, são expostas seguidamente:

– **Acelerações experimentais**

As acelerações medidas experimentalmente nas descidas, como seria de esperar, foram superiores às medidas na subida a 2,0Hz portanto também ultrapassam largamente os limites propostos. As acelerações de pico condicionantes foram obtidas para a descida com uma frequência de passada próxima de 3,50Hz, atingindo cerca do dobro da aceleração gravítica ( $\approx 9,8 \text{ m/s}^2$ ). As acelerações r.m.s condicionantes também foram obtidas para a mesma frequência de passada. De referir que as acelerações experimentais obtidas nas análises individuais (Figuras 4.33 e C.29) foram similares às experimentais medidas nas análises de grupo (1+1+1+1) para uma frequência de passada aproximada, evidenciando porque neste caso obtiveram-se fatores de amplificação próximos de 1, ou seja, praticamente não se verificou o efeito de grupo.

As acelerações de pico obtidas para uma descida com uma frequência de passada próxima de 2,50Hz também foram consideravelmente superiores à aceleração gravítica ( $\approx 9,8 \text{ m/s}^2$ ), no entanto são ligeiramente inferiores às medidas para frequências de passada a rondar os 3,50Hz. As acelerações r.m.s obtidas para 2,50Hz (aproximadamente) foram cerca de metade das obtidas para 3,50Hz (aproximadamente).

### – Acelerações determinadas por intermédio das funções de carga EPF

As acelerações obtidas com as funções de carga EPF González já apresentavam valores subestimados para as descidas nas análises individuais (Figuras 4.33 e C.29) portanto naturalmente nas análises de grupo (1+1+1+1) também se obteve acelerações subestimadas com estas funções de carga EPF. Com as funções de carga EPF Kerr obteve-se acelerações, para a descida a 2,50Hz e para a descida a 3,50Hz, próximas das medidas experimentalmente, o que demonstra que a utilização de um coeficiente de amplificação de 1,5 e 1,0, respetivamente para 2,50Hz e 3,50Hz, foi apropriada.

### – Acelerações determinadas por intermédio das funções de carga FS

Como as acelerações obtidas por intermédio das funções de carga FS nas análises individuais são mais próximas das experimentais para as descidas (Figuras 4.33 e C.29) e utilizou-se coeficientes de amplificação menores, os resultados obtidos por estas funções de carga nas descidas de grupo (1+1+1+1) foram mais próximos das experimentais e claramente não tão conservativos como os obtidos pelas mesmas para a subida de grupo (1+1+1+1) (Figuras 4.33 e C.29).

Para a descida a 2,50Hz, utilizando funções de carga FS, ainda se obteve resultados substancialmente elevados, à exceção da função de carga FS Kerr ( $-\pi/2$ ), sendo obtidos resultados aceitáveis principalmente para a descida a 3,50Hz, à semelhança do que se tinha verificado nas análises individuais (Figuras 4.33 e C.29).

### – Acelerações determinadas por intermédio do Impulso Efetivo

As acelerações obtidas com o Impulso Efetivo foram próximas das obtidas experimentalmente, o que revela que também para este método foi adequada a utilização de coeficientes de amplificação iguais a 1,5 e a 1,0, de modo respetivo para 2,50Hz e para 3,50Hz, para se obter as acelerações numéricas referentes a um grupo de peões.

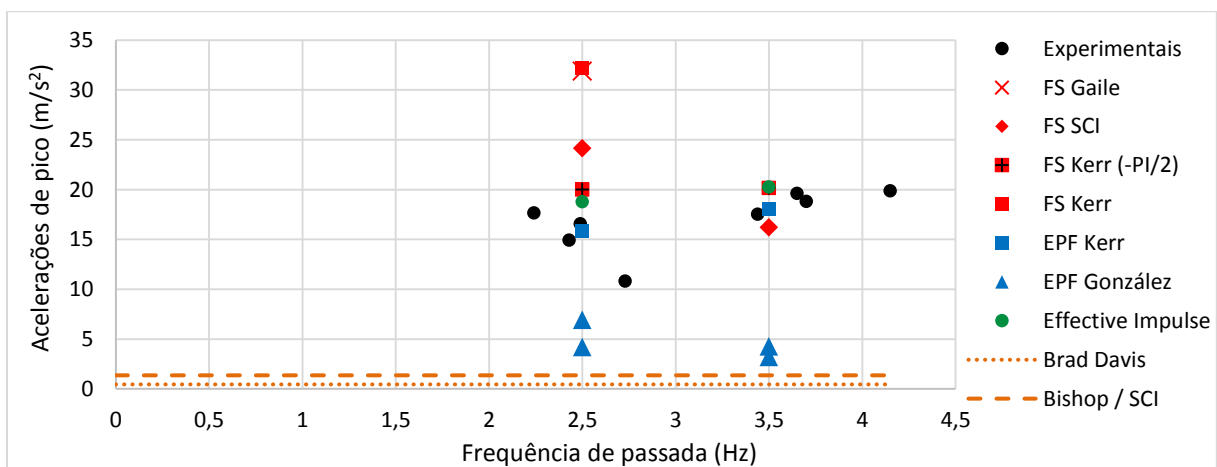
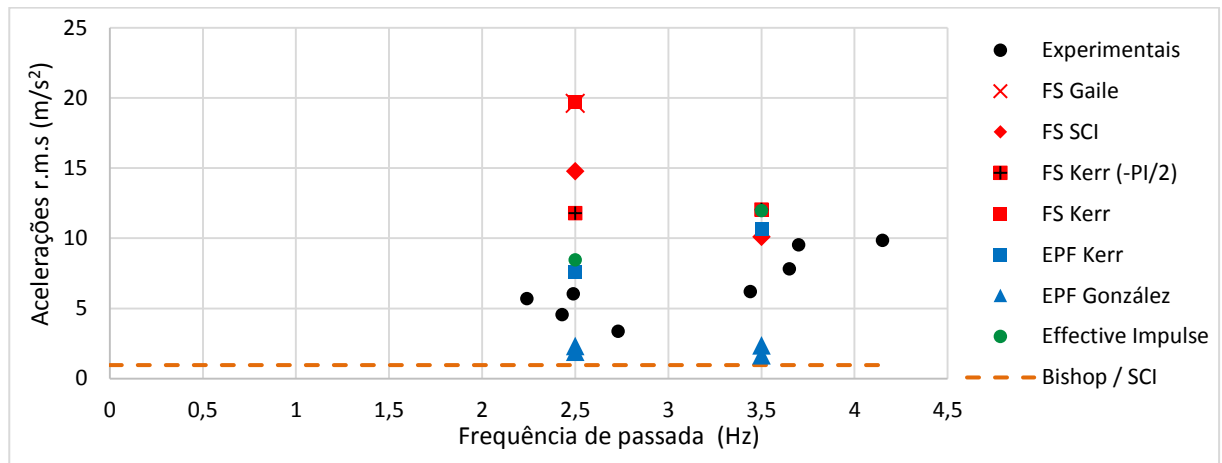


Figura C.38 – Comparação das acelerações de pico experimentais e numéricas, para as descidas de grupo (1+1+1+1), com os limites aceitáveis propostos pelo regulamento SCI P354 [7] e por Davis et al. [23]



**Figura C.39 – Comparação das acelerações r.m.s experimentais e numéricas, para as descidas de grupo (1+1+1+1), com os limites aceitáveis propostos pelo regulamento SCI P354 [7]**

## C.10.2 GRUPO DE PEÕES (2+2)

### C.10.2.1 SUBIDA

Nas Figuras C.40 e C.41 estão representados os dois gráficos resumo com todas as acelerações de pico e r.m.s experimentais e numéricas obtidas nas análises de grupo (2+2) para a subida a 2,0Hz.

Ilações retiradas com base na observação dos gráficos presentes nas Figuras C.40 e C.41, obtidos para a subida:

#### – Acelerações experimentais

Neste tipo de ensaio de grupo as acelerações obtidas para a subida a 2,0Hz também ultrapassam os limites propostos pelo SCI P354 [7] e por Davis et al. [23], contudo as acelerações r.m.s apenas ultrapassam ligeiramente. Embora a diferença entre as acelerações r.m.s e o limite proposto seja maior do que aparenta na Figura C.41, estando algo ocultada devido aos valores elevados obtidos para as mesmas pelas funções de carga FS. As acelerações de pico e r.m.s obtidas para subida a 2,0Hz nos ensaios de grupo (2+2) são inferiores às obtidas nos ensaios de grupo (1+1+1+1), daí se ter obtido para este tipo de ensaio de grupo um coeficiente de amplificação médio aproximadamente igual a 2,0 (Tabela 4.7), menor do que o coeficiente de amplificação médio obtido para os ensaios de grupo (1+1+1+1), aproximadamente igual a 3,0 (Tabela 4.6).

As acelerações de pico medidas durante os ensaios de grupo (2+2) apesar de elevadas são inferiores à aceleração gravítica ( $\approx 9,8 \text{ m/s}^2$ ), ao contrário das acelerações de pico medidas durante os ensaios de grupo (1+1+1+1).

#### – Acelerações obtidas por meio das funções de carga EPF

Como seria de esperar utilizando um coeficiente de amplificação igual a 2,0 e funções de carga EPF obtiveram-se acelerações próximas das medidas experimentalmente, visto que para a subida a 2,0Hz nas

análises individuais as acelerações obtidas através das funções de carga EPF já eram aproximadas às medidas experimentalmente (ver Figuras 4.32 e C.22). A função de carga EPF Davis é a única que apresenta valores de aceleração conservativos pela razão explicada no Anexo C.9.

– **Acelerações obtidas por meio das funções de carga FS**

As acelerações obtidas pelas funções de carga FS são extremamente elevadas para a subida a 2Hz, não fazendo claramente sentido físico, à semelhança do que sucedia para subida a 2,0Hz nos ensaios de grupo (1+1+1+1) (ver Figuras C.38 e C.39). No entanto as acelerações não são tão elevadas como as verificadas nos ensaios de grupo (1+1+1+1) porque neste tipo de análise de grupo numérica utilizou-se um coeficiente de amplificação de 2,0 e não de 3,0.

– **Acelerações obtidas por meio do Impulso Efetivo**

As acelerações obtidas pelo Impulso Efetivo são superiores às experimentais, o que é normal visto já serem conservativas nas análises individuais para a subida a 2,0Hz (ver Figuras 4.32 e C.22).

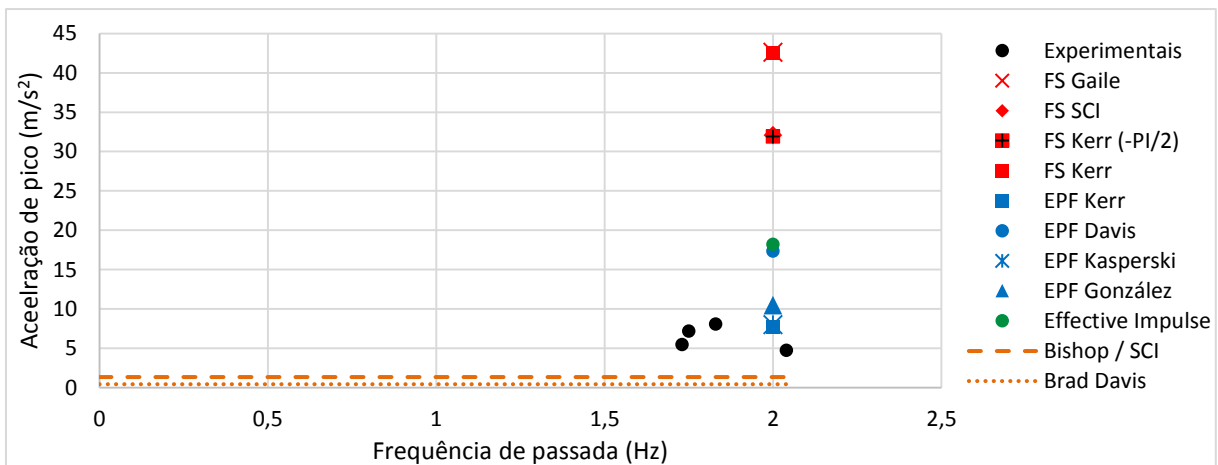


Figura C.40 – Comparação das acelerações de pico experimentais e numéricas, para as subidas de grupo (2+2), com os limites aceitáveis propostos pelo regulamento SCI P354 [7] e por Davis et al. [23]

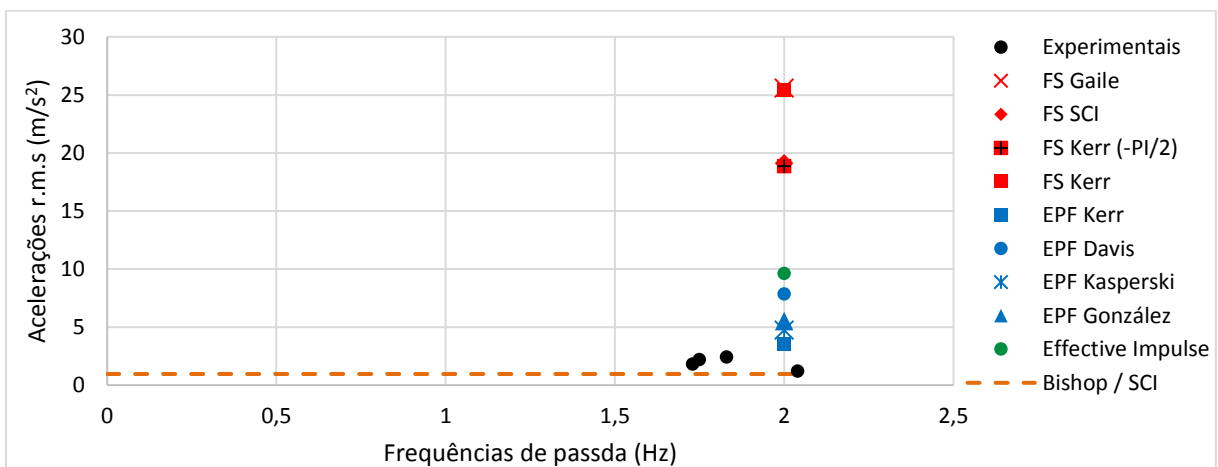
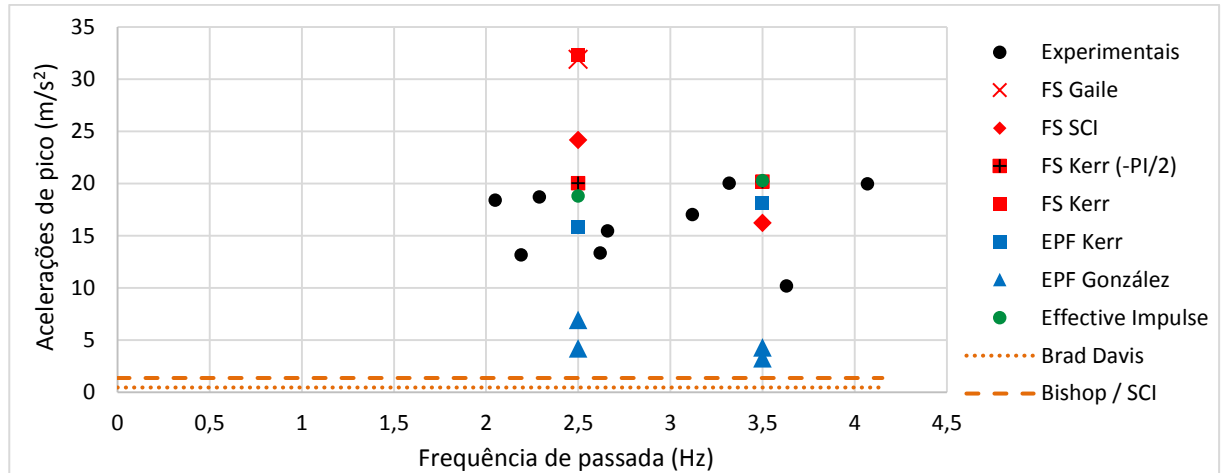


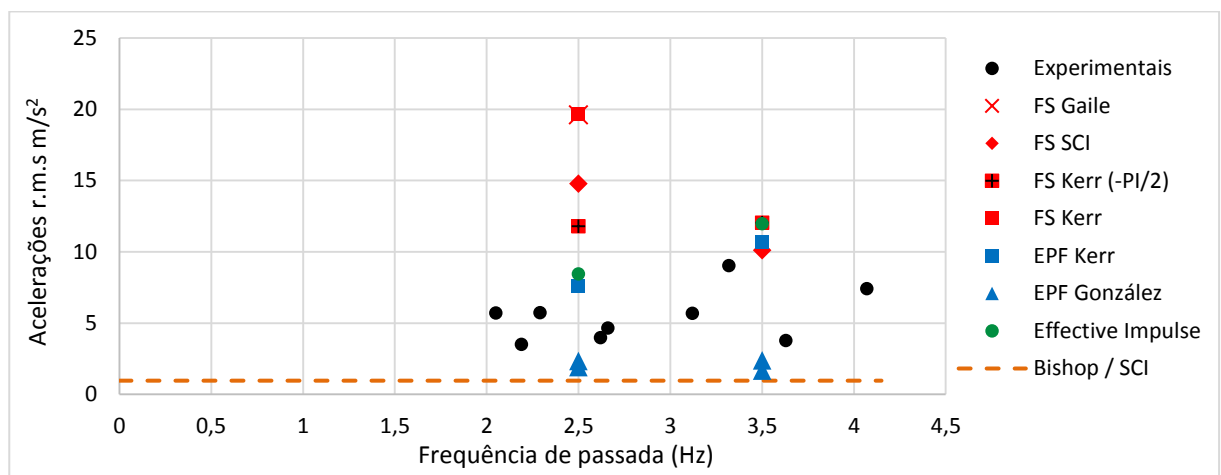
Figura C.41 – Comparação das acelerações r.m.s experimentais e numéricas, para as subidas de grupo (2+2), com os limites aceitáveis propostos pelo regulamento SCI P354 [7]

### C.10.2.2 DESCIDA

Nas Figuras C.42 e C.43 estão representados os dois gráficos resumo com todas as acelerações de pico e r.m.s experimentais e numéricas obtidas nas análises de grupo (2+2) para as descidas a 2,50Hz e a 3,50Hz.



**Figura C.42 – Comparação das acelerações de pico experimentais e numéricas, para as descidas de grupo (2+2), com os limites aceitáveis propostos pelo regulamento SCI P354 [7] e por Davis et al. [23]**



**Figura C.43 – Comparação das acelerações r.m.s experimentais e numéricas, para as descidas de grupo (2+2), com os limites aceitáveis propostos pelo regulamento SCI P354 [7]**

Comparando os gráficos resumo referentes às análises de grupo (2+2) (Figuras C.42 e C.43) e os gráficos resumo referentes às análises de grupo (1+1+1+1) (Figuras C.38 e C.39) para as descidas a 2,50Hz e a 3,50Hz é possível verificar que as acelerações experimentais são aproximadas. No cálculo dos coeficientes de amplificação já era possível verificar que o efeito de grupo para as descidas a 2,50Hz e a 3,50Hz referentes a estes dois tipos de ensaios de grupo era semelhante, como mostram os gráficos das Figuras 4.12 e 4.13 (Subsecção 4.3.3) e Tabelas 4.6 e 4.7.

Como o efeito de grupo é semelhante para os dois tipos de ensaios de grupo e utilizaram-se nas análises numéricas os mesmos coeficientes de amplificação (ver Tabela C.11) as conclusões retiradas com base na observação dos gráficos resumo alusivos às análises de grupo (2+2) (Figuras C.42 e C.43) para as descidas a 2,50Hz e a 3,50Hz são similares às descritas no Anexo C.10.1.2 com base na observação dos gráficos

resumo alusivos às análises de grupo (1+1+1+1) (Figuras C.38 e C.39). Por esta razão torna-se dispensável descrever as conclusões referentes às análises de grupo (2+2) e portanto optou-se por não fazê-lo nesta subsecção.

## **C.11 PROPOSTAS DE MELHORIA DA ESCADA METÁLICA DO MADEIRA TECNOPOLO**

Na Secção 4.9 apresentaram-se oito medidas para reforçar a escada metálica do Madeira Tecnopolo com o objetivo de melhorar o seu comportamento dinâmico, reduzindo as suas vibrações. As oito medidas de reforço propostas na Secção 4.9 serão descritas mais pormenorizadamente neste Anexo.

Na escada metálica do Madeira Tecnopolo as acelerações máximas foram medidas nas descidas com frequências próximas de 3,30Hz. Tal como na escada da SRAS, foi através da função de carga EPF Kerr que se obtiveram acelerações mais próximas das medidas experimentalmente (ver gráficos das Figuras 4.32 e 4.33 presentes na Secção 4.7 e as Figuras C.22 e C.29) para esta frequência de passada portanto na escada do Madeira Tecnopolo as acelerações após a aplicação das várias medidas de reforço também foram obtidas através da função de carga Kerr.

Seguidamente são descritas as oito medidas de reforço testadas na escada do Madeira Tecnopolo:

- Medida de reforço 1 – Tornar rígida a ligação do degrau às longarinas, colocando solda onde não existe e melhorando a existente (Figura 4.34, Secção 4.9)

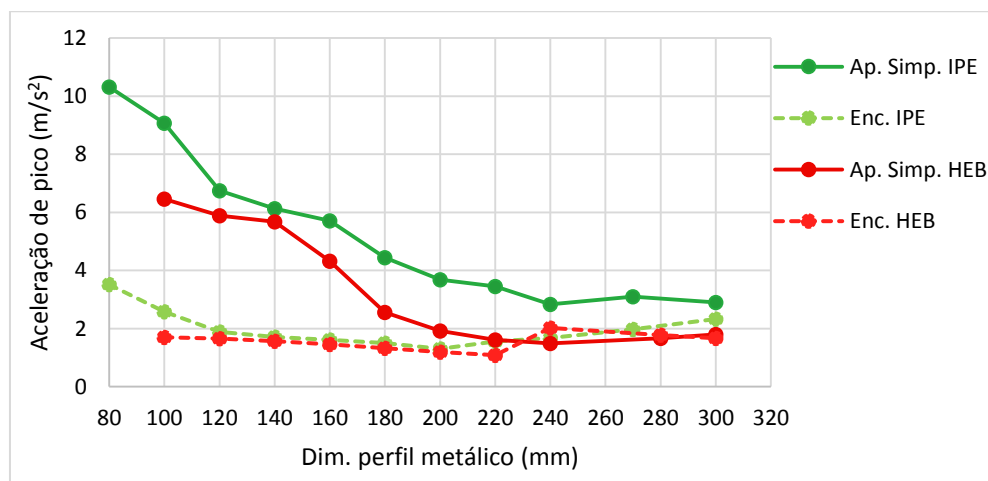
Devido ao desgaste provocado, ao longo dos anos por parte dos ocupantes, na soldadura da chapa metálica auxiliar que liga os degraus às longarinas, a primeira medida mais óbvia é reforçar essa mesma soldadura. No modelo numérico do degrau da escada do Madeira Tecnopolo esta solução foi testada modificando os apoios simples para apoios encastrados, de modo a aumentar a rigidez de rotação logo diminuindo as vibrações. Esta medida de reforço embora tenha reduzido as acelerações, não as reduziu significativamente, sendo ainda consideravelmente superiores aos limites aceitáveis. A medida de reforço 1 tem especial relevância pois vem demonstrar que inicialmente quando a escada do Madeira Tecnopolo foi concebida e a soldadura ainda não tinha sofrido qualquer tipo de desgaste, as acelerações muito provavelmente já eram significativas.

- Medida de reforço 2 – Soldar ou aparafusar um perfil metálico por baixo de cada degrau da escada do Madeira Tecnopolo (Figura 4.35, Secção 4.9)

A segunda medida de reforço proposta consiste em soldar ou aparafusar um perfil metálico por baixo dos degraus da escada do Madeira Tecnopolo. No modelo numérico a medida de reforço 2 pode ser facilmente simulada ligando a linha média do perfil metálico ao degrau através de elementos viga com rigidez infinita. Nesta medida de reforço foram testados perfis metálicos IPE e HEB, modelados através de elementos viga, com diferentes dimensões e verificado qual deles apresentava melhores resultados. Primeiramente

testou-se os perfis metálicos IPE, começando no primeiro perfil metálico dado por uma tabela comercial, que é o IPE80 e acabando no perfil IPE300. O perfil IPE300 tem claramente dimensões demasiado elevadas, no entanto o objetivo era verificar como variavam as acelerações com o aumento das dimensões do perfil metálico. Seguidamente testou-se os perfis metálicos HEB, começando no primeiro perfil metálico dado por uma tabela comercial, que é o HEB100 e acabando no perfil HEB300. Para além de serem testados dois tipos de perfis metálicos, IPE e HEB, os mesmos também foram testados num modelo numérico do degrau da escada do Madeira Tecnopolo com apoios simples e num modelo numérico com apoios encastrados.

Testaram-se os perfis metálicos IPE e HEB também no modelo numérico definido na primeira medida de reforço, pois pretendia-se verificar se seria uma boa solução reforçar a soldadura da chapa auxiliar que serve de ligação entre os degraus e as longarinas antes de colocar os perfis metálicos. No gráfico da Figura C.44 demonstra-se a variação das acelerações de pico com o aumento das dimensões dos perfis metálicos IPE e HEB, no modelo numérico do degrau da escada do Madeira Tecnopolo com apoios simples e com apoios encastrados.



**Figura C.44 – Variação das acelerações de pico com o aumento das dimensões dos perfis metálicos IPE e HEB, no modelo numérico simplesmente apoiado e encastrado**

Com base na observação da Figura C.44 verifica-se, como seria esperado, que as acelerações no modelo numérico com apoios encastrados são substancialmente inferiores às acelerações no modelo numérico com apoios simples, tanto para os perfis IPE como para os perfis HEB. As acelerações obtidas pelos perfis IPE e HEB no modelo numérico com apoios encastrados são aproximadas, mas no modelo numérico com apoios simples as acelerações obtidas com os perfis HEB são inferiores às obtidas com os perfis IPE. As acelerações diminuem à medida que a altura do perfil aumenta, no entanto nunca são relativamente inferiores a  $2 \text{ m/s}^2$ . A partir de uma altura de 240 mm as acelerações estabilizam e deixam de diminuir e as acelerações obtidas no modelo numérico com apoios simples passam a ser próximas das obtidas no modelo numérico com apoios encastrados. A razão para tal acontecer pode estar relacionada com o facto do modelo numérico criado deixar de fazer sentido quando se simula perfis metálicos com uma altura

elevada através de elementos viga. Provavelmente para testar perfis metálicos com alturas superiores a 240 mm o modelo numérico teria de ser concebido totalmente com elementos de casca.

Como no modelo numérico com apoios simples as acelerações obtidas com os perfis metálicos de dimensões mais reduzidas, apesar de menores, são ainda muito elevadas e na prática não é muito exequível utilizar perfis metálicos com dimensões demasiado elevadas sugere-se para esta medida de reforço que seja melhorada a soldadura da chapa auxiliar e que se utilize um perfil metálico IPE100. Como no modelo numérico com apoios encastrados as acelerações obtidas com os perfis IPE são próximas das obtidas com os perfis HEB por uma questão de poupança de material sugere-se a utilização de perfis IPE.

- Medida de reforço 3 – Soldar uma chapa metálica entre os degraus (Figura 4.36, Secção 4.9)

Na medida de reforço 3 a ideia é soldar uma chapa metálica entre os degraus, com a mesma espessura dos mesmos (com o intuito de facilitar a soldadura), de modo a liga-los para que funcionem em conjunto. Esta medida faz com a rigidez seja aumentada significativamente logo reduzindo as vibrações. A mesma é concetualmente idêntica à utilizada em muitas bancadas de estádios desportivos, como o estádio dos Barreiros, Alvalade XXI, etc..., onde cada fila de cadeiras está ligada à fila anterior e posterior. No modelo numérico da escada do Madeira Tecnopolo esta medida de reforço foi simulada colocando elementos de casca a ligar os degraus. Com a aplicação desta medida de reforço as acelerações obtidas diminuiriam imensamente, em relação às iniciais, revelando ser uma das medidas mais eficazes.

- Medida de reforço 4 – Soldar uma chapa metálica entre os degraus da escada do Madeira Tecnopolo apenas nalgumas zonas (Figura 4.37, Secção 4.9)

A medida de reforço 4 é idêntica à medida de reforço 3, no entanto ao invés de ser soldada uma chapa metálica entre os degraus, ao longo do seu comprimento, “tapando” completamente o espaçamento entre os mesmos (ver Figura 4.36, Secção 4.9), sugere-se que sejam soldadas chapas metálicas entre os degraus apenas nalgumas zonas.

Com esta medida de reforço obtiveram-se acelerações consideravelmente inferiores às obtidas inicialmente, antes de ser aplicada qualquer medida de reforço, contudo a mesma não revelou ser tão eficaz como a medida de reforço 3. Apesar das acelerações obtidas com a medida de reforço 4 não serem tão reduzidas como as acelerações obtidas com a medida de reforço 3, como na prática esta medida requer uma utilização menor de quantidade de material e é mais facilmente executável do que a medida de reforço 3, definitivamente deve ser tida em consideração.

- Medida de reforço 5 – Soldar barras metálicas entre os degraus (Figura 4.38, Secção 4.9)

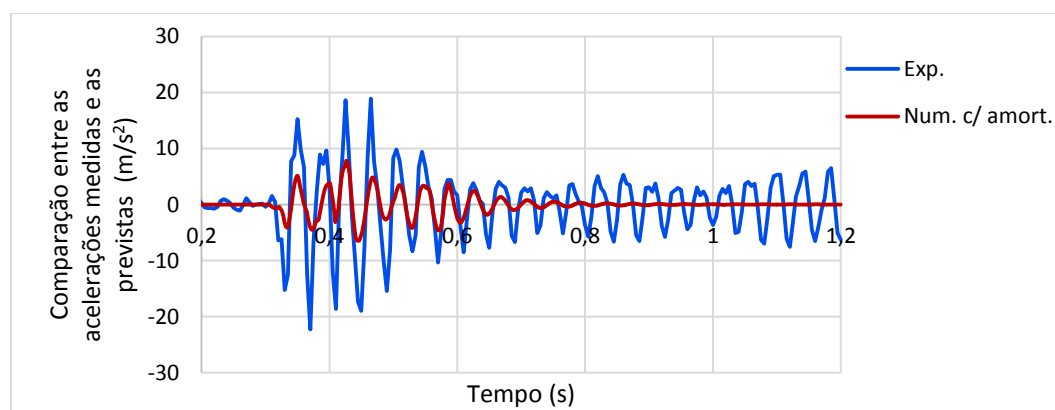
A medida de reforço 5 também é similar à medida de reforço 3, mas em vez de soldar-se uma chapa metálica entre os degraus, de modo a liga-los para que funcionem em conjunto, esta medida de reforço consiste em soldar barras metálicas entre os degraus. Esta medida de reforço foi simulada no modelo

numérico da escada do Madeira Tecnopolo ligando os degraus da mesma com várias barras metálicas modeladas como elementos viga. Para reduzir significativamente as acelerações foi necessário utilizar 19 barras metálicas entre cada degrau com uma área de 20 cm<sup>2</sup>. Esta área, bem como o número de barras é claramente excessivo e muito dificilmente pode ser exequível na prática portanto esta medida de reforço não é a mais aconselhável.

- Medida de reforço 6 – Colocar amortecedores entre os degraus (Figura 4.39, Secção 4.9)

A medida de reforço 6 proposta consiste em colocar amortecedores entre os degraus da escada do Madeira Tecnopolo com objetivo de aumentar o amortecimento e diminuir as vibrações. Numericamente esta solução foi testada definindo amortecedores com um determinado valor de amortecimento  $C$  (N.s/m) e modelando-os entre os degraus. As acelerações foram calculadas para diferentes números de amortecedores, com diferentes valores de amortecimento  $C$  (Ns/m). Verificou-se que independentemente do valor de amortecimento  $C$  (Ns/m) e do número de amortecedores utilizados, as acelerações, durante o tempo em que a carga é aplicada, nunca reduzem significativamente, diminuindo bruscamente para valores quase nulos apenas quando esta deixa de atuar. Na Figura C.45 são comparadas as acelerações medidas experimentalmente para uma descida próxima de 3,30Hz e as acelerações obtidas para a mesma frequência de passada com a utilização de 7 amortecedores, entre cada degrau, com um amortecimento igual a  $C=100$  Ns/m. Como é possível verificar as acelerações numéricas ainda são elevadas durante a aplicação da carga, diminuindo subitamente para valores praticamente nulos após a aplicação da mesma.

Como as acelerações durante a aplicação da carga ainda são significativas, conclui-se que a utilização de amortecedores também não é a medida de reforço mais indicada.



**Figura C.45 – Comparação entre as acelerações medidas experimentalmente e as obtidas através da utilização da utilização de 7 amortecimentos com um amortecimento  $C=100$  N/m**

- Medida de reforço 7 – Soldar uma chapa metálica por baixo dos degraus, formando um caixão (Figura 4.40, Secção 4.9)

Na medida de reforço 7 propõe-se a soldadura de uma chapa metálica por baixo de cada degrau, ao longo do comprimento dos mesmos. Também sugere-se que seja soldada uma chapa metálica triangular,

perpendicular a esta, a meio dos degraus. Esta medida de reforço tem como finalidade aumentar significativamente a rigidez de cada degrau. Numericamente a chapa metálica colocada por baixo dos degraus e a chapa metálica triangular perpendicular a esta foram modeladas através de elementos de casca com uma espessura de 6 mm (igual à espessura do degrau existente). Esta medida de reforço é uma das mais interessantes pois para além das acelerações terem diminuído para valores muito reduzidos também é uma daquelas que mais facilmente se consegue executar na prática.

- Medida de reforço 8 – Adicionar uma longarina a meio dos degraus (Figura 4.41, Secção 4.9)

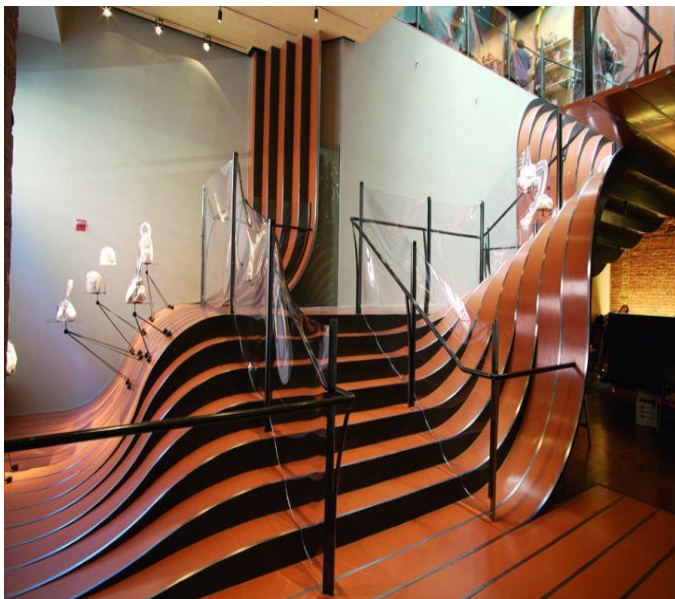
A medida de reforço 8 reside na colocação de uma viga a passar longitudinalmente no meio dos degraus paralelamente às longarinas da escada do Madeira Tecnopolo, ou seja, adicionar uma longarina extra entre as duas já existentes. No modelo numérico referente a esta medida de reforço, primeiramente modelaram-se todos os degraus da escada do Madeira Tecnopolo até à zona do patamar. Seguidamente modelou-se a longarina extra por baixo dos degraus e no meio dos mesmos, por intermédio de um elemento viga. A longarina estará apoiada superiormente no patamar e inferiormente no pavimento. Tal foi simulado através de apoios simples. Por último a ligação entre os degraus e a longarina foi feita por intermédio de chapas metálicas, que foram modeladas com elementos de casca com 6 mm de espessura (igual à do degrau existente).

A viga modelada por baixo dos degraus é constituída por um perfil tubular metálico com uma secção 120x80 mm. Verificou-se que com esta secção as acelerações já eram muito reduzidas portanto não foi necessário aumentar as dimensões do perfil metálico. De referir que a secção 120x80 mm tem cerca de metade das dimensões da secção das duas longarinas da escada do Madeira Tecnopolo (250x150 mm). O aumento de rigidez alcançado com a colocação do perfil tubular 120x80 mm longitudinalmente por baixo dos degraus fez com que as acelerações diminuíssem para valores muito reduzidos, demonstrando também ser uma medida de reforço eficiente.

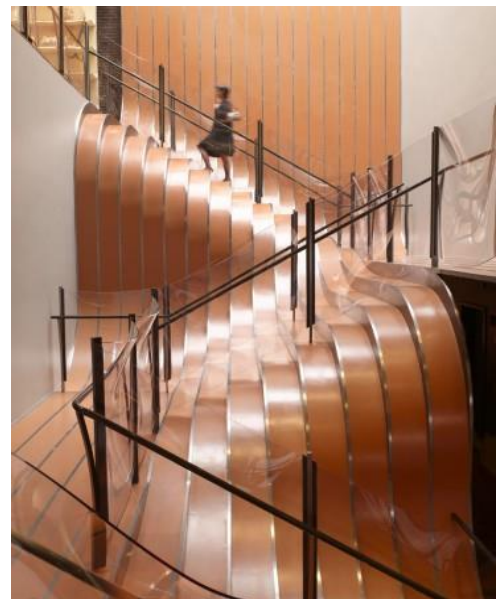
# Anexo D

## EXEMPLOS DE ESCADAS METÁLICAS

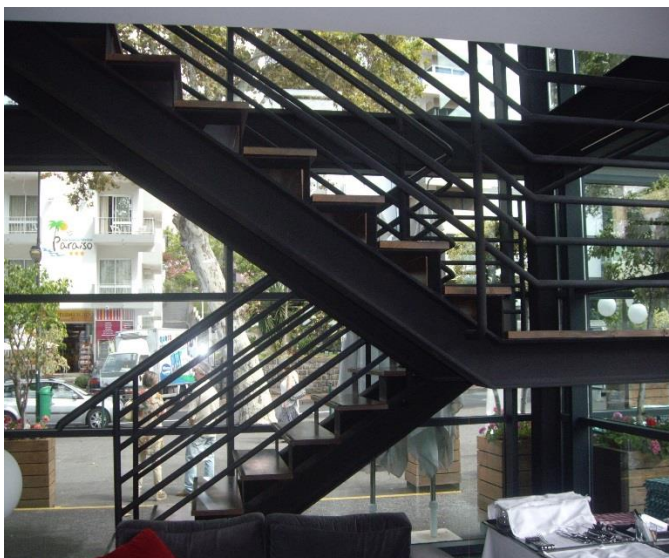
No Anexo D são apresentados alguns exemplos de escadas metálicas existentes na ilha da Madeira, algumas das quais estão sujeitas a vibrações elevadas. Neste anexo também é exibida, pelo seu elevado sentido estético, a escada metálica monumental existente na loja comercial *La Maison Unique*, Nova Iorque, EUA, apresentada no artigo *Longchamp Stair Optimization and Vibration Study* [41].



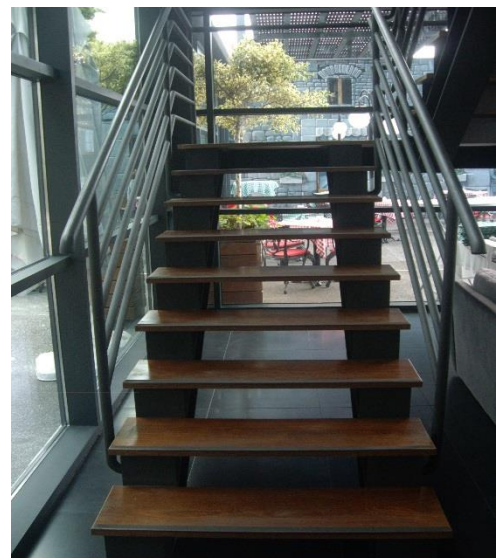
**Figura D.1 – Escada metálica La Maison Unique, Nova Iorque, EUA [41]**



**Figura D.2 - Escada metálica La Maison Unique, Nova Iorque, EUA [41]**



**Figura D.3 – Escada metálica Ristorante Mamma Mia, Funchal, Madeira**



**Figura D.4 – Escada metálica Ristorante Mamma Mia, Funchal, Madeira**



**Figura D.5 – Escada metálica Aparthotel Gorgulho, Funchal, Madeira**



**Figura D.6 – Escada metálica Aparthotel Gorgulho, Funchal, Madeira**



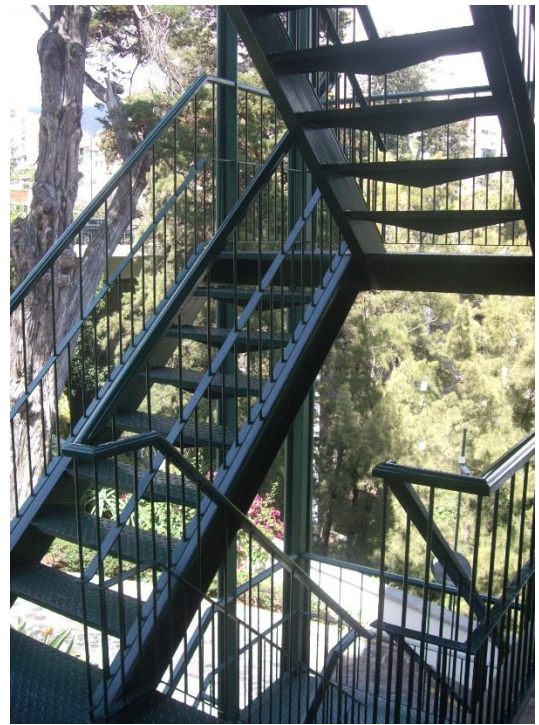
**Figura D.7 – Escada metálica Hotel Penha França Mar, Funchal, Madeira**



**Figura D.8 – Escada metálica Hotel Penha França Mar, Funchal, Madeira**



**Figura D.9 – Escada metálica Reid's Gardens, Funchal, Madeira**



**Figura D.10 – Escada metálica Reid's Gardens, Funchal, Madeira**



**Figura D.11 – Escada metálica Savoy's Gardens, Funchal, Madeira**



**Figura D.12 – Escada metálica Savoy's Gardens, Funchal, Madeira**



**Figura D.13 – Escada metálica Maxmat, Caniço, Madeira**



**Figura D.14 – Escada metálica Maxmat, Caniço, Madeira**



**Figura D.15 – Escada metálica Vulcanizadora Parque Empresarial, Câmara de Lobos, Madeira**



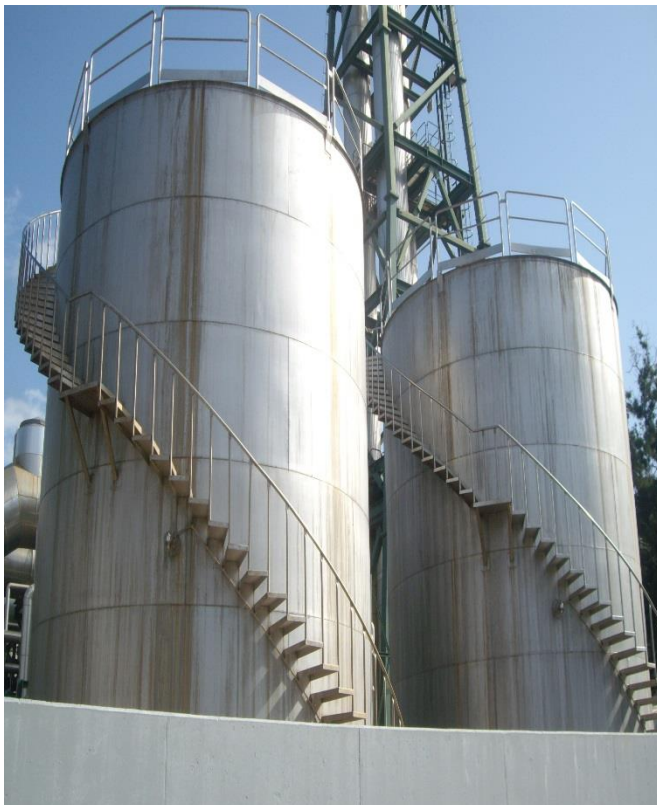
**Figura D.16 – Escada metálica Vulcanizadora Parque Empresarial, Câmara de Lobos, Madeira**



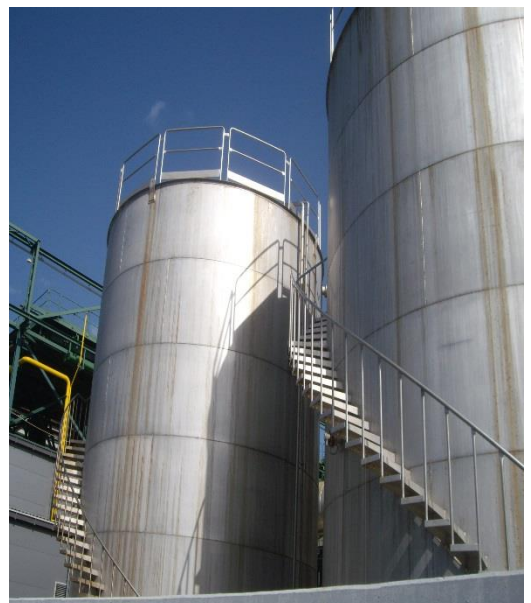
**Figura D.17 – Escada metálica Empresa de Electricidade da Madeira (EEM), Câmara de Lobos**



**Figura D.18 – Escada metálica Empresa de Electricidade da Madeira (EEM), Câmara de Lobos**



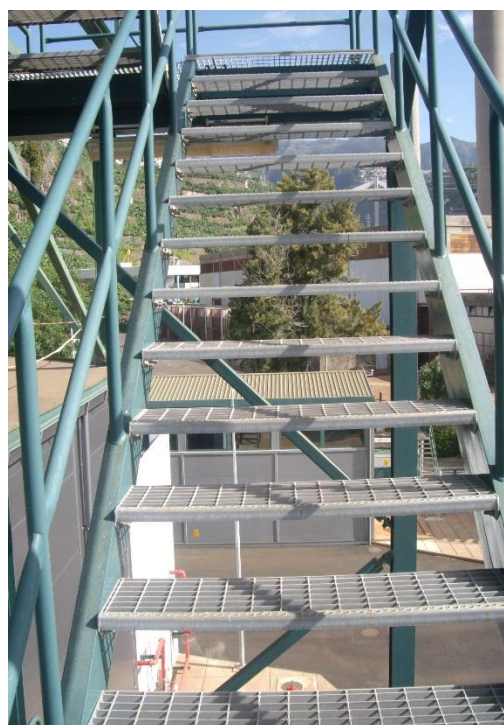
**Figura D.19 – Escada metálica Empresa de Electricidade da Madeira (EEM), Câmara de Lobos**



**Figura D.20 - Escada metálica Empresa de Electricidade da Madeira (EEM), Câmara de Lobos**



**Figura D.21 – Escada metálica Empresa de Electricidade da Madeira (EEM), Câmara de Lobos**



**Figura D.22 – Escada metálica Empresa de Electricidade da Madeira (EEM), Câmara de Lobos**



**Figura D.23 – Escada metálica Escola Básica dos 2º e 3º Ciclos dos Louros, Funchal, Madeira**



**Figura D.24 – Escada metálica Escola Básica dos 2º e 3º Ciclos dos Louros, Funchal, Madeira**

